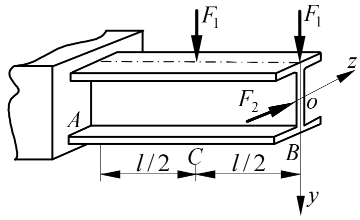
第八章　组合变形及连接部分的计算

8-1 14 号工字钢悬臂梁受力情况如图所示。已知$l=0.8\,\text{m}$，$F_1=2.5\,\text{kN}$，$F_2=1.0\,\text{kN}$，试求危险截面上的最大正应力。

解：危险截面在固定端

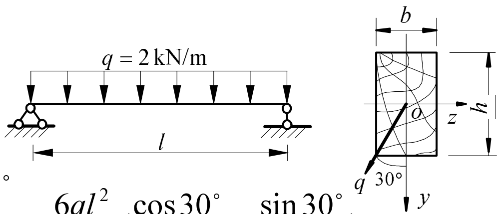


$$\sigma_{\max}=\frac{M_z}{W_z}+\frac{M_y}{W_y}=\frac{\frac{3}{2}F_1 l}{W_z}+\frac{F_2 l}{W_y}$$

$$=\frac{3\times 2.5\times 10^3\times 0.8}{2\times 102\times 10^{-6}}+\frac{1.0\times 10^3\times 0.8}{16.1\times 10^{-6}}$$

$$=79.1\,\text{MPa}$$

8-2　受集度为q的均布荷载作用的矩形截面简支梁，其荷载作用面与梁的纵向对称面间的夹角为$\alpha=30^\circ$，如图所示。已知该梁材料的弹性模量$E=10\,\text{GPa}$；梁的尺寸为$l=4\,\text{m}$，$h=160\,\text{mm}$，$b=120\,\text{mm}$；许用应力$[\sigma]=12\,\text{MPa}$；许可挠度$[w]=\dfrac{l}{150}$。试校核梁的强度和刚度。



解：$M_{z\max}=\dfrac{1}{8}q_y l^2=\dfrac{1}{8}q\cos 30^\circ\cdot l^2$

$$M_{z\max}=\frac{1}{8}q_z l^2=\frac{1}{8}q\sin 30^\circ\cdot l^2$$

$$\sigma=\frac{M_{z\max}}{W_z}+\frac{M_{y\max}}{W_y}=\frac{\frac{1}{8}ql^2\cos 30^\circ}{\frac{bh^2}{6}}+\frac{\frac{1}{8}ql^2\sin 30^\circ}{\frac{hb^2}{6}}=\frac{6ql^2}{8bh}\left(\frac{\cos 30^\circ}{h}+\frac{\sin 30^\circ}{b}\right)$$

$$=\frac{6\times 2\times 10^3\times 4^2}{8\times 120\times 160\times 10^{-6}}\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0.160}+\frac{\frac{1}{2}}{0.120}\right)=11.97\times 10^6\,\text{Pa}=12.0\,\text{MPa}=[\sigma]\text{，强度安全}$$

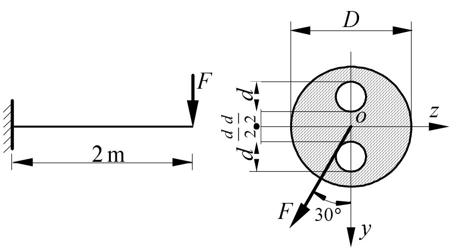
$$w_z=\frac{5q_z l^4}{384EI_y}=\frac{5\times 12q\sin 30^\circ l^4}{384Ehb^3}\text{，}\quad w_y=\frac{5q_y l^4}{384EI_z}=\frac{5\times 12q\cos 30^\circ l^4}{384Ebh^3}$$

$$w_{\max}=\sqrt{w_y^2+w_z^2}=\frac{5\times 12l^4 q}{384Ebh}\sqrt{\left(\frac{\cos 30^\circ}{h^2}\right)^2+\left(\frac{\sin 30^\circ}{b^2}\right)^2}$$

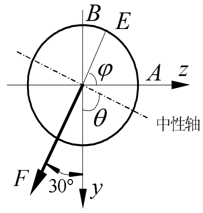
$$=\frac{5\times 12\times 4^4\times 2\times 10^3}{384\times 10\times 10^9\times 120\times 160\times 10^{-6}}\sqrt{\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0.16^2}\right)^2+\left(\frac{\frac{1}{2}}{0.12^2}\right)^2}$$

$$=0.0202\,\text{m}<[w]=\frac{4}{150}\,\text{m}\text{ 刚度安全。}$$

8-3　悬臂梁受集中力F作用如图所示。已知横截面的直径D=120mm，d=30mm，材料的许用应力$[\sigma]=160\,\text{MPa}$。试求中性轴的位置，并按照强度条件求梁的许可荷载$[F]$。



解: $I_y=\dfrac{\pi D^4}{64}-2\dfrac{\pi d^4}{64}=\dfrac{\pi}{64}(D^4-2d^4)$



$$I_z=\frac{\pi D^4}{64}-2(\frac{\pi d^4}{64}+\frac{\pi d^2}{4}\cdot d^2)$$

$$=\frac{\pi D^4}{64}-2\frac{17\pi d^4}{64}=\frac{\pi}{64}(D^4-34d^4)$$

中性轴:

$$\sigma=\frac{-M_z}{I_z}y+\frac{M_y}{I_y}y=-\frac{F\cos30^\circ\cdot l}{I_z}y+\frac{F\sin30^\circ\cdot l}{I_y}z=0$$

即 $\dfrac{z\sin30^\circ}{I_y}=\dfrac{y\cos30^\circ}{I_z}$，$\dfrac{z}{2I_y}=\dfrac{\sqrt{3}y}{2I_z}$

$$\frac{64z}{2\pi(D^4-2d^4)}=\frac{64\sqrt{3}y}{2\pi(D^4-34d^4)}$$

$$\frac{z}{D^4-2d^4}=\frac{\sqrt{3}y}{D^4-34d^4}$$

$$z=\frac{\sqrt{3}(D^4-2d^4)}{D^4-34d^4}y=\frac{\sqrt{3}(120^4-2\times30^4)}{120^4-34\times30^4}y=1.982y$$

$$\theta=63^\circ13'$$

$\sigma_{\max}^{+}$ 点位于弧 AB 上。

$$\sigma=\frac{M_z}{I_z}\frac{D}{2}\sin\varphi+\frac{M_y}{I_y}\frac{D}{2}\cos\varphi$$

$$\frac{d\sigma}{d\varphi}=0\text{，}\quad\frac{DM_z}{2I_z}\cos\varphi-\frac{DM_y}{2I_y}\sin\varphi=0$$

$$\tan\varphi=\frac{M_z}{M_y}\cdot\frac{I_y}{I_z}=\frac{Fl\cos30^\circ}{Fl\sin30^\circ}\cdot\frac{\frac{\pi}{64}(D^4-2d^4)}{\frac{\pi}{64}(D^4-34d^4)}$$

$$\tan\varphi=\frac{\sqrt{3}(120^4-2\times30^4)}{120^4-34\times30^4}=1.9817$$

$$\varphi=63^\circ13'=\theta$$

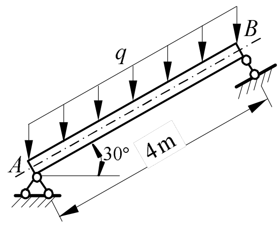
$$\sigma_{\max}=\frac{M_z}{I_z}\cdot\frac{D}{2}\sin\varphi+\frac{M_y}{I_y}\cdot\frac{D}{2}\cos\varphi=\frac{\frac{D}{2}Fl\cos30^\circ\sin\varphi}{\frac{\pi}{64}(D^4-34d^4)}+\frac{\frac{D}{2}Fl\sin30^\circ\cos\varphi}{\frac{\pi}{64}(D^4-2d^4)}\le[\sigma]$$

$$\frac{32DFl}{\pi}(\frac{\cos30^\circ\sin\varphi}{D^4-34d^4}+\frac{\sin30^0\cos\varphi}{D^4-2d^4})\le[\sigma]$$

$$\frac{32\times120\times10^{-3}\times F\times2}{\pi}[\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin63^\circ13'}{(120^4-34\times30^4)\times10^{-12}}+\frac{\frac{1}{2}\cos63^\circ13'}{(120^4-2\times30^4)\times10^{-12}}]\le160\times10^6$$

$F \le 12.132\times10^3\ \mathrm{N}$，$[F]=12.1\mathrm{kN}$

8-4　图示一楼梯木斜梁的长度为$l=4\ \mathrm{m}$，截面为$0.2\ \mathrm{m}\times0.1\mathrm{m}$的矩形，受均布荷载作用，$q=2\ \mathrm{kN/m}$。试作梁的轴力图和弯矩图，并求横截面上的最大拉应力和最大压应力。

