

# 第一章

## 思考题

1. 试用简练的语言说明导热、对流换热及辐射换热三种热传递方式之间的联系和区别。

答：导热和对流的区别在于：物体内部依靠微观粒子的热运动而产生的热量传递现象，称为导热；对流则是流体各部分之间发生宏观相对位移及冷热流体的相互掺混。联系是：在发生对流换热时必然伴有导热。

导热、对流这两种热量传递方式，只有在物质存在的条件下才能实现，而辐射可以在真空中传播，辐射换热时不仅有能量的转移还伴有能量形式的转换。

2. 以热流密度表示的傅立叶定律、牛顿冷却公式及斯忒藩-玻耳兹曼定律是应当熟记的传热学公式。试写出这三个公式并说明其中每一个符号及其意义。

答：① 傅立叶定律： $q = -\lambda \frac{dt}{dx}$ ，其中， $q$ —热流密度； $\lambda$ —导热系数； $\frac{dt}{dx}$ —沿  $x$  方向温度变化率，“—”表示热量传递的方向是沿着温度降低的方向。

② 牛顿冷却公式： $q = h(t_w - t_f)$ ，其中， $q$ —热流密度； $h$ —表面传热系数； $t_w$ —固体表面温度； $t_f$ —流体的温度。

③ 斯忒藩-玻耳兹曼定律： $q = \sigma T^4$ ，其中， $q$ —热流密度； $\sigma$ —斯忒藩-玻耳兹曼常数； $T$ —辐射物体的热力学温度。

3. 导热系数、表面传热系数及传热系数的单位各是什么？哪些是物性参数，哪些与过程有关？

答：① 导热系数的单位是： $W/(m \cdot K)$ ；② 表面传热系数的单位是： $W/(m^2 \cdot K)$ ；③ 传热系数的单位是： $W/(m^2 \cdot K)$ 。这三个参数中，只有导热系数是物性参数，其它均与过程有关。

4. 当热量从壁面一侧的流体穿过壁面传给另一侧的流体时，冷、热流体之间的换热量可以通过其中任何一个环节来计算（过程是稳态的），但本章中又引入了传热方程式，并说它是“换热器热工计算的基本公式”。试分析引入传热方程式的工程实用意义。

答：因为在许多工业换热设备中，进行热量交换的冷、热流体也常处于固体壁面的两侧，是工程技术中经常遇到的一种典型热量传递过程。

5. 用铝制的水壶烧开水时，尽管炉火很旺，但水壶仍然安然无恙。而一旦壶内的水烧干后，水壶很快就烧坏。试从传热学的观点分析这一现象。

答：当壶内有水时，可以对壶底进行很好的冷却（水对壶底的对流换热系数大），壶底的热量被很快传走而不至于温度升得很高；当没有水时，和壶底发生对流换热的是气体，因为气体发生对流换热的表面传热系数小，壶底的热量不能很快被传走，故此壶底升温很快，容易被烧坏。

6. 用一只手握住盛有热水的杯子，另一只手用筷子快速搅拌热水，握杯子的手会显著地感到热。试分析其原因。

答：当没有搅拌时，杯内的水的流速几乎为零，杯内的水和杯壁之间为自然对流换热，自然对流换热的表面传热系数小，当快速搅拌时，杯内的水和杯壁之间为强制对流换热，表面传热系数大，热水有更多的热量被传递到杯壁的外侧，因此会显著地感觉到热。

7. 什么是串联热阻叠加原则，它在什么前提下成立？以固体中的导热为例，试讨论有哪些情况可能使热量传递方向上不同截面的热流量不相等。

答：在一个串联的热量传递过程中，如果通过每个环节的热流量都相同，则各串联环节的总热阻等于各串联环节热阻的和。例如：三块无限大平板叠加构成的平壁。例如通过圆筒壁，对于各个传热环节的传热面积不相等，可能造成热量传递方向上不同截面的热流量不相等。

8. 有两个外形相同的保温杯 A 与 B，注入同样温度、同样体积的热水后不久，A 杯的外表面就可以感觉到热，而 B 杯的外表面则感觉不到温度的变化，试问哪个保温杯的质量较好？

答：B：杯子的保温质量好。因为保温好的杯子热量从杯子内部传出的热量少，经外部散热以后，温度变化很小，因此几乎感觉不到热。

## 能量平衡分析

- 1-1 夏天的早晨，一个大学生离开宿舍时的温度为  $20^\circ\text{C}$ 。他希望晚上回到房间时的温度能够低一些，于是早上离开时紧闭门窗，并打开了一个功率为  $15\text{W}$  的电风扇，该房间的长、宽、高分别为  $5\text{m}$ 、 $3\text{m}$ 、 $2.5\text{m}$ 。如果该大学生  $10\text{h}$  以后回来，试估算房间的平均温度是多少？

**解：**因关闭门窗后，相当于隔绝了房间内外的热交换，但是电风扇要在房间内做工产生热量：为  $15 \times 10 \times 3600 = 540000 J$  全部被房间的空气吸收而升温，空气在  $20^\circ\text{C}$  时的比热为： $1.005 \text{ KJ/Kg.K}$ ，密度为

$$\Delta t = \frac{540000 \times 10^{-3}}{5 \times 3 \times 2.5 \times 1.205 \times 1.005} = 11.89$$

$1.205 \text{ Kg/m}^3$ ，所以

当他回来时房间的温度近似为  $32^\circ\text{C}$ 。

1-2 理发吹风器的结构示意图如附图所示，风道的流通面积  $A_2 = 60 \text{ cm}^2$ ，进入吹风器的空气压力  $p = 100 \text{ kPa}$ ，温度  $t_1 = 25^\circ\text{C}$ 。要求吹风机出口的空气温度  $t_2 = 47^\circ\text{C}$ ，试确定流过吹风器的空气的质量流量以及吹风机出口的空气平均速度。电加热器的功率为  $1500 \text{ W}$ 。

**解：**

1-3 淋浴器的喷头正常工作时的供水量一般为每分钟  $1000 \text{ cm}^3$ 。冷水通过电热器从  $15^\circ\text{C}$  被加热到  $43^\circ\text{C}$ 。试问电热器的加热功率是多少？为了节省能源，有人提出可以将用过后的热水（温度为  $38^\circ\text{C}$ ）送入一个换热器去加热进入淋浴器的冷水。如果该换热器能将冷水加热到  $27^\circ\text{C}$ ，试计算采用余热回收换热器后洗澡  $15 \text{ min}$  可以节省多少能源？

**解：**电热器的加热功率：

$$P = \frac{Q}{\tau} = \frac{cm\Delta t}{\tau} = \frac{4.18 \times 10^3 \times 10^3 \times 1000 \times 10^{-6} \times (43 - 15)}{60} = 1950.6 \text{ W} = 1.95 \text{ kW}$$

15 分钟可节省的能量：

$$Q = cm\Delta t = 4.18 \times 10^3 \times 10^3 \times 1000 \times 10^{-6} \times 15 \times (27 - 15) = 752400 \text{ J} = 752.4 \text{ kJ}$$

1-4 对于附图所示的两种水平夹层，试分析冷、热表面间热量交换的方式有何不同？如果要通过实验来测定夹层中流体的导热系数，应采用哪一种布置？



**解：**(a) 中热量交换的方式主要为热传导。

(b) 热量交换的方式主要有热传导和自然对流。

所以如果要通过实验来测定夹层中流体的导热系数，应采用 (a) 布置。

1-5 一个内部发热的圆球悬挂于室内，对于附图所示的三种情况，试分析：(1) 圆球表面散热的方式；(2) 圆球表面与空气之间的换热方式。

**解：**(2) 圆球为表面传热方式散热。

(1) 换热方式：(a) 自然对流换热；(b) 自然对流与强制对流换热相当的过渡流传热；(c) 强制对流换热；

1-6 一宇宙飞船的外形示于附图中，其中外遮光罩是凸出于飞船体之外的一个光学窗口，其表面的温度状态直接影响到飞船的光学遥感器。船体表面各部分的表面温度与遮光罩的表面温度不同。试分析，飞船在太空中飞行时与遮光罩表面发生热交换的对象可能有哪些？换热的方式是什么？

**解：**一遮光罩与外界发生辐射换热及遮光罩外表与船体外表进行辐射。传热方式为（辐射）

1-7 热电偶常用来测量气流温度。如附图所示，用热电偶来测量管道中高温气流的温度  $T_f$

，壁管温度  $T_w < T_f$ 。试分析热电偶结点的换热方式。

**解：**具有管道内流体对节点的对流换热，沿偶丝到节点的导热和管道内壁到节点的热辐射。

1-8 热水瓶胆剖面的示意图如附图所示。瓶胆的两层玻璃之间抽成真空，内胆外壁及外胆内壁涂了反射率很低的银。试分析热水瓶具有保温作用的原因。如果不小心破坏了瓶胆上抽气口处的密闭性，这会影响保温效果吗？

**解：**保温作用的原因：内胆外壁外胆内壁涂了反射率很低的银，则通过内外胆向外辐射的热量很少，抽真空是为了减少内外胆之间的气体介质，以减少其对流换热的作用。如果密闭性破坏，空气进入两层夹缝中形成

了内外胆之间的对流传热，从而保温瓶的保温效果降低。

### 导热

1-9 一砖墙的表面积为  $12\text{ m}^2$ ，厚为  $260\text{ mm}$ ，平均导热系数为  $1.5\text{ W/(m.K)}$ 。设面向室内的表面温度为  $25^\circ\text{C}$ ，而外表面温度为  $-5^\circ\text{C}$ ，试确定该砖墙向外界散失的热量。

解：根据傅立叶定律有：

$$\Phi = \lambda A \frac{\Delta t}{\delta} = 1.5 \times 12 \times \frac{25 - (-)5}{0.26} = 2076.9\text{ W}$$

1-10 一炉子的炉墙厚  $13\text{ cm}$ ，总面积为  $20\text{ m}^2$ ，平均导热系数为  $1.04\text{ W/m.k}$ ，内外壁温分别是  $520^\circ\text{C}$  及  $50^\circ\text{C}$ 。试计算通过炉墙的热损失。如果所燃用的煤的发热量是  $2.09 \times 10^4\text{ kJ/kg}$ ，问每天因热损失要用掉多少千克煤？

解：根据傅利叶公式

$$Q = \frac{\lambda A \Delta t}{\delta} = \frac{1.04 \times 20 \times (520 - 50)}{0.13} = 75.2\text{ KW}$$

每天用煤

$$\frac{24 \times 3600 \times 75.2}{2.09 \times 10^4} = 310.9\text{ Kg/d}$$

1-11 夏天，阳光照耀在一厚度为  $40\text{ mm}$  的用层压板制成的木门外表面上，用热流计测得木门内表面热流密度为  $15\text{ W/m}^2$ 。外表面温度为  $40^\circ\text{C}$ ，内表面温度为  $30^\circ\text{C}$ 。试估算此木门在厚度方向上的导热系数。

$$q = \lambda \frac{\Delta t}{\delta}, \quad \lambda = \frac{q\delta}{\Delta t} = \frac{15 \times 0.04}{40 - 30} = 0.06\text{ W/(m.K)}$$

解：

1-12 在一次测定空气横向流过单根圆管的对流换热实验中，得到下列数据：管壁平均温度  $t_w = 69^\circ\text{C}$ ，空气温度  $t_f = 20^\circ\text{C}$ ，管子外径  $d = 14\text{ mm}$ ，加热段长  $80\text{ mm}$ ，输入加热段的功率  $8.5\text{ W}$ ，如果全部热量通过对流换热传给空气，试问此时的对流换热表面传热系数多大？

解：根据牛顿冷却公式

$$q = 2\pi r l h (t_w - t_f)$$

$$h = \frac{q}{\pi d (t_w - t_f)} = 49.33\text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

所以

1-13 对置于水中的不锈钢束采用电加热的方法进行压力为  $1.013 \times 10^5\text{ Pa}$  的饱和水沸腾换热实验。测得加热功率为  $50\text{ W}$ ，不锈钢管束外径为  $4\text{ mm}$ ，加热段长  $10\text{ mm}$ ，表面平均温度为  $109^\circ\text{C}$ 。试计算此时沸腾换热的表面传热系数。

解：根据牛顿冷却公式有  $\Phi = Ah\Delta t$

$$\therefore h = \frac{\Phi}{A\Delta t} = 4423.2\text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

1-14 一长宽各为  $10\text{ mm}$  的等温集成电路芯片安装在一块地板上，温度为  $20^\circ\text{C}$  的空气在风扇作用下冷却芯片。芯片最高允许温度为  $85^\circ\text{C}$ ，芯片与冷却气流间的表面传热系数为  $175\text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。试确定在不考虑辐射时芯片最大允许功率时多少？芯片顶面高出底板的高度为  $1\text{ mm}$ 。

解：  $\Phi_{\max} = hA\Delta t = 175\text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}) \times [0.01 \times 0.01 + 4 \times (0.01 \times 0.001)] \times (85^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})$   
 $= 1.5925\text{ W}$

1-15 用均匀的绕在圆管外表面上的电阻带作加热元件，以进行管内流体对流换热的实验，如附图所示。用功率表测得外表面加热的热流密度为  $3500\text{ W/m}^2$ ；用热电偶测得某一截面上的空气温度为  $45^\circ\text{C}$ ，内管壁温度为  $80^\circ\text{C}$ 。设热量沿径向传递，外表面绝热良好，试计算所讨论截面上的局部表面传热系数。圆管的外径为  $36\text{ mm}$ ，壁厚为  $2\text{ mm}$ 。

解：由题意  $3500\text{ W/m}^2 \times 2\pi Rl = h \times 2\pi rl \times (80^\circ\text{C} - 45^\circ\text{C})$

$$\text{又 } r = R - \delta = (18 - 2)\text{ mm} = 16\text{ mm}$$

$$\therefore h = 112.5\text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

1-16 为了说明冬天空气的温度以及风速对人体冷暖感觉的影响，欧美国家的天气预报中普遍采用风冷温度的概念 (wind-chill temperature)。风冷温度是一个当量的环境温度，当人处于静止空气的风冷温度下时其散热量

与人处于实际气温、实际风速下的散热量相同。从散热计算的角度可以将人体简化为直径为 25cm、高 175cm、表面温度为 30℃的圆柱体，试计算当表面传热系数为  $15W/(m^2K)$  时人体在温度为 20℃的静止空气中的散热量。如果在一个有风的日子，表面传热系数增加到  $50W/(m^2K)$ ，人体的散热量又是多少？此时风冷温度是多少？

### 辐射

1-17 有两块无限靠近的黑体平行平板，温度分别为  $T_1, T_2$ 。试按黑体的性质及斯藩-玻尔兹曼定律导出单位面积上辐射换热量的计算式。（提示：无限靠近意味着每一块板发出的辐射能全部落到另一块板上。）

解：由题意  $q_{1f} = \sigma T_1^4$  ;  $q_{2f} = \sigma T_2^4$  ;  
两板的换热量为  $q = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$

1-18 宇宙空间可近似地看成为 0K 的真空空间。一航天器在太空中飞行，其外表面平均温度为 250℃，表面发射率为 0.7，试计算航天器单位表面上的换热量。

解：  $q = \varepsilon \sigma T^4 = 0.7 \times 5.67 \times 10^{-8} W/(m^2 \cdot K^4) \times 250^4 = 155 W/m^2$

1-19 在 1-14 题目中，如果把芯片及底板置于一个封闭的机壳内，机壳的平均温度为 20℃，芯片的表面黑度为 0.9，其余条件不变，试确定芯片的最大允许功率。

解：  $\Phi_{\text{辐射}} = \varepsilon A \sigma (T_1^4 - T_2^4) = 0.9 \times 5.67 \times 10^{-8} [(85 + 273)^4 - (20 + 273)^4] \times 0.00014$   
 $P \Phi_{\text{对流}} + \Phi_{\text{辐射}} = 1.657W$

1-20 半径为 0.5 m 的球状航天器在太空中飞行，其表面发射率为 0.8。航天器内电子元件的散热总共为 175W。假设航天器没有从宇宙空间接受任何辐射能量，试估算其表面的平均温度。

解：电子元件的发热量 = 航天器的辐射散热量即：  $Q = \varepsilon \sigma T^4$

$$\therefore T = \sqrt[4]{\frac{Q}{\varepsilon \sigma A}} = 187K$$

### 热阻分析

1-21 有一台气体冷却器，气侧表面传热系数  $h_1 = 95W/(m^2 \cdot K)$ ，壁面厚  $\delta = 2.5mm$ ，  $\lambda = 46.5W/(m \cdot K)$  水侧表面传热系数  $h_2 = 5800 W/(m^2 \cdot K)$ 。设传热壁可以看成平壁，试计算各个环节单位面积的热阻及从气到水的总传热系数。你能否指出，为了强化这一传热过程，应首先从哪一环节着手？

解：  $R_1 = \frac{1}{h_1} = 0.010526$ ;  $R_2 = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{0.0025}{46.5} = 5.376 \times 10^{-5}$ ;  $R_3 = \frac{1}{h_2} = \frac{1}{5800} = 1.724 \times 10^{-4}$ ;

$$K = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{\delta}{\lambda}} = 94.7 W/(m^2 \cdot K)$$

则  $\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{\delta}{\lambda} = 94.7 W/(m^2 \cdot K)$ ，应强化气体侧表面传热。

1-22 在上题中，如果气侧结了一层厚为 2mm 的灰，  $\lambda = 0.116W/(m \cdot K)$  ;水侧结了一层厚为 1mm 的水垢  $\lambda = 1.15W/(m \cdot K)$ 。其他条件不变。试问此时的总传热系数为多少？

解：由题意得

$$K = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h_2}} = \frac{1}{\frac{1}{95} + \frac{0.002}{0.116} + \frac{0.0025}{46.5} + \frac{0.001}{1.15} + \frac{1}{5800}}$$

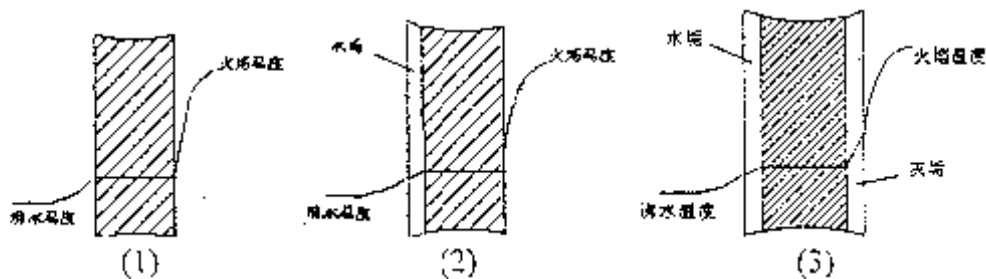
$$= 34.6 W/(m^2 \cdot K)$$

1-23 在锅炉炉膛的水冷壁管子中有沸腾水流过，以吸收管外的火焰及烟气辐射给管壁的热量。试针对下列三种情况，画出从烟气到水的传热过程的温度分布曲线：

- (1) 管子内外均干净；
- (2) 管内结水垢，但沸腾水温与烟气温度保持不变；

(3) 管内结水垢, 管外结灰垢, 沸腾水温及锅炉的产气率不变。

解:



1-24 在附图所示的稳态热传递过程中, 已知:  $t_{w1} = 460^\circ\text{C}$ ,  $t_{f2} = 300^\circ\text{C}$ ,  $\delta_1 = 5\text{ mm}$ ,  $\delta_2 = 0.5\text{ mm}$ ,  $\lambda_1 = 46.5\text{ W/(m.K)}$ ,  $\lambda_2 = 1.16\text{ W/(m.K)}$ ,  $h_2 = 5800\text{ W/(m}^2\text{.K)}$ 。试计算单位面积所传递的热量。

解: 由题意得

$$R_z = \frac{1}{h_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} = 0.00071$$

$$\therefore q = \frac{\Delta t}{R_z} = \frac{t_w - t_f}{R_z}$$

$$= 225.35\text{ KW}$$

1-25 在工程传热问题的分析中定性估算换热壁面的温度工况是很有用的。对于一个稳态的传热过程, 试概括出通过热阻以估计壁面温度工况的简明法则。

**解:** 因为稳态传热所以通过每个截面的热流量都相等, 热阻越小的串联环节温降小, 则换热壁面温度越趋于接近, 否则温差较大。

### 传热过程及综合分析

1-26 有一台传热面积为  $12\text{ m}^2$  的氨蒸发器, 氨液的蒸发温度为  $0^\circ\text{C}$ , 被冷却水的进口温度为  $9.7^\circ\text{C}$ , 出口温度为  $5^\circ\text{C}$ , 蒸发器中的传热量为  $69000\text{ W}$ , 试计算总传热系数。

解: 由题意得

$$\Delta \bar{t} = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2} = 7.35^\circ\text{C}$$

$$\text{又} \because \Phi = KA\Delta t$$

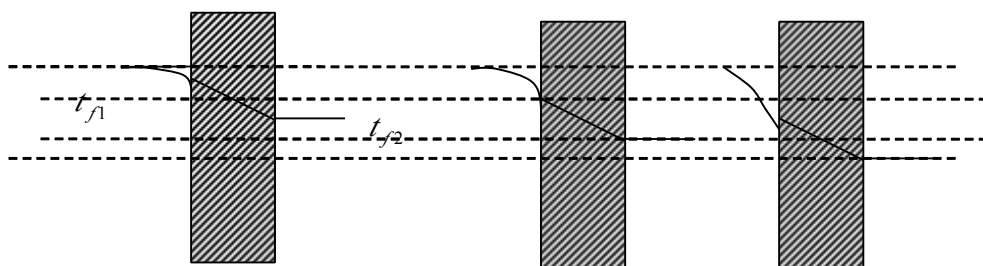
$$\therefore K = \frac{\Phi}{A\Delta t}$$

$$= 782.3\text{ W/(m}^2\text{.K)}$$

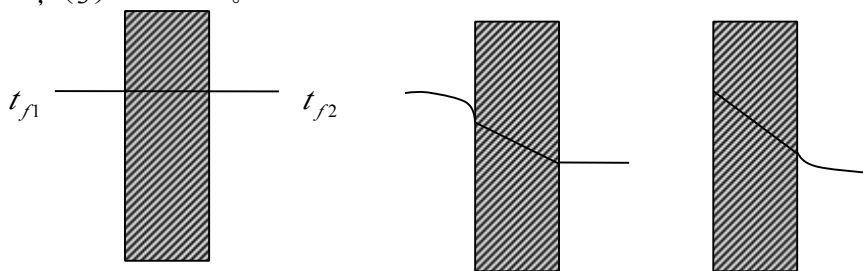
1-27 设冬天室内的温度为  $t_{f1}$ , 室外温度为  $t_{f2}$ , 试在该两温度保持不变的条件下, 画出下列三种情形从室内空气到室外大气温度分布的示意性曲线:

- (1) 室外平静无风;
- (2) 室外冷空气以一定流速吹过砖墙表面;
- (3) 除了室外刮风以外, 还要考虑砖墙与周围环境间的辐射换热。

解



1-28 对于图 1-4 所示的穿过平壁的传热过程，试分析下列情形下温度曲线的变化趋向：(1)  $\delta/\lambda \rightarrow 0$ ；(2)  $h_1 \rightarrow \infty$ ；(3)  $h_2 \rightarrow \infty$ 。



1-29 在上题所述的传热过程中，假设  $\delta/\lambda = 0$ ，试计算下列情形中分隔壁的温度：(1)  $h_1 = h_2$ ；(2)  $h_1 = 2h_2$ ；(3)  $h_1 = 0.5h_2$ 。

解：  $\because \frac{\delta}{\lambda} = 0; \therefore t_{w1} = t_{w2}$

又  $\because Ah_1(t_{w1} - t_{f2}) = Ah_2(t_{w2} - t_{f2})$

$$\therefore (1) h_1 = h_2 \text{ 时 } t_{w1} = t_{w2} = \frac{t_{f1} + t_{f2}}{2}$$

$$(2) h_1 = 2h_2 \text{ 时 } t_{w1} = t_{w2} = \frac{2t_{f1} + t_{f2}}{3}$$

$$(3) h_1 = 0.5h_2 \text{ 时 } t_{w1} = t_{w2} = \frac{t_{f1} + 2t_{f2}}{3}$$

1-30 设图 1-4 所示壁面两侧分别维持在  $20^\circ\text{C}$  及  $0^\circ\text{C}$ ，且高温侧受到流体的加热， $\delta = 0.08\text{m}$ ,  $t_{f1} = 100^\circ\text{C}$ ,  $h_1 = 200\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，过程是稳态的，试确定壁面材料的导热系数。

解：  $q = h_1(t_{f1} - t_{w1}) = \frac{\lambda}{\delta}(t_{w1} - t_{w2})$

$$\therefore \lambda = \frac{h_1 \delta (t_{f1} - t_{w1})}{t_{w1} - t_{w2}} = 64 \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$$

1-31 附图所示的空腔由两个平行黑体表面组成，空腔内抽成真空，且空腔的厚度远小于其高度与宽度。其余已知条件如图示。表面 2 是厚为  $\delta = 0.1\text{m}$  的平板的一侧面，其另一侧面表面 3 被高温流体加热，平板的导热系数  $\lambda = 17.5\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。试问在稳态工况下表面 3 的温度  $t_{w3}$  为多少？

解：在稳态工况下因为  $\lambda A \frac{t_{w3} - t_{w2}}{\delta} = \sigma A (T_{w2}^4 - T_{w1}^4)$

$$\therefore t_{w3} = \frac{\sigma (T_{w2}^4 - T_{w1}^4)}{\lambda} + t_{w2} = 132.67^\circ\text{C}$$

1-32 一玻璃窗，尺寸为  $60\text{cm} \times 30\text{cm}$ ，厚为  $4\text{mm}$ 。冬天，室内及室外温度分别为  $20^\circ\text{C}$  及  $-20^\circ\text{C}$ ，内表面的自然对流换热表面系数为  $W$ ，外表面强制对流换热表面系数为  $50\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。玻璃的导热系数  $\lambda = 0.78\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。试确定通过玻璃的热损失。

解：  $\Phi = \frac{\Delta T}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{1}{Ah_2} + \frac{\delta}{A\lambda}}$

$$=57.5\text{W}$$

1-33 一个储存水果的房间的墙用软木板做成, 厚为  $200\text{mm}$ , 其中一面墙的高与宽各为  $3\text{m}$  及  $6\text{m}$ 。冬天设室内温度为  $2^\circ\text{C}$ , 室外为  $-10^\circ\text{C}$ , 室内墙壁与环境之间的 表面传热系数为  $6\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ , 室外刮强风时的表面传热系数为  $60\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。软木的导热系数  $\lambda = 0.044\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。试计算通过这面墙所散失的热量, 并讨论室外风力减弱对墙散热量的影响 (提示: 可以取室外的表面传热系数值为原来的二分之一或四分之一来估算)。

解: 由题意

$$\Phi = \frac{\Delta T}{\frac{1}{h_{\text{M}}A} + \frac{1}{Ah_{\text{W}}} + \frac{\delta}{A\lambda}}$$

$$=45.67\text{W}$$

当室外风力减弱时  $h_{\text{W}} = 30\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$

$$\Phi = \frac{\Delta T}{\frac{1}{h_{\text{M}}A} + \frac{1}{Ah_{\text{W}}} + \frac{\delta}{A\lambda}} = 45.52\text{W}$$

单位换算

1-34. 一台 R22 的空调器的冷凝器如附图所示。温度为  $313\text{K}$  的氟利昂 22 的饱和蒸气在管子内流动, 温度为  $283\text{K}$  的空气进入冷凝器冷却氟利昂蒸气使其凝结。该冷凝器的迎风面积为  $0.4\text{m}^2$ , 迎面风速为  $2\text{m}/\text{s}$ 。氟利昂蒸气的流量为  $0.011\text{kg}/\text{s}$ , 从凝结氟利昂蒸气到空气的总传热系数为  $40\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ , 试确定该冷凝器所需的传热面积。提示: 以空气进、出口温度的平均值作为计算传热温差的空气温度。所谓迎风面积是指空气进入冷凝器之前的流动面积。

1-35. 一火车的齿轮箱外表面积为  $0.2\text{m}^2$ , 为安全需要, 其最高温度不超过  $65^\circ\text{C}$ , 为此用  $25^\circ\text{C}$  的冷空气强制对流流过此表面。该齿轮箱在稳态运行时消耗的机械能为  $1000\text{W}$ 。假定这份能量全部通过对流传热散失到环境中, 所需的对流传热系数应多大? 如果齿轮箱四周的固体表面平均温度为  $30^\circ\text{C}$ , 试分析通过辐射传热最多可以带走多少热量? 齿轮箱表面的发射率可取为  $0.85$ 。

解:

1-36. 航空喷气发动机的工作叶片与高温的燃气相接触, 为了使叶片金属的温度不超过允许数值, 常在叶片中间铸造出冷却通道, 从压气机出口抽出一小部分冷空气进入这些通道。附图中示意性地画出了这样的叶片的截面。现在给出以下数据: 空心叶片内表面面积  $A_{\text{i}}=200\text{mm}^2$ , 冷却空气的平均温度  $t_{\text{f}}=700^\circ\text{C}$ , 表面传热系数  $h_{\text{i}}=320\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ; 面积  $A_{\text{o}}=2840\text{mm}^2$  的叶片外表面与平均温度为  $1000^\circ\text{C}$  的燃气接触, 平均表面传热系数  $h_{\text{o}}=1420\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。此时叶片外表面温度为  $820^\circ\text{C}$ , 内表面温度为  $790^\circ\text{C}$ 。试分析此时该叶片内的导热是否处于稳态?

解:

1-37. 一宇航员在太空模拟舱内工作 (检测仪器仪表的工作性能), 该模拟舱外表面面积为  $3\text{m}^2$ , 外表面温度为  $0^\circ\text{C}$ , 表面发射率为  $0.05$ 。模拟舱位于表面温度为  $-100^\circ\text{C}$  的人工环境的大壳体内。此时模拟舱内的温度保持恒定, 试确定模拟舱表面的辐射散热量。这份能量都是有宇航员身上散失的吗?

解:

1-38. 在例题 1-6 中, 为获得 1h 后该男子的体温平均下降的数值, 可以近似地认为他向环境的散热量为一常数。实际上, 这一散热量是随时间而变化的。(1) 分析该男子向环境散热的方式; (2) 如何计算其辐射传热热量随时间的变化, 并估算考虑这一变化后 1h 内的辐射总散热量, 皮肤与衣料的表面发射率可取为  $0.9$ , 刚开始时平均表面温度为  $31^\circ\text{C}$ , 环境为  $10^\circ\text{C}$ ; (3) 如何计算其向四周冷空气的对流传热量随时间的变化, 并估算考虑这一变化后 1h 内的对流总散热量。由于人体的颤抖, 人体向冷空气散热的对流传热表面传热系数可取为  $20\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。该男子的散热面积可以用直径为  $0.318\text{m}$ 、高  $1.7\text{m}$  的圆柱体的面积来近似代替。

解:

1-39 当空气与壁面的平均温度在  $30\sim 50^\circ\text{C}$  范围时, 空气在水平管外自然对流的 表面传热系数可按下列式计算:

$$h = C(\Delta t / d)^{1/4}$$

式中：常量  $C = 1.04 \text{ kcal}/(\text{m}^{1.75} \cdot \text{h}^\circ \text{C}^{1.25})$ ；直径  $d$  的单位为  $\text{m}$ ；温差  $\Delta t$  的单位为  $^\circ\text{C}$ ， $h$  的单位为  $\text{kcal}/(\text{m}^2 \cdot \text{h}^\circ \text{C})$ 。试用我国法定计量单位写出此公式。

解：

1-40 对于水在大容器内的饱和沸腾试验，有人提出了下列经验公式：

$$h = C_2(p^{0.14} + C_1 p^2) q^{0.7}$$

式中： $C_1 = 9.339 \times 10^{-14} \text{ m}^{1.72} / \text{N}^{1.86}$ ， $C_2 = 0.628 \text{ W}^{0.3} / (\text{K} \cdot \text{m}^{0.32} \cdot \text{N}^{0.14})$ ；其他各量的单位为  $p - \text{N}/\text{m}^2, q - \text{W}/\text{m}^2, h - \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。试将此式改用工程单位制单位写出。

## 第二章

### 思考题

1 试写出导热傅里叶定律的一般形式，并说明其中各个符号的意义。

答：傅立叶定律的一般形式为： $\vec{q} = -\lambda \text{grad}t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \vec{n}$ ，其中： $\text{grad}t$  为空间某点的温度梯度； $\vec{n}$  是通过该点的等温线上的法向单位矢量，指向温度升高的方向； $\vec{q}$  为该处的热流密度矢量。

2 已知导热物体中某点在  $x, y, z$  三个方向上的热流密度分别为  $q_x, q_y$  及  $q_z$ ，如何获得该点的 热密度矢量？

答： $\vec{q} = q_x \cdot \vec{i} + q_y \cdot \vec{j} + q_z \cdot \vec{k}$ ，其中  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  分别为三个方向的单位矢量量。

3 试说明得出导热微分方程所依据的基本定律。

答：导热微分方程式所依据的基本定律有：傅立叶定律和能量守恒定律。

4 试分别用数学语言将传热学术语说明导热问题三种类型的边界条件。

答：① 第一类边界条件： $\tau > 0$  时， $t_w = f_1(\tau)$

② 第二类边界条件： $\tau > 0$  时  $-\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right)_w = f_2(\tau)$

③ 第三类边界条件： $-\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right)_w = h(t_w - t_f)$

5 试说明串联热阻叠加原则的内容及其使用条件。

答：在一个串联的热量传递过程中，如果通过每个环节的热流量都相同，则各串联环节的总热阻等于各串联环节热阻的和。使用条件是对于各个传热环节的传热面积必须相等。

7. 通过圆筒壁的导热热量仅与内、外半径之比有关而与半径的绝对值无关，而通过球壳的导热热量计算式却与半径的绝对值有关，怎样理解？

答：因为通过圆筒壁的导热热阻仅和圆筒壁的内外半径比值有关，而通过球壳的导热热阻却和球壳的绝对直径有关，所以绝对半径不同时，导热热量不一样。

6 发生在一个短圆柱中的导热问题，在下列哪些情形下可以按一维问题来处理？

答：当采用圆柱坐标系，沿半径方向的导热就可以按一维问题来处理。

8 扩展表面中的导热问题可以按一维问题来处理的条件是什么？有人认为，只要扩展表面细长，就可按一维问题来处理，你同意这种观点吗？

答：只要满足等截面的直肋，就可按一维问题来处理。不同意，因为当扩展表面的截面不均时，不同截面上的热流密度不均匀，不可看作一维问题。

9 肋片高度增加引起两种效果：肋效率下降及散热表面积增加。因而有人认为，随着肋片高度的增加会出现一个临界高度，超过这个高度后，肋片导热热数流量反而会下降。试分析这一观点的正确性。

答：错误，因为当肋片高度达到一定值时，通过该处截面的热流密度为零。通过肋片的热流已达到最大值，不会因为高度的增加而发生变化。

10 在式 (2-57) 所给出的分析解中，不出现导热物体的导热系数，请你提供理论依据。

答：由于式 (2-57) 所描述的问题为稳态导热，且物体的导热系数沿  $x$  方向和  $y$  方向的数值相等并为常数。



11 有人对二维矩形物体中的稳态无内热源常物性的导热问题进行了数值计算。矩形的一个边绝热，其余三个边均与温度为  $t_f$  的流体发生对流换热。你能预测他所得的温度场的解吗？

答：能，因为在一边绝热其余三边为相同边界条件时，矩形物体内部的温度分布应为关于绝热边的中心线对称分布。

## 习题

### 平板

2-1 用平底锅烧开水，与水相接触的锅底温度为  $111^\circ\text{C}$ ，热流密度为  $42400 \text{ W/m}^2$ 。使用一段时间后，锅底结了一层平均厚度为  $3\text{mm}$  的水垢。假设此时与水相接触的水垢的表面温度及热流密度分别等于原来的值，试计算水垢与金属锅底接触面的温度。水垢的导热系数取为  $1 \text{ W/(m.K)}$ 。

解：由题意得

$$q = \frac{t_w - 111}{\frac{0.003}{1}} = 42400 \quad \text{w/m}^2$$

所以  $t = 238.2^\circ\text{C}$

2-2 一冷藏室的墙由钢皮矿渣棉及石棉板三层叠合构成，各层的厚度依次为  $0.794\text{mm}$ 、 $152\text{mm}$  及  $9.5\text{mm}$ ，导热系数分别为  $45 \text{ W/(m.K)}$ 、 $0.07 \text{ W/(m.K)}$  及  $0.1 \text{ W/(m.K)}$ 。冷藏室的有效换热面积为  $37.2 \text{ m}^2$ ，室内外气温分别为  $-2^\circ\text{C}$  及  $30^\circ\text{C}$ ，室内外壁面的表面传热系数可分别按  $1.5 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$  及  $2.5 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$  计算。为维持冷藏室温度恒定，试确定冷藏室内的冷却排管每小时需带走的热量。

解：由题意得

$$\begin{aligned} \Phi &= A \times \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{30 - (-2)}{\frac{1}{1.5} + \frac{1}{2.5} + \frac{0.000794}{45} + \frac{0.152}{0.07} + \frac{0.0095}{0.1}} \times 37.2 \\ &= 357.14 \text{ W} \\ 357.14 \times 3600 &= 1285.6 \text{ KJ} \end{aligned}$$

2-3 有一厚为  $20\text{mm}$  的平板墙，导热系数为  $1.3 \text{ W/(m.K)}$ 。为使每平方米墙的热损失不超过  $1500 \text{ W}$ ，在外表面上覆盖了一层导热系数为  $0.12 \text{ W/(m.K)}$  的保温材料。已知复合壁两侧的温度分别为  $750^\circ\text{C}$  及  $55^\circ\text{C}$ ，试确定此时保温层的厚度。

解：依据题意，有

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}} = \frac{750 - 55}{\frac{0.020}{1.3} + \frac{\delta_2}{0.12}} \leq 1500$$

，解得：  $\delta_2 \geq 0.05375 \text{ m}$

2-4 一烘箱的炉门由两种保温材料 A 及 B 组成，且  $\delta_A = 2\delta_B$ （见附图）。已知  $\lambda_A = 0.1 \text{ W/(m.K)}$ ， $\lambda_B = 0.06 \text{ W/(m.K)}$ ，烘箱内空气温度  $t_{f1} = 400^\circ\text{C}$ ，内壁面的总表面传热系数  $h_1 = 50 \text{ W/(m.K)}$ 。为安全起见，希望烘箱炉门的外表面温度不得高于  $50^\circ\text{C}$ 。设可把炉门导热作为一维问题处理，试决定所需保温材料的厚度。环境温度  $t_{f2} = 25^\circ\text{C}$ ，外表面总传热系数  $h_2 = 9.5 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$ 。

$$q = \frac{t_{f1} - t_{fw}}{\frac{\delta_A}{\lambda_A} + \frac{\delta_B}{\lambda_B}} = h_1(t_{f1} - t) + h_2(t - t_{f2})$$

解：热损失为

$$\text{又 } t_{fw} = 50^\circ\text{C}; \quad \delta_A = \delta_B$$

$$\text{联立得 } \delta_A = 0.078 \text{ m}, \delta_B = 0.039 \text{ m}$$

2-5 对于无限大平板内的一维导热问题，试说明在三类边界条件中，两侧边界条件的哪些组合可以使平板中的温度场获得确定的解？

解：两侧面的第一类边界条件；一侧面的第一类边界条件和第二类边界条件；一侧面的第一类边界条件和另一侧面的第三类边界条件；一侧面的第一类边界条件和另一侧面的第三类边界条件。

平壁导热

2-6 一火箭发动机燃烧室是直径为 130mm 的圆筒体，厚 2.1mm，导热系数为  $23.2\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。圆筒壁外用液体冷却，外壁温度为  $240^\circ\text{C}$ 。测得圆筒体的热流密度为  $4.8 \times 10^6\text{W}/\text{m}^2$ ，其材料的最高允许温度为  $700^\circ\text{C}$ 。试判断该燃烧室壁面是否工作于安全温度范围内？

解：

2-7 如附图所示的不锈钢平底锅置于电器灶具上被加热，灶具的功率为 1000W，其中 85% 用于加热平底锅。锅底厚  $\delta = 3\text{mm}$ ，平底部分直径  $d = 200\text{mm}$ ，不锈钢的导热系数  $\lambda = 18\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，锅内汤料与锅底的对流传热表面传热系数为  $2500\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，流体平均温度  $t_f = 95^\circ\text{C}$ 。试列出锅底导热的数学描写，并计算锅底两表面的温度。

解：

2-8 一种用比较法测定导热系数装置的原理示于附图中。将导热系数已知的标准材料与被测材料做成相同直径的圆柱，且标准材料的两段圆柱分别压紧置于被测材料的两端。在两段试样上分别布置三对测定相等间距两点间温差的热电偶。试样的四周绝热良好（图中未示出）。已知试样两端的温度分别为  $t_h = 400^\circ\text{C}$ 、 $t_c = 300^\circ\text{C}$ 、 $\Delta t_r = 2.49^\circ\text{C}$ 、 $\Delta t_{t1} = 3.56^\circ\text{C}$ 、 $\Delta t_{t2} = 3.60^\circ\text{C}$ ，试确定被测材料的导热系数，并讨论哪些因素会影响  $\Delta t_{t1}$  与  $\Delta t_{t2}$  不相等？

解：

2-9 双层玻璃窗系由两层厚为 6mm 的玻璃及其间的空气隙所组成，空气隙厚度为 8mm。假设面向室内的玻璃表面温度与室外的玻璃表面温度各为  $20^\circ\text{C}$  及  $-20^\circ\text{C}$ ，试确定该双层玻璃窗的热损失。如果采用单层玻璃窗，其他条件不变，其热损失是双层玻璃的多少倍？玻璃窗的尺寸为  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$ 。不考虑空气间隙中的自然对流。玻璃的导热系数为  $0.78\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

$$q_1 = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} \quad q_2 = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}} = 5200\text{W}/\text{m}^2$$

解：

$$\therefore Q = Aq = 41.95\text{W}$$

$$\text{所以 } \frac{q_2}{q_1} = \frac{5200}{116.53} = 44.62$$

2-10 某些寒冷地区采用三层玻璃的窗户，如附图所示。已知玻璃厚  $\delta_g = 3\text{mm}$ ，空气夹层宽  $\delta_{\text{air}} = 6\text{mm}$ ，玻璃的导热系数  $\lambda_g = 0.8\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。玻璃面向室内的表面温度  $t_i = 15^\circ\text{C}$ ，面向室外的表面温度  $t_o = -10^\circ\text{C}$ ，试计算通过三层玻璃窗导热的热流密度。

