第九章 压杆稳定

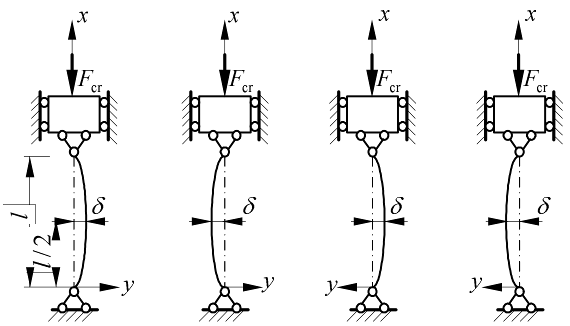
9-1 在§9-2 中已对两端球形铰支的等截面细长压杆，按图 a 所示坐标系及挠曲线形状，导出了临界力公式

$$F_{\mathrm{cr}}=\frac{\pi^{2}EI}{l^{2}}$$

试分析当分别取图 b，c，d 所示坐标系及挠曲线形状时，压杆在 F_{cr} 作用下的挠曲线微分方程是否与图 a 情况下的相同，由此所得的 F_{cr} 公式又是否相同。

解：按图 a 所示坐标系及微变形得出挠曲线微分方程 $EIw''(x)=-F_{\mathrm{cr}}w(x)$，从而导出临界力公式为：

$F_{\mathrm{cr}}=\dfrac{\pi \ EI}{l}$。



按图 b 情况，因曲率 $w''(x)$ 为正，而 $w(x)$ 为负，微分方程右边 $F_{\mathrm{cr}}w(x)$ 前必须加一个负号，才能使等式两边正负号一致，故仍有：

$$EIw''(x)=-F_{\mathrm{cr}}w(x)$$

从而 F_{cr} 公式也与按图 a 所得者相同。

按图 c 情况，曲率 $w''(x)$ 为正，$w(x)$ 为负，仍有

$$EIw''(x)=-F_{\mathrm{cr}}w(x)$$

而 F_{cr} 公式与按图 a 所得者相同。

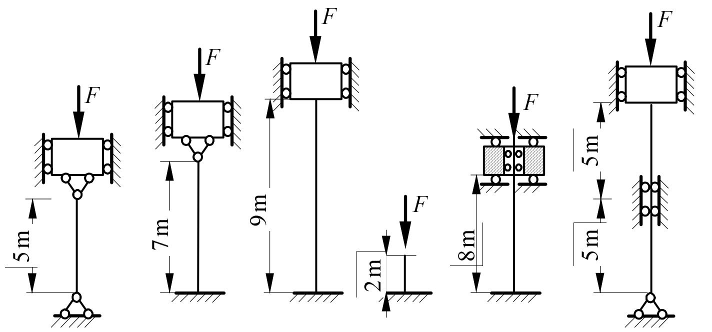
按图 d 情况，曲率 $w''(x)$ 为负，$w(x)$ 为正，挠曲线微分方程中 $F_{\mathrm{cr}}w(x)$ 前应加负号，才能使等号两边正负号相同，即：$EIw''(x)=-F_{\mathrm{cr}}w(x)$

从而 F_{cr} 公式与按图 a 所得者相同。

显然，临界力 F_{cr} 计算公式与分析中所取坐标系无关。

9-2 图示各杆材料和截面均相同，试问杆能承受的压力哪根最大，哪根最小（图 f 所示杆在中间支承处不能转动）？

解：对于材料和截面相同的压杆，它们能承受的压力与 μl 成反比，此处，μ 为与约束情况有关的长度系数。



（a） μl =1×5=5m

（b） μl =0.7×7=4.9m

（c） μl =0.5×9=4.5m

（d） μl =2×2=4m

（e） μl =1×8=8m

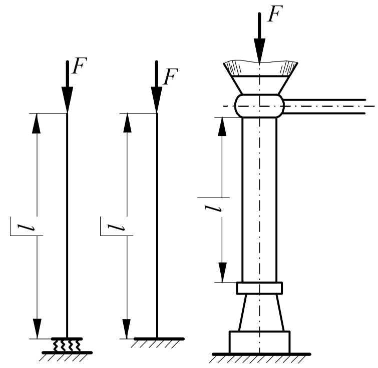
（f） μl =0.7×5=3.5m

故图 e 所示杆 F_{cr} 最小，图 f 所示杆 F_{cr} 最大。

9-3 图 a，b 所示的两细长杆均与基础刚性连接，但第一根杆（图 a）的基础放在弹性地基上，第

二根杆（图 b）的基础放在刚性地基上。试问两杆的临界力是否均为 $F_{cr}=\dfrac{\pi^2 EI_{\min}}{(2l)^2}$？为什么？并由此判断压杆长度因数 μ 是否可能大于 2。

