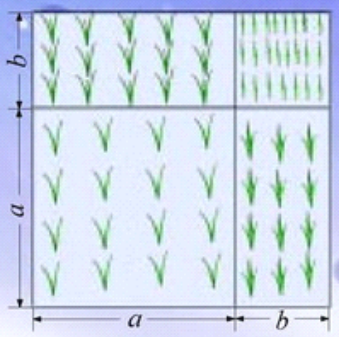
第一章 整式的运算

有理数有加、减、乘、除运算，整式也有相应的运算．在这一章里，我们将学习整式的运算法则，掌握一些有关整式运算的公式．例如，通过用不同的方式表示右面实验田的总面积，我们就会得到一个重要的公式．



在本章中，我们还将利用所学的知识解决一些有趣的实际问题．例如，光的速度约为3×10^5千米／秒，太阳光照射到地球上大约需要5×10^2秒的时间，你知道地球距离太阳大约有多远吗？如果乘坐喷气式飞机飞行这么远的距离，大约需要多少时间？

1 整　式

小明房间的窗户如图所示，其中上方的装饰物由两个四分之一圆和一个半圆组成(它们的半径相同).

(1) 装饰物所占的面积是多少?

(2) 窗户中能射进阳光的部分的面积是多少?（窗框面积忽略不计）

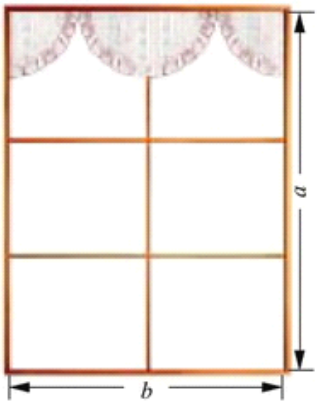


图 1−1

做一做

(1) 一个塑料三角尺如图 1−2 所示，阴影部分所占的面积是 _____；

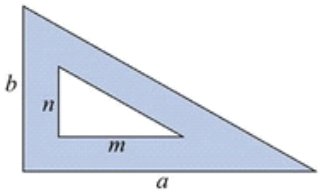


图 1−2

(2) 某校学生总数为x，其中男生人数占总数的$\frac{3}{5}$，男生人数为_____；

(3) 一个长方体的底面是边长为a的正方形，高是h，体积是 _____.

像 $\frac{\pi}{4}b^2$，$\frac{3}{5}x$，a^2h 等，都是数与字母的乘积，这样的代数式叫做**单项式***(monomial)．几个单项式的和叫做**多项式**(polynomial)，例如 $ab-\frac{\pi}{4}b^2$，$\frac{1}{2}ab-\frac{1}{2}mn$ 等．单项式和多项式统称**整式**(integral expression)．

一个单项式中，所有字母的指数和叫做这个**单项式的次数****(degree of monomial)．如 $\frac{3}{5}x$ 是 1 次的，a^2h 是 3 次的．一个多项式中，次数最高的项的次数，叫做这个**多项式的次数**．例如 $ab-\frac{\pi}{4}b^2$ 是 2 次的，$\frac{1}{3}x^2y+2y-1$ 是 3 次的．

议一议

小红和小兰房间窗户的装饰物如图所示，它们分别由两个四分之一圆和四个半圆组成(半径分别相同)．

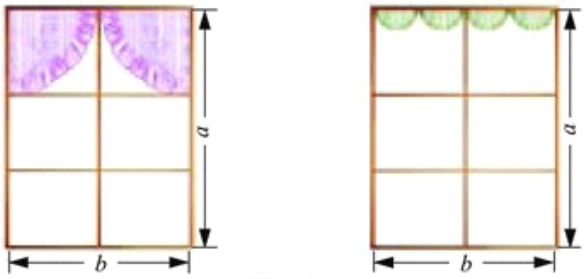


图 1–3

(1) 窗户中能射进阳光的部分的面积分别是多少？(窗框面积忽略不计)

(2) 你能指出其中的单项式或多项式吗？它们的次数分别是多少？

* 单独的一个数或一个字母也是单项式．

** 单独一个非零数的次数是 0．

随堂练习

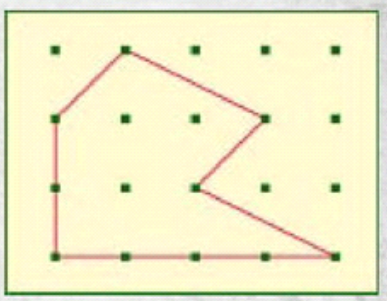
1．下列整式哪些是单项式，哪些是多项式？它们的次数分别是多少？

a，$-\frac{1}{3}x^2y$，$2x-1$，x^2+xy+y^2．

读一读

皮克公式

你能想办法计算下面点阵中多边形的面积吗？(四个相邻点围成的正方形面积是一个单位面积)



你可以把多边形分成小正方形和三角形，分别计算面积后相加，这是一个不错的办法．或者你可能想到要剪一剪、拼一拼，这个想法也很好．

奥地利数学家皮克(Georg Pick，1859—1943)发现了一个计算点阵中多边形面积的公式：

$$S=a+\frac{1}{2}b-1,$$

其中 a 表示多边形内部的点数，b 表示多边形边界上的点数，S 表示多边形的面积．在上图中，$a=3$，$b=10$，所

以多边形面积$S=3+\frac{1}{2}\times 10-1=7$(单位面积). 这个结果与你的结果一样吗？你是不是感觉到皮克公式更方便？

其实计算机也可以帮助你很快地解决这个问题.在“Z+Z 智能教育平台”（新世纪版）（以下简称“Z+Z”）中就有这样一个课件，它可以自动算出点阵中所给任意多边形的面积.有兴趣的话，你可以试着改变多边形内部的点数或边界上的点数，看看所得结果与你的结果是否相同.

习 题 1.1

知识技能

1. 下列整式哪些是单项式，哪些是多项式？它们的次数分别是多少？

$7h$，xy^3+1，$2ab+6$，$\frac{2}{5}x-by^3$.

2. 下列多项式分别有几项？每项的系数和次数分别是多少？

(1) $-\frac{1}{3}x-x^2y+2\pi$；　　(2) $x^3-2x^2y^2+3y^2$.

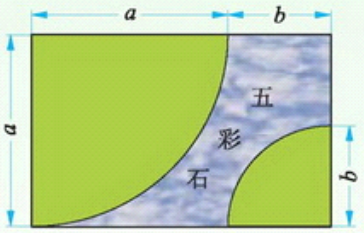
问题解决

1. 根据题意列出整式.

(1) 某地山上野生动物的饮水告急，当地居民自发上山建造蓄水池. 其中一个长方体蓄水池的深度是x米，底面的长与宽都是y米. 这个蓄水池的最大容积是_____米^3.

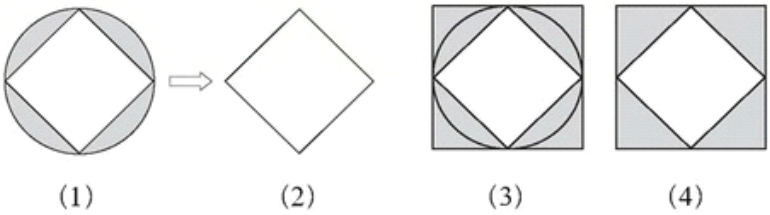
(2) 3 月 12 日是植树节，七年级一班和二班的同学参加了植树活动，一班种了 a 棵树，二班种的比一班的 2 倍还多 b 棵．两个班一共种了_____棵树．

2．某小区一块长方形绿地的造型如图所示（单位：m），其中两个扇形表示绿地，两块绿地用五彩石隔开，那么需铺多大面积的五彩石？



（第 2 题）

3．如图（1）（2），某餐桌桌面可由圆形折叠成正方形（图中阴影表示可折叠部分）．已知折叠前圆形桌面的直径为 a m，折叠成正方形后其边长为 b m．如果一块正方形桌布的边长为 a m，并按图（3）所示把它铺在折叠前的圆形桌面上，那么桌布垂下部分的面积是多少？如果按图（4）所示把这块桌布铺在折叠后的正方形桌面上呢？



（第 3 题）

2 整式的加减

按照下面的步骤做一做：

(1) 任意写一个两位数；

(2) 交换这个两位数的十位数字和个位数字,又得到一个数；

(3) 求这两个数的和.

再写几个两位数重复上面的过程．这些和有什么规律？这个规律对任意一个两位数都成立吗？

如果用a, b分别表示一个两位数的十位数字和个位数字，那么这个两位数可以表示为：$10a+b$．交换这个两位数的十位数字和个位数字，得到的数是：$10b+a$.

这两个数相加：

$$(10a+b)+(10b+a)$$
$$=\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}.$$

根据运算结果，你能解决上面的问题吗？

做一做

任意写一个三位数

↓

交换它的百位数字与个位数字，又得到一个数

↓

两个数相减

两个数相减后的结果有什么规律？这个规律对任意一个三位数都成立吗？

任意一个三位数可以表示为$100a+10b+c$.

议一议

在上面的两个问题中，分别涉及了整式的什么运算？说一说你是如何运算的.

进行整式加减运算时，如果遇到括号先去括号，再合并同类项.

例1 计算:

(1) $2x^2-3x+1$与$-3x^2+5x-7$的和；

(2) $-x^2+3xy-\frac{1}{2}y^2$与$-\frac{1}{2}x^2+4xy-\frac{3}{2}y^2$的差.

解: (1) $(2x^2-3x+1)+(-3x^2+5x-7)$

$$=2x^2-3x+1-3x^2+5x-7$$

$$=2x^2-3x^2-3x+5x+1-7$$

$$=-x^2+2x-6;$$

(2) $(-x^2+3xy-\frac{1}{2}y^2)-(-\frac{1}{2}x^2+4xy-\frac{3}{2}y^2)$

$$=-x^2+3xy-\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{2}x^2-4xy+\frac{3}{2}y^2$$

$$=-x^2+\frac{1}{2}x^2+3xy-4xy-\frac{1}{2}y^2+\frac{3}{2}y^2$$

$$=-\frac{1}{2}x^2-xy+y^2.$$

随堂练习

1．计算：

(1) $(4k^2+7k)+(-k^2+3k-1)$；

(2) $(5y+3x-15z^2)-(12y+7x+z^2)$.

习 题 1.2

知识技能

1．计算：

(1) $(3k^2+7k)+(4k^2-3k+1)$；

(2) $(3x^2+2xy-\frac{1}{2}x)-(2x^2-xy+x)$；

(3) $(7a^2+2a+b)-(3a^2+2a-b)$；

(4) $(\frac{1}{2}xy+y^2+1)+(x^2-\frac{1}{2}xy-2y^2-1)$.

2．求下列整式的值：

(1) $3x^2-(2x^2+5x-1)-(3x+1)$，其中 $x=10$；

(2) $(xy-\frac{3}{2}y-\frac{1}{2})-(xy-\frac{3}{2}x+1)$，其中 $x=\frac{10}{3}$，$y=\frac{8}{3}$；

(3) $4y^2-(x^2+y)+(x^2-4y^2)$，其中 $x=-28$，$y=18$.

问题解决

1．从1～9这九个数字中选择三个数字，由这三个数字可以组成六个两位数，先把这六个两位数相加，然后再用所得的和除以所选三个数字之和．你发现了什么？你能说明这其中的道理吗？

下面是用棋子摆成的“小屋子”.

摆第1个“小屋子”需要5枚棋子，摆第2个需要____枚棋子，摆第3个需要____枚棋子.

按照这样的方式继续摆下去.

(1) 摆第10个这样的“小屋子”需要多少枚棋子?

(2) 摆第n个这样的“小屋子”需要多少枚棋子? 你是如何得到的? 你能用不同的方法解决这个问题吗? 与同伴进行交流.

例2 计算:

(1) $(3a^2b+\frac{1}{2}ab^2)-(\frac{3}{2}ab^2+a^2b)$;

(2) $7(p^3+p^2-p-1)-2(p^3+p)$;

(3) $-(\frac{1}{3}+m^2n+m^3)-(\frac{2}{3}-m^2n-m^3)$.

解: (1) $(3a^2b+\frac{1}{2}ab^2)-(\frac{3}{2}ab^2+a^2b)$

$=3a^2b+\frac{1}{2}ab^2-\frac{3}{2}ab^2-a^2b$

$=2a^2b-\frac{1}{2}ab^2$;

(2) $7(p^3+p^2-p-1)-2(p^3+p)$

$=7p^3+7p^2-7p-7-2p^3-2p$

$=5p^3+7p^2-9p-7$;

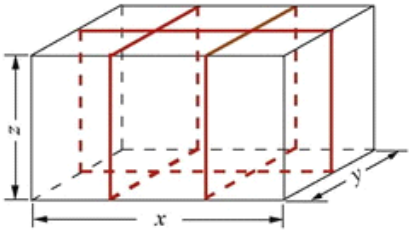
(3) $-(\frac{1}{3}+m^2n+m^3)-(\frac{2}{3}-m^2n-m^3)$

$=-\frac{1}{3}-m^2n-m^3-\frac{2}{3}+m^2n+m^3$

$=-1.$

随堂练习

1. 火车站和飞机场都为旅客提供“打包”服务. 如果长、宽、高分别为 x，y，z 米的箱子按如图所示的方式“打包”，至少需要多少米的“打包”带？(其中红色线为“打包”带)



(第 1 题)

2. 某花店一枝黄色康乃馨的价格是 x 元，一枝红色玫瑰的价格是 y 元，一枝白色百合的价格是 z 元，下面这三束鲜花的价格各是多少？这三束鲜花的总价是多少元？

(1) (2) (3)

(第 2 题)

习 题 1.3

知识技能

1．计算：

(1) $(m^2-3m+2)-(4m-2n-1)$；

(2) $(3x^2+4x-1)-3(x^2+3x)$；

(3) $-5(x^2-3)-2(3x^2+5)$；

(4) $-(x^2y+3xy-4)+3(x^2y-xy+2)$；

(5) $(\frac{11}{3}x^2-29x+10y)-(\frac{5}{3}x^2-13x+24y)$；

(6) $-\frac{1}{4}(2k^3+4k^2-28)+\frac{1}{2}(k^3-2k^2+4k)$.

2．三角形三个内角的和等于180°．如果三角形中第一个角等于第二个角的3倍，而第三个角比第二个角大15°，那么

(1) 第二个角是多少度？

(2) 其他两个角各是多少度？

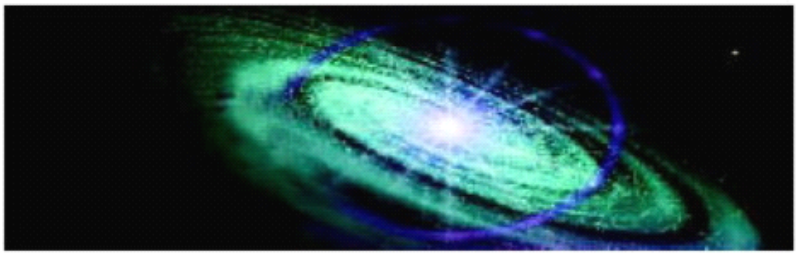
问题解决

1．如图，设生日蛋糕盒的半径为 x cm，高为 y cm，用代数式表示包扎蛋糕盒的彩带的长度，其中打结部分的长度为 a cm．如果 $x=y$，那么彩带的长度又将如何表示？

（第1题）

3 同底数幂的乘法

光在真空中的速度大约是 3×10^5 千米 / 秒. 太阳系以外距离地球最近的恒星是比邻星，它发出的光到达地球大约需要 4.22 年.



一年以 3×10^7 秒计算，比邻星与地球的距离约为多少千米？

$3 \times 10^5 \times 3 \times 10^7 \times 4.22$
$= 37.98 \times (10^5 \times 10^7)$.
$10^5 \times 10^7$ 等于多少呢？

做一做

1．计算下列各式：

(1) $10^2 \times 10^3$；

(2) $10^5 \times 10^8$；

(3) $10^m \times 10^n$ (m，n 都是正整数).

你发现了什么？

2．$2^m \times 2^n$ 等于什么？$(\frac{1}{7})^m \times (\frac{1}{7})^n$ 呢？（m，n 都是正整数）

议一议

$a^m \cdot a^n$等于什么 (m,n都是正整数)？为什么？

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{m\text{个}a}\underbrace{(a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{n\text{个}a}$$

$$= \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{(m+n)\text{个}a}$$

$$= a^{m+n},$$

即

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}\ (m,\ n\text{都是正整数}^*).$$

同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

例 1 计算：

(1) $(-3)^7 \times (-3)^6$；　(2) $(\frac{1}{111})^3 \times (\frac{1}{111})$；

(3) $-x^3 \cdot x^5$；　(4) $b^{2m} \cdot b^{2m+1}$.

解：(1) $(-3)^7 \times (-3)^6 = (-3)^{7+6} = (-3)^{13}$；

(2) $(\frac{1}{111})^3 \times (\frac{1}{111}) = (\frac{1}{111})^{3+1} = (\frac{1}{111})^4$；

(3) $-x^3 \cdot x^5 = -x^{3+5} = -x^8$；

(4) $b^{2m} \cdot b^{2m+1} = b^{2m+2m+1} = b^{4m+1}$.

想一想　$a^m \cdot a^n \cdot a^p$ 等于什么？

* 在本章中，幂的指数都是正整数.

例2 光的速度约为3×10^5千米/秒，太阳光照射到地球上大约需要5×10^2秒．地球距离太阳大约有多远？

解： $3\times10^5\times5\times10^2$
$=15\times10^7$
$=1.5\times10^8$(千米)．
地球距离太阳大约有1.5×10^8千米．

飞行这么远的距离，一架喷气式客机大约要20年呢！

随堂练习

1．计算：

(1) $5^2\times5^7$；　(2) $7\times7^3\times7^2$；
(3) $-x^2\cdot x^3$；　(4) $(-c)^3\cdot(-c)^m$．

习 题 1.4

知识技能

1．计算：

(1) $c\cdot c^{11}$；　(2) $10^4\cdot10^2\cdot10$；　(3) $(-b)^3\cdot(-b)^2$；
(4) $-b^3\cdot b^2$；　(5) $x^{m-1}\cdot x^{m+1}$；　(6) $a\cdot a^3\cdot a^n$．

2．已知$a^m=2$，$a^n=8$，求a^{m+n}．

数学理解

1．下面的计算是否正确？如有错误请改正．

(1) $a^3\cdot a^2=a^6$；　(2) $b^4\cdot b^4=2b^4$；
(3) $x^5+x^5=x^{10}$；　(4) $y^7\cdot y=y^8$．

问题解决

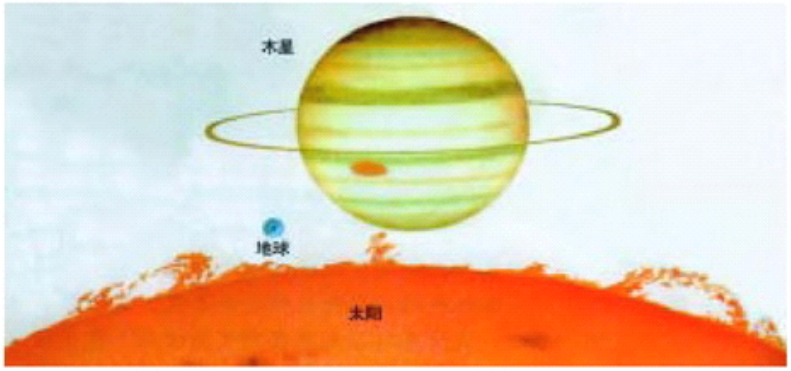
1. 在我国，平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量，相当于燃烧 1.3×10^{8} 千克的煤所产生的能量．我国 960 万千米^{2} 的土地上，一年从太阳得到的能量相当于燃烧多少千克的煤所产生的能量？(结果用科学记数法表示)

2. 某种细菌每分由 1 个分裂成 2 个．
   (1) 经过 5 分，1 个细菌分裂成多少个？
   (2) 这些细菌再继续分裂，t 分后共分裂成多少个？

4 幂的乘方与积的乘方

如果甲球的半径是乙球的 n 倍，那么甲球的体积是乙球的 n^3 倍.

地球、木星、太阳可以近似地看做是球体. 木星、太阳的半径分别约是地球的10倍和10^2倍，它们的体积分别约是地球的多少倍?



体积扩大的倍数比半径扩大的倍数大得多.

做一做

计算下列各式，并说明理由.

(1) $(6^2)^4$；　(2) $(a^2)^3$；　(3) $(a^m)^2$；　(4) $(a^m)^n$.

$$
\begin{aligned}
(a^m)^n &= (\overbrace{a^m \cdot a^m \cdot \cdots \cdot a^m}^{n\text{个}a^m}) \\
&= a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}^{n\text{个}m}} \\
&= a^{mn},
\end{aligned}
$$

即

$$(a^m)^n = a^{mn}\ (m,\ n\text{ 都是正整数}).$$

幂的乘方，底数_____，指数_____.

例 1 计算：

(1) $(10^2)^3$；　(2) $(b^5)^5$；　(3) $(a^n)^3$；

(4) $-(x^2)^m$；　(5) $(y^2)^3 \cdot y$；　(6) $2(a^2)^6 - (a^3)^4$.

解：(1) $(10^2)^3 = 10^{2\times 3} = 10^6$；

(2) $(b^5)^5 = b^{5\times 5} = b^{25}$；

(3) $(a^n)^3 = a^{n\times 3} = a^{3n}$；

(4) $-(x^2)^m = -x^{2\times m} = -x^{2m}$；

(5) $(y^2)^3 \cdot y = y^{2\times 3}\cdot y = y^6 \cdot y = y^7$；

(6) $2(a^2)^6 - (a^3)^4 = 2a^{2\times 6} - a^{3\times 4} = 2a^{12} - a^{12} = a^{12}$.

随堂练习

1. 计算：

(1) $(10^3)^3$；　(2) $-(a^2)^5$；　(3) $(x^3)^4 \cdot x^2$.

习 题 1.5

知识技能

1. 计算：

(1) $[(\frac{1}{3})^3]^2$；　(2) $(a^4)^2$；　(3) $-(b^5)^2$；

(4) $(y^2)^{2n}$；　(5) $(b^n)^3$；　(6) $(x^3)^{3n}$.

2. 计算：

(1) $-p\cdot(-p)^4$；　(2) $(a^2)^3\cdot(a^3)^2$；

(3) $(t^m)^2\cdot t$；　(4) $(x^4)^6 - (x^3)^8$.

数学理解

1. 下面的计算是否正确？如有错误请改正.

(1) $(x^3)^3 = x^6$；　　(2) $a^6 \cdot a^4 = a^{24}$.

议一议

(1) $2^3 \times 5^3$ 等于多少？与同伴交流你的做法.

(2) $2^8 \times 5^8$，$2^{12} \times 5^{12}$ 分别等于多少？

(3) 从上面的计算中，你发现了什么规律？再换一个例子试试.

做一做

(1) $(3 \times 5)^7 = 3^{(\ )} \cdot 5^{(\ )}$；

(2) $(3 \times 5)^m = 3^{(\ )} \cdot 5^{(\ )}$；

(3) $(ab)^n = a^{(\ )} \cdot b^{(\ )}$.

你能说明理由吗？

$$
\begin{aligned}
(ab)^n &= \underbrace{(ab)\cdot(ab)\cdot \cdots \cdot(ab)}_{n\text{个 }ab} \\
&= (\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n\text{个 }a})(\underbrace{b \cdot b \cdot \cdots \cdot b}_{n\text{个 }b}) \\
&= a^n b^n,
\end{aligned}
$$

即

$(ab)^n = a^n b^n$（n 是正整数）.

积的乘方等于 _____.

例 2 计算：

(1) $(3x)^2$；(2) $(-2b)^5$；　(3) $(-2xy)^4$；　(4) $(3a^2)^n$.

解： (1) $(3x)^2 = 3^2x^2 = 9x^2$；

(2) $(-2b)^5 = (-2)^5b^5 = -32b^5$；

(3) $(-2xy)^4 = (-2x)^4y^4 = (-2)^4x^4y^4 = 16x^4y^4$；

(4) $(3a^2)^n = 3^n(a^2)^n = 3^na^{2n}$.

例 3 地球可以近似地看做是球体，如果用 V，r 分别代表球的体积和半径，那么 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. 地球的半径约为 6×10^3 千米，它的体积大约是多少立方千米？

解： $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times (6 \times 10^3)^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 6^3 \times 10^9$

$\approx 9.05 \times 10^{11}$(千米^3).

所以地球的体积大约是 9.05×10^{11} 千米^3.

随堂练习

1. 计算：

(1) $(-3n)^3$；　(2) $(5xy)^3$；　(3) $-a^3 + (-4a)^2a$.

习 题 1.6

知识技能

1．计算：

(1) $(3b)^2$；　　(2) $-(ab)^2$；

(3) $(-4a^2)^3$；　　(4) $(y^2z^3)^3$．

2．计算：

(1) $(xy^4)^m$；　　(2) $-(p^2q)^n$；

(3) $(xy^{3n})^2+(xy^6)^n$；　　(4) $(-3x^3)^2-[(2x)^2]^3$．

数学理解

1．下面的计算是否正确？如有错误请改正．

(1) $(ab^4)^4=ab^8$；　　(2) $(-3pq)^2=-6p^2q^2$．

2．请你用几何图形直观地解释 $(3b)^2=9b^2$．

问题解决

1．你能根据本节的数据计算出太阳的体积大约是多少吗？

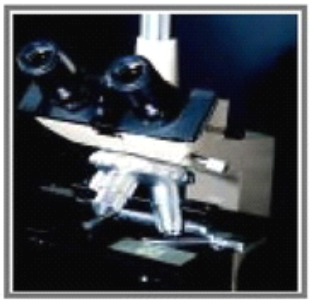
联系拓广

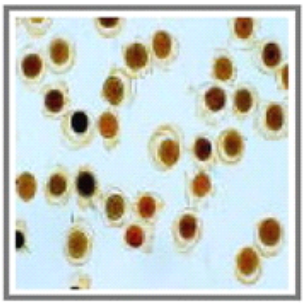
*1．不用计算器，你能很快求出下列各式的结果吗？

$2^2\times3\times5^2$，　$2^4\times3^2\times5^3$．

*2．$(abc)^n$ 等于什么？

5　同底数幂的除法





一种液体每升含有 10^{12} 个有害细菌．为了试验某种杀菌剂的效果，科学家们进行了实验，发现 1 滴杀菌剂可以杀死10^{9}个此种细菌．要将1升液体中的有害细菌全部杀死，需要这种杀菌剂多少滴？你是怎样计算的？

做一做

计算下列各式，并说明理由 $(m > n)$．

(1) $10^{8} \div 10^{5}$；　(2) $10^{m} \div 10^{n}$；　(3) $(-3)^{m} \div (-3)^{n}$．

$a^{m} \div a^{n} =$ _____ $(a \neq 0^{*}$，m，n 都是正整数，且 $m>n)$．
同底数幂相除，底数 _____，指数 _____．

由幂的定义，

$$a^{m} \div a^{n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}^{m\text{个}a}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n\text{个}a}}.$$

* 由于除式不能是 0，所以规定这里的 a 不为 0，记作 $a \neq 0$．

例 1 计算：

(1) $a^7 \div a^4$；　　(2) $(-x)^6 \div (-x)^3$；

(3) $(xy)^4 \div (xy)$；　　(4) $b^{2m+2} \div b^2$.

解：(1) $a^7 \div a^4 = a^{7-4} = a^3$；

(2) $(-x)^6 \div (-x)^3 = (-x)^{6-3} = (-x)^3 = -x^3$；

(3) $(xy)^4 \div (xy) = (xy)^{4-1} = (xy)^3 = x^3y^3$；

(4) $b^{2m+2} \div b^2 = b^{2m+2-2} = b^{2m}$.

想一想

$10\,000 = 10^4$，
$1\,000 = 10^{(\ )}$，
$100 = 10^{(\ )}$，
$10 = 10^{(\ )}$.

$16 = 2^4$，
$8 = 2^{(\ )}$，
$4 = 2^{(\ )}$，
$2 = 2^{(\ )}$.

猜一猜

$1 = 10^{(\ )}$，
$0.1 = 10^{(\ )}$，
$0.01 = 10^{(\ )}$，
$0.001 = 10^{(\ )}$.

$1 = 2^{(\ )}$，
$\frac{1}{2} = 2^{(\ )}$，
$\frac{1}{4} = 2^{(\ )}$，
$\frac{1}{8} = 2^{(\ )}$.

我们规定：

$$a^0 = 1\ (a \neq 0)；$$

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}\ (a \neq 0,\ p\text{是正整数}).$$

例 2 用小数或分数表示下列各数：

(1) 10^{-3}；　(2) $7^0 \times 8^{-2}$；　(3) 1.6×10^{-4}.

解： (1) $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001$；

(2) $7^0 \times 8^{-2} = 1 \times \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64}$；

(3) $1.6 \times 10^{-4} = 1.6 \times \frac{1}{10^4} = 1.6 \times 0.000\,1 = 0.000\,16$.

习 题 1.7

知识技能

1. 计算：

(1) $2^{13} \div 2^7$；　(2) $(-\frac{3}{5})^6 \div (-\frac{3}{5})^2$；

(3) $a^{11} \div a^5$；　(4) $(-x)^7 \div (-x)$；

(5) $(-ab)^5 \div (-ab)^2$；　(6) $6^{2m+1} \div 6^m$；

(7) $5^{n+1} \div 5^{3n+1}$；　(8) $9^n \div 9^{n+2}$.

2. 用小数或分数表示下列各数：

(1) $(\frac{1}{5})^0$；　(2) 3^{-3}；　(3) 1.3×10^{-5}；　(4) 5^{-2}.

3. 空气的密度是 1.239×10^{-3} 克／厘米^3，用小数把它表示出来.

数学理解

1. 下面的计算是否正确？如有错误请改正.

(1) $a^6 \div a = a^6$；　(2) $b^6 \div b^3 = b^2$；

(3) $a^{10} \div a^9 = a$；　(4) $(-bc)^4 \div (-bc)^2 = -b^2c^2$.

联系拓广

1. “黑洞”是恒星演化的最后阶段．根据有关理论，当一颗恒星衰老时，其中心的燃料（氢）已经被耗尽，在外壳的重压之下，核心开始坍（tān）缩，直到最后形成体积小、密度大的星体．如果这一星体的质量超过太阳质量的三倍，那么就会引发另一次大坍缩．当这种收缩使得它的半径达到施瓦氏（Schwarzschild）半径后，其引力就会变得相当强大，以至于光也不能逃脱出来，从而成为一个看不见的星体——黑洞．施瓦氏半径（单位：米）的计算公式是

$$R=\frac{2GM}{c^2},$$

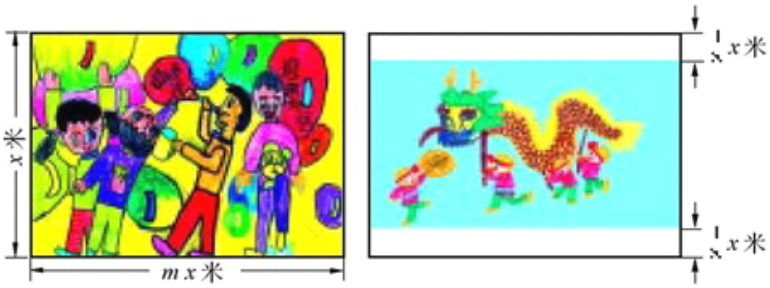
其中 $G=6.67\times10^{-11}$ 牛·米^2/千克^2，为万有引力常数；M 表示星球的质量(单位：千克)；$c=3\times10^8$ 米/秒，为光在真空中的速度．

已知太阳的质量为 2×10^{30} 千克，半径为 700 000 千米，计算太阳的施瓦氏半径．

6　整式的乘法

为支持北京申办2008年奥运会，一位画家设计了一幅长 6 000 米、名为“奥运龙”的宣传画.

受他的启发，京京用两张同样大小的纸，精心制作了两幅画. 如下图所示，第一幅画的画面大小与纸的大小相同，第二幅画的画面在纸的上、下方各留有 $\frac{1}{8}x$ 米的空白.



(1) 第一幅画的画面面积是 _____ 米^2；

(2) 第二幅画的画面面积是 _____ 米^2.

想一想

(1) 对于上面的问题小明得到如下的结果：

第一幅画的画面面积是 $x\cdot(mx)$ 米^2；

第二幅画的画面面积是 $(mx)\cdot(\frac{3}{4}x)$ 米^2.

他的结果对吗？可以表达得更简单些吗？说说你的理由.

(2) 类似地，$3a^2b \cdot 2ab^3$ 和$(xyz)\cdot y^2z$ 可以表达得更简单些吗？为什么？

(3) 如何进行单项式与单项式相乘的运算？

单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式.

例1 计算：

(1) $(2xy^2)\cdot(\frac{1}{3}xy)$；　　(2) $(-2a^2b^3)\cdot(-3a)$；

(3) $(4\times10^5)\cdot(5\times10^4)$.

解： (1) $(2xy^2)\cdot(\frac{1}{3}xy)=(2\times\frac{1}{3})\cdot(xx)\cdot(y^2y)=\frac{2}{3}x^2y^3$；

(2) $(-2a^2b^3)\cdot(-3a)=[(-2)\cdot(-3)](a^2a)\cdot b^3=6a^3b^3$；

(3) $(4\times10^5)\cdot(5\times10^4)$

$=(4\times5)\cdot(10^5\times10^4)$

$=20\times10^9$

$=2\times10^{10}$.

随堂练习

1. 计算：

(1) $(5x^3)\cdot(2x^2y)$；　　(2) $(-3ab)\cdot(-4b^2)$；

(3) $(2x^2y)^3\cdot(-4xy^2)$.

2. 一种电子计算机每秒可做 4×10^9 次运算，它工作 5×10^2 秒可做多少次运算？

习题1.8

知识技能

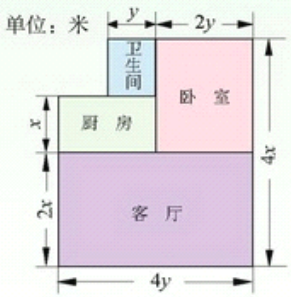
1. 计算：

(1) $(4xy)\cdot(-2xy^3)$；　　(2) $(\frac{7}{5}x^2y^3)\cdot(\frac{5}{7}xyz)$；

(3) $(-xy^2z^3)^2\cdot(-x^2y)^3$；　　(4) $(2\times10^3)\cdot(8\times10^8)$.

问题解决

1. (1) 一家住房的结构如图所示，这家房子的主人打算把卧室以外的部分都铺上地砖，至少需要多少平方米的地砖？如果某种地砖的价格是a元/米^2，那么购买所需地砖至少需要多少元？

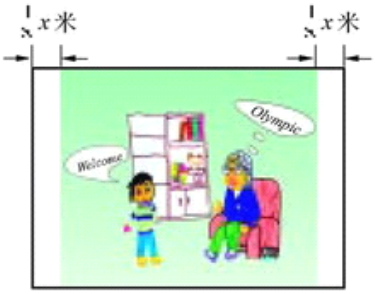


(第1题)

(2) 已知房屋的高度为h米，现需要在客厅和卧室的墙壁上贴壁纸，那么至少需要多少平方米的壁纸？如果某种壁纸的价格是b元／米^2，那么购买所需壁纸至少需要多少元？(计算时不扣除门、窗所占的面积)

议一议

(1) 宁宁也作了一幅画，所用纸的大小与京京的相同，她在纸的左右两边各留了 $\frac{1}{8}x$ 米的空白，这幅画的画面面积是多少？



一方面，可以先表示出画面的长与宽，由此得到画面的面积为_____；

另一方面，也可以用纸的面积减去空白处的面积，由此得到画面的面积为_____.

这两个结果相等.

(2) 如何进行单项式与多项式相乘的运算？

单项式与多项式相乘，就是根据分配律用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

例 2 计算:

(1) $2ab(5ab^2+3a^2b)$；　　(2) $(\frac{2}{3}ab^2-2ab)\cdot\frac{1}{2}ab$.

解：(1) $2ab(5ab^2+3a^2b)$

$=2ab\cdot(5ab^2)+2ab\cdot(3a^2b)$

$=10a^2b^3+6a^3b^2$；

(2) $(\frac{2}{3}ab^2-2ab)\cdot\frac{1}{2}ab$

$=(\frac{2}{3}ab^2)\cdot\frac{1}{2}ab+(-2ab)\cdot\frac{1}{2}ab$

$=\frac{1}{3}a^2b^3-a^2b^2$.

习 题 1.9

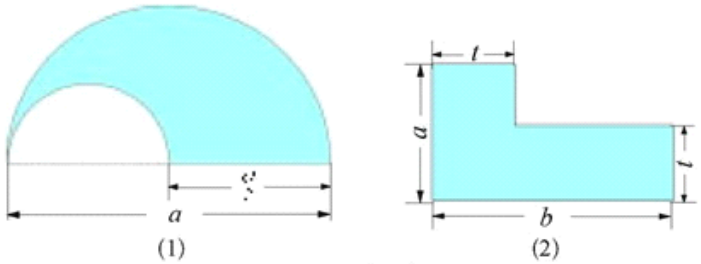
知识技能

1. 计算：

(1) $5x(2x^2-3x+4)$；　　(2) $-6x(x-3y)$；

(3) $-2a^2(\frac{1}{2}ab+b^2)$；　　(4) $(\frac{2}{3}x^2y-6xy)\cdot\frac{1}{2}xy^2$.

2. 分别计算下面图中阴影部分的面积.



(1)　　(2)

(第 2 题)

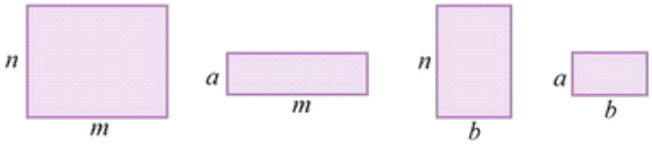
问题解决

1．下图是用棋子摆成的，按照这种摆法，第 n 个图形中共有多少枚棋子？

（第 1 题）

做一做

利用如下的长方形卡片拼成更大的长方形(每种卡片有若干张).



下面分别是小明、小颖拼出的图形：

(1) 用不同的形式表示小明所拼长方形的面积，并进行比较.

(2) 用不同的形式表示小颖所拼长方形的面积，并进行比较.