解：

2-11 提高燃气进口温度是提高航空发动机效率的有效方法。为了是发动机的叶片能承受更高的温度而不至于损坏，叶片均用耐高温的合金制成，同时还提出了在叶片与高温燃气接触的表面上涂以陶瓷材料薄层的方法，如附图所示，叶片内部通道则由从压气机来的空气予以冷却。陶瓷层的导热系数为  $1.3\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，耐高温合金能承受的最高温度为  $1250\text{K}$ ，其导热系数为  $25\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。在耐高温合金与陶瓷层之间有一薄层粘结材料，其造成的接触热阻为  $10^{-4}\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$ 。如果燃气的平均温度为  $1700\text{K}$ ，与陶瓷层的表面传热系数为  $1000\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，冷却空气的平均温度为  $400\text{K}$ ，与内壁间的表面传热系数为  $500\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，试分析此时耐高温合金是否可以安全地工作？

解：

2-12 在某一产品的制造过程中，厚为 1.0mm 的基板上紧贴了一层透明的薄膜，其厚度为 0.2mm。薄膜表面上有一股冷却气流流过，其温度为  $20^\circ\text{C}$ ，对流换热表面传热系数为  $40\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。同时，有一股辐射能透过薄膜投射到薄膜与基板的结合面上，如附图所示。基板的另一面维持在温度  $t_1 = 30^\circ\text{C}$ 。生成工艺要求薄膜与基板结合面的温度  $t_0 = 60^\circ\text{C}$ ，试确定辐射热流密度  $q$  应为多大？薄膜的导热系数  $\lambda_f = 0.02\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，基板的导热系数  $\lambda_s = 0.06\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。投射到结合面上的辐射热流全部为结合面所吸收。薄膜对  $60^\circ\text{C}$  的热辐射是不透明的。

解：根据公式  $q = K\Delta t$  得

$$q = \frac{60-30}{\frac{0.001}{0.06}} = 60 \times 30 = 1800 W/m^2$$

$$q' = (60-20) \times \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{0.2 \times 10^{-3}}{0.02}} = 1142.8 W/m^2$$

$$q_z = q + q' = 2942.8 W/m^2$$

2-13 在附图所示的平板导热系数测定装置中, 试件厚度  $\delta$  远小于直径  $d$ 。由于安装制造不好, 试件与冷热表面之间平均存在着一层厚为  $\Delta = 0.1mm$  的空气隙。设热表面温度  $t_1 = 180^\circ C$ , 冷表面温度  $t_2 = 30^\circ C$ , 空气隙的导热系数可分别按  $t_1, t_2$  查取。试计算空气隙的存在给导热系数测定带来的误差。通过空气隙的辐射换热可以略而不计。

解: 查附表 8 得  $t_1 = 180^\circ C$ ,  $\lambda_1 = 3.72 \times 10^{-2} W/(m.K)$ ;

$$t_2 = 30^\circ C, \lambda_2 = 2.67 \times 10^{-2} W/(m.K);$$

$$\Phi = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta}{\lambda_f}} A = \frac{180 - 30}{\frac{\delta}{\lambda_f}} \times \frac{\pi d^2}{4}$$

无空气时

$$\therefore \frac{\delta}{\lambda_f} = 0.029315 \therefore \lambda_f = 34.32\delta$$

有空气隙时

$$\Phi = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta}{\lambda_f'}} A$$

$$\text{得 } \lambda_f' = 43.98\delta$$

$$\frac{\lambda_f' - \lambda_f}{\lambda_f} = 28.1\%$$

所以相对误差为  
圆筒体

2-14 外径为 100mm 的蒸气管道, 覆盖密度为  $20 kg/m^3$  的超细玻璃棉毡保温。已知蒸气管道外壁温度为  $400^\circ C$ , 希望保温层外表面温度不超过  $50^\circ C$ 。且每米长管道上散热量小于 163W, 试确定所需的保温层厚度。

解: 保温材料的平均温度为

$$t = \frac{400 + 50}{2} = 225^\circ C$$

由附录 7 查得导热系数为  $\bar{\lambda} = 0.033 + 0.0023\bar{t} = 0.08475 W/(m.K)$

$$\therefore \ln \frac{d_1}{d_2} = \frac{2\pi\lambda}{\Phi/l} (t_1 - t_2)$$

代入数据得到  $d_2 = 0.314mm$

$$\text{所以 } \delta = \frac{d_2 - d_1}{2} = 107mm$$

2-15 外径为 50mm 的蒸气管道外, 包覆有厚为 40mm 平均导热系数为  $0.11 W/(m.K)$  的煤灰泡沫砖。绝热层外表面温度为  $50^\circ C$ , 试检查矿棉渣与煤灰泡沫砖交界面处的温度是否超过允许值? 又。增加煤灰泡沫砖的厚度对热损失及交界面处的温度有什么影响? 蒸气管道的表面温度取为  $400^\circ C$ 。

解：由题意多层蒸气管总热流量

$$\Phi_z = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\ln(d_1/d_2)/\lambda_1 + \ln(d_3/d_2)/\lambda_2}$$

代入数据得到  $\Phi_z = 168.25W$

由附录知粉煤灰泡沫砖材料最高允许温度为  $300^\circ\text{C}$

由此设在  $300^\circ\text{C}$  时

$$\Phi_1' = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\ln(d_1/d_2)/\lambda_1} = 72.33W$$

$$\Phi_2' = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\ln(d_3/d_2)/\lambda_2} = 358.29W$$

因为  $\Phi_1' + \Phi_2' > \Phi_z$

所以不会超过允许温度。当增加煤灰泡沫砖的厚度会使热损失增加，从而边界面处温度下降。

2-16 一根直径为  $3\text{mm}$  的铜导线，每米长的电阻为  $2.22 \times 10^{-3} \Omega$ 。导线外包有厚为  $1\text{mm}$  导热系数为  $0.15 W/(m.K)$  的绝缘层。限定绝缘层的最高温度为  $65^\circ\text{C}$ ，最低温度为  $0^\circ\text{C}$ 。试确定在这种条件下导线中允许通过的最大电流。

$$Q = 2\pi l \lambda q = \frac{2\pi \lambda l(t_1 - t_2)}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{2\pi \times 1 \times 0.15(65 - 0)}{\ln(2.5/1.5)} = 119.8W$$

解：根据题意有：

$$119.86 = I^2 R$$

解得：  $I = 232.36A$

2-17 一蒸汽锅炉炉膛中的蒸发受热面管壁受到温度为  $1000^\circ\text{C}$  的烟气加热，管内沸水温度为  $200^\circ\text{C}$ ，烟气与受热面管子外壁间的复合换热表面传热系数为  $100 W/(m^2.K)$ ，沸水与内壁间的表面传热系数为  $5000 W/(m^2.K)$ ，管壁厚  $6\text{mm}$ ，管壁  $\lambda = 42 W/(m.K)$ ，外径为  $52\text{mm}$ 。试计算下列三种情况下受热面单位长度上的热负荷：

- (1) 换热表面是干净的；
- (2) 外表面结了一层厚为  $1\text{mm}$  的烟灰，其  $\lambda = 0.08 W/(m.K)$ ；
- (3) 内表面上有一层厚为  $2\text{mm}$  的水垢，其  $\lambda = 1 W/(m.K)$ 。

$$\phi = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\frac{1}{r_1 h_1} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{\lambda_1} + \frac{1}{h_2 r_2}} = \frac{2\pi \times 1(1000 - 200)}{\frac{1}{5000 \times 0.02} + \frac{\ln(52/40)}{42} + \frac{1}{0.026 \times 100}} = 12532.98W$$

解：(1)

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\frac{1}{h_1 r_0} + \frac{\ln(r_0/r_2)}{\lambda_0} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{\lambda_1} + \frac{1}{h_2 r_2}} \\ &= \frac{2\pi \times 1(1000 - 200)}{\frac{1}{0.02 \times 5000} + \frac{\ln(54/52)}{0.08} + \frac{\ln(52/40)}{42} + \frac{1}{0.027 \times 100}} = 5852.94W \end{aligned}$$

(2)

(3)

$$\phi = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\frac{1}{h_1 r_0} + \frac{\ln(r_0/r_2)}{\lambda_0} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{\lambda_1} + \frac{\ln(r_1/r_i)}{\lambda_i} + \frac{1}{h_2 r_i}}$$

$$= \frac{2\pi \times 1(1000 - 200)}{\frac{1}{5000 \times 0.018} + \frac{\ln(54/52)}{0.08} + \frac{\ln(52/40)}{42} + \frac{\ln(40/36)}{1} + \frac{1}{100 \times 0.027}} = 5207.06 W$$

2-18 在一根外径为 100mm 的热力管道外拟包覆两层绝热材料，一种材料的导热系数为  $0.06 W/(m.K)$ ，另一种为  $0.12 W/(m.K)$ ，两种材料的厚度都取为 75mm，试比较把导热系数小的材料紧贴管壁，及把导热系数大的材料紧贴管壁这两种方法对保温效果的影响，这种影响对于平壁的情形是否存在？假设在两种做法中，绝热层内外表面的总温差保持不变。

**解：**将导热系数小的材料紧贴壁管

$$\Phi = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\ln\left(\frac{50+75}{50}\right)}{2\pi\lambda_1} + \frac{\ln\left(\frac{50+75+75}{50+75}\right)}{2\pi\lambda_2 l}} = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{19.19}$$

将导热系数大的材料紧贴壁管则

$$\Phi' = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\frac{\ln 2.5}{\lambda_2} + \frac{\ln 1.6}{\lambda_1}} = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{15.47}$$

故导热系数大的材料紧贴管壁其保温效果好。

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}}$$

若为平壁，则平壁

由于  $\delta = \delta_1 = \delta_2$  所以不存在此问题。

2-19 一直径为 30mm，壁温为  $100^\circ\text{C}$  的管子向温度为  $20^\circ\text{C}$  的环境放热，热损失率为  $100\text{W/m}$ 。为把热损失减少到  $50\text{W/m}$ ，有两种材料可以同时被应用。材料 A 的导热系数为  $0.5 W/(m.K)$ ，可利用度为  $3.14 \times 10^{-3} m^3/m$ ；材料 B 的导热系数为  $0.1 W/(m.K)$ ，可利用度为  $4.0 \times 10^{-3} m^3/m$ 。试分析如何敷设这两种材料才能达到上述要求。假设敷设这两种材料后，外表面与环境间的表面传热系数与原来一样。

**解：**根据题意有：

$$\phi = 2\pi r l h(t_1 - t_2) = 0.03\pi \times 1 \times h(100 - 20) = 100, \text{ 解得 } h = 13.2696$$

按题意有：将导热系数大的放在内侧，

$$\pi(r_1^2 - 0.015^2) = 3.14 \times 10^{-3} \quad r_1 = 0.035m, \quad \pi(r_2^2 - r_1^2) = 4 \times 10^{-3} \quad r_2 = 0.049m$$

解方程组得：

$$\Phi' = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\frac{\ln(r_1/r_0)}{\lambda_1} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{\lambda_2} + \frac{1}{hr_2}}$$

$$= \frac{2\pi(100 - 20)}{\frac{\ln(0.035/0.015)}{0.5} + \frac{\ln(0.049/0.035)}{0.1} + \frac{1}{13.26 \times 0.049}} = 76.1$$

②

$$\pi(r_1^2 - 0.015^2) = 4 \times 10^{-3} \quad r_1 = 0.03871m, \quad \pi(r_2^2 - r_1^2) = 3.14 \times 10^{-3}$$

$$r_2 = 0.049$$

$$\Phi' = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\frac{\ln(r_1/r_0)}{\lambda_1} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{\lambda_2} + \frac{1}{hr_2}}$$

$$= \frac{2\pi(100-20)}{\frac{\ln(0.03871/0.015)}{0.1} + \frac{\ln(0.049/0.03871)}{0.5} + \frac{1}{13.26 \times 0.049}} = 43.72$$

2-20 一直径为  $d$  长为  $l$  的圆杆，两端分别与温度为  $t_1$  及  $t_2$  的表面接触，杆的导热系数  $\lambda$  为常数。试对下列两种情形列出杆中温度的微分方程式及边界条件，并求解之：

杆的侧面是绝热的；

杆的侧面与四周流体间有稳定的对流换热，平均表面传热系数为  $h$ ，流体温度  $t_f$  小于  $t_1$  及  $t_2$ 。

解：①  $\phi_1 = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\pi d^2}{4}$ ， $\phi_2 = -\lambda \frac{\partial(t + \frac{\partial t}{\partial x} dx)}{\partial x} \frac{\pi d^2}{4}$ ，在侧面绝热时，有  $\phi_1 = \phi_2$  得微分方程为： $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0$ ，

边界条件为： $x=0, t=t_1$        $x=l, t=t_2$

解微分方程得： $t = \frac{t_2 - t_1}{l}x + t_1$

②  $\phi_3 = \pi d dx h(t - t_f)$ ，根据条件有： $\phi_1 = \phi_2 + \phi_3$

得微分方程为： $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - \frac{4h}{d\lambda}(t - t_f) = 0$ ，边界条件为： $x=0, t=t_1$        $x=l, t=t_2$

解微分方程得： $t - t_f = C_1 e^{(2\sqrt{\frac{h}{d\lambda}})x} + C_2 e^{-(2\sqrt{\frac{h}{d\lambda}})x}$

代入边界条件得：

$$t - t_f = \frac{(t_2 - t_f) - (t_1 - t_f)e^{-2\sqrt{\frac{h}{d\lambda}}l}}{e^{2\sqrt{\frac{h}{d\lambda}}l} - e^{-2\sqrt{\frac{h}{d\lambda}}l}} e^{2\sqrt{\frac{h}{d\lambda}}x} + \frac{e^{2\sqrt{\frac{h}{d\lambda}}l}(t_1 - t_f) - (t_2 - t_f)}{e^{2\sqrt{\frac{h}{d\lambda}}l} - e^{-2\sqrt{\frac{h}{d\lambda}}l}} e^{-2\sqrt{\frac{h}{d\lambda}}x}$$

2-21 一直径为 20mm, 长 300mm 的钢柱体，两端分别与温度为 250℃ 及 60℃ 的两个热源相接。柱体表面向温度为 30℃ 的环境散热，表面传热系数为  $10 W/(m^2 \cdot K)$ 。试计算该钢柱体在单位时间内从两个热源所获得的热量。钢柱体的  $\lambda = 40 W/(m \cdot K)$ 。

解：根据上题结果得：

$$\frac{\partial t}{\partial x} = m \left[ \frac{(t_2 - t_f) - (t_1 - t_f)e^{-ml}}{e^{ml} - e^{-ml}} e^{mx} - \frac{e^{ml}(t_1 - t_f) - (t_2 - t_f)}{e^{ml} - e^{-ml}} e^{-mx} \right]$$

其中： $m = 2\sqrt{\frac{h}{\lambda d}} = 2\sqrt{\frac{10}{40 \times 0.02}} = 7.07$

$ml = 2.12_m$

$$\frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=0} = 7.07 \times \left[ \frac{(60-30) - (250-30)e^{-2.12}}{e^{2.12} - e^{-2.12}} - \frac{e^{2.12}(250-30) - (60-30)}{e^{2.12} - e^{-2.12}} \right]$$

$= -1549.1$

$$Q_0 = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\pi d^2}{4} = -40 \times (-1549.1) \frac{\pi d^2}{4} = 19.46 W$$

$$\frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=l} = m \left[ \frac{(t_2 - t_f) - (t_1 - t_f)e^{-ml}}{e^{ml} - e^{-ml}} e^{ml} - \frac{e^{ml}(t_1 - t_f) - (t_2 - t_f)}{e^{ml} - e^{-ml}} e^{-ml} \right]$$

$$\frac{\partial t}{\partial x}|_{x=l} = 7.07 \times \left[ \frac{(60-30) - (250-30) \times e^{-2.12}}{e^{2.12} - e^{-2.12}} e^{2.12} - \frac{e^{2.12}(250-30) - (60-30)}{e^{2.12} - e^{-2.12}} e^{-2.12} \right]$$

$$= -162.89$$

$$Q_{x=l} = -40 \times (-162.89) \frac{\pi d^2}{4} = 2.05 W$$

球壳

2-22 一个储液氨的容器近似的看成为内径为 300mm 的圆球。球外包有厚为 30mm 的多层结构的隔热材料。

隔热材料沿半径方向的当量导热系数为  $1.8 \times 10^{-4} W/(m.K)$ ，球内液氨的温度为  $-195.6^\circ C$ ，室温为  $25^\circ C$ ，液氨的相变热为  $199.6 kJ/kg$ 。试估算在上述条件下液氨每天的蒸发量。

$$\Phi = 1.8 \times 10^{-4} \frac{(25 - (-195.6))}{\frac{1}{0.15} - \frac{1}{0.165}} \times 4 \times \pi = 0.822 W$$

解：

$$m = \frac{0.822 \times 24 \times 3600}{199.6 \times 1000} = 0.3562 Kg$$

2-23 有一批置于室外的液化石油气储罐，直径为 2m，通过使制冷剂流经罐外厚为 1cm 的夹层来维持罐内的温度为  $-40^\circ C$ 。夹层外厚为 30cm 的保温层，保温材料的导热系数为  $0.1 W/(m.K)$ 。在夏天的恶劣条件下，

环境温度为  $40^\circ C$ ，保温层外表面与环境间的复合换热表面传热系数可达  $30 W/(m^2.K)$ 。试确定为维持液化气  $-40^\circ C$  的温度，对 10 个球罐所必须配备的制冷设备的容量。罐及夹层钢板的壁厚可略而不计。

$$\Phi = \frac{(t_1 - t_2)}{R}$$

解：一个球罐热流量为

$$R = \frac{1}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{h \times 4\pi r_2^2} = \frac{1}{4\pi \times 0.1} \left( \frac{1}{1.01} - \frac{1}{1.3} \right) + \frac{1}{30 \times 4\pi}$$

$$\Phi = \frac{40 - (-40)}{0.1785} = 448.168 W$$

所以 10 个球罐热流量为  $\Phi' = 10\Phi = 4481.68 W$

2-24 颗粒状散料的表面导热系数常用圆球导热仪来测定。如附图所示内球内安置有一电加热器，被测材料安装在内外球壳间的夹层中，外球外有一水夹层，其中通以进口温度恒定的冷却水。用热电偶测定内球外壁及

外球内壁的平均温度。在一次实验中测得以下数据： $d_i = 0.15m$ ， $d_o = 0.25m$ ， $t_i = 200^\circ C$ ， $t_o = 40^\circ C$ ，电加热功率  $P = 56.5W$ 。试确定此颗粒材料的表观导热系数。

如果由于偶然事故，测定外球内壁的热电偶线路遭到破坏，但又急于要获得该颗粒表观导热系数的近似值，试设想一个无需修复热电偶线路又可以获得近似值的测试方法。球壳内用铝制成，其厚度约为 3~4mm。

$$\Phi = \lambda \times \frac{(200 - 40)}{\frac{1}{0.15} - \frac{1}{0.25}} \times 4 \times \pi = 56.5 W$$

解：根据题意：

解得： $\lambda = 0.07 W/(m.K)$

如果电偶损坏，可近似测量水的出入口温度，取其平均值代替球外壳温度计算。

2-25 内外径各为 0.5m 及 0.6m 的球罐，其中装满了具有一定放射性的化学废料，其容积发热率为

$\Phi = 10^5 W/m^3$ 。该罐被置于水流中冷却，表面传热系数  $h = 1000 W/(m^2.K)$ ，流体温度  $t_f = 25^\circ C$ 。试：(1) 确定球罐的外表面温度；(2) 确定球罐的内表面温度。球罐用铬镍钢钢板制成。

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 0.25^3 = 0.065416$$

解：球罐的体积为：

总发热热流为： $\Phi = 0.065416 \times 10^5 = 6541.67 W$

球的外表温度： $\Phi = 4\pi r^2 h(t - 25) = 6541.67$

解得： $t = 30.78^\circ C$

$$\Phi = 15.2 \times \frac{(t - 30.78)}{\frac{1}{0.25} - \frac{1}{0.3}} \times 4 \times \pi = 6541.67 W \quad \text{解得 } t = 53.62^\circ C$$

2-26 附图所示储罐用厚为 20mm 的塑料制成，其导热系数  $\lambda = 1.5 W/(m.K)$ ，储罐内装满工业用油，油中安置了一电热器，使罐的内表面温度维持在 400K。该储罐置于 25℃ 的空气中，表面传热系数为  $10 W/(m^2.K)$ 。 $r_0 = 0.5m, l = 2.0m$ 。试确定所需的电加热功率。

2-27 人的眼睛在完成生物功能过程中生成的热量要通过角膜散到周围环境中，其散热条件与是否带有隐性眼镜片有关，如附图所示，设角膜及隐性镜片均呈球状，且两者间接触良好，无接触热阻。角膜及镜片所张的中心角占了三分之一的球体。试确定在下列条件下不戴镜片及戴镜片时通过角膜的散热量： $r_1 = 10mm$ ， $r_2 = 12.5mm$ ， $r_3 = 16.3mm$ ， $t_{f1} = 37^\circ C$ ， $t_{f0} = 20^\circ C$ ， $h_i = 12 W/(m^2.K)$ ， $h_0 = 6 W/(m^2.K)$ ， $\lambda_1 = 0.35 W/(m.K)$ ， $\lambda_2 = 0.8 W/(m.K)$ 。

$$R = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{1}{h_o A_o} + \frac{1}{4\pi\lambda_1} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

解：不戴镜片

$$\Phi_o = \frac{\Delta t}{R} = 0.109 W$$

所以

$$\Phi = \frac{1}{3} \Phi_o = 0.0363 W$$

有效热量

$$R = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{1}{h_o A_o} + \frac{1}{4\pi\lambda_1} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{4\pi\lambda_2} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)$$

戴镜片时

$$\Phi_o = \frac{\Delta t}{R} = 0.108 W$$

所以

$$\Phi = \frac{1}{3} \Phi_o = 0.036 W$$

即散热量为

2-28 一储存液态气体的球形罐由薄金属板制成，直径为 1.22m，其外包覆有厚为 0.45m，导热系数为  $0.043 W/(m.K)$  的软木保温层。液态气体温度为  $-62.2^\circ C$ ，与金属壳体间换热的表面传热系数为  $21 W/(m^2.K)$ 。由于软木保温层的密闭性不好，大气中的水蒸气浸入软木层，并在一定深度范围内冻结成了冰。假设软木保温层的导热系数不受水蒸气及所形成的冰层的影响，试确定软木保温层中冰层的深度。球形罐金属壳体的热阻可不计。在实际运行中，因保温层的密闭性不好而在软木保温层中出现的水和冰，对球形罐的保温性能有何影响？

2-29 在一电子器件中有一晶体管可视为半径为 0.1mm 的半球热源，如附图所示。该晶体管被置于一块很大的硅基板中。硅基板一侧绝热，其余各面的温度均为  $t_\infty$ 。硅基板导热系数  $\lambda = 120 W/(m.K)$ 。试导出硅基板中温度分布的表达式，并计算当晶体管发热量为  $\Phi = 4W$  时晶体管表面的温度值。

提示：相对于 0.1mm 这样小的半径，硅基板的外表面可以视为半径趋于无穷大的球壳表面。

#### 变截面变导热系数问题

2-30 一高为 30cm 的铝制圆台形锥台，顶面直径为 8.2cm，底面直径为 13cm。底面及顶面温度各自均匀，并分别为  $520^\circ C$  及  $20^\circ C$ ，锥台侧面绝热。试确定通过该锥形台的导热系数。铝的导热系数为  $100 W/(m.K)$ 。

$$\Phi = -A(x)\lambda \frac{dt}{dx}$$

解：根据傅利叶导热公式得

$$\frac{x_0}{4.1} = \frac{x_0 + 30}{6.5} \quad \text{得 } x_0 = 51.23$$

因为：



$$\frac{x_0 + dx}{r_x} = \frac{6.5 - 4.1}{30} \quad \text{得 } r_x = 0.41 + 0.082dx$$

代入数据积分得  $\Phi = 1397W$

2-31 试比较附图所示的三种一维导热问题的热流量大小：凸面锥台，圆柱，凹面锥台。比较的条件是  $d_1, t_1, t_2$  及导热系数均相同。三种形状物体的直径与  $x$  轴的关系可统一为  $d = ax^n$ ，其中  $a$  及  $n$  值如下：

凸面锥台	柱体	凹面锥台	
$a$	$0.506m^{1/2}$	$0.08m$	$20.24m^{-1/2}$
$n$	$0.5$	$0.0$	$1.5$

$$x_1 = 25mm, x_2 = 125mm。$$

$$\Phi = \frac{\lambda(t_1 - t_2)}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A_x}}$$

解：对于变截面导热

$$\text{凸面锥台} \quad \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A_x} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{8n+4}{\pi a^2} x^{2n+1} dx = 320m^{-2}$$

$$\text{柱体} \quad \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A_x} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{4}{\pi a^2} x^{-1} dx = 320.35m^{-2}$$

$$\text{凹面锥台} \quad \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A_x} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{16}{\pi(20 \times 24)^2} x^4 dx = 263.23m^{-2}$$

由上分析得  $\Phi_3 > \Phi_1 > \Phi_2$

2-32 某种平板材料厚 25mm，两侧面分别维持在 40℃ 及 85℃。测得通过该平板的热流量为 1.82kW，导热面积为  $0.2m^2$ 。试：

确定在此条件下平板的平均导热系数。

设平板材料导热系数按  $\lambda = \lambda_0(1 + bt)$  变化（其中  $t$  为局部温度）。为了确定上述温度范围内  $\lambda_0$  及  $b$  值，还需要补充测定什么量？给出此时确定  $\lambda_0$  及  $b$  的计算式。

$$\Phi = -A\lambda \frac{dt}{dx} \quad \text{得 } \lambda = 5W/(m.K)$$

补充测定中心位置的温度为  $t_0$

$$\Phi = -A\lambda \frac{dt}{dx}$$

$$\text{又 } \lambda = \lambda_0(1 + bt)$$

$$\text{所以 } \frac{\Phi}{A}(x_2 - x_1) = \lambda_0(t_1 - t_2) \left( 1 + b \frac{t_1 + t_2}{2} \right) \quad (1)$$

$$b = \frac{4t_0 - 2t_2 - 2t_1}{t_1^2 - 2t_0 + t_2^2} \quad (2)$$

将 (2) 代入 (1) 得到  $\lambda_0$

2-33 一空心圆柱，在  $r = r_1$  处  $t = t_1$ ， $r = r_2$  处  $t = t_2$ 。 $\lambda(t) = \lambda_0(1 + bt)$ ， $t$  为局部温度，试导出圆柱中温度分布的表达式及导热量计算式。

解：导热微分方程式简化为

$$\frac{d}{dr}\left(\lambda r \frac{dt}{dr}\right) = 0 \quad \text{即} \quad \lambda r \frac{dt}{dr} = c_1$$

$$\text{所以} \quad \lambda_0(1+bt)dt = c_1 \frac{dr}{r} \quad \text{即} \quad \lambda_0 t + \frac{b\lambda_0}{2} t^2 = c_1 \ln r + c_2$$

$$\text{当在 } r=r_1 \text{ 处 } t=t_1 \text{ 即} \quad \lambda_0 t_1 + \frac{b\lambda_0}{2} t_1^2 = c_1 \ln r_1 + c_2 \quad (1)$$

$$r=r_2 \text{ 处 } t=t_2 \quad \text{即} \quad \lambda_0 t_2 + \frac{b\lambda_0}{2} t_2^2 = c_1 \ln r_2 + c_2 \quad (2)$$

$$c_1 = \frac{\lambda_0(t_1 - t_2) \left[ 1 + \frac{b}{2} \lambda_0(t_1 + t_2) \right]}{\ln r_1 / r_2}$$

两个式子联立得

$$c_2 = \frac{\lambda_0(t_1 - t_2) \left[ 1 + \frac{b}{2} \lambda_0(t_1 + t_2) \right] \ln r_1}{\ln r_1 / r_2}$$

$$(1) - (2) \text{ 得} \quad \lambda_0(t_1 - t_2) + \frac{b}{2} \lambda_0(t_1^2 - t_2^2) = c_1 \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right) \quad (3)$$

将  $c_1, c_2$  代入 (3) 得温度表达式

$$\lambda_0 t + \frac{b}{2} \lambda_0 t^2 = \lambda_0(t_1 - t_2) \left[ 1 + \frac{b}{2} \lambda_0(t_1 + t_2) \right] \frac{\ln(r/r_1)}{\ln r_1 / r_2}$$

$$\text{由傅利叶公式} \quad q = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

$$q = -\frac{c_1}{r} = -\frac{\lambda_0(t_1 - t_2) \left[ 1 + \frac{b}{2} \lambda_0(t_1 + t_2) \right]}{r \ln \left( \frac{r_1}{r_2} \right)}$$

得

2-34 设一平板厚为  $\delta$ ，其两侧表面分别维持在温度  $t_1$  及  $t_2$ 。在此温度范围内平板的局部导热系数可以用直线关系式  $\lambda(t) = \lambda_0(1+bt)$  来表示。试导出计算平板中某处当地热流密度的表达式，并对  $b>0, b=0$  及  $b<0$  的三种情况画出温度分布的示意曲线。

2-35 一圆筒体的内外半径分别为  $r_i$  及  $r_o$ ，相应的壁温为  $t_i$  及  $t_o$ ，其导热系数与温度关系可表示为  $\lambda(t) = \lambda_0(1+bt)$  的形式，式中  $\lambda$  及  $t$  均为局部值。试导出计算单位长度上导热热流量的表达式及导热热阻的表达式。

2-36  $q=1000\text{W/m}^2$  的热流沿  $x$  方向穿过厚为 20mm 的平板（见附图）。已知  $x=0\text{mm}, 10\text{mm}, 20\text{mm}$  处的温度分别为  $100^\circ\text{C}$ ， $60^\circ\text{C}$  及  $40^\circ\text{C}$ 。试据此确定材料导热系数表达式  $\bar{\lambda} = \lambda_0(1+\bar{b})$ （ $\bar{t}$  为平均温度）中的  $\lambda_0$  及  $b$ 。

$$\bar{t} = \frac{100 + 60}{2} = 80 \quad ^\circ\text{C}$$

解：  $x=0\text{mm}, x=10\text{mm}$  处的平均温度

$$\text{又} \quad \bar{\lambda} = \lambda_0(1+\bar{b}) \quad \text{所以热量} \quad q = \frac{\bar{\lambda}}{\delta} (t_1 - t_2)$$

$$1000 = \frac{\lambda_0(1+80b)}{0.02} (100 - 60)$$

$$\text{即} \quad (1)$$

同理  $x=10\text{mm}, x=20\text{mm}$  处得

$$1000 = -\frac{\lambda_0(1+50b)}{0.02}(60-40) \quad (2)$$

联立得  $b = -0.009$   $\lambda_0 = 0.687$

2-37 设某种材料的局部导热系数按  $\lambda(t) = \lambda_0(1+bt)$  的关系式来变化, 对于由该材料做成的一块厚为  $\delta$  的无内热源的平板, 试:

导出利用两侧面温度  $t_1(x=0), t_2(x=\delta)$  计算导热量的公式;

证明下列关系式成立:

$$\frac{\lambda - \lambda_1^2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} = \frac{x}{\delta}$$

其中  $\lambda_1, \lambda_2$  为相应于  $t_1, t_2$  的导热系数,  $\lambda$  为  $x$  处的导热系数。

导出平板中温度沿  $x$  方向变化的下列两个公式:

$$t(x) = \frac{1}{\lambda_0 b} \left[ \lambda_1^2 + \frac{x}{\delta} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \right]^{1/2} - \frac{1}{b}$$

$$t(x) = \sqrt{\left( \frac{1}{b} + t_1 \right)^2 - \frac{2qx}{\lambda_0}} - \frac{1}{b}$$

2-38 一厚  $\delta$  的平壁, 两侧面分别维持在恒定的温度  $t_1, t_2$ 。平壁的导热系数是温度的函数:  $\lambda(t) = \lambda_0(1 + \beta t^2)$ 。试对稳态导热给出热流密度的计算式。

**解:**

一维有内热源的导热

2-39 试建立具有内热源  $\Phi(x)$ , 变截面, 变导热系数的一维稳态导热问题的温度场微分方程式 (参考附图)。

**解:** 一维代入微分方程式为

$$\frac{d}{dx} \left[ A(x) \lambda \left( x \frac{dt}{dx} \right) \right] + \dot{\Phi}(x) = 0$$

2-40 试由导热微分方程出发, 导出通过有内热源的空心柱体的稳态导热热量计算式及壁中的温度分布。  $\Phi$  为常数。

**解:** 有内热源空心圆柱体导热系数为常数的导热微分方程式为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \dot{\Phi} = 0$$

经过积分得

$$t = c_1 \ln r + c_2 - r^2 \frac{\dot{\Phi} r}{\lambda}$$

因为  $r = r_0, t = t_w; r = 0, t = t_0$

所以得

$$t = \frac{t_0 - t_w - \dot{\Phi} r_0^3 / \lambda}{\ln r_0 - 1} \ln r + t_0 - \frac{t_0 - t_w - \dot{\Phi} r_0^3 / \lambda}{\ln r_0 - 1} - \frac{\dot{\Phi} r^3}{\lambda}$$

对其求导得

2-41 确定附图所示氧化铀燃料棒的最大热功率。已知: 氧化铀燃料棒的最高温度不能高于  $1600^\circ\text{C}$ , 冷却水平均温度为  $110^\circ\text{C}$ , 表面传热系数为  $12000\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , 氧化铀燃料棒与包覆它的铅锡合金层间的接触热阻为  $2.22 \times 10^{-4} \text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$ 。包覆层的内外半径为  $6.1\text{mm}$  及  $6.5\text{mm}$ , 氧化铀燃料棒和铅锡合金的导热系数分别为  $7.9\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 、 $14.2\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

**解:**

2-42 一具有内热源  $\Phi$  外径为  $r_0$  的实心圆柱, 向四周温度为  $t_\infty$  的环境散热, 表面传热系数为  $h$ 。试列出圆柱体中稳态温度场的微分方程式及边界条件, 并对  $\Phi$  为常数的情形进行求解。

解: 利用 2-33 题的结果立即可得温度场应满足的微分方程为:

$$\lambda \frac{d}{dr} \left( \frac{dt}{dr} \right) + r \dot{\Phi}(r) = 0 \quad (\text{设 } \lambda \text{ 为常数}),$$

$$\text{其边界条件为: } r=0, \frac{dt}{dr} = 0; \quad r=r_0, -\lambda \frac{dt}{dr} = h(t-t_f).$$

$$\text{对于 } \dot{\Phi} \text{ 为常数的情形, 积分一次得: } r \frac{dt}{dr} = h(t-t_f).$$

$$\text{再积分一次得: } t = c_1 \ln r - \frac{r^2}{4} \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} + c_2 \quad \text{由 } r=0, \frac{dt}{dr} = 0, \text{ 得 } c_1 = 0;$$

$$\text{由 } r=r_0, -\lambda \frac{dt}{dr} = h(t-t_f), \text{ 得 } \frac{r_0}{2} \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = h \left[ -\frac{r_0^2}{4} \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} + c_2 - t_f \right],$$

$$\text{由此得: } c_2 = \frac{r_0}{2} \frac{\dot{\Phi}}{h} + \frac{r_0^2}{4} \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} + \frac{r_0 \dot{\Phi}}{2h} + t_f.$$

2-43 在一厚为  $2b$ , 截面积为  $A_c$  的金属薄条中有电流通过。金属条置于不导电的沸腾液体中。设沸腾换热表面传热系数是均匀的, 金属条的电阻率为  $\rho$  (单位为  $\Omega \cdot m^2 / m$ ), 导热系数为  $\lambda$  (单位为  $W / (m \cdot K)$ ), 物性为常数。试证明该金属条的截面平均温度要比表面温度高  $\frac{I^2 \rho b^2}{3\lambda A_c^2}$ 。金属条的端部散热不予考虑。

2-44 一半径为  $r_0$  的实心圆柱, 内热源为  $\dot{\Phi}(r) = \dot{\Phi}_0(1 + Ar)$ ,  $\dot{\Phi}_0, A$  为常数。在  $r=r_0$  处  $t=t_0$ 。试导出圆柱体中的温度分布。

$$\text{解: } \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \dot{\Phi} = 0 \quad (1)$$

$$r=0, \frac{dt}{dr} = 0 \quad (2)$$

$$r=r_0, t=t_0 \quad (3)$$

三式联立最终可解得

$$t = \frac{\dot{\Phi}_0}{36} \left[ 9(r_0^2 - r^2) + 4A(r_0^3 - r^3) \right] + t_0$$

2-45 一厚为  $\delta$  的大平板具有均匀内热源  $\dot{\Phi}$ ,  $X=0$  及  $X=\delta$  处的表面分别与温度为  $t_{f1}, t_{f2}$  的流体进行对流换热, 表面传热系数分别为  $h_1$  及  $h_2$ 。试导出平板中温度分布的解析表达式, 并据此导出温度最高点的位置。

对于  $h_1=h_2, t_{f1}=t_{f2}$  及  $h_1=h_2, t_{f2} < t_{f1}$  的情形定性画出平板中的温度分布曲线。

2-46 一厚为  $7\text{cm}$  的平壁, 一侧绝热, 另一侧暴露于温度为  $30^\circ\text{C}$  的流体中, 内热源  $\dot{\Phi} = 0.3 \times 10^6 \text{ W} / \text{m}^3$ 。对流换热表面传热系数为  $450 \text{ W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , 平壁的导热系数为  $18 \text{ W} / (\text{m} \cdot \text{K})$ 。试确定平壁中的最高温度及其位置。

2-47 核反应堆的辐射防护壁因受  $\gamma$  射线的照射而发热, 这相当于防护壁内有  $\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_0 e^{-ax}$  的内热源, 其中  $\dot{\Phi}_0$  是  $X=0$  的表面上发热率,  $a$  为已知常数。已知  $x=0$  处  $t=t_1, x=\delta$  处  $t=t_2$ , 试导出该防护壁中温度分布的表达式及最高温度的所在位置。导热系数  $\lambda$  为常数。

解: 由题意导热微分方程

$$\lambda \frac{d^2 t}{dx^2} + \dot{\Phi}_0 e^{-ax} = 0$$

又  $x=0$  处  $t=t_1$ ,  $x=\delta$  处  $t=t_2$

积分并结合边界条件可得

$$t = \frac{\dot{\Phi}_0 e^{-ax}}{a\lambda} - \frac{t_1 - t_2 + \frac{\dot{\Phi}_0}{a^2\lambda} - \frac{\dot{\Phi}_0 e^{-a\delta}}{a^2\lambda}}{\delta} x + t_1 + \frac{\dot{\Phi}_0}{a^2\lambda}$$

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

$$\text{令 } x = -\frac{1}{a} \ln \left[ \frac{a\lambda(t_1 - t_2)}{\delta\dot{\Phi}_0} + \frac{1 - e^{-a\delta}}{a\delta} \right] \text{ 时, } t \text{ 最大。}$$

2-48 核反应堆中一个压力容器的器壁可以按厚为  $\delta$  的大平壁处理。内表面 ( $x=0$  处) 绝热, 外表面维持在恒定温度  $t_2$ 。 $\gamma$  射线对该容器的加热条件作用可以用一个当量热源  $\dot{\Phi}$  来表示, 且  $\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_0 e^{-ax}$ ,  $a$  为常数,  $x$  是从加热表面起算的距离。在稳态条件下, 试:

导出器壁中温度分布的表达式。

确定  $x=0$  处的温度。

确定  $x=\delta$  处的热流密度。

$$\text{解: } \frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0 \quad (1)$$

边界条件

$$\frac{dt}{dx} = 0 \quad (2)$$

$$r = r_0, t = t_0 \quad (3)$$

三式联立得

$$t = \frac{1}{\Phi_0 \lambda a^2} (e^{-a\delta} - e^{-ax}) + \frac{\delta}{\Phi_0 a \lambda} (\delta - x) + t_2$$

$$t = \frac{1}{\Phi_0 \lambda a^2} (e^{-a\delta} - 1) + \frac{\delta}{\Phi_0 a \lambda} + t_2$$

$x=0$  时;

当  $x=\delta$  时,  $t=t_2$

所以

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = -\frac{1}{a\Phi_0} (e^{-ax} - 1)$$

2-49 一半径为  $r_1$  的长导线具有均匀内热源  $\dot{\Phi}$ , 导热系数为  $\lambda_1$ 。导线外包有一层绝缘材料, 其外半径为  $r_2$ , 导热系数为  $\lambda_2$ 。绝缘材料与周围环境间的表面传热系数为  $h$ , 环境温度为  $t_\infty$ 。过程是稳态的, 试:

列出导线与绝缘层中温度分布的微分方程及边界条件。

求解导线与绝缘材料中温度分布。

提示: 在导线与绝缘材料的界面上, 热流密度及温度都是连续的。

$$\text{解: 导线中温度场的控制方程为: } \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dt_1}{dr} + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda_1} \right) = 0;$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dt_2}{dr} \right) = 0。$$

环形绝缘层中温度场的控制方程为:

边界条件: 对  $t_1$ ,  $r=0$  时,  $t_1$  为有限;

$$r = r_1 \text{ 时, } t_1 = t_2, -\lambda_1 \frac{dt_1}{dr} = -\lambda_2 \frac{dt_2}{dr}。$$

对  $t_2, r = r_1 \text{ 时, } t_1 = t_2, -\lambda_1 \frac{dt_1}{dr} = -\lambda_2 \frac{dt_2}{dr};$

$$r = r_2 \text{ 时, } -\lambda_2 \frac{dt_2}{dr} = h(t_2 - t_f)。$$

$$t_1 = \frac{\dot{\Phi} r^2}{r \lambda_1} + c_1 \ln r + c_2;$$

第一式的通解为:

第二式的通解为:  $t_2 = c_1' \ln r + c_2'$ 。常数  $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_1'$ 、 $c_2'$  由边界条件确定。