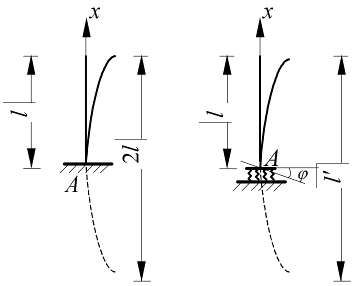
螺旋千斤顶（图 c）的底座对丝杆（起顶杆）的稳定性有无影响？校核丝杠稳定性时，把它看作下端固定（固定于底座上）、上端自由、长度为 l 的压杆是否偏于安全？



解：图 b 所示细长压杆的基础放在刚性地基上，当杆受 F_{cr} 作用而产生微弯时，A 端截面不转动，其挠曲线的 2 倍，相当于两端铰支杆的挠曲线（正弦曲线波形）因此 μ=2，故：

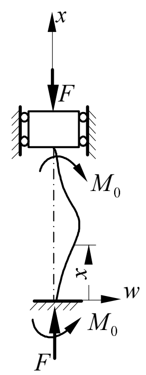
$$F_{cr}=\frac{\pi\quad EI}{(2l)}$$

图 a 所示细长压杆的基础放在弹性地基上，当杆受 F_{cr} 作用而产生微弯时，A 端截面转动，产生转角 φ，因此，当其挠曲线相当于两端铰接杆的挠曲线时，l' 则大于 $2l$，所以 μ 大于 2（μ>2）。故不能用 $F_{cr}=\dfrac{\pi\quad EI}{(2l)}$ 公式计算。图 a 的 F_{cr} 小于图 b 的 F_{cr}，所以校核螺旋千斤顶（图 c）丝杠的稳定性时，要考虑底座的刚性程度，若把下端不加分析地视为固定端，而采用 μ=2 时，其计算的结果是偏于不安全的。



9-4　试推导两端固定，弯曲刚度为 EA，长为 l 的等截面中心受压直杆的临界力 F_{cr} 的欧拉公式。

解：受压直杆距根部 x 处截面上弯矩为：



$$M(x)=Fw-M_0$$

式中 M_0 为约束反力偶矩，代入挠曲线方程

$$EIw''=-M(x)$$

$$EIw''=M_0-Fw$$

令 $k^2=\dfrac{F}{EI}$，则上式化为

$$w''+k^2w=\frac{k^2}{F}M_0$$

此方程的特解：

$$w_P=\frac{M_0}{F}$$

故方程的通解为：

$$w=C_1\sin kx+C_2\cos kx+\frac{M_0}{F} \qquad (1)$$

$$w'=C_1k\cos kx-C_2k\sin kx \qquad (2)$$

在 $x=0$ 处，$w=0, w'=0$，代入上式得

$$C_2=-\frac{M_0}{F}, C_1=0$$

在 $x=l处, w=0$ 代入式（1）

$$C_1\sin kl + C_2\cos kl + \frac{M_0}{F} = 0 \qquad (3)$$

方程（3）要有非零解，即

$$-\frac{M_0}{F}\cos kl + \frac{M_0}{F} = 0$$

$$\cos kl = 1$$

$$kl = 2n\pi$$

取$n=1$时，$kl = 2\pi$， $k = \frac{2\pi}{l}$ ， $k^2 = \frac{4\pi^2}{l^2}$

$$\frac{F}{EI} = \frac{4\pi^2}{l^2},\quad F = \frac{4\pi^2 EI}{l^2},\quad F_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{(\frac{1}{2}l)^2}$$