小颖拼的图形可以看成是长为$(m+b)$、宽为$(n+a)$的长方形，其面积是$(m+b)(n+a)$；它也可以看成是小明拼的图形与另一个长方形的组合，其面积是$m(n+a)+b(n+a)$；它还可以看成是四个小长方形的组合，其面积是$mn+ma+bn+ba$．于是我们得到：

$$(m+b)(n+a)=m(n+a)+b(n+a)=mn+ma+bn+ba.$$

根据乘法分配律，我们也能得到下面的等式：

$$\begin{aligned}(m+b)(n+a)&=m(n+a)+b(n+a)\\&=mn+ma+bn+ba.\end{aligned}$$

实际上，多项式与多项式相乘，可以先把其中的一个多项式看成一个整体，再运用单项式与多项式相乘的方法进行运算．

多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加．

例 3　计算：

(1) $(1-x)(0.6-x)$；　　(2) $(2x+y)(x-y)$.

解：(1) $(1-x)(0.6-x)$

$=1\times0.6-1\times x-x\times0.6+x\times x$

$=0.6-1.6x+x^2$；

(2) $(2x+y)(x-y)$

$=2x\cdot x-2x\cdot y+y\cdot x-y\cdot y$

$=2x^2-2xy+xy-y^2$

$=2x^2-xy-y^2$.

随堂练习

1. 计算：

(1) $(m+2n)(m-2n)$；　　(2) $(2n+5)(n-3)$；

(3) $(x+2y)^2$；　　(4) $(ax+b)(cx+d)$.

习 题1.10

知识技能

1. 计算：

(1) $(x+y)(a+2b)$；　　(2) $(2a+3)(\frac{3}{4}b+5)$；

(3) $(2x+3)(-x-1)$；　　(4) $(-2m-1)(3m-2)$；

(5) $(x-y)^2$；　　(6) $(-2x+3)^2$.

问题解决

1. (1) 观察：$4\times6=24$，

$14\times16=224$，

$24\times26=624$，

$34\times36=1\ 224$，

…

你发现其中的规律了吗？你能用代数式表示这一规律吗？

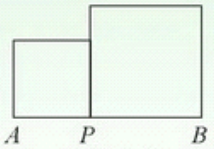
(2) 利用 (1) 中的规律计算 124×126.

(3) 你还能找到类似的规律吗？

联系拓广

1. 如图，$AB=a$，P 是线段 AB 上一点，分别以 AP，BP 为边作正

方形.



(第 1 题)

(1) 设 $AP = x$，求两个正方形的面积之和 S;

(2) 当 AP 分别为 $\frac{1}{3}a$ 和 $\frac{1}{2}a$ 时，比较 S 的大小.

*2. 计算：$(a + b + c)(c + d + e)$.

7 平方差公式

做一做

计算下列各题：

(1) $(x+2)(x-2)$；

(2) $(1+3a)(1-3a)$；

(3) $(x+5y)(x-5y)$；

(4) $(y+3z)(y-3z)$.

用自己的语言叙述你的发现.

观察以上算式及其运算结果，你发现了什么规律？再举两例验证你的发现.

平方差公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

两数和与这两数差的积，等于它们的平方差.

例 1 利用平方差公式计算：

(1) $(5+6x)(5-6x)$；

(2) $(x-2y)(x+2y)$；

(3) $(-m+n)(-m-n)$.

解：(1) $(5+6x)(5-6x)=5^2-(6x)^2=25-36x^2$；

(2) $(x-2y)(x+2y)$

$=x^2-(2y)^2=x^2-4y^2$；

(3) $(-m+n)(-m-n)$

$=(-m)^2-n^2=m^2-n^2$.

例 2 利用平方差公式计算：

(1) $(-\frac{1}{4}x-y)(-\frac{1}{4}x+y)$；

(2) $(ab+8)(ab-8)$；

(3) $(m+n)(m-n)+3n^2$.

解：(1) $(-\frac{1}{4}x-y)(-\frac{1}{4}x+y)$

$=(-\frac{1}{4}x)^2-y^2=\frac{1}{16}x^2-y^2$；

(2) $(ab+8)(ab-8)$

$=(ab)^2-64=a^2b^2-64$；

(3) $(m+n)(m-n)+3n^2$

$=m^2-n^2+3n^2=m^2+2n^2$.

随堂练习

1. 计算：

(1) $(a+2)(a-2)$；　　(2) $(3a+2b)(3a-2b)$；

(3) $(-x+1)(-x-1)$；　　(4) $(-4k+3)(-4k-3)$.

习 题 1.11

知识技能

1. 计算：

(1) $(3x+7y)(3x-7y)$；　　(2) $(0.2x-0.3)(0.2x+0.3)$；

(3) $(mn-3n)(mn+3n)$；　　(4) $(-2x+3y)(-2x-3y)$；

(5) $(-\frac{1}{4}x-2y)(-\frac{1}{4}x+2y)$；　　(6) $x^2+(y-x)(y+x)$.

联系拓广

1．计算：

(1) $(a^n+b)(a^n-b)$；　　(2) $(a+1)(a-1)(a^2+1)$.

如图1−4，边长为a的大正方形中有一个边长为b的小正方形.

(1) 请表示图1−4中阴影部分的面积.

(2) 小颖将阴影部分拼成了一个长方形(如图1−5)，这个长方形的长和宽分别是多少？你能表示出它的面积吗？

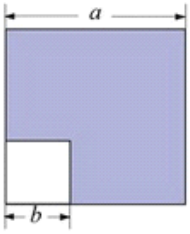


图1−4

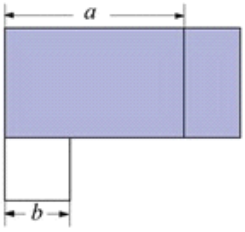


图1−5

(3) 比较(1)(2)的结果，你能验证平方差公式吗？

想一想

(1) 计算下列各组算式，并观察它们的共同特点.

$$\begin{cases} 7\times 9= \\ 8\times 8= \end{cases} \quad \begin{cases} 11\times 13= \\ 12\times 12= \end{cases} \quad \begin{cases} 79\times 81= \\ 80\times 80= \end{cases}$$

(2) 从以上的过程中，你发现了什么规律？

(3) 请用字母表示这一规律，你能说明它的正确性吗？

例 3 用平方差公式进行计算：

(1) 103×97；　　(2) 118×122.

解：(1) 103×97

$= (100 + 3)(100 - 3)$

$= 100^2 - 3^2$

$= 9\,991$；

(2) 118×122

$= (120 - 2)(120 + 2)$

$= 120^2 - 2^2$

$= 14\ 396$.

例 4 计算：

(1) $a^2(a + b)(a - b) + a^2b^2$；

(2) $(2x - 5)(2x + 5) - 2x(2x - 3)$.

解：(1) $a^2(a + b)(a - b) + a^2b^2$

$= a^2(a^2 - b^2) + a^2b^2$

$= a^4 - a^2b^2 + a^2b^2$

$= a^4$；

(2) $(2x - 5)(2x + 5) - 2x(2x - 3)$

$= (2x)^2 - 25 - (4x^2 - 6x)$

$= 4x^2 - 25 - 4x^2 + 6x$

$= 6x - 25$.

随堂练习

1. 计算：

(1) 704×696；

(2) $(x + 2y)(x - 2y) + (x + 1)(x - 1)$；

(3) $x(x - 1) - (x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{3})$.

习 题1.12

知识技能

1．计算:

(1) $(2m+3)(2m-3)$；

(2) $x(x+1)+(2-x)(2+x)$；

(3) $(3x-y)(3x+y)+y(x+y)$；

(4) $(a+\frac{1}{2}b)(a-\frac{1}{2}b)-(3a-2b)(3a+2b)$.

问题解决

1．用平方差公式进行计算:

(1) $1\,007\times993$；　(2) 108×112.

8 完全平方公式

一块边长为 a 米的正方形实验田，因需要将其边长增加 b 米，形成四块实验田，以种植不同的新品种(如图 1−6).

用不同的形式表示实验田的总面积，并进行比较．你发现了什么？

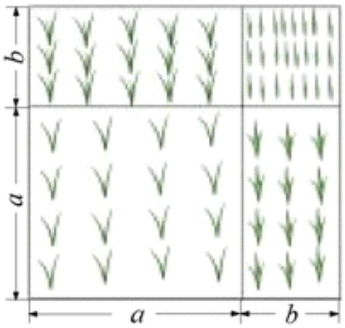


图 1−6

想一想

(1) $(a+b)^2$ 等于什么？你能用多项式乘法法则说明理由吗？

(2) $(a-b)^2$ 等于什么？小颖写出了如下的算式：

$$(a-b)^2=[a+(-b)]^2.$$

她是怎么想的？你能继续做下去吗？

完全平方公式

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.$$

用自己的语言叙述上面的公式．

例1 利用完全平方公式计算:

(1) $(2x-3)^2$; (2) $(4x+5y)^2$; (3) $(mn-a)^2$.

解:(1)$(2x-3)^2=(2x)^2-2\cdot(2x)\cdot 3+3^2$

$=4x^2-12x+9$;

(2) $(4x+5y)^2=(4x)^2+2\cdot(4x)\cdot(5y)+(5y)^2$

$=16x^2+40xy+25y^2$;

(3) $(mn-a)^2=(mn)^2-2\cdot(mn)\cdot a+a^2$

$=m^2n^2-2amn+a^2$.

随堂练习

1.计算:

(1) $(\frac{1}{2}x-2y)^2$; (2) $(2xy+\frac{1}{5}x)^2$; (3) $(n+1)^2-n^2$.

读一读

杨辉三角

我们已经知道$(a+b)^2$展开后等于$a^2+2ab+b^2$,请你利用多项式乘法法则将$(a+b)^3$展开.进一步,你能展开$(a+b)^4$,$(a+b)^5$吗?你一定发现解决上述问题需要大量的计算,是否有简单的方法呢?我们不妨找找规律!

如果将$(a+b)^n$(n为非负整数)的每一项按字母a的次数由大到小排列,就可以得到下面的等式:

$(a+b)^0=1$,它只有一项,系数为1;

$(a+b)^1=a+b$,它有两项,系数分别是1,1;

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$,它有三项,系数分别是1,2,1;

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$,它有四项,系数分别是1,3,3,1.

如果将上述每个式子的各项系数排成右表，那么你能发现什么规律？

1
1　1
1　2　1
1　3　3　1

观察右表，我们发现每一行的首末都是1，并且下一行的数比上一行多1个，中间各数都写在上一行两数的中间，且等于它们的和．按照这个规律可以继续将这个表写下去：

1
1　1
1　2　1
1　3　3　1
1　4　6　4　1
1　5　10　10　5　1
1　6　15　20　15　6　1
…

你能根据这个表得到$(a+b)^4$，$(a+b)^5$的结果吗？利用多项式乘法法则验证你的结果是否正确．

上表在我国宋朝数学家杨辉1261年的著作《详解九章算法》中提到过，而他是摘录自北宋时期数学家贾宪著的《开方作法本源》中的“开方作法本源图”(见右图)，因而人们把这个表叫做杨辉三角或贾宪三角．在欧洲这个表叫做帕斯卡三角形．帕斯卡(B. Pascal，1623—1662)是1654年发现这一规律的，比杨辉要迟393年，比贾宪迟600年．

习 题1.13

知识技能

1．计算：

(1) $(2x+5y)^2$；　(2) $(\frac{1}{3}m-\frac{1}{2})^2$；　(3) $(-2t-1)^2$；

(4) $(\frac{1}{5}x+\frac{1}{10}y)^2$；　(5) $(7ab+2)^2$；　(6) $(-cd+\frac{1}{2})^2$.

2．一个圆的半径长为 r 厘米,减少 2 厘米后，这个圆的面积减少了多少？

联系拓广

1．观察下列各式：

$$15^2=225;$$
$$25^2=625;$$
$$35^2=1\,225;$$
$$\cdots$$

个位数字是 5 的两位数平方后，末尾的两个数有什么规律？为什么？

*2．计算：$(a+b+c)^2$.

一位老人非常喜欢孩子．每当有孩子到他家做客时，老人都要拿出糖果招待他们．来一个孩子，老人就给这个孩子一块糖，来两个孩子，老人就给每个孩子两块糖，……

(1) 第一天有 a 个男孩去了老人家，老人一共给了这些孩子多少块糖？

(2) 第二天有 b 个女孩去了老人家，老人一共给了这些孩子多少块糖？

(3) 第三天这$(a+b)$个孩子一起去看老人，老人一共给了这些孩子多少块糖？

(4) 这些孩子第三天得到的糖果数与前两天他们得到的糖果总数哪个多？多多少？为什么？

例 2 利用完全平方公式计算：

(1) 102^2；　　(2) 197^2.

解：(1) $102^2 = (100 + 2)^2$

$= 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$

$= 10\,000 + 400 + 4$

$= 10\,404$；

(2) $197^2 = (200 - 3)^2$

$= 200^2 - 2 \times 200 \times 3 + 3^2$

$= 40\,000 - 1\,200 + 9$

$= 38\,809$.

例 3 计算：

(1) $(x + 3)^2 - x^2$；　(2) $(a + b + 3)(a + b - 3)$；

(3) $(x + 5)^2 - (x - 2)(x - 3)$.

解: (1) $(x + 3)^2 - x^2$

$= x^2 + 6x + 9 - x^2$

$= 6x + 9$；

(2) $(a + b + 3)(a + b - 3)$

$= [(a + b) + 3][(a + b) - 3]$

$= (a + b)^2 - 3^2$

$= a^2 + 2ab + b^2 - 9$；

(3) $(x + 5)^2 - (x - 2)(x - 3)$

$= x^2 + 10x + 25 - (x^2 - 5x + 6)$

$= x^2 + 10x + 25 - x^2 + 5x - 6$

$= 15x + 19$.

随堂练习

1．利用整式乘法公式计算：

(1) 96^2；　　(2) $(a-b-3)(a-b+3)$．

习 题1.14

知识技能

1．计算：

(1) $(2x+y+1)(2x+y-1)$；

(2) $(x-2)(x+2)-(x+1)(x-3)$；

(3) $(ab+1)^2-(ab-1)^2$；

(4) $(2x-y)^2-4(x-y)(x+2y)$．

问题解决

1．一个底面是正方形的长方体，高为6厘米，底面正方形边长为5厘米．如果它的高不变，底面正方形边长增加了a厘米，那么它的体积增加了多少？

2．利用完全平方公式计算：

(1) 63^2；　　(2) 998^2．

联系拓广

1．计算：$(a+b)^3$．

9　整式的除法

计算下列各题，并说说你的理由.

(1) $(x^5y)\div x^2$；

(2) $(8m^2n^2)\div(2m^2n)$；

(3) $(a^4b^2c)\div(3a^2b)$.

可以用类似于分数约分的方法来计算.

议一议　如何进行单项式除以单项式的运算?

单项式相除，把系数、同底数幂分别相除后，作为商的因式；对于只在被除式里含有的字母，则连同它的指数一起作为商的一个因式.

例 1　计算:

(1) $(-\frac{3}{5}x^2y^3)\div(3x^2y)$；

(2) $(10a^4b^3c^2)\div(5a^3bc)$；

(3) $(2x^2y)^3\cdot(-7xy^2)\div(14x^4y^3)$；

(4) $(2a+b)^4\div(2a+b)^2$.

解: (1) $(-\frac{3}{5}x^2y^3)\div(3x^2y)$

$=(-\frac{3}{5}\div 3)\cdot x^{2-2}y^{3-1}$

$=-\frac{1}{5}y^2$；

(2) $(10a^4b^3c^2)\div(5a^3bc)$

$=(10\div5)a^{4-3}b^{3-1}c^{2-1}$

$=2ab^2c$；

(3) $(2x^2y)^3\cdot(-7xy^2)\div(14x^4y^3)$

$=8x^6y^3\cdot(-7xy^2)\div(14x^4y^3)$

$=-56x^7y^5\div(14x^4y^3)$

$=-4x^3y^2$；

(4) $(2a+b)^4\div(2a+b)^2$

$=(2a+b)^{4-2}$

$=(2a+b)^2$

$=4a^2+4ab+b^2$.

例2 月球距离地球大约3.84×10^5千米，一架飞机的速度约为8×10^2千米/时. 如果乘坐此飞机飞行这么远的距离，大约需要多少时间?

解： $(3.84\times10^5)\div(8\times10^2)$

$=0.48\times10^3=480$(时)$=20$(天).

如果乘坐此飞机飞行这么远的距离，大约需要20天.

随堂练习

1. 计算:

(1) $(2a^6b^3)\div(a^3b^2)$；　　(2) $(\frac{1}{45}x^3y^2)\div(\frac{1}{15}x^2y)$；

(3) $(3m^2n^3)\div(mn)^2$；　　(4) $(2x^2y)^3\div(6x^3y^2)$.

习 题1.15

知识技能

1．计算:

(1) $(-2r^2s)^2 \div (4rs^2)$；　　(2) $(5x^2y^3)^2 \div (25x^4y^5)$；

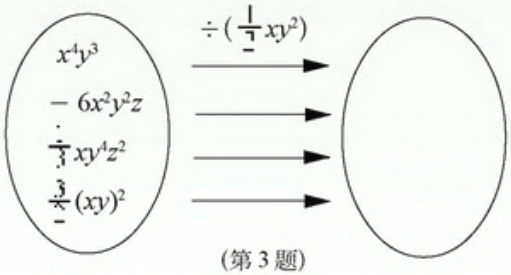
(3) $(x+y)^3 \div (x+y)$；　　(4) $(7a^5b^3c^5) \div (14a^2b^3c)$.

2．计算：

(1) $(8a^4b^3c) \div (2a^2b^3) \cdot (-\frac{7}{3}a^3bc^2)$；

(2) $(3x^2y)^2 \cdot (-15xy^3) \div (-9x^4y^2)$.

3. 把下图左圈里的每一个整式分别除以 $\frac{1}{2}xy^2$，并将商写在右圈的相应位置上.



(第 3 题)

问题解决

1．我们都知道“先看见闪电，后听见雷声”，那是因为在空气中光的传播速度比声音快．科学家们发现，光在空气中的传播速度约为 3×10^8 米/秒，而声音在空气中的传播速度大约只有 300 米/秒．你能进一步算出光的传播速度是声音的多少倍吗?

做一做

计算下列各题，说说你的理由.

(1) $(ad+bd)\div d=$ _____;

(2) $(a^2b+3ab)\div a=$ _____;

(3) $(xy^3-2xy)\div(xy)=$ _____.

议一议 如何进行多项式除以单项式的运算?

多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项分别除以单项式，再把所得的商相加.

例 3 计算:

(1) $(6ab+8b)\div(2b)$;　　(2) $(27a^3-15a^2+6a)\div(3a)$;

(3) $(9x^2y-6xy^2)\div(3xy)$;

(4) $(3x^2y-xy^2+\frac{1}{2}xy)\div(-\frac{1}{2}xy)$.

解:(1) $(6ab+8b)\div(2b)$

$=(6ab)\div(2b)+(8b)\div(2b)=3a+4$;

(2) $(27a^3-15a^2+6a)\div(3a)$

$=(27a^3)\div(3a)-(15a^2)\div(3a)+(6a)\div(3a)$

$=9a^2-5a+2$;

(3) $(9x^2y-6xy^2)\div(3xy)$

$=(9x^2y)\div(3xy)-(6xy^2)\div(3xy)=3x-2y$;

(4) $(3x^2y-xy^2+\frac{1}{2}xy)\div(-\frac{1}{2}xy)$

$=-(3x^2y)\div(\frac{1}{2}xy)+(xy^2)\div(\frac{1}{2}xy)-(\frac{1}{2}xy)\div(\frac{1}{2}xy)$

$=-6x+2y-1$.

随堂练习

1．计算：

(1) $(3xy+y)\div y$；　　(2) $(ma+mb+mc)\div m$；

(3) $(6c^2d-c^3d^3)\div(-2c^2d)$；　　(4) $(4x^2y+3xy^2)\div(7xy)$.

习 题1.16

知识技能

1．计算:

(1) $(5m^3n^2-6m^2)\div(3m)$；

(2) $(6a^2b-5a^2c^2)\div(-3a^2)$；

(3) $(16x^4+4x^2+x)\div x$；

(4) $(3a^2b-2ab+2ab^2)\div(ab)$；

(5) $(-4a^3+6a^2b^3+3a^3b^3)\div(-4a^2)$；

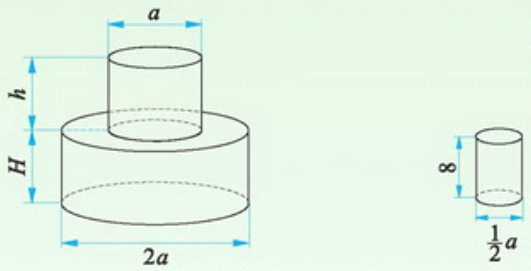
(6) $(\frac{2}{3}mn^3-m^2n^2+\frac{1}{6}n^4)\div(\frac{1}{3}n^2)$；

(7) $(\frac{1}{11}xy^2+\frac{1}{4}y^2-\frac{1}{2}y)\div(\frac{1}{5}y)$；

(8) $[(x+1)(x+2)-2]\div x$.

问题解决

1．图（1）的瓶子中盛满了水，如果将这个瓶子中的水全部倒入图（2）的杯子中，那么一共需要多少个这样的杯子？（单位：cm）

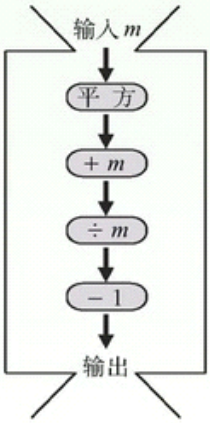


（1）瓶子　　（2）杯子

（第1题）

联系拓广

1．任意给一个非零数，按下列程序计算下去，写出输出结果．



回顾与思考

1. 举例说明什么是整式.
2. 说一说如何进行整式的加减运算.
3. 说一说如何进行幂的运算. 每一步的依据是什么?
4. 用数 2, 3, 4 组成一个算式, 使得运算结果最大.
5. 说一说如何做整式的乘法.有关整式乘法的公式有哪些?
6. 举例说明如何进行单项式除以单项式、多项式除以单项式的运算.

复习题

知识技能

1. 下列整式哪些是单项式,哪些是多项式? 它们的次数分别是多少?

(1) $7y^2$;　(2) $4xy^3$;　(3) $35abc$;

(4) $3x+5y$;　(5) $1+s^2+st$;　(6) $\frac{4}{5}a^3x-a^2x^3+\frac{5}{3}x$.

2. 下列多项式中分别有几项? 每项的系数和次数分别是多少?

(1) $-abx^2+\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}ab$;　(2) $xy-pqx^2+\frac{5}{6}p^3+9$.

3. 计算:

(1) $(2x^2y+3xy^2)-(6x^2y-3xy^2)$;

(2) $(5mn-2m+3n)+(-7m-7mn)$;

(3) $(6a^2-8a+11b^3)-(11a^2+2b^3)$;

(4) $(2ab+3b^2-5)-(3ab+3b^2-8)$;

(5) $(4x^2y+5xy-7x)-(5x^2y+4xy+x)$；

(6) $-(10x^3+2xy^2+y^3)+(10x^3+3xy^2-8y^3)$；

(7) $(4mn^2+3m^2n-4m)-2(mn^2+\frac{3}{2}m^2n+1)$；

(8) $3(a^3-a^2b+\frac{1}{2}ab^2)-\frac{1}{2}(6a^3+4a^2b+3ab^2)$.

4. 计算：

(1) $(-\frac{3}{5})^2\cdot(-\frac{3}{5})^3$；　(2) $(a-b)^3\cdot(a-b)^4$；

(3) $(-a^5)^5$；　(4) $(-\frac{1}{2}x)^7\div(-\frac{1}{2}x)$；

(5) $(a+b)^3\div(a+b)$；　(6) $(-a^2\cdot b)^3$；

(7) $(-a)^2(a^2)^2$；　(8) $(y^2)^3\div y^6$；

(9) $(-y)^2\cdot y^{n-1}$；　(10) $a^{n+1}\cdot a^{n-1}$；

(11) $a^{m+2}\div a^{m+1}$；　(12) $(-c^2)^{2n}$.

5. 计算：

(1) $10^5\div10^{-1}\times10^0$；　(2) 16×2^{-4}；　(3) $(\frac{1}{3})^0\div(-\frac{1}{3})^{-2}$.

6. 一个正方体的棱长为 2×10^2 毫米.

(1) 它的表面积是多少平方米?

(2) 它的体积是多少立方米?

7. 计算:

(1) $(x+a)(x+b)$；　(2) $(3x+7y)(3x-7y)$；

(3) $(3x+9)(6x+8)$；　(4) $(\frac{1}{2}x^2y-2xy+y^2)\cdot3xy$；

(5) $(\frac{1}{3}a^2b^3)\cdot(-15a^2b^2)$；　(6) $(4a^3b-6a^2b^2+12ab^3)\div(2ab)$；

(7) $(a^2bc)^2\div(ab^2c)$；　(8) $(3mn+1)(3mn-1)-8m^2n^2$；

(9) $[(3a+b)^2-b^2]\div a$；　(10) $(x+2)^2-(x+1)(x-1)$.

8. 已知 $A=a^4-2a^2+1$，$B=-3a^4-4a^2+2$，计算 $3A-B$.

9. 计算：

(1) $10^7\div(10^3\div10^2)$；　(2) $(x-y)^3\cdot(x-y)^2\cdot(y-x)$；

(3) $4 \times 2^n \times 2^{n-1}$；　　(4) $(-x)^3 \cdot x^{2n-1} + x^{2n} \cdot (-x)^2$；

(5) $(y^2 \cdot y^3) \div (y \cdot y^4)$；　　(6) $x^2 \cdot x^3 + x^7 \div x^2$；

(7) $m^5 \div m^2 \times m$；　　(8) $a^4 + (a^2)^4 - (a^2)^2$.

10. 计算：

(1) $(2x^2)^3 - 6x^3(x^3 + 2x^2 + x)$；(2) $(x + y + z)(x + y - z)$；

(3) $[(x + y)^2 - (x - y)^2] \div (2xy)$；(4) $a^2(a + 1)^2 - 2(a^2 - 2a + 4)$.

11. 求下列各式的值：

(1) $\frac{1}{5}x + (-\frac{3}{5}x + \frac{1}{3}y^2) - (2x - \frac{2}{3}y^2)$，其中 $x = -\frac{1}{3}$，$y = \frac{2}{3}$；

(2) $[(xy + 2)(xy - 2) - 2x^2y^2 + 4] \div (xy)$，其中 $x = 10$，$y = -\frac{1}{25}$；

(3) $x(x + 2y) - (x + 1)^2 + 2x$，其中 $x = \frac{1}{25}$，$y = -25$.

12. 已知 $A = a^2 - 2ab + b^2$，$B = a^2 + 2ab + b^2$.

(1) 求 $A + B$；

(2) 求 $\frac{1}{4}(B - A)$；

(3) 如果 $2A - 3B + C = 0$，那么 C 的表达式是什么？

数学理解

1. 有一道题目是一个多项式减去 $x^2 + 14x - 6$，小强误当成了加法计算，结果得到 $2x^2 - x + 3$，正确的结果应该是多少？

问题解决

1. 一种电子计算机每秒可做 10^8 次运算，它工作 1 时可做多少次运算？

2. 利用整式乘法公式计算下列各题：

(1) $2\,001^2$；　　(2) $2\,001 \times 1\,999$；　　(3) $99^2 - 1$.

3．在一次水灾中，大约有 2.5×10^5 个人无家可归．假如一顶帐篷占地 100 米^2，可以放置 40 个床位，为了安置所有无家可归的人，需要多少顶帐篷？这些帐篷大约要占多大地方？估计你学校的操场中可以安置多少人？要安置这些人，大约需要多少个这样的操场？

4．运用整式乘法公式进行计算：

(1) $899\times901+1$；　(2) $123^2-124\times122$．

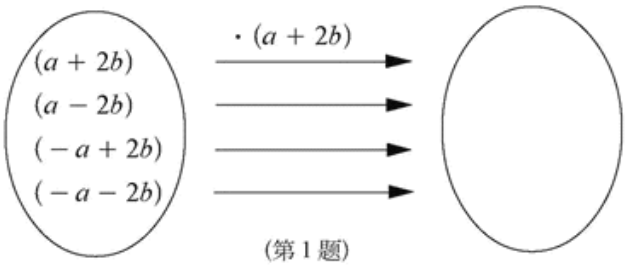
5．一个两位数，若交换其个位数与十位数的位置，则所得新两位数比原两位数大 9．这样的两位数共有多少个？它们有什么特点？

*6．(1) 如果你刷牙时一直开着水龙头，估计会白白流走多少水？说说你如何获得这个数据．

(2) 假如每个人一天刷牙两次，并且每次刷牙时都不关水龙头，利用你的数据估计一年里你们班所有同学刷牙时流失水的数量．全中国人一年呢？

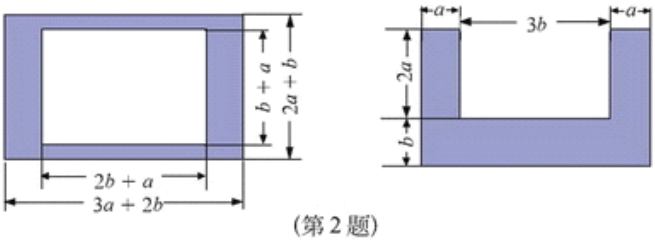
联系拓广

1．把下图左框里的整式分别乘 $(a+2b)$，所得的积写在右框相应的位置上．



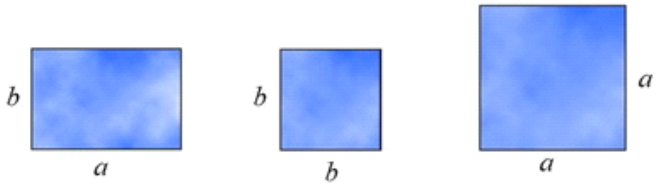
(第 1 题)

2．分别计算下图中阴影部分的面积.



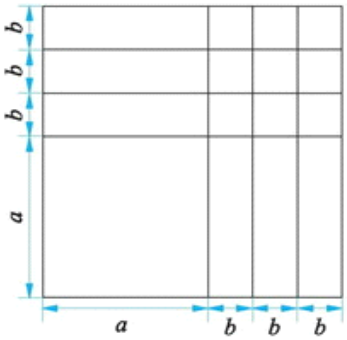
（第 2 题）

3．请分别准备几张如图所示的长方形卡片.



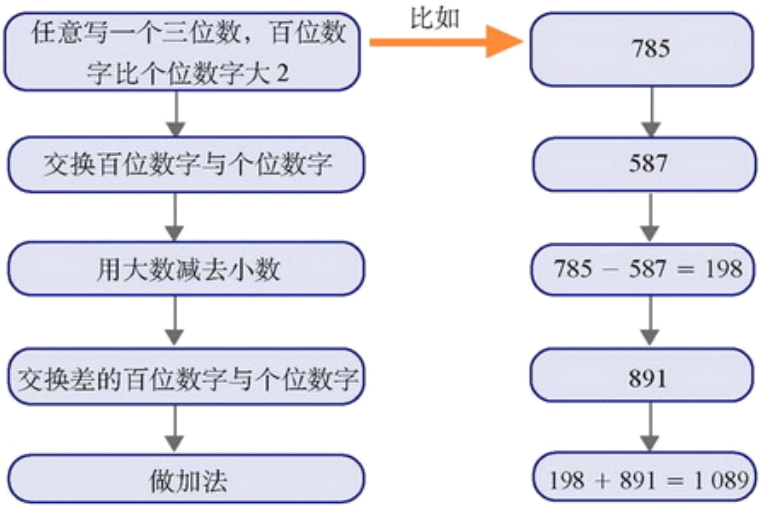
用它们拼一些新的长方形，并计算它们的面积.

4．请在图中指出面积为 $(a+3b)^2$ 的图形，并指出图中有多少个边长为 a 的正方形，有多少个边长为 b 的正方形，有多少个两边分别为 a 和 b 的矩形，然后用相应的公式进行验证.



（第 4 题）

*5. 为什么总是 1 089?



用不同的三位数再做几次，结果都是 1 089 吗？你能发现其中的原因吗？

*6. 求 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{32}+1)+1$ 的个位数字.

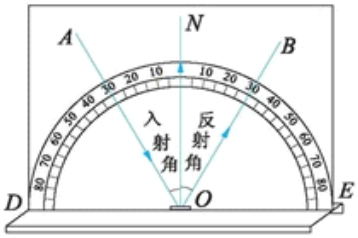
第二章 平行线与相交线

生活中处处可见道路、房屋、山川、桥梁……在这些大自然的杰作和人类的创造物中，蕴涵着大量的平行线和相交线．你能从桥梁和窗棂图中找到平行线和相交线吗？

在这一章里，我们将发现平行线和相交线的一些特征，并探索两条直线平行的条件．我们还将利用圆规和没有刻度的直尺，尝试着作一些美丽的图案！

1 余角与补角

光的反射是一种常见的物理现象. 通过如图的实验装置，可以验证光的反射定律：反射角等于入射角，也就是 $\angle AON=\angle BON$. 其中 ON 称为法线，$ON\perp DE$.



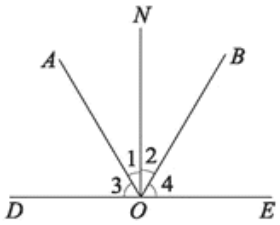


图 2−1

上图可以简单地表示为图 2−1. 在图 2−1 中，各角与 $\angle 3$ 有什么关系？

如果两个角的和是直角，那么称这两个角互为**余角**(complementary angle)；如果两个角的和是平角，那么称这两个角互为**补角**(supplementary angle).

想一想

在图 2−1 中：

(1) 哪些角互为余角？哪些角互为补角？

(2) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 有什么关系？为什么？

(3) $\angle AOE$ 与 $\angle BOD$ 有什么关系？为什么？

同角或等角的余角相等，同角或等角的补角相等．

议一议

(1) 用剪子剪东西时，哪对角同时变大或变小？

(2) 如果将图 2−2 简单地表示为图 2−3，那么∠1 与∠2 的位置有什么关系？它们的大小有什么关系？能试着说明你的理由吗？

图 2−2

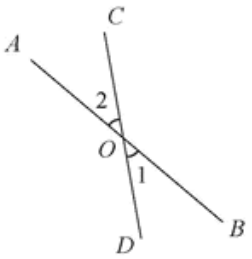


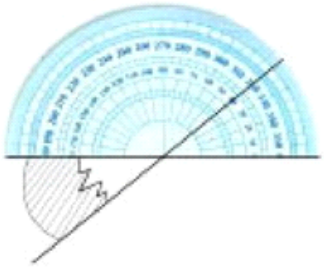
图 2−3

如图 2−3，直线 AB 与 CD 相交于点 O，∠1 与∠2 有公共顶点 O，它们的两边互为反向延长线，这样的两个角叫做**对顶角**(vertical angles)．在图 2−3 中，还有其他的角构成对顶角吗？

对顶角相等．

议一议

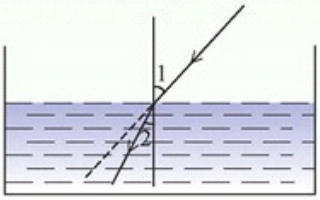
如图所示，有一个破损的扇形零件，利用图中的量角器可以量出这个扇形零件的圆心角的度数．你能说出所量角是多少度吗？你的根据是什么？



习 题 2.1

数学理解

1．当光线从空气射入水中时，光线的传播方向发生了改变，这就是折射现象(如图所示)．图中∠1与∠2是对顶角吗？



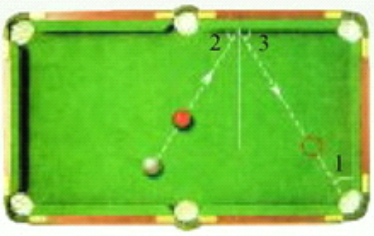
(第1题)

2．举出生活中包含对顶角的例子．

3．互为补角的两个角可以都是锐角吗？可以都是直角吗？可以都是钝角吗？

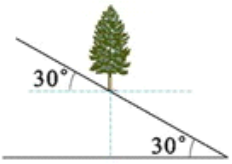
问题解决

1．如图，在长方形的台球桌面上，$\angle 1+\angle 3=90^{\circ}$，$\angle 2=\angle 3$．如果$\angle 2=58^{\circ}$，那么$\angle 1$等于多少度？试着与同伴交流你的理由．



（第1题）

2．如图，一棵树生长在30°的山坡上，树与山坡所成的角是多少度？



（第2题）

2 探索直线平行的条件

我们已经知道，在同一平面内不相交的两条直线叫做平行线．在日常生活中人们经常用到它．如图，装修工人正在向墙上钉木条．如果木条b与墙壁边缘垂直，那么木条a与墙壁边缘所夹角为多少度时，才能使木条a与木条b平行？

做一做

如图2−4，三根木条相交成∠1，∠2，固定木条b，c，转动木条a．

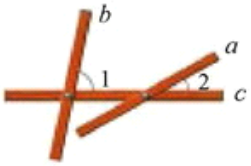


图2−4

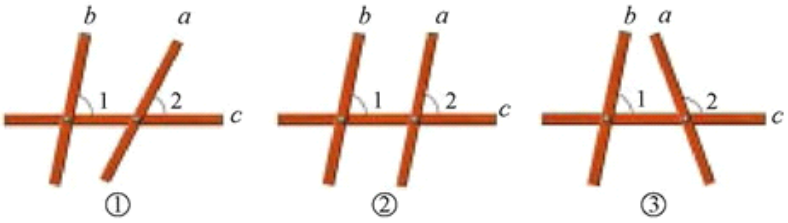


图2−5

如图2−5，在木条a的转动过程中，观察∠2的变化以及它与∠1的大小关系，你发现木条a与木条b的位置关系发生了什么变化？木条a何时与木条b平行？

改变图2−4中∠1的大小，按照上面的方式再做一做．∠1与∠2的大小满足什么关系时，木条a与木条b平行？与同伴进行交流．

如图2−6，具有∠1与∠2这样位置关系的角称为**同位角**(corresponding angles)．∠3与∠4也是同位角．

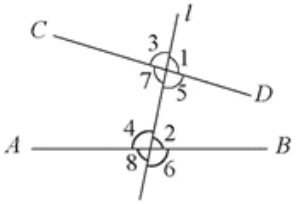


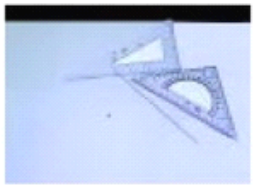
图2−6

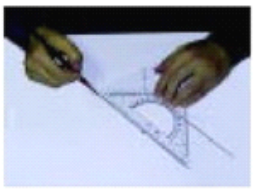
在图2−6中，找出其他的同位角．

同位角相等，两直线平行．

议一议

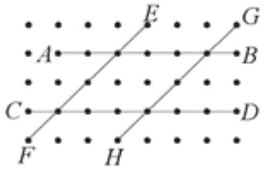
你还记得怎样用移动三角尺的方法画两条平行线吗？你能用这种方法过已知直线外一点画它的平行线吗？请说出其中的道理．



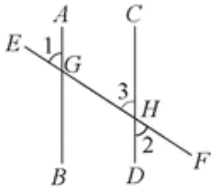


随堂练习

1. 找出下面点阵中互相平行的线段，并说明理由(点阵中相邻的四个点构成正方形).