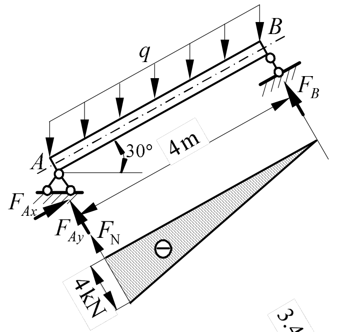


解：$F_B=F_{Ay}=\dfrac{q\cos30^\circ\cdot l}{2}$

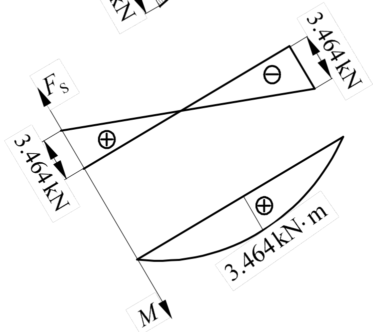
$$=\frac{2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4}{2}=3.464\ \mathrm{kN}$$

$$F_{Ax}=q\sin30^\circ\cdot l=2\times\frac{1}{2}\times4=4\ \mathrm{kN}$$

$$F_{\mathrm{N}}(\frac{l}{2})=2\ \mathrm{kN}$$



杆为弯压组合变形，最大压应力和最大拉应力分别发生在跨中截面上边缘和下边缘处：

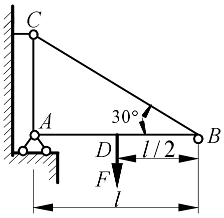


$$\sigma_{\mathrm{c,max}}=\frac{M_{\max}}{W}+\frac{F_{\mathrm{N}}(\frac{l}{2})}{A}$$

$$=\frac{3.464\times10^3}{\dfrac{0.1\times0.2^2}{6}}+\frac{2\times10^3}{0.1\times0.2}=5.29\ \mathrm{MPa}$$

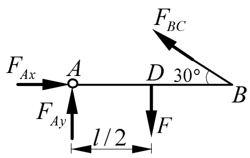
$$\sigma_{\mathrm{t,max}}=5.19\ \mathrm{MPa}-0.1\ \mathrm{MPa}=5.09\ \mathrm{MPa}$$

8-5　图示一悬臂滑车架，杆*AB*为18号工字钢，其长度为$l=2.6\mathrm{m}$。试求当荷载$F=25\mathrm{kN}$作用在*AB*的中点*D*处时，杆内的最大正应力。设工字钢的自重可略去不计。



解：18号工字钢$W=1.85\times10^{-4}\ \mathrm{m}^3$，$A=30.6\times10^{-4}\ \mathrm{m}^2$，AB杆系弯压组合变形。

$$\sigma_{\max}=\frac{M_{中}}{W}+\frac{F_{BC}\cos30^\circ}{A}$$



$\sum M_A=0$，$F_{BC}\sin30^\circ\cdot l=F\times\dfrac{l}{2}$，$F_{BC}=25\mathrm{kN}$

$$M_{中}=F_{BC}\sin30^\circ\times\frac{l}{2}=25\times\frac{1}{2}\times\frac{2.6}{2}=16.25\mathrm{kN\cdot m}$$

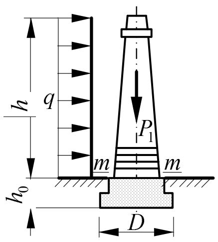
$$\sigma_{\max}=\frac{16.25\times10^3}{1.85\times10^{-4}}+\frac{25\times10^3\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{30.6\times10^4}=87.83+7.07=94.9\mathrm{MPa(压)}$$

8-6　砖砌烟囱高$h=30\ \mathrm{m}$，底截面*m-m*的外径$d_1=3\ \mathrm{m}$，内径$d_2=2\ \mathrm{m}$，自重$P=2000\ \mathrm{kN}$，受$q=1\mathrm{kN/m}$的风力作用。试求：

（1）烟囱底截面上的最大压应力；

（2）若烟囱的基础埋深 $h_0 = 4$ m，基础及填土自重按 $P_2 = 1000$ kN 计算，土壤的许用压应力 $[\sigma] = 0.3$ MPa，圆形基础的直径 D 应为多大？

注：计算风力时，可略去烟囱直径的变化，把它看作是等截面的。



解：烟囱底截面上的最大压应力：

$$\sigma_{\max} = \frac{P_1}{A} + \frac{\frac{qh^2}{2}}{W} = \frac{2000\times10^3}{\frac{\pi(3^2-2^2)}{4}} + \frac{\frac{1}{2}\times1\times10^3\times30^2}{\frac{\pi(3^4-2^4)}{64}\times\frac{1}{3/2}}$$

$$= 0.508\,\text{MPa} + 0.212\,\text{MPa} = 0.72\,\text{MPa(压)}$$

土壤上的最大压应力 $\sigma_{\max}$：

$$\sigma_{\max} = \frac{P_1+P_2}{\frac{\pi D^2}{4}} + \frac{qh(\frac{h}{2}+h_0)}{\frac{\pi D^3}{32}} \le [\sigma]$$

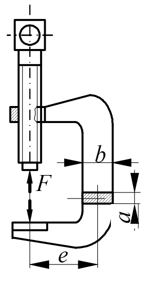
$$\sigma_{\max} = \frac{(2000+1000)\times10^3}{\frac{\pi D^2}{4}} + \frac{1\times10^3\times30\times(\frac{30}{2}+4)}{\frac{\pi D^3}{32}} \le 0.3\times10^6$$

即 $\dfrac{3.82\times10^6}{D^2} + \dfrac{5.81\times10^6}{D^3} \le 0.3\times10^6$

即 $0.3D^3 - 3.82D - 5.81 = 0$

解得：$D = 4.17$ m

8-7　螺旋夹紧器立臂的横截面为 $a\times b$ 的矩形，如图所示。已知该夹紧器工作时承受的夹紧力 $F = 16$ kN，材料的许用应力 $[\sigma] = 160$ MPa，立臂厚 $a = 20$ mm，偏心距 $e = 140$ mm。试求立臂宽度 b。



解：截面上轴力 $F_N = F$，弯矩 $M = Fe$

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{Fe}{W} = \frac{F}{ab} + \frac{6Fe}{ab^2} \le [\sigma]$$

$$\frac{F}{a}(\frac{1}{b}+\frac{6e}{b^2}) \le [\sigma],\quad \frac{b+6e}{b^2} \le \frac{a[\sigma]}{F}$$

$$b+6e \le \frac{a[\sigma]}{F}b^2,\quad \frac{a[\sigma]}{F}b^2 - b - 6e \ge 0$$

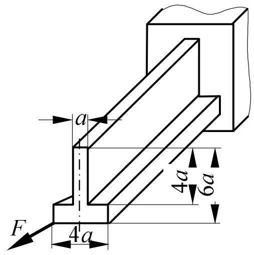
$$b \ge \frac{1+\sqrt{1+24ea[\sigma]/F}}{\frac{2a[\sigma]}{F}} = \frac{F(1+\sqrt{1+24ea[\sigma]/F}}{2a[\sigma]}$$

$$= \frac{16\times10^3[1+\sqrt{1+24\times140\times10^{-3}\times20\times10^{-3}\times160\times10^6/(16\times10^3)}]}{2\times20\times10^{-3}\times160\times10^6}$$

$$= 0.0673\,\text{m} = 67.3\,\text{mm}$$

8-8　试求图示杆内的最大正应力。力 F 与杆的轴线平行。

解：$S_z = 4a \times a \times (-2a) + 4a \times 2a \times a = 0$，$z$ 为形心主轴。

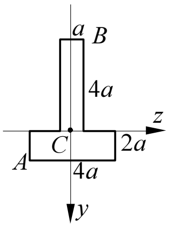


固定端为危险截面，其中：

轴力 $F_{\mathrm{N}} = F$，弯矩 $M_y = -2Fa$，$M_z = -2Fa$

$$I_z = \frac{a(4a)^3}{12} + 4a^2(2a)^2 + \frac{4a(2a)^3}{12} + 4a \times 2a \times a^2 = 32a^4$$

$$I_y = \frac{4a \cdot a^3}{12} + \frac{2a \cdot (4a)^3}{12} = 11a^4$$



A 点拉应力最大

$$\sigma_A = \frac{F_N}{A} + \frac{M_z}{I_z} y_A + \frac{M_y}{I_y} z_A$$

$$= \frac{F}{12a^2} + \frac{2Fa}{32a^4} \cdot 2a + \frac{2Fa}{11a^4} \cdot 2a = \frac{151F}{264a^2} = 0.572\frac{F}{a^2}$$

B 点压应力最大

$$\sigma_B = \frac{F}{A} - \left|\frac{M_z}{I_z} y_B\right| - \left|\frac{M_y}{I_y} z_B\right|$$

$$= \frac{F}{12a^2} - \frac{2Fa}{32a^4} \cdot 4a - \frac{2Fa}{11a^4} \cdot \frac{a}{2} = -\frac{17F}{66a^2} = -0.258\frac{F}{a^2}$$

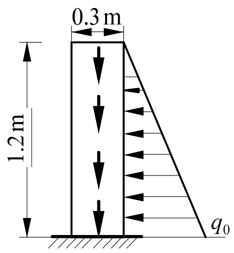
因此 $\sigma_{\max} = 0.572\dfrac{F}{a^2}$

8-9　有一座高为 1.2m、厚为 0.3m 的混凝土墙，浇筑于牢固的基础上，用作挡水用的小坝。试求：

（1）当水位达到墙顶时墙底处的最大拉应力和最大压应力（设混凝土的密度为 $2.45 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$）；

（2）如果要求混凝土中没有拉应力，试问最大许可水深 h 为多大？

解：以单位宽度的水坝计算：



水压：$q_0 = \rho_{\mathrm{w}} g h = 1.00 \times 10^3 \times 9.8 \times 1.2 = 11.76\ \mathrm{kN/m}$