9-5 长 5m 的 10 号工字钢，在温度为0℃时安装在两个固定支座之间，这时杆不受力。已知钢的线膨胀系数$\alpha_l = 125\times10^{-7}(℃)^{-1}, E = 210\,\text{GPa}$。试问当温度升高至多少度时，杆将丧失稳定？

解： $\varepsilon = \frac{\alpha_l \Delta T}{l} = \alpha_l \Delta T$

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{F_{\text{N}}}{A} = \frac{\frac{4\pi^2 EI_{\min}}{l^2}}{A}$$

$$\alpha_l \Delta T = \frac{4\pi^2 I_{\min}}{Al^2}$$

$$\Delta T = \frac{4\pi^2 I_{\min}}{\alpha_l A l^2}\frac{4\pi^2\times33\times10^{-8}}{125\times10^{-7}\times14.3\times10^{-4}\times5^2} = 29.2℃$$

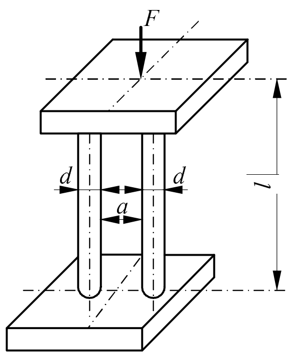
9-6 两根直径为 d 的立柱，上、下端分别与强劲的顶、底块刚性连接，如图所示。试根据杆端的约束条件，分析在总压力F作用下，立柱可能产生的几种失稳形态下的挠曲线形状，分别写出对应的总压力F之临界值的算式（按细长杆考虑），确定最小临界力F_{cr}的算式。

解：在总压力F作用下，立柱微弯时可能有下列三种情况：

（a）每根立柱作为两端固定的压杆分别失稳：

$$\mu = 0.5$$

$$F_{\text{cr(a)}} = 2\times\frac{\pi^2 EI}{(0.5l)^2} = \frac{\pi^2 EI}{0.125l^2} = \frac{\pi^3 Ed^4}{8l^2}$$



（b）两根立柱一起作为下端固定而上端自由的体系在自身平面内失稳

$$\mu = 2$$

失稳时整体在面内弯曲，则 1，2 两杆组成一组合截面。

$$I = 2[\frac{\pi d^4}{64} + \frac{\pi d^2}{4}\times(\frac{a}{2})^2]$$

$$F_{\text{cr(b)}} = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} = \frac{\pi^3 Ed^2}{128l^2}(d^2+4a^2)$$

（c）两根立柱一起作为下端固定而上端

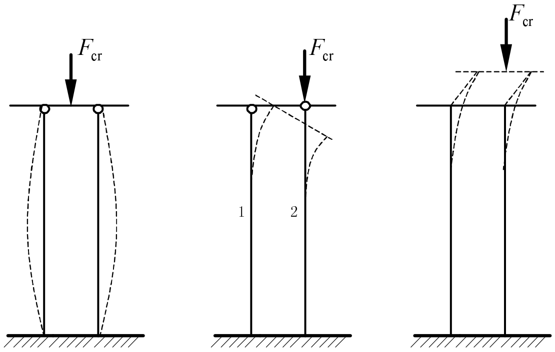
自由的体系在面外失稳

$$\mu = 2$$

$$F_{\mathrm{cr(c)}} = \frac{\pi^2 E \times 2 \times \dfrac{\pi d^4}{64}}{(2l)^2} = \frac{\pi^3 Ed^4}{128 l^2}$$

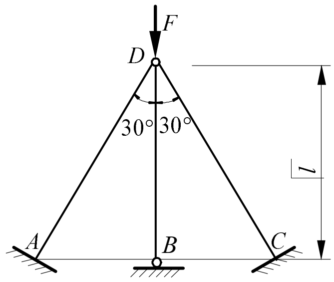
故面外失稳时 F_{cr} 最小

$$F_{\mathrm{cr}} = \frac{\pi^3 Ed^4}{128 l^2}\text{。}$$



9-7　图示结构 $ABCD$ 由三根直径均为 d 的圆截面钢杆组成，在点 B 铰支，而在点 A 和点 C 固定，D 为铰接点，$\dfrac{l}{d} = 10\pi$。若结构由于杆件在平面 $ABCD$ 内弹性失稳而丧失承载能力，试确定作用于结点 D 处的荷载 F 的临界值。