(第 1 题)



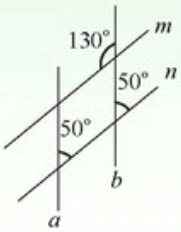
(第 2 题)

2. 如图，$\angle 1=\angle 2=55^\circ$，$\angle 3$ 等于多少度？直线 AB，CD 平行吗？说明你的理由.

习 题 2.2

知识技能

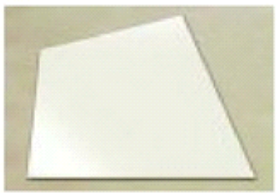
1. 找出下图中互相平行的直线.



(第 1 题)

数学理解

1. 你能用一张不规则的纸(比如，如图所示的四边形的纸)折出两条平行的直线吗？与同伴说说你的折法．



(第 1 题)

2. 图（1）是一种画平行线的工具．在画平行线之前，工人师傅往往要先调整一下工具（图（2）），然后再画平行线（图（3））．你能说明这种工具的用法和其中的道理吗？

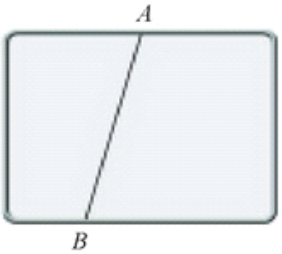
（1）

（2）

（3）

（第 2 题）

小明有一块小画板，他想知道它的上下边缘是否平行，于是他在两个边缘之间画了一条线段 AB(如图所示)．



小明身边只有一个量角器，他通过测量某些角的大小就能知道这个画板的上下边缘是否平行，你知道他是怎样做的吗？

如图 2−7，具有∠1 与∠2 这样位置关系的角称为**内错角**(alternate interior angles)；具有∠1 与∠3 这样位置关系的角称为**同旁内角**(interior angles on the same side)．

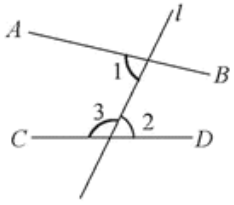


图 2−7

在图 2−7 中，找出其他的内错角和同旁内角．

议一议

(1) 内错角满足什么关系时，两直线平行？为什么？
(2) 同旁内角满足什么关系时，两直线平行？为什么？

内错角相等，两直线平行．
同旁内角互补，两直线平行．

做一做

如图 2−8，三个相同的三角尺拼接成一个图形，请找出图中的一组平行线，并说明你的理由．

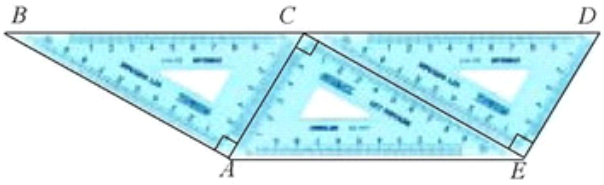


图 2−8

AC 与 DE 是平行的．因为 $\angle EDC$ 与 $\angle ACB$ 是同位角，而且又相等．

我是这样想的：

$\angle BCA = \angle EAC$

↓

$BD \parallel AE$．

你能看懂她的意思吗？　　你知道这一步的理由吗？

再找到另一组平行线，说说你的理由．

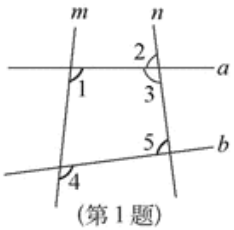
随堂练习

1．观察右图并填空：

(1) $\angle 1$ 与_____是同位角；

(2) $\angle 5$ 与_____是同旁内角；

(3) $\angle 2$ 与_____是内错角．



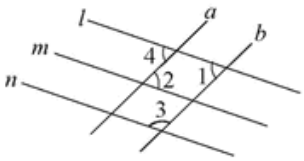
(第 1 题)

2．当图中各角分别满足下列条件时，你能指出哪两条直线平行吗？

(1) $\angle 1 = \angle 4$；

(2) $\angle 2 = \angle 4$；

(3) $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$．

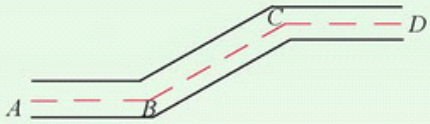


(第 2 题)

习 题 2.3

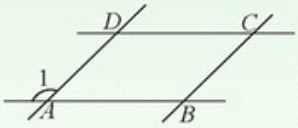
知识技能

1．如图，一条街道的两个拐角 $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 均为 150°，街道 AB 与 CD 平行吗？为什么？



(第1题)

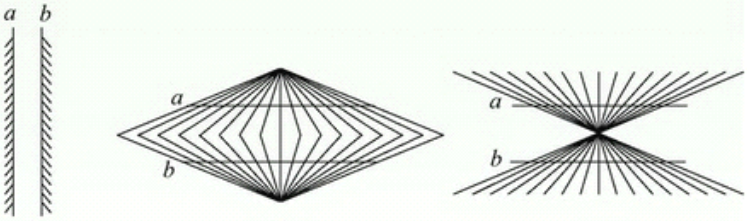
2．如图，$\angle DAB+\angle CDA=180^\circ$，$\angle ABC=\angle 1$，直线 AB 与 CD 平行吗？直线 AD 与 BC 呢？为什么？



(第2题)

数学理解

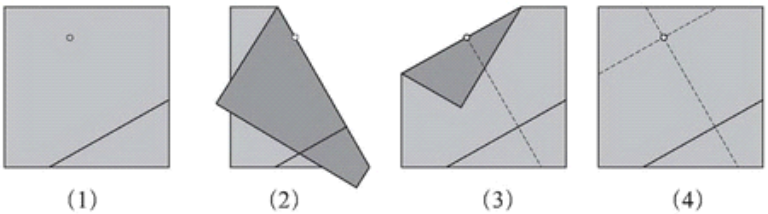
1．观察下面每幅图中的直线 a，b，它们分别平行吗？你能用推三角尺的方法验证它们是否平行吗？



(1)　(2)　(3)

(第1题)

2．利用如图所示的方法，可以折出“过已知直线外一点和已知直线平行”的直线．你能说明其中的道理吗？



(1)　(2)　(3)　(4)

(第2题)

3　平行线的特征

如图 2–9，直线 a 与直线 b 平行．

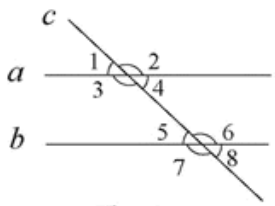


图 2–9

(1) 测量同位角 ∠1 和 ∠5 的大小，它们有什么关系？图中还有其他同位角吗？它们的大小有什么关系？

(2) 图中有几对内错角？它们的大小有什么关系？为什么？

(3) 图中有几对同旁内角？它们的大小有什么关系？为什么？

(4) 换另一组平行线试试，你能得到相同的结论吗？

两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等，内错角相等，同旁内角互补．简记为

两直线平行，同位角相等．
两直线平行，内错角相等．
两直线平行，同旁内角互补．

做一做

如图 2−10，一束平行光线 AB 与 DE 射向一个水平镜面后被反射，此时 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$.

(1) $\angle 1$，$\angle 3$ 的大小有什么关系？$\angle 2$ 与 $\angle 4$ 呢？

(2) 反射光线 BC 与 EF 也平行吗？

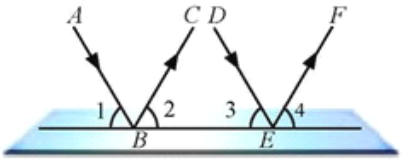


图 2−10

我是这样思考的：

(1) $AB\parallel DE \longrightarrow \angle 1=\angle 3 \longrightarrow \angle 2=\angle 4$；

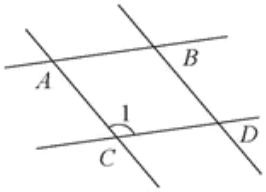
(2) $\angle 2=\angle 4 \longrightarrow BC\parallel EF$.

你能说明每一步的理由吗？

你是如何思考的？与同伴进行交流.

随堂练习

1. 如图所示，$AB\parallel CD$，$AC\parallel BD$. 分别找出与 $\angle 1$ 相等或互补的角.



(第 1 题)

读 一 读

测量地球的周长

你听说过“坐地日行八万里*”吗？这句话告诉我们地球的周长大约是8万里．可人们是怎么知道这个数据的呢？

公元前200年，聪明的古埃及人仅仅用了一些数学知识，就测得了地球一周的总长．他们用的数学知识你们也知道，其中包括：两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等．

古埃及人发现，在当时的城市塞恩(图 2−11 中的 A 点)，直立的杆子在某个时刻没有影子，而此时在 500 英里以外的亚历山大(下图中的 B 点)，直立的杆子的影子却偏离垂直方向 $7°12'$(下图中 θ 角等于 $7°12'$)．根据这个数据，古埃及人算出地球一周的总长约等于 25 000 英里，这是因为弧 AB 的长 ÷ $7°12'$ = 地球周长 ÷ $360°$ 的缘故，其中弧 AB 的长大约为 500 英里．

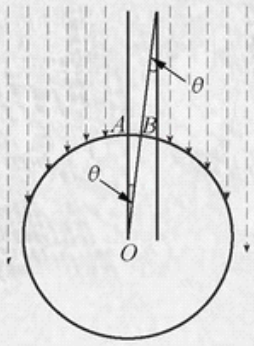


图 2−11

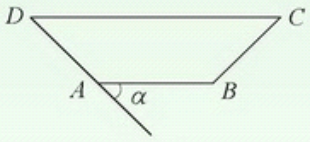
由于 1 英里 = 1.6 千米，所以，地球的周长约为 40 000 千米 = 80 000 里．

* “里”是我国传统的一种长度单位，1 里 = 500 米．

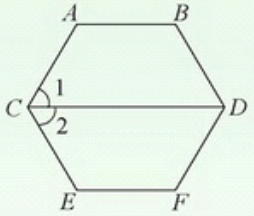
习题 2.4

知识技能

1. 如图，$AB \parallel CD$，$\angle \alpha = 45°$，$\angle D = \angle C$，依次求出$\angle D$，$\angle C$，$\angle B$的度数.



(第 1 题)

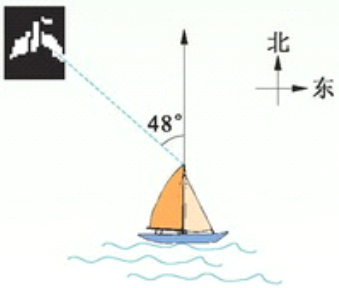


(第 2 题)

2. 如图，$AB \parallel CD$，$CD \parallel EF$，$\angle 1 = \angle 2 = 60°$，$\angle A$和$\angle E$各是多少度？它们相等吗？

问题解决

1. 从一艘船上测得一个灯塔的方向是北偏西48°，那么这艘船在这个灯塔的什么方向？



(第 1 题)

4　用尺规作线段和角

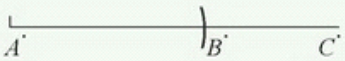
利用没有刻度的直尺和圆规*可以作出很多几何图形．你还记得我们是如何用圆规和直尺作一条线段等于已知线段的吗？

已知：线段 AB．

图 2−12

求作：线段 $A'B'$，使 $A'B' = AB$．

作法与示范：

作　法	示　范
(1) 作射线 $A'C'$；	
(2) 以点 A' 为圆心，以 AB 的长为半径画弧，交射线 $A'C'$ 于点 B'．$A'B'$ 就是所求作的线段．	

做一做

如图 2−13，已知线段 a 和两条互相垂直的直线 AB，CD．

(1) 利用圆规，在射线 OA，OB，OC，OD 上作线段 OA'，OB'，OC'，OD'，使它们分别与线段 a 相等．

(2) 依次连接 A'，C'，B'，D'，A'．

你得到了一个怎样的图形？与同伴进行交流．

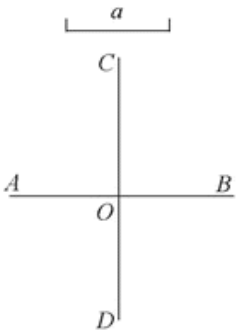
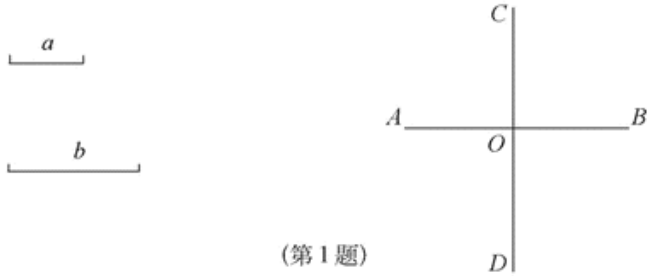


图 2−13

* 只用没有刻度的直尺和圆规作图称为尺规作图．

随堂练习

1. 如图，已知线段 a 和 b，直线 AB 与 CD 垂直且相交于点 O .



(第 1 题)

利用尺规，按下列要求作图：

(1) 在射线 OA，OB，OC 上作线段 OA'，OB'，OC'，使它们分别与线段 a 相等；

(2) 在射线 OD 上作线段 OD'，使 OD' 等于 b；

(3) 依次连接 A'，C'，B'，D'，A'.

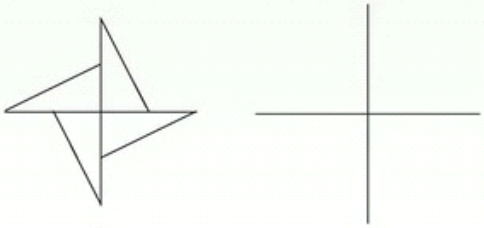
你得到了一个怎样的图形？与同伴进行交流.

习 题 2.5

知识技能

1. 任意画一条线段 a，求作一条线段 b，使 $b = 2a$.

2. 你能利用尺规，在图(2)上画出一个与图(1)完全相同的风车吗？



(1) (2)

(第 2 题)

如图2−14，要在长方形木板上截一个平行四边形，使它的一组对边在长方形木板的边缘上，另一组对边中的一条边为AB.

(1) 请过C点画出与AB平行的另一条边.

(2) 如果你只有一个圆规和一把没有刻度的直尺，你能解决这个问题吗?

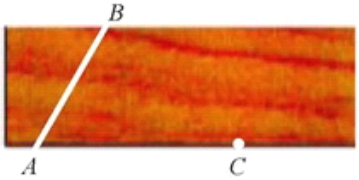


图 2−14

做一做

利用尺规，作一个角等于已知角.

已知：$\angle AOB$.

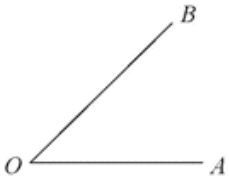
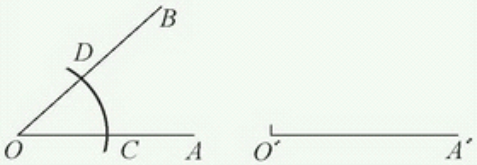
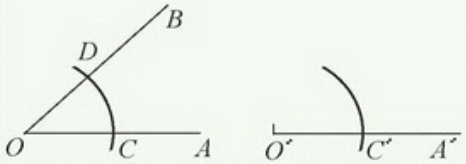
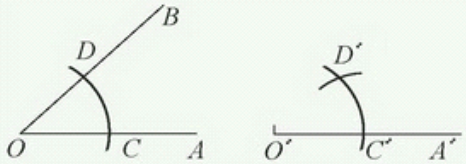
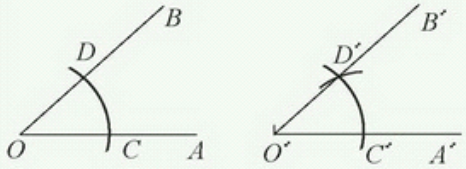


图 2−15

求作：$\angle A'O'B'$，使$\angle A'O'B' = \angle AOB$.

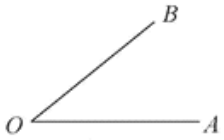
作法与示范：

作　法	示　范
(1) 作射线 $O'A'$；	
(2) 以点 O 为圆心，以任意长为半径画弧，交 OA 于点 C，交 OB 于点 D；	
(3) 以点 O' 为圆心，以 OC 长为半径画弧，交 $O'A'$ 于点 C'；	
(4) 以点 C' 为圆心，以 CD 长为半径画弧，交前面的弧于点 D'；	
(5) 过点 D' 作射线 $O'B'$．$\angle A'O'B'$ 就是所求作的角．	

用量角器验证你作的角与已知角是否相等．

随堂练习

1. 已知$\angle AOB$，利用尺规作$\angle A'O'B'$，使$\angle A'O'B' = 2\angle AOB$.



（第1题）

2. 利用尺规完成本节课开始时提出的问题.

读一读

尺规作图

尺规作图有着悠久的历史. 直尺的功能是：在两点间连接一条线段；将线段向两方向延长. 圆规的功能是：以任意一点为圆心，任意长为半径作一个圆；以任意一点为圆心，任意长为半径画一段弧. 利用尺规可以作出许多优美的图案.

在“数学王子”高斯的纪念碑上，就刻着一个正十七边形，它的尺规作图方法是高斯在青年时代发现的.

习题 2.6

知识技能

1．用尺规完成下列作图：

(1) 如图，以点 B 为顶点，射线 BA 为一边，在 $\angle ABC$ 外再作一个角，使其等于 $\angle ABC$.

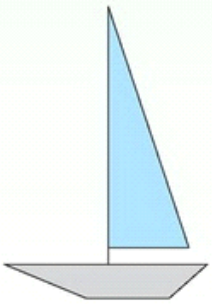
(第 1(1)题)

(2) 已知 $\angle\alpha$，$\angle\beta$，求作一个角，使它等于 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 的和.

(第 1(2)题)

问题解决

1．用尺规作出下面的图形：



(第 1 题)

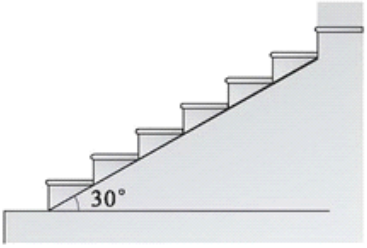
回顾与思考

1. 生活中有哪些平行线和相交线的例子？在小组内交流.
2. 两条直线相交，至少有几对相等的角？
3. 判断两条直线是否平行，通常有哪些途径？
4. 平行线有哪些特征？

复习题

知识技能

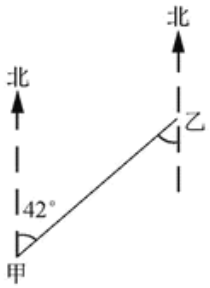
1. 指出下图中的同位角、内错角、同旁内角，以及互为余角的角、互为补角的角.



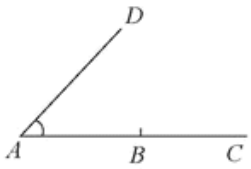
（第1题）

（第2题）

2. 如图，当船上的人与空中的鸟目光相对时，视线与水平方向所成的夹角有什么关系？为什么？
3. 如图，在甲、乙两地之间要修一条笔直的公路，从甲地测得公路的走向是北偏东42°. 甲、乙两地同时开工，若干天后公路准确接通.乙地所修公路的走向是南偏西多少度？为什么？



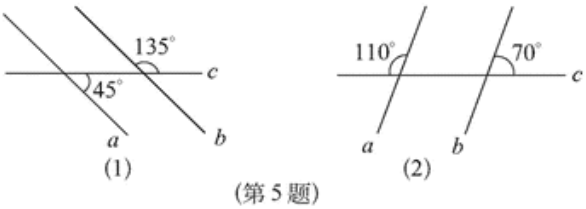
（第 3 题）



（第 4 题）

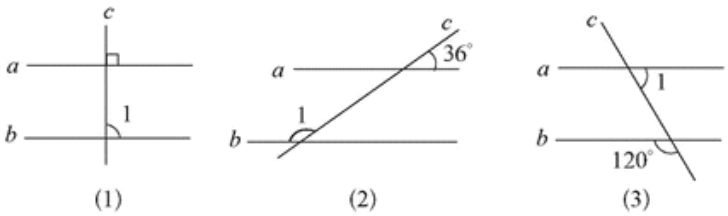
4. 如图，以点 B 为顶点，射线 BC 为一边，利用尺规作 $\angle EBC$，使得 $\angle EBC = \angle A$，EB 与 AD 一定平行吗？

5. 在下面的两幅图中，直线 a 与直线 b 平行吗？试着说明你的理由.



（第 5 题）

6. 在下列各图中，$a \parallel b$，分别计算 $\angle 1$ 的度数.



（第 6 题）

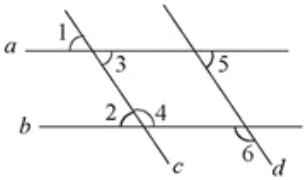
7. 著名的比萨斜塔建成于 12 世纪，从建成之日起就一直在倾斜. 目前，它与地面所成的较小的角为 85°(如图)，它与地面所成的较大的角是多少度？你的依据是什么？

（第7题）

数学理解

1. 如图所示，如果∠B与∠C互补，那么哪两条线段平行？∠A与哪个角互补，可以保证AD∥BC？

（第1题）



（第2题）

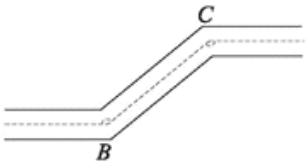
2. 如图：

(1) 如果a∥b，找出图中各角之间的等量关系.

(2) 如果希望c∥d，那么需要哪两个角相等？

问题解决

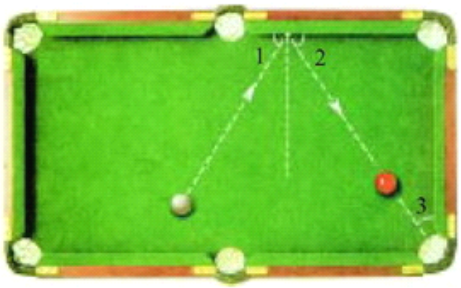
1. 如图，一条公路两次拐弯后，和原来的方向相同，第一次拐的角∠B=140°，第二次拐的角∠C是多少度？



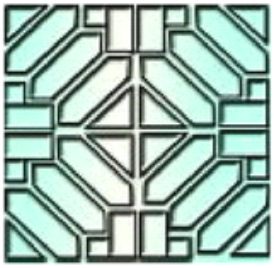
（第1题）

2. 一个人从A地出发沿北偏东60°方向走到B地，再从B地出发沿南偏西20°方向走到C地，那么$\angle ABC$是多少度？

3. 如图所示，选择适当的方向击打白球，可以使白球反弹后将红球撞入袋中，此时$\angle 1=\angle 2$，并且$\angle 2+\angle 3=90^\circ$. 如果$\angle 3=30^\circ$，那么$\angle 1$应等于多少度，才能保证红球能直接入袋？



（第3题）



（第4题）

4. 如图是清代河南社旗县清山会馆中的窗棂图案的一部分. 观察其中有哪些平行的线，你能再设计一种类似的窗棂图案吗？

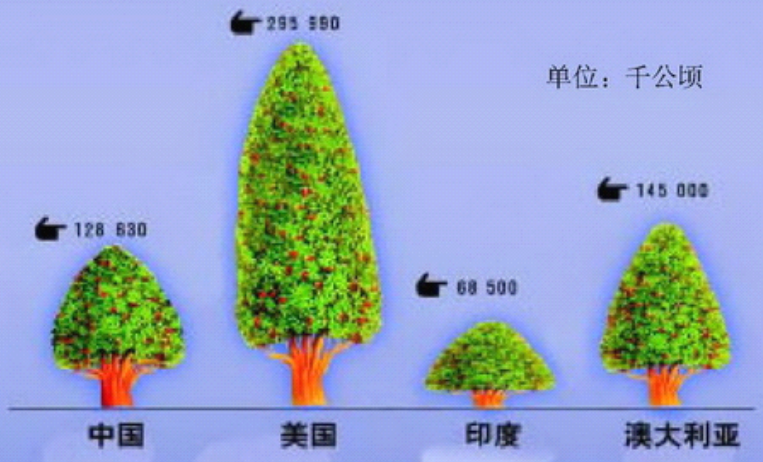
*5. 从下面的第一个图出发，通过不断地作平行线，你就能得到一个美丽的图案.

（第5题）

你不妨自己试一试.

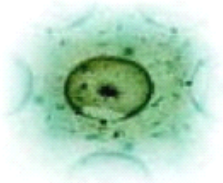
第三章 生活中的数据

人们经常利用各种图来直观地表示数据．除了已经学过的条形统计图、折线统计图和扇形统计图外，在报纸杂志、电视广播等媒体中，我们还会看到许多使人印象深刻的统计图．你能看懂下面的图吗？它给你的第一印象是什么？



在以前的学习中，我们讨论了1百万、1亿这样的大数，尝试了用自己熟悉的事物来描述这些大数，并能用科学记数法表示它们．在本章中，我们将讨论百万分之一等较小的数据．它们也能用熟悉的事物来描述吗？也能用科学记数法表示吗？

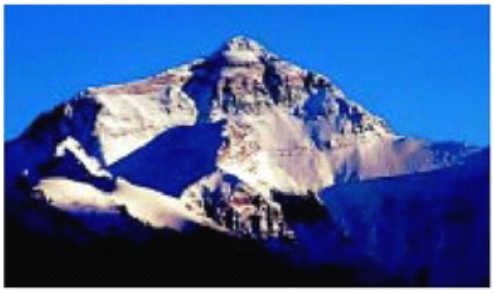
1 认识百万分之一

		
存在于生物体内的某种细胞的直径约为百万分之一米，即1微米.	计算机的存储器完成一次存储的时间一般以百万分之一秒或十亿分之一秒为单位.	本次中特等奖的概率只有百万分之一，即0.000 001 !!

你知道百万分之一的大小吗？

议一议

(1) 珠穆朗玛峰是世界第一高峰，它的海拔高度约为8 844米．它高度的千分之一是多少？相当于几层楼的高度？它高度的百万分之一是多少？你能直观地描述这个长度吗？



(2) 天安门广场的面积约为44万米^2，计算它的百分之一的面积，并用自己的语言对结果进行描述．它的万分之一、百万分之一呢?

做一做

(1) 测量1张纸大约有多厚．

(2) 百万分之一米(即10^{-6}米)又称1微米，1张纸大约有多少微米厚?

(3) 人体内一种细胞的直径为1微米，多少个这种细胞首尾连接起来能达到1毫米?

我们知道，用科学记数法可以很方便地表示一些绝对值较大的数．同样，用科学记数法也可以很方便地表示一些绝对值较小的数，如：

$$0.000\,000\,001 = \frac{1}{10^9} = 10^{-9},$$

$$0.000\,000\,72 = 7.2 \times \frac{1}{10^8} = 7.2 \times 10^{-7}.$$

例 1 大多数花粉的直径约为 20 到 50 微米，这相当于多少米？

解：因为 1 微米 $=10^{-6}$ 米，所以大多数花粉的直径约为 20×10^{-6} 到 50×10^{-6} 米，即 2×10^{-5} 到 5×10^{-5} 米.

做一做

(1) 你能在科学计算器上表示 1.295×10^{9} 和 2.9×10^{12} 吗？7.2×10^{-7} 和 1.0×10^{-10} 呢？

(2) 在显微镜下，人体内一种细胞的形状可以近似地看成圆，它的直径约为 1.56×10^{-6} 米，利用科学计算器求出这种细胞的面积.

随堂练习

1. 大象是世界上最大的陆栖动物，它的体重可达到好几吨. 下面哪个动物的体重相当于大象体重的百万分之一？

袋鼠　　啄木鸟　　蜜蜂

读一读

纳　米

纳米是一种长度单位，它用来表示微小的长度. 1纳米为10亿分之一米，即10^{-9}米，它相当于1根头发丝直径的六万分之一. 直径为1纳米的球与乒乓球相比，相当于乒乓球与地球相比.

纳米技术是指在0.1至100纳米范围内，通过直接操纵和安排原子、分子来创造新物质，它将对人类的未来产生深远影响. 例如，采用纳米技术，可以在一块方糖大小的磁盘上存放一个国家图书馆的所有信息；应用纳米技术还可以制造出“纳米医生”，它微小到可以注入人体的血管中.

你想了解更多的有关纳米技术或微小世界中的有趣问题吗？去查查资料或请教一些专家吧.

习题3.1

知识技能

1. 一个小立方块的边长为0.01米，
   (1) 这个小立方块的体积为多少立方米？(用科学记数法表示)
   (2) 用多少个这种小立方块才能摆成体积为1米^{3}的大正方体？
2. 用科学记数法表示下列结果.
   (1) 银原子的直径为0.000 3微米，相当于多少米？
   (2) 随着微电子制造技术的不断进步，半导体材料的精细加工尺寸大幅度缩小，目前已经能够在350毫米^{2}的芯片上集成5亿个元件，1个这样的元件大约占多少平方毫米？

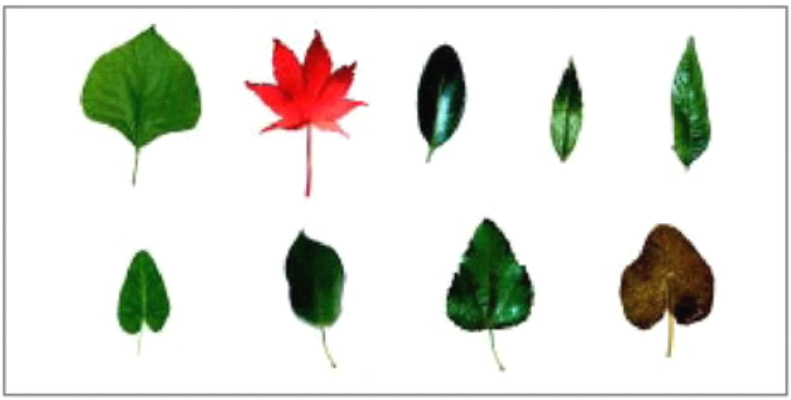
(3) 1 纳米相当于 1 根头发丝直径的六万分之一，一根头发丝的直径大约有多少米？(1 纳米 $= 10^{-9}$ 米)

数学理解

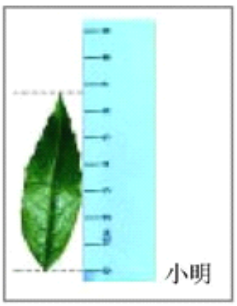
1. 太阳的直径约为 1.39×10^6 千米，地球的直径约为 12 756 千米．地球的体积大约是太阳体积的多少分之一？你能用熟悉的物体描述一下它们之间的大小关系吗？
2. 查阅与百万分之一有关的资料，并向同伴描述它的大小．

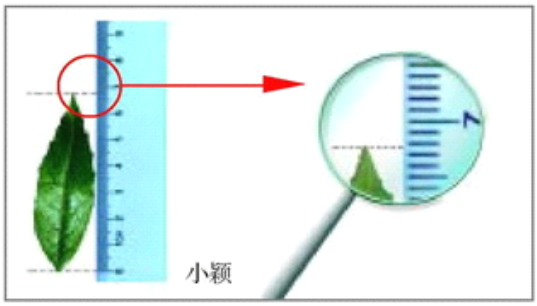
2　近似数和有效数字

下图是小明和小颖收集到的树叶，他们要将这些树叶制成标本，在标本中需要注明每片树叶的长度.



如图所示，小明和小颖分别测量了同一片树叶的长度. 他们所用直尺的最小单位是不同的，分别是厘米和毫米.

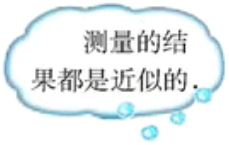




(1) 如上图所示，根据小明的测量，这片树叶的长度约为多少？根据小颖的测量呢？

(2) 谁的测量结果会更精确一些？说说你的理由.

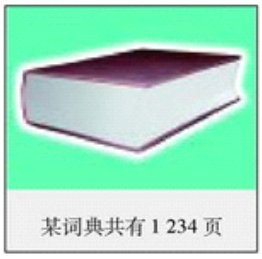
生活中，有些数据是精确的，有些数据是近似的．例如，小明和小颖一共收集了9片树叶，这个数据是精确的；而他们测量的树叶长度的值是近似的．



测量工具的不同会导致测量精确程度的不同．例如，小明所用直尺的最小单位为厘米，他的测量结果可以写成6.8厘米，其中6是精确的，8是估计的；小颖所用直尺的最小单位为毫米，她的测量结果可以写成6.78厘米，其中6和7都是精确的，而8是估计的．

除了测量的结果外，生活中还有许多数据也是近似的．

议一议



(1) 上面的数据，哪些是精确的？哪些是近似的？

(2) 举例说明生活中哪些数据是精确的，哪些数据是近似的．

有时我们根据具体情况，采用四舍五入法选择一个数的近似数.

例 1 小明量得课桌长为 1.025 米，请按下列要求取这个数的近似数：

(1) 四舍五入到百分位；
(2) 四舍五入到十分位；
(3) 四舍五入到个位.

解：(1) 四舍五入到百分位为 1.03 米；
(2) 四舍五入到十分位为 1.0 米；
(3) 四舍五入到个位为 1 米.

例 2 中国的国土面积约为 9 596 960 千米^2，美国和罗马尼亚的国土面积分别约为 9 364 000 千米^2(四舍五入到千位)和 240 000 千米^2(四舍五入到万位).如果要将中国国土面积与它们相比较，那么中国国土面积分别四舍五入到哪一位时，比较起来的误差可能会小一些？

解：当与美国的国土面积相比较时，可以将中国国土面积四舍五入到千位，得到 9 597 000 千米^2. 因为它们同时四舍五入到了千位，这样比较起来误差可能会小一些.

类似地，当与罗马尼亚国土面积相比较时，可以将中国国土面积四舍五入到万位，得到 9 600 000 千米^2.

习 题 3.2

知识技能

1. 下列各题中的数据，哪些是精确的？哪些是近似的？

(1) 小明班上有 45 人；

(2) 吐鲁番盆地低于海平面 155 米；

(3) 某次地震中，伤亡 10 万人；

(4) 小红测得数学书的长度为 21.0 厘米.

2. 下列由四舍五入法得到的近似数，哪一位是四舍五入得到的？

(1) 3.6 米；　(2) 3.60 米；　(3) 3.600 米；　(4) 4 米.

数学理解

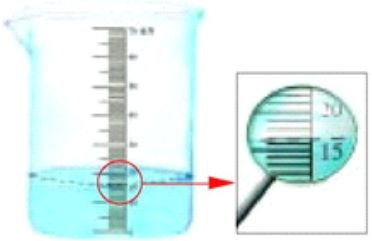
1. 统计本校的学生人数，如果用它与邻校的学生数进行比较，你认为可以近似到哪一位？如果与全区(县)的学生数进行比较呢？

2. 对 345 取精确到百位的近似值，小明根据四舍五入的原则，直接把近似值取为 300，而小亮则先取精确到十位的近似值 350，再将 350 精确到百位，得到 400. 你认为谁的方法正确？

利用四舍五入法取一个数的近似数时，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位.

对于一个近似数，从左边第一个不是0的数字起，到精确到的数位止，所有的数字都叫做这个数的**有效数字**(significant figure).

例 3　按要求取右图中溶液体积的近似数，并指出每个近似数的有效数字．



(1) 四舍五入到 1 毫升；

(2) 四舍五入到 10 毫升．

解：(1) 四舍五入到1毫升，就得到近似数17毫升．这个数有 2 个有效数字，分别是 1，7；

(2) 四舍五入到10毫升，就得到近似数20毫升．这个数的有效数字为 2．

例 4　据中国统计信息网公布的2000 年中国第五次人口普查资料表明，我国的人口总数为 1 295 330 000 人．请按要求分别取这个数的近似数，并指出近似数的有效数字(数据来源：www.stats.gov.cn)．

(1) 精确到百万位；

(2) 精确到千万位；

(3) 精确到亿位；

(4) 精确到十亿位.

解：(1) 精确到百万位，就得到近似数 1 295 000 000，用科学记数法记作1.295×10^9．这个数有4个有效数字，分别是1，2，9，5；

(2) 精确到千万位，就得到近似数 1 300 000 000，用科学记数法记作1.30×10^9．这个数有 3 个有效数字，分别是 1，3，0；

(3) 精确到亿位，就得到近似数 1 300 000 000，用科

学记数法记作 1.3×10^9．这个数有 2 个有效数字，分别是 1，3；

(4) 精确到十亿位，就得到近似数 1 000 000 000，用科学记数法记作 1×10^9．这个数的有效数字是 1．

随堂练习

1．某种纸一张的厚度为 0.008 905 cm，请按下面的要求分别取这个数的近似数，并指出近似数的有效数字：

(1) 精确到 0.001 cm；

(2) 精确到 0.000 1 cm；

(3) 精确到 0.000 01 cm.

2．下面各数都是由四舍五入法得到的近似数，它们分别精确到哪一位？各有几个有效数字？

(1) 珠穆朗玛峰海拔高度是 8 844.43 米；

(2) 某种药丸一粒的质量为 0.280 克.

习题 3.3

知识技能

1．一箱苹果的质量为 10.90 千克，请分别按下面的要求取这箱苹果的近似数，并指出近似数的有效数字：

(1) 精确到 10 千克；

(2) 精确到 1 千克；

(3) 精确到 0.1 千克.