混凝土对墙底的压力为：

$$F = \rho g h b = 2.45 \times 10^3 \times 9.8 \times 1.2 \times 0.3 = 8.64\ \mathrm{kN}$$

墙坝的弯曲截面系数：$W = \dfrac{1}{6} \times 1 \times 0.3^2 = 1.5 \times 10^{-2}\ \mathrm{m^3}$

墙坝的截面面积：$A = 0.3 \times 1 = 0.3\ \mathrm{m^2}$

墙底处的最大拉应力 $\sigma_{\max}$ 为：

$$\sigma_{\mathrm{t,max}} = \frac{\frac{1}{2} q_0 \cdot h \cdot \frac{h}{3}}{W} - \frac{F}{A} = \left(\frac{11.76 \times 1.2^2 \times 10^3}{6 \times 1.5 \times 10^{-2}} - \frac{8.64 \times 10^3}{0.3}\right) \times 10^{-6}\ \mathrm{MPa}$$

$$= 0.188 - 0.0288 = 0.159\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{\mathrm{c,max}} = 0.188 + 0.0288 = 0.217\ \mathrm{MPa}$$

当要求混凝土中没有拉应力时：$\sigma_{\mathrm{t}} = 0$

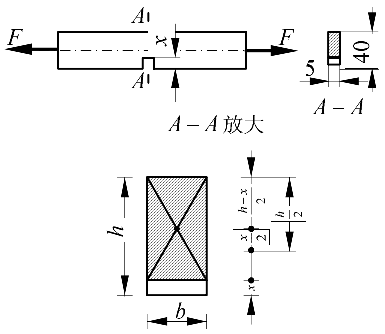
即 $$\frac{\frac{1}{2}q_0 h'\cdot\frac{h'}{3}}{W}-\frac{F}{A}=0$$

即 $$\frac{\frac{1}{2}\rho_{\mathrm{w}}gh'\cdot h'\cdot\frac{h'}{3}}{W}-28.8\times10^3=0$$

$$\frac{9.8\times10^3(h')^3}{6\times1.5\times10^{-2}}=28.8\times10^3$$

$$h'^3=265\times10^{-3},h'=0.642\,\mathrm{m}$$

8-10　受拉构件形状如图，已知截面尺寸为 40mm×5mm，承受轴向拉力 $F=12\,\mathrm{kN}$。现拉杆开有切口，如不计应力集中影响，当材料的 $[\sigma]=100\,\mathrm{MPa}$ 时，试确定切口的最大许可深度，并绘出切口截面的应力变化图。



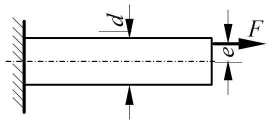
解： $\sigma_{\max}=\frac{F}{A}+\frac{M}{W}\le[\sigma]$

即 $$\frac{12\times10^3}{(40-x)\times5\times10^{-6}}+\frac{12\times10^3\times\frac{x}{2}\times10^{-3}}{\frac{5\times(40-x)^2\times10^{-9}}{6}}\le100\times10^6$$

整理得：$x^2-128x+640=0$

解得：　$x=5.25\,\mathrm{mm}$

8-11　一圆截面直杆受偏心拉力作用，偏心距 $e=20\,\mathrm{mm}$，杆的直径为 70mm，许用拉应力 $[\sigma_{\mathrm{t}}]$ 为 120MPa。试求杆的许可偏心拉力值。



解： 圆截面面积 $A=\frac{\pi\times70^2\times10^{-6}}{4}=38.5\times10^{-4}\,\mathrm{m}^2$

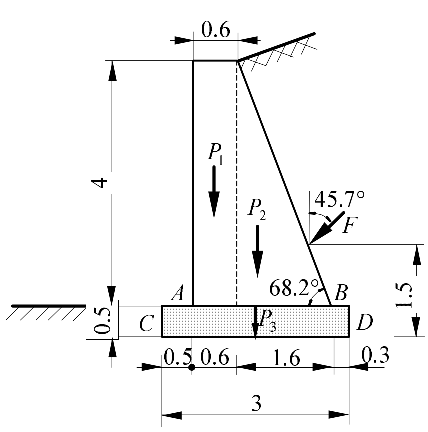
圆截面的弯曲截面系数 $W=\frac{\pi\times70^3\times10^{-9}}{32}=33.7\times10^{-6}\,\mathrm{m}^3$

$$\sigma_{\max}=\frac{F}{A}+\frac{F\times20\times10^{-3}}{W}\le[\sigma_{\mathrm{t}}]$$

即：$$\frac{F}{38.5\times10^{-4}}+\frac{F\times20\times10^{-3}}{33.7\times10^{-6}}\le120\times10^6$$

$8.5F=120\times10^4$，$[F]=141\,\mathrm{kN}$

8-12　图示一浆砌块石挡土墙，墙高 4m，已知墙背承受的土压力 $F=137\,\mathrm{kN}$，并且与铅垂线成夹角 $\alpha=45.7^\circ$，浆砌石的密度为 $2.35\times10^3\,\mathrm{kg/m^3}$，其他尺寸如图所示。试取 1m 长的墙体作为计算对象，试计算作用在截面 AB 上 A 点和 B 点处的正应力。又砌体的许用压应力 $[\sigma_{\mathrm{c}}]$=3.5MPa，许用拉应力 $[\sigma_{\mathrm{t}}]$=0.14MPa，试作强度校核。



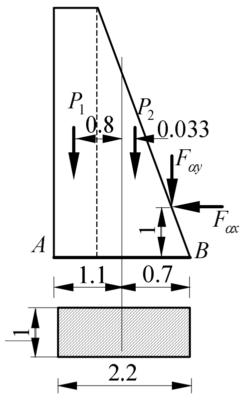
单位：m

解：　$W_1=1\times4\times0.6\times23=55.2\,\mathrm{kN}$

$$W_2 = 1 \times \frac{4 \times 1.6}{2} \times 23 = 73.8\,\text{kN}$$

$$F_{\alpha y} = F_\alpha \cos 45.7^\circ = 137 \times 0.698 = 95.5\,\text{kN}$$

$$F_{\alpha x} = F_\alpha \sin 45.7^\circ = 137 \times 0.716 = 98.0\,\text{kN}$$



铅直力 $W = W_1 + W_2 + F_{\alpha y} = 55.2 + 73.8 + 95.5 = 224.3\,\text{kN}$

$$M = F_{\alpha x} \times 1 + W_1 \times 0.8 - W_2 \times 0.033 - F_{\alpha y} \times 0.7$$

$$= 98.0 \times 1 + 55.2 \times 0.8 - 73.6 \times 0.033 - 95.5 \times 0.7$$

$$= 72.9\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\sigma_A = -\frac{M}{W_z} - \frac{W}{A}$$

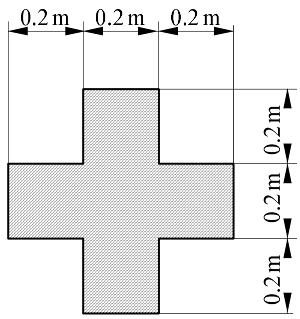
$$= -\frac{72.9 \times 10^3}{\frac{1}{6} \times 1 \times 2.2^2} - \frac{224.3 \times 10^3}{1 \times 2.2}$$

$$= -0.0905 - 0.102 = -0.193\,\text{MPa}$$

$$\sigma_B = \frac{M}{W_z} - \frac{W}{A} = 0.0905 - 0.102 = -0.0116\,\text{MPa}$$

$\sigma_A < [\sigma_t]$，故满足强度要求。

8-13　试确定图示十字形截面的截面核心边界。



解： $I_z = I_y = \frac{1}{12} \times 0.2 \times 0.6^3 + 2 \times \frac{1}{12} \times 0.2 \times 0.2^3$

$= 38.67 \times 10^{-4}\ \text{m}^4$

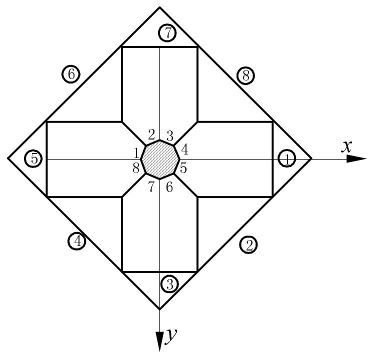
对应于零应力线①：

$a_{z1} = 0.3\,\text{m}$

$a_{y1} = \infty$

$$z_{P1} = -\frac{iy^2}{a_{z1}} = -\frac{I_y}{Aa_{z1}} = -\frac{38.67 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-2} \times 0.3} = -0.06445\,\text{m}$$

$y_{P1} = 0$



对应于零应力线②：

$a_{z2} = +0.4\,\text{m}$，

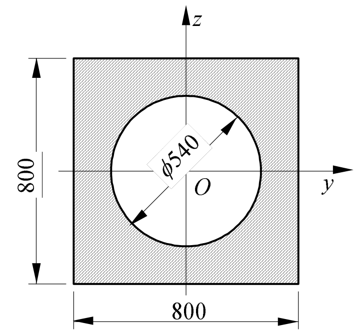
$a_{y2} = +0.4\,\text{m}$

$$z_{P2} = -\frac{I_y}{Aa_{z2}} = -\frac{38.67 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-2} \times 0.4} = -0.0483\,\text{m}$$

$$y_{P2} = -\frac{I_z}{Aa_{y2}} = -\frac{38.67 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-2} \times 0.4} = -0.0483\,\text{m}$$