据  $r=0$  时,  $t_1$  为有限的条件, 得  $c_1 = 0$ 。其余三个条件得表达式为:

$$r = r_1, -\frac{\dot{\Phi} r_1^2}{4\lambda_1} + c_2 = c_1' \ln r_1 + c_2'; -\lambda_1 \left( -\frac{\dot{\Phi} r_1}{2\lambda_1} \right) = -\lambda_2 \left( \frac{c_1'}{r_1} \right);$$

$$r = r_2, -\lambda_2 \left( \frac{c_1'}{r_2} \right) = h \left[ \left( c_1' \ln r_2 + c_2' \right) - t_f \right], \text{ 由此三式解得:}$$

$$c_1' = -\frac{\dot{\Phi} r_1^2}{2\lambda_2}, \quad c_2' = t_f + \frac{\dot{\Phi} r_1^2}{2\lambda_2} \left( \frac{\lambda_2}{hr_2} + \ln r_2 \right),$$

$$c_2 = \frac{\dot{\Phi} r_1^2}{4\lambda_1} + \frac{\dot{\Phi} r_1^2}{2hr_2} + \frac{\dot{\Phi} r_1^2}{2\lambda_2} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) + t_f。$$

所以  $t_1 = -\frac{\dot{\Phi} r_1^2}{4\lambda_1} + \frac{\dot{\Phi} r_1^2}{4\lambda_1} + \frac{\dot{\Phi} r_1^2}{2hr_2} + \frac{\dot{\Phi} r_1^2}{2\lambda_2} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) + t_f;$

$$t_2 = t_f + \frac{\dot{\Phi} r_1^2}{2\lambda_2} \left( \frac{\lambda_2}{hr_2} + \ln r_2 \right) - \frac{\dot{\Phi} r_1^2}{2\lambda_2} \ln r。$$

## 肋片及扩展面

2-50 试计算下列两种情形下等厚度直肋的效率:

铝肋,  $\lambda = 208 \text{ W/(m.K)}, h = 284 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}, H = 15.24 \text{ mm}, \delta = 2.54 \text{ mm};$

钢肋,  $\lambda = 41.5 \text{ W/(m.K)}, h = 511 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}, H = 15.24 \text{ mm}, \delta = 2.54 \text{ mm};$

解: (1) 因为  $mH = \sqrt{\frac{2h}{\lambda\delta}} H = 0.4997$

所以  $\eta_f = \frac{th(mH)}{mH} = \frac{th0.4997}{0.4997} = 91.3\%$

因为  $mH = \sqrt{\frac{2h}{\lambda\delta}} H = 1.501$

所以  $\eta_f = \frac{th(mH)}{mH} = \frac{th1.501}{1.501} = 56.9\%$

2-51 在温度为  $260^\circ\text{C}$  的壁面上伸出一根纯铝的圆柱形肋片, 直径  $d=25\text{mm}$ , 高  $H=150\text{mm}$ 。该柱体表面受温度  $t_f = 16^\circ\text{C}$  的气流冷却, 表面传热系数  $h=15 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。肋端绝热。试计算该柱体的对流散热量。如果把柱体的长度增加一倍, 其他条件不变, 柱体的对流散热量是否也增加了一倍? 从充分利用金属的观点来看, 是采用一个长的肋好还是采用两个长度为其一半的较短的肋好?

$$\text{解: } \frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0$$

$$\dot{\Phi} = -\frac{\Phi_s}{A_c dx} = \frac{hp(t-t_\infty)}{A_c}$$

$$\text{又} \quad \text{所以得 } \Phi = -\lambda A_c Q_0 mth(mH)$$

$$\text{代入数据查表得, } \Phi = 40.1W$$

$$\text{当其他条件不变时 } H' = 2H, \Phi' = 66.9W$$

由上述结果可知长度增加一倍而散热量没有增加一倍, 因此从充分利用金属的观点, 采用长度为其一半的较短的肋较好。

2-52 在外径为 25mm 的管壁上装有铝制的等厚度环肋, 相邻肋片中心线之间的距离  $s=9.5\text{mm}$ , 环肋高  $H=12.5\text{mm}$ , 厚  $\delta=0.8\text{mm}$ 。管壁温度  $t_w=200^\circ\text{C}$ , 流体温度  $t_f=90^\circ\text{C}$ , 管壁及肋片与流体之间的表面传热系数为  $110\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。试确定每米长肋片管 (包括肋片及基管部分) 的散热量。

$$\text{解: } H' = H + \delta/2 = 12.9\text{mm}, A_2 = A'\delta = 1.03 \times 10^{-5}\text{m}^2$$

$$\text{查表得 } \lambda = 238\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$$

$$(H')^{3/2} \left[ \frac{h}{(\lambda A_2)} \right]^{1/2} = 0.31$$

$$r_1' = 12.5\text{mm}; r_2' = r_1 + H' = 25.4\text{mm}$$

$$\text{从图查得, } \eta_f = 0.88$$

$$\Phi_0 = 2\pi(r_2' - r_1')h(t_w - t_f) = 37.15W$$

$$\text{肋片两面散热量为: } \Phi = \Phi_0 \eta_f = 32.7W$$

$$\Phi' = h(t_w - t_f)2\pi r_1 s = 9.021W; n = \frac{1}{s} = 105$$

两肋片间基管散热量:

$$\text{总散热量为 } \Phi_Z = n(\Phi + \Phi') = 4382.8W$$

2-53 过热蒸气在外径为 127mm 的钢管内流过, 测蒸气温度套管的布置如附图所示。已知套管外径  $d=15\text{mm}$ , 壁厚  $\delta=0.9\text{mm}$ , 导热系数  $\lambda=49.1\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。蒸气与套管间的表面传热系数  $h=105\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。为使测温误差小于蒸气与钢管壁温度差的 0.6%, 试确定套管应有的长度。

$$\text{解: 按题意应使 } \theta_h/\theta_0 \leq 0.6\%, \theta_h/\theta_0 = 1/ch(mh) = 0.6/100,$$

$$ch(mh) = 166.7, \text{查附录得: } mh = \text{arc}[ch(166.7)] = 5.81,$$

$$m = \sqrt{\frac{hU}{\lambda A_t}} \equiv \sqrt{\frac{105}{49.1 \times 0.9 \times 10^{-3}}} = 48.75, \therefore H = \frac{5.81}{48.75} = 0.119\text{m}$$

2-54 为了显示套管材料对测温误差的影响, 在热力管道的同一地点上安装了分别用钢及铜做成的尺寸相同的两个套管。套管外径  $d=10\text{mm}$ , 厚  $\delta=1.0\text{mm}$ , 高  $H=120\text{mm}$ 。气流流经两套管时表面传热系数均为

$h=25\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。管道壁温  $t_0=25^\circ\text{C}$ 。设蒸气流的真实温度为  $70^\circ\text{C}$ , 问置于两套管中的温度计读数相差多少?

温度计本身的误差可以不计。取铜的  $\lambda=390\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ , 钢的  $\lambda=50\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。

2-55 用一柱体模拟汽轮机叶片的散热过程。柱长 9cm, 周界为 7.6cm, 截面积为  $1.95\text{cm}^2$ , 柱体的一端被冷却到  $350^\circ\text{C}$  (见附图)。 $815^\circ\text{C}$  的高温燃气吹过该柱体, 假设表面上各处的对流换热的表面传热系数是均匀的,

并为  $28\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。柱体导热系数  $\lambda=55\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ , 肋端绝热。试:

计算该柱体中间截面上的平均温度及柱体中的最高温度;

冷却介质所带走的热量。

解: (1)  $m = \sqrt{hp/(\lambda A_c)} = 14.09$

$$\theta = \theta_0 \frac{ch[m(x-m)]}{ch(mh)}$$

又肋片中的温度分布

$$\theta_0 = t_0 - t_\infty = -510^\circ\text{C}$$

所以中间温度  $x=H$  时

$$\theta = 221^\circ\text{C}$$

因肋片截面温度沿高度方向逐步降低

所以当  $x=H$  时  $\theta$  最大

$$\theta_{\max} = \frac{\theta_0}{ch(mH)} = 265.6^\circ\text{C}$$

(2) 热量由冷却介质带走

$$\phi_{x=0} = \frac{hp}{m} \theta_0 th(mH) = 65.7\text{W}$$

2-56 一容器的手柄为半圆形的圆柱如附图所示, 圆柱直径 25 mm, 半圆的直径为 75 毫米。设容器壁面温度为  $80^\circ\text{C}$ , 空气温度为  $20^\circ\text{C}$ , 考虑辐射影响在内的表面传热系数为  $10\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , 试计算手柄的散热量以及手柄中的最低温度。手柄材料的导热系数为  $1.5\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。讨论手柄材料的导热系数对散热量及温度的影响。

解:

2-57 一摩托车汽缸用铝合金制成, 外径为 60 mm, 高 170 mm, 导热系数  $\lambda = 180\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。为增强散热, 汽缸外壁上敷设了等厚度的铝合金环肋 10 片, 肋厚 3 mm, 肋高 25 mm。设摩托车在奔驰过程中表面传热系数为  $50\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , 空气温度为  $28^\circ\text{C}$ , 汽缸外壁温度保持为  $220^\circ\text{C}$ 。试分析增加了肋片后汽缸散热量是原来的多少倍?

解:

2-58 一太阳能集热器的截面如附图所示。用铝合金 ( $\lambda = 177\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ) 做成的吸热板的厚度  $\delta = 6\text{ mm}$ , 背面除了与加热水管接触之处外, 绝热良好, 管子之间的距离  $L = 200\text{ mm}$ 。吸热板正面与盖板之间为真空。在设计工况下吸热板净吸收太阳的辐射能为  $800\text{W}/\text{m}^2$ , 管内被加热水的平均温度为  $60^\circ\text{C}$ 。试确定设计工况下吸热板中的最高温度。

解:

2-59 一输送高压水的管道用法兰连接如附图所示, 法兰厚  $\delta = 15\text{ mm}$ , 管道的内外半径分别为  $d_i = 120\text{ mm}$ ,  $d_o = 140\text{ mm}$ , 法兰外径  $d_f = 250\text{ mm}$ 。管道与法兰的导热系数为  $\lambda = 45\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。在正常工况下, 管道内壁温度为  $300^\circ\text{C}$ , 周围空气温度为  $20^\circ\text{C}$ , 法兰的表面传热系数  $h = 10\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试确定通过一对法兰损失的热量。

2-60 肋片在换热器中得到广泛采用, 紧凑式换热器就是由基本表面与大量的肋片表面所组成, 如附图 a 所示。附图 b 是将其中一种流体的管道放大的示意图。已知肋片的高度  $H = 8\text{ mm}$ , 它分别与两块基本表面连接, 两基本表面的温度相等,  $t_0 = t_H$ 。肋片与流体间的表面传热系数  $h = \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , 肋片的导热系数  $\lambda = 200\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ , 肋片厚  $\delta = 1\text{ mm}$ 。试确定肋片的面积热阻。

2-61 一等截面直肋的肋端为第三边界条件, 表面传热系数为  $h_2$ , 其侧面的表面传热系数为  $h_1$ , 其余条件与第 2-4 节中的相同。试证明此时肋片中温度分布为

$$\frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty} = \frac{ch[m(H-x)] + [h_2/(\lambda m)]sh[m(H-x)]}{ch(mH) + [h_2/(\lambda m)]sh(mH)}$$

并据此导出肋片散热量的计算式。

解: 此问题得通解为:  $\theta = c_1 e^{mx} + c_2 e^{-mx}$ ,  $c_1$ 、 $c_2$  由边界条件确定:

$$x = 0, \theta_0 = c_1 + c_2, \quad x = H, -\lambda(c_1 m e^{mH} + c_2 m e^{-mH}) = h(c_1 e^{mH} + c_2 e^{-mH}),$$

$$c_1 = \frac{\theta_0 e^{-mH}(\lambda m - h_2)}{e^{mH}(\lambda m - h_2) + e^{-mH}(\lambda m + h_2)},$$

由此得:

$$c_2 = \frac{\theta_0 e^{mH}(\lambda m + h_2)}{e^{-mH}(\lambda m - h_2) + e^{mH}(\lambda m + h_2)},$$



$$\therefore \theta = \frac{\theta_0 e^{-mH} (\lambda m - h_2) e^{mx} + \theta_0 e^{mH} (\lambda m + h_2) e^{-mx}}{e^{-mH} (\lambda m - h_2) + e^{mH} (\lambda m + h_2)}$$

$$= \theta_0 \frac{ch[m(H-x)] + [h_2/(\lambda m)] sh[m(H-x)]}{ch(mH) + [h_2/(\lambda m)] sh(mH)}$$

散热量:

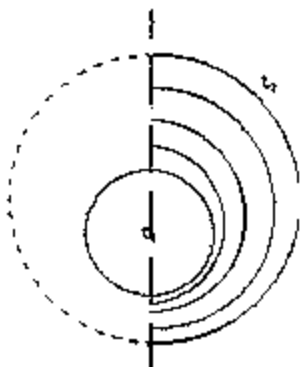
$$\Phi = -\lambda A \left( \frac{d}{dx} \right)_{x=0} = -\lambda A \theta_0 \frac{sh[m(H-x)](-m) + [h_2/(\lambda m)] ch[m(H-x)](-m)}{ch(mH) + [h_2/(\lambda m)] sh(mH)} \Big|_{x=0}$$

$$= \lambda A \theta_0 m \frac{sh(mH) + [h_2/(\lambda m)] ch(mH)}{ch(mH) + [h_2/(\lambda m)] sh(mH)}$$

### 多维导热

2-62 设有如附图所示的一偏心环形空间，其中充满了某种储热介质（如石蜡类物质）。白天，从太阳能集热器中来的热水使石蜡熔化，夜里冷却水流过该芯管吸收石蜡的熔解热而使石蜡凝固。假设在熔解过程的开始阶段，环形空间中石蜡的自然对流可以忽略不计，内外管壁分别维持在均匀温度  $t_1$  及  $t_2$ 。试定性画出偏心圆环中等温线的分布。

解:



偏心圆环中等温线的分布

2-63 有一用砖砌成的烟气通道，其截面形状如附图所示。已知内外壁温分别为  $t_1 = 80^\circ\text{C}$ ， $t_2 = 25^\circ\text{C}$ ，砖的导热系数为  $1.5 \text{ W/(m.K)}$ ，试确定每米长烟道上的散热量。

解：采用形状因子法计算，据已知条件

$$S = \frac{2\pi l}{\ln\left(1.08 \frac{b}{d}\right)} = 8.156m$$

$$\text{所以 } \Phi = S\lambda(t_1 - t_2) = 672.87 \text{ W/m}$$

2-64 设有如附图所示的一个无内热源的二维稳态导热物体，其上凹面，下表面分别维持在均匀温度  $t_1$  及  $t_2$ ，其余表面绝热。试：（1）画出等温线分布的示意图；（2）说明材料的导热系数是否对温度分布有影响。

2-65 试计算通过一立方体墙角（见附图）的热损失，已知每面墙厚 300mm，导热系数为  $0.8 \text{ W/(m.K)}$ ，内外壁温分别为  $400^\circ\text{C}$  及  $50^\circ\text{C}$ 。如果三面墙的内壁温度  $t_{11}, t_{12}, t_{13}$  各不相同，但均高于外壁温度，试提出一个估算热损失范围的方法。

解：  $\Phi = \lambda S \Delta t = 0.8 \times 0.15 \Delta t (400 - 50) = 0.8 \times 0.15 \times 0.30 \times 350 = 12.6 \text{ W}$ 。

作为一种估算可以取  $\frac{1}{3}(t_{11} + t_{12} + t_{13})$  作为内侧有效温度计算  $\Delta t$ 。

2-66 一根输送城市生活用水得管道埋于地下 3m 深处，如附图所示，其外径  $d = 500\text{mm}$ 。土壤的导热系数为  $1 \text{ W/(m.K)}$ ，计算在附图所示条件下每米管道的散热量；在一个严寒的冬天，地面结冰层厚达 1m 深，其它条件

不变, 计算此时的散热量。

解:

2-67 对于矩形区域内的常物性, 无内热源的导热问题, 试分析在下列四种边界条件的组合下, 导热物体为铜或钢时, 物体中的温度分布是否一样:

- (1) 四边均为给定温度;
- (2) 四边中有一个边绝热, 其余三个边均为给定温度;
- (3) 四边中有一个边为给定热流 (不等于零), 其余三个边中至少有一个边为给定温度;
- (4) 四边中有一个边为第三类边界条件。

解: (1) 一样, 因为两种 情况下的数学描写中不出现材料物性值;

(2) 一样, 理由同上;

(3) 不一样, 在给定热流的边上, 边界条件中出现固体导热系数;

(4) 不一样, 在第三类边界条件的表达式中出现固体导热系数。

2-68 一冰箱的冷冻室可看成是外形尺寸为  $0.5 \times 0.75m \times 0.75m$  的立方体, 其中顶面尺寸为  $0.75m \times 0.75m$ 。

冷冻室顶面及四个侧面用同样厚度的发泡塑料保温, 其导热系数为  $0.02 W/(m.K)$ ; 冷冻室的底面可近似认为是绝热的。冷冻室内壁温度为  $-10^\circ C$ , 外壁护板温度为  $30^\circ C$ 。设护板很薄且与发泡塑料接触良好。试估算发泡塑料要多厚才可限制冷量损失在  $45W$  以下。

解: 设发泡塑料的厚度为  $\Delta x$

采用形状因子法计算

其

$$S = 2 \times \frac{(0.75 - \Delta x)^2}{\Delta x} + \frac{(0.75 - 2\Delta x)(0.5 - 2\Delta x)}{\Delta x} + 0.54 \times (0.75 - 2\Delta x) + 2 \times \frac{(0.75 - 2\Delta x)(0.5 - 2\Delta x)}{\Delta x} + \frac{(0.75 - 2\Delta x)^2}{\Delta x} + 0.54 \times (0.5 - 2\Delta x) + 4 \times 0.15\Delta x - 2 \times (0.75 - 2\Delta x) \times (0.5 - 2\Delta x) - 2 \times (0.75 - 2\Delta x)^2$$

$$\Phi = S\lambda(t_1 - t_2)$$

代入数据解得

$$\Delta x = 0.03m$$

热阻分析

2-69 试写出通过半径为  $r_1, r_2$  的球壁的导热热阻的表达式。

$$\Phi = \frac{4\pi\lambda(t_1 - t_2)}{1/r_1 - 1/r_2}, \quad R = \frac{\Delta t}{\Phi} = \frac{1/r_1 - 1/r_2}{4\pi\lambda}$$

解: 球壳导热热流流量为:

2-70 试据定义导出具有两个等温面的固体导热热阻与其形状因子之间的关系, 并据此写出表 2-2 中第 5, 6 栏所示固体的导热热阻。

$$R = \frac{\Delta t}{\Phi}$$

解:

$$\Phi = S\lambda(t_1 - t_2)$$

$$R = \frac{1}{S\lambda}$$

所以

$$R_1 = \ln \frac{\sqrt{(d_1 + d_2)^2 - 4w^2} + \sqrt{(d_1 - d_2)^2 - 4w^2}}{\sqrt{(d_1 + d_2)^2 - 4w^2} - \sqrt{(d_1 - d_2)^2 - 4w^2}} / 2\pi\lambda l$$

第五栏:

$$R_2 = \ln \left( 1.08 \frac{b}{d} \right) / 2\pi\lambda l$$

第六栏:

2-71 两块不同材料的平板组成如附图所示的大平板。两板的面积分别为  $A_1, A_2$ , 导热系数分别为  $\lambda_1, \lambda_2$ 。如果该大平板的两个表面分别维持在均匀的温度  $t_1, t_2$ , 试导出通过该大平板的导热热量计算式。

解:  $R_1 = \delta / A_1 \lambda_1; R_2 = \delta / A_2 \lambda_2$

热阻是并联的, 因此总热阻为

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\delta}{A_1 \lambda_1 + A_2 \lambda_2}$$

$$Q = \frac{\Delta t}{R} = \frac{(t_2 - t_1)(A_1 \lambda_1 + A_2 \lambda_2)}{\delta}$$

导热总热量:

2-72 在如附图所示的换热设备中, 内外管之间有一夹层, 其间置有电阻加热器, 产生热流密度  $q$ , 该加热层温度为  $t_h$ 。内管内部被温度为  $t_i$  的流体冷却, 表面传热系数为  $h_i$ 。外管的外壁面被温度为  $t_0$  的流体冷却, 表面传热系数为  $h_0$ 。内外管壁的导热系数分别为  $\lambda_i, \lambda_0$ 。试画出这一热量传递过程的热阻分析图, 并写出每一项热阻的表达式。

$$R_i = \frac{r_2 - r_1}{2\pi r_2 \lambda_i}; R_i' = \frac{1}{2\pi r_1 h_i}$$

$$R_0 = \frac{r_3 - r_2}{2\pi r_2 \lambda_0}; R_0 = \frac{1}{2\pi r_2 h_0}$$

解:

2-73 一块尺寸为  $10\text{mm} \times 10\text{mm}$  的芯片 (附图中的 1) 通过厚  $0.02\text{mm}$  的环氧树脂层 (附图中 2) 与厚为  $10\text{mm}$  的铝基板 (附图中的 3) 相联接。芯片与铝基板间的环氧树脂热阻可取为  $0.9 \times 10^{-4} \text{m}^2 \cdot \text{K} / \text{W}$ 。芯片与基板的四周绝热, 上下表面与  $t_\infty = 25^\circ\text{C}$  的环境换热, 表面传热系数均为  $h = 150 \text{W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。芯片本身可视为一等温物体, 其发热率为  $1.5 \times 10^4 \text{W} / \text{m}^2$ 。铝基板的导热系数为  $2600 \text{W} / (\text{m} \cdot \text{K})$ 。过程是稳态的。试画出这一热传递过程的热阻分析图, 并确定芯片的工作温度。

提示: 芯片的热阻为零, 其内热源的生成热可以看成是由外界加到该节点上的。

解: 设芯片的工作温度为  $t^\circ\text{C}$

$$\Phi_1 = hA(t - t_\infty)$$

$$\Phi_2 = A \frac{t - t_\infty}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h}}$$

芯片下侧面传热量

$$\text{其中 } Q = qA, Q = \Phi_1 + \Phi_2; q = 1.5 \times 10^4 \text{W} / \text{m}^2$$

代入数据可得  $t = 75.35^\circ\text{C}$ 。

2-74 人类居住的房屋本来只是用于防雨雪及盗贼, 很少考虑节能与传热特性。随着世界范围内能源危机的发生以及人们生活水平的提高, 节能与舒适已经成为建筑业的一个重要考虑原则。采用空心墙使考虑节能的一种有效手段。以居民的传墙结构如附图所示。已知室内温度为  $20^\circ\text{C}$ , 室外温度为  $5^\circ\text{C}$ ; 室内墙面的表面传热系数为  $7\text{W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , 室外为  $28\text{W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ; 第一层塑料板厚  $12\text{mm}$ , 导热系数为  $0.16\text{W} / (\text{m} \cdot \text{K})$ , 第二层厚  $\text{mm}$ , 其中上部杨木层的导热系数为  $0.141\text{W} / (\text{m} \cdot \text{K})$ , 下部为空气; 第三层为砖, 厚  $200\text{mm}$ , 导热系数为  $0.72\text{W} / (\text{m} \cdot \text{K})$ 。试对于图示的这一段墙体画出热阻网络, 并计算其散热损失。

解:

2-75 有一管内涂层的操作过程如附图所示。在管子中央有一辐射棒, 直径为  $d_1$ , 其外表面发出的每米长度上的辐射热流密度为  $q_r$ , 管内抽成真空; 涂层表面的吸收比很高, 可近似地看成为黑体。管子外表面温度恒定为  $t_{s2}$ , 涂层很薄, 工艺要求涂层表面温度维持在  $t_{s1}$ 。试: (1) 导出稳态条件下用  $q_r, t_{s2}, r_2, r_3$  及管壁导热系数  $\lambda$  表示的管壁中的温度分布表达式。

(2) 设  $t_{s2} = 25^\circ\text{C}$ ,  $\lambda = 15 \text{W} / (\text{m} \cdot \text{K})$ ,  $r_2 = 35\text{mm}, r_3 = 48\text{mm}$ , 并要求  $t_{s1}$  应达到  $150^\circ\text{C}$ , 求  $q_r$  之值。

解：(1)管子内壁面的热流量为： $\Phi = \pi d_1 l q_r$ ，稳态条件下有：

$$\Phi = \frac{2\pi\lambda(t_{s1} - t_{s2})}{\ln(r_1/r_2)} = \pi d_1 l q_r, \quad \frac{2\pi\lambda(t_{s1} - t)}{\ln(r/r_2)} = \pi d_1 l q_r,$$

，在任一直径  $r$  处温度为  $t$ ，则有：

$$\frac{2\lambda(t - t_{s2})}{\ln(r_3/4)} = d_1 q_r, \quad t = \frac{d_1 q_r \ln(r_3/r)}{2\lambda} + t_{s2}.$$

即  $t = t_{s1} - d_1 q_r \ln(r/r_2)/(2\lambda)$ ，或：

$$q_r = \frac{2\lambda(t_{s1} - t_{s2})}{d_1 \ln(r_3/r_2)} = \frac{2 \times 15 \times (150 - 25)}{0.005 \ln(48/35)} = 2.375 \times 10^6 \text{ W/m}^2$$

(2)

$$q_L = \pi d_1 q_r = \frac{2\pi\lambda(t_{s1} - t_{s2})}{\ln(r_3/r_2)} = 3.7 \times 10^4 \text{ W/m}$$

每米长度上热负荷

2-76 刚采摘下来的水果，由于其体内葡萄糖的分解而具有“呼吸”作用，结果会在其表面析出  $\text{CO}_2$  水蒸气，并在体内产生热量。设在通风的仓库中苹果以如附图所示的方式堆放，并有  $5^\circ\text{C}$  的空气以  $0.6\text{m/s}$  的流速吹过。苹果每天的发热量为  $4000\text{J/kg}$ 。苹果的密度  $\rho = 840\text{kg/m}^3$ ，导热系数  $\lambda = 0.5\text{W/(m.K)}$ ；空气与苹果间的表面传热系数  $h = 6\text{W/(m}^2\text{.K)}$ 。试计算稳态下苹果表面及中心的温度。每个苹果可按直径为  $80\text{mm}$  的圆球处理。

$$\lambda \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \dot{\Phi} = 0$$

解：利用有内热源的一维球坐标方程：

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dt}{dr} \right) = -r^2 \dot{\Phi} / \lambda, \quad r^2 \frac{dt}{dr} = -\frac{r^3}{3} \dot{\Phi} / \lambda + c_1, \quad \frac{dt}{dr} = -\frac{r}{3} \dot{\Phi} / \lambda + \frac{c_1}{r^2},$$

$$t = -\frac{r^2}{6} \dot{\Phi} / \lambda + \frac{c_1}{r} + c_2$$

边界条件为：

$$r = 0, \frac{\partial t}{\partial r} = 0; \quad r = R - \lambda \frac{dt}{dr} = h(t - t_\infty).$$

为满足第一边界条件， $c_1$  必须为 0。

$$\lambda \left( -\frac{r}{3} \dot{\Phi} / \lambda \right) = h \left[ \left( -\frac{r^2}{6} \dot{\Phi} / \lambda + c_2 \right) - t_\infty \right], \quad \text{即：}$$

$$\frac{r \dot{\Phi}}{3} = h \left[ \left( -\frac{r^2}{6} \dot{\Phi} / \lambda + c_2 \right) - t_\infty \right], \quad \text{由此得：} \quad c_2 = \frac{\dot{\Phi} R}{3h} + \frac{\dot{\Phi} R^2}{6\lambda} + t_\infty,$$

温度分布为：

$$t(r) = \frac{\dot{\Phi} R}{3h} + \frac{\dot{\Phi}}{6\lambda} (R^2 - r^2) + t_\infty,$$

由此得：当  $r = R$  时， $t_s = \frac{\dot{\Phi} R}{3h} + t_\infty$ ；当  $r = 0$  时， $t_0 = \frac{\dot{\Phi} R}{3h} + \frac{\dot{\Phi} R^2}{6\lambda} + t_\infty$ 。

$t_s$  也可由稳态热平衡得出：

$$\dot{\Phi} \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = 4\pi R^2 h (t_s - t_\infty), \quad \text{由此得：} \quad t_s = \frac{\dot{\Phi} R}{3h} + t_\infty,$$

$$\dot{\Phi} = 4000 \text{ J/(m}^3 \text{ day)} = \frac{4000 \text{ J}}{1.190 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \times 24 \times 3600 \text{ s}} = \frac{4000 \text{ J}}{102.8 \text{ m}^2 \text{ s}} = 38.9 \text{ W/m}^2,$$

$$t_s = 5^\circ\text{C} + \frac{\dot{\Phi} R}{3h} = 5^\circ\text{C} + \frac{38.9 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \times 0.04 \text{ m}}{3 \times 6 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}} = 5^\circ\text{C} + 0.086^\circ\text{C} = 5.09^\circ\text{C},$$

$$t_0 = 5^\circ\text{C} + \frac{\Phi R}{3h} + \frac{\dot{\Phi} R^2}{6\lambda} = 5.09 + \frac{38.9 \times 0.04^\circ\text{C}}{6 \times 0.5} = 5.09 + 0.02 = 5.11^\circ\text{C}。$$

2-77 在一有内热源的无限大平板的导热问题中，平板两侧面温度分别为  $t_1$  ( $x=0$  处) 及  $t_2$  ( $x=\delta$  处)。平板内温度分布为  $(t-t_1)/(t_2-t_1)=c_1+c_2x^2+c_3x^3$ 。其中  $c_1, c_2, c_3$  为待定常数， $x=0$  处的内热源强度为  $\dot{\Phi}_0$ 。

试确定该平板中内热源  $\dot{\Phi}(x)$  的表达式。

解：导热系数为常数有内热源的导热微分方程为

$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0$$

平板内温度分布为  $(t-t_1)/(t_2-t_1)=c_1+c_2x^2+c_3x^3$

又  $x=0, t=t_1; x=\delta, t=t_2$ ;  $x=0$  处的内热源强度为  $\dot{\Phi}_0$

两次积分及边界条件可得

$$-\frac{\dot{\Phi}_0}{\lambda} + 6x^2 \left( \frac{t_2-t_1}{\delta^3} + \frac{\dot{\Phi}_0}{\lambda \delta^2} \right) + \frac{\dot{\Phi}(x)}{\lambda} = 0$$

即内热源的表达式。

2-78 为了估算人体的肌肉由于运动而引起的温升，可把肌肉看成是半径为 2cm 的长圆柱体。肌肉运动产生的热量相当于内热源，设  $\dot{\Phi} = 5650 \text{ W/m}^3$ 。肌肉表面维持在  $37^\circ\text{C}$ 。过程处于稳态，试估算由于肌肉运动所造成的最大温升。肌肉的导热系数为  $0.42 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。

解：如右图所示，一维稳态导热方程  $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r\lambda \frac{dt}{dr} \right) + \dot{\Phi} = 0, \frac{d}{dr} \left( r\lambda \frac{dt}{dr} \right) = -\dot{\Phi} r,$

$$r\lambda \frac{dt}{dr} = -\frac{\dot{\Phi} r^2}{2} + c_1, \frac{dt}{dr} = -\frac{\dot{\Phi} r}{2\lambda} + \frac{c_1}{\lambda r}, t = -\frac{\dot{\Phi} r^2}{4\lambda} + \frac{c_1}{\lambda} \ln r + c_2。$$

$$r=0, \frac{dt}{dr} = 0, \therefore c_1 = 0; r=R, t=t_w, t_w = -\frac{\dot{\Phi} R^2}{4\lambda} + c_2, c_2 = \frac{\dot{\Phi} R^2}{4\lambda} + t_w,$$

$$\therefore t = -\frac{\dot{\Phi} r^2}{4\lambda} + t_w + \frac{\dot{\Phi} R^2}{4\lambda} = \frac{\dot{\Phi} (R^2 - r^2)}{4\lambda} + t_w, \text{ 最大温度发生在 } r=0 \text{ 处,}$$

$$t_0 - t_w = \Delta t_{\max} = \frac{\dot{\Phi} R^2}{4\lambda} = \frac{5650 \times 0.02^2}{4 \times 0.42} = 1.35^\circ\text{C}。$$

2-79 一日式火锅的手柄为圆锥形空心圆柱，如附图所示。今将其简化成为等直径圆柱体。设：圆筒内、外表面各为  $2 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$  及  $10 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ，直径分别为 25mm 与 30mm，柄长 90mm，筒体内、外流体温度为  $15^\circ\text{C}$ ，手柄与锅体相接部分的温度为  $70^\circ\text{C}$ 。试计算：(1)手柄局部温度为  $35^\circ\text{C}$  处的位置；(2)上述条件下手柄所传递的热流量。

解：

2-80 北极爱斯基摩人的住屋用压紧的雪做成，长呈半球形，如附图所示。假设球的内径为 1.8m，球壁厚 0.5m，压紧的雪与冰的导热系数均为  $0.15 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 。一般情况下室外温度  $t_\infty = -40^\circ\text{C}$ ，表面传热系数为  $15 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。室内表面（包括冰地面）的表面传热系数为  $6 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ，冰地面的温度为  $-20^\circ\text{C}$ ，一家三口的发热量为 950W，试确定半球小屋内的空气平均温度。

解：

2-81 一种救火员穿戴的现代化的衣料如图所示。其中面罩料、湿面料以及热面料的厚度及其导热系数见附表。

热量通过两层空气隙传递时，既有导热又有辐射，辐射热流量可以按对流的方式计算： $q_{\text{rad}} = h_{\text{rad}}(T_1 - T_2)$ ，

其中  $T_1, T_2$  为空气隙两表面的温度， $h_{\text{rad}} = 4\sigma T_{\text{av}}^3, T_{\text{av}} = (T_1 + T_2)/2$ 。假定每层空气隙都可以按  $T_{\text{av}} = 470 \text{ K}$

来计算辐射热流密度，试假定每层导热的面积热阻。在一次演习中，救火员一副表面接到  $2500 \text{ W/m}^2$  的辐射热流，试计算当该衣服内表面温度达到  $65^\circ\text{C}$ （皮肤不受损伤的最高温度）时的外表面温度。

导热层名称	$\lambda/[W/(mK)]$	$\delta/mm$
面罩料	0.047	0.8
湿面料	0.012	0.55
热面料	0.038	3.5

2-82 有一空气冷却器采用如附图所示的结构，冷却水在管外流动，温度为  $t_0$ ，表面传热系数  $h_0 = 2000 \sim 3000 W/(m^2 \cdot K)$ 。管内中心安置了 8 个径向肋片，空气在所形成的 8 个扇形空腔中流动，温度为  $t_i$ ，表面传热系数为  $h_i$ 。运行中芯管的中间不通过空气（两头进出口处堵死）。试针对下列条件计算每米长管子上空气的散热量： $d_i = 12mm, d_0 = 36mm, t_0 = 35^\circ C, t_i = 100^\circ C, h_i = 50 W/(m^2 \cdot K), \delta = 1mm$ ，管材及肋片为铜，其  $\lambda = 390 W/(m \cdot K)$ ，管子壁厚为 2mm。

解：肋片高度  $H = \frac{36 - 4 - 12}{2} = \frac{30}{2} = 15mm$ ，肋效率按等截面直肋估计，内管管壁附近的看成为垂直延伸

部分，故实际肋长为： $H = 15 + \frac{3.14 \times 12 - 8}{8} = 15 + 3.71 = 18.71mm$ ，但肋端真正绝热， $mH = \sqrt{\frac{2h}{\lambda A_c}} H^{\frac{3}{2}}$ ，

$h_i = 50 W/(m^2 \cdot K), \lambda = 390 W/(m \cdot K)$ ,

$A_L = \delta H = 0.001 \times 0.01871 = 1.871 \times 10^{-5} m^2$ ,

$\therefore mH = \sqrt{\frac{2 \times 50}{390 \times 1.871 \times 10^{-5}}} \times 0.01871^{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{100 \times 10^{-5}}{729}} \times 2.559 \times 10^{-3}$ ,

$= \sqrt{1.371 \times 10^4} \times 2.559 \times 10^{-3} = 1.17 \times 10^2 \times 2.559 \times 10^{-3} = 2.996 \times 10^{-4} \cong 0.3$ ,

$\eta = \frac{th(mH)}{mH} = \frac{0.291}{0.3} = 0.97, \Phi_i = \frac{t - t_0}{\frac{1}{h_0 A_0} + \frac{\delta}{\lambda A_m} + \frac{1}{h_i A_{ieff}}}$ ,

$A_{ieff} = [\pi(d_0 - 2\delta) + \eta_{fin}(8 \times 2 \times H + \pi d_i - 8\delta)] \times 1$   
 $= 10^{-3} \times [3.14 \times 32 + 0.97 \times (2 \times 8 \times 18.71 + 3.14 \times 12 - 8)]$   
 $= 10^{-3} \times [100.5 + 0.97(299.36 + 37.68 - 8)]$   
 $= 10^{-3} \times (100.5 + 0.97 \times 329.04) = 4.098 \times 10^{-1} m^2/m$ ,

$A_o = 3.14 \times 10^{-3} \times 36 = 1.13 \times 10^{-1} m^2/m$ ,

$A_m = 3.14 \times 10^{-3} \times 34 = 1.07 \times 10^{-1} m^2/m$ ,

$\Phi_i = \frac{(100 - 35) \times 10^{-1}}{\frac{1}{2500 \times 1.13} + \frac{0.002}{390 \times 1.07} + \frac{1}{50 \times 4.098}}$

代入得： $= \frac{65 \times 0.1}{3.54 \times 10^{-4} + 4.8 \times 10^{-6} + 4.88 \times 10^{-3}} = \frac{65 \times 0.1 \times 10^3}{5.239} = 1240 W/m$ 。

2-83 在温度变化范围  $t_1 \sim t_2$  之间，若材料的导热系数与温度成线性关系  $\lambda(t) = \lambda_0(1 + bt)$ ，则可采用下列方法来确定系数  $b$ ：用该材料制成一块厚的平壁，并使其两侧面保持在温度  $t_1$  及  $t_2$ ，用热电偶测定平壁中间层的温度  $t_c$ ，则  $t_1, t_2$  及  $t_c$  之值即可确定系数  $b$ ，试导出  $b$  与上述三个温度的关系式。

解：设一维、稳态、无内热源、常物性导热问题， $b > 0$ ，在平壁中任一  $x$  处：

$$q = -\lambda_0(1+bt)\frac{dt}{dx} = \text{const}, \int_0^b q dx = -\int_{t_1}^{t_2} \lambda_0(1+bt) dt,$$

$$q = -\frac{\lambda_0}{\delta} \left[ \left( t_2 + \frac{bt_2^2}{2} \right) - \left( t_1 + \frac{bt_1^2}{2} \right) \right]$$

作同样积分，但以  $\delta/2$  为积分上限得：

$$q = -\frac{2\lambda_0}{\delta} \left[ \left( t_{\delta/2} + \frac{bt_{\delta/2}^2}{2} \right) - \left( t_1 + \frac{bt_1^2}{2} \right) \right] \quad (b)$$

其中， $t_{\delta/2} = \frac{t_1+t_2}{2} + \Delta t_0$  为已知值，于是令  $(a) = (b)$ ，并以上述  $t_{\delta/2}$  表达式代入：

$$\frac{\lambda_0}{\delta} \left[ \left( t_2 + \frac{bt_2^2}{2} \right) - \left( t_1 + \frac{bt_1^2}{2} \right) \right] = \frac{2\lambda_0}{\delta} \left[ \left( t_{\delta/2} + \frac{bt_{\delta/2}^2}{2} \right) - \left( t_1 + \frac{bt_1^2}{2} \right) \right],$$

$$b = \frac{2\Delta t_0}{\left( t_1^2 + t_2^2 \right)/2 - \left[ (t_1 + t_2)/2 + \Delta t_0 \right]^2}.$$

最后可解出：

2-84 一种利用对比法测定材料导热系数的装置示意图如附图所示。用导热系数已知的材料 A 及待测导热系数的材料 B 制成相同尺寸的两个长圆柱体，并垂直地安置于温度为  $t_s$  的热源上。采用相同办法冷却两个柱体，并在离开热源相同的距离  $x_1$  处测定两柱体的温度  $t_A, t_B$ 。已知  $\lambda_A = 200 \text{ W/(m.K)}$ ， $t_A = 75^\circ\text{C}$ ， $t_B = 65^\circ\text{C}$ ， $t_s = 100^\circ\text{C}$ ， $t_\infty = 25^\circ\text{C}$ 。试确定  $\lambda_B$  之值。

解：设圆棒可作为无限长情形处理，即： $x \rightarrow 0, \frac{d\theta}{dx} = 0$ 。则有：

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t - t_\infty}{t_s - t_\infty} = e^{-mx}, \quad \text{即: } \ln\left(\frac{t - t_\infty}{t_s - t_\infty}\right) = -mx = -\sqrt{\frac{hp}{\lambda A_c}} x,$$

$$\frac{\ln\left(\frac{t_A - t_\infty}{t_s - t_\infty}\right)}{\ln\left(\frac{t_B - t_\infty}{t_s - t_\infty}\right)} = \sqrt{\frac{\lambda_B}{\lambda_A}}, \quad \sqrt{\lambda_B} = \sqrt{\lambda_A} \frac{\ln\left(\frac{t_A - t_\infty}{t_s - t_\infty}\right)}{\ln\left(\frac{t_B - t_\infty}{t_s - t_\infty}\right)},$$

因而对两个棒有：

$$\sqrt{\lambda_B} = \sqrt{200} \times \frac{\ln\left(\frac{75-25}{100-25}\right)}{\ln\left(\frac{65-25}{100-25}\right)} = 14.14 \times \frac{\ln(0.6666)}{\ln(0.5333)} = 14.14 \times \frac{0.4056}{0.6286} = 9.123,$$

$$\lambda_B = 83.2 \text{ W/(m.K)}$$

讨论：如果测得了 A、B 两棒不同  $x$  处具有相同得温度，也可据  $\lambda_A$  而得  $\lambda_B$ 。

如上题设  $x_A = 0.15\text{m}$ ， $x_B = 0.075\text{m}$  具有相同得温度，在  $\frac{l}{d} \gg 1$  得前提下，仍有： $\frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty} = e^{-mx}$ ，

$$m = \sqrt{\frac{hp}{\lambda A_c}}. \quad \text{因为 } t_A(x_A) = t_B(x_B), \text{ 故 } \theta_A(x_A) = \theta_B(x_B),$$

$$m_A x_A = m_B x_B, \quad \left( \sqrt{\frac{hp}{\lambda A_c}} \right)_A x_A = \left( \sqrt{\frac{hp}{\lambda A_c}} \right)_B x_B$$