2. 下面各数都是由四舍五入法得到的近似数，它们分别精确到哪一位？各有几个有效数字？

(1) 某运动员百米跑了 10.30 秒；

(2) 我国的国土面积为 9.6×10^6 千米^2；

(3) 小明的身高为 1.605 米.

3 世界新生儿图

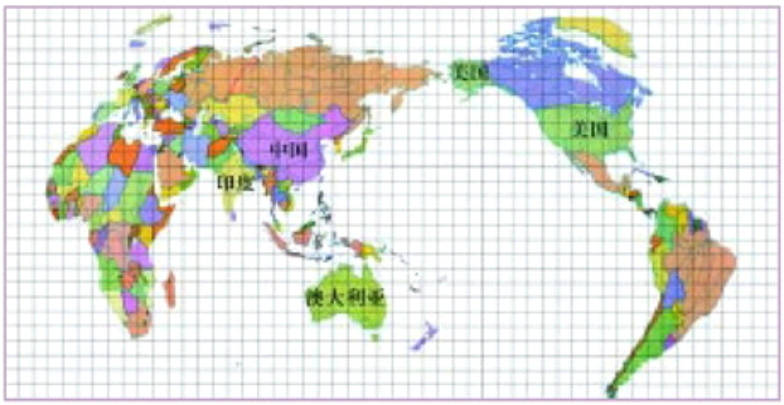
注：图中每个国家的面积表示这个国家某年的新生儿数.

图 3−1

就叫它“世界新生儿图”吧.

(1) 观察图 3−1，你发现了哪些信息？

(2) 图 3−1 与下面的世界地图相比，哪个国家被画得很大？哪个国家被画得很小？



(3) 分别估计在图3−1和世界地图中，中国、美国、印度、澳大利亚四个国家的面积之比．你发现了什么？

(4) 估计中国、美国、印度、澳大利亚这一年的新生儿数．

做一做

下表列出了中国、美国、印度、澳大利亚四个国家1996年的国土面积和人口情况：

	中国	美国	印度	澳大利亚
国土面积／万千米^2	960.0	936.4	328.8	774.1
人口总数／万	122 389	26 519	94 561	1 831

数据来源：《世界统计年鉴 2000》

(1) 这四个国家之间的国土面积之比大约是多少？

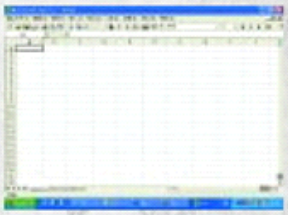
(2) 如果要用图 3−1 的方式表示各个国家的人口总数，那么在这幅图中四个国家所占的面积之比大约会是多少？

使用计算器来帮助你解决问题．

读 一 读

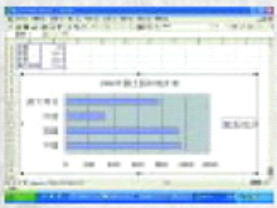
利用计算机画统计图

我们经常需要将数据制成统计图，以便更有效地从中获取信息．利用计算机中 Microsoft Office 软件中的 Excel 可以帮助我们很方便地制作统计图，你不妨试一试．



打开 Excel，屏幕上会出现如图所示的表，此时应把要处理的数据输入表中．

例如，我们将“做一做”中四个国家的国土面积输入格中，然后选中你输入的所有数据(格子变成黑色)，再按“插入”菜单中的“图表”命令，屏幕会提醒你选择需要制作的统计图类型，选择好类型后按“完成”，就会出现制作好的统计图．



如果我们要将“做一做”中四个国家的国土面积制成条形统计图，只要选择相应的统计图类型，就会出现左图．

如果遇到困难，别忘了点击“帮助”菜单．

习 题 3.4

数学理解

1．下面是世界人口和城市人口变化统计表(单位：亿)：

	1900 年	1925 年	1950 年	1987 年	2000 年
世界总人口数	16.50	19.28	24.86	50.00	59.00
城市总人口数	2.24	4.05	7.19	21.60	24.20

(1) 用一幅折线统计图表示世界人口和城市人口的变化情况；

(2) 在上面的统计图中画出第三条折线，表示农村人口的变化情况；

(3) 比较三条折线的变化趋势.

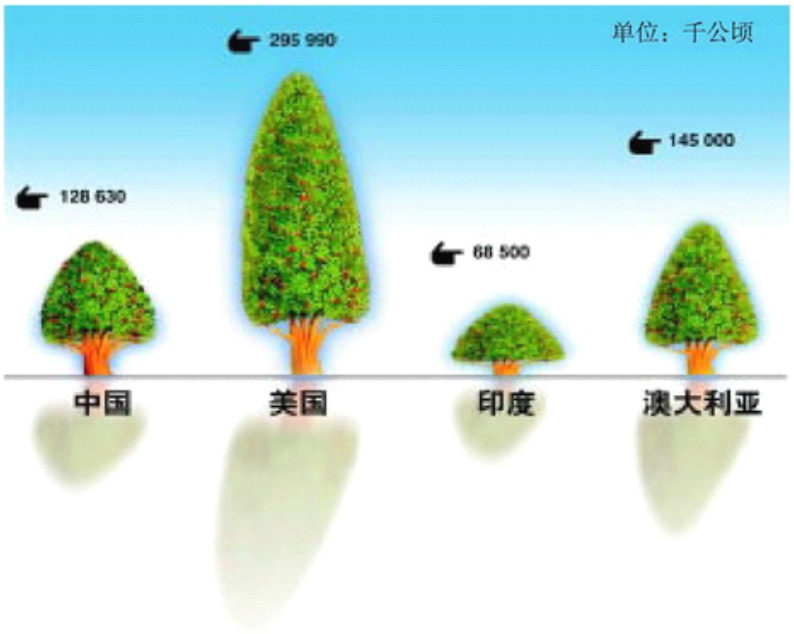
问题解决

1．根据“做一做”中的数据，回答下面的问题：(可以利用计算器)

(1) 分别估计这四个国家 1996 年的人口密度，并进行比较(人口密度＝人口总数÷国土面积)；

(2) 如果要用图 3—1 的方式表示各个国家的人口密度，那么在这幅图中四个国家所占的面积之比大约会是多少？

下面是中国、美国、印度、澳大利亚四个国家1996年森林面积的统计图.



(1) 图中的树高表示的是什么？从图中你能获得哪些信息？

(2) 计算这四个国家1996年的人均森林面积，并分别与它们各自的森林总面积进行比较.与同伴交流你的想法.(可以利用计算器)

(3) 制作统计图表示四个国家的人均森林面积，你的统计图要尽可能地形象.

随堂练习

1．下表记录的是中国、美国、印度、澳大利亚四个国家1996年的人口自然增长率：

	中国	美国	印度	澳大利亚
人口自然增长率／‰	10.4	6.0	18.6	6.7

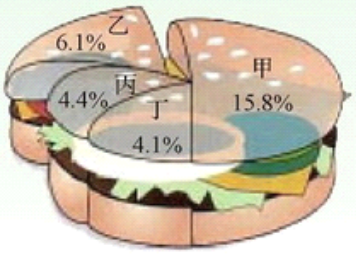
(1) 根据上表，制作统计图表示四个国家1996年的人口自然增长率，你的统计图能画得形象些吗？

(2) 从图中你能获得哪些信息？

习 题 3.5

数学理解

1．甲面包厂家将自己的产品所占市场份额及其他三个厂家（乙、丙、丁）的产品所占市场份额制成如图所示的象形统计图，请谈谈你对这个图的看法．



（第1题）

问题解决

1. 在《中国统计年鉴》中记载了我国农村居民家庭人均生活消费支出的变化情况.

	1985 年	1990 年	1995 年	1998 年
人均生活消费支出／元	317.42	584.63	1 310.36	1 590.33

请制作统计图形象地表示这组数据.

*2. 如果按照1996年的自然增长率，那么多少年后印度人口会超过中国?

回顾与思考

1．请用你熟悉的事物描述一些较小的数据，如 10^{-6}.

2．哪些数据用科学记数法表示比较方便？举例说明.

3．你在生活中使用过近似数吗？举例说明.

4．说一说可以利用哪些统计图来描述数据？本章中哪幅图给你的印象最深？

复习题

知识技能

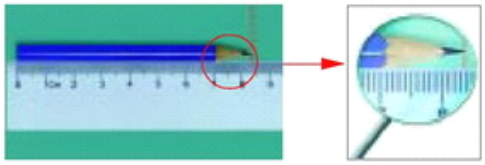
1．用科学记数法表示下列各数：

(1) 水分子由氢原子和氧原子组成，其中氢原子的直径约为 0.000 000 000 1 米；

(2) 生物学家发现一种病毒的长度约为 0.000 043 毫米；

(3) 某种鲸的体重可达 136 000 000 克.

2．根据要求写出下图中铅笔的长度，并说出它的有效数字：



(1) 精确到 1 厘米；

(2) 精确到 0.1 厘米.

数学理解

1．填写下表，并观察下列两个代数式值的变化情况：

n	1	2	3	4	5	6
$\frac{10}{n}$						
10^{-n}						

(1) 随着 n 的值逐渐变大，两个代数式的值如何变化？

(2) 估计一下，随着 n 的值逐渐变大，哪个代数式的值先小于 10^{-10}？

2．下图是某家报纸公布的“九五”期间我国国内生产总值的统计图．

(1) 从图中你能获得哪些信息？

(2) 根据左图，粗略预测2005年我国的国内生产总值．

3．2000年8月26日，《北京青年报》公布了这一天我国重点城市的空气质量情况(数据来源于中国环境监测总站)：

(1) 根据《北京青年报》公布的图，完成下面的统计表：

空气污染指数	1~50	51~100	101~200	201~300	300 及以上
城市数目					

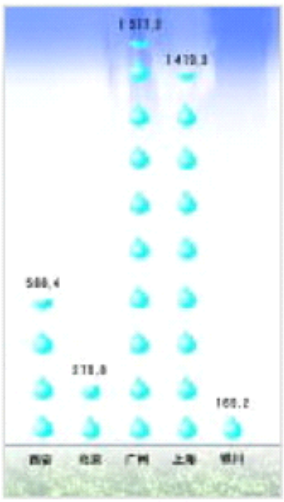
(2) 将上面的数据制成统计图，你的统计图能制作得形象一些吗？从图中你获得了哪些信息？

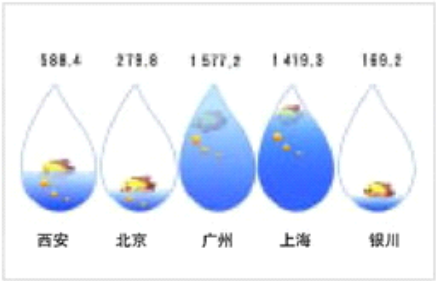
(3) 在空气质量图中，分别标出空气质量最好和最差的三个城市；

(4) 你认为一个城市的空气质量与它所处的地理位置有关吗？说说你的理由．

4．在黑板上画出长度为 1 米的线段，然后分别画出长度为它的十分之一、百分之一、千分之一的线段，这些线段的起点要对齐．你发现了什么？与同伴进行交流．

5．下面两幅图表示的是1999年几个城市一年的平均降水量(单位：毫米)：





(1) 两幅图表示的信息相同吗？两幅图中的“一个水滴”分别表示的是什么？

(2) 从图中你能获得哪些信息?

(3) 北京市土地面积为16 807.8千米^2，1999年大约降了多少体积的水?(利用计算器)

(4) 密云水库是北京市惟一的饮用水源，它的最大蓄水量约为43.75亿米^3,如果将1999年北京市的降水总量全部注入密云水库，那么大约能注满几个这样的水库?

6. 1985～2000年我国农村居民人均纯收入的象形统计图如图所示(数据来源:《中国统计年鉴2001》):

(第6题)

(1)从这个象形统计图中你能获得哪些信息?谈一谈你的感想.

(2) 请把这个统计图所提供的数据转换成表格形式.

(3) 你还能用其他形式的统计图来表示这些数据吗?

问题解决

1. 选择一个你感兴趣的问题进行调查，并利用象形统计图表示你调查所得到的数据.

课题学习

制作“人口图”

还记得图3−1所示的“世界新生儿图”吗？根据我国人口统计数据，我们可以制作一个类似于它的“中国人口图”．在这幅图中，各省(自治区、直辖市、特别行政区)所占的面积表示的是它们的人口数．

在本课题学习中，我们将制作自己所在省(自治区、直辖市、特别行政区)及邻近的3～4个省(自治区、直辖市、特别行政区)的“人口图”．在制作过程中，你可以随时使用计算器．

议一议

下面是中国统计信息网公布的2000年第五次全国人口普查的主要数据(单位：万人)．(数据来源：www.stats.gov.cn)

北京市	1382	福建省(不含金门、马祖等岛屿)	3471
天津市	1001	江西省	4140
河北省	6744	山东省	9079
山西省	3297	河南省	9256
内蒙古自治区	2376	湖北省	6028
辽宁省	4238	湖南省	6440
吉林省	2728	广东省	8642
黑龙江省	3689	广西壮族自治区	4489
上海市	1674	海南省	787
江苏省	7438	重庆市	3090
浙江省	4677	四川省	8329
安徽省	5986	贵州省	3525
		云南省	4288
		西藏自治区	262
		陕西省	3605
		甘肃省	2562
		青海省	518
		宁夏回族自治区	562
		新疆维吾尔自治区	1925
		香港特别行政区	678
		澳门特别行政区	44
		台湾省和福建省的金门、马祖等岛屿	2228
		中国人民解放军现役军人	250

(1) 从上面的统计数据中你能获取哪些信息？与同伴进行交流．

(2) 请分别找出人口数在1 000万以下、1 000万~5 000万、5 000万以上的省(自治区、直辖市、特别行政区)．

(3) 在下面的中国行政区简图上，将各省(自治区、直辖市、特别行政区)按人口的多少涂上不同的颜色．其中，人口数在1 000万以下的不涂色，1 000万~5 000万涂上浅颜色，5 000万以上的涂上深颜色．观察这幅图，你发现了什么？

(4) 分别统计人口数为1 000万以下、1 000万~5 000万之间和5 000万以上的省(自治区、直辖市、特别行政区)的个数．制作统计图形象地表示这组数据．

做一做

根据上面的数据制作“人口图”.

(1) 你准备以多大面积的小正方形为面积单位，1个面积单位代表多少人?

(2) 如果用1毫米×1毫米的小正方形代表10万人，请用不同的长方形表示河南省、山东省，以及西藏自治区、青海省的人口数.

(3) 参考上页中国行政区简图中各省(自治区、直辖市、特别行政区)的地理位置和形状，并根据2000年第五次人口普查数据，制作你所在省(自治区、直辖市、特别行政区)及邻近的3～4个省(自治区、直辖市、特别行政区)的“人口图”.

在你制作的“人口图”中，各省(自治区、直辖市、特别行政区)的形状能与它们真实的形状尽可能像一些吗?

习 题

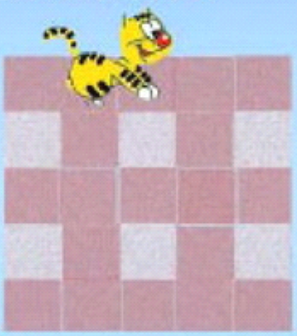
联系拓广

1. 撰写一篇短文，就中国人口分布情况发表你的看法. 你可以利用书上的数据，也可以自己收集有关数据.

第四章 概 率

小明和小丽都想去看周末的电影，但只有一张电影票．你能替他们想一个公平的办法，来决定谁去看电影吗？

小猫自由地行走，并随意停留在某块方砖上，它最终停留在深色方砖的概率大还是停留在浅色方砖的概率大？



在本章中，我们将学习如何计算事件发生的概率，还将就游戏的公平性展开讨论．在此过程中，我们会发现概率可以帮助人们更好地做出决定．如果天气预报称明天降水概率为 70%，你出门时会带伞吗？

1　游戏公平吗

转盘 A

转盘 B

上图是两个可以自由转动的转盘，每个转盘被分成 6 个相等的扇形．利用这两个转盘做下面的游戏：

(1) 甲自由转动转盘 A，同时乙自由转动转盘 B；

(2) 转盘停止后，指针指向几就顺时针走几格，得到一个数字(如，在转盘 A 中，如果指针指向 3，就按顺时针方向走 3 格，得到数字 6)；

(3) 如果最终得到的数字是偶数就得1分，否则不得分；

(4) 转动 10 次转盘，记录每次得分的结果，得分高的人为胜者．

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	合计
甲的得分											
乙的得分											

这个游戏对甲、乙双方公平吗？说说你的理由．

议一议

(1) 对于转盘 A，“最终得到的数字是偶数”这个事件是必然的、不可能的还是不确定的？“最终得到的数字是奇数”呢？

(2) 对于转盘 B，“最终得到的数字是偶数”这个事件是必然的、不可能的还是不确定的？“最终得到的数字是奇数”呢？

(3) 你能用自己的语言描述必然事件发生的可能性吗？不可能事件呢？

人们通常用 1(或 100%)来表示必然事件发生的可能性，用 0 来表示不可能事件发生的可能性.

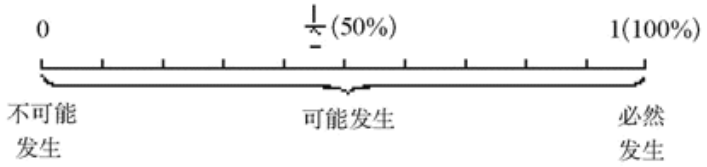
做一做

甲、乙两人接着做如下的游戏：如图是一个均匀的小立方体，立方体的每个面上分别标有数字 1，2，3，4，5，6. 任意掷出小立方体后，若朝上的数字是 6，则甲获胜；若朝上的数字不是 6，则乙获胜.

你认为这个游戏对甲、乙双方公平吗？

在掷立方体的游戏中，“朝上的数字是6”和“朝上的数字不是6”都是不确定事件，它们发生的可能性在0和1之间.

我们可以利用下图表示事件发生的可能性：

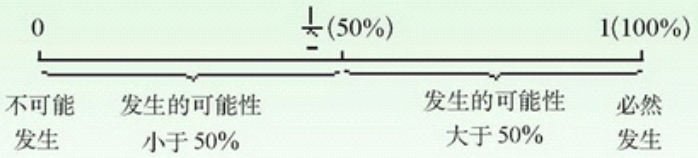


你能在上图中大致表示“朝上的数字是6”和“朝上的数字不是6”发生的可能性吗？

习 题 4.1

知识技能

1. 甲、乙二人做如下游戏：将一副扑克牌（大、小王除外）洗匀，背面朝上，从中任意抽取一张牌，若抽到的牌面数字（A，J，Q，K分别代表数字1，11，12，13）是3的倍数，则甲胜；若抽到的牌面数字是5的倍数，则乙胜．你认为这个游戏对甲、乙双方公平吗？
2. 请将下列事件发生的可能性标在图中的大致位置上：
   (1) 3个人分成两组，一定有2个人分在一组；
   (2) 你1时可以跑30千米；
   (3) 任意掷出一个均匀的小立方体(每个面上分别标有数字1，2，3，4，5，6)，朝上的数字小于6.



（第2题）

数学理解

1. 现实生活中，为了强调某件事情一定会发生，有人会说“这件事百分之二百会发生”．这句话在数学上对吗？

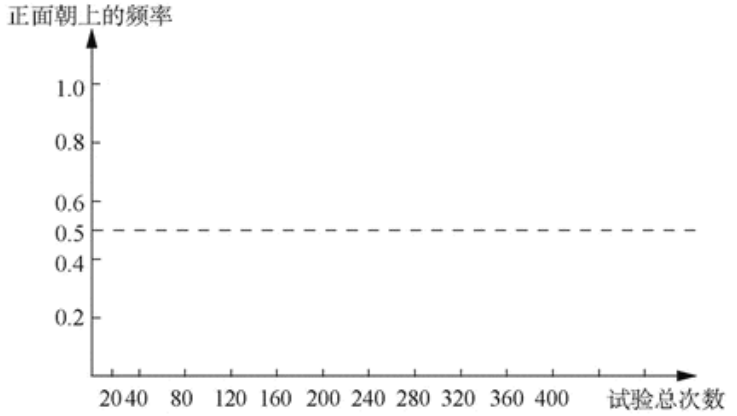
小明和小丽都想去看周末的电影，但只有一张电影票．小明提议采用如下的办法来决定到底谁去看电影：任意掷一枚均匀的硬币，如果正面朝上，那么小丽去；如果反面朝上，那么自己去．

小明的办法对双方公平吗？不妨让我们来做做试验．

(1) 同桌两人做20次掷硬币的游戏，并将数据记录在下表中：

试验总次数	20
正面朝上的次数	
反面朝上的次数	
正面朝上的频率 (正面朝上的次数 / 试验总次数)	
反面朝上的频率 (反面朝上的次数 / 试验总次数)	

(2) 累计全班同学的试验结果，分别计算试验累计进行到20次、40次、80次、120次、……400次时正面朝上的频率，并完成下面的折线统计图．



图中虚线表示的是什么？

(3) 观察上面的折线统计图，你发现了什么规律？

(4) 下表列出了一些历史上的数学家所做的掷硬币试验的数据：

试验者	投掷次数 n	正面出现次数 k	正面出现的频率 k/n
布丰	4 040	2 048	0.506 9
德·摩根	4 092	2 048	0.500 5
费勒	10 000	4 979	0.497 9
皮尔逊	12 000	6 019	0.501 6
皮尔逊	24 000	12 012	0.500 5
罗曼诺夫斯基	80 640	39 699	0.492 3

表中的数据支持你发现的规律吗？

议一议

(1) 任意掷一枚均匀的硬币，可能出现哪些结果？每种结果出现的可能性相同吗？

(2) 小明的办法对双方公平吗？用自己的语言说一说什么是游戏对双方公平．

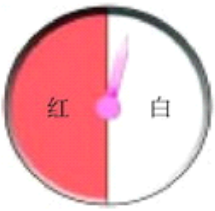
游戏对双方公平是指双方获胜的可能性相同．

任意掷一枚均匀的硬币，会出现两种可能的结果：正面朝上、反面朝上．这两种结果出现的可能性相同，都是 $\frac{1}{2}$．

做一做

(1) 小颖为小明和小丽想了另一个办法，她找来了如图所示的转盘，并让他们随意转动它．转盘停止后，若指

针指向红色区域，则小丽去看电影；若指针指向白色区域，则小明去看电影.



小颖的办法对小明、小丽公平吗？

(2) 你能利用上节课“做一做”中的均匀小立方体设计一个游戏，使游戏对小明、小丽都公平吗？

读　一　读

用“Z+Z”做掷硬币实验

在掷硬币的试验中，你佩服那些历史上数学家的耐心和毅力吗？他们做了成千上万次的试验.迫于条件的限制，当时他们只能进行手工的试验，而现在我们还可以利用计算机来进行模拟试验.

在“Z+Z”中，你可以任意设定投掷的次数（如30次）为一组，共进行20组（这也可以改动）试验.计算机会快速地完成这些试验，并记录下每次试验的结果.你还可以用“Z+Z”做一个统计表，观察按组逐次累计的结果之间的差异.通过这样的试验，相信你能更好地理解“正面朝上和反面朝上出现的可能性相同，都是 $\frac{1}{2}$ ”的含义.

习 题 4.2

知识技能

1. 小明和小丽想利用摸球游戏来决定谁去看电影. 他们在袋中装了一个红球和一个白球, 这两个球除颜色外完全相同. 任意摸出一球, 若摸出红球, 则小明去看电影; 若摸出白球, 则小丽去看电影. 这个游戏对双方公平吗?

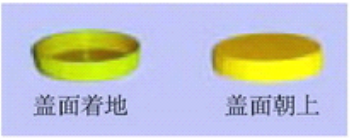
数学理解

1. 利用上节课的转盘A, 设计一个对双方公平的游戏. 你还能设计另外一个对双方公平的游戏吗?

*2. 甲、乙两队进行足球赛, 他们推举小明当裁判. 赛前要决定双方的比赛场地, 可小明手中只有一个均匀的正方体形状的小木块, 请你利用小木块设计一个决定双方比赛场地的方案.

联系拓广

*1. 小强用瓶盖设计了一个游戏: 任意掷出一个瓶盖, 如果盖面着地则甲胜; 盖面朝上则乙胜. 你认为这个游戏对甲、乙双方公平吗? 先想一想, 再动手做一做.



2　摸到红球的概率

如上图，盒子里装有三个红球和一个白球，它们除颜色外完全相同．小明从盒中任意摸出一球．

(1) 你认为小明摸出的球可能是什么颜色？与同伴进行交流．

(2) 如果将每个球都编上号码，分别记为 1 号球(红)、2 号球(红)、3 号球(红)、4 号球(白)，那么摸到每个球的可能性一样吗？

(3) 任意摸出一球，说出所有可能出现的结果．

所有可能出现的结果有：1 号球、2 号球、3 号球、4 号球．摸到红球可能出现的结果有：1 号球、2 号球、3 号球．

人们通常用

$$P(\text{摸到红球}) = \frac{3}{4}$$

摸到红球可能出现的结果数

摸出一球所有可能出现的结果数

来表示摸到红球的可能性，也称为摸到红球的**概率**(probability).

必然事件发生的概率为1，记作P(必然事件)$=1$；不可能事件发生的概率为0，记作P(不可能事件)$=0$；如果A为不确定事件，那么$0<P(A)<1$.

想一想

用同样的方式，你能表示摸到白球的概率吗？

例1 任意掷一枚均匀的小立方体(立方体的每个面上分别标有数字1，2，3，4，5，6)，“6”朝上的概率是多少？

解：任意掷一枚均匀的小立方体，所有可能出现的结果有6种：“1”朝上，“2”朝上，“3”朝上，“4”朝上，“5”朝上，“6”朝上，每种结果出现的概率都相等. 其中，“6”朝上的结果只有1种，因此

$$P(\text{“6”朝上}) = \frac{1}{6}.$$

做一做

用 4 个除颜色外完全相同的球设计一个摸球游戏.

(1) 使得摸到白球的概率为 $\frac{1}{2}$，摸到红球的概率也是 $\frac{1}{2}$；

(2) 摸到白球的概率为 $\frac{1}{2}$，摸到红球和黄球的概率都是 $\frac{1}{4}$.

你能用 8 个除颜色外完全相同的球分别设计满足如上条件的游戏吗？

随堂练习

1. 一副扑克牌(去掉大、小王)，任意抽取其中一张，抽到方块的概率是多少？抽到黑桃的概率呢？

读一读

概率小史

概率主要研究不确定现象，它起源于博弈问题. 15～16 世纪，意大利数学家们曾讨论过“如果两人赌博提前结束，该如何分配赌金”等问题.比如，两个人做掷硬币游戏，掷出正面甲得1分，掷出反面乙得1分，先得到10分的人赢得一个大蛋糕.如果游戏因故中途结束，此时甲得了8分，乙得了7分，那么他们该如何分配这个蛋糕？

为了回答类似上述问题，人们对不确定现象进行了大量的研究.前面已经列举了历史上一些数学家所做的掷硬币试验的数据.

对不确定现象的研究，最终导致了概率论与数理统计这门学科的出现.它自产生之日起，就与人们的实际生活有着紧密的联系，并且解决了许多科技发展中的问题.正因为如此，这门学科有着很强的生命力和广阔的发展前景.

习 题 4.3

知识技能

1. 袋子里有1个红球、3个白球和5个黄球，每个球除颜色外都相同．从中任意摸出一个球，则

   P(摸到红球) ＝_____;

   P(摸到白球) ＝_____;

   P(摸到黄球) ＝_____.

2. 一个均匀小立方体的6个面上分别标有数字1，1，2，2，3，4．任意掷出这个小立方体，则

   (1) P(“1”朝上) ＝ _____;

   (2) P(“2”朝上) ＝ _____;

   (3) P(“3”朝上) ＝ _____;

   (4) P(“4”朝上) ＝ _____;

   (5) P(奇数朝上) ＝ _____;

   (6) P(偶数朝上) ＝ _____.

数学理解

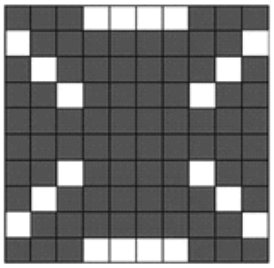
*1. 小明所在的班有52名同学，从中选择4名同学为家长会做准备工作，请你利用扑克牌设计一种方案，使得每一名同学被选中的可能性相同．如果需要从中选择5名同学呢？

问题解决

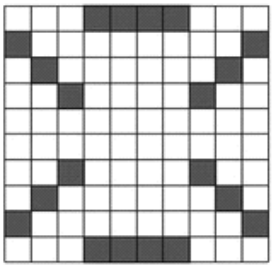
*1. 用10个球设计一种摸球游戏，使得摸到红球的概率是$\frac{1}{2}$．你还能设计其他概率是$\frac{1}{2}$的游戏吗？

3 停留在黑砖上的概率

下图是卧室和书房地板的示意图，图中每一块方砖除颜色外完全相同，小猫分别在卧室和书房中自由地走来走去，并随意停留在某块方砖上．在哪个房间里，小猫停留在黑砖上的概率大？



卧 室



书 房

议一议

假如小猫在如图4−1所示的地板上自由地走来走去，并随意停留在某块方砖上，它最终停留在黑色方砖上的概率是多少？（图中每一块方砖除颜色外完全相同）

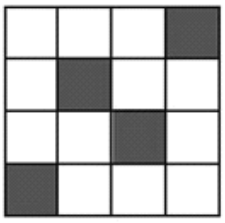


图4−1

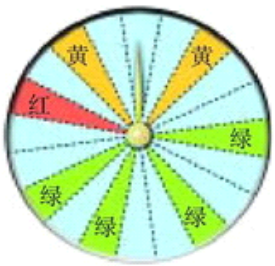
图4−1所示的地板由16块方砖组成，这些方砖除颜色外完全相同．小猫停留在任何一块方砖上的概率都相等，因此，P(小猫最终停留在黑色方砖上)$=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$．

想一想

(1) 小猫在图 4−1 所示的地板上自由地走来走去，它最终停留在白色方砖上的概率是多少？

(2) 小明认为(1)的结果与下面事件发生的概率相等：袋中装有 12 个黑球和 4 个白球，这些球除颜色外都相同，从中任意摸出一球是黑球．你同意吗？

例1 某商场为了吸引顾客，设立了一个可以自由转动的转盘，并规定：顾客每购买 100 元的商品，就能获得一次转动转盘的机会．如果转盘停止后，指针正好对准红、黄或绿色区域，顾客就可以分别获得 100 元、50 元、20 元的购物券(转盘被等分成 20 个扇形)．



甲顾客购物 120 元，他获得购物券的概率是多少？他得到 100 元、50 元、20 元购物券的概率分别是多少？

解：甲顾客的消费额在 100 元到 200 元之间，因此可以获得一次转动转盘的机会．

转盘被等分成 20 个扇形，其中 1 个是红色、2 个是黄色、4 个是绿色，因此，对于甲顾客来说，

P(获得购物券)$=\frac{1+2+4}{20}=\frac{7}{20}$；

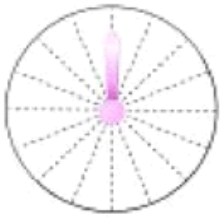
P(获得 100 元购物券)$=\frac{1}{20}$；

P(获得 50 元购物券)$=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$；

P(获得 20 元购物券)$=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$．

随堂练习

1. 如图所示，转盘被等分成16个扇形．请在转盘的适当地方涂上颜色，使得自由转动这个转盘，当它停止转动时，指针落在红色区域的概率为$\frac{3}{8}$．你还能举出一个不确定事件，它发生的概率也是$\frac{3}{8}$吗？



(第1题)

读一读

用“Z+Z”做小猫跳砖实验

在以前的概率学习中，我们经常遇到摸球、掷硬币、抽扑克牌、转转盘等问题，这些都可以借助我们身边的物体，用实际操作的方法来感受和验证.但是，如何借助试验来理解“小猫停留在黑砖上的概率”呢？计算机可以帮我们的忙.

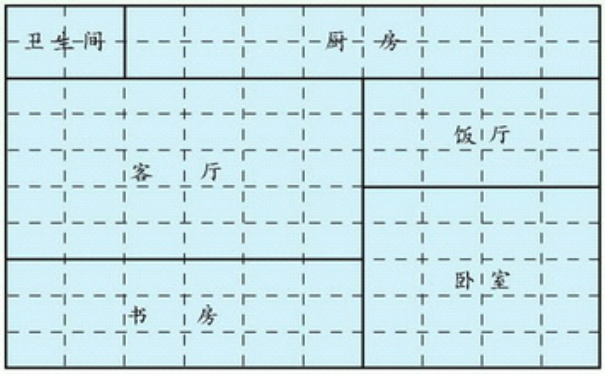
在“Z+Z”中有这样一个课件，你可以设置地砖的总个数和“黑色”地砖的个数，计算机就会随机生成一个满足条件的“房间地板”.点击“开始”按钮后，一只小猫就会在“地板”上自由地走动并随意停止.你可以设定小猫停止的总次数，计算机就会按照你的要求记录下它停留在黑砖上的次数了.

不仅如此，你还可以增加地砖的颜色数目，例如，取3种或4种颜色的地砖做类似的试验，有兴趣的同学不妨试一试.

习题4.4

知识技能

1．下图是一个寻宝游戏的示意图，宝物被随意地藏在了这个住宅内100块地板砖中某一块的下面(所有地板砖完全一样)．



(第1题)

(1) 宝物被藏在哪个房间内的概率最大？

(2) 分别计算宝物被藏在6个房间内的概率．

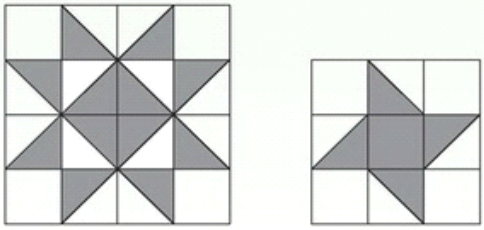
2．下面是两个可以自由转动的转盘，转盘被等分成若干个扇形．转动转盘，分别计算转盘停止后，指针指向红色区域的概率．

(第2题)

数学理解

1．(1) 假如小猫在图 (1) 所示的地板上自由走动，并随意停留在某块方砖上，那么它停留在黑色区域的概率是多少？如果小猫在图 (2) 所示的地板上自由走动呢？

(2) 请你设计几种地砖图案，使得小猫在上面自由走动时停留在黑色区域的概率是 $\frac{1}{3}$.



(1)　　(2)

(第 1 题)

回顾与思考

1．游戏对双方公平是什么意思？利用硬币、转盘或小立方体设计一个对比赛双方都公平的游戏．

2．举例说明第 2 节中，你是如何计算摸到红球的概率的．

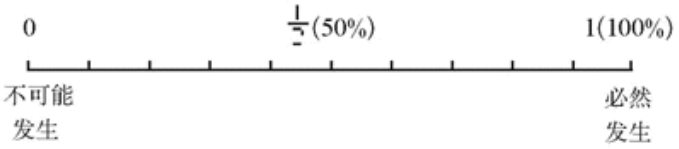
3．举例说明第 3 节中，你是如何计算小猫最终停留在黑色方砖上的概率的．

4．举例说明可以如何求得一个不确定事件发生的概率．

复习题

知识技能

1．请将下列事件发生的概率标在图中：



(1) 今年冬天黑龙江会下雪；

(2) 随意掷两个均匀的骰子，朝上面的点数之和为 1；

(3) 自由转动右面的转盘(转盘被等分成 6 个扇形)，指针停在红色的区域中．

(第 1(3)题)

2．如图所示有10张卡片，分别写有0至9十个数字．将它们背面朝上洗匀后，任意抽出一张．

(1) P（抽到数字9）=_____；

(2) P（抽到两位数）=_____，　P（抽到一位数）=_____；

(3) P（抽到的数大于6）=_____，

　P（抽到的数小于6）=_____；

(4) P（抽到奇数）=_____，P（抽到偶数）=_____．

3．如图，有一个均匀的正二十面体形状的骰子，其中的1个面标有“1”，2个面标有“2”，3个面标有“3”，4个面标有“4”，5个面标有“5”，其余的面标有“6”．将这个骰子掷出后，

(1) “6”朝上的概率是多少？

(2) 数字几朝上的概率最大？

(第3题)

数学理解

1．如图是一个转盘，小颖认为转盘上共有三种不同的颜色，所以自由转动这个转盘，指针停在红色、黄色或蓝色区域的概率都是$\frac{1}{3}$，你认为呢？(转盘被等分成4个扇形)

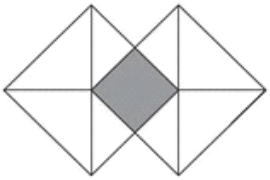
(第1题)

2．一只小鸟自由自在地在空中飞行，然后随意落在图中所示某个方格中(每个方格除颜色外完全一样)，分别计算小鸟停在白色方格中的概率．

(1)　　(2)

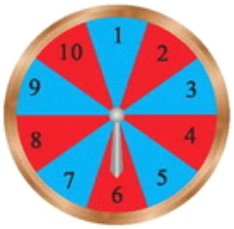
(第2题)

3．如图，假设可以随意在图中取点，那么这个点取在阴影部分的概率是多少？请你重新设计图案，使得这个点取在阴影部分的概率为$\frac{3}{7}$．



(第3题)

4．如图，一个均匀的转盘被平均分成10等份，分别标有1，2，3，4，5，6，7，8，9，10这10个数字．转动转盘，当转盘停止后，指针指向的数字即为转出的数字．



(第4题)

两人参与游戏：一人转动转盘，另一人猜数，若所猜数字与转出的数字相符，则猜数的人获胜，否则转动转盘的人获胜．猜数的方法从下面三种中选一种：

(1) 猜“是奇数”或“是偶数”；

(2) 猜“是3的倍数”或“不是3的倍数”；

(3) 猜“是大于6的数”或“不是大于6的数”．

如果轮到你猜数，那么为了尽可能获胜，你将选择哪一种猜数方法？怎样猜？

5．请你为班会设计一个游戏，并说明在你的设计中游戏者获胜的概率是多少．

问题解决

1．如果某地明天降水概率为30%，后天降水概率为70%，当地居民哪一天出门时更有可能会带伞？

*2．调查当地的某项抽奖活动，并试着计算抽奖者获奖的概率．

联系拓广

1．现有足够多除颜色外均相同的球，请你从中选12个球设计摸球游戏．

(1) 使摸到红球的概率和摸到白球的概率相等；

(2) 使摸到红球、白球、黑球的概率都相等；

(3) 使摸到红球的概率和摸到白球的概率相等，且都小于摸到黑球的概率．

第五章 三角形

在我们的生活中几乎随处可见三角形.它简单、有趣，也十分有用.三角形可以帮助我们更好地认识周围的世界，可以帮助我们解决很多实际问题……

在没有任何测量工具的条件下，一个战士测得了隔河相望的敌军碉堡与我军阵地的距离，你想知道这个战士是怎样测量的吗?