解：杆 DB 为两端铰支 $\mu = 1$，杆 DA 及 DC 为一端铰支一端固定，选取 $\mu = 0.7$。此结构为超静定结构，当杆 DB 失稳时结构仍能继续承载，直到杆 AD 及 DC 也失稳时整个结构才丧失承载能力，故



$$F_{\mathrm{cr}} = F_{\mathrm{cr(1)}} + 2F_{\mathrm{cr(2)}} \cos 30^\circ$$

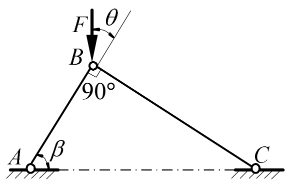
$$F_{\mathrm{cr(1)}} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$F_{\mathrm{cr(2)}} = \frac{\pi^2 EI}{\left(0.7 \times \dfrac{l}{\cos 30^\circ}\right)^2} = \frac{1.53 EI \pi^2}{l^2}$$

$$F_{\mathrm{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{l^3} + \frac{2 \times 1.53 EI \pi^2}{l^2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{36.1 EI}{l^2}$$

9-8　图示铰接杆系 ABC 由两根具有相同截面和同样材料的细长杆所组成。若由于杆件在平面 ABC 内失稳而引起毁坏，试确定荷载 F 为最大时的 θ 角（假设 $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$）。

解：当 AB 杆及 CB 杆同时达到临界值时 F 为最大。



$$F_{CB} = F_{\mathrm{cr}(CB)} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 EI}{(l \sin\beta)^2} = F \sin\theta \qquad (1)$$

$$F_{AB} = F_{\mathrm{cr}(AB)} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 EI}{(l \cos\beta)^2} = F \cos\theta \qquad (2)$$

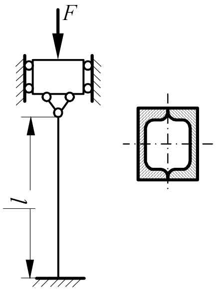
由式（1）得　$F = \dfrac{\pi^2 EI}{l^2 \sin^2\beta \cdot \sin\theta}$

由式（2）得　$F = \dfrac{\pi^2 EI}{l^2 \cos^2\beta \cdot \cos\theta}$

$$\frac{\pi^2 EI}{l^2 \sin^2\beta \cdot \sin\theta} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 \cos^2\beta \cdot \cos\theta}$$

由此得　　$\theta = \arctan(\cot^2\beta)$

9-9　下端固定、上端铰支、长$l=4\,\mathrm{m}$的压杆，由两根 10 号槽钢焊接而成，如图所示，并符合钢结构设计规范中实腹式 b 类截面中心受压杆的要求。已知杆的材料为 Q235 钢，强度许用应力$[\sigma]=170\,\mathrm{MPa}$，试求压杆的许可荷载。



解：$I_z=2\times198.3\times10^{-8}=396.6\times10^{-8}\,\mathrm{m}^4$

$$I_y=2\times(25.6\times10^{-8}+12.74\times10^{-4}\times32.8^2\times10^{-6})=325.3\times10^{-8}\,\mathrm{m}^4$$

$$i=\sqrt{\frac{I_y}{A}}=\sqrt{\frac{325.3\times10^{-8}}{2\times12.74\times10^{-4}}}=3.573\times10^{-2}\,\mathrm{m}$$

$$\lambda=\frac{\mu l}{i}=\frac{0.7\times4}{3.573\times10^{-2}}=78.4,\varphi=0.697$$

$$[\sigma]_{\mathrm{st}}=\varphi[\sigma]=0.697\times170=118.5\,\mathrm{MPa}$$

$$F_{\mathrm{cr}}=A[\sigma]_{\mathrm{st}}=2\times12.74\times10^{-4}\times118.5\times10^6=301.9\times10^3\,\mathrm{N}=301.9\,\mathrm{kN}$$