由于圆形对称于 z 轴及 y 轴，利用对称关系可得核心边界其他点，核心边界为一正八边形，其中有四个顶点在 z 轴及 y 轴上，另四个顶点在 45° 斜线上。

8-14　试确定图示各截面的截面核心边界。

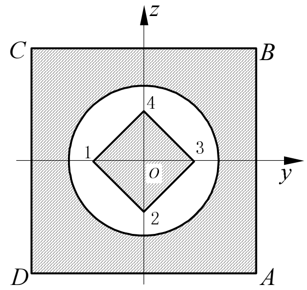


解：（a）①截面几何

$$A = b^2 - \frac{\pi}{4}d^2 = (800^2 - \frac{\pi}{4}\times 540^2)\times 10^{-6}$$
$$= 4.11\times 10^{-1}\ \mathrm{m}^2$$

$$I_y = I_z = \frac{b^4}{12} - \frac{\pi}{64}d^4$$
$$= (\frac{1}{12}\times 800^4 - \frac{\pi}{64}\times 540^4)\times 10^{-12}$$
$$= 2.996\times 10^{-2}\ \mathrm{m}^4$$

$$i_y^2 = i_z^2 = \frac{I_y}{A} = 0.0729\,\mathrm{m}^2$$



②截面核心

设中性轴为 AB 边，$a_y = 400\,\mathrm{mm}$，$a_z = \infty$

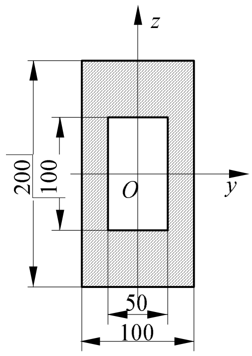
$$y_1 = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{0.0729}{400\times 10^{-3}} = -0.182\,\mathrm{m}$$

$$z_1 = 0$$

相应荷载作用点为点 1；利用对称性，同样可得荷载作用点 2，3，4。因此截面核心为点 1，2，3，4 组成的正方形，该正方形的对角线长度：

$$l_{13} = 0.182\times 2 = 0.364\,\mathrm{m} = 364\,\mathrm{mm}$$

（b）①截面几何



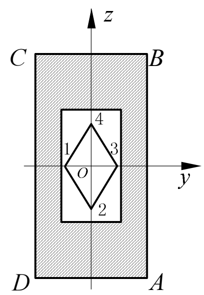
$$A = ab - cd = (100\times 200 - 50\times 100)\times 10^{-6}$$
$$= 1.50\times 10^{-2}\ \mathrm{m}^2$$

$$I_y = \frac{ab^3}{12} - \frac{cd^3}{12} = \frac{1}{12}(100\times 200^3 - 50\times 100^3)\times 10^{-12}$$
$$= 6.25\times 10^{-5}\ \mathrm{m}^4$$

$$I_z = \frac{ba^3}{12} - \frac{dc^3}{12} = \frac{1}{12}(200\times 100^3 - 100\times 50^3)\times 10^{-12}$$
$$= 1.56\times 10^{-5}\ \mathrm{m}^4$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{6.25\times 10^{-5}}{1.50\times 10^{-2}} = 4.17\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

$$i_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{1.56\times 10^{-5}}{1.50\times 10^{-2}} = 1.04\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$



②截面核心

设中性轴为 AB 边，则

$$a_y = 50\,\mathrm{mm}，\ a_z = \infty$$

荷载作用点 1：

$$y_1 = -\frac{i_z^2}{a_y} = \frac{-1.04\times 10^{-3}}{50\times 10^{-3}} = -0.0208\,\mathrm{m}$$

$$z_1 = 0$$

设中性轴为 BC 边，则

$$a_y = \infty, a_z = 100\,\text{mm}$$

荷载作用点 2：

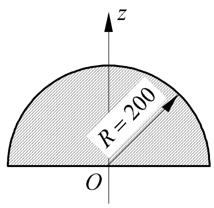
$$y_2 = 0, z_2 = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{4.17\times10^{-3}}{100\times10^{-3}} = -0.0417\,\text{m}$$

由对称性得，荷载作用点 3，4，且截面核心对角线长：

$$l_{13} = 0.0208\times2 = 0.0416\,\text{m} = 41.6\,\text{mm}$$

$$l_{24} = 0.0417\times2 = 0.0834\,\text{m} = 83.4\,\text{mm}$$

（c）①截面几何



$$A = \frac{\pi d^2}{2\times4} = \frac{\pi}{8}\times400^2\times10^{-6} = 6.283\times10^{-2}\,\text{m}^2$$

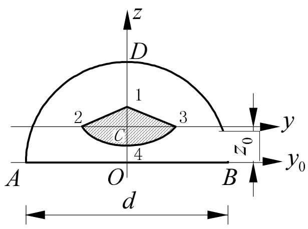
$$z_0 = \frac{2d}{3\pi} = \frac{2\times400\times10^{-3}}{3\pi} = 8.49\times10^{-2}\,\text{m}$$

$$I_z = \frac{\pi d^4}{2\times64} = \frac{\pi}{2\times64}\times400^4\times10^{-12} = 6.283\times10^{-4}\,\text{m}^4$$

$$I_y = I_{y0} - Az_0^2 = I_z - Az_0^2$$

$$= 6.283\times10^{-4} - 6.283\times10^{-2}\times8.49^2\times10^{-4}$$

$$=1.754\times10^{-4}\,\text{m}^4$$



$$i_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{6.283\times10^{-4}}{6.283\times10^{-2}} = 1.00\times10^{-2}\,\text{m}^2$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{1.754\times10^{-4}}{6.283\times10^{-2}} = 2.79\times10^{-3}\,\text{m}^2$$

②截面核心

设中性轴为 AB 边，$a_z = -8.49\times10^{-2}\,\text{m}$，$a_y = \infty$，则相应的荷载作用点 1 的坐标为

$$z_1 = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{2.79\times10^{-3}}{-8.49\times10^{-2}} = +0.0329\,\text{m}$$

$$y_1 = 0$$

分别设中性轴与点 A、B 和 C 相切，则其截距以及相应的荷载作用点 2，3 和 4 的坐标分别为：

中性轴截距：$a_z = \infty, a_y = \pm200\,\text{mm}$；$a_z = 115\,\text{mm}$，$a_y = \infty$

相应点坐标：$z_{2,3} = 0, y_{2,3} = \pm50\,\text{mm}; z_4 = -24.3\,\text{mm}, y_4 = 0$。

中性轴由点 A 的切线绕角点 A 转至 AB 边和由 AB 边绕角 B 转至点 B 的切线，相应的荷载作用点的轨迹为直线，故分别以直线连接点 1、2 和点 1、3。中性轴从点 A 的切线沿半圆弧 ACB 过渡到 B 点的切线（始终与圆周相切），则相应的荷载作用点的轨迹必为一曲线，于是以适应的曲线连接点 2、4、3 即得该截面的截面核心，如图 8-14c-1 中阴影区域所示，为一扇形面积。

8-15　曲拐受力如图示，其圆杆部分的直径 $d = 50\,\text{mm}$。试画出表示 A 点处应力状态的单元体，并求其主应力及最大切应力。

解： A 点所在的横截面上承受弯矩和扭矩作用，其值

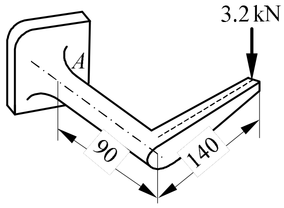
$$M_y = 3.2\times10^3\times90\times10^{-3} = 288\,\text{N}\cdot\text{m}$$

$$T = 3.2\times10^3\times140\times10^{-3} = 448\,\text{N}\cdot\text{m}$$

它们在点 A 分别产生拉应力和切应力，其应力状态如图 8-15a，其中

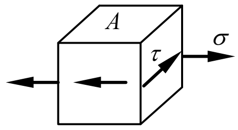
$$\sigma=\frac{M_y}{W_y}=\frac{32\times 288}{\pi\times 50^3\times 10^{-9}}=23.5\times 10^6\ \text{Pa}=23.5\,\text{MPa}$$

$$\tau=\frac{T}{W_\text{p}}=\frac{16\times 448}{\pi\times 50^3\times 10^{-9}}=18.3\times 10^6\ \text{Pa}=18.3\,\text{MPa}$$



$$\sigma_{1,3}=\frac{\sigma}{2}\pm\sqrt{(\frac{\sigma}{2})^2+\tau^2}=\frac{23.5}{2}\pm\sqrt{(\frac{23.5}{2})^2+18.3^2}$$

$$=11.8\pm 21.7=\begin{matrix}33.5\\-9.95\end{matrix}\,\text{MPa}$$



$$\sigma_2=0$$

$$\tau_{\max}=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}=\frac{33.5+9.95}{2}=21.7\,\text{MPa}$$

注：剪力在点 A 的切应力为零。

8-16 铁道路标圆信号板，装在外径 $D=60$ mm 的空心圆柱上，所受的最大风载 $p=2\,\text{kN/m}^2$，$[\sigma]=60\,\text{MPa}$。试按第三强度理论选定空心柱的厚度。