本章我们将学习三角形的基本性质，探索三角形全等的条件，并利用这些结果解决一些实际问题.

1 认识三角形

观察下面的屋顶框架图：

图 5−1

(1) 你能从图 5−1 中找出 4 个不同的三角形吗？

(2) 与同伴交流各自找到的三角形．

(3) 这些三角形有什么共同的特点？

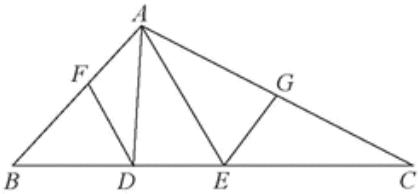


图 5−2

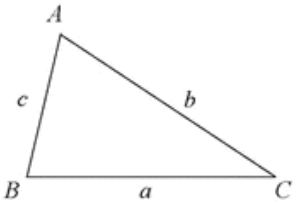


图 5−3

由不在同一直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做**三角形**(triangle)．三角形有三条边、三个内角和三个顶点.“三角形”可以用符号“△”表示，如图 5−2 中顶点是 A，B，C 的三角形，记作“△ABC”．△ABC 的三边，有时也用 a，b，c 来表示．如图 5−3 中，顶点 A 所对的边 BC 用 a 表示，边 AC、边 AB 分别用 b，c 来表示．

议一议

(1) 元宵节的晚上，房梁上亮起了彩灯，装有黄色彩灯的电线与装有红色彩灯的电线哪根长呢？说明你的理由.

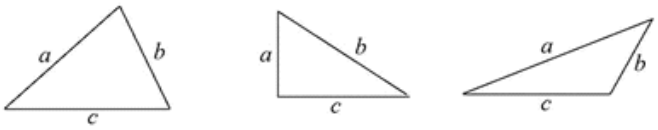
图 5–4

(2) 在一个三角形中，任意两边之和与第三边的长度有怎样的关系？为什么？

三角形任意两边之和大于第三边.

做一做

分别量出下面三个三角形的三边长度，并填入空格内.



(1) (2) (3)

图 5–5

(1) $a=$_____，$b=$_____，$c=$_____；

(2) $a=$_____，$b=$_____，$c=$_____；

(3) $a=$_____，$b=$_____，$c=$_____.

计算每个三角形的任意两边之差，并与第三边比较，你能得到什么结论？

三角形任意两边之差小于第三边.

例 1 有两根长度分别为 5 cm 和 8 cm 的木棒，用长度为 2 cm 的木棒与它们能摆成三角形吗？为什么？长度为 13 cm 的木棒呢？

解：取长度为 2 cm 的木棒时，由于 $2+5=7<8$，出现了两边之和小于第三边的情况，所以它们不能摆成三角形.

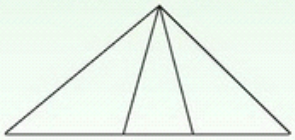
取长度为 13 cm 的木棒时，由于 $5+8=13$，出现了两边之和等于第三边的情况，所以它们也不能摆成三角形.

你能取一根木棒，与原来的两根木棒摆成三角形吗？

习题 5.1

知识技能

1. 指出图中有几个三角形，并用符号分别表示出来.



(第 1 题)

数学理解

1. 等腰三角形一边长 9 cm，另一边长 4 cm，它的第三边是多少？为什么？

问题解决

1. 下列每组数分别是三根小木棒的长度，用它们能摆成三角形吗？实际摆一摆，验证你的结论.

(1) 3 cm，4 cm，5 cm；　　(2) 8 cm，7 cm，15 cm；

(3) 13 cm，12 cm，20 cm；　　(4) 5 cm，5 cm，11 cm.

做一做

我们知道，将一个三角形的三个角撕下来，拼在一起，可以得到三角形的内角和为 180°.

小明只撕下三角形的一个角，也得到了上面的结论，他是这样做的：

(1) 做一个三角形纸片，它的三个内角分别为∠1，∠2和∠3，如图 5−6.

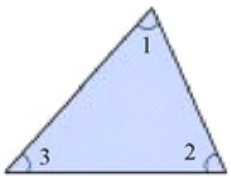


图 5−6

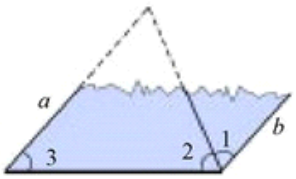


图 5−7

(2) 将∠1撕下，按图 5−7 所示进行摆放，其中∠1的顶点与∠2的顶点重合，它的一条边与∠2的一条边重合.

此时∠1的另一条边b与∠3的一条边a平行吗？为什么？

(3) 如图 5−8 所示，将∠3与∠2的公共边延长，它与 b 所夹的角为∠4．∠3与∠4的大小有什么关系？为什么？

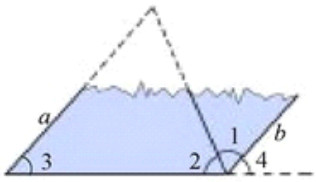


图 5−8

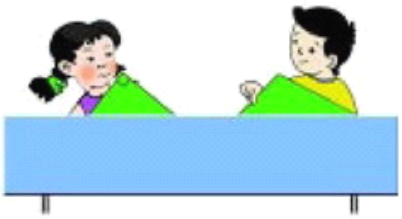
现在，你得到这个三角形的内角和了吗？

自己做一个三角形纸片，重复上面的过程，你得到同样的结论了吗？与同伴进行交流．

三角形三个内角的和等于 180°．

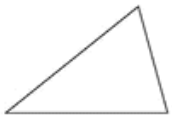
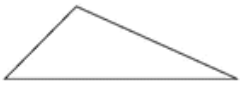
猜一猜

(1) 右图中小明所拿三角形被遮住的两个内角是什么角？小颖的呢？试着说明理由．



(2) 右图中三角形被遮住的两个内角可能是什么角？将所得结果与(1)的结果进行比较．

我们可以按三角形内角的大小把三角形分为三类：

		
锐角三角形 (acute triangle) 三个内角都是锐角	**直角三角形** (right triangle) 有一个内角是直角	**钝角三角形** (obtuse triangle) 有一个内角是钝角

通常，我们用符号“Rt△ABC”表示“直角三角形ABC”．把直角所对的边称为直角三角形的斜边(hypotenuse)，夹直角的两条边称为直角边(leg)．

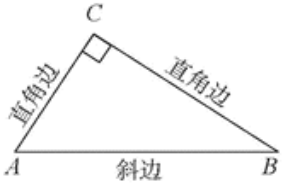


图 5-9

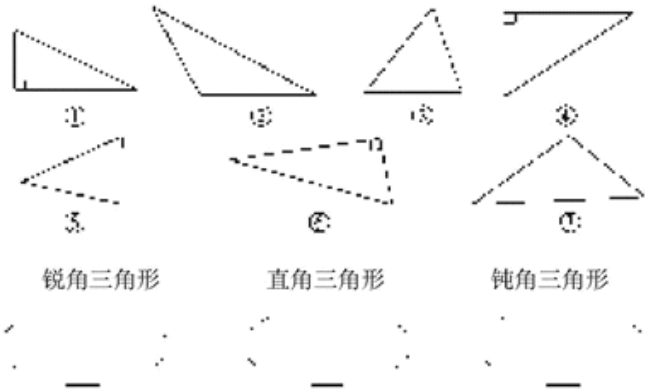
直角三角形有许多性质，你能发现它的两个锐角之间有什么关系吗？

直角三角形的两个锐角互余.

随堂练习

1．在△ABC中，$\angle A = 80^\circ$，$\angle B = \angle C$，求$\angle C$的度数．

2．观察下面的三角形，并把它们的标号填入相应的圈内.



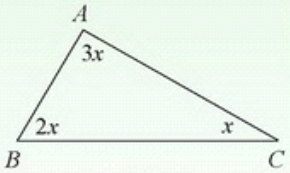
3．一个三角形两个内角的度数分别如下，这个三角形是什么三角形？

(1) 30° 和 60°；　　(2) 40° 和 70°；　　(3) 50° 和 20°．

习题 5.2

知识技能

1．如图，求△ABC 各内角的度数．



（第 1 题）

2．在下面的空白处，分别填入“锐角”“钝角”或“直角”：

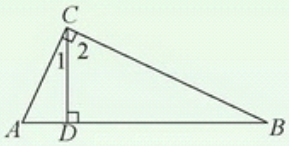
(1) 如果三角形的三个内角都相等，那么这个三角形是_____三角形；

(2) 如果三角形的一个内角等于另外两个内角之和，那么这个三角形是_____三角形；

(3) 如果三角形的两个内角都小于 40°，那么这个三角形是_____三角形．

3．在直角三角形中，有一个锐角是另一个锐角的2倍，求这个锐角的度数.

4．如图，已知$\angle ACB = 90^\circ$，$CD \perp AB$，垂足是D.



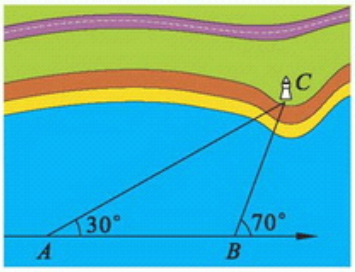
（第4题）

(1) 图中有几个直角三角形？是哪几个？分别说出它们的直角边和斜边.

(2) $\angle 1$和$\angle A$有什么关系？$\angle 2$和$\angle A$呢？

问题解决

1．如图，一艘轮船按箭头所示方向行驶，C处有一灯塔，请你根据图中所标数据求$\angle ACB$的大小．当轮船距离灯塔C最近时，$\angle ACB$是多少度？

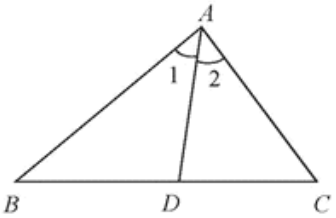


（第1题）

*2．已知三角形三个内角的度数之比为1∶3∶5，求这三个内角的度数.

在一张薄纸上任意画一个三角形，你能设法画出它的一个内角的平分线吗？你能通过折纸的方法得到它吗？

在三角形中，一个内角的角平分线与它的对边相交，这个角的顶点与交点之间的线段叫做**三角形的角平分线**．如图5−10，AD是$\angle BAC$的角平分线．



$\angle 1 = \angle 2$

图 5−10

做一做

每人准备锐角三角形、钝角三角形和直角三角形纸片各一个．

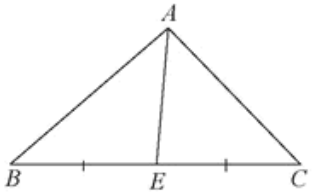
(1) 你能分别画出这三个三角形的三条角平分线吗？

(2) 你能用折纸的办法得到它们吗？

(3) 在每个三角形中，这三条角平分线之间有怎样的位置关系？

将你的结果与同伴进行交流．

在三角形中，连接一个顶点与它对边中点的线段，叫做这个**三角形的中线**(median)．如图5−11，AE是BC边上的中线．



$BE = EC$

图 5−11

议一议

(1) 在纸上画出一个锐角三角形，并画出它的三条中线，它们有怎样的位置关系？与同伴进行交流．

(2) 钝角三角形和直角三角形的三条中线也有同样的位置关系吗？折一折，画一画，并与同伴进行交流.

三角形的三条角平分线交于一点，三条中线交于一点.

习 题 5.3

知识技能

1. 填空：

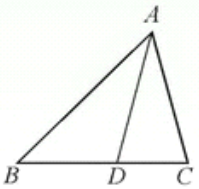
(1) AD 是△ABC 的角平分线(D 在 BC 所在直线上)，那么

$\angle BAD =$ _____ $= \frac{1}{2}$ _____；

(2) AE 是△ABC 的中线(E 在 BC 所在直线上)，那么

$BE =$ _____ $=$ ____ BC.

2. 如图，在△ABC 中，$\angle BAC = 60^\circ$，$\angle B = 45^\circ$，AD 是△ABC 的一条角平分线，求 $\angle ADB$ 的度数.



(第 2 题)

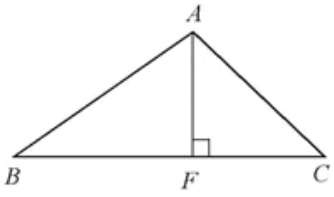
联系拓广

1. 做一个三角形卡片，并找到其三条中线的交点 O，然后以点 O 为支点，用一枝铅笔将这个三角形卡片支起(如图)，你会发现什么？换一个三角形卡片再试一试.

(第 1 题)

过三角形的一个顶点，你能画出它的对边的垂线吗？

从三角形的一个顶点向它的对边所在直线作垂线，顶点和垂足之间的线段叫做**三角形的高线**，简称**三角形的高**(height)．如图 5−12，线段 AF 是 BC 边上的高．



$AF \perp BC$
图 5−12

做一做

每人准备一个锐角三角形纸片．

(1) 你能画出这个三角形的三条高吗？你能用折纸的方法得到它们吗？

(2) 这三条高之间有怎样的位置关系？

将你的结果与同伴进行交流．

议一议

在纸上画出一个直角三角形和一个钝角三角形．

(1) 画出直角三角形的三条高，它们有怎样的位置关系？

(2) 你能折出钝角三角形的三条高吗？你能画出它们吗？

(3) 钝角三角形的三条高交于一点吗？它们所在的直线交于一点吗？

将你的结果与同伴进行交流．

三角形的三条高所在的直线交于一点．

想一想

分别指出图 5−13 中△ABC 的三条高.

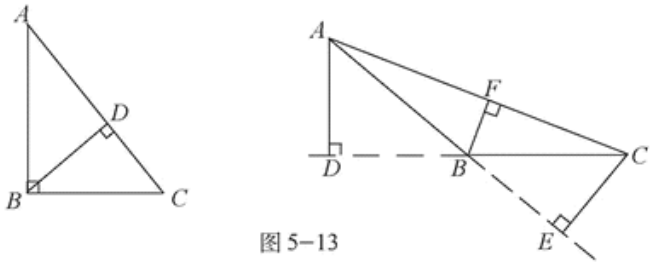


图 5−13

读一读

计算机帮你做验证

大家在前面学习了“三角形的内角和是180°”“三角形的三条角平分线、三条中线、三条高所在的直线分别交于一点”.这些结论的正确性都可以用计算机加以验证.例如：

在“Z+Z”中随意画一个三角形，分别测量三个角的大小，并把它们相加，会得到和为180°.然后我们拖动三角形的任意一个顶点，改变三个内角的大小.在屏幕上我们会看到，三个内角的值在不断地变化，但它们的和始终不变.

你还可以做下面的验证工作：先画一个锐角△ABC，分别作出BC，AC边上的高，它们交于点O，连接CO并延长，使得CO与AB交于点D，测量∠ADC的大小，看它是否等于90°.再拖动三角形的任意一个顶点，改变三角形的形状，∠ADC的大小发生变化了吗？这说明了什么？这说明：三角形的三条高所在的直线交于一点.

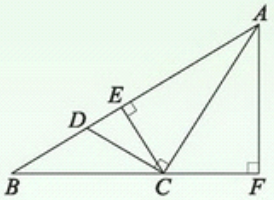
类似地，你还可以验证“三角形的三条角平分线交于一点”和“三角形的三条中线交于一点”.

习题 5.4

知识技能

1. 三角形的一条中线是否将这个三角形分成面积相等的两个三角形？为什么？

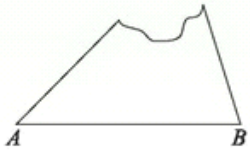
2. 如图，在△ABC中，BC边上的高是_____，AB边上的高是_____；在△BCE中，BE边上的高是_____，EC边上的高是_____；在△ACD中，AC边上的高是_____，CD边上的高是_____.



（第2题）

问题解决

1. 一个缺角三角形残片如图所示，不恢复这个缺角，请你作出AB边上的高所在的直线．你是怎样作的？为什么？

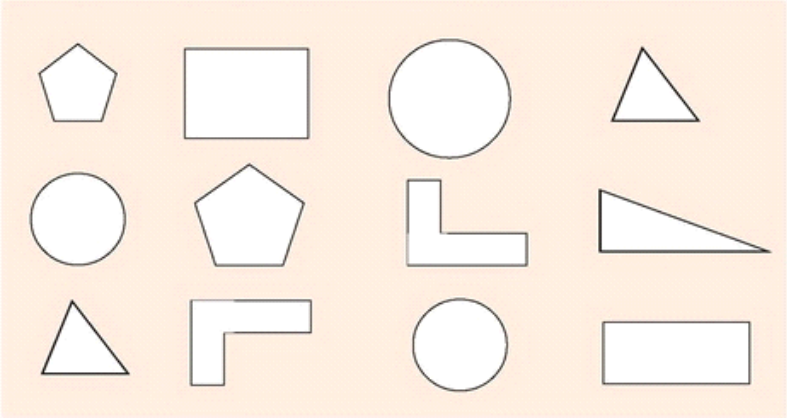


（第1题）

2 图形的全等

观察图5－14的两组图形：

（1）



（2）

图 5－14

这些图形中，有些是完全一样的，如果把它们叠在一起，它们就能重合．你能分别从图中找出这样的图形吗？

两个能够重合的图形称为**全等图形**(congruent figures)．

议一议

(1) 你能说出生活中全等图形的例子吗？

(2) 观察下面两组图形，它们是不是全等图形？为什么？与同伴进行交流．

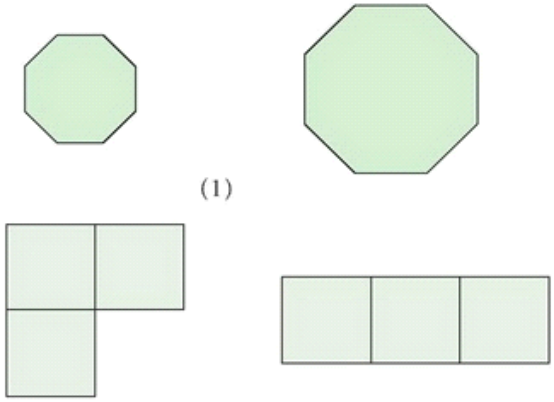


图 5-15

(3) 如果两个图形全等，它们的形状和大小一定都相同吗？

全等图形的形状和大小都相同．

做一做

沿着图5−16中的虚线，分别把下面的图形划分为两个全等图形(至少找出两种方法)，并与同伴进行交流.

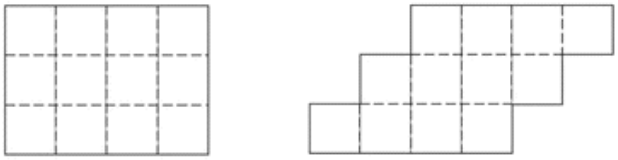
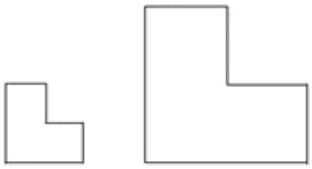


图 5−16

随堂练习

1. 如图，做四个全等的小“L”型纸片，将它们拼成一个与大“L”型全等的图案.



(第 1 题)

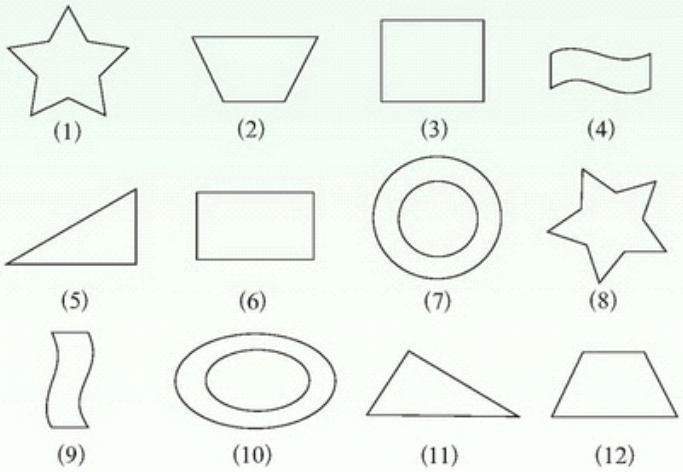
2. 从图中找出两对全等的图形，与同伴进行交流.

(第 2 题)

习 题 5.5

知识技能

1. 下面图形中有哪些是全等的?

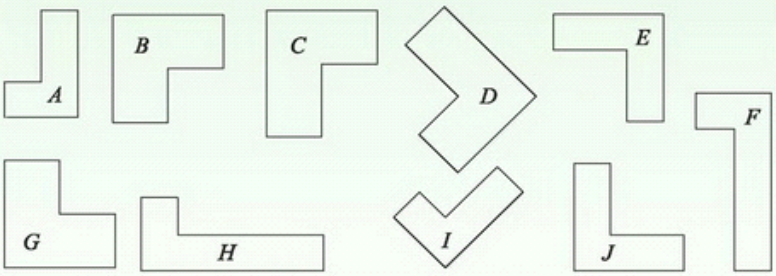


(第 1 题)

2. 观察下面的图案，你能发现其中的全等图形吗?

(第 2 题)

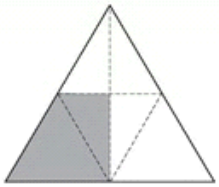
3. 下面图形中有哪些是全等的?



（第 3 题）

问题解决

1．如图，剪一个三角形纸片，使它的三个内角都是 60°，取三边的中点，以虚线为折痕折叠纸片．你认为图中阴影部分的面积是整个图形面积的几分之几？你是怎样知道的？



（第 1 题）

3 全等三角形

图 5−17

在图5−17中，△ABC与△DEF重合，它们是全等的，其中顶点A，D重合，它们是对应顶点；AB边与DE边重合，它们是对应边；∠A与∠D重合，它们是对应角．

你能找出其他的对应顶点、对应边和对应角吗？

全等三角形的对应边相等，对应角相等．

如图5−18，△ABC与△XYZ全等，我们把它记作“△ABC≌△XYZ”．记两个三角形全等时，通常把表示对应顶点的字母写在对应的位置上．

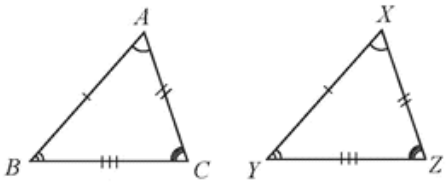


图 5−18

议一议

图5-19是一个等边三角形，你能把它分成两个全等的三角形吗？你能把它分成三个、四个全等的三角形吗？

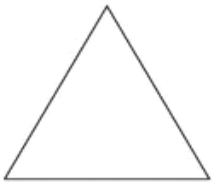
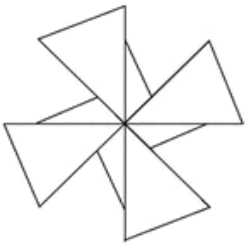


图 5-19

随堂练习

1. 在图中找出两对全等的三角形，并指出其中的对应角和对应边.

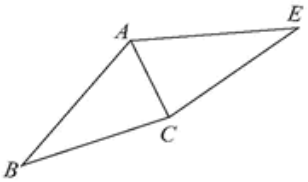


(第 1 题)

(第 2 题)

2. 找出由七巧板拼成的图案中的全等三角形.

3. 如图，$\triangle ABC \cong \triangle AEC$，$\angle B = 30^\circ$，$\angle ACB = 85^\circ$，求出 $\triangle AEC$ 各内角的度数.

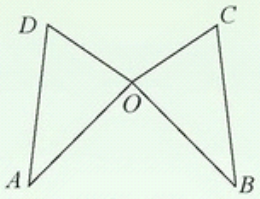


(第 3 题)

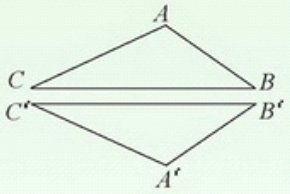
习题 5.6

知识技能

1. 如图，$\triangle AOD \cong \triangle BOC$，写出其中相等的角.



(第 1 题)

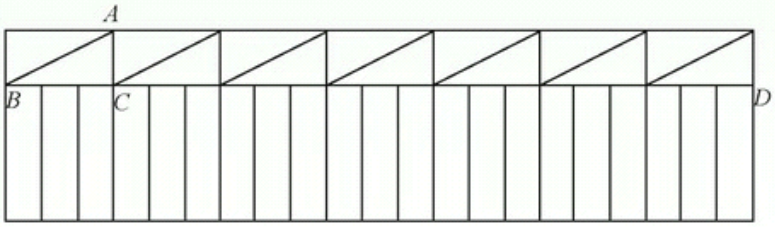


(第 2 题)

2. 如图，$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$，$\angle C = 25^\circ$，$BC = 6\ \text{cm}$，$AC = 4\ \text{cm}$，你能得出$\triangle A'B'C'$中哪些角的大小、哪些边的长度？

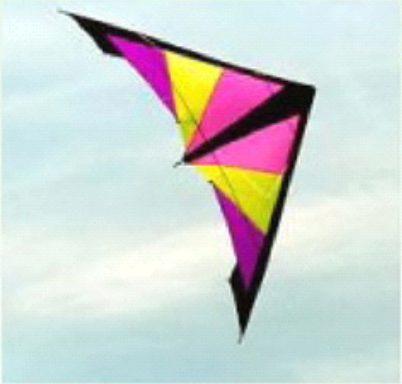
问题解决

1. 如图，一栅栏顶部是由全等的三角形组成的，其中$AC = 0.2\ \text{m}$，$BC = 2AC$，求BD的长.



(第 1 题)

2. 一个风筝如图所示，请在风筝图中找出3对全等三角形，并指出它们的对应边和对应角（可以在图中标注字母）.



（第2题）

4 探索三角形全等的条件

要画一个三角形与小明画的三角形全等，需要几个与边或角的大小有关的条件呢？一个条件、两个条件、三个条件……

做一做

1．只给一个条件(一条边或一个角)画三角形时，大家画出的三角形一定全等吗？

2．给出两个条件画三角形时，有几种可能的情况？每种情况下作出的三角形一定全等吗？分别按照下面的条件做一做．

(1) 三角形的一个内角为30°，一条边为3 cm；

(2) 三角形的两个内角分别为30°和50°；

(3) 三角形的两条边分别为4 cm，6 cm.

只给出一个条件或两个条件时，都不能保证所画出的三角形一定全等．

议一议

如果给出三个条件画三角形，你能说出有哪几种可能的情况？

有四种可能：三条边、三个角、两边一角和两角一边．

做一做

(1) 已知一个三角形的三个内角分别为40°，60°和80°，你能画出这个三角形吗？把你画的三角形与同伴画的进行比较，它们一定全等吗？

三个内角对应相等的两个三角形不一定全等.

(2) 已知一个三角形的三条边分别为 4 cm，5 cm 和 7 cm，你能画出这个三角形吗？把你画的三角形与同伴画的进行比较，它们一定全等吗？

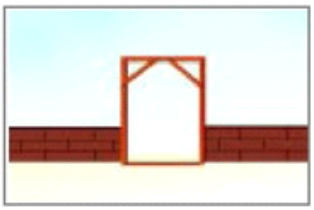
三边对应相等的两个三角形全等，简写为“边边边”或“SSS”.

由上面的结论可知，只要三角形三边的长度确定了，这个三角形的形状和大小就完全确定了. 图5−20是用三根木条钉成的一个三角形框架，它的大小和形状是固定不变的，三角形的这个性质叫做三角形的稳定性. 图5−21是用四根木条钉成的框架，它的形状是可以改变的，它不具有稳定性.

图 5−20

图 5−21

在生活中，我们经常会看到应用三角形稳定性的例子.

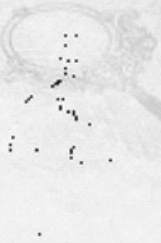


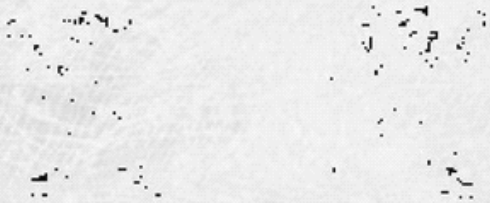
你还能举出一些其他的例子吗？

读 一 读

跪姿射击技术分析

下图是跪姿射击的情形.





我们可以看到，跪姿射击的动作构成了三个三角形：

1. 由右脚尖、右膝、左脚构成的三角形支撑面，它可以使射击者在射击过程中保持稳定．当然，射击者的体型不同，他所选择的支撑面形状也可能不同．

2. 由左手、左肘、左肩构成的托枪三角形，以及由左手、左肩、右肩所构成的近乎水平的三角形．这两个三角形可以使射击者在射击过程中保持枪的稳定性．

正是这样三个三角形，使射击者保持了姿势的稳定和枪的稳定．当然，要想射击准确，好的射姿只是一个方面，除此之外，射击者的技术水平、心理素质等也都是极为重要的因素．

习 题 5.7

数学理解

1．准备几根硬纸条．

(1) 取出三根硬纸条钉成一个三角形，你能拉动其中两边，使这个三角形的形状发生变化吗？

(2) 取出四根硬纸条钉成一个四边形，拉动其中两边，这个

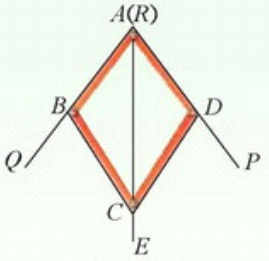
四边形的形状改变了吗？钉成一个五边形，又会怎么样？

(3) 上面的现象说明了什么？

2. 两个锐角对应相等的两个直角三角形全等吗？为什么？

问题解决

1. 如图，仪器 $ABCD$ 可以用来平分一个角，其中 $AB = AD$，$BC = DC$，将仪器上的点 A 与 $\angle PRQ$ 的顶点 R 重合，调整 AB 和 AD，使它们落在角的两边上，沿 AC 画一条射线 AE，AE 就是 $\angle PRQ$ 的平分线．你能说明其中的道理吗？



(第1题)

小明的思考过程如下：

$$\begin{cases} AB = AD \\ BC = DC \\ AC = AC \end{cases} \longrightarrow \triangle ABC \cong \triangle ADC \longrightarrow \angle QRE = \angle PRE.$$

你能说出每一步的理由吗？

由前面的讨论我们知道，如果给出一个三角形三条边的长度，那么由此得到的三角形都是全等的．如果已知一个三角形的两角及一边，那么有几种可能的情况呢？每种情况下得到的三角形都全等吗？

做一做

1．如果“两角及一边”条件中的边是两角所夹的边，比如三角形的两个内角分别是60°和80°，它们所夹的边为2 cm，你能画出这个三角形吗？你画的三角形与同伴画的一定全等吗？

图 5-22

2．如果“两角及一边”条件中的边是其中一角的对边，比如三角形两个内角分别是60°和45°，一条边长为3 cm，情况会怎样呢？

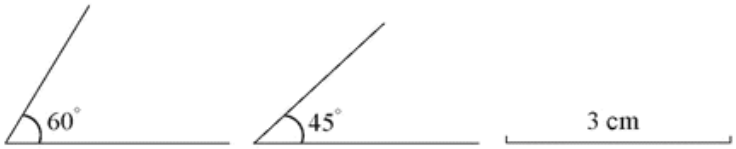


图 5-23

(1) 如果 60° 角所对的边为 3 cm，你能画出这个三角形吗？

这里的条件与 1 中的条件有什么相同点与不同点？你能将它转化为 1 中的条件吗？你画的三角形与同伴画的一定全等吗？

(2) 如果 45° 角所对的边为 3 cm，那么按这个条件画出的三角形都全等吗？

议一议

改变“做一做”每种情况中的角度和边长，你能得到同样的结论吗？

两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等，简写成“角边角”或“ASA”.

两角和其中一角的对边对应相等的两个三角形全等，简写成“角角边”或“AAS”.

想一想

如图，AB与CD相交于点O，O是AB的中点，$\angle A=\angle B$，$\triangle AOC$与$\triangle BOD$全等吗？为什么？

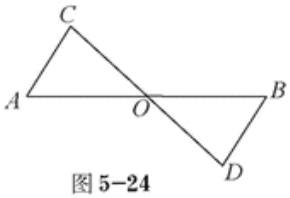
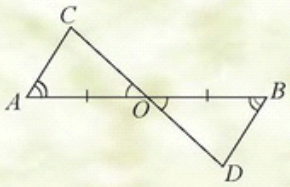


图 5-24

我的思考过程如下：

两角和夹边对应相等，$\triangle AOC$与$\triangle BOD$全等.

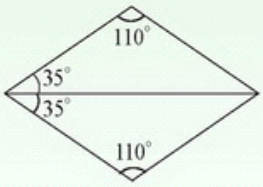


你能理解他的意思吗？

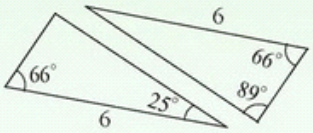
习题 5.8

知识技能

1. 图中的两个三角形全等吗？请说明理由.



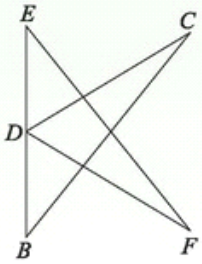
(第 1 题)



(第 2 题)

2. 图中的两个三角形有几对相等的角？这两个三角形全等吗？请说明理由.

3. 如图，D 是线段 BE 的中点，$\angle C=\angle F$，$\angle B=\angle E$. 请你在图中找出一对全等三角形，并说明理由.



(第 3 题)

问题解决

1. 如图,小明不慎将一块三角形模具打碎为两块，他是否可以只带其中的一块碎片到商店去，就能配一块与原来一样的三角形模具呢？如果可以，带哪块去合适？为什么？

(第 1 题)

如果已知一个三角形的两边及一角，那么有几种可能的情况呢？每种情况下得到的三角形都全等吗？

做一做

(1) 如果“两边及一角”条件中的角是两边的夹角，比如三角形两条边分别为 2.5 cm，3.5 cm，它们所夹的角为 40°，你能画出这个三角形吗？你画的三角形与同伴画的一定全等吗？

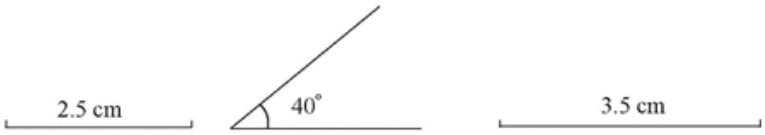


图 5-25

改变上述条件中的角度和边长，再试一试.

两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等，简写成“边角边”或“SAS”.

(2) 如果“两边及一角”条件中的角是其中一边的对角，比如两条边分别为 2.5 cm，3.5 cm，长度为 2.5 cm 的边所对的角为 40°，情况会怎样呢？

小明和小颖按照所给条件分别画出了下面的三角形，由此你发现了什么？

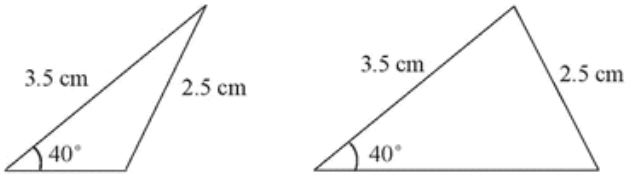
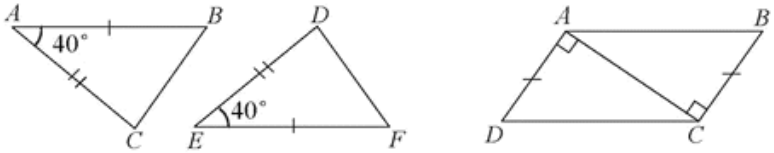


图 5–26

两边及其中一边的对角对应相等，两个三角形不一定全等.

随堂练习

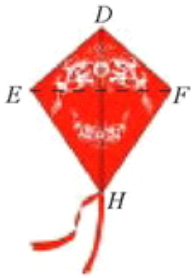
1．分别找出各题中的全等三角形，并说明理由.



(1)　　(2)

(第 1 题)

2．小明做了一个如图所示的风筝，其中 $\angle EDH = \angle FDH$，$ED = FD$．将上述条件标注在图中，小明不用测量就能知道 $EH = FH$ 吗？与同伴进行交流．

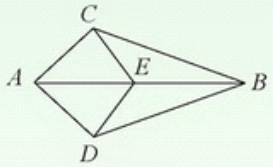


(第 2 题)

习 题 5.9

知识技能

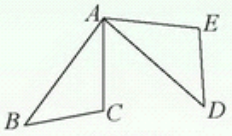
1. 如图，点 E 在 AB 上，$AC = AD$，$\angle CAB = \angle DAB$，$\triangle ACE$ 与 $\triangle ADE$ 全等吗？$\triangle ACB$ 与 $\triangle ADB$ 呢？请说明理由.



(第 1 题)

数学理解

1. 如图，$AB = AD$，$AC = AE$，$\angle BAC = \angle DAE$，$\angle B$ 与 $\angle D$ 相等吗？



(第 1 题)

小明的思考过程如下：

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAE \\ AC = AE \end{cases} \longrightarrow \triangle ABC \cong \triangle ADE \longrightarrow \angle B = \angle D.$$

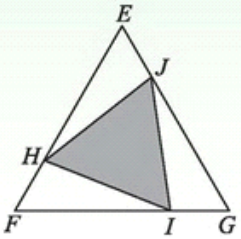
你能说明每一步的理由吗？

问题解决

1. 小颖作业本上画的三角形被墨迹污染，她想画出一个与原来完全一样的三角形，她该怎么办呢？请帮助小颖想出一个办法来，并说明你的理由.

(第 1 题)

2．△EFG 的三条边相等，三个内角也相等，且 $EH=FI=GJ$，△EHJ，△FIH，△GJI 全等吗？△HIJ 的三边相等吗？



（第 2 题）

5 作三角形

我们已经会用尺规作一条线段等于已知线段、作一个角等于已知角，而边和角是三角形的基本元素，那么你能利用尺规作一个三角形与已知三角形全等吗？

做一做

1. 已知三角形的两边及其夹角，求作这个三角形.

已知：线段 a，c，$\angle\alpha$.