9-10　如果杆分别由下列材料制成：

（1）比例极限$\sigma_{\mathrm{p}}=220\,\mathrm{MPa}$，弹性模量$E=190\,\mathrm{GPa}$的钢；

（2）$\sigma_{\mathrm{p}}=490\,\mathrm{MPa}$，$E=215\,\mathrm{GPa}$，含镍 3.5%的镍钢；

（3）$\sigma_{\mathrm{p}}=20\,\mathrm{MPa}$，$E=11\,\mathrm{GPa}$的松木。

试求可用欧拉公式计算临界力的压杆的最小柔度。

解：（1）$\lambda\geq\sqrt{\dfrac{\pi^2E}{\sigma_{\mathrm{p}}}}=\sqrt{\dfrac{\pi^2\times190\times10^9}{220\times10^6}}=92.3$

（2）$\lambda\geq\sqrt{\dfrac{\pi^2E}{\sigma_{\mathrm{p}}}}=\sqrt{\dfrac{\pi^2\times215\times10^9}{490\times10^6}}=65.8$

（3）$\lambda\geq\sqrt{\dfrac{\pi^2E}{\sigma_{\mathrm{p}}}}=\sqrt{\dfrac{\pi^2\times11\times10^9}{20\times10^6}}=73.7$

9-11　两端铰支、强度等级为 TC13 的木柱，截面为 150mm×150mm 的正方形，长度$l=3.5\,\mathrm{m}$，强度许用应力$[\sigma]=10\,\mathrm{MPa}$。试求木柱的许可荷载。

解：$\lambda=\dfrac{\mu l}{i}=\dfrac{1\times3.5}{43.3\times10^{-3}}=80.8<91$

由公式（9-12a），$\varphi=\dfrac{1}{1+(\dfrac{\lambda}{65})^2}=\dfrac{1}{1+(\dfrac{80.8}{65})^2}=0.393$

$$F_{\mathrm{cr}}=\varphi[\sigma]A=0.393\times10\times10^6\times150^2\times10^{-6}=88.4\times10^3\,\mathrm{N}=88.4\,\mathrm{kN}$$

9-12　图示结构由钢曲杆AB和强度等级为 TC13 的木杆BC组成。已知结构所有的连接均为铰连接，在B点处承受竖直荷载F=1.3 kN，木材的强度许用应力$[\sigma]=10\,\mathrm{MPa}$。试校核杆$BC$的稳定性。

解：由节点B（图 9-12a）平衡

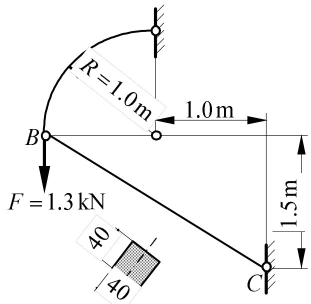
$$\sum F_x=0,F\cos45^\circ=F_{BC}\cos(45^\circ-36.87^\circ)$$

$$F_{BC}=0.714F=0.714\times1.3\times10^3=928\,\mathrm{N}$$

$$\sigma_{\text{w}} = \frac{F_{BC}}{A} = \frac{928}{40^2 \times 10^{-6}} = 0.58 \times 10^6\ \text{Pa} = 0.580\,\text{MPa}$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{a^4}{12a^2}} = \sqrt{\frac{40^4}{12 \times 40^2} \times 10^{-6}} = 11.5 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1 \times 2.5}{11.5 \times 10^{-3}} = 217 > 91$$

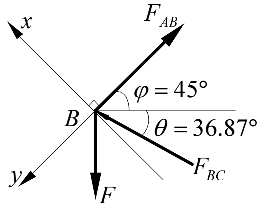


由公式（9-12b）

$$\varphi = \frac{2800}{\lambda^2} = \frac{2800}{217^2} = 0.0595$$

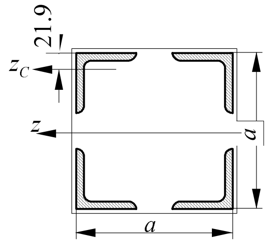
$$\sigma_{\text{cr}} = \varphi[\sigma] = 0.0595 \times 10 = 0.595\,\text{MPa}$$