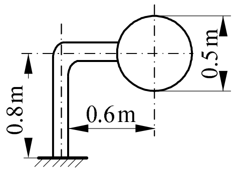
解：忽略风载对空心柱的分布压力，只计风载对信号板的压力，则信号板受风力

$$F=\frac{\pi\times 0.5^2}{4}p=\frac{\pi\times 0.5^2\times 2\times 10^3}{4}=393\,\text{N}$$

空心柱固定端处为危险截面，其弯矩：

$M=F\times 0.8=314\,\text{N}$

扭矩：$T=F\times 0.6=236\,\text{N}$



$$\sigma_{\text{r}3}=\frac{\sqrt{M^2+T^2}}{W}\le[\sigma]$$

$$\frac{\sqrt{M^2+T^2}}{\frac{\pi D^3}{32}[1-(\frac{d}{D})^4]}\le\{\sigma\}$$

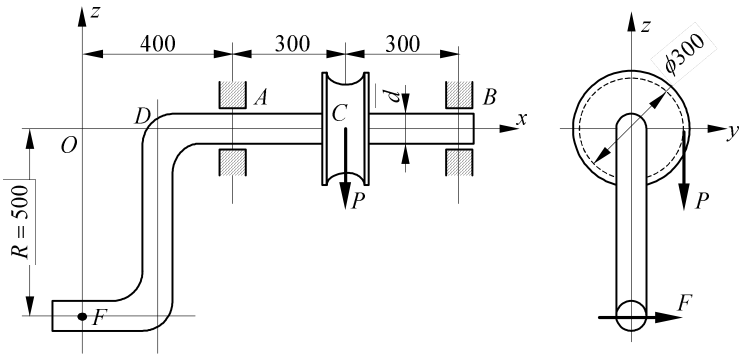
$$d^4\le D^4(1-\frac{32\sqrt{M^2+T^2}}{\pi D^3[\sigma]})$$

$$d\le D\sqrt[4]{1-\frac{32\sqrt{M^2+T^2}}{\pi D^3[\sigma]}}=60\times 10^{-3}\sqrt[4]{1-\frac{32\sqrt{314^2+236^2}}{\pi\times 60^3\times 10^{-9}\times 60\times 10^6}}$$

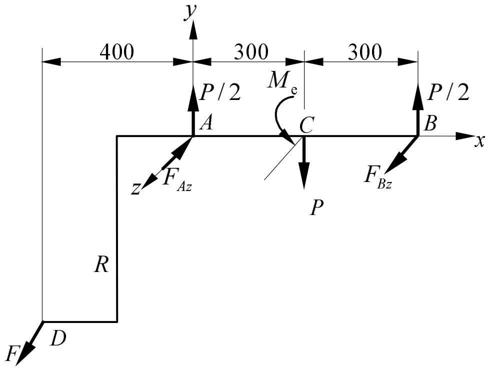
$$=54.7\times 10^{-3}\ \text{m}=54.7\,\text{mm}$$

$$\delta\ge\frac{D-d}{2}=\frac{60-54.7}{2}=2.65\,\text{mm}$$

8-17　一手摇绞车如图所示。已知轴的直径$d = 25$ mm，材料为Q235钢，其许用应力$[\sigma] = 80\,\text{MPa}$。试按第四强度理论求绞车的最大起吊重量$P$。

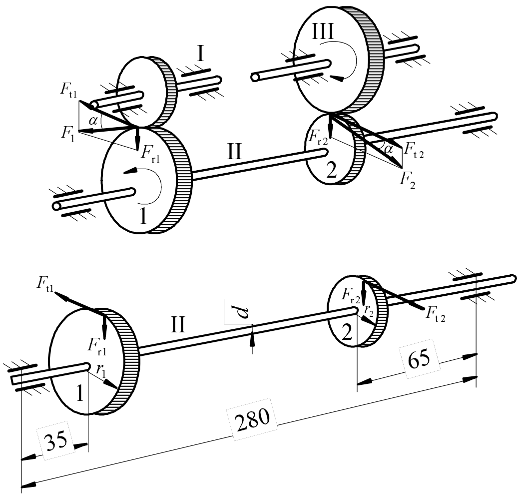


解：由已知得受力图8-17a，其中$M_e = 0.15P$，C处左截面为危险截面，其上：



$$\sum M_x = 0$$
$$F \times 500 = P \times 150$$
$$F = 0.3P \qquad (1)$$
$$\sum M_y = 0$$
$$F \times 400 = F_{Bz} \times 600$$
$$F_{Bz} = \frac{2}{3}F = 0.2P$$
$$M_{Cy} = F_{Bz} \times 0.3 = 0.06P$$
$$M_{Cz} = \frac{P}{2} \times 0.3 = 0.15P$$
$$T_C = M_e = 0.15P$$
$$T_C = M_e = 0.15P$$
$$\sigma_{r4} = \frac{\sqrt{M_{Cy}^2 + M_{Cz}^2 + 0.75{T_C}^2}}{W} \le [\sigma]$$
$$\frac{32 \times \sqrt{0.06^2 + 0.15^2 + 0.75 \times 0.15^2}P}{\pi \times 25^3 \times 10^{-9}} \le 80 \times 10^6$$
$$P \le 592\,\text{N}$$

8-18　图a所示的齿轮传动装置中，第II轴的受力情况及尺寸如图b所示。轴上大齿轮1的半径$r_1 = 85$ mm，受周向力F_{t1}和径向力F_{r1}作用，且F_{r1}=0.364F_{t1}；小齿轮2的半径$r_2 = 32$mm，受周向力F_{t2}和径向力F_{r2}作用，且F_{r2}=0.364F_{t2}。已知轴工作时传递的功率P=73.5kW，转速n=2000r/min，轴的材料为合金钢，其许用应力$[\sigma] = 150\,\text{MPa}$。试按第三强度理论计算轴的直径。



解：由已知得受力图8-18a

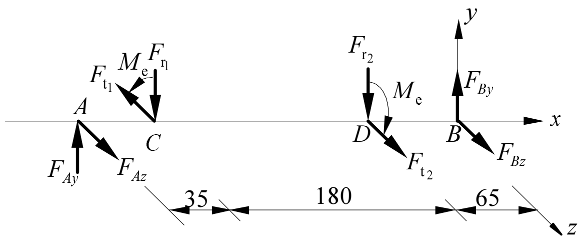
$$M_e = 9550 \times \frac{P}{n} = 9550 \times \frac{73.5}{2000} = 351\,\text{N}\cdot\text{m}$$
$$F_{t1} \cdot r_1 = M_e$$
$$F_{t1} = \frac{M_e}{r_1} = \frac{351}{85 \times 10^{-3}} = 4129\,\text{N}$$
$$F_{t2} \cdot r_2 = M_e$$

$$F_{t2}=\frac{M_e}{r_2}=\frac{351}{32\times10^{-3}}=10969\,\text{N}$$

$$F_{r1}=0.364F_{t1}=1503\,\text{N}$$

$$F_{r2}=F_{t2}\tan\alpha=0.364F_{t2}$$

$$=0.364\times10969=3993\,\text{N}$$



$$\sum M_z=0$$

$$-F_{Ay}\times280+F_{r1}\times245+F_{r2}\times65=0$$

$$-F_{Ay}\times280+1503\times245+3993\times65=0$$

$$F_{Ay}=2242\,\text{N}$$

$$\sum F_y=0$$

$$F_{Ay}-F_{r1}-F_{r2}+F_{By}=0,F_{By}=3254\,\text{N}$$

$$\sum M_y=0$$

$$F_{Az}\times280-F_{t1}\times245+F_{t2}\times65=0$$

$$F_{Az}=1067\,\text{N}$$

$$\sum F_z=0$$

$$F_{Az}-F_{t1}+F_{t2}+F_{Bz}=0$$

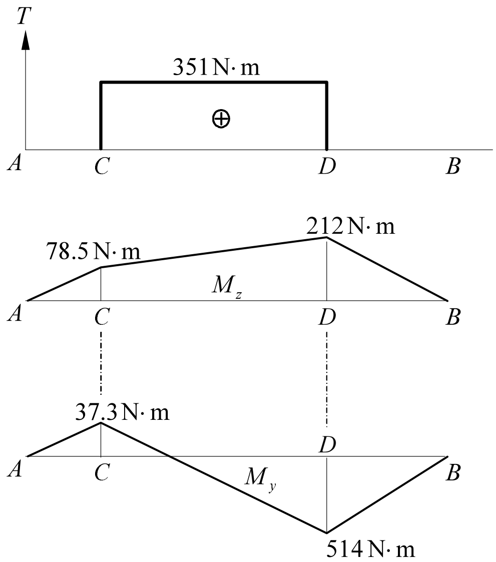
$$F_{Bz}=-7907\,\text{N}$$

$$M_{Cy}=F_{Az}\times35\times10^{-3}=37.3\,\text{N}\cdot\text{m}$$

$$M_{Cz}=F_{Ay}\times35\times10^{-3}=78.5\,\text{N}\cdot\text{m}$$

$$M_{Dy}=F_{Bz}\times65\times10^{-3}=514\,\text{N}\cdot\text{m}$$

$$M_{Dz}=F_{By}\times65\times10^{-3}=212\,\text{N}\cdot\text{m}$$



CD 段扭矩：$T=M_e=351\,\text{N}\cdot\text{m}$

作扭矩、弯矩图 8-18b。

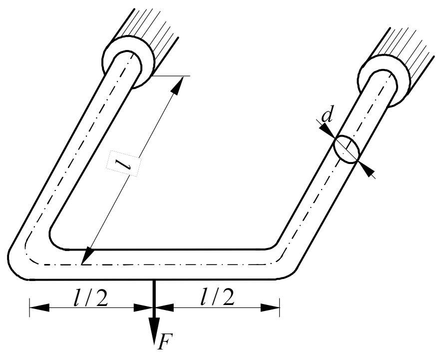
危险截面为 D 左截面

$$\sigma_{r3}=\frac{\sqrt{M_y^2+M_z^2+T^2}}{W}\le[\sigma]$$

$$\frac{32\times\sqrt{514^2+212^2+351^2}}{\pi d^3}\le150\times10^6$$

$$d\ge\sqrt[3]{\frac{32\times\sqrt{514^2+212^2+351^2}}{\pi\times150\times10^6}}=3.55\times10^{-2}\,\text{m}=35.5\,\text{mm}$$