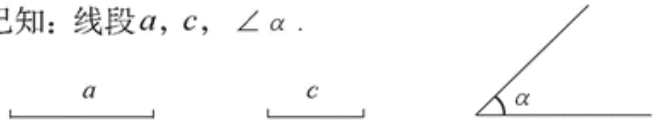
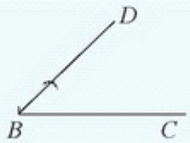
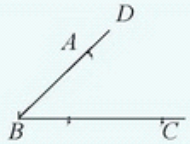
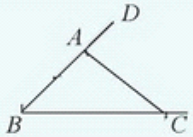


图 5-27

求作：$\triangle ABC$，使 $BC=a$，$AB=c$，$\angle ABC=\angle\alpha$.

作法与示范：

作　法	示　范
(1) 作一条线段 $BC=a$;	
(2) 以 B 为顶点，以 BC 为一边，作角 $\angle DBC=\angle\alpha$;	
(3) 在射线 BD 上截取线段 $BA=c$;	
(4) 连接 AC. $\triangle ABC$ 就是所求作的三角形.	

将你所作的三角形与同伴作出的三角形进行比较，它们全等吗？为什么？

还有没有其他的作法？

2. 已知三角形的两角及其夹边，求作这个三角形.

已知：$\angle\alpha$，$\angle\beta$，线段 c.

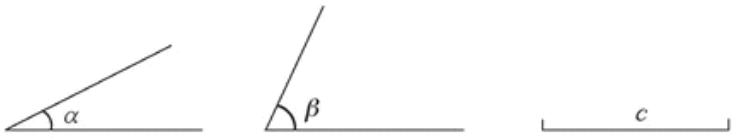


图 5-28

求作：$\triangle ABC$，使 $\angle A=\angle\alpha$，$\angle B=\angle\beta$，$AB=c$.

请按照给出的作法作出相应的图形.

作　法	图　形
(1) 作 $\angle DAF=\angle\alpha$；	
(2) 在射线 AF 上截取线段 $AB=c$；	
(3) 以 B 为顶点，以 BA 为一边，作 $\angle ABE=\angle\beta$，BE 交 AD 于点 C. $\triangle ABC$ 就是所求作的三角形.	

将你所作的三角形与同伴作出的三角形进行比较，它们全等吗？为什么？

3．已知三角形的三条边，求作这个三角形.

已知：线段 a，b，c.

图 5-29

求作：$\triangle ABC$，使 $AB = c$，$AC = b$，$BC = a$.

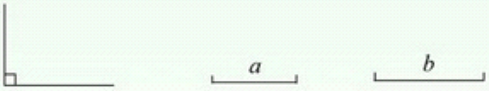
(1) 请写出作法并作出相应的图形.

(2) 将你作出的三角形与同伴作的进行比较，它们全等吗？为什么？

习 题 5.10

知识技能

1．你能用尺规作一个直角三角形，使其两条直角边分别等于已知线段 a，b 吗？



(第 1 题)

2．已知 $\angle\alpha$ 和线段 a，用尺规作一个三角形，使其一个内角等于 $\angle\alpha$，另一个内角等于 $2\angle\alpha$，且这两内角的夹边等于 a.

(第 2 题)

3. 已知线段 a，用尺规作$\triangle ABC$，使 $AB = a$，$BC = AC = 2a$.

(第 3 题)

问题解决

1. 先画一个$\triangle ABC$，然后选择$\triangle ABC$中适当的边和角，用尺规作出与$\triangle ABC$全等的三角形（不写作法，但要在所作的三角形中标出用到的条件）.

6 利用三角形全等测距离

一位经历过战争的老人讲述了这样一个故事：

在一次战役中，我军阵地与敌军碉堡隔河相望．为了炸掉这个碉堡，需要知道碉堡与我军阵地的距离．在不能过河测量又没有任何测量工具的情况下，一个战士想出来这样一个办法：他面向碉堡的方向站好，然后调整帽子，使视线通过帽檐正好落在碉堡的底部；然后，他转过一个角度，保持刚才的姿态，这时视线落在了自己所在岸的某一点上；接着，他用步测的办法量出自己与那个点的距离，这个距离就是他与碉堡间的距离．

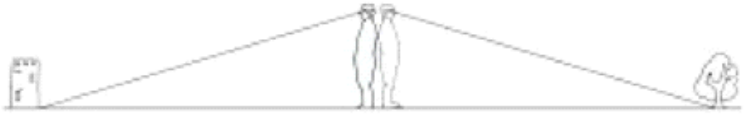


图 5-30

(1) 按这个战士的方法，找出教室或操场上与你距离相等的两个点，并通过测量加以验证．

(2) 你能解释其中的道理吗？

想一想

如图，A，B两点分别位于一个池塘的两端，小明想用绳子测量A，B间的距离，但绳子不够长，一个叔叔帮他出了这样一个主意：先在地上取一个可以直接到达A点和B点的点C，连接AC并延长到D，使$CD=AC$；连接BC并延长到E，使$CE=CB$，连接DE并测量出它的长度，DE的长度就是A，B间的距离.

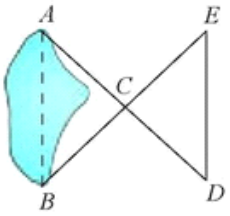


图 5-31

你能说明其中的道理吗？

小明是这样想的：

$$\begin{cases} AC=DC \\ \angle ACB=\angle DCE \\ BC=EC \end{cases}$$

↓

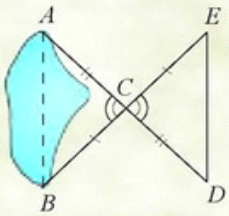
$$\triangle ABC \cong \triangle DEC$$

↓

$$AB=DE.$$

你能说出每步的道理吗？

小颖将条件标注在图中，并得出了结论.



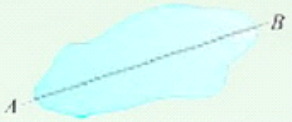
因为有两边及其夹角对应相等，所以$\triangle ABC$与$\triangle DEC$全等，这样AB就等于DE.

你理解她的意思吗？

习 题5.11

知识技能

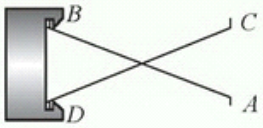
1. 如图，一条输电线路需跨越一个池塘，池塘两侧A，B处各立有一根电线杆，但利用现有皮尺无法直接量出A，B间的距离．请你设计一个方案，测出A，B间的距离，并说明理由．



（第1题）

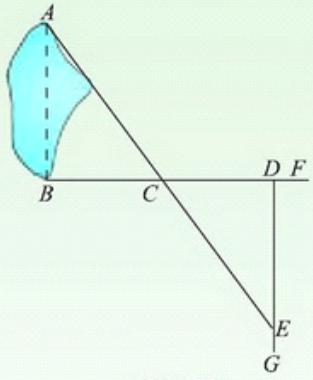
数学理解

1. 如图，把两根钢条AB，CD的中点连在一起，可以做成一个测量工件内槽宽的工具(卡钳)．只要量得AC的长度，就可知工件的内径BD是否符合标准．你明白其中的道理吗？与同伴进行交流．



（第1题）

2. 我们还有另一种方法可以解决本节“想一想”中的问题：如图所示，要测量A，B间的距离，可以在AB的垂线BF上取两点C，D，使$CD=BC$，再过D点作出BF的垂线DG，并在DG上找一点E，使A，C，E在一条直线上，这时测得的DE的长就是A，B间的距离．你能说出这是为什么吗？



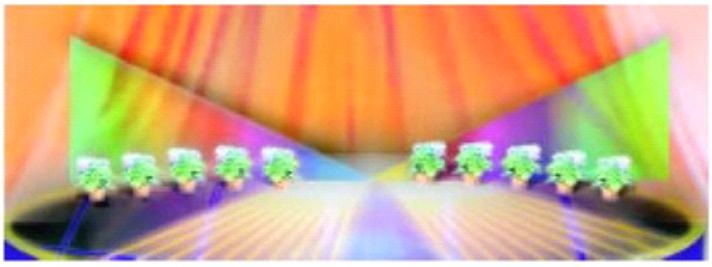
(第 2 题)

小颖是这样思考的：

$$\begin{cases} \angle B = \angle EDC \\ \angle ACB = \angle ECD \\ BC = DC \end{cases} \longrightarrow \triangle ABC \cong \triangle EDC \longrightarrow AB = ED.$$

你知道每一步的理由吗？

7 探索直角三角形全等的条件



舞台背景的形状是两个直角三角形，工作人员想知道这两个直角三角形是否全等，但每个三角形都有一条直角边被花盆遮住无法测量.

(1) 你能帮他想个办法吗？

(2) 如果他只带了一个卷尺，能完成这个任务吗？

工作人员测量了每个三角形没有被遮住的直角边和斜边，发现它们分别对应相等，于是他就肯定“两个直角三角形是全等的”. 你相信他的结论吗？

做一做

已知线段 $a, c\ (a<c)$ 和一个直角 α（如图 5−32），利用尺规作一个 Rt $\triangle ABC$，使 $\angle C=\angle\alpha$，$AB=c$，$CB=a$.

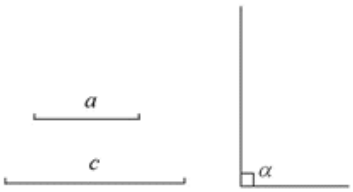
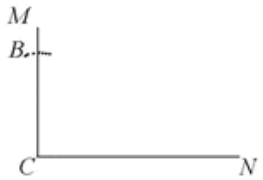
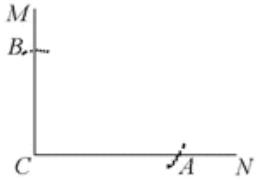
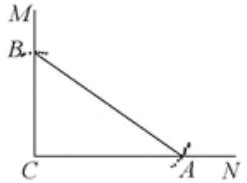


图 5−32

按照下面的步骤做一做：

(1) 作$\angle MCN = \angle \alpha = 90^\circ$； 	(2) 在射线CM上截取线段$CB = a$； 
(3) 以B为圆心，c为半径画弧，交射线CN于点A；  	(4) 连接AB. 

(1) $\triangle ABC$就是所求作的三角形吗？

(2) 剪下这个三角形，和其他同学所作的三角形进行比较，它们能重合吗？

斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等，简写成“斜边、直角边”或“HL”.

想一想

你能够用几种方法说明两个直角三角形全等？

议一议

如图5−33，有两个长度相同的滑梯，左边滑梯的高度AC与右边滑梯水平方向的长度DF相等，两个滑梯的倾斜角$\angle ABC$和$\angle DFE$的大小有什么关系？

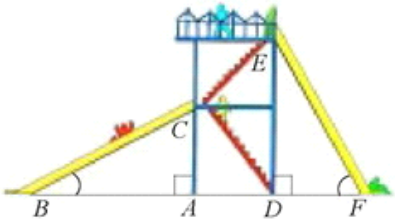
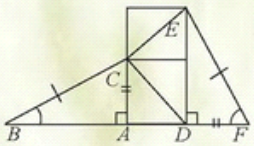


图 5−33

下面是三个同学的思考过程，你能明白他们的意思吗？

在Rt$\triangle ABC$和Rt$\triangle DEF$中，$BC=EF$，$AC=DF$ $\longrightarrow$ $\triangle ABC\cong\triangle DEF$ $\longrightarrow$ $\angle ABC=\angle DEF$ $\longrightarrow$ $\angle ABC+\angle DFE=90^\circ$.

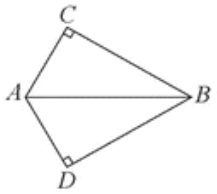
有一条直角边和斜边对应相等，所以$\triangle ABC$与$\triangle DEF$全等．这样$\angle ABC=\angle DEF$，也就是$\angle ABC+\angle DFE=90^\circ$.



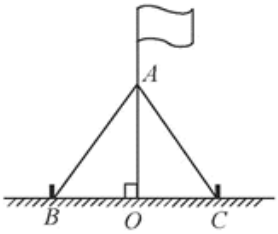
在Rt$\triangle ABC$和Rt$\triangle DEF$中，$BC=EF$，$AC=DF$，因此这两个三角形是全等的．这样$\angle ABC=\angle DEF$，所以$\angle ABC$与$\angle DFE$是互余的．

随堂练习

1．如图，$AC=AD$，$\angle C$，$\angle D$是直角.将上述条件标注在图中，你能说明BC与BD相等吗？



（第1题）



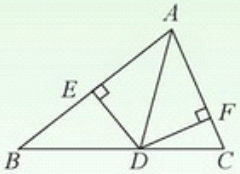
（第2题）

2. 如图，两根长度为12米的绳子，一端系在旗杆上，另一端分别固定在地面的两个木桩上，两个木桩离旗杆底部的距离相等吗？请说明你的理由.

习 题5.12

知识技能

1．如图，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，垂足分别为E，F，$AE=AF$，你能找出一对全等的三角形吗？



（第1题）

数学理解

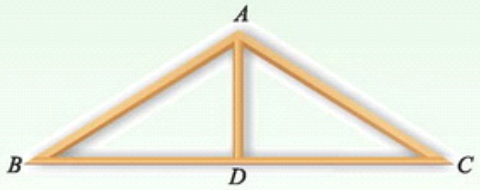
1．判断正误：

（1）两边对应相等的两个直角三角形全等；

（2）两个锐角对应相等的两个直角三角形全等；

（3）一个锐角和一条边对应相等的两个直角三角形全等.

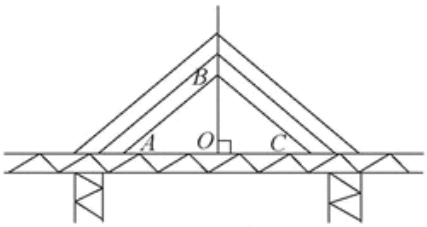
2．如图，人字梁中两根斜梁的长度相等，中间的立梁垂直于横梁，立梁与横梁的交点是否是横梁的中点？



（第2题）

问题解决

1．如图，斜拉桥的拉杆AB，BC的两端分别是A，C，它们到O的距离相等．将条件标注在图中，你能说明两条拉杆的长度相等吗？



（第1题）

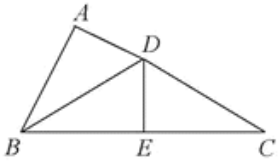
回顾与思考

1. 请举出生活中包含三角形的例子.
2. 三角形各边之间及各角之间分别有怎样的关系?
3. 举出生活中包含全等图形的例子.
4. 举例说明怎样判断两个三角形全等? 怎样判断两个直角三角形全等?
5. 举例说明三角形全等在生活中的应用.
6. 利用尺规,你能用几种方法作一个三角形与已知三角形全等?

复习题

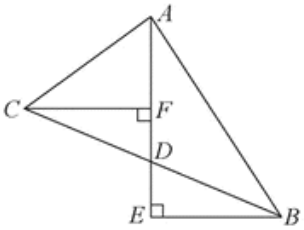
知识技能

1. 一个三角形可以有两个直角吗? 一个三角形的三个角能都大于 70° 吗? 能都小于 50° 吗?
2. 在一个直角三角形中, 两个锐角相等, 求这两个锐角的度数.
3. 如图, $\triangle ADB \cong \triangle EDB$, $\triangle BDE \cong \triangle CDE$, B, E, C 在一条直线上.
   (1) BD 是 $\angle ABE$ 的平分线吗? 为什么?
   (2) $DE \perp BC$ 吗? 为什么?
   (3) 点 E 平分线段 BC 吗? 为什么?



(第 3 题)

4．如图，$BE \perp AE$，$CF \perp AE$，垂足分别是 E，F，D 是 EF 的中点，$\triangle BED$ 与 $\triangle CFD$ 全等吗？为什么？



（第 4 题）

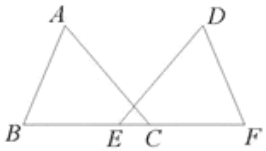
5．尺规作图，已知线段 a 和 $\angle \alpha$：

（第 5 题）

(1) 作一个三角形 ABC，使 $AB = 3a$，$BC = 4a$，$AC = 5a$；

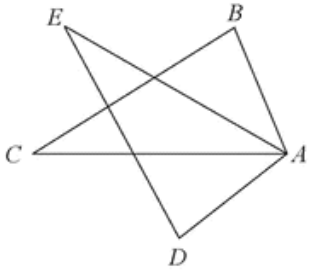
(2) 作一个三角形 ABC，使 $BC = a$，$AC = 2a$，$\angle BCA = \angle \alpha$．

6．如图，$AB = DF$，$AC = DE$，$BE = CF$，BC 与 EF 相等吗？你能找到一对全等三角形吗？说明你的理由．



（第 6 题）

*7．如图，$AB = AD$，$AC = AE$，$\angle BAE = \angle DAC$，$\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 全等吗？

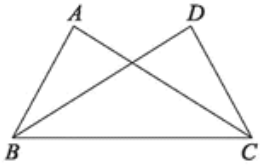


（第 7 题）

数学理解

1. 面积相等的三角形一定全等吗？举例说明.

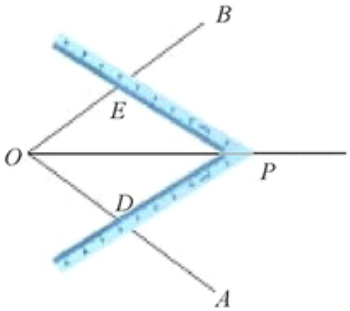
2. 如图，已知$\angle ABC=\angle DCB$，要使$\triangle ABC\cong\triangle DCB$，只需添加一个条件是_____(只需添加一个你认为适合的条件).



(第2题)

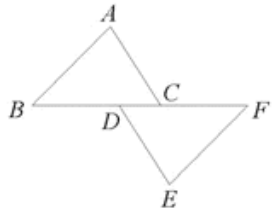
3. 有四根细木棒，长度分别为3 cm，5 cm，7 cm，9 cm，哪三根木棒可以组成一个三角形？有几种可能的情况？实际摆一摆，验证你的结论.

4. 工人师傅经常利用角尺平分一个任意角.如图所示，$\angle AOB$是一个任意角，在边OA、边OB上分别取$OD=OE$，移动角尺，使角尺两边相同的刻度分别与D，E重合，这时过角尺顶点P的射线OP就是$\angle AOB$的平分线.你能先说明$\triangle OPE$与$\triangle OPD$全等，再说明OP平分$\angle AOB$吗？



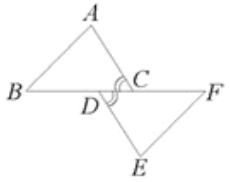
(第4题)

5. 如图，$\triangle ABC \cong \triangle EFD$，你能从图中找出几组平行线？



(第5题)

小颖的思考过程如下：

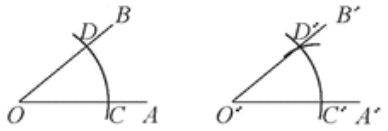


$\triangle ABC \cong \triangle EFD$，那么$\angle ACB$与$\angle EDF$相等，所以$AC \parallel ED$.

你能明白她的意思吗？

6. 你还记得怎样用尺规作一个角等于已知角吗？你能说明其中的道理吗？

小明回顾了作图的过程，并进行了如下的思考：



$OC = O'C'$, $OD = O'D'$, $CD = C'D'$

↓

$\triangle OCD \cong \triangle O'C'D'$

↓

$\angle DOC = \angle D'O'C'$.

你能说明每一步的理由吗？

问题解决

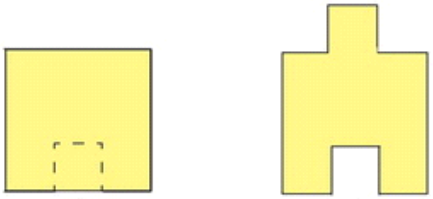
1．按下列步骤设计图案：

(1) 画一个正方形，并在它的下方剪掉一个小正方形，如图(1)；

(2) 将剪下的小正方形补在大正方形的上方，如图(2)；

(3) 在新得到的图形上绘制出你所喜欢的图案；

(4) 再做出若干个这样的图案，并利用它们拼出一个美丽的图案．

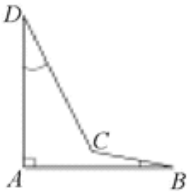


(1)　　(2)

(第 1 题)

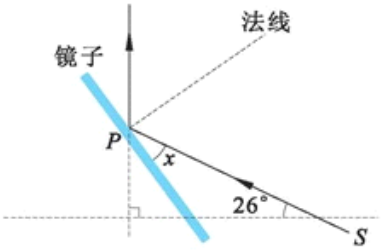
将你的作品与同伴进行交流，你喜欢它们吗？

2．一个零件的形状如图所示，按规定 $\angle A$ 应等于 90°，$\angle B$，$\angle D$ 应分别是 20° 和 30°．李叔叔量得 $\angle BCD = 142^\circ$，就断定这个零件不合格，你能说出其中的道理吗？



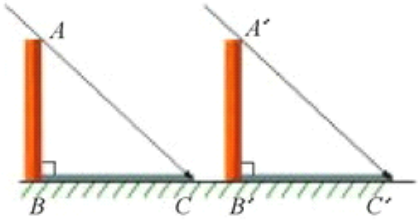
(第 2 题)

*3．如图，一束光线从 S 射出，经过一个镜子后，从点 P 垂直地反射出去，求 $\angle x$．



(第 3 题)

*4. 如图，太阳光线AC与$A'C'$是平行的，同一时刻两根高度相同的木杆在太阳光照射下的影子一样长吗？说说你的理由.

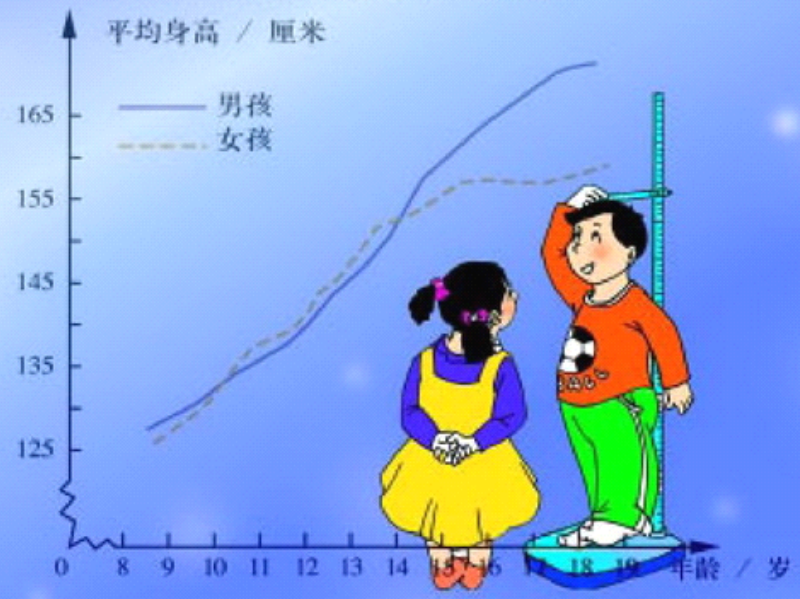


(第4题)

第六章 变量之间的关系

我们生活在一个变化的世界中，时间、温度，还有你的身高、体重等都在悄悄地发生变化．从数学的角度研究变化的量，讨论它们之间的关系，将有助于我们更好地了解自己、认识世界和预测未来．

青春期男女孩身高曲线



观察上图，你能大致地描述男女生平均身高的变化情况吗？你的身高在平均身高之上还是之下？你能估计自己 18 岁时的身高吗？

1 小车下滑的时间

王波学习小组利用同一块木板，测量了小车从不同高度下滑的时间．他们得到如下数据：

表 1

支撑物高度／厘米	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
小车下滑时间／秒	4.23	3.00	2.45	2.13	1.89	1.71	1.59	1.50	1.41	1.35

(1) 支撑物高度为 70 厘米时，小车下滑时间是多少？

(2) 如果用 h 表示支撑物高度，t 表示小车下滑时间，随着 h 逐渐变大，t 的变化趋势是什么？

(3) h 每增加 10 厘米，t 的变化情况相同吗？

(4) 估计当 $h=110$ 时，t 的值是多少．你是怎样估计的？

议一议

我国从1949年到1999年的人口统计数据如下(精确到0.01亿)：

表2

时间／年	1949	1959	1969	1979	1989	1999
人口／亿	5.42	6.72	8.07	9.75	11.07	12.59

(1) 如果用x表示时间，y表示我国人口总数，那么随着x的变化，y的变化趋势是什么？

(2) 从1949年起，时间每向后推移10年，我国人口是怎样变化的？

在表1中，支撑物高度h和小车下滑时间t都在变化，它们都是**变量**(variable)．其中t随h的变化而变化，h是**自变量**(independent variable)，t是**因变量**(dependent variable)．

在表2中，我国人口总数y随时间x的变化而变化，x是自变量，y是因变量．

借助表格，我们可以表示因变量随自变量的变化而变化的情况．

随堂练习

1. 生活中有哪些例子反映了变量之间的关系？与同伴进行交流．

2. 研究表明，当钾肥和磷肥的施用量一定时，土豆的产量与氮肥的施用量有如下关系：

氮肥施用量／(千克／公顷)	0	34	67	101	135	202	259	336	404	471
土豆产量／(吨／公顷)	15.18	21.36	25.72	32.29	34.03	39.45	43.15	43.46	40.83	30.75

(1) 上表反映了哪两个变量之间的关系？哪个是自变量？哪个是因变量？

(2) 当氮肥的施用量是101千克／公顷时，土豆的产量是多少？如果不施氮肥呢？

(3) 根据表格中的数据，你认为氮肥的施用量是多少时比较适宜？说说你的理由．

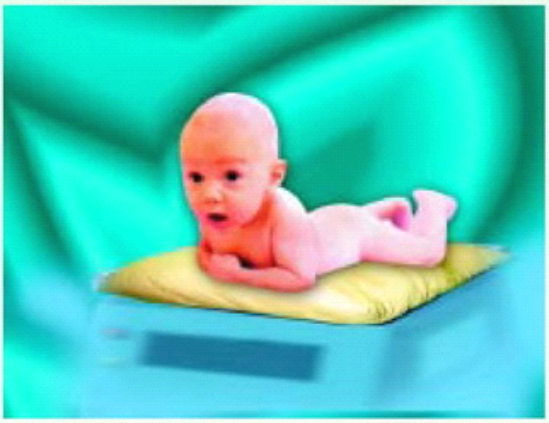
(4) 粗略说一说氮肥的施用量对土豆产量的影响．

习 题 6.1

知识技能

1．据世界人口组织公布，地球上的人口1600年为5亿，1830年为10亿，1930年为20亿，1960年为30亿，1974年为40亿，1987年为50亿，到1999年底地球上的人口数达到了60亿．用表格表示上面的数据，并说一说世界人口是怎样随时间推移而变化的．

2. 婴儿在6个月、1周岁、2周岁时体重分别大约是出生时的2倍、3倍、4倍，6周岁、10周岁时体重分别约是1周岁时的2倍、3倍.



(1) 上述的哪些量在发生变化？自变量和因变量各是什么？

(2) 某婴儿在出生时的体重是3.5千克，请把他在发育过程中的体重情况填入下表：

年龄	刚出生	6个月	1周岁	2周岁	6周岁	10周岁
体重／千克						

(3) 根据表格中的数据，说一说儿童从出生到10周岁之间体重是怎样随年龄增长而变化的.

数学理解

1. 举出生活中包含变量的例子，分析变量之间的关系，并与同伴进行交流. 如分析烧水过程中，温度随时间变化的情况.

问题解决

1. 小明在课余时间找了几副度数不同的老花镜，让镜片正对着太阳光，并上下移动镜片，直到地上的光斑最小．此时他测量了镜片与光斑的距离，得到如下数据：

老花镜的度数 D / 度	100	120	200	250	300
镜片与光斑的距离 f / 米	1	0.8	0.5	0.4	0.3

(1) 观察表中的数据，你发现了什么？

(2) 如果按上述方法测得一副老花镜的镜片与光斑的距离为 0.7 米，那么你估计这副老花镜的度数是多少．

2 变化中的三角形

如图6−1，△ABC底边BC上的高是6厘米．当三角形的顶点C沿底边所在直线向点B运动时，三角形的面积发生了变化．

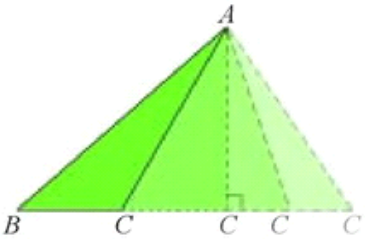


图6−1

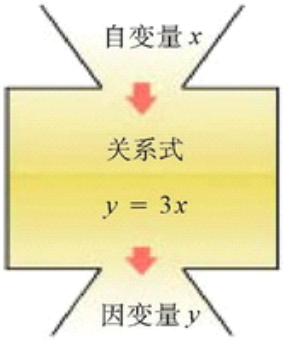
(1) 在这个变化过程中，自变量、因变量各是什么？

(2) 如果三角形的底边长为x(厘米)，那么三角形的面积y(厘米^2)可以表示为_____．

(3) 当底边长从12厘米变化到3厘米时，三角形的面积从_____厘米^{2}变化到_____厘米^2．

$y = 3x$表示了图6−1中三角形底边长x和面积y之间的关系，它是变量y随x变化的关系式．

关系式是我们表示变量之间关系的另一种方法．利用关系式，如$y = 3x$，我们可以根据任何一个自变量的值求出相应的因变量的值．



做一做

1. 如图 6−2，圆锥的高是 4 厘米，当圆锥的底面半径由小到大变化时，圆锥的体积也随之发生了变化.

(1) 在这个变化过程中，自变量、因变量各是什么？

(2) 如果圆锥底面半径为r (厘米)，那么圆锥的体积 V(厘米^3)与 r 的关系式为 _____.

(3) 当底面半径由 1 厘米变化到10厘米时，圆锥的体积由_____厘米^3 变化到_____厘米^3.

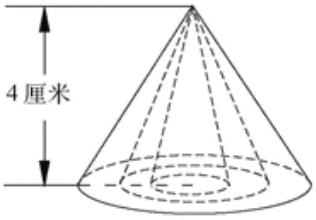


图 6−2

2. 如图 6−3，圆锥的底面半径是 2 厘米，当圆锥的高由小到大变化时，圆锥的体积也随之发生了变化.

(1) 在这个变化过程中，自变量、因变量各是什么？

(2) 如果圆锥的高为h(厘米)，那么圆锥的体积 V (厘米^3) 与 h 的关系式为 _____.

(3) 当高由 1 厘米变化到 10 厘米时，圆锥的体积由 _____厘米^3 变化到 _____厘米^3.

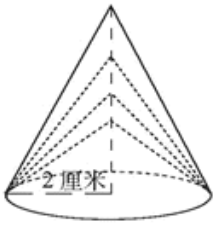
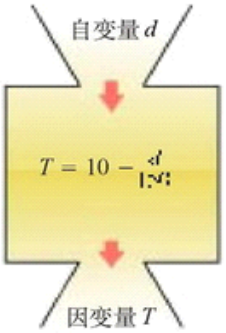


图 6−3

随堂练习

1. 在地球某地，温度T(℃)与高度d(m)的关系可以近似地用$T=10-\frac{d}{150}$来表示．根据这个关系式，当d的值分别是0，200，400，600，800，1 000时，计算相应的T值，并用表格表示所得结果.



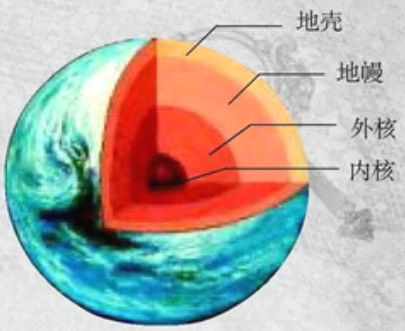
读一读

地球内部的温度

地球的内部是由不同状态、不同物质的圈层所构成，由外向内分别是地壳、地幔和地核．你知道地球内部的温度有多高吗？

地壳的厚度约为8到40千米．在地表以下不太深的地方，温度可按$y=35x+t$计算，其中x(千米)是深度，t(℃)是地球表面温度，y(℃)是所达深度的温度．

地幔的厚度约为2 900千米，温度约为900～2 200℃．

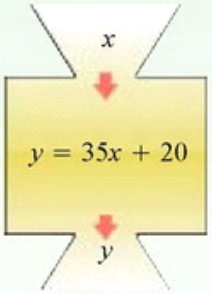


地核分为外核和内核两部分，外核的厚度约为 2 300 千米，温度约为 2 200～5 000℃，内核的厚度约为 1 300 千米，温度约为 5 000℃．哇！那该有多热啊！然而奇怪的是，在地核的外核部分，物质处于一种熔融状态，但是在地核的内核部分，物质反而呈固态．

习 题 6.2

知识技能

1．地表以下岩层的温度 y(℃)随着所处深度 x(km)的变化而变化，在某个地点 y 与 x 之间的关系可以近似地用关系式 $y=35x+20$ 来表示．当 x 的值分别是 2，3，5，7，10，13 时，计算相应的 y 值．



(第 1 题)

数学理解

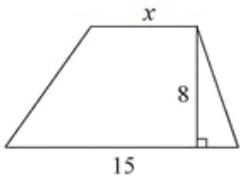
1．如图所示，梯形上底的长是 x，下底的长是 15，高是 8．

(1) 梯形面积 y 与上底长 x 之间的关系式是什么？

(2) 用表格表示当 x 从 10 变到 20 时(每次增加 1)，y 的相应值；

(3) 当 x 每增加 1 时，y 如何变化？说说你的理由．

(4) 当 $x=0$ 时，y 等于什么？此时它表示的是什么？



(第 1 题)

3　温度的变化

温度的变化，是人们经常谈论的话题．请你根据下图，与同伴讨论某地某天温度变化的情况．

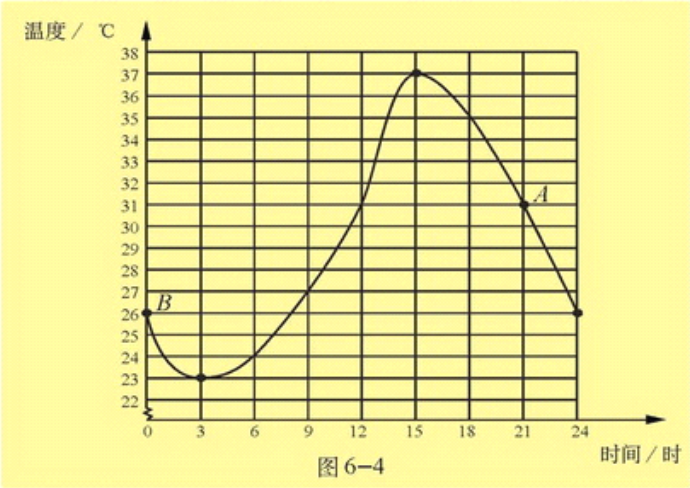


图 6–4

(1) 上午 9 时的温度是多少？ 12 时呢？

(2) 这一天的最高温度是多少？是在几时达到的？最低温度呢？

(3) 这一天的温差是多少？从最低温度到最高温度经过了多长时间？

(4) 在什么时间范围内温度在上升？在什么时间范围内温度在下降？

(5) 图中的 A 点表示的是什么？ B 点呢？

(6) 你能预测次日凌晨 1 时的温度吗？说说你的理由．

图 6–4 表示了温度随时间的变化而变化的情况，它是温度与时间之间关系的图象．图象是我们表示变量之间关系的又一种方法，它的特点是非常直观．

在用图象表示变量之间的关系时，通常用水平方向的数轴(称为横轴)上的点表示自变量，用竖直方向的数轴(称为纵轴)上的点表示因变量.

议一议

骆驼被称为“沙漠之舟”，它的体温随时间的变化而发生较大的变化.

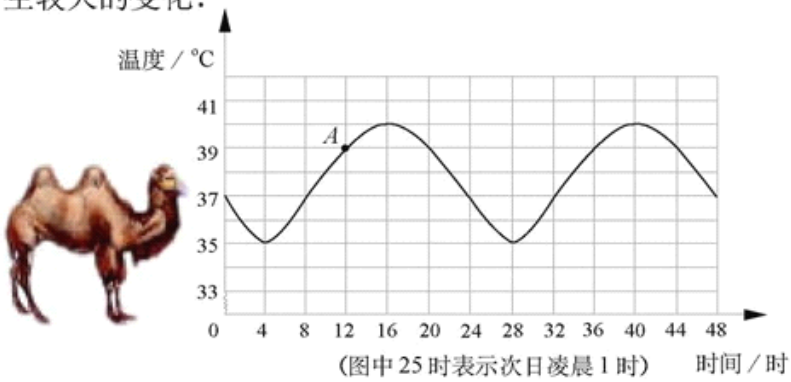


图 6−5

(1) 一天中，骆驼体温的变化范围是什么？它的体温从最低上升到最高需要多少时间？

(2) 从16时到24时，骆驼的体温下降了多少？

(3) 在什么时间范围内骆驼的体温在上升？在什么时间范围内骆驼的体温在下降？

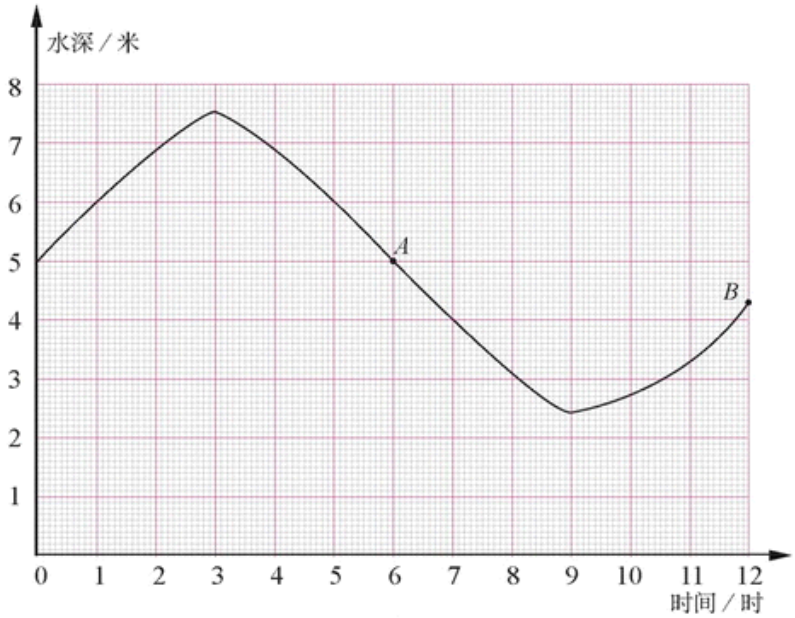
(4) 你能看出第二天8时骆驼的体温与第一天8时有什么关系吗？其他时刻呢？

(5) A 点表示的是什么？还有几时的温度与 A 点所表示的温度相同？

(6) 你还知道哪些关于骆驼的趣事？与同伴进行交流.