$\sigma_{\text{w}} < \sigma_{\text{cr}}$　安全



9-13　一支柱由 4 根 80mm×80mm×6mm 的角钢组成（如图），并符合钢结构设计规范中实腹式 b 类截面中心受压杆的要求。支柱的两端为铰支，柱长 l=6m，压力为 $450\,\text{kN}$ 。若材料为 Q235 钢，强度许用应力 $[\sigma] = 170\,\text{MPa}$ ，试求支柱横截面边长 a 的尺寸。

解： $\sigma = \dfrac{F}{4A_0} = \dfrac{450 \times 10^3}{4 \times 9.397 \times 10^{-4}} = 119.7 \times 10^6\ \text{Pa} = 119.7\,\text{MPa}$



（查表：$A_0 = 9.397 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$ ，$I_0 = 57.35 \times 10^{-8}\ \text{m}^4$ ）

$\sigma = \varphi[\sigma], \varphi = \dfrac{\sigma}{[\sigma]} = \dfrac{119.7}{170} = 0.704$ ，查表得：$\lambda = 77.5$

$$i = \frac{\mu l}{\lambda} = \frac{1 \times 6}{77.5} = 0.0774\,\text{m}$$

$$I = Ai^2 = 4A_0 i^2 = 4 \times 9.397 \times 10^{-4} \times 0.0774^2 = 0.2253 \times 10^{-4}\ \text{m}^4$$

$$I = 4[I_0 + A_0(\frac{a}{2} - 21.9)^2 \times 10^{-6}]$$

$$a = 2[21.9 + \frac{\sqrt{(\frac{I}{4} - I_0) \times 10^6}}{A_0}] = 2(21.9 + \frac{\sqrt{(\frac{2253}{4} - 57.35) \times 10^{-8} \times 10^6}}{9.397 \times 10^{-4}}) = 191\,\text{mm}$$

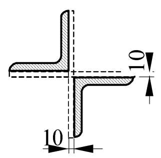
9-14　某桁架的受压弦杆长 4m,由缀板焊成一体，并符合钢结构设计规范中实腹式 b 类截面中心受压杆的要求，截面形式如图所示，材料为 Q235 钢，$[\sigma] = 170\,\text{MPa}$ 。若按两端铰支考虑，试求杆所能承受的许可压力。

解： 由型钢表查得 $125 \times 125 \times 10$ 角钢：

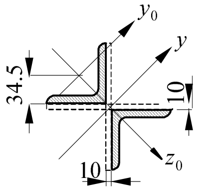
$$A = 24.37 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

$$i_{z0} = 4.85 \times 10^{-2}\ \text{m}$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1 \times 4}{4.85 \times 10^{-2}} = 82.5$$



2 − L125×125×10

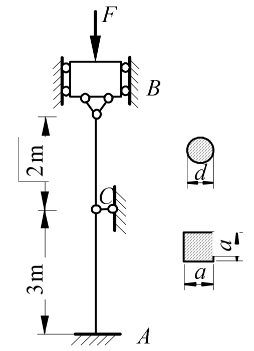


2 − L125×125×10

查表得：$\varphi = 0.672$

故　　$[F] = \varphi[\sigma]A = 0.672 \times 170 \times 2 \times 24.37 \times 10^{-4} = 557\,\text{kN}$

*9-15　图示结构中 BC 为圆截面杆，其直径 $d = 80\,\text{mm}$；AC 为边长 $a = 70\,\text{mm}$ 的正方形截面杆。已知该结构的约束情况为 A 端固定，B，C 为球铰。两杆材料均为 Q235 钢，弹性模量 $E = 210\,\text{GPa}$，可各自独立发生弯曲互不影响。若结构的稳定安全因素 $n_{\text{st}} = 2.5$，试求所能承受的许可压力。



解：（1）杆 AC 临界力

$$\lambda_1 = \frac{\mu l_1}{i} = \frac{0.7\times 3}{\frac{1}{4}\times 80\times 10^{-3}} = 105 > \lambda_{\text{p}} = 100$$

$$F_{\text{cr1}} = \frac{\pi^2 EI_1}{(\mu l_1)^2} = \frac{\pi^2\times 210\times 10^9\times \pi\times 80^4\times 10^{-12}}{(0.7\times 3)^2\times 64} = 945\times 10^3\ \text{N}$$