*8-19　一框架由直径为 d 的圆截面杆组成，受力如图所示。试给出各杆危险截面上危险点处单元体上的应力状态。



解：先分析杆 BAB'

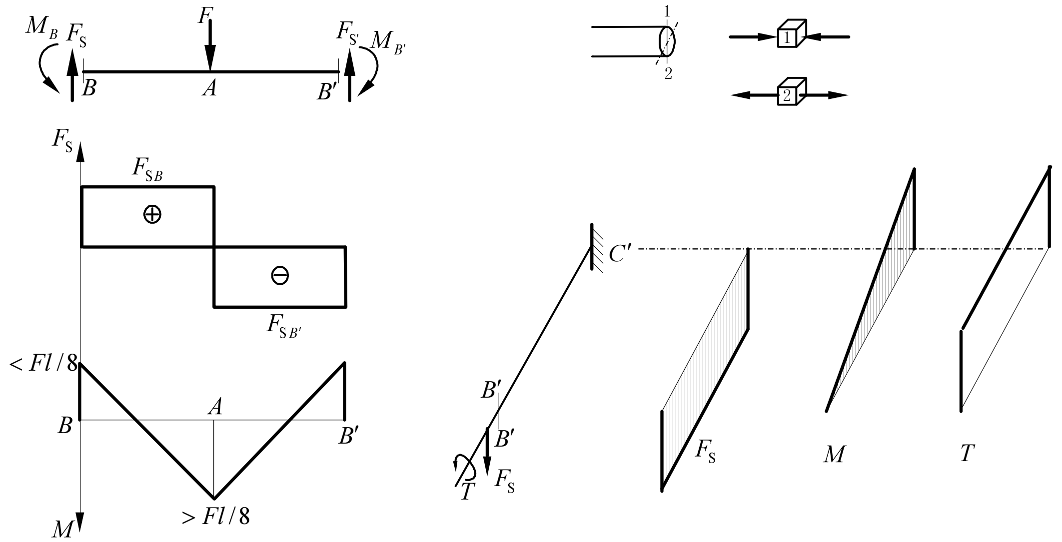
（1）根据对称性及平衡的要求可知，杆 BAB' 的截面 B 及截面 B' 上无扭矩。

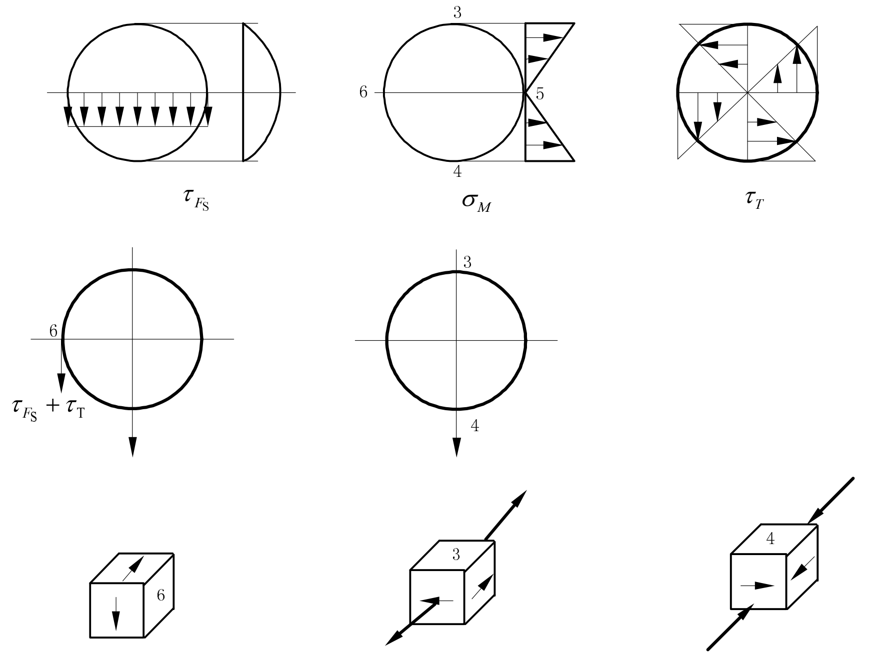
（2）因为杆 BAB' 在截面 B 和截面 B' 可以产生一定的弯曲转角，故跨中截面 A 上的弯矩大于截面 B 及截面 B'

不能产生弯曲转角时的弯矩$\frac{1}{8}Fl$，因此杆BAB'的危险截面在跨中点，危险点在跨中截面的上下边缘点 1，2 处，为单向拉压应力状态。

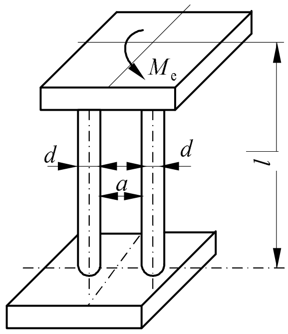
再分析杆 BC 和杆 $B'C'$。

杆 BC 和杆 $B'C'$ 的危险截面在截面 C 及截面 C' 上，中性轴上点 5，6 处，为纯剪切应力状态，上下边缘点 3，4 处为一般的二向应力状态。虽然点 6 处的剪应力$\tau_6 = \tau_{F_S} + \tau_T = \tau_{\max}$，但点 3，4 处弯曲正应力$\sigma_M$比点 6 处弯曲切应力$\tau_{F_S}$大得很多，故点 3，4 处为危险截面 C 或危险截面C'上的危险点。





*8-20　两根直径为 d 的立柱，上、下端分别与强劲的顶、底块刚性连接，并在两端承受扭转外力偶矩 M_e，如图所示。试分析杆的受力情况，绘出内力图，并写出强度条件的表达式。

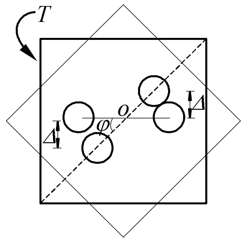


解：1、顶板的位移

杆系受外加扭转力偶矩 M_e 作用时，由于圆杆发生变形，故顶板绕圆杆的形心连线的中点 O，在顶板自身平面内转动了 φ 角，即顶板由图中实线位置，移至虚线位置，又根据结构的对称性和受力的反对称可知，顶板在竖直平面内无转角。

2、杆顶位移

与顶板的位移情况相对应，每个杆的顶面绕其轴线转动了一个角度，此扭转角等于顶板的旋转角 φ。同时，杆顶产生横向位移 Δ（即挠度）但在竖直平面内无转角，亦即无弯曲转角。

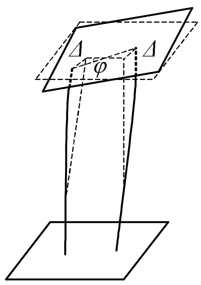


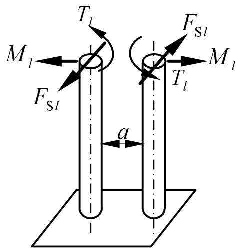
3、顶板作用于杆顶的内力

与每个杆顶的扭转角 φ 相对应，可知杆顶上有扭矩 T_l。与杆顶挠度 Δ 相对应，并注意到杆顶无弯曲转角。可知，杆顶横截面上必同时存在弯矩 M_l 和剪力 F_{Sl}，因为只有当它们同时存在时才有可能使杆顶弯曲转角等于零。

4、圆杆横截面上的内力

由于杆顶受 T_l, M_l, F_{Sl} 作用，可见，杆产生弯扭组合变形。作用于顶板上的外加扭转力矩 T，实际上由每个圆杆作用在顶板上的扭矩 T_l 以及剪力 F_{Sl} 所组成的力矩 $F_{Sl}a$ 相平衡，即：

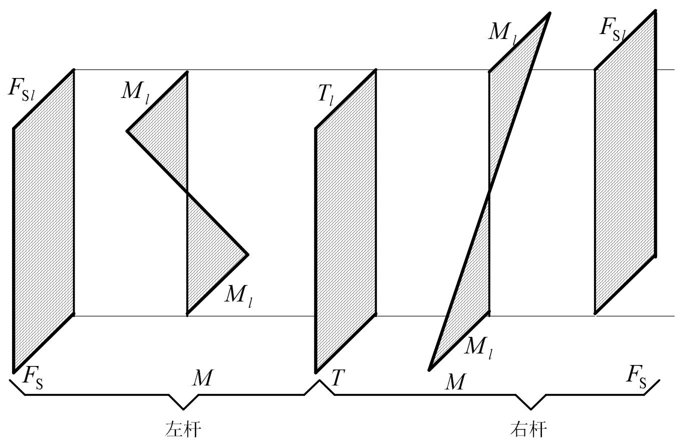




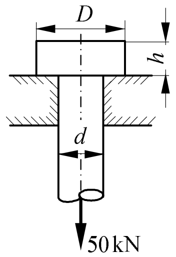
$$T = 2T_l + F_{Sl}a$$

根据每个杆的变形上下反对称可知，杆在 $\dfrac{l}{2}$ 处为挠曲线的反弯点，于是得：

$M_l - F_{Sl} \cdot \dfrac{l}{2} = 0$，内力图如图所示。



8-21　试校核图示拉杆头部的剪切强度和挤压强度。已知图中尺寸 $D=32\,\text{mm}$，$d=20\,\text{mm}$ 和 $h=12\,\text{mm}$，杆的许用切应力 $[\tau]=100\,\text{MPa}$，许用挤压应力 $[\sigma_{\text{bs}}]=240\,\text{MPa}$。