随堂练习

1．海水受日月的引力而产生潮汐现象，早晨海水上涨叫做潮，黄昏海水上涨叫做汐，合称潮汐．潮汐与人类的生活有着密切的联系．下面是某港口从 0 时到 12 时的水深情况．



（第 1 题）

(1) 大约什么时刻港口的水最深？深度约是多少？

(2) 大约什么时刻港口的水最浅？深度约是多少？

(3) 在什么时间范围内，港口水深在增加？

(4) 在什么时间范围内，港口水深在减少？

(5) A，B 两点分别表示什么？还有几时水的深度与 A 点所表示的深度相同？

(6) 说一说这个港口从 0 时到 12 时的水深是怎样变化的．

读一读

人的体温的变化

我们都知道，人的正常体温是36.5℃左右，这是一个很粗略的说法.

你知道人的体温是随时间变化的吗？一天之中，在凌晨2时到6时之间，人的体温最低；在下午5时到8时之间，人的体温最高.在正常情况下，人体温度变化的幅度大约是0.6℃．如果变化幅度超过1℃，那可就要被怀疑生病了.

另外，人的体温还随性别的不同而存在一些差异，女性比男性的体温要稍微高一些.

读一读下面的图，它可以帮助你更好地了解人体正常体温的变化情况.

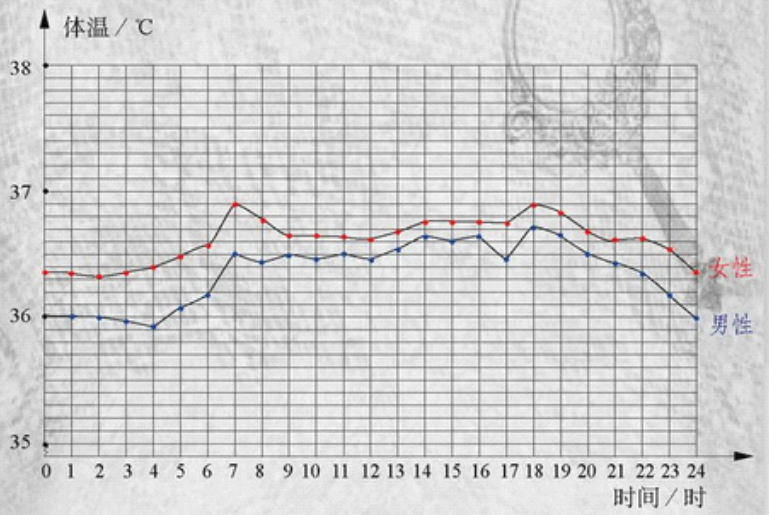
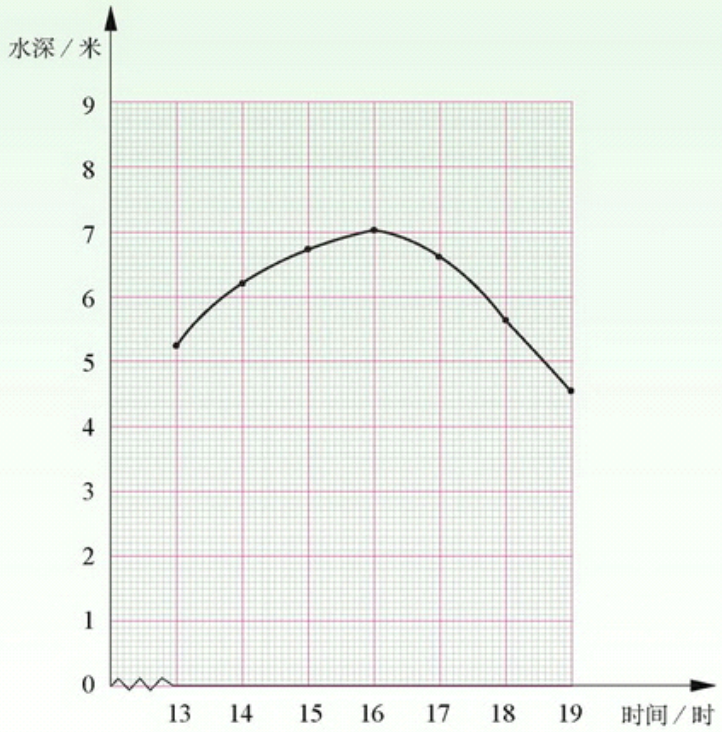


图6–6

习 题 6.3

知识技能

1．下图表示了某港口某日从13时到19时水深变化的情况：



(第1题)

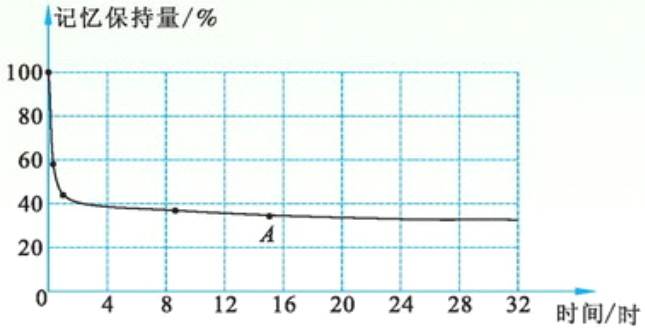
（1）给图中的各点标注字母，并与同伴讨论每个点分别表示什么．

（2）说一说这个港口从13时到19时水深是怎样变化的．

问题解决

1. 人的大脑所能记忆的内容是有限的，随着时间的推移，记忆的东西会逐渐被遗忘．德国心理学家艾宾浩斯(Hermann Ebbinghaus, 1850—1909）第一个发现了记忆遗忘规律．他根据自己得到的测试数据描绘了一条曲线（如图），这就是非常有名的艾宾浩斯遗忘曲线，其中竖轴表示学习中的记忆保持量，横轴表示时间．观察图象并回答下列问题：

记忆保持的百分数——艾宾浩斯遗忘曲线



（第 1 题）

(1) 2 时后，记忆保持了多少？

(2) 图中点A表示的意义是什么？在哪个时间段内遗忘的速度最快？

(3) 有研究表明，如及时复习，一天后能保持98%．根据遗忘曲线，如不复习，结果又怎样？由此，你有什么感受？

4　速度的变化

每一辆汽车上都有一个时速表用来指示汽车当时的速度．你知道现在汽车的速度是多少吗？

汽车在行驶的过程中，速度往往是变化的．下面的图象表示一辆汽车的速度随时间变化而变化的情况．

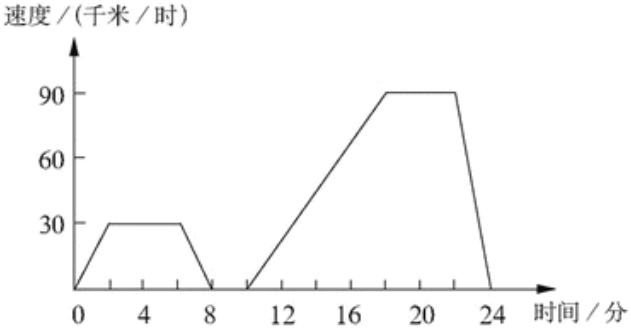


图 6–7

(1) 汽车从出发到最后停止共经过了多少时间？它的最高时速是多少？

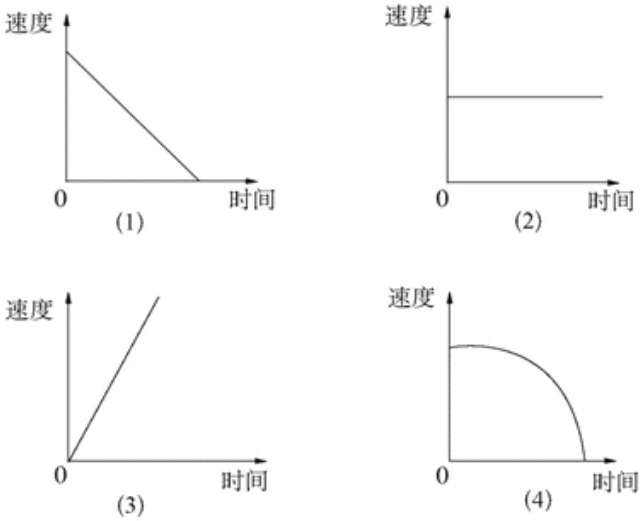
(2) 汽车在哪些时间段保持匀速行驶？时速分别是多少？

(3) 出发后 8 分到 10 分之间可能发生了什么情况？

(4) 用自己的语言大致描述这辆汽车的行驶情况．

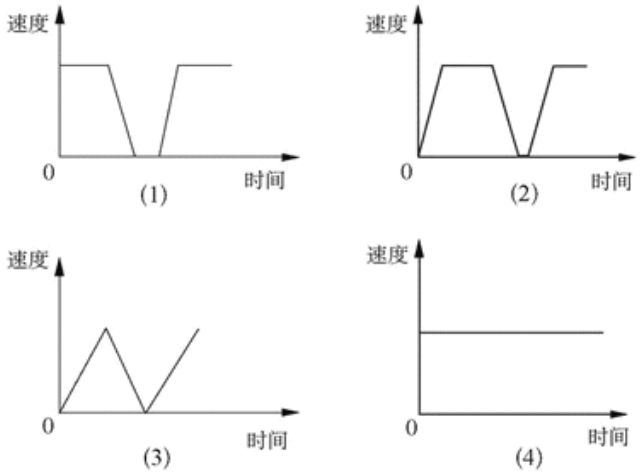
随堂练习

1．柿子熟了，从树上落下来．下面的哪一幅图可以大致刻画出柿子下落过程中(即落地前)的速度变化情况？



(第 1 题)

2．一辆公共汽车从车站开出，加速行驶一段后开始匀速行驶．过了一段时间，汽车到达下一个车站．乘客上下车后汽车开始加速，一段时间后又开始匀速行驶．下面的哪一幅图可以近似地刻画出汽车在这段时间内的速度变化情况？

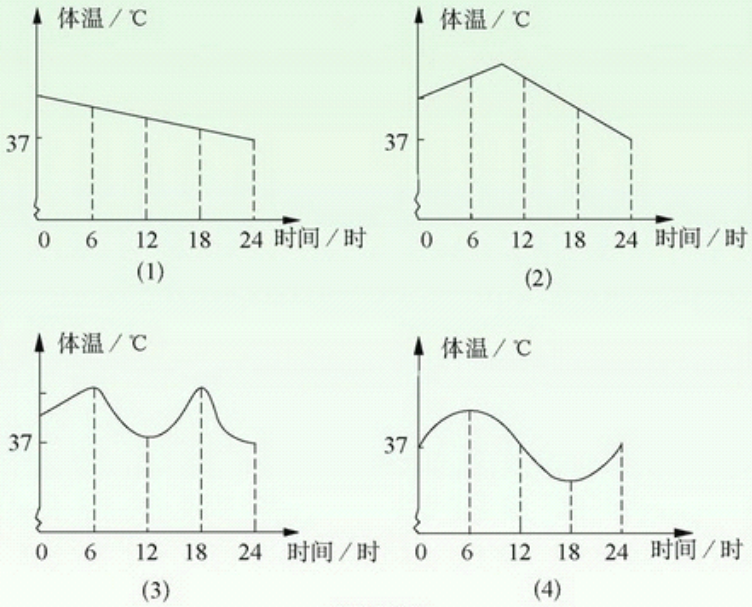


(第 2 题)

习 题 6.4

知识技能

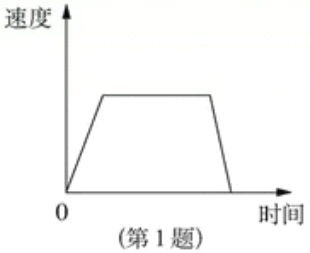
1．亮亮今天发烧了．早晨他烧得很厉害，吃过药后感觉好多了，中午时亮亮的体温基本正常．但是下午他的体温又开始上升，直到夜里亮亮才感觉身上不那么发烫了．下面哪一幅图能较好地刻画出亮亮今天体温的变化情况？



(第 1 题)

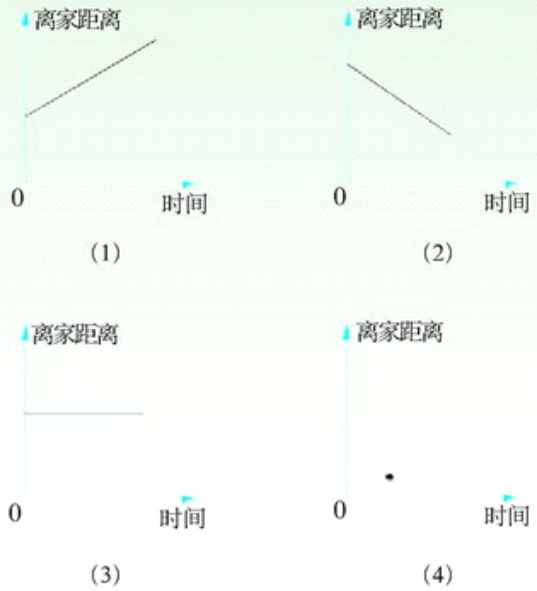
数学理解

1．下面的图表示小明放学回家途中骑车速度与时间的关系，你能想像出他回家路上的情境吗？



(第 1 题)

2. 小明站在离家不远的公共汽车站等车．下面哪一个图能最好地刻画等车这段时间离家距离与时间的关系？



（第 2 题）

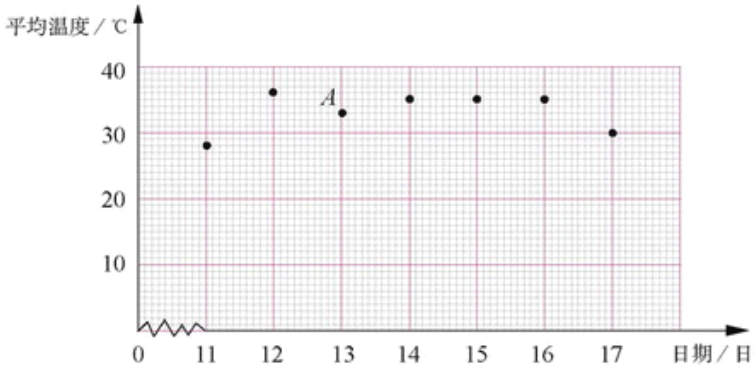
回顾与思考

1. 举出生活中一个变量随另一个变量变化而变化的例子.
2. 我们可以用什么方法表示变量之间的关系？举例说明.
3. 你能根据各种表示变量之间关系的方法，对变量之间的关系进行分析，从而作出预测吗？举例说明.

复习题

知识技能

1. 某地电视台用下面的图象向观众描绘了一周之内日平均温度的变化情况：



(第1题)

(1) 图象表示的是哪两个变量之间的关系？哪个是自变量，哪个是因变量？

(2) 这一周哪一天的日平均温度最低？大约是多少？哪一天的日平均温度最高？大约是多少？

(3) 14，15，16 日的日平均温度有什么关系？

(4) 点 A 表示哪一天的日平均温度？大约是多少？

(5) 说一说这一周日平均温度是怎样变化的.

2. 1～6 个月的婴儿生长发育得非常快，他们的体重 y(克)和月龄 x(月)间的关系可以用 $y = a + 700x$ 来表示,其中 a 是婴儿出生时的体重.

一个婴儿出生时的体重是 3 500 克，请用表格表示，在 1～6 个月之间，这个婴儿的体重 y 和月龄 x 之间的关系.

月龄／月	1	2	3	4	5	6
体重／克						

3. 科学家认为二氧化碳(CO_2)的释放量越来越多是全球变暖的原因之一. 下表是 1950～1990 年全世界所释放的二氧化碳量:

时间／年	1950	1960	1970	1980	1990
CO_2 释放量／百万吨	6 002	9 475	14 989	19 287	22 588

(1) 上表反映的是哪两个变量之间的关系？

(2) 说一说这两个变量之间的关系.

数学理解

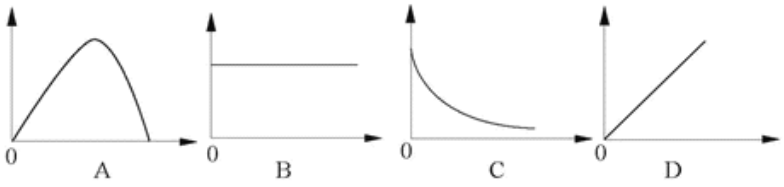
1. 下列各情境分别可以用哪幅图来近似地刻画？

(1) 一杯越晾越凉的水(水温与时间的关系)；

(2) 一面冉冉上升的旗子(高度与时间的关系)；

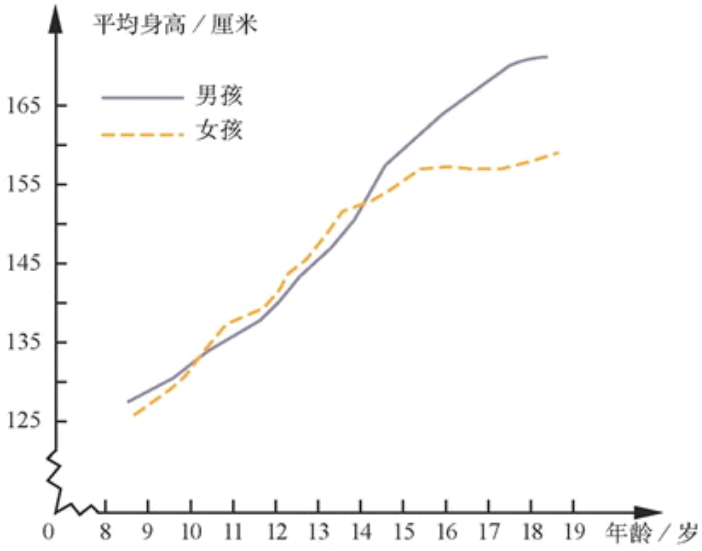
(3) 足球守门员大脚开出去的球(高度与时间的关系);

(4) 匀速行驶的汽车(速度与时间的关系).



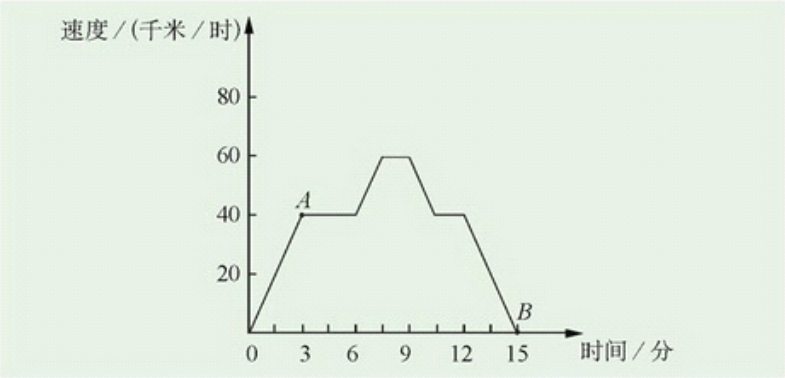
(第1题)

2. 观察下图,你能大致地描述青春期男女生平均身高的变化情况吗?与同伴进行交流.



(第2题)

3. 根据图象回答下列问题.



(第3题)

(1) 上图反映了哪两个变量之间的关系?

(2) 点 A, B 分别表示什么?

(3) 说一说速度是怎样随时间变化而变化的;

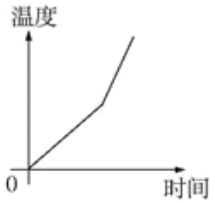
(4) 你能找到一个实际情境, 大致符合上图所刻画的关系吗?

4. 一个温度计从一杯热茶中取出之后, 立即被放入一杯凉水中. 5秒后温度计的读数是49.0℃, 10秒后是31.4℃, 15秒后是22.0℃, 20秒后是16.5℃, 25秒后是14.2℃, 30秒后是12.0℃.

(1) 用表格表示温度计的读数与时间的关系;

(2) 根据表格, 大致估计35秒后温度计的读数.

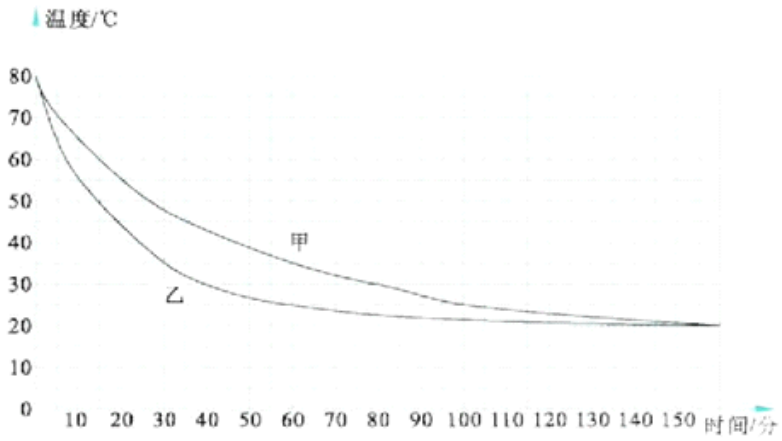
*5. 分析右面反映变量之间关系的图, 想像一个适合它的实际情境.



(第5题)

问题解决

1. 为了检测甲、乙两种容器的保温性能，检测员从每种容器中各取一个进行实验：在两个容器中装满相同温度的水，每隔5分测量一次两个容器的水温（实验过程中室温保持不变），最后他把记录的温度画成了如图所示的图象．观察图象，并回答下列问题：



（第1题）

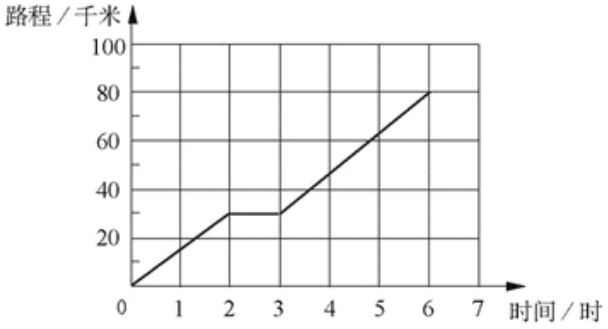
(1) 经过1时，哪个容器中的水温较高？

(2) 你估计检测员实验时的室温可能是多少？

(3) 你认为哪种容器的保温性能更好些？说说你的理由．

联系拓广

*1. 下图是某自行车行驶路程与时间的关系图，分别计算2时内、3时内、6时内该自行车的平均速度．



（第 1 题）

第七章 生活中的轴对称

我们生活在图形世界中，许多美丽的事物往往与图形的对称联系在一起，无论是随风起舞的风筝、凌空翱翔的飞机，还是中外各式风格的典型建筑；无论是艺术家的创造，还是日常生活中图案的设计，甚至是照镜子，都和对称密不可分.

正如20世纪著名数学家赫尔曼·外尔(H.Weyl，1885—1955)所说的，“对称是一种思想，通过它，人们毕生追求，并创造次序、美丽和完善……”初步掌握对称的奥妙，不仅可以帮助我们发现一些图形的特征，还可以使我们感受到自然界的美与和谐，并能够根据自己的设想创造出对称的作品，装点生活.

让我们走进轴对称的世界吧！感受它的奇妙和美丽！

1　轴对称现象

(1) 这些图形有什么共同的特征？

(2) 举出几个生活中具有对称特征的物体，并与同伴进行交流.

(3) 你能将上图中的窗花沿某条直线对折，使直线两旁的部分完全重合吗？枫叶呢？

(4) 将一张纸对折后，用笔尖在纸上扎出如图所示的图案．将纸打开后铺平，观察所得到的图案．位于折痕两侧的部分有什么关系？与同伴进行交流．

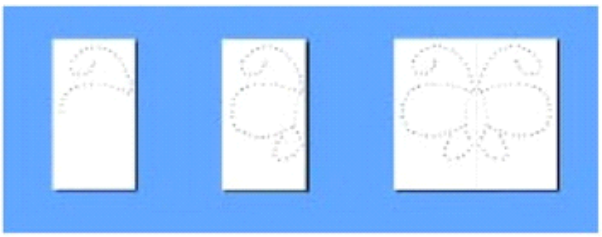


图 7–1

如果一个图形沿一条直线折叠后，直线两旁的部分能够互相重合，那么这个图形叫做**轴对称图形**(axially symmetric figure)，这条直线叫做**对称轴**(axis of symmetry)．

做一做

取一张质地较软、吸水性能好的纸，在纸的一侧上滴一滴墨水．将纸迅速对折、压平，并用手指压出清晰的折痕．再将纸打开后铺平，观察所得到的图案．

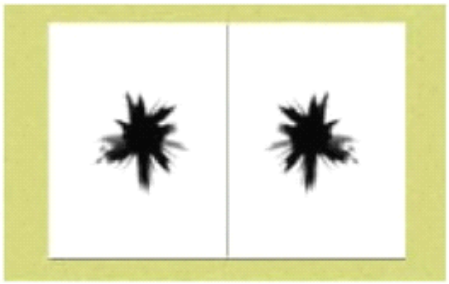


图 7–2

位于折痕两侧的墨迹图案彼此之间有什么关系？与同伴进行交流．

想一想

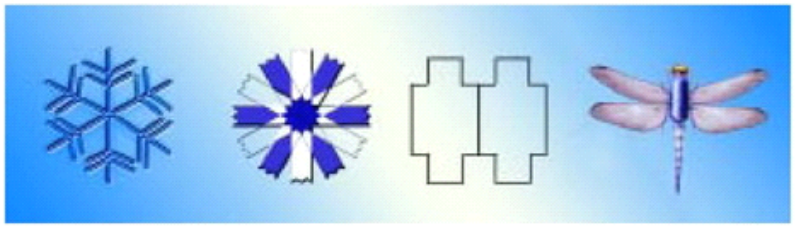
观察下图中的每组图案，你发现了什么？

图 7–3

对于两个图形，如果沿一条直线对折后，它们能完全重合，那么称这两个图形成轴对称，这条直线就是对称轴.

随堂练习

1．下面的图形都是轴对称图形，请分别找出每个图形的对称轴.



(第 1 题)

2．欣赏下面这幅风景图，你能找出两个成轴对称的图形吗？

(第 2 题)

习 题 7.1

知识技能

1．找出下列每个轴对称图形的对称轴．

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(第 1 题)

2. 取一张质地较硬的纸，将纸对折，并用小刀在纸的中央随意刻出一个图案．将纸打开后铺平，你得到两个成轴对称的图案了吗？

3. 国旗是一个国家的象征．观察下面的国旗，哪些是轴对称图形？找出它们的对称轴．

（第3题）

数学理解

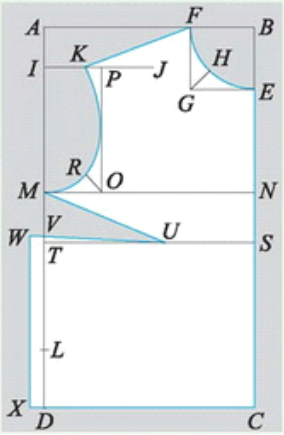
1. 在下列汉字中，哪些可以看成是轴对称图形？你能再写出几个类似的汉字吗？

草　　木　　水　　中

*2. 你能找到有1条以上对称轴的国旗吗？

问题解决

1．轴对称在服装设计中有广泛的应用．某种衣服的一部分如图所示，你知道它是哪一部分吗？你能画出衣服的另一半吗？你是如何画的？

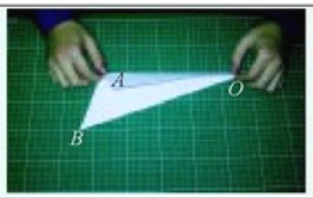
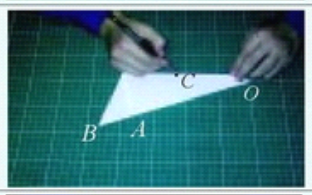
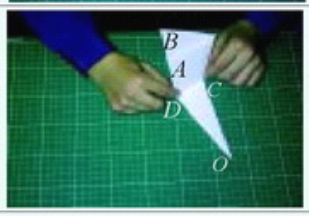
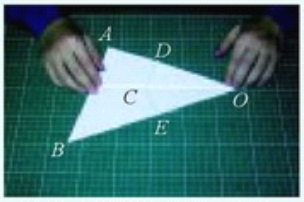


（第1题）

2．请举一些应用轴对称的生活实例．

2　简单的轴对称图形

按照下面的步骤做一做.

(1) 在一张纸上任意画一个角 $\angle AOB$，沿角的两边将角剪下．将这个角对折，使角的两边重合；	
(2) 在折痕(即角平分线)上任意取一点 C；	
(3) 过点 C 折 OA 边的垂线，得到新的折痕 CD，其中，点 D 是折痕与 OA 边的交点，即垂足；	
(4) 将纸打开，新的折痕与 OB 边的交点为 E.	

(1) 角是轴对称图形吗？如果是，请找出它的对称轴.

角是轴对称图形,角平分线所在的直线是它的对称轴.

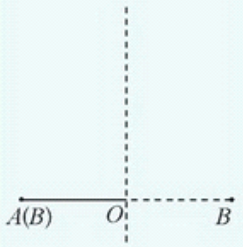
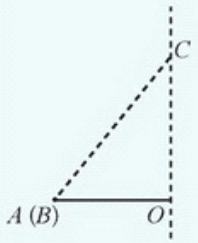
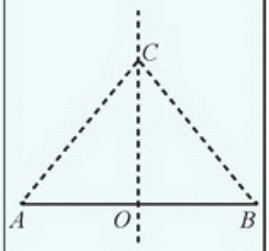
(2) 在上述的操作过程中，你发现了哪些相等的线段？说说你的理由．在角平分线上另取一点，再试一试.

角的平分线上的点到这个角的两边的距离相等.

做一做

1．线段是轴对称图形吗？如果是，你能找出它的一条对称轴吗？

2．按照下面的步骤做一做.

		
(1) 画一条线段 AB，对折 AB 使点 A，B 重合，折痕与 AB 的交点为 O；	(2) 在折痕上任取一点 C，沿 CA 将纸折叠；	(3) 把纸展开，得到折痕 CA 和 CB.

(1) CO 与 AB 有怎样的位置关系？

(2) AO 与 OB 相等吗？CA 与 CB 呢？能说明你的理由吗？

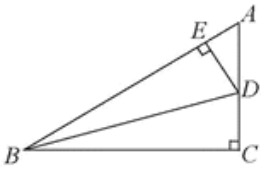
在折痕上另取一点，再试一试.

线段是轴对称图形，它的一条对称轴垂直于这条线段并且平分它，这样的直线叫做这条线段的**垂直平分线**(简称中垂线，midperpendicular).

线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等.

随堂练习

1. 如图，在Rt△ABC中，BD是∠B的平分线，$DE \perp AB$，垂足为E. DE与DC相等吗？为什么？

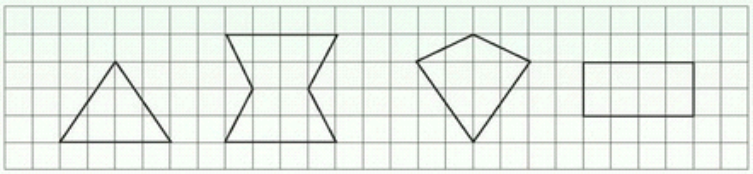


(第1题)

习 题 7.2

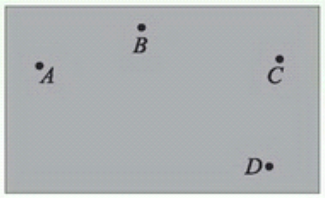
知识技能

1. 用折纸的方法折出一个45°的角,并折出它的角平分线.
2. 利用折纸的方法，将一条线段分成四段彼此相等的线段.
3. 找出下列图形的对称轴:


(第3题)

问题解决

1. 如图，一张纸上有 A，B，C，D 四个点，利用折纸的方法找一点 M，使得 $MA=MB$，$MC=MD$.



（第 1 题）

我们知道，有两条边相等的三角形叫做**等腰三角形**(isosceles triangle).

图 7–4

想一想

(1) 等腰三角形是轴对称图形吗？请找出它的对称轴.

(2) 顶角的平分线所在的直线是等腰三角形的对称轴吗？

(3) 底边上的中线所在的直线是等腰三角形的对称轴吗？底边上的高所在的直线呢？

(4) 沿对称轴对折，你能发现等腰三角形的哪些特征？说说你的理由．

等腰三角形是轴对称图形．

等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线、底边上的高重合(也称“三线合一”)，它们所在的直线都是等腰三角形的对称轴．

等腰三角形的两个底角相等．

做一做

三边都相等的三角形是**等边三角形**(equilateral triangle)，也叫正三角形．

(1) 等边三角形是轴对称图形吗？找出它的对称轴．

(2) 你能发现它的哪些特征？

议一议

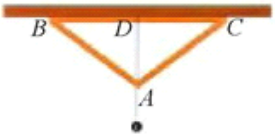
如果一个三角形有两条边相等，那么这两条边所对的角也相等.反过来，如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等吗？

如果一个三角形有两个角相等，那么它们所对的边也相等.

随堂练习

1. 下图是由大小不同的正三角形组成的图案，请找出它的对称轴.

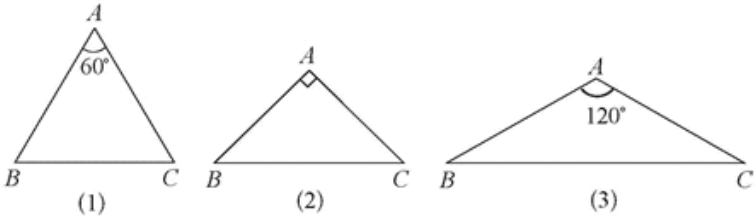
(第 1 题)



(第 2 题)

2. 墙上钉了一根木条，小明想检验这根木条是否水平. 他拿来一个如图所示的测平仪，在这个测平仪中，$AB = AC$，BC 边的中点 D 处挂了一个重锤. 小明将 BC 边与木条重合，观察此时重锤是否通过 A 点. 如果重锤过 A 点，那么这根木条就是水平的. 你能说明其中的道理吗？

3. 如图，在下面的等腰三角形中，$\angle A$ 是顶角，分别求出它们的底角的度数.



(第 3 题)

习 题 7.3

知识技能

1．分别找出下图中各个图形的对称轴：

(由底边相同的两个等腰三角形组成)　　(由三个相同的正三角形组成)

(第 1 题)

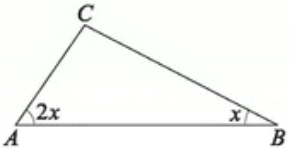
2．扇形是轴对称图形吗？设计一个方案验证自己的猜测．

3．长方形是轴对称图形吗？圆呢？

4．一个等腰三角形的底角是顶角的2倍，求它的各个内角的度数．

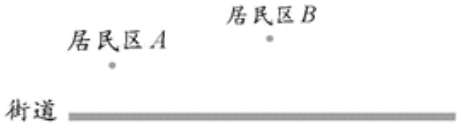
问题解决

*1．请你把如图所示的△ABC分成两个等腰三角形，并说明分法的合理性．



(第 1 题)

*2．如图所示，要在街道旁修建一个奶站，向居民区A，B提供牛奶，奶站应建在什么地方，才能使从A，B到它的距离之和最短？



(第 2 题)

3 探索轴对称的性质

如图 7–5，将一张矩形纸对折，然后用笔尖扎出“14”这个数字，将纸打开后铺平．

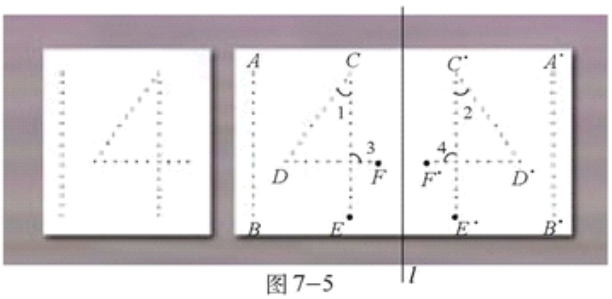


图 7–5

(1) 上图中，两个“14”有什么关系？

(2) 在上面扎字的过程中，点 E 与点 E' 重合，点 F 与点 F' 重合．设折痕所在直线为 l，连接点 E 与点 E' 的线段与 l 有什么关系？点 F 与点 F' 呢？

(3) 线段 AB 与线段 $A'B'$ 有什么关系？CD 与 $C'D'$ 呢？

(4) $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 有什么关系？$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 呢？说说你的理由．

做一做

观察图 7–6 的轴对称图形：

(1) 找出它的对称轴．

(2) 连接点 A 与点 A' 的线段与对称轴有什么关系？连接点 B 与点 B' 的线段呢？

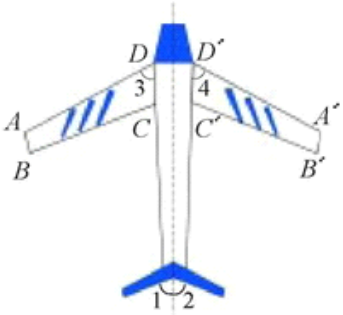


图 7–6

(3) 线段AD与线段$A'D'$有什么关系？线段BC与线段$B'C'$呢？为什么？

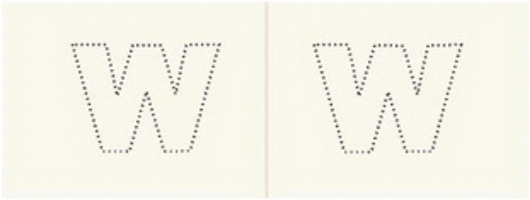
(4) $\angle 1$与$\angle 2$有什么关系？$\angle 3$与$\angle 4$呢？说说你的理由.

在图7–6中，沿对称轴对折后，点A与点A'重合，称点A关于对称轴的对应点是点A'. 类似地，线段AD关于对称轴的对应线段是线段$A'D'$，$\angle 3$关于对称轴的对应角是$\angle 4$.