亦即

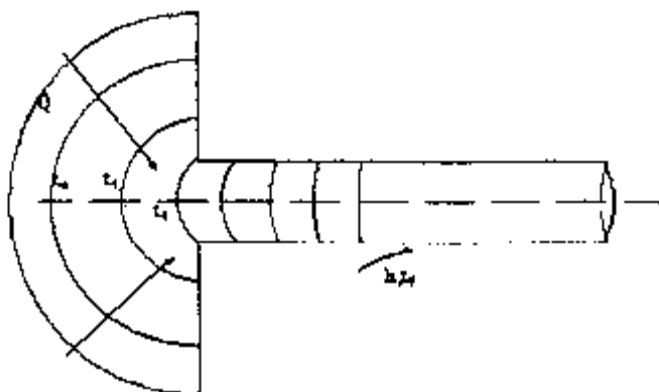
，其中  $p, h, A_c$  均相同，

故有：  $\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\right) = \frac{x_B}{x_A}$ ，即  $\lambda_B = \lambda_A \left(\frac{x_B}{x_A}\right)^2 = 200 \times \left(\frac{0.075}{0.15}\right)^2 = 50 \text{ W/(mK)}$ 。

2-85 当把直径为  $d$  的金属柱体安置到温度为  $t_s$  的等温壁面上去时，一般都假定金属柱体与基体交接处的温度为  $t_s$ 。实际上，由于要向柱体传导热量，交接处（即肋根）的温度常要略低于离开肋根较远处的温度  $t_s$ （设柱体周围的流体温度  $t_\infty$  低于  $t_s$ ）。试：（1）定性的画出肋根附近（包括基体及柱体中的部分区域）的等温线分布；（2）定性分析柱体与周围流体间的表面传热系数  $h$  及柱体导热系数  $\lambda$  的大小对肋根处温度下降的影响；（3）如果把柱体看做是测定壁温的热电偶，由上述分析可以得到什么样的启示？设柱体与基体之间接触良好，不存在接触热阻（见附图）。

解：设稳态，无接触热阻。

（1）在固体表面上设置了一个固体圆柱后，圆柱根部温度会低于  $t_s$ ，这是因为加了圆柱体相当于增加了该处得散热量。其时圆柱根部温度得分布大致如图示：



（2） $h$  越大，肋根处温度下降越明显；导热系数越大，温度下降越明显。

（3）热电偶热节点测定得温度值实际上已经偏离了未接触热电偶时该处温度之值，即存在着测温误差，要减少测温误差，因尽量减小沿热电偶导线的热量传递。

2-86 有一冷却电子器件的散热器（长称热沉，heat sink）如附图所示，其中  $L$  为垂直于纸面方向的尺度。热沉底面温度为  $75^\circ\text{C}$ 。试计算：（1）肋片的效率；（2）肋面总效率；（3）该热沉能散发的热量。热沉的材料为铝，导热系数为  $180 \text{ W/(mK)}$ 。

解：

2-87 有一用针肋构成的热沉用来使处于微腐蚀性环境中的发热表面维持在  $70^\circ\text{C}$ ，发热表面的尺寸为  $10\text{cm} \times 16\text{cm}$ 。针肋的高度与直径分别为  $3\text{cm}$  与  $4.2\text{cm}$ ，材料为不锈钢，导热系数为  $15 \text{ W/(mK)}$ 。在周围流体温度为  $20^\circ\text{C}$ 、考虑对流与辐射作用在内的表面传热系数为  $70 \text{ W/(m}^2\text{K)}$  的条件下，试计算为散发  $80\text{W}$  的热量需要多少个针肋？

解：

## 小论文题目

2-88 为了测定  $\text{CO}_2$  在微细管道内的对流传热表面传热系数，采用对实验管道直接通电加热的方法。假定电流产生的热量所形成的内热源均匀分布，记为  $\dot{\Phi}$ ，管道的内外径分别为  $d$  与  $D$ ，外表面绝热良好（见附图），通过管壁的导热可以作为一维问题处理。实验测得管外壁面温度为  $t_{wo}(x)$ ，试导出据测定的外表面温度  $t_{wo}(x)$  及  $\dot{\Phi}$  确定管内壁面温度  $t_{wi}(x)$  的计算式。

解：

2-89 对于长方形截面的直肋片，试分析在一定的金属耗量下，为使肋片的散热量最大，肋片的  $H$ 、 $\delta$  与  $\lambda$ 、 $h$  之间应满足怎样的关系？（参见图 2-15）。

解：

2-90 对于附图所示的圆截面直肋，设肋端（ $x=H$ ）是绝热的。按本书的讨论，肋片中过余温度的分布满足



$$\theta(x) = \theta_0 \frac{ch[m(x-H)]}{ch(mH)} m = \sqrt{\frac{hp}{\lambda A_c}}$$

在导出上式的几个假定条件下，试分析在一定的金属消耗量下，为使肋片的散热量达到最大，肋片几何尺寸  $H, d$  与其导热系数，表面传热系数之间应满足怎样的关系？设  $\lambda, h$  均为常数。

解：按教材中式 (2-38)，有：
$$\Phi = \lambda \frac{\pi d^2}{4} m \theta_0 th(mH)$$
，直肋的体积正比于  $d^2 H$ ，令  $V_f = d^2 H$ ，则上式可

写为：
$$\Phi = \frac{\pi \theta_0}{2} (h \lambda d^3)^{1/2} th \left\{ 2 V_f \left[ h / (\lambda d^5) \right]^{1/2} \right\}$$
 (m 已用  $\sqrt{\frac{4h}{\lambda d}}$  代入)。

按题意， $V_f, \lambda, h$  均保持不变，则最佳直径应满足  $\frac{d\Phi}{dd} = 0$ ，由此得：

$$\frac{\pi \theta_0}{2} (h \lambda)^{1/2} \left\{ \frac{3}{2} d^{1/2} th \left[ 2 V_f \left( \frac{h}{\lambda d^5} \right)^{1/2} \right] - 5 V_f \left( \frac{h}{\lambda d^4} \right)^{1/2} sedh^2 \left[ 2 V_f \left( \frac{h}{\lambda d^5} \right)^{1/2} \right] \right\} = 0$$

令  $\beta = 2 V_f \left[ h / (\lambda d^5) \right]^{1/2}$ ，可得下列超越方程：
$$th(\beta) = \frac{5}{3} \beta \sec h^2(\beta)$$
，

或：
$$sh(2\beta) = \frac{10\beta}{3}$$
，由此解出： $\beta = 0.919296$ ，代入其定义式，可得最佳工况下直径应满足的关系式：

$$d_{opt} = 4.733 \left( \frac{h H^2}{\lambda} \right)^{1/3}$$

## 第三章

### 思考题

1. 试说明集总参数法的物理概念及数学处理的特点

答：当内外热阻之比趋于零时，影响换热的主要环节是在边界上的换热能力。而内部由于热阻很小而温度趋于均匀，以至于不需要关心温度在空间的分布，温度只是时间的函数，

数学描述上由偏微分方程转化为常微分方程、大大降低了求解难度。

2. 在用热电偶测定气流的非稳态温度场时,怎样才能改善热电偶的温度响应特性?

答：要改善热电偶的温度响应特性，即最大限度降低热电偶的时间常数  $\tau_c = \frac{\rho c V}{h A}$ ，形状上要降低体面比，要选择热容小的材料，要强化热电偶表面的对流换热。

3. 试说明“无限大平板”物理概念,并举出一二个可以按无限大平板处理的非稳态导热问题

答：所谓“无限大”平板，是指其长宽尺度远大于其厚度，从边缘交换的热量可以忽略不计，当平板两侧换热均匀时，热量只垂直于板面方向流动。如薄板两侧均匀加热或冷却、炉墙或冷库的保温层导热等情况可以按无限大平板处理。

4. 什么叫非稳态导热的正规状态或充分发展阶段?这一阶段在物理过程及数学处理上都有些什么特点?

答：非稳态导热过程进行到一定程度,初始温度分布的影响就会消失，虽然各点温度仍随时间变化,但过余温度的比值已与时间无关，只是几何位置( $x/\delta$ )和边界条件(Bi 数)

的函数,亦即无量纲温度分布不变,这一阶段称为正规状况阶段或充分发展阶段。这一阶段的数学处理十分便利,温度分布计算只需取无穷级数的首项进行计算。

5. 有人认为,当非稳态导热过程经历时间很长时,采用图 3-7 记算所得的结果是错误的.理由是: 这个图表明,物体中各点的过余温度的比值与几何位置及  $Bi$  有关,而与时间无关.但当时间趋于无限大时,物体中各点的温度应趋近流体温度,所以两者是有矛盾的。你是否同意这种看法,说明你的理由。

答:我不同意这种看法,因为随着时间的推移,虽然物体中各点过余温度的比值不变但各点温度的绝对值在无限接近。这与物体中各点温度趋近流体温度的事实并不矛盾。

6. 试说明  $Bi$  数的物理意义。 $Bi \rightarrow 0$  及  $Bi \rightarrow \infty$  各代表什么样的换热条件?有人认为,  $Bi \rightarrow \infty$  代表了绝热工况,你是否赞同这一观点,为什么?

答:  $Bi$  数是物体内外热阻之比的相对值。 $Bi \rightarrow 0$  时说明传热热阻主要在边界,内部温度趋于均匀,可以用集总参数法进行分析求解;  $Bi \rightarrow \infty$  时,说明传热热阻主要在内部,可以近似认为壁温就是流体温度。认为  $Bi \rightarrow 0$  代表绝热工况是不正确的,该工况是指边界热阻相对于内部热阻较大,而绝热工况下边界热阻无限大。

7. 什么是分非稳态导热问题的乘积解法,他的使用条件是什么?

答:对于二维或三维非稳态导热问题的解等于对应几个一维问题解的乘积,其解的形式是无量纲过余温度,这就是非稳态导热问题的乘积解法,其使用条件是恒温介质,第三类边界条件或边界温度为定值、初始温度为常数的情况。

8. 什么是“半无限大”的物体?半无限大物体的非稳态导热存在正规阶段吗?

答:所谓“半无限大”物体是指平面一侧空间无限延伸的物体:因为物体向纵深无限延伸,初温温度的影响永远不会消除,所以半无限大物体的非稳态导热不存在正规状况阶段。

9. 冬天,  $72^{\circ}\text{C}$  的铁与  $600^{\circ}\text{C}$  的木材摸上去的感觉一样吗,为什么?

10. 本章的讨论都是对物性为常数的情形作出的,对物性温度函数的情形,你认为怎样获得其非稳态导热的温度场?

答:从分析解形式可见,物体的无量纲过余温度是傅立叶数 ( $\alpha\tau/l^2$ ) 的负指数函数,即表示在相同尺寸及换热条件下,导热系数越大的物体到达指定温度所需的时间越短、这正说明导热系数所代表的物理含义。

## 习题

### 基本概念及定性分析

3-1 设有五块厚 30mm 的无限大平板,各用银、铜、钢、玻璃及软木做成,初始温度均匀 ( $20^{\circ}\text{C}$ ),两个侧面突然上升到  $60^{\circ}\text{C}$ ,试计算使用中心温度上升到  $56^{\circ}\text{C}$  时各板所需的时间。五种材料的热扩散依次为  $170 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ 、 $103 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ 、 $12.9 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ 、 $0.59 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$  及  $0.155 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ 。由此计算你可以得出什么结论?

解:一维非稳态无限大平板内的温度分布如下函数关系式:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t - t_0}{t_{\infty} - t_0} = f(Bi, Fo, \frac{x}{\delta})$$

不同材料的无限大平板，均处于第一类边界条件（即  $Bi \rightarrow \infty$ ）。由题意知材料达到同样工况式  $Bi$  数和  $x/\delta$  相同，要使温度分布相同，则只需  $Fo$  数相同

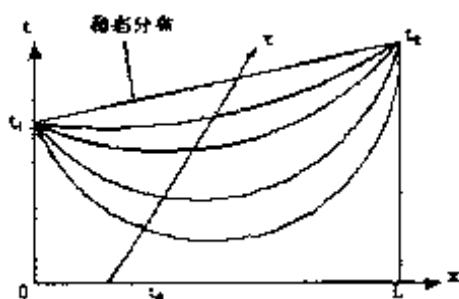
因此， $(Fo)_1 = (Fo)_2$ ，即  $\left(\frac{\alpha\tau}{\delta^2}\right)_1 = \left(\frac{\alpha\tau}{\delta^2}\right)_2$ ，而  $\delta$  相等

故知  $\alpha$  小所需时间大  $\alpha_{\text{铜}} > \alpha_{\text{银}} > \alpha_{\text{钢}} > \alpha_{\text{玻璃}} > \alpha_{\text{软木}}$

所以  $\tau_{\text{铜}} < \tau_{\text{银}} < \tau_{\text{钢}} < \tau_{\text{玻璃}} < \tau_{\text{软木}}$ 。

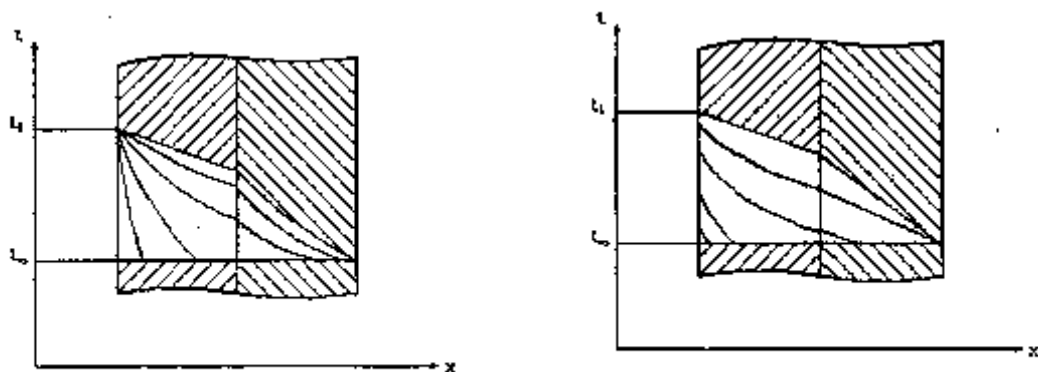
3-2 设一根长为 1 的棒有均匀初温度  $t_0$ ，此后使其两端在恒定的  $t_1$  ( $x=0$ ) 及  $t_2 > t_1 > t_0$ 。棒的四周保持绝热。试画出棒中温度分布随时间变化的示意曲线及最终的温度分布曲线。

解：由于棒的四周保持绝热，因而此棒中的温度分布相当于厚为 1 的无限大平板中的分布，随时间而变化的情形定性的示于图中。



3-3 假设把汽轮机的汽缸壁及其外的绝热层近似地看成是两块整密接触的无限大平板（绝热层厚度大于汽缸壁）。试定性画出汽缸机从冷态启动（即整个汽轮机均与环境处于热平衡）后，缸壁及绝热层中的温度分布随时间的变化。

解：

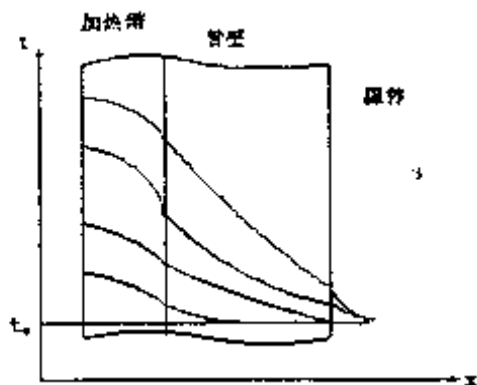


(a) 设内壁一下子达到额定温度  $t_1$

(b) 内壁温度逐渐上升的情况

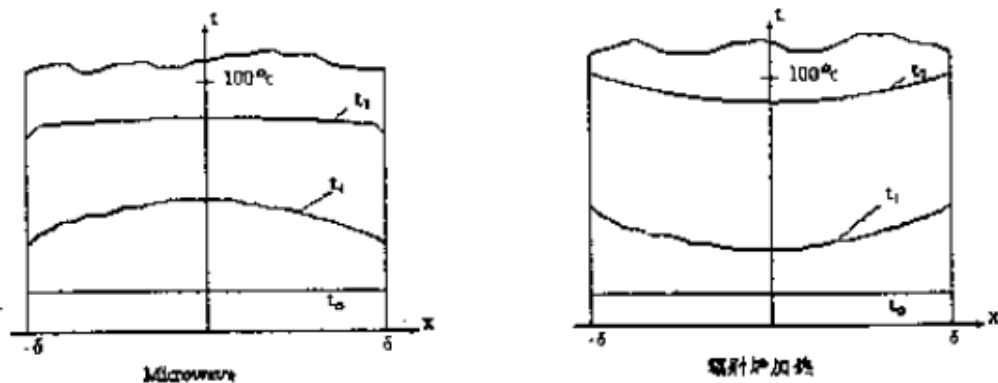
3-4 在一内部流动的对流换热试验中（见附图），用电阻加热器产生热量加热量管道内的流体，电加热功率为常数，管道可以当作平壁对待。试画出在非稳态加热过程中系统中的温度分布随时间的变化（包括电阻加热器，管壁及被加热的管内流体）。画出典型的四个时刻：初始状态（未开始加热时），稳定状态及两个中间状态。

解：如图所示：



3-5 现代微波炉加热物体的原理是利用高频电磁波使物体中的分子极化从而产生振荡,其结果相当于物体中产生了一个接近于均匀分布的内热源,而一般的烘箱则是从物体的表面上进行接近恒热流的加热。设把一块牛肉当作厚为  $2\delta$  的无限大平板,试定性地画出采用微波炉及烘箱对牛肉加热(从室温到最低温度为  $85^{\circ}\text{C}$ )过程中牛肉的温度分布曲线(加热开始前,加热过程中某一时刻及加热终了三个时刻)。

解: 假设: 辐射加热时表面热源均匀; 散热略而不计。



### 集总参数法分析

3-6 一初始温度为  $t^0$  的物体,被置于室温为  $t_{\infty}$  的房间中。物体表面的发射率为  $\varepsilon$ , 表面与空气间的换热系数为  $h$ 。物体的体集积为  $V$ , 参数与换热的面积为  $A$ , 比热容和密度分别为  $c$  及  $\rho$ 。物体的内热阻可忽略不计,试列出物体温度随时间变化的微分方程式。

解: 由题意知, 固体温度始终均匀一致, 所以可按集总热容系统处理

固体通过热辐射散到周围的热量为:

$$q_1 = \sigma A(T^4 - T_{\infty}^4)$$

固体通过对流散到周围的热量为:

$$q_2 = hA(T - T_{\infty})$$

固体散出的总热量等于其焓的减小

$$q_1 + q_2 = -\rho c v \frac{d_t}{d_{\tau}} \quad \text{即}$$

$$\sigma A(T^4 - T_{\infty}^4) + hA(T - T_{\infty}) = -\rho c v \frac{d_t}{d_{\tau}}$$

3-7 如图所示，一容器中装有质量为  $m$ 、比热容为  $c$  的流体，初始温度为  $t_0$ 。另一流体在管内凝结放热，凝结温度为  $t_\infty$ 。容器外壳绝热良好。容器中的流体因有搅拌器的作用而可认为任一时刻整个流体的温度都是均匀的。管内流体与容器中流体间的总传热系数  $k$  及传热面积  $A$  均为已知， $k$  为常数。试导出开始加热后任一时刻  $t$  时容器中流体温度的计算式。

解：按集总参数处理，容器中流体温度由下面的微分方程式描述

$$hA(T - T_1) = -\rho cv \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{T - T_1}{T_0 - T_1} = \exp\left(-\frac{kA}{\rho c} \tau\right)$$

此方程的解为

3-8 一具有内部加热装置的物体与空气处于热平衡。在某一瞬间，加热装置投入工作，其作用相当于强度为  $\dot{Q}$  的内热源。设物体与周围环境的表面传热系数为  $h$ （常数），内热阻可以忽略，其他几何、物性参数均已知，试列出其温度随时间变化的微分方程式并求解之。

解：集总参数法的导热微分方程可以利用能量守恒的方法得到

$$\rho cv \frac{dT}{dt} = -hA(T - t_\infty) + \dot{Q}$$

引入过余温度，则其数学描写如下：

$$\begin{cases} \rho cv \frac{d\theta}{dt} = -hA\theta + \dot{Q} \\ \theta(0) = t_0 - t_\infty = \theta_0 \end{cases}$$

$$\theta = T - t_\infty = \theta_0 e^{-\frac{hA}{\rho cv} \tau} + \frac{\dot{Q}}{hA} (1 - e^{-\frac{hA}{\rho cv} \tau})$$

故其温度分布为：

3-9 一热电偶的  $\rho cv/A$  之值为  $2.094 \text{ KJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，初始温度为  $20^\circ\text{C}$ ，后将其置于  $320^\circ\text{C}$  的气流中。试计算在气流与热电偶之间的表面传热系数为  $58 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  的两种情况下，热电偶的时间常数并画出两种情况下热电偶读数的过余温度随时间变化的曲线。

$$\tau_c = \frac{\rho cv}{hA}$$

解：由

$$\text{当 } h = 58 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \text{ 时, } \tau_c = 0.036 \text{ s}$$

$$\text{当 } h = 116 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \text{ 时, } \tau_c = 0.018 \text{ s}$$

3-10 一热电偶热接点可近似地看成为球形，初始温度为  $25^\circ\text{C}$ ，后被置于温度为  $200^\circ\text{C}$  地气流中。问欲使热电偶的时间常数  $\tau_c = 1 \text{ s}$  热接点的直径应为多大？以知热接点与气流间的表面传热系数为  $35 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，热接点的物性为： $\lambda = 20 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $c = 400 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ， $\rho = 8500 \text{ kg}/\text{m}^3$ ，如果气流与热接点之间还有辐射换热，对所需的热接点直径有何影响？热电偶引线的影响忽略不计。

解：由于热电偶的直径很小，一般满足集总参数法，时间常数为： $\tau_c = \frac{\rho c V}{hA}$

$$\text{故 } V/A = R/3 = \frac{t_c h}{\rho c} = \frac{1 \times 350}{8500 \times 400} = 10.29 \times 10^{-5} m$$

$$\text{热电偶的直径: } d = 2R = 2 \times 3 \times 10.29 \times 10^{-5} = 0.617 m$$

验证 Bi 数是否满足集总参数法

$$Bi_v = \frac{h(V/A)}{\lambda} = \frac{350 \times 10.29 \times 10^{-5}}{20} = 0.0018 \ll 0.0333$$

故满足集总参数法条件。

若热接点与气流间存在辐射换热，则总表面传热系数 h（包括对流和辐射）增加，由  $\tau_c = \frac{\rho c V}{hA}$  知，保持  $\tau_c$  不变，可使 V/A 增加，即热接点直径增加。

3-11 一根裸露的长导线处于温度为 t 的空气中，试导出当导线通以恒定电流 I 后导线温度变化的微分方程式。设导线同一截面上的温度是均匀的，导线的周长为 P，截面积为  $A_c$  比热容为 c，密度为  $\rho$  电阻率为  $\rho_e$ ，与环境的表面传热系数为 h，长度方向的温度变化略而不计。若以知导线的质量为

$3.45 g/m$ ,  $c = 460 J/(kg \cdot K)$ , 电阻值为  $3.63 \times 10^{-2} \Omega/m$ , 电流为 8A, 试确定导线刚通电瞬间的温升率。

解：对导线的任意段长度  $dx$  作热平衡，可得： $A_c dx \rho c \frac{dt}{d\tau} + hPdx(t - t_\infty) = I^2 (\frac{r dx}{A_c})$ ,

$$\text{令 } \theta = t - t_\infty, \text{ 可得: } \frac{d\theta}{d\tau} = \frac{I^2 r}{A_c^2 \rho c} - \frac{hP\theta}{A_c \rho c}, \tau = 0, \theta = t - t_\infty = 0,$$

在通电的初始瞬间， $\theta = t - t_\infty = 0$ , 则有：

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{I^2 r}{A_c^2 \rho c} = I^2 \cdot \frac{r \cdot 1}{A_c} \cdot \frac{1}{A_c \rho} \cdot \frac{1}{c} = 8 \times 8 \times 3.63 \times 10^{-2} \times \frac{1}{3.45 \times 10^{-3}} \times \frac{1}{460} = 1.46 K/s.$$

3-12 一块单侧表面积为 A、初温为  $t_0$  的平板，一侧表面突然受到恒定热流密度  $q_0$  的加热，另一侧表面受到初温为  $t_\infty$  的气流冷却，表面传热系数为 h。试列出物体温度随时间变化的微分方程式并求解之。设内阻可以不计，其他的几何、物性参数均以知。

解：由题意，物体内部热阻可以忽略，温度只是时间的函数，一侧的对流换热和另一侧恒热流加热作为内热源处理，根据热平衡方程可得控制方程为：

$$\begin{cases} \rho c V \frac{d_t}{d_\tau} + hA(t - t_\infty) - Aq_w = 0 \\ t|_{\tau=0} = t_0 \end{cases}$$

引入过剩温度  $\theta = t - t_\infty$  则：

$$\rho c v \frac{d\theta}{d\tau} + hA\theta - Aq_w = 0$$

$$\theta|_{\tau=0} = \theta_0$$

$$\theta = B e^{-\frac{hA}{\rho c v} \tau} + \frac{q_w}{h}$$

上述控制方程的解为：

由初始条件有： $B = \theta_0 - \frac{q_w}{h}$ ，故温度分布为：

$$\theta = t - t_\infty = \theta_0 \exp\left(-\frac{hA}{\rho c v} \tau\right) + \frac{q_w}{h} (1 - \exp\left(-\frac{hA}{\rho c v} \tau\right))$$

3-13 一块厚 20mm 的钢板，加热到 500°C 后置于 20°C 的空气中冷却。设冷却过程中钢板两侧面的平均表面传热系数为  $35 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，钢板的导热系数为  $45 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，若扩散率为  $1.375 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 。试确定使钢板冷却到空气相差 10°C 时所需的时间。

$$Bi = \frac{hA}{\delta} = 0.0078 < 0.1$$

解：由题意知

故可采用集总参数法处理。由平板两边对称受热，板内温度分布必以其中心对称，建立微分方程，引入过余温度，则得：

$$\begin{cases} \rho c v \frac{d\theta}{d\tau} + hA\theta = 0 \\ \theta(0) = t - t_\infty = \theta_0 \end{cases}$$

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \exp\left(-\frac{hA}{\rho c v} \tau\right) = \exp\left(-\frac{h\lambda}{\rho c (V/A)} \tau\right) = \exp\left(-\frac{h\alpha}{\lambda \delta} \tau\right)$$

解之得：

当  $\theta = 10^\circ \text{C}$  时，将数据代入得， $\tau = 3633 \text{ s}$

3-14 一含碳约 0.5% 的曲轴，加热到 600°C 后置于 20°C 的空气回火。曲轴的质量为 7.84 kg，表面积为 870 cm<sup>2</sup>，比容为  $418.7 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，密度为  $7840 \text{ kg}/\text{m}^3$  可按 300°C 查取，冷却过程的平均表面传热系数取为  $29.1 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。问经多长时间后，曲轴可冷却到于空气相差 10°C。

解： $Bi = 0.057 > 0.05$  故不采用集总参数法，改用诺漠图

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{10}{600 - 20} = 0.017$$

，查附录 2 图 1 得  $Fo = 2$

$$Fo = \frac{\alpha \tau^2}{R^2} = \frac{\lambda}{\rho c} \times \frac{\tau}{R^2} = 2, \Rightarrow \tau = 5267 \text{ s}$$

3-15 一种火焰报警器采用低熔点的金属丝作为传热元件，当该导线受火焰或高温烟气的作用而熔断时报警系统即被触发，一报警系统的熔点为 500°C， $\lambda = 210 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $\rho = 7200 \text{ kg}/\text{m}^3$ ， $c = 420 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，初始温度为 25°C。问当它突然受到 650°C 烟气加热后，为在 1min 内发生报警讯号，导线的直径应限在多少以

下? 设复合换热器的表面换热系数为  $12W/(m^2 \cdot K)$ 。

解: 采用集总参数法得:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \exp\left(-\frac{hA}{\rho c v} \tau\right), \text{ 要使元件报警则 } \tau \geq 500^0 C$$

$$\frac{500-650}{25-650} = \exp\left(-\frac{hA}{\rho c v} \tau\right), \text{ 代入数据得 } D=0.669mm$$

验证 Bi 数:

$$Bi = \frac{h(V/A)}{\lambda} = \frac{hD}{4\lambda} = 0.0095 \times 10^{-3} < 0.05, \text{ 故可采用集总参数法。}$$

3-16 在热处理工艺中,用银球试样来测定淬火介质在不同条件下的冷却能力。今有两个直径为 20mm 的银球,加热到 600°C 后被分别置于 200°C 的盛有静止水的大容器及 200°C 的循环水中。用热电偶测得,当因球中心温度从 650°C 变化到 450°C 时,其降温速率分别为 1800°C/s 及 3600°C/s。试确定两种情况下银球表面与水之间的表面传热系数。已知在上述温度范围内银的物性参数为

$$c=2.62 \times 10^2 J/(kg \cdot K), \rho=10500 kg/m^3, \lambda=360 W/(m \cdot K)。$$

解: 本题表面传热系数未知,即 Bi 数为未知参数,所以无法判断是否满足集总参数法条件。

为此,先假定满足集总参数条件,然后验算

$$(1) \text{ 对静止水情形, 由 } \frac{\theta}{\theta_0} = \exp\left(-\frac{hA}{\rho c v} \tau\right), \text{ 代入数据}$$

$$\theta_0 = 650 - 20 = 30, \theta = 430, V/A = R/3 = 0.00333, \tau = 200/180 = 1.115$$

$$h = \frac{\rho c (V/A)}{\tau} \ln\left(\frac{\theta_0}{\theta}\right) = 3149 W/(m^2 \cdot K)$$

验算 Bi 数

$$Bi_v = \frac{h(V/A)}{\lambda} = \frac{h(R/3)}{\lambda} = 0.0291 < 0.0333, \text{ 满足集总参数条件。}$$

$$(2) \text{ 对循环水情形, 同理, } \tau = 200/360 = 0.56s$$

$$h = \frac{\rho c (V/A)}{\tau} \ln\left(\frac{\theta_0}{\theta}\right) = 6299 W/(m^2 \cdot K)$$

按集总参数法时

$$Bi_v = \frac{h(V/A)}{\lambda} = \frac{h(R/3)}{\lambda} = 0.0583 > 0.0333, \text{ 不满足集总参数条件}$$

改用漠诺图

$$Fo = \frac{\alpha \tau^2}{R^2} = \frac{\lambda}{\rho c} \times \frac{\tau}{R^2} = 0.727$$

此时

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{430}{630} = 0.683, \text{ 查图得}$$



$$\frac{1}{Bi} = 4.5, \text{ 故 } h = Bi \frac{\lambda}{R} = 8000 W/(m^2 \cdot K)$$

3-17 等离子喷镀是一种用以改善材料表面特性（耐腐蚀、耐磨等）的高新技术。陶瓷是常用的一种喷镀材料。喷镀过程大致如下：把陶瓷粉末注入温度高达  $10^4 K$  的等离子气流中，在到达被喷镀的表面之前，陶瓷粉末吸收等离子气流的热量迅速升温到熔点并完全溶化为液滴，然后被冲击到被喷镀表面迅速凝固，形成一镀层。设三氧化二铝（ $Al_2O_3$ ）粉末的直径为  $D_p = 50 \mu m$ ，密度  $\rho = 3970 kg/m^3$ ，导热系数  $\lambda = 11 W/(m \cdot K)$ ，比热容  $c = 1560 J/(kg \cdot K)$ ，这些粉末颗粒与气流间的表面换热系数为  $10000 W/(m^2 \cdot K)$ ，粉末颗粒的熔点为  $2350 K$ ，熔解潜热为  $3580 kJ/kg$ 。试在不考虑颗粒的辐射热损失时确定从  $t_0 = 3000 K$  加热到其熔点所需的时间，以及从刚达到熔点直至全部熔为液滴所需时间。

$$\text{解: } Bi_v = \frac{hR}{\lambda} = \frac{1000 \times 25 \times 10^{-6}}{11} = 0.068 < 0.1, \text{ 可按集总参数法计算:}$$

$$\theta_0 = 10000 - 300 = 9700 K, \theta = 10000 - 2350 = 7650 K,$$

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \exp\left(-\frac{hA}{\rho c V} \tau\right) = \exp\left(-\frac{3h}{\rho c R} \tau\right) = \exp\left(-\frac{3 \times 10000 \tau}{3970 \times 1560 \times 25 \times 10^{-6}}\right),$$

$$\frac{7650}{9700} = \exp(-193.76 \tau) = 0.7887, \quad -193.76 \tau = -0.2374, \quad \tau = 1.22 \times 10^{-3} s,$$

$$\text{计算所需熔化时间: } \Delta \tau: \frac{4\pi R^3}{3} \rho r = 4\pi R^2 h \Delta \tau \Delta t, \quad \frac{R \rho r}{3} = h \Delta t \Delta \tau,$$

$$\Delta \tau = \frac{R \rho r}{3 h \Delta t} = \frac{25 \times 10^{-6} \times 3970 \times 3580 \times 10^3}{3 \times 10000 \times (10000 - 2350)} = \frac{355315}{2.295 \times 10^8} = 1.55 \times 10^{-3} s.$$

3-18 直径为  $1 mm$  的金属丝置于温度为  $25^\circ C$  的恒温槽中，其电阻值为  $0.01 \Omega/m$ 。设电阻强度为  $120 A$  的电流突然经过此导线并保持不变，导线表面与油之间的表面传热系数为  $550 W/(m^2 \cdot K)$ ，问当导线温度稳定后其值为多少？从通电开始瞬间到导线温度与稳定时之值相差  $1^\circ C$  所需的时间为多少？设表面传热系数保持为常数，导线的

$$c = 500 J/(kg \cdot K), \rho = 8000 kg/m^3, \lambda = 25 W/(m \cdot K).$$

一维非稳态导热

$$\text{解: (1) 稳定过程热平衡: } h \pi D (t_w - t_\infty) = I^2 R$$

$$t_w = \frac{I^2 R}{\pi D h} + t_\infty = 108.4^\circ C$$

(3) 可采用集总参数法：令  $\theta = t - t_\infty$ ，由热平衡

$$\begin{cases} \dot{\Phi}_v = \rho c V \frac{d\theta}{d\tau} + hA\theta = 0 \\ \tau = 0, \theta = 0 \end{cases}$$

解齐次方程  $\rho c V \frac{d\theta}{d\tau} + hA\theta = 0 \Rightarrow \theta = C \exp(-\frac{hA}{\rho c V} \tau)$

方程的解为:  $\theta = \frac{\dot{\Theta}_v}{hA} + C_1 \exp(-\frac{hA}{\rho c V} \tau)$ , 由  $\tau = 0, \theta = 0$  得

$$C_1 = -\frac{\dot{\Theta}_v}{hA}, \text{ 代入数据得 } \tau = 8.04s$$

(a) 无限大平板

### 一维非稳态

3-19 作为一种估算, 可以对汽轮机启动过程中汽缸壁的升温过程作近似分析: 把汽缸壁看成是一维的平壁,

启动前汽缸壁温度均匀并为  $t_0$ , 进入汽轮机的蒸汽温度与时间成线性关系, 及  $t_f = t_{f0} + \omega \tau$ , 其中  $\omega$  为蒸汽升温速率, 汽缸壁与蒸汽间的表面传热系数  $h$  为常数, 汽缸壁外表面绝热良好。试对这一简化模型列出汽缸壁中温度的数学描写式。

解:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (0 < x < \delta)$

$$t(x, 0) = t_0 \quad (0 \leq x \leq \delta)$$

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = h[t - (t_{f0} + \omega \tau)], \quad x = \delta$$

$$\frac{\partial t}{\partial x} = 0, \quad x = 0$$

3-20 在一个无限大平板的非稳态导热过程中, 测得某一瞬间在板的厚度方上的三点 A、B、C 处的温度分别为  $t_A = 180^\circ C$ 、 $t_B = 130^\circ C$ 、 $t_C = 900^\circ C$ , A 与 B 及 B 与 C 各相隔 1cm, 材料的热扩散率  $\alpha = 1.1 \times 10^{-5} m^2/s$ 。试估计在该瞬间 B 点温度对时间的瞬间变化率。该平板的厚度远大于 A、C 之间的距离。

解:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$  的离散形式为:  $\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = \frac{a(t_A - 2t_B + t_C)}{\Delta x^2}$

代入已知数据可得 B 点的瞬时变化率为:  $\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = 1.1 \times 10^{-5} \times \frac{180 - 2 \times 130 + 90}{0.01^2} = 1.1 K/s$

3-21 有两块同样材料的平板 A 及 B, A 的厚度为 B 的两倍, 从统一高温炉中取出置于冷流体中淬火。流体与

各表面间的表面传热系数均可视为无限大。已知板 B 中心点的过余温度下降到初值的一半需要 20min，问 A 板达到同样温度工况需要的时间？

$$\text{解: } Bi_A = Bi_B = \infty \Rightarrow \frac{\theta_m}{\theta_0} = f( Fo )$$

$$\left[ \frac{\theta_m}{\theta_0} \right]_A = \left[ \frac{\theta_m}{\theta_0} \right]_B = 0.5 \Rightarrow Fo_A = Fo_B$$

$$a_A = a_B, \quad \delta_A = 2\delta_B$$

$$\Rightarrow \tau_A = \left( \frac{\delta_A}{\delta_B} \right)^2 \tau_B = 4\tau_B = 4 \times 20 \text{ min} = 80 \text{ min}$$

3-22 某一瞬间，一无内热源的无限大平板中的温度分布可以表示成  $t_1 = c_1 x^2 + c_2$  的形式，其中  $c_1$ 、 $c_2$  为已知的常数，试确定：

(1) 此时刻在  $x=0$  的表面处的热流密度

(2) 此时刻平板平均温度随时间的变化率，物性已知且为常数。

$$\text{解: } \frac{dt}{dx} = 2C_1 x$$

$$(1) \quad q \Big|_{x=0} = -\lambda \frac{dt}{dx} \Big|_{x=0} = 0$$

$$(2) \quad q \Big|_{x=\delta} = -\lambda \frac{dt}{dx} \Big|_{x=\delta} = -\lambda 2C_1 \delta$$

由能量平衡：

$$\rho c A \delta \frac{dt}{d\tau} = -q \Big|_{x=\delta} \times A$$

$$\text{则 } \frac{dt}{d\tau} = \frac{2C_1 \lambda \delta A}{\rho c A \delta} = 2C_1 \alpha$$

3-23 一截面尺寸为  $10\text{cm} \times 5\text{cm}$  的长钢棒 (18-20Gr/8-12Ni)，初温度为  $20^\circ\text{C}$ ，然后长边的一侧突然被置于  $200^\circ\text{C}$  的气流中， $h = 125 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，而另外三个侧面绝热。试确定 6min 后长边的另一侧面中点的温度。钢棒  $\rho$ 、 $c$ 、 $\nu$  可以近似地取用为  $20^\circ\text{C}$  时之值。

解：查表钢棒的物性参数为： $\rho = 7820 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 460 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ,  $\lambda = 15.2 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

按题意可作半壁厚为  $0.05 \text{ m}$  的对称半无限大平板处理

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c} = 4.2255 \times 10^{-6} \quad Fo = \frac{\alpha \tau}{\delta^2} = 0.60847$$

$$Bi = \frac{h\delta}{\lambda} = \frac{125 \times 0.05}{15.2} = 0.4118$$

解超越方程  $\mu_1 = 0.61584$

$$\text{由式 (3-22) 计算: } \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{2 \sin \mu_1}{\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1} \exp(-\mu_1^2 Fo) = 0.84352$$

$$t_m = 0.84352(t_0 - t_f) + t_f = 48.17^\circ \text{C}$$

3-24 一高  $H = 0.4 \text{ m}$  的圆柱体，初始温度均匀，然后将其四周曲面完全绝热，而上、下底面暴露于气流中，气流与两端面间的表面传热系数均为  $50 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。圆柱体导热系数  $\lambda = 20 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ，热扩散率  $\alpha = 5.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 。试确定圆柱体中心过余温度下降到初值一半时间所需的时间。

解：因四周表面绝热，这相当于一个厚为  $2\delta = 0.4 \text{ m}$  的无限大平壁的非稳态导热问题，

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.5, Bi = \frac{h\delta}{\lambda} = \frac{50 \times 0.2}{20} = 0.5$$

$$F_0 = 1.7, \therefore \tau = F_0 \frac{\delta^2}{\alpha} = 1.7 \times \frac{0.2^2}{5.6 \times 10^{-6}} = 12142 \text{ s} = 3.37 \text{ h}$$

由图 3-6 查得

3-25 有一航天器，重返大气层时壳体表面温度为  $1000^\circ \text{C}$ ，随即落入温度为  $5^\circ \text{C}$  的海洋中，设海水与壳体表面间的传热系数为  $1135 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ，试问此航天器落入海洋后  $5 \text{ min}$  时表面温度是多少？壳体壁面中最高温度是多少？壳体厚  $\delta = 50 \text{ mm}$ ， $\lambda = 56.8 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ， $\alpha = 4.13 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ，其内侧可认为是绝热的。

$$\text{解: } \frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{h\delta} = \frac{56.8}{1135 \times 0.05} = 1.0, F_0 = \frac{\alpha \tau}{\delta^2} = \frac{4.13 \times 10^{-6} \times 300}{0.05^2} = 0.496$$

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.8, \frac{\theta_l}{\theta_m} = 0.65, \therefore \frac{\theta_m}{\theta_0} \times \frac{\theta_l}{\theta_m} = 0.8 \times 0.65 = 0.52$$

由图 3-6 查得

，由图 3-7 查得

$$t_m = t_n + 0.8(t_n - t_\infty) = 5 + 0.8 \times (1000 - 5) = 801^\circ \text{C}, t_m = 5 + 0.52 \times 995 = 522^\circ \text{C}$$