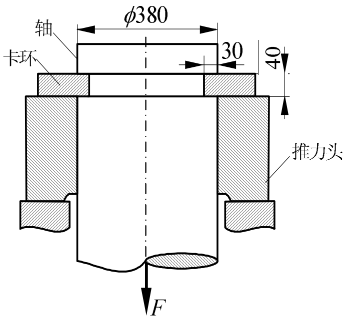


解： $F_{\text{S}}=50\,\text{kN}$

$$\tau=\frac{F_{\text{S}}}{A_{\text{s}}}=\frac{50\times10^3}{\pi\,dh}=\frac{50\times10^3}{\pi\times20\times12\times10^{-6}}=66.3\,\text{MPa}<[\tau]\ \text{安全}$$

$$\sigma_C=\frac{F_{\text{bs}}}{A_{\text{bs}}}=\frac{50\times10^3}{\frac{\pi}{4}(32^2-20^2)\times10^{-6}}=\frac{200\times10^9}{\pi\times625}=102\,\text{MPa}<[\sigma_{\text{bs}}]\ \text{安全}$$

8-22　水轮发电机组的卡环尺寸如图所示。已知轴向荷载 $F=1450\,\text{kN}$，卡环材料的许用切应力 $[\tau]=80\,\text{MPa}$，许用挤压应力 $[\sigma_{\text{bs}}]=150\,\text{MPa}$。试校核卡环的强度。



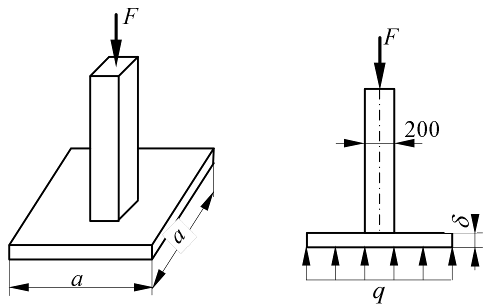
解： 剪切面 $A_{\text{s}}=\pi\times380\times40\times10^{-6}$

$$\tau=\frac{1450\times10^3}{\pi\times380\times40\times10^{-6}}=30.3\,\text{MPa}<[\tau]\quad\text{安全}$$

挤压面 $A_{\text{bs}}=\dfrac{\pi(380^2-320^2)\times10^{-6}}{4}=33.1\times10^{-3}m^2$

$$\sigma_{\text{bs}}=\frac{1450\times10^3}{33.1\times10^{-3}}=44\,\text{MPa}<[\sigma_{\text{bs}}]\ \text{安全}$$

8-23　正方形截面的混凝土柱，其横截面边长为 200mm，其基底为边长 a=1m 的正方形混凝土板。柱承受轴向压力 $F=100\,\text{kN}$，如图所示。假设地基对混凝土板的支反力为均匀分布，混凝土的许用切应力为 $[\tau]=1.5\,\text{MPa}$，试问为使柱不穿过板，混凝土板所需的最小厚度 δ 应为多少？



解： $p=\dfrac{F}{a^2}=\dfrac{100\times10^3}{1\times1}$

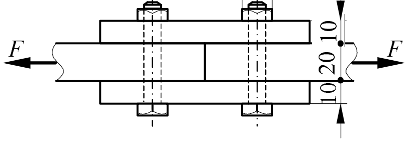
$$F_{\text{S}}=F-p\times\frac{200\times200}{10^6}$$

$$=100\times10^3-\frac{100\times10^3\times40000}{1\times1\times10^6}=9.6\,\text{kN}$$

$$\tau=\frac{F_{\text{S}}}{4\times200\times\delta\times10^{-6}}\le1.5\times10^6$$

故 $\delta\ge\dfrac{96\times10^3}{800\times10^{-6}\times1.5\times10^6}=80\,\text{mm}$

8-24　图示一螺栓接头。已知 $F=40\,\text{kN}$，螺栓的许用切应力 $[\tau]=130\,\text{MPa}$，许用挤压应力 $[\sigma_{\text{bs}}]=300\,\text{MPa}$。试计算螺栓所需的直径。



解： 按剪切强度计算

$$\tau=\frac{F}{\frac{\pi\,d^2}{4}\times2\times10^{-6}}=\frac{40\times10^3\times10^6}{\frac{\pi\,d^2}{4}\times2}\le130\times10^6$$

故 $d^2 \geq \dfrac{160\times 10^3\times 10^6}{2\pi\times 130\times 10^6}=196.5\,\text{mm}^2$

$d \geq 14\,\text{mm}$

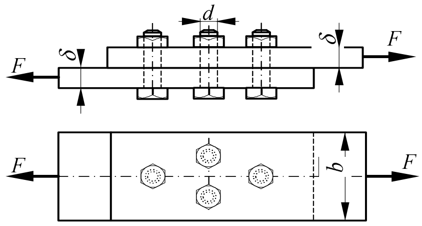
按挤压强度计算：

$$\sigma_{\text{bs}}=\frac{40\times 10^3\times 10^6}{20\times d}\leq 300\times 10^6$$

$$d=\frac{40\times 10^3\times 10^6}{20\times 300\times 10^6}=6.66\,\text{mm}$$

故选取 $d=14\,\text{mm}$ 的螺栓。

8-25 拉力 $F=80\,\text{kN}$ 的螺栓连接如图所示。已知 b=80mm，$\delta=10\,\text{mm}$，d=22mm，螺栓的许用切应力 $[\tau]=130\,\text{MPa}$，钢板的许用挤压应力 $[\sigma_{\text{bs}}]=300\,\text{MPa}$，许用拉应力 $[\sigma]=170\,\text{MPa}$。试校核接头的强度。

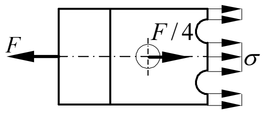


解：（1）螺栓剪切

$$\tau=\frac{F}{4A_{\text{s}}}=\frac{F}{\pi d^2}=\frac{80\times 10^3}{\pi\times 22^2\times 10^{-6}}$$

$$=52.6\times 10^6\ \text{Pa}=52.6\,\text{MPa}<[\tau]$$

（2）钢板挤压



$$\sigma_{\text{bs}}=\frac{F}{4A_{\text{bs}}}=\frac{F}{4d\delta}=\frac{80\times 10^3}{4\times 22\times 10\times 10^{-6}}$$

$$=90.9\times 10^6\ \text{Pa}\leq[\sigma_{\text{bs}}]$$

（3）钢板拉伸

第一排截面上应力：

$$\sigma_1=\frac{F}{A_1}=\frac{80\times 10^3}{(80-22)\times 10\times 10^{-6}}=138\times 10^6\ \text{Pa}=138\,\text{MPa}<[\sigma]$$

第二排孔截面上拉力与第一排螺钉上的剪力之和等于外力 F，其中第一排螺钉上剪力为：

$$\frac{F}{4}=20\,\text{kN}$$

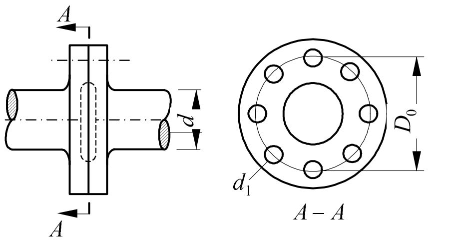
故第二排截面上拉应力合力为

$$F-\frac{F}{4}=\frac{3}{4}F=60\,\text{kN}$$

于是 $\sigma_2=\dfrac{\frac{3}{4}F}{A_2}=\dfrac{\frac{3}{4}F}{(b-2d)\delta}=\dfrac{\frac{3}{4}\times 80\times 10^3}{(80-2\times 22)\times 10\times 10^{-6}}=167\times 10^6\ \text{Pa}=167\,\text{MPa}<[\sigma]$

8-26 两直径 $d=100\,\text{mm}$ 的圆轴，由凸缘和螺栓连接，共有 8 个螺栓布置在 $D_0=200\,\text{mm}$ 的圆周上，如图所示。已知轴在扭转时的最大切应力为 70MPa，螺栓的许用切应力 $[\tau]=60\,\text{MPa}$。试求螺栓所需的直径 d_1。