对应点所连的线段被对称轴垂直平分.
对应线段相等，对应角相等.

随堂练习

1. 用笔尖扎重叠的纸可以得到下面成轴对称的两个图案.



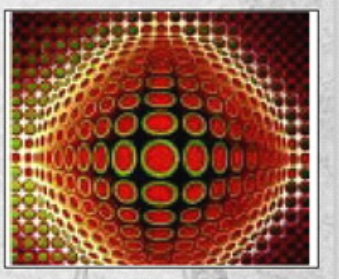
(第1题)

(1) 找出它的两对对应点、两条对应线段和两个对应角.

(2) 用测量的方法验证你找到的对应点所连线段分别被对称轴垂直平分.

读一读

艺术作品中的对称



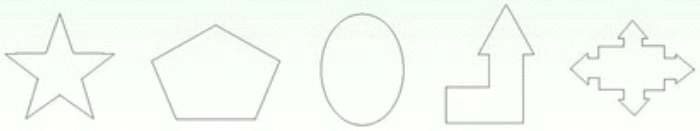
许多著名画家在作品中运用简单的图形创造出了奇妙的韵意．法国著名画家V.瓦萨雷利于1969年创作了名画《委加·派尔》，画中仅仅用了“圆”形图案，就形成了一幅动态的轴对称图形！

在从古至今的艺术创作中，不仅画家大量运用了对称，许多别的艺术家也经常运用对称的手法．如雕刻家威廉斯·多佛1971年在加蓬《非洲人的设计》中创作的“木制卫兵雕像”就是典型的雕刻艺术中的对称．

习题7.4

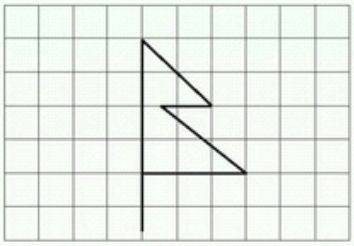
知识技能

1．在下列图形中，找出轴对称图形，并找出它的两组对应点．



（第1题）

2. 下图是在方格纸上画出的一棵树的一半，以树干为对称轴画出树的另一半.

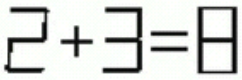


(第 2 题)

数学理解

1. 请你画一个轴对称图形，并标明其对称轴.

*2. 一次晚会上，主持人出了一道题目："如何把 2+3=8 变成一个真正的等式"，很长时间没有人答出. 小兰仅仅拿了一面镜子，就很快解决了这道题目. 你知道她是怎样做的吗?



4 利用轴对称设计图案

图 7–7 给出了一个图案的一半，其中的虚线是这个图案的对称轴．

(1) 你能猜出整个图案的形状吗？

(2) 你能画出这个图案的另一半吗？

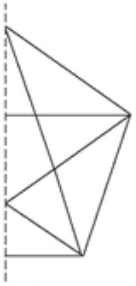


图 7–7

已知对称轴 l 和一个点 A，要画出点 A 关于 l 的对应点 A'，可采用如下方法：

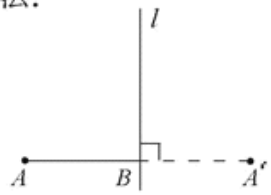


图 7–8

过点 A 作对称轴 l 的垂线，垂足为 B；延长 AB 至 A'，使得 $BA' = AB$．点 A' 就是点 A 关于直线 l 的对应点．

做一做

观察下面的图案：

图 7–9

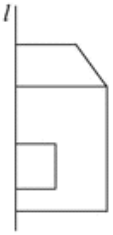
(1) 它们是轴对称图形吗？如果是，找出它们的对称轴.

(2) 生活中这些图案可以代表什么含义？与同伴进行交流.

(3) 自己设计一个轴对称图形，并说明你的设计意图.

随堂练习

1. 如图，直线 l 是一个轴对称图形的对称轴，画出这个轴对称图形的另一半.



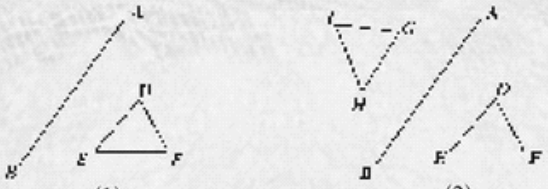
(第 1 题)

读一读

用“Z+Z”作轴对称图形

我们已经了解了轴对称的性质，知道了作轴对称图形的方法，并会利用轴对称设计美丽的图案.事实上，我们还可以借助计算机方便、快速地作出轴对称图形.

例如，如图 7−10(1)，已知直线 AB 和△DEF，求作△DEF 关于直线 AB 的轴对称图形.



(1)　　(2)

图 7−10

在“Z+Z”中按照如下操作即可轻松实现：选定直线AB和$\triangle DEF$，单击菜单项“变换|关于直线的对称图形”，即可作出$\triangle DEF$关于直线AB的轴对称图形$\triangle GHI$（如图7－10(2)所示）.

当然，你还可以自己设计一个图形，再作它关于已知直线的轴对称图形，有兴趣的同学不妨试一试.

习题7.5

知识技能

1. 分别以虚线为对称轴画出下列各图的另一半，并说明完成后的图形可能代表什么含义.

（第1题）

2. 收集并欣赏生活中的轴对称徽标(如商标)，选择其中的1~2个进行分析，并与同伴交流.

数学理解

*1. 画一个正方形，再任意画一条直线，以这条直线为对称轴，画出与正方形成轴对称的图形. 先猜一猜，再画一画.

问题解决

1. 利用一条线段、一个圆、一个正三角形设计一个轴对称图案，并说明你所要表达的含义.
2. 请你运用轴对称的知识设计一个你认为有意义的图案，并说明你的设计意图.

5 镜子改变了什么

图 7–11

(1) 客厅中的圆形餐桌在小明的什么方向?

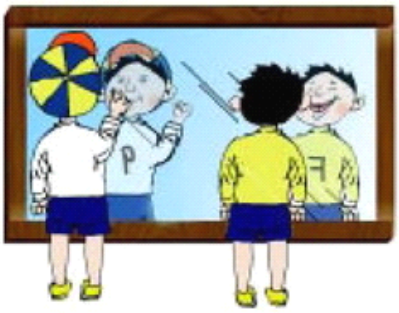
(2) 小明举起的是哪只手?

(3) 哪些数字在镜子中的像与原来的数字完全一样? 说说你的理由.

(4) 将纸条在桌面上旋转 90°, 哪些数字在镜子中的像与原来的数字完全一样? 如果小明举起纸条正对镜面呢?

做一做

(1) 在图7−12中，小冬上衣上的数字是什么？小亮上衣上的字母又是什么？



小冬　　小亮

图 7−12

(2) 一个汽车车牌在水中的倒影如图所示，你能确定该车的牌照号码吗？

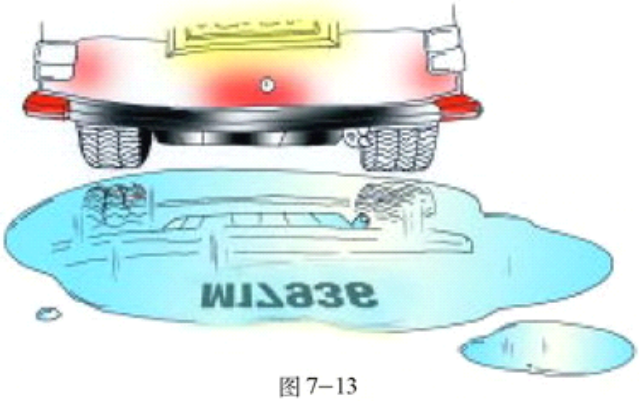


图 7−13

读 一 读

画家的自画像

在美术史上，曾经有许多著名画家的自画像流传至今，如荷兰著名画家凡·高(Vincent van Gogh，1853—1890)创作的《抽着烟斗、包扎着耳朵的自画像》，是他在阿尔勒时期的名作之一，可以和他的《向日葵》相媲美.

后人在研究画家的自画像时，发现一个有趣的现象：原来许多画家是面对着镜子画出自己的像的. 但镜中的像也改变了一些内容，如惯用左手拿画笔的画家在镜中的像却成了右手拿笔！

其实，镜子是画家进行创作时常用的素材，如法国画家马奈(Manet Edouard，1832—1883)创作于1881—1883年的名画《弗莉·贝尔杰酒吧》. 你能尝试着解释这幅名画所表现的内容吗？

习 题 7.6

知识技能

1．如图，你能根据镜子中的像说出小华左、右腿的前后位置吗？

（第 1 题）

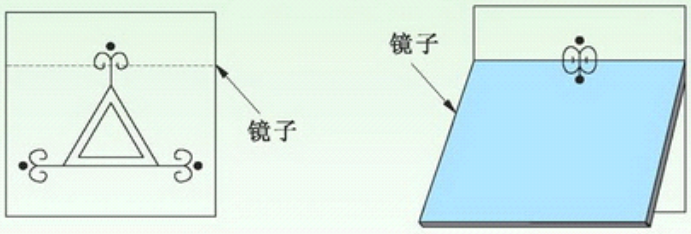
2．分别说出两个小朋友各是几号队员．

（第 2 题）

3．如果图 7–11 中的纸条上写的是“A，B，C，D，E，X，Y，Z”，那么在本节开始讨论的三种情况下，哪些字母在镜中的像与原来的字母一样？

数学理解

1．如图（1），在一张纸上画有一幅图，将一面镜子放在这幅图的适当位置上，便可以得到一个新的图案（如图（2））．



(1) (2)

(第1题)

按照这种方法，你还能得到哪些图案？请你不妨动手试一试，并画出几个.

6　镶边与剪纸

镶边与剪纸是中国民间艺术的重要组成部分之一．仅用一把剪刀，通过纸的折叠和剪切，就可以得到一幅幅漂亮的图案．

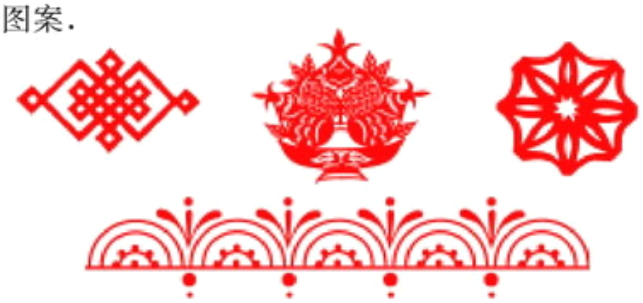


图 7–14

做一做

1．取一张长30厘米、宽6厘米的纸条，将它每3厘米一段，一反一正像“手风琴”那样折叠起来，并在折叠好的纸上画出字母E．用小刀把画出的字母E挖去，拉开“手风琴”，你就可以得到一条以字母E为图案的花边．

图 7–15

(1) 在你所得的花边中，相邻两个图案有什么关系？相间的两个图案又有什么关系？说说你的理由．

(2) 如果以相邻两个图案为一组，每组图案之间有什么关系？三个图案为一组呢？为什么？

(3) 在上面的活动中，如果先把纸条纵向对折，再折成“手风琴”，然后继续上面的步骤，此时会得到怎样的花边？它是轴对称图形吗？先猜一猜，再做一做．

2．如图 7−16 所示，取一张薄的正方形纸，沿对角线对折后，得到一个等腰直角三角形，再沿底边上的高线对折．将得到的角形纸沿图中的黑色线剪开，去掉含 90° 角的部分．打开折叠的纸，并将其铺平．

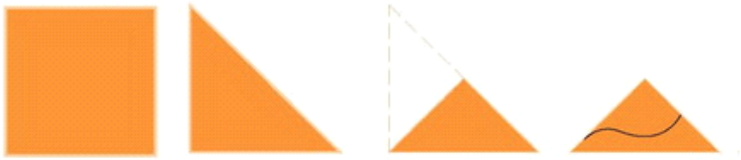


图 7−16

(1) 你会得到怎样的图案？先猜一猜，再做一做．

(2) 你能说明为什么会得到这样的图案吗？应用学过的轴对称知识试一试．

(3) 如果将正方形纸按上面方式对折 3 次(如图 7−17 所示)，然后沿圆弧剪开，去掉较小部分，展开后结果又会怎样？为什么？

图 7−17

(4) 当纸对折 2 次后，剪出的图案至少有几条对称轴？3 次呢？

读一读

带状装饰图案的做法

在实际生活中，艺术家、油漆工在装饰建筑物时，常常用到带状的图案．为此，人们制作了镂花模板(如图 7–18)．

图 7–18

油漆工只需要不断移动镂花模板，可以直接移动，也可以将翻转与移动相结合，就可以完成一条美丽的镶边图案．感兴趣的话自己试一试．

图 7–19

习题 7.7

知识技能

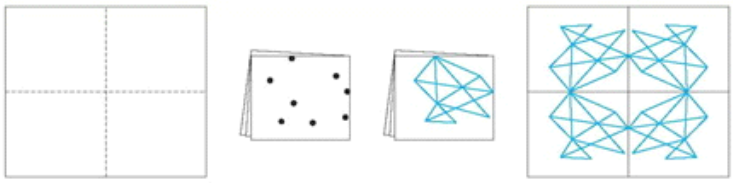
1．将一张正方形的白纸，沿对角线对折后，得到一个等腰直角三角形．在这张重叠的纸上随意剪出一个花纹，打开纸后得到的图案至少会有几条对称轴？

2．收集并欣赏 1~2 个对称的中国民间剪纸图案，你能找到它们的对称轴吗？

问题解决

1. 设计并制作一个镶边或剪纸图案.
2. 请你按如下方法动手试一试:
   (1) 如图折纸;
   (2) 用针尖扎出或用复写纸画出一个图案(动手前先预想一下图案的形状),要尽量使图案有一部分延续到纸的边沿;
   (3) 将纸打开.

   你得到了一个什么样的图案?它和你预想的一样吗?



(1) (2) (3)

(第2题)

回顾与思考

1. 举出生活中轴对称的例子.
2. 举例说明轴对称有哪些性质?
3. 指出角、线段、等腰三角形的对称轴. 每个图形的对称轴与这个图形有怎样的位置关系?
4. 分别找出具有一条、两条、三条、四条对称轴的图形.

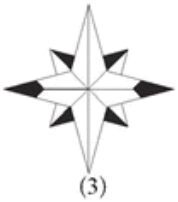
复习题

知识技能

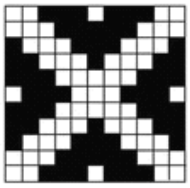
1. 找出下列图形中的轴对称图形，并指出它们的对称轴:

(1)

(2)


(3)

(4)


(5)

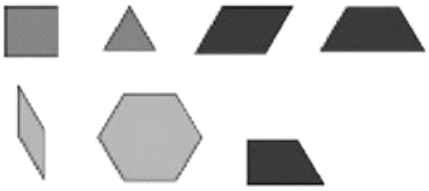
(第 1 题)

2. 将一张纸对折后，用笔尖扎出一个你喜欢的图案．将纸打开，观察得到的图案，你发现了什么？

3. 将一张彩色正方形纸沿对角线对折，再沿等腰三角形底边上的高对折．用剪刀在折好的纸上剪一个漂亮的图案，并将纸打开．与同伴交流你的作品，你的作品中有几条对称轴？

4. 取一张长30厘米、宽6厘米的纸条，将它每3厘米一段，一反一正，像“手风琴”那样折叠好．在纸的中央画出一朵“小花”，用小刀把画出的“小花”挖去，你会得到一条什么样的花边？在这条花边中，相邻的“小花”之间有什么关系？

5. 找出下面图形中的轴对称图形，并画出它们的对称轴．



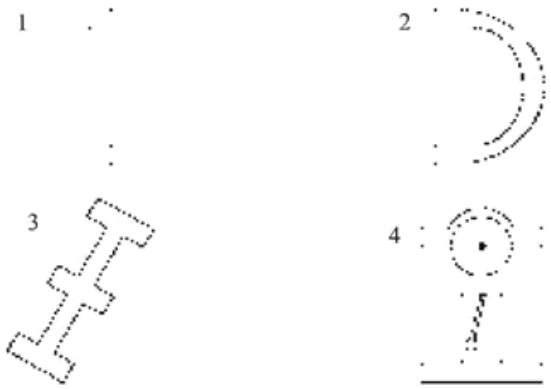
（第5题）

6. 下面物体或建筑物具有轴对称性吗？

（第6题）

数学理解

1．你能巧妙地利用镜子，把从 2 到 4 的图案得到图案 1 吗？



（第 1 题）

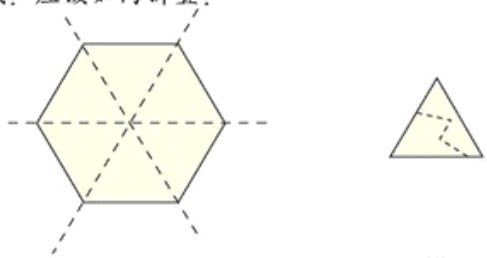
2．在 26 个英文大写字母中，有些字母可以看成是轴对称的，请找出来．你能找到轴对称的汉字吗？

*3．如图(1)，将一张正六边形纸沿虚线对折 3 次，得到一个多层的 60° 角形纸．用剪刀在折叠好的纸上随意剪出一条线，如图(2)．

(1) 猜一猜，将纸打开后，你会得到怎样的图形？

(2) 这个图形有几条对称轴？

(3) 如果想得到一个含五条对称轴的图形，你应该取什么形状的纸？应该如何折叠？

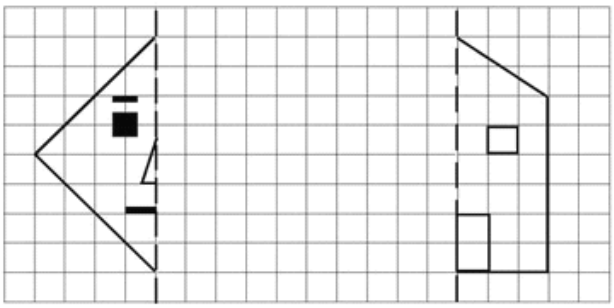


(1)　　(2)

（第 3 题）

问题解决

1．以虚线为对称轴画出图的另一半：



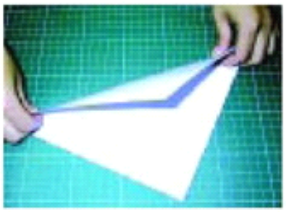
(1)　　(2)

(第 1 题)

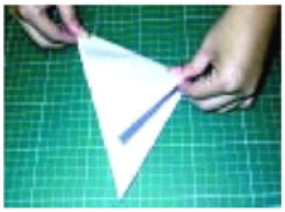
2．利用一个点、一条线段、一个正三角形、一个正方形设计一个轴对称图案，并说明你希望表达的含义．

3 按照下面的步骤，你会折出一个漂亮的纸花．动手做一做．

(1) 将正方形对折；

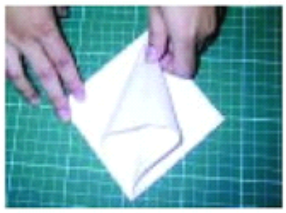


(2) 再对折；

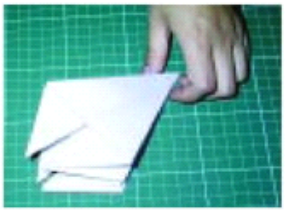


(3) 把得到的两个等腰直角三角形分别折成正方形；

(4) 将正方形的边隆起，折成一个等腰三角形；



(5) 其他三边也重复同样的步骤；

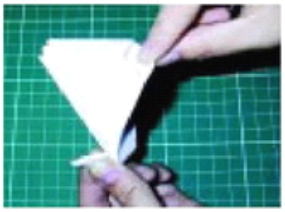


(6) 将尖角向内折；

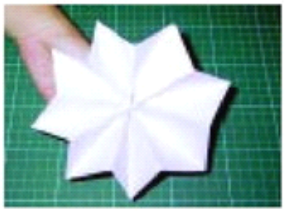
(7) 折成直角；

(8) 将尾部向内折；

(9) 打开；



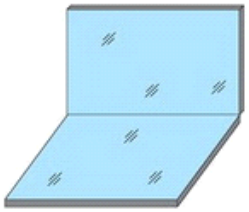
(10) 纸花做成了.



将纸花铺平,观察折痕中是否有线段的垂直平分线和角的平分线.分别有几条呢?

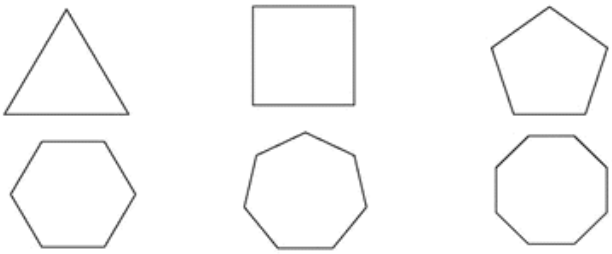
联系拓广

1. 如图，在两两互相垂直的镜子面前，能使物体的像颠倒吗？试试看.



(第 1 题)

*2. 试找出下图所示的每个正多边形对称轴的条数，并填入表格中.

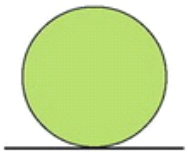


(第 2 题)

正多边形的边数	3	4	5	6	7	8
对称轴的条数						

根据上表，请就一个正 n 边形对称轴的条数作一个猜想.

*3. 如图，圆与一条线段组成了一个轴对称图形. 对称轴与这条线段有怎样的位置关系？与圆心的位置关系呢？



(第 3 题)

总复习

- 整理本学期学过的知识和方法，用一张图把它们表示出来，并与同伴进行交流.
- 在自己经历过的解决问题活动中，选择一个最具有挑战性的问题，写下解决它的过程：包括遇到的困难、克服困难的方法与过程，以及所获得的体会，并解释选择这个问题的原因.
- 通过本学期的数学学习，你有哪些收获？有哪些需要改进的地方？

知识技能

1．下列整式哪些是单项式，哪些是多项式？它们的次数分别是多少？

(1) $2x^2-4x-1$；　　(2) $-7a^2bc$；

(3) $-\frac{1}{3}a^2b+\frac{2}{3}ab^2-\frac{1}{4}a^3+\frac{1}{4}b^3$；　　(4) $-\frac{1}{6}xy$；

(5) $-\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}y+\frac{1}{3}$；　　(6) $pqr-p^2r+q^2r$.

2．计算：

(1) $-(-\frac{1}{3}x+y)+(\frac{1}{6}x-y)$；

(2) $(2s+1)-3(s^2-s+2)$；

(3) $-2(a^2b-\frac{1}{4}ab^2+\frac{1}{2}a^3)-(-2a^2b+3ab^2)$；

(4) $-\frac{1}{2}(5mn-2m^2+3n^2)+(-\frac{3}{2}mn+2m^2+\frac{n^2}{2})$；

(5) $(a^3+\frac{1}{5}a^2b+3)-\frac{1}{2}(a^2b-6)$；

(6) $-3(\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{3}y^3+\frac{1}{6})+2(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}y^3+\frac{1}{4})$.

3．计算:

(1) $(-\frac{1}{2})^3\cdot(-\frac{1}{2})$；　　(2) $-(a+b)^5\cdot(a+b)^2$；

(3) $(-2a^5)^4$；　　(4) $(-\frac{1}{2}x)^4\div(-\frac{1}{2}x)$；

(5) $(-a^3\cdot b)^2$；　　(6) $b\cdot(-b)^2(b^2)^3$；

(7) $(-y^3)^2\div y^6$；　　(8) $a^{2n+1}\cdot a^{2n-1}$；

(9) $(x^2)^{n+1}\div x^{2n}$；　　(10) $10^4\times10^0\div10^{-2}$；

(11) 32×2^{-4}；　　(12) $(\frac{\cdot}{7})^0\div(-\frac{\cdot}{7})^{-1}$.

4．计算:

(1) $(2a^2b)\cdot(-\frac{1}{2}ab^2)^3$；　　(2) $(-\frac{2}{5}xy^2z)\cdot(-\frac{1}{2}y^2z^2)$；

(3) $(2x)^3\cdot y^3\div(16xy^2)$；　　(4) $(-a^2b)^4\div(-\frac{1}{2}ab^2)$；

(5) $-2x^2y(3xy^2z-2y^2z)$；　　(6) $(-\frac{2}{3}a)(\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{6}a+\frac{1}{3})$；

(7) $(x-3y)(x-\frac{1}{2}y)$；　　(8) $(-a-3b)(7a+2b)$；

(9) $(9x-2y)(x+y)$；

(10) $(-\frac{1}{3}p+\frac{1}{2}q)(-\frac{2}{3}p-\frac{1}{4}q)$；

(11) $(-\frac{1}{5}a^3x^4-\frac{9}{11}a^2x^3)\div(-\frac{3}{5}ax^2)$；

(12) $(-2\pi r^2h+3\pi rh^2)\div(\frac{1}{2}\pi rh)$.

5. 利用整式乘法公式计算下列各题:

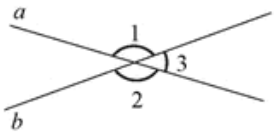
(1) $(-2x+3)(-2x-3)$；　　(2) $(-\frac{1}{2}x+2y)^2$；

(3) $-2(\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}y)^2$；　　(4) $4(-\frac{3}{2}x-3y)(\frac{3}{2}x-3y)$；

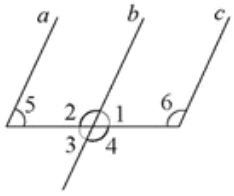
(5) $(3mn+\frac{1}{2})(3mn-\frac{1}{2})-m^2n^2$；　　(6) $x^2-(x+2)(x-2)$；

(7) $(x+2y+3z)(x+2y-3z)$；　　(8) $(\frac{x}{2}+5)^2-(\frac{x}{2}-5)^2$.

6. 如图，如果$\angle 1+\angle 2=284^\circ$，那么$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$各是多少度？



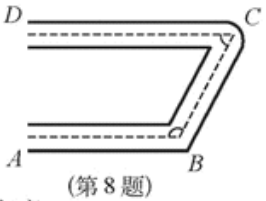
(第6题)



(第7题)

7. 如图，$a \parallel b$，$b \parallel c$，写出图中各角之间的等量关系.

8. 如图，一个合格的弯形管道$ABCD$需要AB边与CD边平行.现测得某个管道的拐角$\angle ABC=120^\circ$，$\angle BCD=60^\circ$，这个管道符合要求吗？



(第8题)

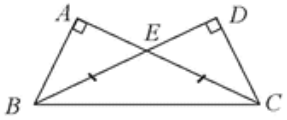
9. 用四舍五入法，对下列各数按要求取近似数：

(1) 0.762 (精确到0.01)；

(2) 247 000 (保留两个有效数字)；

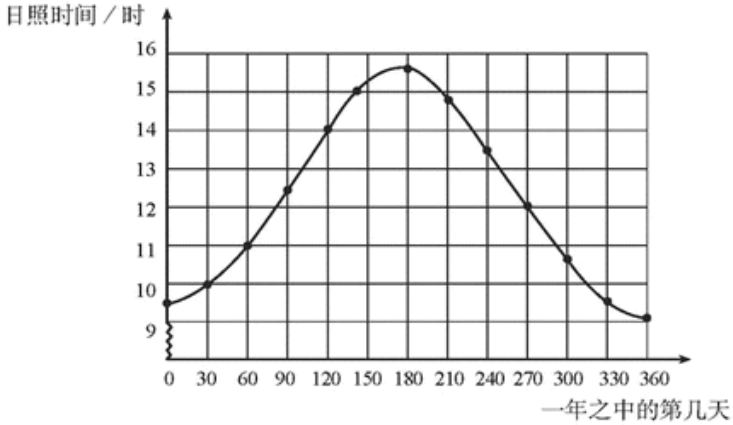
(3) 2.469 5 (精确到千分位).

10. 如图，$\angle A$，$\angle D$为直角，BE与EC相等，在图中找出两对全等的三角形.



(第10题)

11. 一年之中，每天日照(从日出到日落)的时间是不同的.下图表示了某地区从1998年1月1日到1998年12月26日的日照时间.



(1) 上图描述的是哪两个变量之间的关系？其中自变量是什么？因变量是什么？

(2) 哪天的日照时间最短？这一天的日照时间约是多少？

(3) 哪天的日照时间最长？这一天的日照时间约是多少？

(4) 大约在什么时间段内，日照时间在增加？在什么时间段内，日照时间在减少？

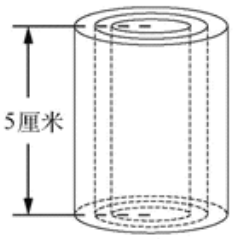
(5) 说一说该地一年中日照时间是怎样随时间的变化而变化的.

12. 假设圆柱的高是5厘米，当圆柱的底面半径由小到大变化时，

(1) 圆柱的体积如何变化？在这个变化中，自变量、因变量各是什么？

(2) 如果圆柱底面半径为r(厘米)，那么圆柱的体积V(厘米^3)可以表示为_____.

(3) 当r由1厘米变化到10厘米时，V由_____厘米^{3}变化到_____厘米^3.



(第12题)

13．找出下列轴对称图形的对称轴，并指出两组对应点.

(第 13 题)

数学理解

1．小明正在做一个直径为 d 米的地球模型.

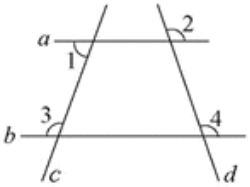
(1) 他想用一根铁丝围住赤道，大约需要多长的铁丝？

(2) 如果要把这个模型的半径增加 m 米，要围住赤道需要增加多长的铁丝？

(3) 假设真为地球的赤道做一个铁丝箍，大约需要多长的铁丝？如图所示，如果想将铁丝箍所围圆的半径增加 m 米，那么需要增加多长的铁丝？(地球半径约为 6 370 千米)

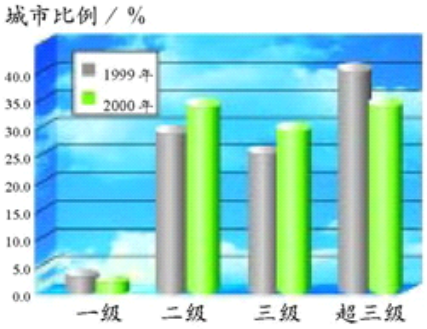
(4) 比较(2)和(3)的结果，你发现了什么？为什么？

2．如图，直线 a，b 被 c，d 所截，$\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互补，直线 a 与直线 b 平行吗？比较 $\angle 2$，$\angle 4$ 的大小关系，并简要说明理由.



(第 2 题)

3．在国家环境保护总局公布的《2000 年中国环境公报》中，刊登了对338个城市空气质量进行调查的统计图．从图中你能得到哪些信息？

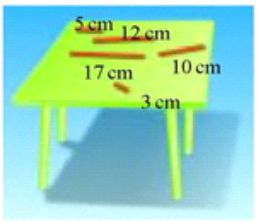


(第 3 题)

4. 设计一个转盘，使得自由转动这个转盘，指针停在红色区域中的概率为 $\frac{2}{5}$.

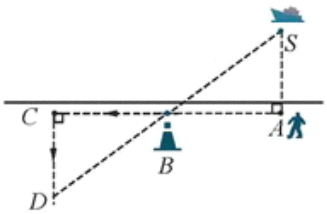
5. 请你制作一个均匀的正方体骰子，使得任意掷一次骰子，掷出“6”的概率都是 $\frac{1}{3}$.

6. 小明有两根长度为 4 cm，9 cm 的木棒，他想钉一个三角形木框，桌上有几根木棒供他选择，他有几种选择呢？摆摆看.



(第 6 题)

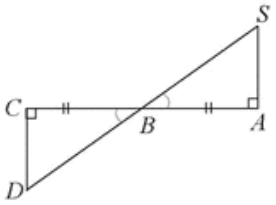
7. 如图，小明站在堤岸的 A 点处，正对他的 S 点有一艘游艇.他想知道这艘游艇距离他有多远，于是他沿堤岸走到电线杆 B 旁，接着再往前走相同的距离，到达 C 点.然后他向左直行，当看到电线杆与游艇在一条直线上时停下来，此时他位于 D 点．那么 C，D 两点间的距离就是在 A 点处小明与游艇的距离．你知道这是为什么吗？



(第 7 题)

小明的思考过程如下：

有两角及其夹边对应相等，两个三角形就全等了，所以 $CD = AS$.



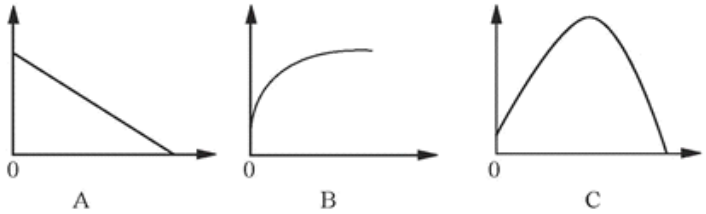
你理解他的意思吗？

8．下列各情境可以用哪幅图来近似地刻画？

(1) 一个球被竖直向上抛起，球升到最高点，垂直下落，直到地面. 在此过程中，球的高度与时间的关系；

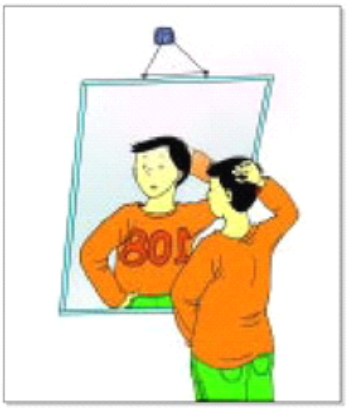
(2) 将常温中的温度计插入一杯 60℃ 的热水中，温度计的读数与时间的关系；

(3) 在长方体澡盆放水的过程中，水的高度与时间的关系.



(第 8 题)

9．如图，小明运动衣上的实际号码是什么？



(第 9 题)

10. 分别以直线 l 为对称轴，画出图形的另一半.先猜一猜，再做一做.

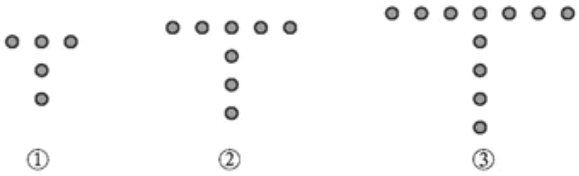
(第 10 题)

11. 取一段长 20 cm、宽 6 cm 的纸条，将它每 2 cm 一段一反一正像“手风琴”那样折叠起来. 在折叠好的纸上画出下面的图案，并用小刀把画出的图案挖去. 拉开“手风琴”纸条，你会得到一个有趣的花边. 在这个花边中，相邻两个图案有什么关系？先想一想，再做一做.

(第 11 题)

问题解决

1.



上面是用棋子摆成的“T”字.

(1) 摆成第 1 个“T”字需要多少枚棋子？第 2 个呢？

(2) 按这样的规律摆下去，摆成第 10 个“T”字需要多少枚棋子？第 n 个呢？

2. 地球表面平均 1 厘米^2 上的空气质量约为 1 千克，地球的表面面积大约是 5×10^8 千米^2，地球表面全部空气的质量约为多少

千克？已知地球的质量约为 6×10^{24} 千克，它的质量大约是地球表面全部空气质量的多少倍？

3. 举出两个多项式相乘的例子，使得合并同类项后的结果分别是四项、三项和两项.

4. 不用计算器，你能很快得到下面各题的结果吗？
(1) $0.125^{100} \times 8^{100}$；　(2) 201×199；　(3) 999^2.

5. a，b，c 是三个连续的正整数，以 b 为边长作正方形，分别以 a，c 为长和宽作长方形，哪个图形的面积大？大多少？

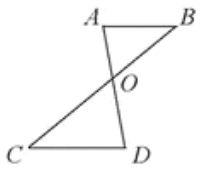
6. 下面是我国几个省(自治区、直辖市)的面积及2000年的人口数据：

	河南省	湖南省	内蒙古自治区	上海市	西藏自治区	北京市
面积／千米^2	16.70 万	21.18 万	118.30 万	6 340.5	122.84 万	1.68 万
人数／万	9 256	6 440	2 376	1 674	262	1 382

制作统计图表示这几个省(自治区、直辖市)的人口密度，你的统计图要尽量形象.

7. 在直角三角形中，一个锐角比另一个锐角的3倍还多 10°，求这两个锐角的度数.

8. 如图，$AB//CD$，AD，BC 交于点 O，如果 $\angle B = 40^\circ$，$\angle AOB = 60^\circ$，那么 $\angle C$ 的度数是多少？$\angle D$ 的度数呢？



(第8题)

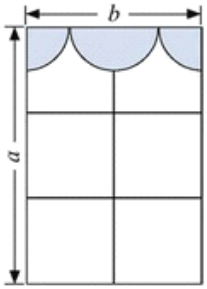
9. 用3根相同的牙签去搭三角形，能搭成几种不同的三角形，分别是什么三角形？分别用4根、5根、6根、7根呢？

10. 你能将一个等边三角形分成8个全等的直角三角形吗？

11. 一个三角形能否只有一条对称轴？能否有三条对称轴？四边形呢？

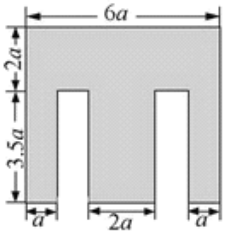
联系拓广

1. 如图所示，一个窗户被装饰布挡住了一部分. 其中窗户的长a与宽b之比是3∶2，装饰布由一个半圆和两个四分之一圆组成，圆的直径都是$\frac{b}{2}$. 计算这个窗户未被遮挡部分的面积.

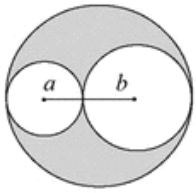


(第1题)

2. 计算图中各阴影部分的面积：



(1)



(2)

(第2题)

3. 取一个三角尺，在一张大纸上描出它的轮廓，然后沿三角尺的各条边不断向外翻折，并随时描出它的轮廓，你会得到怎样的图案？先猜一猜，再实际做一做.

4. 某公交车每月的支出费用为 4 000 元，票价为2元/人，设每月有x人乘坐该公交车，每月收入与支出的差额为y元.

(1) 请写出y与x之间的关系式，并列表表示当x的值分别是500，1 000，1 500，2 000，2 500，3 000，3 500，4 000时y的值；

(2) 当每月乘客量达到多少人以上时，该公交车才不会亏损？