3-26 厚  $8 \text{ mm}$  的瓷砖被堆放在室外货场上，并与  $-15^\circ \text{C}$  的环境处于热平衡。此后把它们搬入  $25^\circ \text{C}$  的室内。为了加速升温过程，每块瓷砖被分散地搁在墙旁，设此时瓷砖两面与室内环境地表面传热系数为  $4.4 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。为防止瓷砖脆裂，需待其温度上升到  $10^\circ \text{C}$  以上才可操作，问需多少时间？已知瓷砖地  $\alpha = 7.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\lambda = 1.1 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 。如瓷砖厚度增加一倍，其它条件不变，问等待时间又为多长？

$$\theta_m = 10 - 25 = -15^\circ \text{C}, \theta_0 = -15 - 25 = -40^\circ \text{C}, \frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.375, \frac{1}{Bi} = \frac{1.1}{4.4 \times 0.004} = 62.5.$$

解：

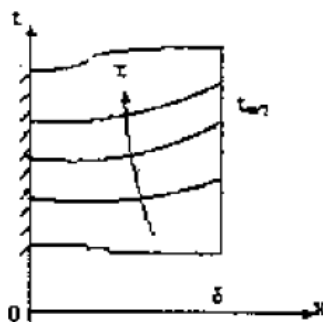
由图 3-6 查得

$$F_0 = 60. \therefore \tau = F_0 \frac{\delta^2}{a} = 60 \times \frac{0.004^2}{7.5 \times 10^{-7}} = 1280s = 21.3 \text{ min}$$

厚度加倍后,

$$\frac{1}{Bi} = 31.25, \text{查得 } F_0 = 31, \therefore \tau = F_0 \frac{\delta^2}{a} = 31 \times \frac{0.008^2}{7.5 \times 10^{-7}} = 2645s = 44 \text{ min}$$

3-27 汽轮机在启动一段时间后, 如果蒸汽速度保持匀速上升, 则汽缸壁中的温度变化会达到或接近这样的工况: 壁中各点的温度对时间的偏导数即不随时间而异, 又不随地点而变 (称准稳态工况)。试对准工况导出汽缸壁中最大温差的计算公式。



解: 把气缸壁作为平壁处理且假定其外表面绝热,

如右图所示, 则准稳态工况时气缸壁中温度分布可用下列数学式描写:

$$\frac{d^2 t}{d^2 \tau} = \frac{w}{a}, x=0, \frac{dt}{dx} = 0, x=\delta, t=t_{w2}$$

式中  $w$  为气缸壁的升温速度,  $K/s$ 。

$$t = \frac{1}{2} \frac{wx^2}{a} + c_1 x + c_2, \text{由边界条件得, } c_1 = 0, c_2 = t_{w2} - \frac{1}{2} \frac{w\delta^2}{a},$$

上式的通解为

$$t = \frac{1}{2} \frac{w(x^2 - \delta^2)}{a} + t_{w2}, \text{最大温差是 } x=0 \text{ 及 } x=\delta \text{ 处的壁温差其值为}$$

故得

$$\Delta t = t_{w2} - \left( -\frac{1}{2} \frac{w\delta^2}{a} + t_{w2} \right) = \frac{1}{2} \frac{w\delta^2}{a},$$

3-28 一块后 300mm 的板块钢坯 (含碳近似为 0.5%) 的初温为  $20^\circ\text{C}$ , 送于温度为  $1200^\circ\text{C}$  的炉子里单侧加热, 不受热侧面可近似地认为是绝热的。已知钢板热扩散率  $\alpha = 5.55 \times 10^{-6} \text{ m}^2/s$ , 加热过程中平均表面传热系数为  $290 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , 设确定加热到钢板表面温度低于炉温  $15^\circ\text{C}$  时所需的时间, 及此时钢板两表面间的温差。导热系数可按  $600^\circ\text{C}$  查附录。

$$\text{由式 (3-21)} \quad Fo = \frac{\ln \left[ \frac{\theta_\delta}{\theta_0} \times \frac{\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1}{2 \sin \mu_1 \cos \mu_1} \right]}{-\mu_1^2} = 2.78545$$

$$\tau = \frac{\delta^2}{\alpha} Fo = 45169 s = 12.55 h$$

$$\text{由式 (3-23): } \theta_m = \frac{\theta_\delta}{\cos \mu_1} = \frac{-15}{\cos 1.1461} = -36.4$$

$$\Delta \tau = \theta_\delta - \theta_m = -15 - (-36.4) = 21.4^\circ C$$

3-29、已知：初温为 $t_0$ ，厚为 $2\delta$ 的无限大平板，两表面的温度突然降到 $t_\infty$ ，此后平板中各点的温度按下式计算：

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-[n\pi/(2\delta)]^2 a\tau} \sin \frac{n\pi x}{2\delta}$$

$$\text{其中 } \theta = t(x, \tau) - t_w, \theta_0 = t_0 - t_w$$

$$\text{今有一厚为 } 3\text{cm} \text{ 的平板, } t_0 = 150^\circ C, t_w = 30^\circ C, a = 2 \times 10^{-6} m^2/s$$

求：用上式（仅取无穷级数的的第一项）计算 1min 后平板中间截面上的温度，并与海斯勒图及（3-27）相比较，又，如取级数的前四项来计算，对结果有何影响？

解：由所给出的解的形式可以看出，此时坐标原点是取在板的一侧表面上的（ $x=0$ ，

$$\theta = t - t_1 = 0), \text{对于板的中心, } \frac{\pi x}{2\delta} = \frac{\pi}{2}, \left(\frac{\pi}{2\delta}\right)^2 a\tau = \left(\frac{\pi}{0.03}\right)^2 \times (2 \times 10^{-6}) \times 60 = 1.31595,$$

$$\text{故得 } \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{4}{\pi} \cdot e^{-1.31595} = 0.3415, \text{由 } \frac{a\tau}{\delta^2} = \frac{2 \times 10^{-6} \times 60}{0.015^2} = 0.5333, \text{由图3-6查得 } \frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.34.$$

如取前四项，得：

$$\begin{aligned} \frac{\theta_m}{\theta_0} &= \frac{4}{\pi} \left( e^{-1.31595} - \frac{1}{3} e^{-15.8435} + \frac{1}{7} e^{-64.481} \right) \\ &= \frac{4}{\pi} (0.2682 - 4.3866 \times 10^{-8} + 1.0310 \times 10^{-15} - 1.4155 \times 10^{-29}) = 0.3415 \end{aligned}$$

在四位有效数字内与取级数一项的结果毫无差别。

$$\text{按分析解 } t_w = 30 + 120 \times 0.3415 = 70.98^\circ C.$$

3- 30 火箭发动

机的喷管在起动过程中受到  $T_\infty = 1500K$  的高温燃气加热，受材料的限制其局部壁温不得大于  $1500^\circ K$ 。为延长运行时间在喷管内壁喷涂了一层厚 10mm 的陶瓷，其物性参数为  $\lambda = 10 W/(m \cdot K)$ ， $\alpha = 6 \times 10^{-6} m^2/s$ 。试对此情况下喷管能承受的运行时间作一保守的估计。设内表面与高温燃气间的表面传热系数为

$$h = 2500 W/(m^2 \cdot K), \text{ 喷管的初始温度 } T_o = 300K。$$

解：一种保守的估计方法是假定喷管壁面是绝热的，则相当于厚为  $2\delta_1$  的平板，

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{1500 - 2300}{300 - 2300} = \frac{800}{2000}, = 0.4, Bi = \frac{h\delta_2}{\lambda} = \frac{2500 \times 0.01}{10} = 2.5, x/\delta = 0 = \eta,$$

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = Ae^{-\mu_1^2 F_0} f(\mu_{1\eta}) = Ae^{-\mu_1^2 F_0},$$

$$\mu_1^2 = (a + \frac{b}{Bi})^{-1} = (0.4022 + \frac{0.9188}{2.5})^{-1} = (0.4022 + 0.3675)^{-1} = 1.2992,$$

$$\mu_1 = 1.1398, A = a + b(1 - e^{-cBi}) = 1.0101 + 0.2575(1 - e^{-0.4271 \times 2.5})$$

$$= 1.0101 + 0.2575(1 - e^{-1.06775}) = 1.0101 + 0.2575(1 - 0.3438) = 1.10595,$$

$$\therefore 0.4 = 1.10595 e^{-1.2992^2 F_0}, \ln 0.4 = \ln 1.10595 - 1.2992^2 F_0,$$

$$-0.9163 = 0.1007 - 1.6879 F_0, F_0 = \frac{1.017}{1.6879} = 0.6025,$$

$$\frac{a\tau}{\delta^2} = \frac{6 \times 10^{-6} \tau}{0.01^2} = 0.6025, \tau = 0.01^2 \times \frac{0.6025}{6 \times 10^{-6}} = \frac{6.03 \times 10^{-5}}{6 \times 10^{-6}} = \frac{6.03}{6} \times 10 = 10.05 s$$

分析：如果喷管表面不涂层，则允许使用的条件是  $\frac{\theta_i}{\theta_0} = \frac{\theta_m}{\theta_0} \frac{\theta_i}{\theta_m} = 0.4,$

由于  $\frac{\theta_i}{\theta_m} \leq 1$ , 因而此时  $\frac{\theta_m}{\theta_0}$  必大于 0.4, 在相同的  $Bi$  下,  $F_0$  必小于 0.603, 如果  $\delta$  相同,

则由于陶瓷的  $a$  小于金属的  $a$ , 因而所允许的  $\tau$  值必更小。

3-31 一火箭发

动机喷管, 壁厚为 9mm, 出世温度为 30°C。在进行静推力试验时, 温度为 1750°C 的高温燃气送于该喷管, 燃

气与壁面间的表面传热系数为  $1950 W/(m^2 \cdot K)$ 。喷管材料的密度  $\rho = 8400 kg/m^3$ , 导热系数为

$\lambda = 24.6 W/(m \cdot K)$ ,  $c = 560 J/(kg \cdot K)$ 。假设喷管因直径与厚度之比较大而可视为平壁, 且外侧可作绝热

处理, 试确定:

- (1) 为使喷管的最高温度不超过材料允许的温度而能允许的运行时间;
- (2) 在所允许的时间的终了时刻, 壁面中的最大温差;
- (3) 在上述时刻壁面中的平均温度梯度与最大温度梯度。

解:  $Bi = \frac{h\delta}{\lambda} = 0.7134$

$$\Rightarrow \mu_1 = 0.76921$$

$$(1) \frac{\theta_\delta}{\theta_m} = \frac{1000 - 1750}{30 - 1750} = 0.43605$$

$$Fo = \frac{\ln \left[ \frac{\theta_\delta}{\theta_0} \times \frac{\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1}{2 \sin \mu_1 \cos \mu_1} \right]}{-\mu_1^2} = 0.9993$$

$$\tau = \frac{\delta^2}{\alpha} Fo = \frac{\rho c \delta^2}{\lambda} Fo = 15.5s$$

$$(2) \Delta\tau_{\max} = \tau_{\delta} - \tau_m = \theta_{\delta} - \theta_m = \theta_{\delta} \left(1 - \frac{1}{\cos \mu_1}\right) \\ = (1000 - 1750) \left(1 - \frac{1}{\cos 0.76921}\right) = 293.9^{\circ}C$$

$$(3) \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{\max} = \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = -\frac{h}{\delta} \theta_{\delta} = 59451^{\circ}C/m \\ \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \frac{\partial \theta}{\partial x} dx = \frac{1}{\delta} \theta(x) \Big|_0^{\delta} = \frac{\theta_m}{\delta} \cos(\mu_1 \frac{x}{\delta}) \Big|_0^{\delta} \\ = \frac{\theta_m}{\delta} (\cos \mu_1 - 1) = \frac{1000 - 293.9 - 1750}{0.009} \times (\cos 0.76921 - 1) = 32655^{\circ}C/m$$

无限长圆管

3-32 对于一无内热源的长圆柱体的非稳态导热问题，在某一瞬间测得  $r=2\text{ cm}$  处温度的瞬间变化率为  $-0.5\text{ K/s}$ 。试计算此时此处圆柱体单位长度上的热流量沿半径方向的变化率，并说明热流密度矢量的方向。已知  $\lambda = 43\text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ， $\alpha = 1.2 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$ 。

解：由无内热源常物性一维非稳态方程式：

$$\frac{\partial t}{\partial r} = \alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) = -0.5 \frac{\partial}{\partial \tau} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) = -0.5 \times \frac{r}{\alpha} \\ \dot{\phi} = -\lambda 2\pi r \frac{\partial t}{\partial r} \\ \frac{\partial \phi}{\partial r} = 2\pi \lambda \frac{\partial}{\partial \tau} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) = -2\pi \lambda \left( -0.5 \frac{r}{\alpha} \right) = \frac{\pi r \lambda}{\alpha} = \frac{3.14 \times 43 \times 0.02}{1.2 \times 10^{-5}} = 225 \times 10^3\text{ W/m} \\ = 225\text{ KW/m}$$

热流密度矢量指向圆柱的中心。

3-33、已知：一黄铜柱体， $d=20\text{ cm}$ ，初温为  $20^{\circ}\text{C}$  的值， $t_{\infty}=100^{\circ}\text{C}$ ，柱体中心温度在  $10\text{ min}$  内上升到  $80^{\circ}\text{C}$ 。

$$\text{解：由附录 5 得 } a = \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{109}{8440 \times 377} = 3.43 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}, \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{80 - 100}{20 - 100} = 0.25,$$

$$F_v = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{3.43 \times 10^{-5} \times 600}{0.1^2} = 2.06, \text{由附录 2 图 1 查得 } Bi = 0.4,$$

$$h = \frac{\lambda Bi}{R} = \frac{109 \times 0.4}{0.1} = 436\text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}.$$

3-34 已知：一长轴， $d=170\text{ mm}$ ，初温为  $17^{\circ}\text{C}$ ， $\lambda=30\text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ， $a=6.2 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ ，炉温  $t_m=850^{\circ}\text{C}$ ， $h=141\text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。

求：使长轴的中心温度达到  $800^{\circ}\text{C}$  所需的时间，及该时刻钢轴表面的温度。



$$\text{解: } Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{141 \times 0.085}{30} = 0.40; \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{850 - 800}{850 - 17} = 0.060,$$

$$\text{由附录2图1查得 } F_0 = \frac{a\tau}{R^2} = 4, \therefore \tau = F_0 \frac{R^2}{a} = 4 \times \frac{0.085^2}{6.2 \times 10^{-6}} = 4661s;$$

$$\text{由 } \frac{r}{R} = 1 \text{ 及 } Bi = 0.4 \text{ 查附录2图2得 } \frac{\theta_i}{\theta_m} = \frac{t_w - 850}{800 - 850} = 0.83.$$

$$\therefore t_w = 850 - 0.83 \times 50 = 808.5^\circ C.$$

3-35、已知：一长轴， $d = 40cm$ ，初温为 $600^\circ C$ ， $\lambda = 22.3W/(m \cdot K)$ ， $a = 8.8 \times 10^{-6} m^2/s$ ， $t_\infty = 30^\circ C$ ， $h = 18.5W/(m^2 \cdot K)$ 。

求：长轴的最低温度达到 $450^\circ C$ 所需的时间。

$$\text{解: } \frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{hR} = \frac{22.3}{18.5 \times 0.2} = 6.03, \text{由附录2图2查得 } \frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.923,$$

$$\text{按已知 } \frac{\theta_s}{\theta_0} = \frac{420}{570} = 0.737, \therefore \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{\theta_s}{\theta_0} / \frac{\theta_m}{\theta_s} = \frac{0.737}{0.923} = 0.798.$$

$$\text{由附录2图1查得 } F_0 = 0.7, \therefore \tau = F_0 \frac{R^2}{a} = 0.7 \times \frac{0.2^2}{8.8 \times 10^{-6}} = 3181.8s = 53 \text{ min}.$$

$$\text{或: } Bi = \frac{18.5 \times 0.2}{22.3} = 0.166, \mu_1^2 = (0.1700 + \frac{0.4349}{0.166})^{-1} = 2.7899^{-1} = 0.3584, \mu_1 = 0.5987,$$

$$\Lambda = 1.0042 + 0.5877 \times (1 - 0.9352) = 1.0042 + 0.03810 = 1.0423,$$

$$J(\mu_1) = 0.9967 + 0.0354 \times 0.5987 - 0.3259 \times 0.5987^2 + 0.0577 \times 0.5987^3 \\ = 0.09967 + 0.02119 - 0.1168 + 0.0577 \times 0.2146 = 0.9135.$$

$$\frac{\theta_w}{\theta_0} = 1.0423 \times e^{-0.3584 F_0} \times 0.9135 = 0.737 \times e^{-0.3584 F_0} = \frac{0.737}{0.9524} = 0.7740,$$

$$-0.3584 F_0 = -0.2561, F_0 = -0.2561, F_0 = 0.715. \text{下同}.$$

3-36、已知：一钢锭可视为长圆柱体， $d = 600mm$ ，初温为 $30^\circ C$ ， $\lambda = 43.5W/(m \cdot K)$ ， $a = 7.5 \times 10^{-6} m^2/s$ ， $t_\infty = 1400^\circ C$ ， $h = 290W/(m^2 \cdot K)$ 。

求：装炉后 $2h$ 、 $3h$ 、 $4h$ 及 $5h$ 等四个时刻钢锭表面及中心的温度，并画出时间-温度曲线。

$$\text{解: 装炉后 } 2h, Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{290 \times 0.3}{43.5} = 2, F_0 = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{7.5 \times 10^{-6} \times 7200}{0.3^2} = 0.6, \frac{\theta_s}{\theta_m} = 0.46$$

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.3, t_m = 1400 - 0.3 \times (1400 - 30) = 989^\circ C, t_s = 1400 - 0.138 \times (1400 - 30) = 1211^\circ C.$$

同理可算出其他时间的数据，结果列于下表：

$\tau$	$Bi$	$F_0$	$\theta_s / \theta_m$	$\theta_m / \theta_0$	$t_m, ^\circ C$	$t_s, ^\circ C$
2h	2	0.6	0.46	0.3	989	1211
3h	2	0.9	0.46	0.14	1208	1312
3h	2	1.2	0.46	0.063	1314	1360
5h	2	1.5	0.46	0.03	1359	1381

为画出温度—时间曲线，需计算数个  $F_0 \geq 0.2$  下的温度，此处从略。

3-37、已知：一钢锭  $d=500\text{mm}$ , 高为  $800\text{mm}$ , 初温为  $30^\circ\text{C}$ ,  $\lambda=40\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $a=8\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ,  $t_\infty=1200^\circ\text{C}$ ,  $h=180\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ .

求:  $3h$  后再钢锭高  $400\text{mm}$  处的截面上半径为  $0.13\text{m}$  处的温度。

解: 所求之点位于平板的中心截面与无限长圆柱  $r=0.13\text{m}$  的柱面相交处。

$$\text{对平板: } Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{180 \times 0.4}{40} = 1.8, F_0 = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{0.8 \times 10^{-6} \times 3 \times 3600}{0.4^2} = 0.54,$$

$$\text{由图3-6查得 } \frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.66;$$

$$\text{对圆柱: } Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{180 \times 0.25}{40} = 1.125, F_0 = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{0.8 \times 10^{-6} \times 3 \times 3600}{0.25^2} = 1.38,$$

$$\text{由附录2图1查得 } \frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.12, \text{又据 } \frac{r}{R} = \frac{0.13}{0.25} = 0.52, \frac{1}{Bi} = 0.889.$$

$$\text{由附录2图1查得 } \frac{\theta}{\theta_m} = 0.885, \therefore \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\theta_m}{\theta_0} \frac{\theta}{\theta_m} = 0.12 \times 0.885 = 0.1062.$$

$$\text{所求点处的无量纲温度为: } \frac{\theta}{\theta_0} = \left(\frac{\theta_m}{\theta_0}\right)_p \left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)_c = 0.66 \times 0.1062 = 0.0701.$$

$$t = 0.0701\theta_0 + 1200 = -0.0701 \times 1170 + 1200 = 1118^\circ\text{C}$$

3-38、已知：一长塑料棒  $d=30\text{mm}$ ,  $\lambda=0.3\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\rho c=1050\text{kJ}/(\text{m}^3\cdot\text{K})$ .

$t_\infty=150^\circ\text{C}$ ,  $h=8.5\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ,  $3\text{min}$  后, 棒表面由初温降到  $200^\circ\text{C}$ 。

求: 棒的初温是多少?

$$\text{解: } a = \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{0.3}{1050 \times 10^3} = 2.86 \times 10^{-7} \text{m}^2/\text{s}, Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{8.5 \times 0.015}{0.3} = 0.425,$$

$$F_0 = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{2.86 \times 10^{-7} \times 60}{0.015^2} = 0.229, \Theta_w = \frac{t_w - t_\infty}{t_0 - t_\infty} = Ae^{-\mu_1^2 F_0} J(\mu_1 \eta).$$

$$A = a + b(1 - e^{-cBi}) = 1.0042 + 0.5877(1 - e^{-0.4038 \times 0.425})$$

$$= 1.0042 + 0.5877 \times (1 - 0.8423) = 1.0042 + 0.09268 = 1.0969.$$

$$\mu_1 = \left(a + \frac{b}{Bi}\right)^{-1/2} = \left(0.1700 + \frac{0.4349}{0.425}\right)^{-1/2} = 0.9154, \eta = 1,$$

$$J_\eta(\mu_1 \eta) = J_0(\mu_1) = a + b\mu + c\mu_1^2 + d\mu_1^3$$

$$= 0.9967 + 0.0354 \times 0.9154 + (-0.3259) \times 0.9154^2 + 0.0577 \times 0.9154^3$$

$$= 0.8003$$

$$\text{解: } a = \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{0.3}{1050 \times 10^3} = 2.86 \times 10^{-7} \text{m}^2/\text{s}, Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{8.5 \times 0.015}{0.3} = 0.425,$$

$$\frac{t_w - t_\infty}{t_0 - t_\infty} = \frac{200 - 150}{t_0 - 150} = 1.0969 e^{-0.9154^2 \times 0.229} \times 0.8003 = 1.0969 \times 0.8254 \times 0.8003 = 0.7246.$$

$$50 = 0.7246(t_0 - 150), t_0 = \frac{150 \times 0.7246 + 50}{0.7246} = 219^\circ\text{C}.$$

$\therefore$  应加热到至少  $219^\circ\text{C}$ .

3-39 有一耐热玻璃棒, 直径为  $25\text{mm}$ , 为改善其表面的机械特性, 在表面上涂了一层极薄的导热系数很大的

金属层。在此金属涂层与芯棒之间平均存在有  $R_l = 0.10 m \cdot K / W$  的热阻。该棒起初处于均匀温度 800K，然后突然被置于 300K 的气流中冷却，表面传热系数  $h = 120 W / (m^2 \cdot K)$ ，试确定将该棒的中心温度降低到 500K 所需的时间。玻璃棒物性参数如下  $\rho = 2600 kg / m^3$ ， $c_p = 808 J / (kg \cdot K)$ ， $\lambda = 3.98 W / (m \cdot K)$ 。

解：当量表面传热系数：

$$h' = (1/h + R_l/\pi l) = 61.78 W / m^2 \cdot K$$

$$Bi = \frac{h'R}{\lambda} = \frac{61.78 \times 0.0125}{3.98} = 0.19402 \Rightarrow \mu_1 = 0.64396, A = 1.04849$$

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{500-300}{800-300} = 0.4 \quad Fo = \frac{\ln(\frac{\theta_m}{A\theta_0})}{-\mu_1^2} = 2.3238$$

$$\tau = \frac{R^2}{\alpha} Fo = \frac{\rho c R^2}{\lambda} Fo = 191.75 s$$

### 一维球体

3-40、已知：洋山芋近似看作球， $d = 5 cm$ ，初温为  $20^\circ C$ ，物性近似取  $50^\circ C$  水的值，烘箱温度  $t_\infty = 250^\circ C$ ， $h = 20 W / (m^2 \cdot K)$ 。

求：20min 后山芋中心的温度。

解：查附录10得  $\lambda = 0.648 W / (m \cdot K)$ ， $a = 15.7 \times 10^{-6} m^2 / s$ ， $\frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{hR} = \frac{0.648}{20 \times 0.025} = 1.296$ 。

$$Fo = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{15.7 \times 10^{-6} \times 1200}{0.025^2} = 0.301, \text{由附录2图4查得 } \frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.7.$$

$$\therefore t = t_\infty + 0.7\theta_0 = 250 - 0.7 \times (250 - 20) = 89^\circ C.$$

3-41 一钢球直径为 10cm，初温为  $250^\circ C$ ，后将其置于温度为  $10^\circ C$  的油浴中。设冷却过程中的表面传热系数可取为  $200 W / (m^2 \cdot K)$ ，问欲使球心温度降低到  $150^\circ C$  需要经过多长时间，此时球表面的温度为多少？球的导热系数为  $\lambda = 44.8 W / (m \cdot K)$ ，热扩散率为  $\alpha = 1.229 \times 10^{-5} m^2 / s$ 。

$$\text{解：} Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{200 \times 0.05}{44.8} = 0.2232$$

$$\text{由近似计算：} \mu_1 = 0.86265, A = 1.0683$$

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{150-10}{250-10} = 0.5833 \quad Fo = \frac{\ln(\frac{\theta_m}{A\theta_0})}{-\mu_1^2} = 0.81283$$

$$\tau = \frac{R^2}{\alpha} Fo = 165.3 s$$

$$\text{又 } \frac{\sin \mu_1}{\mu_1} = 0.8805$$

$$\theta_R = \theta_m \times 0.8805 = 140 \times 0.8805 = 123.3^\circ C$$

$$t_R = \theta_R + t_f = 123.3 + 10 = 133.3^\circ C$$

3-42、已知：滚珠  $d = 20\text{mm}$ ，初温为  $300\text{K}$ ， $\lambda = 50\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ， $c = 500\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ， $\rho = 7800\text{kg}/\text{m}^3$ ， $t_\infty = 1300\text{K}$ ， $h = 5000\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。

求：滚珠离开表面  $1\text{mm}$  深的地方温度达到  $1000\text{K}$  的时间。

$$\text{解：}\frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{hR} = \frac{50}{5000 \times 0.01} = 1, \frac{r}{R} = \frac{0.009}{0.01} = 0.9, \text{查附录2图5的 } \frac{\theta_r}{\theta_m} = 0.705,$$

$$\text{按题意 } \frac{\theta_r}{\theta_m} = \frac{1000 - 1300}{300 - 1300} = 0.3, \therefore \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{0.3}{0.705} = 0.426.$$

$$\text{查附录2图4得 } F_0 = \frac{a\tau}{R^2} = 0.449, a = \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{50}{7800 \times 500} = 1.28 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\therefore \tau = \frac{F_0 R^2}{a} = \frac{0.449 \times 0.01^2}{1.28 \times 10^{-3}} = 3.51\text{s}$$

3-43、已知：半球形玻璃  $r = 0.15\text{m}$ ，初温为  $300^\circ\text{C}$ ， $\lambda = 0.8\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ， $c = 840\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ， $\rho = 2750\text{kg}/\text{m}^3$ ， $t_\infty = 410^\circ\text{C}$ ，平面一侧绝热，球面一侧的表面传热系数  $h = 10.5\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。  
求：8h后半球内的最高温度。

$$\text{解：}\frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{hR} = \frac{0.8}{10.5 \times 0.15} = 0.508, a = \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{0.8}{2750 \times 840} = 3.463 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$F_0 = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{3.46 \times 10^{-7} \times 3600 \times 8}{0.15^2} = 0.443, \text{查附录2图4.5得 } \therefore \frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.28, \frac{\theta_r}{\theta_m} = 0.45.$$

$$\therefore \frac{\theta_r}{\theta_m} = 0.45 \times 0.28 = 0.126. \text{最高温度为表面温度 } t_\infty = 410 - 0.126 \times (410 - 30) = 362^\circ\text{C}.$$

3-44、已知：橘子可近似看作  $d = 6\text{cm}$  的圆球，初温为  $10^\circ\text{C}$ ，物性近似取  $5^\circ\text{C}$  水的值  
近似计算， $t_\infty = 5^\circ\text{C}$ ， $h = 7\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。

求：橘子多长时间结霜。

解：橘子外表面的温度应  $c$  大于零度，故物性按  $(10 + 0)/2 = 5^\circ\text{C}$  查取。

$$\lambda = 0.593\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K}), a = 13.4 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}, \frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{hR} = \frac{0.563}{7 \times 0.03} = 2.68,$$

$$\text{查附录2图5得 } \frac{\theta_s}{\theta_m} = 0.84, \text{按已知 } \frac{\theta_s}{\theta_0} = \frac{t_s - t_\infty}{t_0 - t_\infty} = \frac{0 - (-5)}{10 - (-5)} = \frac{5}{15} = 0.333,$$

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{\theta_s}{\theta_0} / \frac{\theta_s}{\theta_m} = \frac{0.333}{0.84} = 0.3964, \text{查附录2图4得 } F_0 = \frac{a\tau}{R^2} = 1,$$

$$\therefore \tau = \frac{F_0 R^2}{a} = \frac{1 \times 0.03^2}{13.4 \times 10^{-3}} = 6716.4\text{s} = 1.87\text{h}.$$

3-45、已知：卵石  $d=10\text{cm}$ ，初温为  $20^\circ\text{C}$ ， $\lambda=2.2\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ， $c=780\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ， $t_\infty=80^\circ\text{C}$ ， $h=35\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ， $a=1.13\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ 。

求：半小时和两小时后，卵石的中心温度及没立方米对方体积的卵石的出热量。

解：(1) 半小时后， $F_0 = \frac{a\tau}{R^2} = 0.8136$ ， $\frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{hR} = \frac{2.2}{35 \times 0.05} = 1.26$ ，

查附录2图4得  $\frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.24$ ， $t_\infty = 80 - 0.24 \times (80 - 20) = 65.6^\circ\text{C}$ 。查附录2图5得：

$$\frac{\theta_s}{\theta_m} = 0.685, \therefore \frac{\theta_s}{\theta_0} = 0.685 \times 0.24 = 0.1644, t_s = 80 - 0.1644 \times (80 - 20) = 70.1^\circ\text{C}$$

球体平均温度可近似地取为两者间的平均值，则  $\Gamma = \frac{70.1 + 65.6}{2} = 67.9^\circ\text{C}$

故这一段时间中的蓄热量为： $\Phi = 1000 \times \frac{4\pi R^3}{3} \times \rho \times c \times (t - t_0)$

$$\Phi = 1000 \times \frac{4 \times 3.1416 \times 0.05^3}{3} \times 780 \times 2496 \times (67.9 - 20) = 4.88 \times 10^7 \text{ J}$$

或查附录2图3，得  $Q/Q_0 = 0.8$ ，

$$Q_0 = 1000 \times \frac{4 \times 3.1416 \times 0.05^3}{3} \times 780 \times 2496 \times (80 - 20) = 6.113 \times 10^7 \text{ J}$$

$$Q = 0.8 Q_0 = 0.6113 \times 10^7 \times 0.8 = 4.89 \times 10^7 \text{ J}$$

(2) 二小时后， $F_0 = \frac{a\tau}{R^2} = 3.254$ ，查附录2图4得  $\frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.0017$

$$\therefore \frac{\theta_s}{\theta_0} = 0.0017 \times 0.685 = 0.00116, t_\infty = 80 - 0.0017 \times 60 = 79.90^\circ\text{C},$$

$$t_s = 80 - 0.0016 \times 60 = 79.904^\circ\text{C}, \text{平均温度为 } 79.9^\circ\text{C},$$

$$\Phi = 1000 \times \frac{4 \times 3.1416 \times 0.05^3}{3} \times 780 \times 2496 \times (79.902 - 20) = 6.11 \times 10^7 \text{ J}$$

3-46、已知：两个固体球，初温为  $600\text{K}$ ， $\tau_\infty=300\text{K}$ ， $d_A=200\text{mm}$ ， $d_B=20\text{mm}$ ，

$$\rho_A=1600\text{Kg}/\text{m}^3, c_A=0.4\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}), c_B=1.6\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \lambda_A=170\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K}),$$

$$\lambda_B=1.7\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K}), h_A=5\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}), h_B=50\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$$

求：把两个球表面冷却到  $415\text{K}$  及把两球中心冷却到  $415\text{K}$  所需的时间，并对计算结果作出定性分析。

解:  $Bi_A = \left(\frac{hR}{\lambda}\right)_A = \frac{5 \times 0.1}{170} = 0.00294 < 0.1, \therefore A$  可用集总参数法。

$$\theta_0 = 600 - 300 = 300K, \quad \theta = 415 - 300 = 115K, \quad \frac{\theta}{\theta_0} = e^{-\frac{h\tau}{\rho c V^2}},$$

$$\frac{115}{300} = \exp\left(\frac{3 \times 5}{1600 \times 400 \times 0.1} \tau\right), 0.3833 = \exp(-0.0002344\tau),$$

$$-0.0002344\tau = -0.9589, \tau = 4091s.$$

$Bi_B = \left(\frac{hR}{\lambda}\right)_B = \frac{50 \times 0.01}{1.7} = 0.294 > 0.1, \therefore B$  球应采用图线法或 Campo 拟合公式。

$$\frac{\theta}{\theta_0} = Ae^{-\mu_1^2 F_0} f(\mu_1 \eta) = Ae^{-\mu_1^2 F_0},$$

$$\mu_1^2 = \left(a + \frac{b}{Bi}\right)^{-1} = \left(0.0988 + \frac{0.2779}{0.294}\right)^{-1} = 0.9578,$$

$$\mu_1 = 0.9787, A = a + b(1 - e^{-cBi}) = 1.0003 + 0.9858(1 - e^{-0.0191 \times 0.294}) = 1.0886$$

$$\text{对球中心, } \eta = 0, f(\mu_1 \eta) = \frac{\sin(0)}{0} = 1, \frac{\theta_m}{\theta_0} = 1.0886 e^{-0.9787^2 F_0} = 1.0886 e^{-0.9579 F_0},$$

$$0.3833 = 1.0886 e^{-0.9579 F_0}, e^{-0.9579 F_0} = 0.3521, -0.9579 F_0 = -1.0438,$$

$$F_0 = 1.0897, a = \frac{\lambda}{\rho c_p} = \frac{1.7}{400 \times 1600} = 2.656 \times 10^{-6} m^2 / s, \frac{a\tau}{R^2} = 1.0897.$$

$$\tau = 1.0897 \times 0.01^2 / (2.656 \times 10^{-6}) = 41.03s.$$

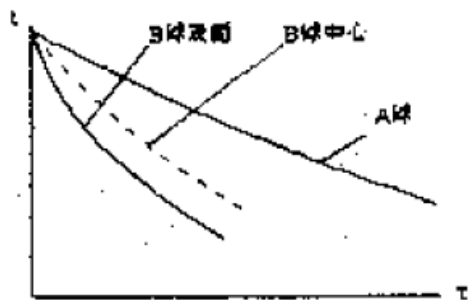
$$\text{对球面上, } \eta = 1, f(\mu_1 \eta) = f(\mu_1) = \frac{\sin(\mu_1)}{\mu_1} = \frac{\sin(0.9897)}{0.9897} = 0.8478,$$

$$0.3833 = 1.0886 \times 0.8478 e^{-0.9579 F_0}, e^{-0.9579 F_0} = 0.4153, -0.9579 F_0 = -0.8787,$$

$$F_0 = 0.9137, \tau = 0.9137 \times 0.01^2 / (2.656 \times 10^{-6}) = 34.54s.$$

$A$  球中心或表面达  $415K$ , 需  $4091s$ ;

$B$  球中心达到  $415K$ , 需  $41.03s$ , 表面需  $34.54s$ 。温度与时间定性分析 图如下:



3-47. 在温度为  $-30^\circ\text{C}$  的高空云层中形成了直径为  $5\text{mm}$  的球状冰雹, 然后开始落下并穿过温度为  $5^\circ\text{C}$  的热空气层。试计算冰雹需落下多少时间其表面才开始熔化, 并确定此时冰雹中心的温度。冰雹的物性可取冰的值,

即取  $h = 240 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}), c = 2040 \text{ J}/(\text{kgK})$ 。

半无限大物体

3-48 一种测量导热系数的瞬态法是基于半无限大物体的导热过程而设计的。设有一块厚材料, 初温为  $30^\circ\text{C}$ ,

然后其一侧表面突然与温度为  $100^{\circ}\text{C}$  的沸水相接触。在离开此表面  $10\text{mm}$  处由热电偶测得  $2\text{min}$  后该处的温度为  $65^{\circ}\text{C}$ 。已知材料的  $\rho = 2200\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $c = 700\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ , 试计算该材料的导热系数。

解:  $t_w = 100^{\circ}\text{C}$ ,  $t_0 = 30^{\circ}\text{C}$ ,  $x = 0.01\text{m}$ ,  $t = 65^{\circ}\text{C}$

$$\tau = 2 \times 60 = 120\text{s}, \quad \rho = 2200\text{kg}/\text{m}^3, \quad C = 700\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$$

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{65-100}{30-100} = 0.5 \Rightarrow \text{erfn} \quad \text{由参考文献: } \eta = 0.477$$

$$\text{由 } \eta = \frac{x}{2\sqrt{\alpha\tau}}$$

$$\lambda = \rho c \alpha = \frac{\rho c x^2}{4\tau \eta^2} = \frac{2200 \times 700 \times 0.01^2}{4 \times 120 \times 0.477^2} = 1.41\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$$

3-49、已知: 有两个很大的不锈钢制及木制的家具, 初温为  $20^{\circ}\text{C}$ 。木制的物性可取为  $\rho = 545\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $\lambda = 0.17\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  及  $c = 2385\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ; 不锈钢的物性可取为  $\rho = 7820\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $\lambda = 18\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  及  $c = 460\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 。

求: 用定量分析说明用手去触摸他们时, 哪一个感觉更冷一些?

解: 温度不同的两种物体接触时界面上要保持热流连续及温度连续, 如图所示有:

$$-\lambda_1 \left( \frac{dT_1}{dx_1} \right) = -\lambda_2 \left( \frac{dT_2}{dx_2} \right), \quad \text{近似地以 } x_1, \quad x_2 \text{ 代替导数, 则有:}$$

$$-\lambda_1 \frac{\Delta T_1}{x_1} = -\lambda_2 \frac{\Delta T_2}{x_2}, \quad \text{另一方面, 在 } x_1 \text{ 中物体 1 放出之热应等于 } x_2 \text{ 中物体吸收之热, 则有:}$$

$$\rho_1 c_1 x_1 \frac{\Delta T_1}{2} = \rho_2 c_2 x_2 \frac{\Delta T_2}{2}, \quad \text{其中 } \frac{\Delta T_1}{2}, \quad \frac{\Delta T_2}{2} \text{ 为平均温升或温降, 将以上二式结合得:}$$

$$\rho_1 c_1 \lambda_1 (\Delta T_1)^2 = \rho_2 c_2 \lambda_2 (\Delta T_2)^2, \quad \text{即: } \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{\sqrt{\rho_2 c_2 \lambda_2}}{\sqrt{\rho_1 c_1 \lambda_1}}$$

如果接触处温度  $T_0$  接近  $T_1$ , 则人体感觉不是很凉;

如果接触处温度  $T_0$  接近  $T_2$ , 则人体感觉就凉。

$$\text{对于木材 } \sqrt{\rho_2 c_2 \lambda_2} = \sqrt{545 \times 2385 \times 0.17} = 470.0;$$

$$\text{对于人体 } \sqrt{\rho_1 c_1 \lambda_1} = \sqrt{1000 \times 0.618 \times 4174} = 1606$$

$$\text{对于木材 } \sqrt{\rho_2 c_2 \lambda_2} = \sqrt{7820 \times 460 \times 18} = 8047。$$

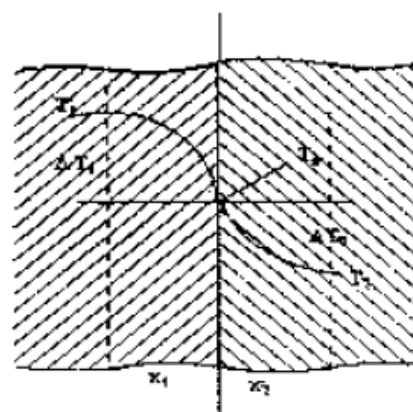
$$\text{所以木材: } \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{470.0}{1606} = 0.293 \quad ; \quad \text{不锈钢 } \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{8047}{1606} = 5.01。$$

因而人手与  $20^{\circ}\text{C}$  木材及钢接触时, 人的皮肤温度完全不同, 对于木材下降不多; 而对于不锈钢则大幅度下降。

3-50、已知: 夏天高速公路初温为  $50^{\circ}\text{C}$ ,  $\rho = 2300\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $\lambda = 1.4\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  及  $c = 880\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ,

突然一阵雷雨把路面冷却到  $20^{\circ}\text{C}$  并保持不变, 雷雨持续了  $10\text{min}$ 。

求: 此降雨期间单位面积上所放出的热量。作为一种估算, 假设公路路面以下相当厚的一层混凝土上均为



$50^{\circ}\text{C}$ ，分析这一假设对计算得到的放热量的影响。

解

$$q = 2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left( \sqrt{\rho c \lambda} \right) \cdot (t_w - t_0) = 2\sqrt{\frac{10 \times 6}{3.14}} \left( \sqrt{2300 \times 880 \times 1.4} \right) \cdot (50 - 20) \\ = 2 \times \sqrt{191.08} \times \sqrt{2833600} \times 30 = 139.6 \text{ KJ}。$$

夏天路面以下温度实际上低于表面温度，因而这一假设使计算得到的值偏高。

3-51、已知：要在寒冷地区埋设水管，把地球简化成半无限大的物体，冬天用较长时间内地球表面突然处于较低的平均温度这样一种物理过程来模拟。某处地层的  $a = 1.65 \times 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s}$ ，地球表面温度由原来均与的  $15^{\circ}\text{C}$  突然下降到  $-20^{\circ}\text{C}$ ，并达 50 天之久。

求：估算为使埋管上不出现霜冻而必须的最浅埋设深度。

解：埋管的深度应使五十天后该处的温度仍大于等于零度。

$$\frac{t(x, \tau) - t_x}{t_0 - t_x} = \frac{0 - (-20)}{15 - (-20)} = 0.5714, \quad \frac{x}{2\sqrt{a\tau}} = 0.56,$$

因而得

$$\text{所以 } x = 2 \times 0.56 \sqrt{a\tau} = 2 \times 0.56 \times \sqrt{1.65 \times 10^{-2} \times 50 \times 24 \times 3600} = 0.946 \text{ m}。$$

3-52、已知：医学知识告诉我们：人体组织的温度等于，高于  $48^{\circ}\text{C}$  的时间不能超过 10s，否则该组织内的细胞就会死亡。今有一劳动保护部门需要获得这样的资料，即人体表面接触到  $60^{\circ}\text{C}$ 、 $70^{\circ}\text{C}$ 、 $80^{\circ}\text{C}$ 、 $90^{\circ}\text{C}$ 、 $100^{\circ}\text{C}$  的热表面厚，皮肤下烧伤程度随时间而变化的情况。人体组织性取  $37^{\circ}\text{C}$  水的数值，计算的最大时间为 5min，假设一接触到热表面，人体表面温度就上升到了热表面的温度。

求：用非稳态导热理论做出上述烧伤深度随时间变化的曲线。

解：按半无限大物体处理， $37^{\circ}\text{C}$  时  $a = 15.18 \times 10^{-8} \text{ m}^2 / \text{s}$ 。利用习题 54 中给出的公式，可得  $\text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)$

之值，由误差函数表可查得相应的  $\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}$  的数值，从而确定不同  $\tau$ （单位秒）下温度为  $48^{\circ}\text{C}$  的地点的  $x$  值，即皮下烧伤深度。令对于  $t_x = 60^{\circ}\text{C}$  及  $70^{\circ}\text{C}$  两种情形给出计算结果如下：

		烧伤深度, mm						
$t_x, ^{\circ}\text{C}$	$\frac{t(x, \tau) - t_x}{t_0 - t_x}$	$\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}$	0.5 分钟	1 分钟	2 分钟	3 分钟	4 分钟	5 分钟
60	0.52174	0.5014	2014	3.03	4.28	5.24	6.05	6.77
70	0.66666	0.6852	2.92	4.14	5.85	7.16	8.27	9.25

变化曲线略。



3-53.  $70^{\circ}\text{C}$  的热茶突然倒入初温为  $25^{\circ}\text{C}$  的陶瓷茶杯中. 茶杯壁面厚  $6\text{mm}$ . 假设茶杯内表面温度立即上升到  $70^{\circ}\text{C}$ , 试确定茶杯内表面下  $2\text{mm}$  处温度达  $30^{\circ}\text{C}$  所需的时间. 陶瓷材料的热扩散率  $a = 4 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ .

### 多维非稳态导热

3-54. 已知: 一正方形人造木块, 边长为  $0.1\text{m}$ ,  $\lambda = 0.65 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,  $\rho = 810 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c = 2550 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ , 初温为  $25^{\circ}\text{C}$ ,  $t_{\infty} = 425^{\circ}\text{C}$ ,  $h = 6.5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , 经过 4 小时 50 分 24 秒后, 木块局部地区开始着火.

求: 此种材料的着火温度.

解: 木块温度最高处位在角顶, 这是三块无限大平板相交处.

$$Bi = \frac{h\delta}{\lambda} = \frac{6.5 \times 0.05}{0.65} = 0.5 > 0.1; \text{由图3-7查得 } \frac{\theta_s}{\theta_m} = 0.8,$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{0.65}{810 \times 2550} = 3.147 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}, F_o = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{3.147 \times 10^{-7} \times 17424}{0.05^2} = 2.19;$$

$$\text{由图3-6查得 } \frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.4, \frac{\theta_s}{\theta_0} = \frac{\theta_s}{\theta_m} \frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.8 \times 0.41 = 0.328.$$

$$\text{角顶处无量纲温度: } \Theta = \left(\frac{\theta_s}{\theta_0}\right)_0^3 = 0.328^3 = 0.0353,$$

$$\therefore \text{角顶温度: } t = t_{\infty} + 0.0353(t_0 - t_{\infty}) = 425 + 0.0353 \times (25 - 425) = 411^{\circ}\text{C}.$$

3-55. 已知: 一易拉罐饮料, 初温为  $30^{\circ}\text{C}$ , 物性可按水处理, 罐的直径为  $50\text{mm}$ , 高为  $120\text{mm}$ ,

罐壳的热阻可以忽略, 罐中的饮料的自然对流可以忽略.  $t_{\infty} = 5^{\circ}\text{C}$ ,  $h = 10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .

求: 饮料到达  $10^{\circ}\text{C}$  所需的时间.

$$\frac{30+10}{2} = 20^{\circ}\text{C}$$

解: 物性按计, 则有

$$\lambda = 0.599 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), a = 14.3 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s},$$

$$Bi_i = \frac{h\delta}{\lambda} = \frac{10 \times 0.06}{0.599} = 1.002, Bi_i^{-1} = 1.0, Bi_{ic} = \frac{hR}{\lambda} = \frac{10 \times 0.025}{0.599} = 0.417, Bi_{ic}^{-1} = 2.4.$$

$$\theta_0 = 30 - 5 = 25^{\circ}\text{C}, \theta = 10 - 5 = 5^{\circ}\text{C}, \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{5}{25} = 0.2, \frac{\theta}{\theta_0} = Ae^{-\mu_1^2 F_o}.$$

$$\text{对平板: } \mu_1^2 = \left(a + \frac{b}{Bi_i}\right)^{-1} = \left(0.4022 + \frac{0.9188}{1.002}\right)^{-1} = 0.7580,$$

$$A = a + b(1 - e^{-cBi}) = 1.0101 + 0.2575(1 - e^{-0.4271 \times 1.002}) = 1.0998,$$

$$\theta_0 = 30 - 5 = 25^\circ\text{C}, \theta = 10 - 5 = 5^\circ\text{C}, \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{5}{25} = 0.2, \frac{\theta}{\theta_0} = Ae^{-\mu_1^2 F_0}$$

$$\text{对柱体: } \mu_1^2 = (a + \frac{b}{Bi_c})^{-1} = (0.1700 + \frac{0.4349}{0.417})^{-1} = 0.8245,$$

$$A = a + b(1 - e^{-cBi_c}) = 1.0042 + 0.5877(1 - e^{-0.4238 \times 0.417}) = 1.0953,$$

$$F_{0\rho} = \frac{\alpha\tau}{\delta^2}, F_{0\tau} = \frac{\alpha\tau}{R^2}, \delta^2 = 0.06^2 = 0.0036, R^2 = 0.025^2 = 0.000625.$$

$$F_{0\tau} = F_{0\rho} \times \frac{0.0036}{0.000625} = 5.76 F_{0\rho}, \text{于是有:}$$

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = (\frac{\theta_m}{\theta_0})_\rho (\frac{\theta_m}{\theta_0})_c = 1.2046 e^{F_{0\tau}},$$

$$\frac{0.2}{1.2046} = e^{-5.3071 F_{0\tau}} = 0.1660, -1.7856 = -5.5071 F_{0\rho}, F_{0\rho} = 0.324,$$

$$\tau = 0.324 \times 0.06^2 / (14.3 \times 10^{-8}) = 8162.65 \text{ s} = 2.27 \text{ h}.$$

3-56 一直径为 0.15m, 高 0.05m 的平板玻璃圆盘, 送入退火炉中消除应力, 其初始温度为 30°C, 炉中温度为 450°C。设玻璃盘在炉内各时各表面均可受到加热, 表面传热系数为

$9.5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。按工艺要求, 需加热到盘内各点温度均为 400°C 以上, 试估算所需时间。已知该盘导热系数  $\lambda = 0.78 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,  $\rho = 2700 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c = 835 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

解: 平板玻璃盘在几何上是直径为 0.15m 的圆柱与厚为 0.05m 的无限大平板相交而成

按加热工艺要求, 使最低温度即中心温度达到 400°C

$$\text{对平板: } \frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{h\delta} = \frac{0.78}{9.5 \times 0.025} = 3.284$$

$$\text{对圆柱: } \frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{h\delta} = \frac{0.78}{9.5 \times 0.075} = 1.095$$

$$\text{按题意: } \frac{\theta_m}{\theta_o} = \frac{400 - 450}{30 - 450} = 0.119$$

采用试凑法求解, 取一组  $\tau$  值, 计算每个  $\tau$  值下  $\theta_m/\theta_0$  值, 由此确定所需的时间

$$\text{其中 } (Fo)_\rho = \frac{\alpha\tau}{\delta^2}, (Fo)_c = \frac{\alpha\tau}{R^2}, \frac{\theta_m}{\theta_o} = \left[ \frac{\theta_m}{\theta_o} \right]_\rho \left[ \frac{\theta_m}{\theta_o} \right]_c$$

$t(\text{min})$	$(Fo)_\rho$	$(Fo)_c$	$\left[ \frac{\theta_m}{\theta_o} \right]_\rho$	$\left[ \frac{\theta_m}{\theta_o} \right]_c$	$\frac{\theta_m}{\theta_o}$
150	4.982	0.554	0.30	0.57	0.171
160	5.314	0.590	0.28	0.50	0.140
170	5.646	0.627	0.25	0.46	0.115

由此可见, 大约 170min(2.8h)后可达到要求。

3-57、已知: 牛肉尺寸为  $40 \text{ mm} \times 60 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ , 初温为  $5^\circ\text{C}$ , 牛肉的物性可按水处理,

$$t_\infty = 180^\circ\text{C}, h = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}).$$

求: 把牛肉加热到  $80^\circ\text{C}$  所需要的时间。

解：这是三块平板相交的问题，要计算使中心温度达到 $80^{\circ}\text{C}$ 所需的时间，牛肉按

$$\frac{5+80}{2}=42.5^{\circ}\text{C} \text{ 计算，查得物性： } \lambda=0.638\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K}), a=15.0\times 10^{-8}\text{m}^2/\text{s}$$

$$B_{ix}=\frac{h\delta_x}{\lambda}=\frac{20\times 0.02}{0.638}=0.62696$$

$$B_{iy}=\frac{h\delta_y}{\lambda}=\frac{20\times 0.03}{0.638}=0.94044$$

$$B_{iz}=\frac{h\delta_z}{\lambda}=\frac{20\times 0.05}{0.638}=1.5674$$

$$\theta_0=175^{\circ}\text{C}, \theta=100^{\circ}\text{C}, \frac{\theta}{\theta_0}=\frac{100}{175}=0.5714286, \frac{\theta_m}{\theta_0}=Ae^{-\mu_1^2 F_0}$$

$$\text{对平板 } x \text{ (轴向)}, \mu_1^2=(0.4022+\frac{0.9188}{B_i})^{-1}=(0.4022+\frac{0.9188}{0.62696})^{-1}=0.53542$$

$$A_1=a+b(1-e^{-cBi})=1.0101+0.2575(1-e^{-0.42718\times 0.62696})=1.070592.$$

$$\text{对平板 } y, \mu_2^2=(0.4022+\frac{0.9188}{0.94044})^{-1}=0.725064,$$

$$A_2=1.0101+0.2575(1-e^{-0.42718\times 0.94044})=1.09528.$$

$$\text{对平板 } z, \mu_3^2=(0.4022+\frac{0.9188}{1.5674})^{-1}=1.01174,$$

$$A_3=1.0101+0.2575(1-e^{-0.42718\times 1.5674})=1.13576.$$

$$F_{0x}=\frac{\alpha\tau}{\delta_x^2}, F_{0y}=\frac{\alpha\tau}{\delta_y^2}, F_{0z}=\frac{\alpha\tau}{\delta_z^2}, F_{0y}=0.4444F_{0x}, F_{0z}=0.16F_{0x},$$

$$\frac{\theta_m}{\theta_0}=(\frac{\theta_m}{\theta_0})_x(\frac{\theta_m}{\theta_0})_y(\frac{\theta_m}{\theta_0})_z=0.5714\Rightarrow e^{-1.01935F_{0x}}=0.4291\Rightarrow F_{0x}=0.83$$

$$\tau=0.83\times 0.0004/(15\times 10^{-8})=2213\text{s}=37\text{min}.$$

3-58、已知：一短钢圆柱体，直径为10cm、高10cm，初温

$$\text{解：对无限长圆柱体：}\frac{1}{Bi}=\frac{\lambda}{hR}=\frac{47.5}{250\times 0.05}=3.8, Fo=\frac{\alpha\tau}{\delta^2}=\frac{9.55\times 10^{-6}\times 180}{0.05^2}=0.688,$$

$$\text{查附录2图1得}\frac{\theta_m}{\theta_o}=0.71, \text{由附录2图2查得}\frac{\theta_s}{\theta_m}=0.88, \therefore \frac{\theta_s}{\theta_o}=0.88\times 0.71=0.625$$

对无限长平板：

$$\delta=0.5, \frac{1}{Bi}=\frac{\lambda}{hR}=\frac{47.5}{250\times 0.05}=3.8, Fo=\frac{\alpha\tau}{\delta^2}=\frac{9.55\times 10^{-6}\times 180}{0.05^2}=0.688,$$

由图3-6查得  $\frac{\theta_m}{\theta_o} = 0.9$ , 由图3-7查得  $\frac{\theta_s}{\theta_m} = 0.88$ ,  $\therefore \frac{\theta_s}{\theta_o} = 0.88 \times 0.9 = 0.792$

$\therefore$  短圆柱体中的最低温度为  $\frac{\theta_s}{\theta_o} = \left(\frac{\theta_s}{\theta_o}\right)_\rho \left(\frac{\theta_s}{\theta_o}\right)_c = 0.625 \times 0.792 = 0.495$ .

$$t = t_f + 0.495 \times (t_0 - t_f) = 143.9^\circ C;$$

最高温度为  $\frac{\theta_m}{\theta_o} = \left(\frac{\theta_m}{\theta_o}\right)_\rho \left(\frac{\theta_m}{\theta_o}\right)_c = 0.71 \times 0.9 = 0.639$ ,

$$t = t_f + 0.639 \times (t_0 - t_f) = 177^\circ C, \Delta t = 177 - 143.9 = 33.1^\circ C.$$

3-59、已知：对于 3-5 节中所讨论的长棱柱体的非稳态导热问题（图 3-14a），假设平板 p1

及 p2 从过程开始到 t 时刻的换热量与该平板在这一非稳态导热过程中的最大换热量之比为

别为  $[Q/Q_0]_{p1}$  及  $[Q/Q_0]_{p2}$ .

求：导出用上述两个值表示的在同一时间间隔内柱体的  $Q/Q_0$  之值的计算式。

解：对一维问题按式（3-34）有：

$$\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)_1 = 1 - \frac{1}{V} \int \left(\frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty}\right) dV = 1 - \frac{2}{2\delta_1 \cdot 1} \int_0^{\delta_1} \Theta_{\rho 1} dx = 1 - \frac{1}{\delta_1} \int_0^{\delta_1} \Theta_{\rho 1} dx,$$

$$\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)_2 = 1 - \frac{1}{V} \int \left(\frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty}\right) dV = 1 - \frac{2}{2\delta_2 \cdot 1} \int_0^{\delta_2} \Theta_{\rho 2} dy = 1 - \frac{1}{\delta_2} \int_0^{\delta_2} \Theta_{\rho 2} dy,$$

据乘积解法  $\Theta = \Theta_{\rho 1} \cdot \Theta_{\rho 2}$ , 于是有对二维方柱体

$$\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)_1 = 1 - \frac{1}{V} \int \left(\frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty}\right) dV = 1 - \frac{2}{2\delta_1 \cdot 1} \int_0^{\delta_1} \Theta_{\rho 1} dx = 1 - \frac{1}{\delta_1} \int_0^{\delta_1} \Theta_{\rho 1} dx,$$

$$= 1 - \frac{4}{2\delta_1 \times 2\delta_2} \int_0^{\delta_1} \Theta_{\rho 1} dx \int_0^{\delta_2} \Theta_{\rho 2} dy = 1 - \frac{1}{\delta_1 \delta_2} \int_0^{\delta_1} \Theta_{\rho 1} dx \int_0^{\delta_2} \Theta_{\rho 2} dy$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{\delta_1} \int_0^{\delta_1} \Theta_{\rho 1} dx\right) \left(\frac{1}{\delta_2} \int_0^{\delta_2} \Theta_{\rho 2} dy\right)$$

$$= \left[1 - \frac{1}{\delta_1} \int_0^{\delta_1} \Theta_{\rho 1} dx\right] + \left[1 - \frac{1}{\delta_2} \int_0^{\delta_2} \Theta_{\rho 2} dy\right] - \left[1 - \frac{1}{\delta_1} \int_0^{\delta_1} \Theta_{\rho 1} dx\right] \left[1 - \frac{1}{\delta_2} \int_0^{\delta_2} \Theta_{\rho 2} dy\right]$$

$$= \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)_{\rho 1} + \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)_{\rho 2} - \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)_{\rho 1} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)_{\rho 2}$$

其中  $\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)_{\rho 1}$   $\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)_{\rho 2}$  均可据式（3-34）算出。

综合分

析

3-60、已知：一大型加热炉炉底厚 50mm，初温为  $25^\circ C$ ,  $a = 5 \times 10^{-6} m^2/s$ ,  $\lambda = 4.0 W/(m \cdot K)$ , 点火后  $t_\infty = 1600^\circ C$ ,  $h = 40 W/(m^2 \cdot K)$ 。按工艺要求炉内各表面均应加热到  $1500^\circ C$  方可投入使用。

求：从开始点火到满足这一条件所需的时间。

解：近似地认为炉底外表面是绝热的，则这是一厚为  $2\delta = 2 \times 0.05m$  的无限大平板的非稳态导热问题。

$$\frac{1}{Bi} = \frac{\lambda}{h\delta} = \frac{4}{40 \times 0.05} = 2.0, \quad \text{由图 3-7 查得 } \frac{\theta_\tau}{\theta_m} = 0.8,$$

$$t_m = 1600 - 100 / 0.8 = 1475^\circ \text{C}, \quad \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{1475 - 1600}{25 - 1600} = 0.0794,$$

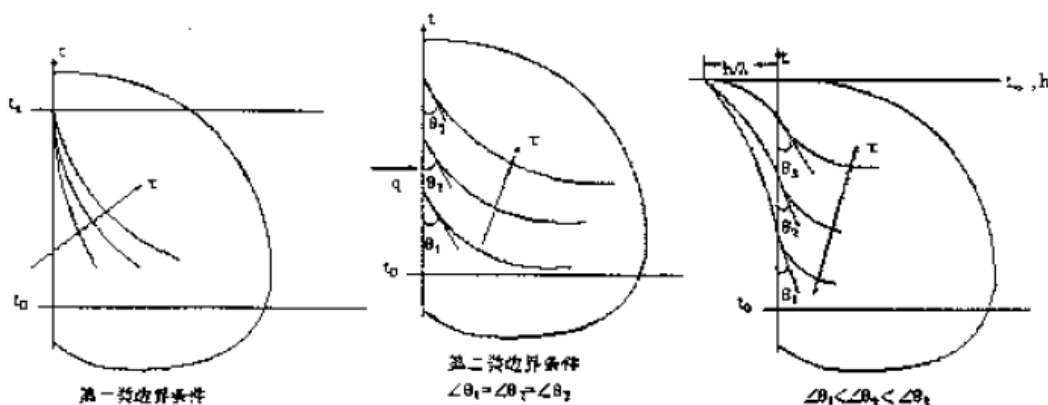
$$\text{由图 3-6 查得 } Fo \approx 6.1, \quad \text{即 } \tau = \frac{6.1 \times 0.05}{5 \times 10^{-1}} = 30500 \text{ s} = 8.47 \text{ h}.$$

3-61、已知：半无限大物体分别处于下列三种边界条件：

(1) 第一类边界条件， $t_w$  为常数；(2) 第二类边界条件， $q_w$  为常数；(3) 第三类边界条件， $h$  及  $t_\infty$  为常数。

求：定性地画出物体中的温度随时间变化的曲线。

解：



3-62、已知：一输油管，外径  $d_0 = 1 \text{ m}$ ，壁厚  $45 \text{ mm}$ ，外侧绝热， $\lambda = 43 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ， $a = 1.17 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ，初温为  $-20^\circ \text{C}$ 。然后  $80^\circ \text{C}$  的油突然流经该管， $h = 400 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。

求：

- (1) 输油 5min 后油管外表面的温度；
- (2) 输油 5min 后油管内表面的瞬时热流密度；
- (3) 输油 5min 后油管单位长度上所吸收的热量。

解：假设按无限大平板处理，如图所示：

$$\delta = 45 \text{ mm}, \quad Fo = \frac{a\tau}{\delta^2} = \frac{1.17 \times 10^{-5} \times 5 \times 60}{0.045^2} = 1.733,$$

$$Bi = \frac{h\delta}{\lambda} = \frac{400 \times 0.045}{43} = 0.419,$$

$$\eta = \frac{x}{\delta} = 0$$

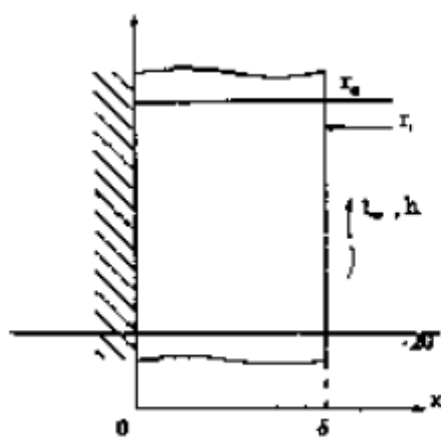
油管外表面处  $\eta = \frac{x}{\delta} = 0$ 。采用拟合公式

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = A e^{-\mu_1^2 Fo} f(\mu_1 \eta)$$

$$\mu_1^2 = \left( a + \frac{b}{Bi} \right)^{-1} = \left( 0.4022 + \frac{0.9188}{0.419} \right)^{-1} = 0.38535,$$

$$\mu_1 = 0.6208, \quad A = a + b(1 - e^{-Bi}) = 1.0101 + 0.2575(1 - e^{-0.4271 \times 0.419}) = 1.0523.$$

$$f(\mu_1 \eta) = \theta \cos(\mu_1 \eta) = \cos 0 = 1.$$



$$(1) \quad \frac{\theta_r}{\theta_0} = Ae^{-\mu_1^2 Fo} \cos\left(\mu_1 \frac{x}{\delta}\right),$$

$$\frac{\theta_m}{\theta_0} = 1.0523 \times e^{-0.6208^2 \times 1733} = 1.0523 \times e^{-0.6679} = 1.0523 \times 0.5128 = 0.5396$$

所以

$$\frac{t_m - 80}{-20 - 80} = 0.5396, \quad t_m = 80 - 0.5396 \times (20 + 8) = 80 - 53.96 = 26.04^\circ C。$$

$$(2) \quad \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = -A\theta_0 e^{-\mu_1^2 Fo} \sin\left(\mu_1 \frac{x}{\delta}\right) \cdot \frac{\mu_1}{\delta} = -A\theta_0 e^{-\mu_1^2 Fo} \sin(\mu_1) \cdot \frac{\mu_1}{\delta},$$

$$\begin{aligned} q &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = -\lambda \left( -A\theta_0 e^{-\mu_1^2 Fo} \sin(\mu_1) \cdot \frac{\mu_1}{\delta} \right) \\ &= -43 \times (-20 - 80) \times 1.0523 \times (e^{-0.6679}) \times \sin(0.6208) \times \frac{0.6208}{0.045} \\ &= 43 \times 100 \times 1.0523 \times 0.5128 \times 0.5819 \times 13.796 = 18627 \text{ KW} / \text{m}^2。 \end{aligned}$$

$$\text{相应温差} \quad \Delta t = \frac{18627}{400} = 46.6^\circ C, \quad t_w = 80 - 46.6 = 33.4^\circ C > 26.04。$$

$$(3) \quad \frac{\phi}{\phi_0} = 1 - \frac{\bar{\theta}}{\theta_0}, \quad \bar{\theta} = Ae^{-\mu_1^2 Fo} B,$$

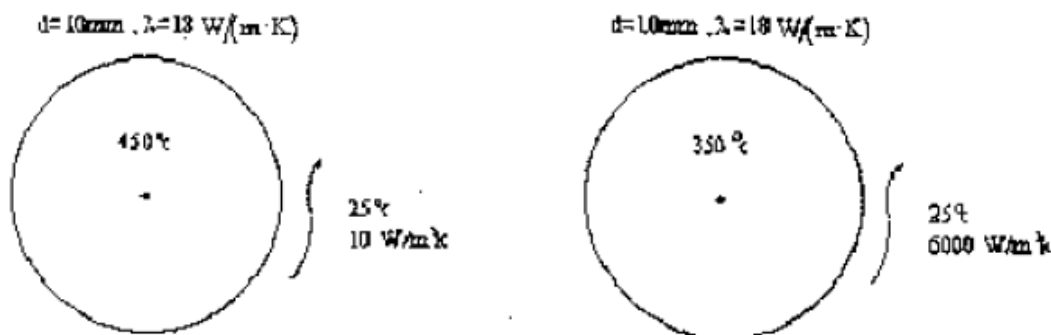
$$B = \frac{a + cBi}{1 + bBi} = \frac{1.0063 + 0.3483 \times 0.419}{1 + 0.5475 \times 0.419} = \frac{1.0063 + 0.1459}{1 + 0.2294} = 0.9372,$$

$$\text{所以} \quad \bar{\theta} = 1.0523 \times 0.5128 \times 0.9372 = 0.5057, \quad \frac{\phi}{\phi_0} = 1 - 0.5057 = 0.4943,$$

$$\phi = 0.4943 \phi_0 = 0.4943 \rho c V (t_0 - t_\infty) = 0.4943 \rho c \pi \delta \cdot 1 \cdot (-20 - 80)$$

$$\begin{aligned} &= 0.4943 \times \left( \frac{\lambda}{a} \right) \times 0.045 \times 1 \times (-100) \times 3.14 \\ &= 0.4943 \times 3.675 \times 10^6 \times 0.045 \times (-100) \times 3.14 \\ &= -2.565 \times 10^7 \text{ J}。 \end{aligned}$$

3-63、已知：一固体球， $d=10\text{mm}$ ， $\rho=3200\text{kg}/\text{m}^3$ ， $\lambda=18\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ， $c=1200\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ，初温为 $450^\circ\text{C}$ ，然后进行两步冷却：第一步， $t_\infty=25^\circ\text{C}$ ， $h=10\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ，球的中心温度降到 $350^\circ\text{C}$ ；第二步， $t_\infty=25^\circ\text{C}$ ， $h=6000\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ，球的中心温度降到 $50^\circ\text{C}$ 。  
求：每一阶段冷却所需时间及该阶段中球体所释放出的热量。



解：

温度计算

$$\begin{aligned}
 & \bullet \text{ 第一阶段, } Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{10 \times 0.005}{18} = 2.777 \times 10^{-3} < 0.1, \text{ 可用集总参数法。} \\
 & \theta = \theta_0 e^{\frac{hF}{\rho c V} \tau}, \quad \frac{hF}{\rho c V} = \frac{h}{\rho c} \cdot \frac{1}{V/F} = \frac{h}{\rho c} \cdot \frac{6}{d} = \frac{10}{1200 \times 3200} \times \frac{6}{0.01} = 1.5625 \times 10^{-3}, \\
 & \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{t_m - 25}{450 - 25} = \frac{350 - 25}{450 - 25} = 0.7647, \\
 & \text{所以 } 0.7647 = e^{-1.5625 \times 10^{-3} \tau}, \\
 & -0.2683 = -1.5625 \times 10^{-3} \tau, \quad \tau = \frac{0.2683}{1.5625} \times 10^{-3} = 0.1717 \times 10^{-3} = 171.7 s \\
 & \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{t_m - 25}{450 - 25} = \frac{50 - 25}{450 - 25} = 0.07692, \\
 & \bullet \text{ 第二阶段, } \\
 & Bi = \frac{hR}{\lambda} = \frac{6000 \times 0.005}{18} = 1.667, \quad \frac{\theta_m}{\theta_0} = Ae^{-\mu_1^2 Fo} f(\mu_1 \eta) \\
 & A = a + b(1 - e^{\tau Bi}) = 1.0003 + 0.9858(1 - e^{-0.3191 \times 2.667}) \\
 & = 1.0003 + 0.9858 * (1 - 0.5875) = 1.4069, \\
 & \mu_1^2 = \left(a + \frac{b}{Bi}\right)^{-1} = \left(0.0988 + \frac{0.2779}{1.667}\right)^{-1} = 3.7664, \\
 & \mu_1 = 1.9407, \quad \eta = 0, \quad f(\mu_1 \eta) = 1, \\
 & \frac{\theta_m}{\theta_0} = 0.07692 = 1.4069 \times e^{-3.7663 Fo} \\
 & \text{所以 } \\
 & -2.565 = 0.3414 - 3.7663 Fo, \quad Fo = \frac{2.565 + 0.3414}{3.7663} = 0.7717, \\
 & Fo = \frac{\alpha \tau}{R^2} = \frac{18 / (3200 \times 1200) \tau}{0.005^2} = 0.7717, \quad \tau = \frac{0.005^2 \times 0.7717}{4.6875 \times 10^{-6}} = 4.12 s.
 \end{aligned}$$

换热量计算

$$\begin{aligned}
 & \bullet \text{ 第一阶段:} \\
 & Q_1 = \frac{\pi d^3}{6} \rho c (t_0 - t) = \frac{3.14 \times 0.01^3}{6} \times 3200 \times 1200 \times (450 - 350) = 201 J \\
 & \bullet \text{ 第二阶段:} \\
 & \frac{Q_2}{Q_0} = 1 - \bar{\theta}, \quad \bar{\theta} = Ae^{-\mu_1^2 Fo} B, \\
 & B = \frac{a + cBi}{1 + bBi} = \frac{1.0295 + 0.1953 \times 1.667}{1 + 0.6841 \times 1.667} = \frac{1.0295 + 0.3256}{1 + 1.0804} = 0.6514, \\
 & \bar{\theta} = 1.4096 \times e^{-3.7663 Fo} \times 0.6514, \\
 & \bar{\theta} = 1.4096 \times e^{-3.7663 \times 0.7717} \times 0.6514 = 1.4096 \times 0.06514 \times 0.6514 = 0.04968, \\
 & Q_2 = Q_0 \times (1 - 0.04968) = 0.9503 \times Q_0 = 0.9503 \times \frac{\pi d^3}{6} \rho c (350 - 25) \\
 & = 0.9503 \times \frac{3.14 \times 0.01^3}{6} \times 3200 \times 1200 \times 325 = 0.9503 \times 653.12 = 621 J.
 \end{aligned}$$

作为一种验算, 比较上述换热量与球从  $450^\circ C$  降温到  $25^\circ C$  所释放的热量:

从  $450^{\circ}\text{C} \rightarrow 25^{\circ}\text{C}$ ,  $Q_0 = \frac{\pi d^3}{6} \rho c (450 - 25) = \frac{3.14 \times 10^{-6}}{6} \times 3200 \times 1200 \times 425 = 854 \text{ J}$ 。  
 $Q_1 + Q_2 = 201 + 621 = 822 \text{ J} < 854 \text{ J}$ 。

3-64、已知：一二维的矩形区域，初温为  $t_0$ ，然后其四个表面突然受到均匀的热流密度  $q$  的加热。

证明：该矩形区域中非稳态导热的过余温度场可以用两个相应的一维非稳态导热问题过余温度场的叠加来获得。

解：参见陶文铨编著《数值传热学》（第一版，西安交通大学出版社，1998）第 90~92 页。

3-65. 在一太阳能储能系统中有一卵石蓄热床，卵石的平均直径为 60mm，初始温度为  $350^{\circ}\text{C}$ ，后温度为  $280^{\circ}\text{C}$  的冷空气流经该蓄热床。试确定需经过多长时间与冷空气接触的第一排卵石能释放用于加热空气的能量的 90%？卵石的导热系数  $\lambda = 1.6 \text{ W/(mK)}$ ，热扩散率  $a = 7 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ 。

3-66、已知：物体的非稳态导热进入正规状况阶段后，一般定义同一点上两个不同时刻的过余温度  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  与

$$m = \frac{\ln \theta_1 - \ln \theta_2}{\tau_2 - \tau_1}$$

相应时刻  $\tau_1$ 、 $\tau_2$  的关系  $\tau_2 - \tau_1$  为冷却或加热速率。

求：对无限大平板导出  $m$  的表达式，并利用表 3-1 所提供的信息。设计出一种测定非金属固体材料（如塑料版等）的导温系数的简易方法。

解：对无限大平板，据式（3-22）在进入充分发展阶段后有：

$$\frac{\theta(x, \tau)}{\theta_0} = \frac{2 \sin(\beta_1 \delta)}{(\beta_1 \delta) + \sin(\beta_1 \delta) \cos(\beta_1 \delta)} e^{-(\beta_1 \delta)^4 Fo} \cos\left[(\beta_1 \delta) \frac{x}{\delta}\right],$$

记  $\beta_1 \delta = \mu_1$ ,  $A = \frac{2 \sin(\beta_1 \delta)}{(\beta_1 \delta) + \sin(\beta_1 \delta) \cos(\beta_1 \delta)}$ ,  $B = \cos\left[(\beta_1 \delta) \frac{x}{\delta}\right]$ , 则可见以上表达式中 A、B 两部分仅与 Bi 数及位置有关，对平板中的固定位置，A、B 为常数（在一定 Bi 下），

$$\frac{\theta(x, \tau)}{\theta_0} = C e^{-\mu_1^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} = C e^{-\left(\frac{\mu_1^2 a}{\delta^2}\right) \tau}$$

设记  $C = A \cdot B$ ，则有  $\theta_0$ 。两边取对数：

$$\ln \theta(x, \tau) = \ln \theta_0 + \ln C - \left(\frac{\mu_1^2 a}{\delta^2}\right) \tau, \text{ 在同一位置 } x, \text{ 在两个时刻 } \tau_1, \tau_2 \text{ 进行温度测定:}$$

$$\ln \theta(x, \tau_1) = \ln \theta_1 = \ln \theta_0 + \ln C - \left(\frac{\mu_1^2 a}{\delta^2}\right) \tau_1, \quad \ln \theta(x, \tau_2) = \ln \theta_2 = \ln \theta_0 + \ln C - \left(\frac{\mu_1^2 a}{\delta^2}\right) \tau_2.$$

$$\ln \theta_1 - \ln \theta_2 = \left(\frac{\mu_1^2 a}{\delta^2}\right) (\tau_2 - \tau_1), \quad m = \frac{\mu_1^2 a}{\delta^2}, \quad a = \frac{\delta^2}{\mu_1^2} \cdot \frac{\ln \theta_1 - \ln \theta_2}{\tau_2 - \tau_1},$$

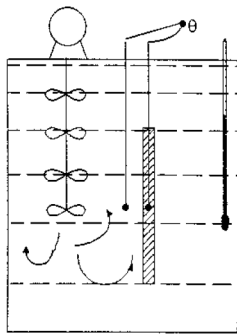
所以  $\mu_1$  与  $\text{Bi} = \frac{h\delta}{\lambda}$  有关，对非金属固体， $\lambda$  一般在 10 以下，设法使流体（液体如水）发生对流换热，则可以获得

很大 Bi 数的情况，此时  $(\mu_1)_{\infty} = 1.5707 = \frac{\pi}{2}$ ，于是

$$a = \frac{\ln \theta_1 - \ln \theta_2}{\tau_2 - \tau_1} \cdot \delta^2 \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = \frac{\ln \theta_1 - \ln \theta_2}{\tau_2 - \tau_1} \cdot \left(\frac{2\delta}{\pi}\right)^2, \text{ 通过实验测定的简易方法如下。}$$

将试件制成一块大平板。先将试件在恒温炉中加热到一定温度，随后放入恒温槽中，如图示。为强化换热用搅拌器对流进行搅拌，同时也有利于建立一个均匀的温度场。在试件中固定位置装入一个热电偶的终点，另一个结点用于测量环境温度，由温差热电偶的读书即可得被测点处的过余温度。测定两个不同时刻的  $\theta$  值后即可据上式计算  $a$  之值。





习题 3-64 附图

3-67、已知：一直径为  $d$  的钢球加热到  $t_{s0}$  温度后，被突然置于温度为  $t_{f0}$  的液体中冷却。由于液体的容积有限，在钢球冷却过程中，液体也逐渐升温。为强化钢球表面与液体之间的换热过程，液体槽中加了搅拌器，因而可以近似地认为任一槽间夜槽中的温度是均匀的。表面传热系数为常数。

求：导出确定钢球温度及油温随时间变化的微分方程式，并求解之。

解：假设容器的外壁绝热良好，而且可按集总参数法处理。记钢球的温度分别为  $t_s$  及  $t_f$ ，则可列出下列两个微分方程：

$$\text{钢球: } \frac{dt_s}{d\tau} = \frac{hF_s}{\rho_s V_s c_s} (t_f - t_s); \quad \text{液体: } \frac{dt_f}{d\tau} = \frac{hF_f}{\rho_f V_f c_f} (t_s - t_f), \quad \text{其中下标 } s, f \text{ 分别表示钢球及液体。}$$

记  $A = \frac{hF_s}{\rho_s V_s c_s}$ ,  $B = \frac{hF_f}{\rho_f V_f c_f}$ ，则可得如下联立方程组：

$$\frac{dt_s}{d\tau} + At_s = At_f \quad (1);$$

$$\frac{dt_f}{d\tau} + Bt_f = At_s \quad (2)。$$

初始条件为  $\tau = 0, t_s = t_{s0}, t_f = t_{f0}$ 。

由式 (1) 得  $t_f = \frac{1}{A} \cdot \frac{dt_s}{d\tau} + t_s$ ，代入 (2) 得下列二阶微分方程：

$$\frac{d^2 t_s}{d\tau^2} + (A+B) \frac{dt_s}{d\tau} = 0, \tau = 0, t_s = t_{s0}, \frac{dt_f}{d\tau} = A(t_{f0} - t_{s0})。$$

解此二阶常微分方程得  $t_s = c_1 + c_2 e^{-(A+B)\tau}$ 。

由两个初始条件可得  $c_1 = t_{s0} + \frac{A}{A+B}(t_{f0} - t_{s0}), c_2 = -\frac{A}{A+B}(t_{f0} - t_{s0})$ 。

最后得：

$$t_s = t_{s0} + \frac{A}{A+B}(t_{f0} - t_{s0})[1 - e^{-(A+B)\tau}];$$

$$t_f = t_{s0} + \frac{B}{A+B}(t_{f0} - t_{s0})[A + Be^{-(A+B)\tau}]。$$

## 小论文题目

3-68、已知：如果非稳态导热的求解仅着眼于正规化状况阶段（即充分发展阶段），则对于无限大平板、无限

长圆柱及球，其温度的微分方程可简化为一个常微分方程。定义无量纲温度为  $\Theta = \frac{t - t_\infty}{t_b - t_\infty}$ ，其中

$t_b = \frac{1}{V} \int_V t dV$ ，为容积平均温度。

求：对两侧对称受热（冷却）的无限大平板导出  $\Theta$  的微分方程及边界条件。

解：厚为  $2\delta$  的无限大平板的一维非稳态导热方程为：
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (1)$$

边界条件为：
$$x=0, \frac{\partial t}{\partial x} = 0; x=\delta, -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = h(t-t_\infty) \quad (2)$$

在导热进入正轨状态（充分发展阶段）时， $t$  仍为  $(x, \tau)$  的函数，热而无量纲过余温度  $\Theta = \frac{t-t_\infty}{t_b-t_\infty}$  则仅为  $x$  的函数而与时间  $\tau$  无关，

其中  $t_b = \frac{1}{V} \int_V t dV$ ，为容积平均温度。

据此  $\Theta = \frac{t-t_\infty}{t_b-t_\infty} = f(x), \frac{\partial t}{\partial \tau} = \Theta \frac{\partial}{\partial \tau} (t_b-t_\infty) = \Theta \frac{d(t_b-t_\infty)}{d\tau}$ ，

$\frac{\partial t}{\partial x} = (t_b-t_\infty) \frac{d\Theta}{dx}, \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = (t_b-t_\infty) \frac{d^2\Theta}{dx^2}$ ，代入式 (1) 得：

$$\Theta \frac{d(t_b-t_\infty)}{d\tau} = a(t_b-t_\infty) \frac{d^2\Theta}{dx^2},$$

$$\frac{d^2\Theta}{dx^2} = \frac{d(t_b-t_\infty)}{d\tau} \cdot \frac{\Theta}{a(t_b-t_\infty)} \text{ 或 } \frac{1}{\Theta} \frac{d^2\Theta}{d(x^2/\delta^2)} = \frac{\delta^2}{a(t_b-t_\infty)} \cdot \frac{d(t_b-t_\infty)}{d\tau} = -\lambda,$$

其中  $\frac{1}{\Theta} \frac{d^2\Theta}{d(x^2/\delta^2)}$  仅与  $x$  有关， $\frac{\delta^2}{a(t_b-t_\infty)} \cdot \frac{d(t_b-t_\infty)}{d\tau}$  仅与  $\tau$  有关，

$$\frac{1}{\Theta} \cdot \frac{d(t_b-t_\infty)}{d\tau} < 0$$

又因为  $t_b-t_\infty$ ，为使  $\lambda$  保证正值，故加上负号，于是得：

$$\frac{d^2\Theta}{d(x/L)^2} + \lambda\Theta = 0, \quad \frac{d^2\Theta}{dX^2} + \lambda\Theta = 0, \quad \lambda = -\frac{1}{t_b-t_\infty} \cdot \frac{d(t_b-t_\infty)}{d(\tau a/L^2)},$$

边界条件则为： $X=0, \frac{d\Theta}{dX} = 0; X=1, \frac{d\Theta}{dX} = -\frac{h\delta}{\lambda}\Theta, \quad \frac{d\Theta}{dX} = -Bi \cdot \Theta$ 。

3-69、已知：两个很大的金属块，初温均匀并各为  $t_b$  及  $t_c$ ，然后突然在一侧表面上将它们紧密接触，不存在接触热阻。

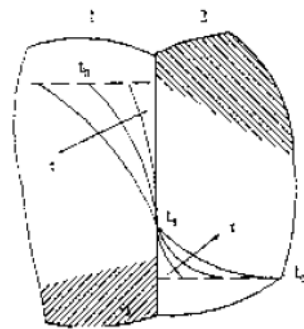
求证：界面温度为  $t_s = \frac{t_b b + t_c}{1+b}$ ，其中  $b = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} = \sqrt{\frac{\lambda_1 \rho_1 c_1}{\lambda_2 \rho_2 c_2}}$ 。