解： $\tau_{\max}=\dfrac{T}{\dfrac{\pi\times100^3}{16}\times10^{-9}}=\dfrac{16T\times10^9}{\pi\times10^6}\le70\times10^6$



$$T=\frac{70\times10^3\pi}{16}=13.8\times10^3\ \text{N}\cdot\text{m}$$

$$8F_{\text{S}}\times100\times10^{-3}=T=13.8\times10^3$$

$$F_{\text{S}}=\frac{13.8\times10^3}{8\times100\times10^{-3}}$$

$$\tau_{\max}=\frac{F_{\text{S}}}{A}=\frac{13.8\times10^6}{8\times100\times\dfrac{\pi d_1^{\,2}}{4}\times10^{-6}}\le60\times10^6$$

$$d_1=\sqrt{\frac{4\times13.8\times10^6}{8\times100\pi\times60}}=19.1\,\text{mm}$$

8-27　一托架如图所示。已知外力$F=35\,\text{kN}$，铆钉的直径$d=20\,\text{mm}$，铆钉与钢板为搭接。试求最危险的铆钉剪切面上切应力的数值及方向。

解：（1）在F力作用下，因为每个铆钉直径相等，故每个铆钉上所受的力

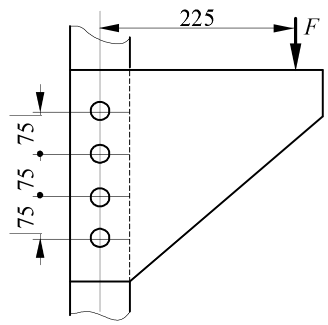
$$F_{\text{S}y}=\frac{F}{4}$$

（2）在$M=F\times225\times10^{-3}$力偶作用下，四个铆钉上所受的力应组成力偶与之平衡。

$$F_{\text{S}x_1}\ne F_{\text{S}x_2}$$

$$2F_{\text{S}x_1}r_1+2F_{\text{S}x_2}r_2=M\qquad（1）$$

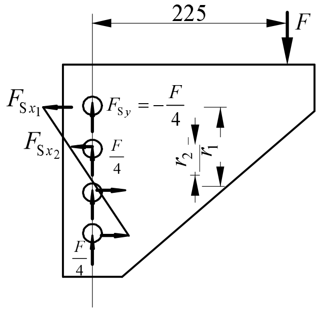
$$\frac{F_{\text{S}x_1}}{F_{\text{S}x_2}}=\frac{r_1}{r_2}\qquad（2）$$



联解式（1）、（2）得

$$F_{\text{S}x1}=\frac{M\cdot r_1}{(2\times r_1^{\,2}+2r_2^2)}$$

$$=\frac{35\times10^3\times225\times10^{-3}(75+37.5)\times10^{-3}}{2(112.5^2+37.5^2)\times10^{-6}}=31.5\,\text{kN}$$



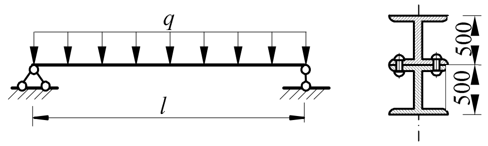
$$F_{\text{S}y1}=\frac{F}{4}=\frac{35\times10^3}{4}=8.75\,\text{kN}$$

$$F_{\text{S}}=\sqrt{F_{\text{S}x}^{\ \ 2}+F_{\text{S}y}^{\ \ 2}}=\sqrt{31.5^2+8.75^2}=32.7\,\text{kN}$$

$$\tau_{\max}=\frac{32.7\times10^3}{\dfrac{\pi\times20^2}{4}\times10^{-6}}=104\,\text{MPa}$$

8-28　跨长$l=11.5\,\text{m}$的临时桥的主梁，由两根 50b 号工字钢相叠铆接而成（图 b）。梁受均布荷载q作用，能够在许用正应力$[\sigma]=165\,\text{MPa}$下工作。已知铆钉直径$d=23\,\text{mm}$，许用切应力$[\tau]=95\,\text{MPa}$，试按剪切强度条件计算铆钉间的最大间距s。

解：$\sigma_{\max} = \dfrac{M_{\max}}{I_z} y_{\max} = \dfrac{\frac{1}{8} q l^2 y_{\max}}{I_z} \le [\sigma], \dfrac{1}{2} q l = \dfrac{4[\sigma] I_z}{l y_{\max}}$
（1）



$$F_{\mathrm{S}\max} = \frac{1}{2} q l, \tau_{\max} = \frac{F_{\mathrm{S}\max} S_z^*}{I_z b} = \frac{4[\sigma] S_z^*}{b l y_{\max}} \qquad （2）$$

$$\tau_{\max} b s = 2[\tau] A = 2[\tau] \frac{\pi d^2}{4} \qquad （3）$$

式（2）代入式（3），得

$$\frac{4[\sigma] S_z^*}{l y_{\max}} s = \frac{\pi d^2}{2} [\tau]$$

查表得：$A = 129\,\mathrm{cm}^2$，$y_C = 25\,\mathrm{cm}$

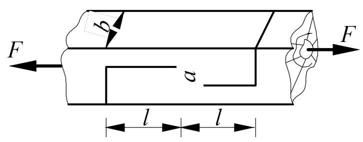
$$S_z^* = A \times 25 = 129 \times 25 = 3225\,\mathrm{cm}^3 = 3.225 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$$

$$s_{\max} = s = \frac{\pi d^2 l y_{\max} [\tau]}{8[\sigma] S_z^*} = \frac{\pi \times 23^2 \times 10^{-6} \times 11.5 \times 0.5 \times 95 \times 10^6}{8 \times 165 \times 10^6 \times 3.225 \times 10^{-3}} = 0.213\,\mathrm{m} = 213\,\mathrm{mm}$$

讨论：本解答为凑原书答案，分布荷载q取值为满足$[\sigma]$的最大q。如果取较小的q，当然也能满足$[\sigma]$，而此时最大剪力$F_{\mathrm{S}\max} = \dfrac{ql}{2}$值下降，$\tau_{\max}$将下降，此时铆钉间距$s$可增大。

*8-29　矩形截面木拉杆的榫接头如图所示。已知轴向拉力$F = 50\,\mathrm{kN}$，截面宽度$b = 250\,\mathrm{mm}$，木材的顺纹许用挤压应力$[\sigma_{\mathrm{bs}}] = 10\,\mathrm{MPa}$，顺纹许用切应力$[\tau] = 1\,\mathrm{MPa}$。试求接头处所需的尺寸$l$和$a$。

解：挤压面$A_{\mathrm{bs}} = ab$



$$\sigma_{\mathrm{bs}} = \frac{F}{Ac} = \frac{50 \times 10^3}{a \times 250 \times 10^{-6}} \le 10 \times 10^6$$

故　$a \ge \dfrac{50 \times 10^3}{250 \times 10} = 20\,\mathrm{mm}$

剪切面：$A_{\mathrm{s}} = lb$

故　$\tau = \dfrac{F_{\mathrm{S}}}{A_{\mathrm{s}}} = \dfrac{50 \times 10^3}{l \times 250 \times 10^{-6}} \le 1 \times 10^6$

故　$l \ge \dfrac{500}{2.5} = 200\,\mathrm{mm}$

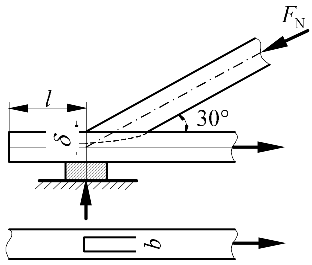
*8-30　在木桁架的支座部位，斜杆以宽度$b = 60\,\mathrm{mm}$的榫舌和下弦杆连接在一起，如图所示。已知木材斜纹许用压应力$[\sigma_{\mathrm{c}}]_{30^\circ} = 5\,\mathrm{MPa}$，顺纹许用切应力$[\tau] = 0.8\,\mathrm{MPa}$，作用在桁架斜杆上的压力$F_{\mathrm{N}} = 20\,\mathrm{kN}$。试按强度条件确定榫舌的高度$\delta$（即榫接的深度）和下弦杆末端的长度$l$。

解：（1）斜杆轴力与水平杆内力F_x与支座反力F_y汇交于点D，见图 8-30a。由节点D平衡，得：

$$F_x = F_{\mathrm{N}} \cos 30^\circ,\quad F_y = F_{\mathrm{N}} \sin 30^\circ \qquad （1）$$

（2）由斜杆和水平杆接触面的挤压强度条件

$$\sigma_{\mathrm{bs}}=\frac{F_{\mathrm{N}}}{b\dfrac{\delta}{\cos 30^{\circ}}}=\frac{F_{\mathrm{N}}\cos 30^{\circ}}{b\delta}\leq\left[\sigma_{\mathrm{c}}\right]_{30^{\circ}}$$

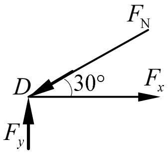


$$\delta\geq\frac{F_{\mathrm{N}}\cos 30^{\circ}}{b\left[\sigma_{\mathrm{c}}\right]_{30^{\circ}}}=\frac{20\times 10^{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{60\times 10^{-3}\times 5\times 10^{6}}=0.0577\,\mathrm{m}\approx 58\,\mathrm{mm}$$

取 60mm。

（3）由水平杆（下弦杆）的剪切强度条件

$$\tau=\frac{F_{\mathrm{S}}}{A}=\frac{F_{\mathrm{N}}\cos 30^{\circ}}{(b+2\delta)l}\leq[\tau]$$



$$l\geq\frac{F_{\mathrm{N}}\cos 30^{\circ}}{(b+2\delta)[\tau]}=\frac{20\times 10^{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{(60+2\times 60)\times 10^{-3}\times 0.8\times 10^{6}}=0.12\,\mathrm{m}$$