（2）杆 BC 临界力

$$i = \sqrt{\frac{I_2}{A}} = \sqrt{\frac{a^4}{12a^2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

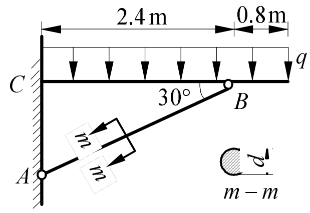
$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i} = \frac{1\times 2\times 6}{\sqrt{2}\times 70\times 10^{-3}} = 121 > \lambda_{\text{p}}$$

$$F_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI_2}{l_2^2} = \frac{\pi^2\times 210\times 10^9\times 70^4\times 10^{-12}}{2^2\times 12} = 1036.7\times 10^3\ \text{N}$$

取两临界力中较小值，得许可荷载：

$$[F] = \frac{F_{\text{cr1}}}{2.5} = \frac{945\,\text{kN}}{2.5} = 378\,\text{kN}$$

9-16　图示一简单托架，其撑杆 AB 为圆截面木杆，强度等级为 TC15。若架上受集度为 $q = 50\,\text{kN/m}$ 的均布荷载作用，AB 两端为柱形铰，材料的强度许用应力 $[\sigma] = 11\,\text{MPa}$，试求撑杆所需的直径 d。



解：取 I-I 以上部分为分离体，由 $\sum M_C = 0$，有

$$F_{AB}\cdot \sin 30^\circ \times 2.4 = \frac{50\times 3.2^2}{2}$$

$$F_{AB} = 214\,\text{kN}$$

设　$\varphi = 0.68,\quad [\sigma_{\text{cr}}] = 0.68\times[\sigma] = 7.48\,\text{MPa}$

$$\sigma_{AB} = \frac{214\times 10^3}{\frac{\pi d^2}{4}} = 7.48\times 10^6$$

$$d^2 = 36.4\times 10^{-3},\quad d = 0.191\,\text{m}$$

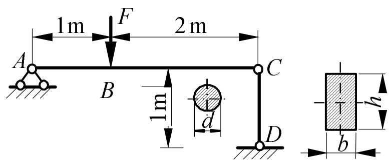
则　$\lambda = \dfrac{1\times 2.77}{\frac{0.191}{4}} = 58.0$

$$\varphi = 1.02 - 0.55\left(\frac{58.0+20}{100}\right)^2 = 0.685$$

求出的 φ 与所设 φ 基本相符，故撑杆直径选用 $d = 0.19\,1\text{m}$。

9-17　图示结构中杆 AC 与 CD 均由 Q235 钢制成，C，D 两处均为球铰。已知 $d = 20\,\text{mm}$，$b = 100\,\text{mm}$，$h = 180\,\text{mm}$；$E = 200\,\text{GPa}$，$\sigma_{\text{s}} = 235\,\text{MPa}$，$\sigma_{\text{b}} = 400\,\text{MPa}$；强度安全因数 $n = 2.0$，稳定安全因数 $n_{\text{st}} = 3.0$。试确定该结构的许可荷载。

解：（1）杆 CD 受压力 $F_{CD}=\dfrac{F}{3}$



梁 BC 中最大弯矩 $M_B=\dfrac{2F}{3}$

（2）梁 BC 中

$$\sigma=\frac{M_B}{W}=\frac{2F\times 6}{3\times bh^2}=\frac{4F}{bh^2}\le\frac{\sigma_{\mathrm{s}}}{n}$$

$$F\le\frac{\sigma_{\mathrm{s}}bh^2}{4n}=\frac{235\times10^6\times100\times180^2\times10^{-9}}{4\times2.0}=95175\,\mathrm{N}=95.2\,\mathrm{kN}$$

（3）杆 CD

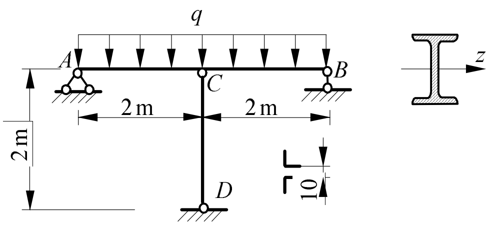
$$\lambda=\frac{\mu l}{i}=\frac{1\times1}{\dfrac{20}{4}\times10^{-3}}=200>\lambda_{\mathrm{p}}$$

$$F_{\mathrm{cr}}=\frac{\pi^2 EI}{l^2}=\frac{\pi^2 E\cdot\pi d^4}{l^2\times64}=\frac{\pi^3\times200\times10^9\times20^4\times10^{-12}}{64\times1^2}=15.5\times10^3\,\mathrm{N}=15.5\,\mathrm{kN}$$