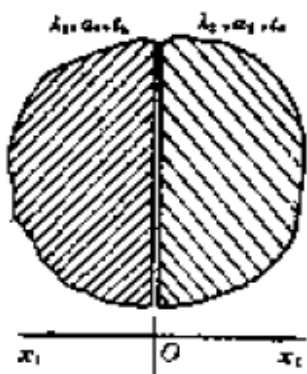
证明：如图所示，

设两物体间的接触热阻略而不计，则界面上的温度连续要求在任一时刻，

而表面的温度必相等，记为  $t_s$ ，而且  $t_b > t_s > t_c$ ，同时这一温度  $t_s$  在接触开始瞬间即已形成且不会随时间而变，如图所示。因而物体 1、2 中的温度均可 3-5 的公式 (3-52) 计算，界面上的热流连续要求下式成立：

$$\lambda_1 \frac{t_b - t_s}{\sqrt{\pi a_1 \tau}} = \lambda_2 \frac{t_s - t_c}{\sqrt{\pi a_2 \tau}}, \quad \text{由此可得到：} \quad t_s = \left( t_b \sqrt{\frac{\lambda_1 \rho_1 c_1}{\lambda_2 \rho_2 c_2}} + t_c \right) / \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_1 \rho_1 c_1}{\lambda_2 \rho_2 c_2}} \right).$$





习题 3-68 附图

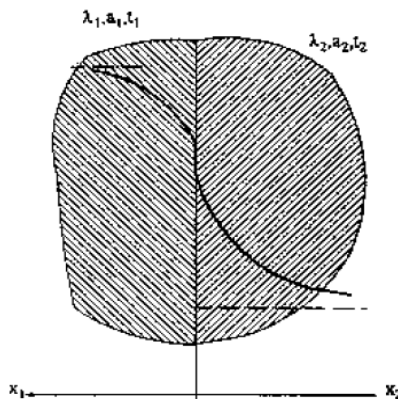
3-70、已知：同上题，但接触面上存在恒定的接触热阻  $R_s (m^2 \cdot K / W)$ 。坐标的选取如图所示。

求：两个半无限大物体非稳态导热的控制方程、边界条件。

解：设  $t_1 > t_2$ （初始时间）接触热阻为  $R_s$ ，令  $h_s = \frac{1}{R_s}$ ，则界面上应有以下

条件成立：
$$h(t_s - t_2) = \lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x_1}, \quad \lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x_1} = -\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x_2}$$

两个控制方程为：
$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x_1^2}, \quad \frac{\partial t_2}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 t_2}{\partial x_2^2}, \quad x_1 \rightarrow 0, t_1 = t_{10}; x_2 \rightarrow \infty, t_2 = t_{20}$$



## 第四章

### 复习题

- 1、试简要说明对导热问题进行有限差分数值计算的基本思想与步骤。
- 2、试说明用热平衡法建立节点温度离散方程的基本思想。
- 3、推导导热微分方程的步骤和过程与用热平衡法建立节点温度离散方程的过程十分相似，为什么前者得到的是精确描述，而后者解出的确实近似解。
- 4、第三类边界条件边界节点的离散方程，也可用将第三类边界条件表达式中的一阶导数用差分公式表示来建立。试比较这样建立起来的离散方程与用热平衡建立起来的离散方程的异同与优劣。
- 5、对绝热边界条件的数值处理本章采用了哪些方法？试分析比较之。
- 6、什么是非稳态导热问题的显示格式？什么是显示格式计算中的稳定性问题？
- 7、用高斯-塞德尔迭代法求解代数方程时是否一定可以得到收敛解？不能得出收敛的解时是否因为初场的假设不合适而造成？

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{n,i} \approx \frac{-3t_n^{(i)} + 5t_{n+1}^{(i)} - t_{n+2}^{(i)}}{2\Delta x^2}$$

- 8、有人对一阶导数  $\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{n,i}$  你能否判断这一表达式是否正确，为什么？

### 一般性数值计算

4-1、采用计算机进行数值计算不仅是求解偏微分方程的有力工具，而且对一些复杂的经验公式及用无穷级数表示的分析解，也常用计算机来获得数值结果。试用数值方法对  $Bi=0.1, 1, 10$  的三种情况计算下列特征方程的根  $\mu_n (n=1, 2, \dots, 6)$ ：

$$\tan \mu_n = \frac{Bi}{\mu_n}, \quad n=1, 2, 3, \dots$$

$$Fo = \frac{a\tau}{\delta^2} \geq 0.2$$

并用计算机查明，当时用式 (3-19) 表示的级数的第一项代替整个级数（计算中用前六项之

和来替代)可能引起 的误差。

解:  $\mu_n \tan \mu_n = Bi$ , 不同 Bi 下前六个根如下表所示:

Bi	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$	$\mu_6$
0.1	0.3111	3.1731	6.2991	9.4354	12.5743	15.7143
1.0	0.8603	3.4256	6.4373	9.5293	12.6453	15.7713
10	1.4289	4.3058	7.2281	10.2003	13.2142	16.2594

Fo=0.2 及 0.24 时计算结果的对比列于下表:

Fo=0.2 $x = \delta$			
	Bi=0.1	Bi=1	Bi=10
第一项的值	0.94879	0.62945	0.11866
前六和的值	0.95142	0.64339	0.12248
比值	0.99724	0.97833	0.96881

Fo=0.2 $x = 0$			
	Bi=0.1	Bi=1	Bi=10
第一项的值	0.99662	0.96514	0.83889
前六项和的值	0.994	0.95064	0.82925
比值	1.002	1.01525	1.01163

Fo=0.24 $x = \delta$			
	Bi=0.1	Bi=1	Bi=10
第一项的值	0.94513	0.61108	0.10935
前六项的值	0.94688	0.6198	0.11117
比值	0.99814	0.98694	0.98364

Fo=0.24 $x = 0$			
	Bi=0.1	Bi=1	Bi=10
第一项的值	0.99277	0.93698	0.77311
前六项和的值	0.99101	0.92791	0.76851
比值	1.00177	1.00978	1.00598

4-2、试用数值计算证实, 对方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

用高斯-赛德尔迭代法求解, 其结果是发散的, 并分析其原因。

解: 将上式写成下列迭代形式

$$\begin{cases} x_1 = 1/2(5 - 2x_2 - x_3) \\ x_2 = 1/2(1 + 2x_3 - x_1) \\ x_3 = 3 - x_1 - x_2 \end{cases}$$

假设  $x_2, x_3$  初值为 0, 迭代结果如下:

迭代次数	0	1	2	3	4
$x_1$	0	2.5	2.625	2.09375	2.6328125
$x_2$	0	-0.75	0.4375	1.171875	1.26171825
$x_3$	0	1.25	-0.0625	2.078125	-0.89453125

显然, 方程迭代过程发散

因为迭代公式的选择应使每一个迭代变量的系数总大于或等于式中其他变量的系数绝对值代数和。

4-3、试对附图所示的常物性，无内热源的二维稳态导热问题用高斯-赛德尔迭代法计算  $t_1, t_2, t_3, t_4$  之值。

解：温度关系式为：

$$\begin{cases} t_1 = 1/4(t_2 + t_3 + 40 + 30) \\ t_2 = 1/4(t_1 + t_4 + 20 + 30) \\ t_3 = 1/4(t_1 + t_4 + 30 + 15) \\ t_4 = 1/4(t_2 + t_3 + 10 + 5) \end{cases}$$

开始时假设取  $t_1^{(0)} = t_2^{(0)} = 20^\circ\text{C}$ ;  $t_3^{(0)} = t_4^{(0)} = 15^\circ\text{C}$

得迭代值汇总于表

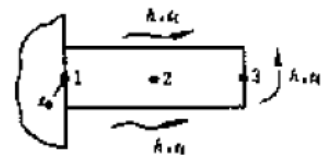
迭代次数

0	20	20	15	15
1	26.25	22.8125	21.5625	14.84375
2	28.59375	23.359375	22.109375	15.1171875
3	28.8671875	23.49609375	22.24607565	15.18554258
4	28.93554258	23.53027129	22.28027129	15.20263565
5	28.95263565	23.53881782	22.28881782	15.20690891
6	28.9569089	23.54095446	22.290955445	15.20797723

其中第五次与第六次相对偏差已小于  $10^{-4}$  迭代终止。

4-4、试对附图所示的等截面直肋的稳态导热问题用数值方法求解节点 2, 3

的温度。图中  $t_0 = 85^\circ\text{C}$ ,  $t_f = 25^\circ\text{C}$ ,  $h = 30\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。肋高  $H=4\text{cm}$ , 纵剖面面积  $A_L = 4\text{cm}^2$ , 导热系数  $\lambda = 20\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。



习题 4-4 附图

解：对于 2 点可以列出：

节点 2:  $\lambda\delta \frac{t_1 - t_2}{\Delta x} + \lambda\delta \frac{t_3 - t_4}{\Delta x} + 2h\Delta x(t_1 - t_2) = 0;$

$$\lambda\delta \frac{t_2 - t_3}{\Delta x/2} + \delta h(t_f - t_1) + 2h\frac{\Delta x}{2}(t_f - t_3) = 0$$

节点 3:

由此得：

$$t_1 - t_2 + t_3 - t_2 + \frac{2h\Delta x^2}{\lambda\delta}(t_1 - t_2) = 0, \quad t_2 - t_3 + \frac{\delta h}{\lambda\delta}(t_f - t_3) + \frac{\Delta x^2 h/2}{\lambda\delta}(t_f - t_3) = 0,$$

$$t_2 = \left[ t_1 + t_3 + \left( \frac{2h\Delta x H^2}{\lambda\delta} \right) t_f \right] / \left( 2 + \frac{2h\Delta x H^2}{\lambda\delta} \right)$$

$$t_3 = \left[ t_2 + \frac{h}{\lambda} t_f + \left( \frac{h\Delta x^2}{2\lambda\delta} \right) t_f \right] / \left( 1 + \frac{h}{\lambda} + \frac{h\Delta x^2}{2\lambda\delta} \right)$$

$$\frac{h\Delta x^2}{\lambda\delta} = \frac{30 \times 0.02^2}{20 \times 0.01} = 0.06, \quad \text{于是有: } t_2 = \frac{t_1 + t_2 + 0.12t_f}{2 + 0.12},$$

$$t_3 = \frac{t_2 + (30/20)t_f + 0.03t_f}{1 + 30/20 + 0.03} = \frac{t_2 + 1.5t_f + 0.03t_f}{2.53} = \frac{t_2 + 1.53t_f}{2.53}, \quad \text{代入得:}$$

$$2.12t_2 = t_1 + \frac{t_2 + 1.53t_f}{2.53} \cdot 0.12t_f, \quad 5.3636t_2 = 2.53t_1 + t_2 + 1.53t_f + 0.3036t_f,$$

$$4.3636t_2 = 2.53t_1 + 1.8336t_f, \quad t_2 = \frac{2.53t_f + 1.8336t_f}{4.3636},$$

$$t_2 = \frac{2.53 \times 85 + 1.8336 \times 25}{4.3636} = \frac{215.05 + 45.84}{4.3636} = 59.79 \cong 59.8^\circ \text{C},$$

$$t_3 = \frac{59.8 + 1.53 \times 25}{2.53} = 38.75 \cong 38.8^\circ \text{C}.$$

### 离散方程的建立

4-5、试将直角坐标中的常物性无内热源的二维稳态导热微分方程化为显式差分格式，并指出其稳定性条件 ( $\Delta x \neq \Delta y$ )。

解：常物性无内热源二维非稳态方程微分方程为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$$

扩散项取中心差分，非稳态项取向前差分：

$$\frac{t_n^{(i+1)} - t_n^{(i)}}{\Delta \tau} = a \left( \frac{t_{n+1}^i - 2t_n^i + t_{n-1}^i}{\Delta x^2} + \frac{t_{n+1}^i - 2t_n^i + t_{n-1}^i}{\Delta y^2} \right)$$

所以有

$$t_n^{i+1} = a\Delta\tau \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) (t_{n+1}^i + t_{n-1}^i) + \left[ 1 + 2a\Delta\tau \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \right] t_n^i$$

稳定性条件  $Fo_{\Delta x} + Fo_{\Delta y} \leq 1/2$

4-6、极坐标中常物性无内热源的二维非稳态导热微分方程为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} \right)$$

试利用本题附图中的符号，列出节点 ( $i, j$ ) 的差分方程式。

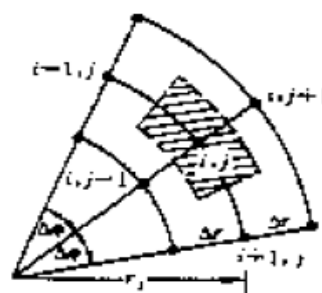
解：将控制方程中的各阶导数用相应的差分表示式代替，可得：

$$\frac{t_{i,j}^{k+1} - t_{i,j}^k}{\Delta \tau} = a \left( \frac{t_{i,j+1}^k - 2t_{i,j}^k + t_{i,j-1}^k}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_j} \cdot \frac{t_{i,j+1}^k - t_{i,j-1}^k}{2\Delta r} + \frac{1}{r_j^2} \cdot \frac{t_{i-1,j}^k - 2t_{i,j}^k + t_{i+1,j}^k}{\Delta \varphi^2} \right)$$

也可采用热平衡法。对于图中打阴影线的控制容积写出热平衡式得：

$$(r_j \Delta \varphi \Delta r) (\rho c) \frac{t_{i,j}^{k+1} - t_{i,j}^k}{\Delta \tau} = \lambda \frac{t_{i-1,j}^k - t_{i,j}^k}{r_j \Delta \varphi} \Delta r + \lambda \frac{t_{i+1,j}^k - t_{i,j}^k}{r_j \Delta \varphi} \Delta r + \lambda \frac{t_{i,j+1}^k - t_{i,j}^k}{\Delta r} \left( r_j + \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta \varphi + \lambda \frac{t_{i,j-1}^k - t_{i,j}^k}{\Delta r} \left( r_j - \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta \varphi$$

对等式两边同除以  $r_j \Delta \varphi \Delta r$  并简化，可以得出与上式完全一样相同的结果。

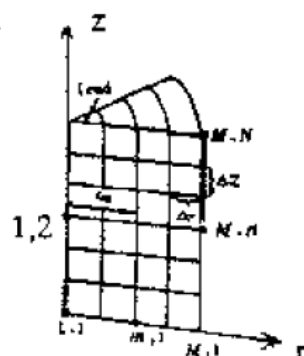


习题 4-6 附图 极坐标中的网格

4-7、一金属短圆柱在炉内受热后被竖直地移植到空气中冷却，底面可以认为是绝热的。为用数值法确定冷却过程中柱体温度的变化，取中心角为 1rad 的区域来研究（如本题附图所示）。已知柱体表面发射率，自然对流表面传热系数，环境温度，金属的热扩散率，试列出图中节点 (1, 1), (M, 1), (M, n) 及 (M, N) 的离散方程式。在  $r$  及  $z$  方向上网格是各自均分的。

解：应用热平衡法来建立四个节点点离散方程。

节点 (1, 1)：



习题 4-7 附图

$$\lambda \frac{t_{1,2}^k - t_{1,1}^k}{\Delta z} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta r}{2} \right)^2 \right] + \lambda \frac{t_{2,1}^k - t_{1,1}^k}{\Delta r} \left( \frac{\Delta r}{2} \cdot \frac{\Delta z}{2} \right) = \rho c \left( \frac{\Delta r^2}{8} \cdot \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{t_{1,1}^{k+1} - t_{1,1}^k}{\Delta \tau}$$

节点 (m, 1):

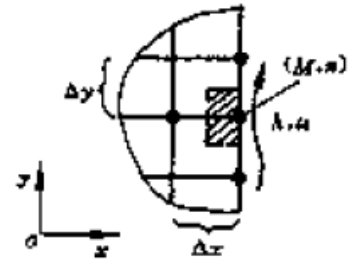
$$\lambda \frac{t_{m-1,1}^k - t_{m,1}^k}{\Delta r} \left( r_m - \frac{\Delta r}{2} \right) \left( \frac{\Delta z}{2} \right) + \lambda \frac{t_{m+1,1}^k - t_{m,1}^k}{\Delta r} \left( r_m + \frac{\Delta r}{2} \right) \left( \frac{\Delta z}{2} \right) + \lambda \frac{t_{m,2}^k - t_{m,1}^k}{\Delta z} (r_m \cdot \Delta r) = \rho c \left( r_m \cdot \Delta r \cdot \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{t_{m,1}^{k+1} - t_{m,1}^k}{\Delta \tau};$$

节点 (m, n):

$$\lambda \frac{t_{m-1,n}^k - t_{m,n}^k}{\Delta r} \left( r_m - \frac{\Delta r}{2} \right) \left( \frac{\Delta z}{2} \right) + \lambda \frac{t_{m+1,n}^k - t_{m,n}^k}{\Delta r} \left( r_m + \frac{\Delta r}{2} \right) \left( \frac{\Delta z}{2} \right) + \left[ r_m \left( \frac{\Delta z}{2} \right) + \left( r_{m+1} - 3r_m \right) \left( \frac{\Delta r}{2} \right) \right] \times [h(t_m - t_{m,n}) + \epsilon \sigma_0 (T_0^4 - T_{m,n}^4)] = \rho c \left( \frac{r_{m+1} + 3r_m}{4} \right) \left( \frac{\Delta r}{2} \right) \left( \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{t_{m,n}^{k+1} - t_{m,n}^k}{\Delta \tau}.$$

4-8、一个二维物体的竖直表面收液体自然对流冷却，为考虑局部表面传热

系数的影响，表面传热系数采用  $h = c(t - t_1)^{1.25}$  来表示。试列出附图所示的稳态无内热源物体边界节点 (M,n) 的温度方程，并对如何求解这一方程提出你的看法。设网格均分。



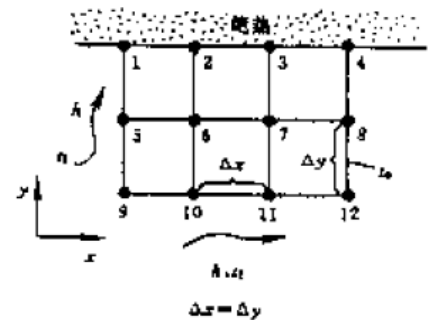
习题 4-8 附图

解：利用热平衡法：

$$h = c(t_{M,n} - t_f)(t_{M,n} - t_f)^{0.25},$$

将 h 写为  $h = c(t_{M,n} - t_f)(t_{M,n} - t_f)^{0.25}$ ，其中  $t_{M,n}$  为上一次迭代值，则方程即可线性化。

4-9、在附图所示的有内热源的二维导热区域中，一个界面绝热，一个界面等温（包括节点 4），其余两个界面与温度为  $t_f$  的流体对流换热，h 均匀，内热源强度为  $\dot{\Phi}$ 。试列出节点 1, 2, 5, 6, 9, 10 的离散方程式。



习题 4-9 附图

解：节点 1：

$$\lambda \frac{t_5 - t_1}{\Delta y} \left( \frac{\Delta x}{2} \right) + \lambda \frac{t_2 - t_1}{\Delta x} \left( \frac{\Delta y}{2} \right) + \frac{1}{4} \Delta x \Delta y \dot{\Phi} - \frac{1}{2} \Delta y h (t_1 - t_f) = 0;$$

节点 2:

$$\lambda \frac{t_1 - t_2}{\Delta x} \left( \frac{\Delta y}{2} \right) + \lambda \frac{t_3 - t_2}{\Delta x} \left( \frac{\Delta y}{2} \right) + \lambda \frac{t_6 - t_2}{\Delta y} (\Delta x) + \frac{1}{2} \Delta x \Delta y \dot{\Phi} = 0;$$

节点 5:

$$\lambda \frac{t_1 - t_5}{\Delta y} \left( \frac{\Delta x}{2} \right) + \lambda \frac{t_9 - t_5}{\Delta y} \left( \frac{\Delta x}{2} \right) + \lambda \frac{t_6 - t_5}{\Delta x} (\Delta y) + \frac{1}{2} \Delta x \Delta y \dot{\Phi} - \Delta y h (t_5 - t_f) = 0;$$

节点 6:

$$\lambda \frac{t_2 - t_6}{\Delta y} (\Delta x) + \lambda \frac{t_7 - t_6}{\Delta x} (\Delta y) + \lambda \frac{t_{10} - t_6}{\Delta y} (\Delta x) + \lambda \frac{t_5 - t_6}{\Delta x} (\Delta y) + \Delta x \Delta y \dot{\Phi} = 0;$$

节点 9:

$$\lambda \frac{t_5 - t_9}{\Delta y} \left( \frac{\Delta x}{2} \right) + \lambda \frac{t_{10} - t_9}{\Delta x} \left( \frac{\Delta y}{2} \right) + \frac{1}{4} \Delta x \Delta y \dot{\Phi} - \left( \frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta y}{2} \right) h (t_9 - t_f) = 0;$$

节点 10:

$$\lambda \frac{t_9 - t_{10}}{\Delta x} \left( \frac{\Delta y}{2} \right) + \lambda \frac{t_{11} - t_{10}}{\Delta x} \left( \frac{\Delta y}{2} \right) + \lambda \frac{t_6 - t_{10}}{\Delta y} (\Delta x) + \frac{1}{2} \Delta x \Delta y \dot{\Phi} - \Delta x h (t_{10} - t_f) = 0.$$

当  $\Delta x = \Delta y$  以上诸式可简化为：

节点 1:

$$t_5 + t_2 + \left( \frac{h \Delta y}{\lambda} \right) t_f - 2 \left( 2 + \frac{h \Delta y}{\lambda} \right) t_1 + \frac{1}{2} \Delta y^2 \left( \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} \right) = 0;$$

$$\text{节点 2: } 2t_6 + t_1 + t_3 - 4t_2 + \Delta y^2 \left( \frac{\phi}{\lambda} \right) = 0;$$

$$\text{节点 5: } 2t_6 + t_1 + t_9 + 2 \left( \frac{h\Delta y}{\lambda} \right) t_f - 2 \left( 2 + \frac{h\Delta y}{\lambda} \right) t_5 + \Delta y^2 \left( \frac{\phi}{\lambda} \right) = 0$$

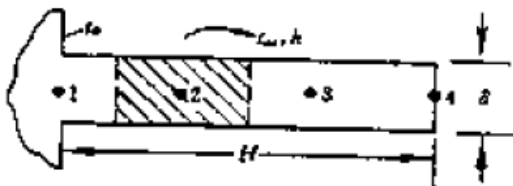
$$\text{节点 6: } t_7 + t_{10} + t_5 + t_7 - 4t_6 + \Delta y^2 \left( \frac{\phi}{\lambda} \right) = 0;$$

$$\text{节点 9: } t_5 + t_{10} + 2 \left[ \frac{h\Delta y}{\lambda} \right] t_f - 2 \left( 1 + \frac{h\Delta y}{\lambda} \right) t_9 + \frac{1}{2} \Delta y^2 \left( \frac{\phi}{\lambda} \right) = 0;$$

$$\text{节点 10: } 2t_6 + t_9 + t_{11} + 2 \left( \frac{h\Delta y}{\lambda} \right) t_f - 2 \left( 2 + \frac{h\Delta y}{\lambda} \right) t_{10} + \Delta y^2 \left( \frac{\phi}{\lambda} \right) = 0。$$

### 一维稳态导热计算

4-10、一等截面直肋，高  $H$ ，厚  $\delta$ ，肋根温度为  $t_0$ ，流体温度为  $t_f$ ，表面传热系数为  $h$ ，肋片导热系数为  $\lambda$ 。将它均分成 4 个节点（见附图），并对肋端为绝热及为对流边界条件（ $h$  同侧面）的两种情况列出节点 2，3，4 的离散方程式。设  $H=45\text{cm}$ ， $\delta=10\text{mm}$ ， $h=50\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ， $\lambda=50\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $t_0=100^\circ\text{C}$ ， $t_f=20^\circ\text{C}$ ，计算节点 2，3，4 的温度（对于肋端的两种边界条件）。



习题 4-10 附图

解：采用热平衡法可列出节点 2、3、4 的离散方程为：

$$\text{节点 2: } \frac{\lambda(t_1 - t_2)\delta}{\Delta x} + \frac{\lambda(t_3 - t_2)\delta}{\Delta x} - 2h\Delta x(t_2 - t_f) = 0;$$

$$\text{节点 3: } \frac{\lambda(t_2 - t_3)\delta}{\Delta x} + \frac{\lambda(t_4 - t_3)\delta}{\Delta x} - 2h\Delta x(t_3 - t_f) = 0;$$

$$\text{节点 4: 肋端绝热 } \frac{\lambda(t_3 - t_4)\delta}{\Delta x} - h\Delta x(t_4 - t_f) = 0,$$

$$\text{肋端对流 } \frac{\lambda(t_3 - t_4)\delta}{\Delta x} - h\Delta x(t_4 - t_f) - h\delta(t_4 - t_f) = 0。$$

其中  $\Delta x = \frac{H}{3}$ 。将已知条件代入可得下列两方程组：

$$\text{肋端绝热 } t_3 - 2.045t_2 + 100.9 = 0$$

$$t_2 - 2.045t_3 + t_4 + 0.9 = 0$$

$$t_3 - 1.0225t_4 + 0.45 = 0$$

$$\text{肋端对流 } t_3 - 2.045t_2 + 100.9 = 0$$

$$t_2 - 2.045t_3 + t_4 + 0.9 = 0$$

$$t_3 - 1.0375t_4 + 0.8 = 0$$

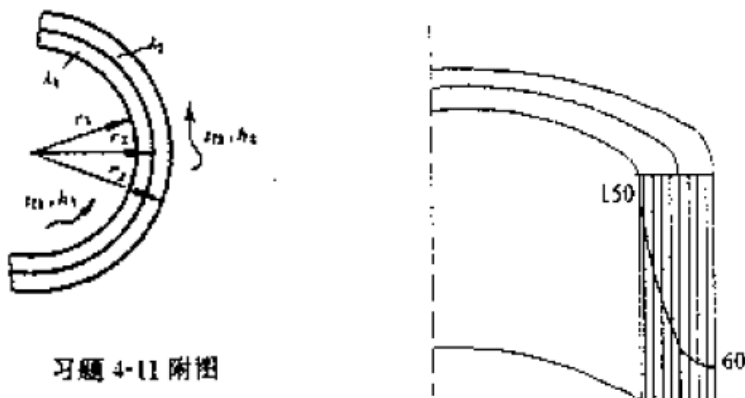
由此解得：肋端绝热  $t_2 = 92.2^\circ\text{C}$ ， $t_3 = 87.7^\circ\text{C}$ ， $t_4 = 86.2^\circ\text{C}$ ；



$$\text{肋端对流 } t_2 = 91.5^\circ\text{C}, t_3 = 86.2^\circ\text{C}, t_4 = 83.8^\circ\text{C}.$$

肋端对流换热的条件使肋端温度更接近于流体温度。

4-11、复合材料在航空航天及化工等工业中日益得到广泛的应用。附图所示为双层圆筒壁，假设层间接触紧密，无接触热阻存在。已知  $r_1 = 12.5\text{mm}, r_2 = 16\text{mm}, r_3 = 18\text{mm}, \lambda_1 = 40 \text{ W/(m.K)}$ ， $\lambda_2 = 120 \text{ W/(m.K)}, t_{f1} = 150^\circ\text{C}$ ， $h_1 = 1000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}, t_{f2} = 60^\circ\text{C}$ ， $h_2 = 380 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ 。试用数值方法确定稳态时双层圆筒壁截面上的温度分布。



习题 4-11 附图

解：采用计算机求解，答案从略。

采用热平衡法对两层管子的各离散区域写出能量方程，进行求解；如果采用 Taylor 展开法列出方程，则需对两层管子单独进行，并引入界面上温度连续及热流密度连续的条件，数值计算也需分两区进行，界面耦合。截面的温度分布定性地示于上图中。

4-12、有一水平放置的等截面直杆，根部温度  $t_0 = 100^\circ\text{C}$ ，其表面上有自然对流散热， $h = c[(t - t_f)/d]^{1/4}$ ，其中， $c = 1.20 \text{ W/(m}^{1.75}\cdot^\circ\text{C)}$ ； $d$  为杆直径， $m$ 。杆高  $H = 10\text{cm}$ ，直径  $d = 1\text{cm}$ ， $\lambda = 50 \text{ W/(m.K)}$ ， $t_\infty = 25^\circ\text{C}$ 。不计辐射换热。试用数值方法确定长杆的散热量（需得出与网格无关的解。杆的两端可认为是绝热的。

解：数值求解过程略， $Q = 2.234\text{W}$ 。

4-13 在上题中考虑长杆与周围环境的辐射换热，其表面发射率为 0.8，环境可作为温度为  $t_\infty$  的大空间，试重新计算其导热热量。

解：数值求解过程略， $Q = 3.320\text{W}$ 。

4-14、有如附图所示的一抛物线肋片，表面形线方程为：

$$y(x) = \frac{e}{2} + [(b - e)(1 - x/H)^2]/2$$

肋根温度  $t_0$  及内热源  $\dot{\Phi}$  恒定，流体表面传热系数  $h$ ，流体温度  $t_f$  为常数。

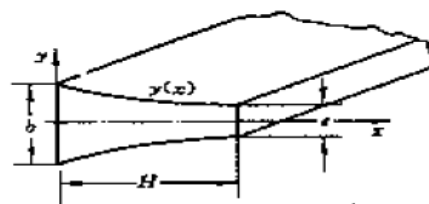
$$\Theta = \frac{t - t_f}{t_0 - t_f}, \xi = x/H$$

数。定义：。试：（1）建立无量纲温度  $\Theta$  的控制方程；（2）在无量纲参数

$$\frac{\dot{\Phi} H^2}{\lambda(t_0 - t_f)} = 0.01, \frac{e}{H} = 0.05, \frac{b}{H} = 0.1, \frac{hH}{\lambda} = 0.01$$

下对上述控制方程

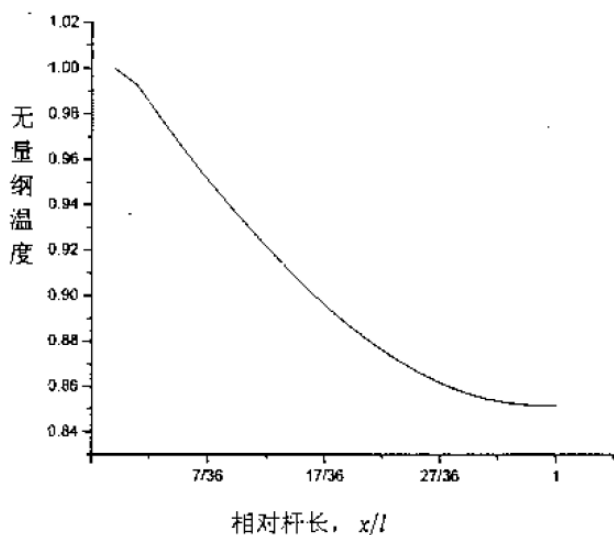
进行数量计算。确定无量纲温度  $\Theta$  的分布。



习题 4-14 附图

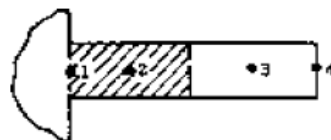
$$d^2\Theta/d\xi^2 + 0.01 - 2\Theta/(5 + 5(1 - \xi)^2) = 0$$

解：无量纲温度方程为：。数值计算结果示于下图中，无量纲温度从肋根的 1 变化到肋端的 0.852。



### 一维非稳态导热计算

4-15、一直径为 1cm, 长 4cm 的钢制圆柱形肋片, 初始温度为 25℃, 其后, 肋基温度突然升高到 200℃, 同时温度为 25℃ 的气流横向掠过该肋片, 肋端及两侧的表面对流系数均为  $100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试将该肋片等分成两段 (见附图), 并用有限差分法显式格式计算从开始加热时刻起相邻 4 个时刻上的温度分布 (以稳定性条件所允许的时间间隔计算依据)。已知  $\lambda = 43 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,  $a = 1.333 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 。(提示: 节点 4 的离散方程可按端面的对流散热与从节点 3 到节点 4 的导热相平衡这一条件列出)。



习题 4-15 附图

解: 三个节点的离散方程为:

节点 2:

$$\lambda \frac{t_1^k - t_2^k}{\Delta x/2} \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) + \lambda \frac{t_3^k - t_2^k}{\Delta x} \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) + (\pi d \Delta x) h (t_f - t_2^k) = \rho c \left( \frac{\pi d^2}{4} \cdot \Delta x \right) \left( \frac{t_2^{k+1} - t_2^k}{\Delta \tau} \right)$$

节点 3:

$$\lambda \frac{t_4^k - t_3^k}{\Delta x/2} \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) + \lambda \frac{t_2^k - t_3^k}{\Delta x} \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) + (\pi d \Delta x) h (t_f - t_3^k) = \rho c \left( \frac{\pi d^2}{4} \cdot \Delta x \right) \left( \frac{t_3^{k+1} - t_3^k}{\Delta \tau} \right) \quad \text{节点 4:}$$

$$\lambda \frac{t_3^k - t_4^k}{\Delta x/2} \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) = \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) h (t_4^k - t_f)$$

以上三式可化简为:

$$t_2^{k+1} = 2 \left( \frac{a \Delta \tau}{\Delta x^2} \right) t_1 + \left( \frac{a \Delta \tau}{\Delta x^2} \right) t_3 + \left( \frac{4 h \Delta \tau}{\rho c d} \right) t_f + \left( 1 - \frac{3 a \Delta \tau}{\Delta x^2} - \frac{4 h \Delta \tau}{\rho c d} \right) t_2^k$$

$$t_3^{k+1} = \left( \frac{a \Delta \tau}{\Delta x^2} \right) t_2 + 2 \left( \frac{a \Delta \tau}{\Delta x^2} \right) t_4 + \left( \frac{4 h \Delta \tau}{\rho c d} \right) t_f + \left( 1 - \frac{3 a \Delta \tau}{\Delta x^2} - \frac{4 h \Delta \tau}{\rho c d} \right) t_3^k$$

$$(2\lambda + \Delta x h) t_4^k = 2\lambda t_3^k + \Delta x h t_f$$

$$\text{稳定性要求 } 1 - \frac{3 a \Delta \tau}{\Delta x^2} - \frac{4 h \Delta \tau}{\rho c d} \geq 0, \quad \text{即 } \Delta \tau \leq 1 / \left( \frac{3 a}{\Delta x^2} + \frac{4 h}{\rho c d} \right)$$

$$\rho c = \frac{\lambda}{a} = \frac{43}{1.333 \times 10^{-5}} = 32.258 \times 10^5, \quad \text{代入得:}$$

$$\Delta\tau \leq 1 / \left( \frac{3 \times 1.333 \times 10^{-5}}{0.02^2} + \frac{4 \times 100}{0.01 \times 32.258 \times 10^5} \right) = \frac{1}{0.099975 + 0.0124} = 8.89877s$$

如取此值为计算步长，则：

$$\frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2} = \frac{1.333 \times 10^{-5} \times 8.89877}{0.02^2} = 0.2966, \quad \frac{4h\Delta\tau}{\rho cd} = \frac{4 \times 100 \times 8.89877}{32.258 \times 10^5 \times 0.01} = 0.1103$$

于是以上三式化成为：

$$\begin{aligned} 2 \times 0.2966 t_1^k + 0.2966 t_3^k + 0.1103 t_f^k &= t_2^{k+1} \\ 0.2966 t_2^k + 0.2966 \times 2 t_4^k + 0.1103 t_f^k &= t_3^{k+1} \\ 0.9773 t_3^k + 0.0227 t_f^k &= t_4^{k+1} \end{aligned}$$

$$(\Delta\tau = 8.89877s)$$

时间 点	1	2	3	4
0	200	25	25	25
$\Delta\tau$	200	128.81	25	25
$2\Delta\tau$	200	128.81	55.80	55.09
$3\Delta\tau$	200	137.95	73.64	72.54
$4\Delta\tau$	200	143.04	86.70	85.30

$$1 - \frac{3a\Delta\tau}{\Delta x^2} - \frac{4h\Delta\tau}{\rho cd} = 0$$

在上述计算中，由于  $\Delta\tau$  之值正好使

因而对节点 2 出现了在  $\Delta\tau$  及  $2\Delta\tau$  时刻温度相等这一情况。如取  $\Delta\tau$  为上值之半，则  $\frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2} = 0.1483$ ，

$$\frac{4h\Delta\tau}{\rho cd} = 0.0551, \quad 1 - \frac{3a\Delta\tau}{\Delta x^2} - \frac{4h\Delta\tau}{\rho cd} = 0.5$$

，于是有：

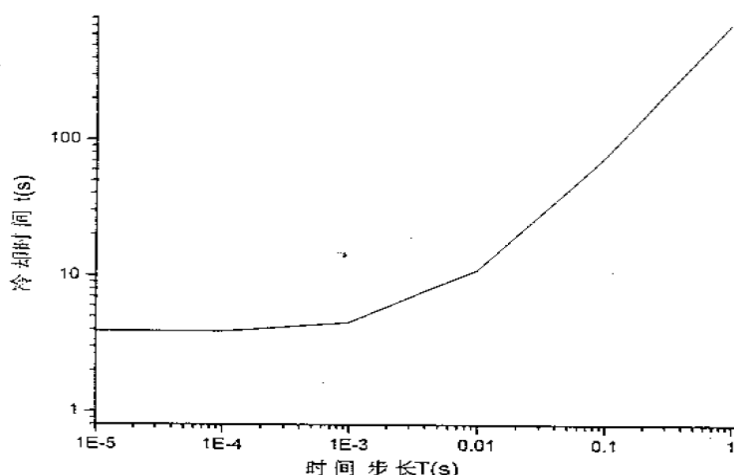
$$\begin{aligned} 2 \times 0.1483 t_1^k + 0.1483 t_3^k + 0.5 t_2^k + 0.0551 t_f^k &= t_2^{k+1} \\ 0.1483 t_2^k + 0.1483 \times 2 t_4^k + 0.5 t_3^k + 0.0551 t_f^k &= t_3^{k+1} \\ 0.9773 t_3^k + 0.0227 t_f^k &= t_4^{k+1} \end{aligned}$$

对于相邻四个时层的计算结果如下表所示：  $(\Delta\tau = 4.4485s)$

时间 点	1	2	3	4
0	<b>200</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	25
$\Delta\tau$	<b>200</b>	<b>76.91</b>	<b>25</b>	25
$2\Delta\tau$	<b>200</b>	<b>102.86</b>	<b>32.70</b>	32.53
$3\Delta\tau$	<b>200</b>	<b>116.98</b>	<b>42.63</b>	42.23
$4\Delta\tau$	200	125.51	52.57	51.94

4-16、一厚为 2.54cm 的钢板，初始温度为 650℃，后置于水中淬火，其表面温度突然下降为 93.5℃并保持不变。试用数值方法计算中心温度下降到 450℃所需的时间。已知  $a = 1.16 \times 10^{-5} m^2/s$ 。建议将平板 8 等分，取 9 个节点，并把数值计算的结果与按海斯勒计算的结果作比较。

解：数值求解结果示于下图中。随着时间步长的缩小，计算结果逐渐趋向于一个恒定值，当  $\Delta\tau = 0.00001s$  时，得所需时间为 3.92s。



如图所示，横轴表示时间步长从 1 秒, 0.1 秒, 0.01 秒, 0.001 秒, 0.0001 秒, 0.00001 秒的变化；纵轴表示所需的冷却时间（用对数坐标表示）。

4-17、一火箭燃烧器，壳体内径为 400mm, 厚 10mm, 壳体内壁上涂了一层厚为 2mm 的包裹层。火箭发动时，推进剂燃烧生成的温度为 3000℃ 的烟气，经燃烧器端部的喷管喷住大气。大气温度为 30℃。设包裹层内壁与燃气间的表面传热系数为 2500 W/(m.K)，外壳表面与大气间的表面传热系数为 350 W/(m<sup>2</sup>.K)，外壳材料的最高允许温度为 1500℃。试用数值法确定：为使外壳免受损坏，燃烧过程应在多长时间内完成。包裹材料的  $\lambda = 0.3 \text{ W/(m.K)}$ ， $a = 2 \times 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s}$ 。

解：采用数值方法解得  $\tau = 420 \text{ s}$ 。

4-18、锅炉汽包从冷态开始启动时，汽包壁温随时间变化。为控制热应力，需要计算汽包内壁的温度场。试用数值方法计算：当汽包内的饱和水温度上升的速率为 1℃/min, 3℃/min 时，启动后 10min, 20min, 及 30min 时汽包内壁截面中的温度分布及截面中的最大温差。启动前，汽包处于 100℃ 的均匀温度。汽包可视为一无限长的圆柱体，外表面绝热，内表面与水之间的对流换热十分强烈。汽包的内径  $R_1 = 0.9 \text{ m}$ ，外半径  $R_2 = 1.01 \text{ m}$ ，热扩散率  $a = 9.98 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ 。

解：数值方法解得部分结果如下表所示。

启动后时间, min	汽包壁中的最大温差, K	
	温升速率, K/min	
	1	3
10	7.136	21.41
20	9.463	28.39
30	10.19	30.57

4-19、有一砖墙厚为  $\delta = 0.3 \text{ m}$ ， $\lambda = 0.85 \text{ W/(m.K)}$ ， $\rho c = 1.05 \times 10^6 \text{ J/(m}^3 \cdot \text{K)}$  室内温度为  $t_1 = 20^\circ \text{C}$ ， $h = 6 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。起初该墙处于稳定状态，且内表面温度为 15℃。后寒潮入侵，室外温度下降为  $t_{f2} = -10^\circ \text{C}$ ，外墙表面传热系数  $h_2 = 35 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。如果认为内墙温度下降 0.1℃ 是可感到外界温度起变化的一个定量判据，问寒潮入侵后多少时间内墙才感知到？

解：采用数值解法得  $t = 7900 \text{ s}$ 。

4-20、一冷柜，起初处于均匀的温度（20℃）。后开启压缩机，冷冻室及冷柜门的内表面温度以均匀速度 18℃/h 下降。柜门尺寸为  $1.2 \text{ m} \times 1.2 \text{ m}$ 。保温材料厚 8cm， $\lambda = 0.02 \text{ W/(m.K)}$ 。冰箱外表面包裹层很薄，热阻可忽略而不计。柜门外受空气自然对流及与环境之间辐射的加热。自然对流可按下式计算：

$$h = 1.55(\Delta t / H)^{1/4} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

其中 H 为门高。表面发射率  $\varepsilon = 0.8$ 。通过柜门的导热可看作为一维问题处理。试计算压缩机起动后 2h 内的冷量损失。

解：取保温材料的  $\rho c = 1 \times 10^4 J / (m^3 \cdot K)$ ，用数值计算方法得冷量损失为  $5.97 \times 10^4 J$ 。

4-21、一砖砌墙壁，厚度为 240mm， $\lambda = 0.81 W / (m \cdot K)$ ， $\rho = 1800 kg / m^3$ ， $c = 0.88 J / (kg \cdot K)$ 。