$F=3F_{CD}=3F_{\mathrm{cr}}$ （由梁力矩平衡得）

$$[F]_{\mathrm{st}}=\frac{F}{3.0}=\frac{15.5\times3}{3.0}=15.5\,\mathrm{kN}$$

9-18　图示结构中钢梁 AB 及立柱 CD 分别由 16 号工字钢和连成一体的两根 63mm×63mm×5mm 角钢制成，杆 CD 符合钢结构设计规范中实腹式 b 类截面中心受压杆的要求。均布荷载集度 $q=48\,\mathrm{kN/m}$。梁及柱的材料为 Q235 钢，$[\sigma]=170\,\mathrm{MPa}$，$E=210\,\mathrm{GPa}$。试验算梁和立柱是否安全。



解：（1）求杆 CD 所受轴力 F_{CD}

$$w_{C1}=-\frac{5ql_{AB}^4}{384EI}$$

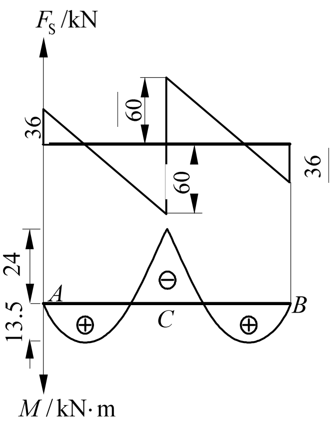
$$w_{C2}=\frac{F_{CD}l_{AB}^3}{48EI}$$

$$w_{C1}+w_{C2}=0$$

（因杆 CD 压缩变形相对梁弯曲挠度小得多，故未计杆 CD 压缩变形）

$$-\frac{5ql_{AB}^4}{384EI}+\frac{F_{CD}l_{AB}^3}{48EI}=0$$

$$F_{CD}=\frac{5ql_{AB}}{8}=120\,\mathrm{kN}$$



（2）梁 AB 的强度验算：

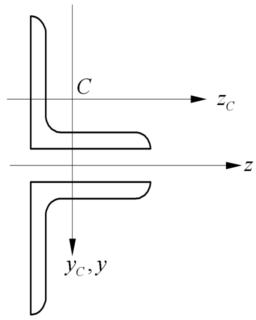
由梁 AB 平衡得，$F_A=F_B=36\,\mathrm{kN}$

$$M_C=36\times2-\frac{1}{2}\times48\times2^2=-24\,\mathrm{kN\cdot m}$$

$$M_{\max}=|M_C|=24\,\mathrm{kN\cdot m}$$

16 号工字钢，$W_z=141\times10^{-6}\,\mathrm{m}^4$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_z} = \frac{24 \times 10^3}{141 \times 10^{-6}} = 170\,\text{MPa} = [\sigma] \quad 强度够$$



（3）柱 CD 稳定性校核：

每个 $63 \times 63 \times 5$ 等边角钢由型钢表中查得：

$$A = 6.14 \times 10^{-4}\ \text{m}, i_{yC} = i_{zC} = 1.94 \times 10^{-2}\ \text{m}$$

此组合截面，$I_y < I_z$，而 $i_y = i_{yC}$，于是

$$\lambda = \frac{\mu \times l}{i_{yC}} = \frac{1 \times 2}{1.94 \times 10^{-2}} = 103$$

$$\varphi = 0.584$$

$$[\sigma_{\text{cr}}] = \varphi[\sigma] = 0.584 \times 170 = 99.3\,\text{MPa}$$

而 $$\sigma_{CD} = \frac{F_{CD}}{A} = \frac{120 \times 10^3}{2 \times 6.14 \times 10^{-4}} = 97.7\,\text{MPa} < [\sigma_{\text{cr}}] \quad 安全$$