设冬天室外温度为 24h 内变化如下表所示。室内空气温度  $t_i = 15^\circ C$  且保持不变；外墙表面传热系数为  $10 W / (m^2 \cdot K)$ ，内墙为  $6 W / (m^2 \cdot K)$ 。试用数值方法确定一天之内外墙，内墙及墙壁中心处温度随时间的变化。取  $\Delta \tau = 1h$ 。设上述温度工况以 24h 为周期进行变化。

时刻 /h	0: 00	1: 00	2: 00	3: 00	4: 00	5: 00	6: 00	7: 00	8: 00	9: 00	10: 00	11: 00
温度 / $^\circ C$	-5.9	-6.2	-6.6	-6.7	-6.8	-6.9	-7.2	-7.7	-7.6	-7.0	-4.9	-2.3

时刻 /h	12: 00	13: 00	14: 00	15: 00	16: 00	17: 00	18: 00	19: 00	20: 00	21: 00	22: 00	23: 00
温度 / $^\circ C$	-1.0	2.4	1.8	1.8	1.6	0.5	-1.6	-2.8	-3.5	-4.3	-4.8	-5.3

解：采用数值解法得出的结果如下表所示。

时刻/h	0	1	2	3	4	5	6	7	8
环境温 度/ $^\circ C$	-5.9	-6.2	-6.6	-6.7	-6.8	-6.9	-7.2	-7.7	-7.6
外墙温 度/ $^\circ C$	-1.70	-2.19	-2.44	-2.76	-2.85	-2.93	-3.01	-3.26	-3.67
墙壁中 心温度 / $^\circ C$	3.65	3.32	3.15	2.92	2.87	2.81	2.75	2.59	2.31
内墙温 度/ $^\circ C$	8.99	8.82	8.73	8.61	8.58	8.55	8.52	8.43	8.28

时刻/h	9	10	11	12	13	14	15	16	17
环境温 度/ $^{\circ}\text{C}$	-7	-4.9	-2.3	-1	2.4	1.8	1.8	1.6	0.5
外墙温 度/ $^{\circ}\text{C}$	-3.58	-3.07	-1.34	0.78	1.87	4.63	4.15	4.14	3.97
墙壁中 心温度 / $^{\circ}\text{C}$	2.36	2.70	3.87	5.32	6.05	7.95	7.62	7.62	7.51
内墙温 度/ $^{\circ}\text{C}$	8.31	8.49	9.11	9.87	10.26	11.26	11.10	11.10	11.10

时刻/h	18	19	20	21	22	23
环境温 度/ $^{\circ}\text{C}$	-1.6	-2.8	-3.5	-4.3	-4.8	-5.3
外墙温 度/ $^{\circ}\text{C}$	3.06	1.34	0.36	-0.22	-0.87	-1.29
墙壁中 心温度 / $^{\circ}\text{C}$	6.09	5.73	5.05	4.66	4.21	3.93

内墙温

度/ $^{\circ}\text{C}$       10.71      10.10      9.73      9.53      9.30      9.14

### 多维稳态导热问题

4-22、如附图所示，一矩形截面的空心电流母线的内外表面分别与温度为  $t_{f1}, t_{f2}$  的流体发生对流换热，表面传热系数分别为  $h_1, h_2$ ，且各自沿周界是均匀的，电流通过壁内产生均匀热源  $\dot{\Phi}$ 。今欲对母线中温度分布进行数值计算，试：

(1) 划出计算区域

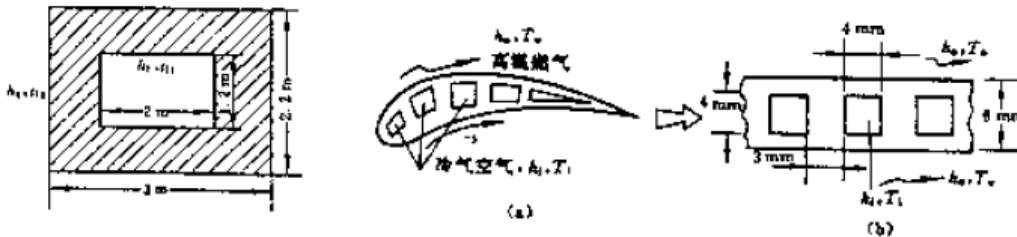
(2) 对该区域内的温度分布列出微分方程式及边界条件；

(3) 对于图中内角顶外角顶及任一内部节点列出离散方程式 ( $\Delta x \neq \Delta y$ )，设母线的导热系数  $\lambda$  为常数。

4-23、一个长方形截面的冷空气通道的尺寸如附图所示。假设在垂直于纸面的方向上冷空气及通道墙壁的温度变化很小，可以忽略。试用数值方法计算下列两种情况下通道壁面的温度分布及每米长度上通过壁面的冷量损失：

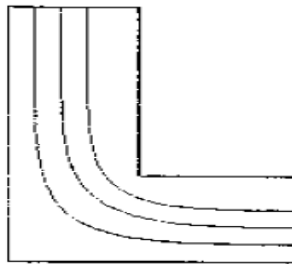
(1) 内外壁分别维持在  $10^{\circ}\text{C}$  及  $30^{\circ}\text{C}$

(2) 内外壁与流体发生对流换热，且有  $t_{f1} = 10^{\circ}\text{C}$ ， $h_1 = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ， $t_{f2} = 30^{\circ}\text{C}$ ， $h_2 = 4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。



解：此题应采用计算机求解。如有墙角导热的热点模拟实验设备，则计算参数（如  $h$ ， $\Delta t$  及网格等）可以取得与实验设备的参数相一致，以把计算结果与实测值作比较。

根据对称性，取 1/4 区域为计算区域。数值计算解出，对于给定壁温的情形，每米长通道的冷损失为 39.84W，对于第三类边界条件为 30.97W（取壁面导热系数  $\lambda = 0.53 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ）。内外表面为给定壁温时等温线分布如下图所示。第三类边界条件的结果定性上类似。

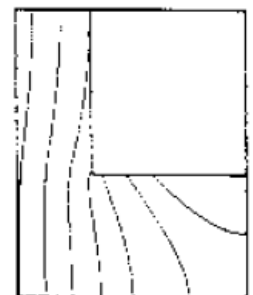


4-24、为了提高现代燃气透平的进口燃气温度以提高热效率，在燃气透平的叶片内部开设有冷却通道以使叶片金属材料的温度不超过允许值，为对叶片中的温度分布情况作一估算，把附图 a 所示的截片形状简化成为附图 b 所示的情形。已知  $T_0 = 1700 \text{ K}$ ， $h_0 = 1000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ， $T_i = 400 \text{ K}$ ， $h_i = 250 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试计算：

(1) 截面中最高温度及其位置；(2) 单位长度通道上的热量。

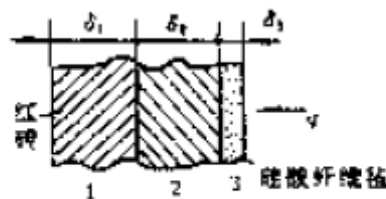
解：根据对称性选择 1/4 区域为计算区域，采用  $60 \times 70$  网格，取壁面  $\lambda = 15 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$  时得单位长度的传热量为 987.8W，等温线分布如图所示。

截面中最高温度发生在左上角，该处温度为  $1419.9^{\circ}\text{C}$ 。



## 综合分析与分析、论述题

4-25、工业炉的炉墙以往常用红砖和耐火砖组成。由于该两种材料的导热系数较大，散热损失较严重，为了节省能量，近年来国内广泛采用在耐火砖上贴一层硅酸纤维毡，如附图所示。今用以下的非稳态导热简化模型来评价黏贴硅酸纤维毡的收益：设炉墙原来处于与环境平衡的状态， $\tau = 0$ s 时内壁表面突然上升到  $550^\circ\text{C}$  并保持不变。这一非稳态导热过程一直进行到炉墙外表面的对流、辐射热损失与通过墙壁的导热相等为止。在炉墙升温过程中外表面的总表面传热系数由两部分组成，即自然对流引起的部分



习题 4-30 附图

$$\{h_c\}_{W/(m^2.K)} = 1.12(\{t_w\}_c - \{t_f\}_c)^{1/3}$$

及辐射部分

$$h_r = 4\varepsilon\sigma_0 T_m^2, T_m = (T_w + T_f)/2$$

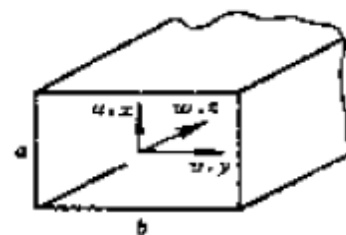
其中： $t_w, T_w$  为外表面温度， $t_f, T_f$  为内表面温度， $\delta_1 = 240\text{mm}, \delta_2 = 240\text{mm}, \delta_3 = 40\text{mm}$ 。

为简化计算，设三种材料的导热系数分别为  $\lambda_1 = 1.6\text{ W/(m.K)}$ ， $\lambda_2 = 0.8\text{ W/(m.K)}$ ， $\lambda_3 = 0.04\text{ W/(m.K)}$ 。试计算每平方炉墙每平方面积上由于粘贴了硅酸纤维毡而在炉子升温过程中节省的能量。

解：采用数值计算方法，详细过程从略。

4-26、空气在附图所示的一长方形截面的送风管道中作充分发展的层流流动，其  $z$  方向的动量方程简化为

$$\eta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \frac{dp}{dz} = 0$$



习题 4-31 附图

而且  $u = v = 0$ 。上式可看成是源项为  $-\frac{dp}{dz}$  的一常物性导热方程。试用数值方法求解这一方程并计算  $f, \text{Re}$  之值。 $f$  为阻力系数， $\text{Re}$  为特征长度为当量直径

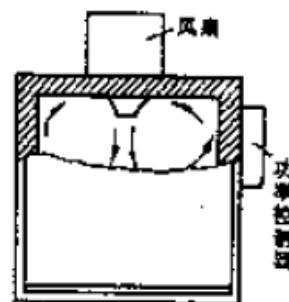
$D_e$ 。计算时可任取一个  $\frac{dp}{dz}$  值，并按  $a/b = 0.5$  及  $1$  两种情形计算。

解：假设壁温为常数，则不同  $a/b$  下换热充分发展时的  $f\text{Re}$  及  $\text{Nu}$  数的分析解为：

$a/b$	$\text{Nu}$	$f\text{Re}$
1	2.98	57
0.5	3.39	62

4-27、一家用烤箱处于稳定运行状态，箱内空气平均温度  $t_i = 155^\circ\text{C}$ ，气体与内壁间的表面传热系数  $h_i = 40\text{ W/(m}^2.\text{K)}$ 。外壁面与  $20^\circ\text{C}$  的周围环境间的表面传热系数

$h_0 = 10\text{ W/(m}^2.\text{K)}$ 。烤箱保温层厚  $30\text{mm}$ ， $\lambda = 0.03\text{ W/(m.K)}$ ，保温层两侧的护板用金属制成且很薄，分析中可不予考虑，然后，突然将烤箱调节器开大，风扇加速，内壁温度突然上升到  $185^\circ\text{C}$ ，设升温过程中烤箱外壁面与环境间的表面传热系数可用  $h_0 = c(t_w - t_f)^{1/4}$  计算，环境温度  $t_f$  仍保持为  $20^\circ\text{C}$ ， $t_w$  为烤箱外壁面温度， $c$  之值与运行时一样。试确定烤箱内壁温度跃升后到达新的稳定状态所需时间。





解：需采用数值方法求解，过程从略。

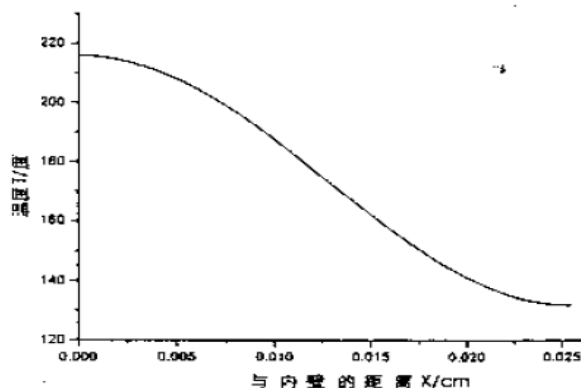
### 小论文题目

4-28、一厚为 2.54cm 的钢管，初始温度为 16℃。其后，温度为 572℃的液态金属突然流过管内，并经历了 10s。液态金属与内壁面间的表面传热系数  $h=2.84 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。钢管可以按平壁处理，其外表面的散热由对流及辐射两条路径，并分别可按  $\{h_w\}_{\text{W/(m.K)}} = 1.2 \times (\{\Delta t\}_{\text{°C}})^{1/3}$  及  $h_r = 4\varepsilon\sigma_0 T_m^3$  计算， $T_m = (T_f + T_w)/2$ ，周围环境温度  $T_f = 20^\circ\text{C}$ 。试用有限差分法确定在液态金属开始流入后的 18s 时截面上的温度分布。已知钢管的  $\lambda = 41 \text{ W/(m.K)}$ ， $\rho = 7530 \text{ kg/m}^3$ ， $c = 536 \text{ J/(kg.K)}$ 。

解：在钢管壁厚方向上取 27 个点，以内壁为坐标原点，沿着壁厚方向为 x 正方向，数值计算结果如下。

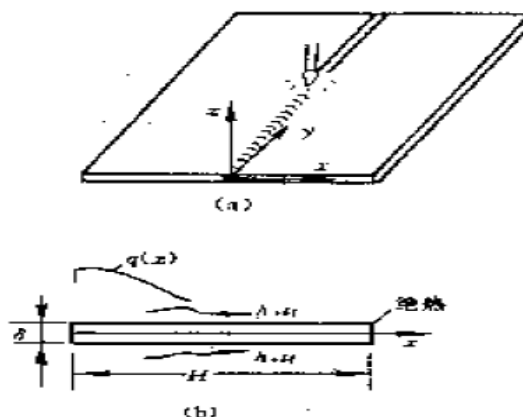
位置 /cm	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
温度 / $^\circ\text{C}$	216.0	215.6	214.6	213.0	210.7	207.9	204.6	200.8	196.6	192.1
位置 /cm	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
温度 / $^\circ\text{C}$	187.3	182.3	177.2	172.0	166.9	161.8	157.0	152.5	148.2	144.4
位置 /cm	2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.54			
温度 / $^\circ\text{C}$	141.0	138.1	135.7	133.9	132.6	132.0	131.9			

用图形表示如下



4-29、为对两块平板的对接焊过程（见附图 a）进行计算，对其物理过程作以下简化处理：钢板中的温度场仅是 x 及时间  $\tau$  的函数；焊枪的热源作用在钢板上时钢板吸收的热流密度  $q(x) = q_m e^{(-3r^2/r_e^2)}$ ， $r_e$  为电弧有效加热半径， $q_m$  为最大热流密度；平板上下表面的散热可用  $q = h(t - t_f)$  计算，侧面绝热；平板的物性为常数，熔池液态金属的物性与固体相同；固体熔化时吸收的潜热折算成当量的温升值，即如设熔化潜热为 L，固体比热容为 c，则当固体达到熔点  $t_s$  后要继续吸收相当于使温度升高  $(L/c)$  的热量，但在这一吸热过程中该温度不变。这样，附图 a 所示问题就简化为附图 b 所示的一维稳态导热问题。试：（1）列出该问题的数学描写；（2）计算过程开始后 3.4s 内钢板中的温度场，设在开始的 0.1s 内有电弧的加热作用。已知：

$$q_m = 5024 \times 10^4 \text{ W/m}^2, \quad h = 12.6 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}, \quad \lambda = 41.9 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}, \quad \rho = 7800 \text{ kg/m}^3, \quad c = 670 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad L = 255 \text{ kJ/kg}, \quad t_s = 1485^\circ\text{C}, \quad H = 12 \text{ cm}, \quad r_e = 0.71 \text{ cm}.$$



解：取初始温度与环境温度均为  $20^\circ\text{C}$ 。该问题的数学描写为：

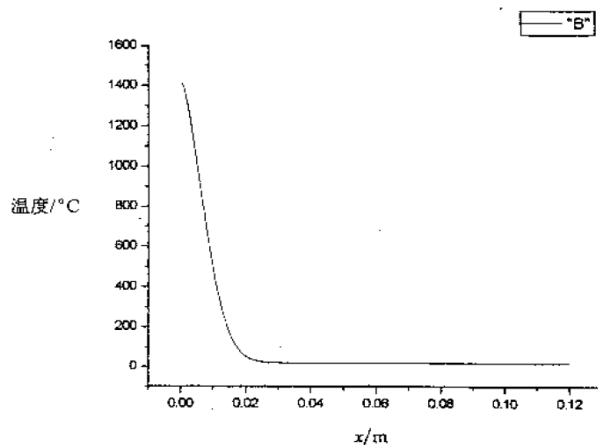
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\phi}{\rho c} \quad (0 < x < H, t > 0) \quad \left( \phi = [q(x) - 2h(t - t_f)] / \delta \right);$$

$$t = t_f \quad \tau = 0, 0 \leq x \leq H;$$

$$\frac{\partial t}{\partial x} = 0, \quad x = 0 \quad \tau > 0;$$

$$\frac{\partial t}{\partial x} = 0, \quad x = H \quad \tau > 0.$$

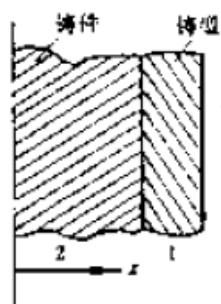
为了更好地分辨热源附近的温度场宜采用非均分网格。计算得出开始加热后的 3.4s 内钢板中的温度分布如下图所示。



4-30、在壁厚为 7cm 的铸铁模型中铸造 14cm 厚的黄铜板。设此问题可按一维问题处理，试确定达到铜版完全凝固所需的时间。计算时作以下简化处理：液体铜在瞬间内充满形腔；液体铜及铸型的初始温度各自均匀；液体铜内无自然对流，固液体铜内均为导热；液体铜与固体铜的物性相同且为常数；铸件与铸型之间接触良好，不存在空气隙；铸型外两表面与周围环境间的散热可用  $q = h(t - t_f)$  表示；液体铜在固定的凝固点  $t_s$  下凝固，凝固过程中释放出的熔化潜热可折算成相当于使物体温度升高  $(L/c)$  的热量，但在潜热释放过程中该温度应一直保持为  $t_s$ 。经过这样一番简化后所计算的问题变为如附图所示的双层平板的一维导热问题。试：(1) 列出该问题的数学描写；(2) 在下列条件下计算使钢板完全凝固所需的时间。

已知：铸型初温  $t_{01} = 20^\circ\text{C}$ ，液体铜初温为  $1100^\circ\text{C}$ ， $t_s = 1000^\circ\text{C}$ ， $h = 4 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ， $\lambda_1 = 126 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ，

$\lambda_2 = 63 \text{ W/(m.K)}$ ,  $c_1 = 419 \text{ J/(kg.K)}$ ,  $C_2 = 502 \text{ J/(kg.K)}$ ,  
 $\rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_2 = 7000 \text{ kg/m}^3$ ,  $L = 167.5 \text{ kJ/kg}$ ,  $t_f = 20^\circ\text{C}$ 。



解：设铸型厚为  $\delta_1$ ，铸件半厚为  $\delta_2$ ，则有：

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad 0 < x < \delta_1 + \delta_2, \quad t \geq 0$$

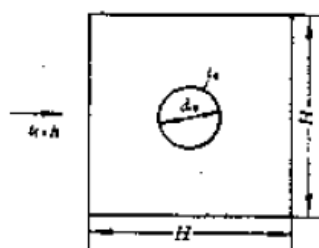
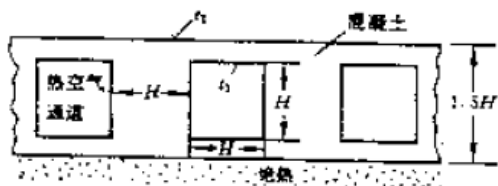
$$\tau = 0, \quad 0 \leq x \leq \delta_2, \quad t = t_1$$

$$\tau > 0, \quad x = 0, \quad t = t_2, \quad \frac{\partial t}{\partial x} = 0$$

$$x = \delta_1 + \delta_2, \quad -\lambda_1 \frac{\partial t}{\partial x} = h(t - t_f)$$

数值计算结果得出所需时间为 304.9s。

4-31、建筑物采暖的一种方式是在房间地板下设置热空气通道，如附图所示。设地板下的水泥混凝土层的一侧绝热，地面温度  $t_2 = 30^\circ\text{C}$ 。热空气通道截面尺寸为  $150\text{mm} \times 150\text{mm}$ ，并在混凝土层中对称布置，通道壁温保持为  $t_1 = 80^\circ\text{C}$ 。试计算单位长度热空气通道的传热量，并从计算结果中整理出此种情形下形状因子 S 之值。

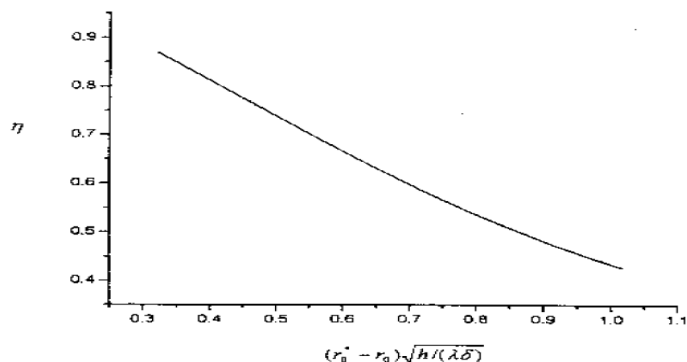


解：单位长度传热量为  $122.5 \text{ W/m}$ ，形状因子为  $S = 3.101 \text{ m}$ 。

习题 4-28 附图

4-32、试用数值方法确定如附图所示圆管外正方形翅片的肋效率。已知  $d_0 = 12\text{mm}$ ,  $H = 40\text{mm}$ ，翅片厚  $\delta = 0.2\text{mm}$ ,  $\lambda = 120 \text{ W/(m.K)}$ 。据文献〔10〕分析，此时肋效率可以画成  $\eta \sim (r_0^* - r_0) \sqrt{h/(\lambda\delta)}$  的曲线形成，并以  $r_0^*/r_0$  为参数。这里  $r_0^*$  是一假想半径，以为半径的圆的面积等于所研究翅片的面积。在  $h = 10 \sim 100 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$  的范围内进行计算，并把结果表示成  $\eta \sim (r_0^* - r_0) \sqrt{h/(\lambda\delta)}$  的曲线。

解：计算结果如下图所示。



4-33. 有一块印制电路板如附图(a)所示。中间为  $0.8\text{mm}$  厚的铜板，导热系数为  $165 \text{ W/(m.K)}$ ，其两侧为玻璃纤维环氧树脂板层，铜板底端被冷却到  $40^\circ\text{C}$ ，其他三个侧面可以认为绝热，金属板上安装的发热元件及其功耗如图所示。假定通过玻璃纤维环氧树脂板层的散热可以不计，试用数值计算确定铜板中的温度分布。根据元件确定的网格划分示于附图(b)中。

## 第五章

### 复习题

1、试用简明的语言说明热边界层的概念。

答：在壁面附近的一个薄层内，流体温度在壁面的法线方向上发生剧烈变化，而在此薄层之外，流体的温度梯度几乎为零，固体表面附近流体温度发生剧烈变化的这一薄层称为温度边界层或热边界层。

2、与完全的能量方程相比，边界层能量方程最重要的特点是什么？

答：与完全的能量方程相比，它忽略了主流方向温度的次变化率  $\alpha^2 A / x^2 \sigma$ ，因此仅适用于边界层内，不适用整个流体。

3、式（5—4）与导热问题的第三类边界条件式（2—17）有什么区别？

答： 
$$h = -\frac{\lambda \partial t}{\Delta x \partial y} \Big|_y = 0 \quad (5-4) \quad -\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right) = h(t_w - t_f) \quad (2-11)$$

式（5—4）中的  $h$  是未知量，而式（2—17）中的  $h$  是作为已知的边界条件给出，此外（2—17）中的  $\lambda$  为固体导热系数而此式为流体导热系数，式（5—4）将用来导出一个包括  $h$  的无量纲数，只是局部表面传热系数，而整个换热表面的表面系数应该把牛顿冷却公式应用到整个表面而得出。

4、式（5—4）表面，在边界上垂直壁面的热量传递完全依靠导热，那么在对流换热中，流体的流动起什么作用？

答：固体表面所形成的边界层的厚度除了与流体的粘性有关外还与主流区的速度有关，流动速度越大，边界层越薄，因此导热的热阻也就越小，因此起到影响传热大小

5、对流换热问题完整的数字描述应包括什么内容？既然对大多数实际对流传热问题尚无法求得其精确解，那么建立对流换热问题的数字描述有什么意义？

答：对流换热问题完整的数字描述应包括：对流换热微分方程组及定解条件，定解条件包括，（1）初始条件 （2）边界条件 （速度、压力及温度）建立对流换热问题的数字描述目的在于找出影响对流换热中各物理量之间的相互制约关系，每一种关系都必须满足动量，能量和质量守恒关系，避免在研究遗漏某种物理因素。

### 基本概念与定性分析

5-1、对于流体外标平板的流动，试用数量级分析的方法，从动量方程引出边界层厚度的如下变化关系

式： 
$$\delta/x \sim 1/\sqrt{\text{Re}_x}$$

解：对于流体外标平板的流动，其动量方程为：

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

根据数量级的关系，主流方的数量级为 1，y 方线的数量级为  $\delta$

则有 
$$1 \times \frac{1}{1} + \delta \times \frac{1}{\delta} = -\frac{1}{\rho} \times \frac{1}{1} + \nu \frac{1^2}{\delta^2}$$

从上式可以看出等式左侧的数量级为 1 级，那么，等式右侧也是数量级为 1 级，

为使等式是数量级为1，则 $\nu$ 必须是 $\delta^2$ 量级。

$$\frac{\delta}{x} \text{ 从量级看为 } \frac{\delta}{1} \text{ 级}$$

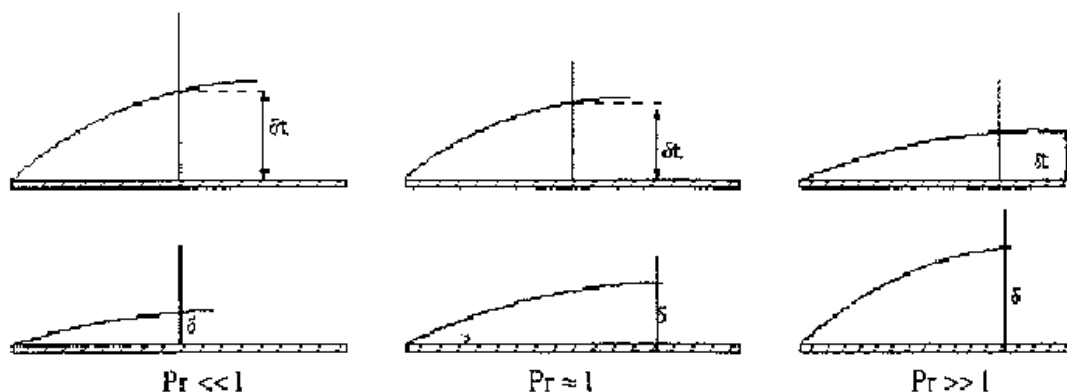
$$\frac{1}{\sqrt{\text{Re}_x}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{u_\infty x}{\nu}}} \sim \frac{1}{\sqrt{\frac{1 \times 1}{\delta^2}}} \sim \frac{1}{\frac{1}{\delta}} \sim \frac{\delta}{1}$$

量级

两量的数量级相同，所以 $\frac{\delta}{x}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{\text{Re}_x}}$ 成比例

5-2、对于油、空气及液态金属，分别有 $Pr \gg 1$ ， $Pr \approx 1$ ， $Pr \ll 1$ ，试就外标等温平板的层流流动，画出三种流体边界层中速度分布和温度分布的大致图象（要能显示出 $\delta$ 与 $\delta_x$ 的相对大小）。

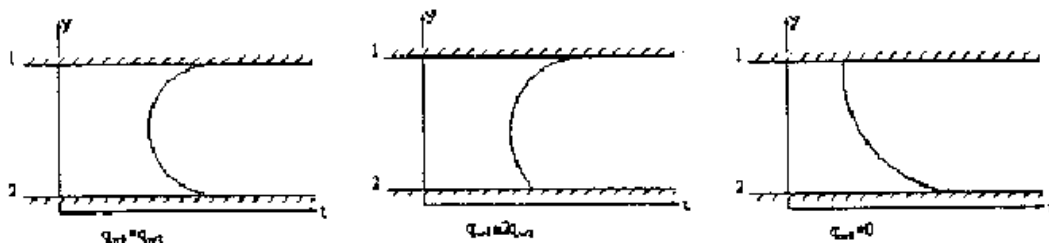
解：如下图：



5-3、已知：如图，流体在两平行平板间作层流充分发展对流换热。

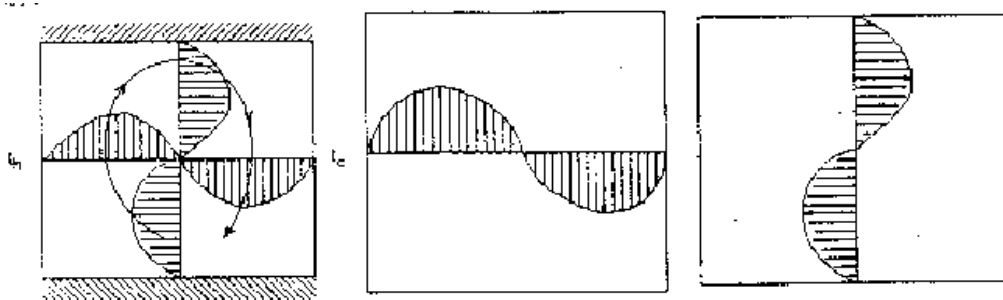
求：画出下列三种情形下充分发展区域截面上的流体温度分布曲线：(1)  $q_{w1} = q_{w2}$ ；(2)  $q_{w1} = 2q_{w2}$ ；(3)  $q_{w1} = 0$ 。

解：如下图形：



5-4、已知：某一电子器件的外壳可以简化成如图所示形状。 $t_h > t_c$ 。

求：定性地画出空腔截面上空气流动的图像。



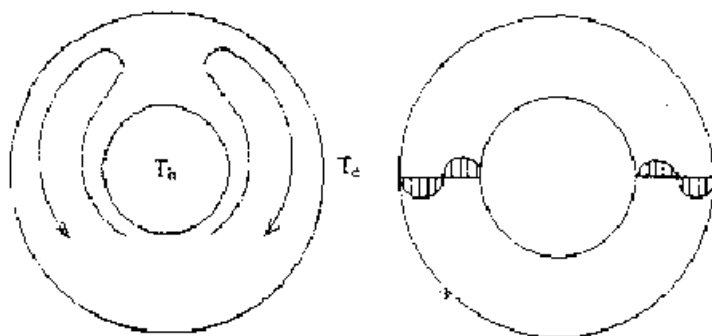
解:

5-5、已知：输送大电流的导线称为母线，一种母线的截面形状如图所示，内管为导体，其中通以大电流，外管起保护导体的作用。设母线水平走向，内外管间充满空气。

求：分析内管中所产生的热量是怎样散失到周围环境的。并定性地画出截面上空气流动的图像。

解：散热方式：（1）环形空间中的空气自然对流

（2）内环与外环表面间的辐射换热。



5-6、已知：如图，高速飞行部件中广泛采用的钝体是一个轴对称的物体。

求：画出钝体表面上沿  $x$  方向的局部表面传热系数的大致图像，并分析滞止点  $s$  附近边界层流动的状态。（层流或湍流）。

解：在外掠钝体的对流换热中，滞止点处的换热强度是很高的。该处的流动几乎总处层流状态，对流换热的强烈程度随离开滞止点距离的增加而下降。

5-7. 温度为  $80^{\circ}\text{C}$  的平板置于来流温度为  $20^{\circ}\text{C}$  的气流中，假设平板表面中某点在垂直于壁面方向的温度梯度为  $40^{\circ}\text{C}/\text{mm}$ ，试确定该处的热流密度。

### 边界层概念及分析

5-8、已知：介质为  $25^{\circ}\text{C}$  的空气、水及 14 号润滑油，外掠平板边界层的流动由层流转变为湍流的灵界雷诺数  $\text{Re}_c = 5 \times 10^5$ ， $u_{\infty} = 1\text{m}/\text{s}$ 。

求：以上三种介质达到  $\text{Re}_c$  时所需的平板长度。

解：（1） $25^{\circ}\text{C}$  的空气  $\nu = 15.53 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$

$$\text{Re}_x = \frac{u_{\infty} x}{\nu} = \frac{1 \times x}{15.53 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^5 \quad x = 7.765\text{m}$$

（2） $25^{\circ}\text{C}$  的水  $\nu = 0.9055 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$   $x = 0.45275\text{m}$

(3) 14 号润滑油  $\nu = 313.7 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$   $x=156.85\text{m}$

5-9、已知：20℃的水以 2m/s 的流速平行地流过一块平板，边界层内的流速为三次多项式分布。

求：计算离开平板前缘 10cm 及 20cm 处的流动边界层厚度及两截面上边界层内流体的质量流量（以垂直于流动方向的单位宽度计）。

解：20℃的水  $\nu = 1.006 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$   $u = 2 \text{ m/s}$

$$(1) x=10\text{cm}=0.1\text{m} \quad \text{Re}_x = \frac{u_\infty x}{\nu} = \frac{2 \times 0.01}{1.00 \times 10^{-6}} = 19880.72 \quad \text{小于过渡雷诺数 } \text{Re}_x \quad \text{按 (5-22)}$$

$$\delta = 4.64 \sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}} = 4.64 \sqrt{\frac{1.006 \times 10^{-6} \times 0.1}{2}} = 1.0406 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\frac{u_y}{u_\infty} = \frac{3}{2} \times \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \times \left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

$$m = \int_0^\delta \rho u dy = \int_0^\delta \rho \frac{u}{u_\infty} u dy = \rho u_\infty \int_0^\delta \frac{u}{u_\infty} dy = \rho u_\infty \int_0^\delta \left[ \frac{3}{2} \times \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \times \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \right] dy$$

$$= \rho u_\infty \left[ \frac{3}{4} \times \frac{y^2}{\delta} - \frac{1}{8} \left(\frac{y^4}{\delta^3}\right) \right]_0^\delta = \rho u_\infty \left[ \frac{3\delta}{4} - \frac{\delta}{8} \right] = 998.2 \times 2 \times \frac{5}{8} \delta = 1.298 \text{ kg/m}^2$$

$$(2) x=20\text{cm}=0.2\text{m} \quad \text{Re}_x = \frac{2 \times 0.02}{1.006 \times 10^{-6}} = 39761.43 \quad (\text{为层流})$$

$$\delta = 4.64 \sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}} = 4.64 \sqrt{\frac{1.006 \times 10^{-6} \times 0.02}{2}} = 1.47 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$m = \int_0^\delta \rho u_x dy = 998.2 \times 2 \times \frac{5}{8} \delta = 1.834 \text{ kg/m}^2$$

5-10、已知：如图，两无限大平板之间的流体，由于上板运动而引起的层流粘性流动称为库埃流。不计流体中由于粘性而引起的机械能向热能的转换。

求：流体的速度与温度分布。

$$\text{解：(1) 动量方程式简化为} \quad -\frac{dp}{dx} + \mu \frac{d^2 u}{dy^2} = 0, \quad y=0, u=0, y=H, \quad u(y) = \sigma, \quad \sigma \text{ 为上板速度。平行平板}$$

$$\text{间的流动} \quad \frac{dp}{dx} = 0 \quad u(y) = \left(\frac{y}{H}\right) \sigma \quad \text{。积分两次并代入边界条件得}$$

$$(2) \text{不计及由于粘性而引起机械能向热能的转换，能量方程为：} \quad \rho c_p \left( u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right) = k \nabla^2 t, \text{对于所}$$

$$\text{研究的情形, } v = 0, \quad \frac{\partial t}{\partial x} = 0, \quad \frac{d^2 t}{dy^2} = 0, \quad y=0, t = t_{w1}, y=H, t = t_{w2}, \text{由此得} \quad t = t_{w1} + \left(\frac{y}{H}\right)(t_{w2} - t_{w1})$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

5-11、已知：如图，外掠平板的边界层的动量方程式为：

求：沿 y 方向作积分（从 y=0 到  $y \geq \delta$ ）导出边界层的动量积分方程。

解：任一截面做 y=0 到  $y \rightarrow \infty$  的积分

$$\int_0^{\infty} u \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^{\infty} v \frac{\partial u}{\partial y} dy = \int_0^{\infty} \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy$$

根据边界层概念  $y > \delta, u \approx u_{\infty}$

故在该处  $\frac{\partial u}{\partial x} \approx 0, \frac{\partial u}{\partial y} \approx 0, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx 0$

则有  $\int_0^{\delta} u \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^{\delta} v \frac{\partial u}{\partial y} dy = \int_0^{\delta} \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy$  ..... (1)

其中  $\int_0^{\delta} v \frac{\partial u}{\partial y} dy = \nu \delta u_{\infty} - \int_0^{\delta} u \frac{\partial u}{\partial y} dy$

由连续行方程可得

$$\int_0^{\delta} \frac{\partial v}{\partial y} dy = - \int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} dy, v_{\delta} = - \int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} dy$$

所以  $\int_0^{\delta} v \frac{\partial u}{\partial y} dy = - \int_0^{\delta} u_{\infty} \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^{\delta} u \frac{\partial u}{\partial x} dy$  ..... (2)

又因为  $\int_0^{\delta} \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy = - \nu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$  ..... (3)

(1) (2) 代入 (3)  $\int_0^{\delta} u \frac{\partial u}{\partial x} dy - \int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^{\delta} u \frac{\partial u}{\partial x} dy = \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u(u - u_{\infty}) dy$

故边界层的动量积分方程为  $\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u(u - u_{\infty}) dy = \nu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$

5-12、已知：  $1.013 \times 10^5 Pa$ 、 $100^{\circ}C$  的空气以  $v=100m/s$  的速度流过一块平板，平板温度为  $30^{\circ}C$ 。

求：离开平板前缘 3cm 及 6cm 处边界层上的法向速度、流动边界层及热边界层厚度、局部切应力和局部表面传热系数、平均阻力系数和平均表面传热系数。

解：定性温度  $t_m = \frac{100 + 30}{2} = 65^{\circ}C$

$$\lambda = 0.0293 W / (m \cdot K), Pr = 0.695, \nu = 19.5 \times 10^{-6} m^2 / s, \rho = 1.045 kg / m^3$$



$$(1) \quad x = 3\text{cm} \text{ 处, } \text{Re}_x = \frac{u_\infty x}{\nu} = \frac{0.03 \times 100}{19.5} \times 10^6 = 1.538 \times 10^5$$

$$\nu_\delta = 100 \times 0.87 / (1.538 \times 10^5)^{1/2} = 0.2218 \text{ m/s}$$

$$\text{动量边界层厚度 } \delta = 4.64 \times 0.03 \times (1.538 \times 10^5)^{-1/2} = 0.355 \text{ mm}$$

$$\delta_t = \text{Pr}^{-1/3} \delta = 0.695^{-1/3} \times 0.355 = 0.398 \text{ mm}$$

$$\tau_w = \frac{0.323 \rho u_\infty^2}{\sqrt{\text{Re}_x}} = \frac{0.323 \times 1.045 \times 100^2}{\sqrt{1.538 \times 10^5}} = 8.61 \text{ kg/(m} \cdot \text{s}^2)$$

$$h_x = 0.332 \frac{\lambda}{x} \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3} = 0.332 \times \frac{0.0293}{0.03} \times \sqrt{1.538 \times 10^5} \times 0.695 = 112.6 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

### 比拟理论

5-13. 来流温度为  $20^\circ\text{C}$ 、速度为  $4\text{m/s}$  空气沿着平板流动，在距离前沿点为  $2\text{m}$  处的局部切应力为多大？如果平板温度为  $50^\circ\text{C}$ ，该处的对流传热表面传热系数是多少？

5-14. 实验测得一置于水中的平板某点的切应力为  $1.5\text{Pa}$ 。如果水温与平板温度分别为  $15^\circ\text{C}$  与  $60^\circ\text{C}$ ，试计算当地的局部热流密度。

5-15. 温度为  $160^\circ\text{C}$ 、流速为  $4\text{m/s}$  的空气流过温度为  $30^\circ\text{C}$  的平板。在离开前沿点为  $2\text{m}$  处测得局部表面传热系数为  $149 \text{ W/(m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ 。试计算该处的  $\text{Re}_x, \text{Nu}_x, St_x, j, c_f$  之值。

5-16. 已知：将一块尺寸为  $0.2\text{m} \times 0.2\text{m}$  的薄平板平行地置于由风洞造成的均匀气体流场中。在气流速度  $u_\infty = 40\text{m/s}$  的情况下用测力仪测得，要使平板维持在气流中需对它施加  $0.075\text{N}$  的力。此时气流温度  $t_\infty = 20^\circ\text{C}$ ，平板两平面的温度  $t_w = 120^\circ\text{C}$ 。气体压力为  $1.013 \times 10^3 \text{ Pa}$ 。

求：试据比拟理论确定平板两个表面的对流换热量。

$$\text{解: } \tau = \frac{0.075/2}{0.2 \times 0.2} = 0.9375 \text{ N/m}^2 = 0.9375 \text{ Pa}, \quad \text{边界层中空气定性温度为 } 70^\circ\text{C},$$

物性:

$$\rho = 1.029 \text{ kg/m}^3, \quad c_p = 1009 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)}, \quad \nu = 20.02 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \text{Pr} = 0.694$$

利用 Chilton-Colburn 比拟:

$$j_b = \frac{c_f}{2} = St \text{Pr}^{2/3} \cdot \frac{c_f}{2} = \frac{1}{2} \frac{\tau}{\rho u_\infty / 2} = \frac{1}{2} \times \frac{0.9375}{1.029 \times 40^2 / 2} = 5.69 \times 10^{-4}, \quad j_h = \frac{c_f}{2} = \frac{h}{\rho u_\infty c_p} \text{Pr}^{2/3}$$

$$\begin{aligned} \therefore h &= \frac{c_f}{2} \rho u_\infty c_p \text{Pr}^{-2/3} = 5.69 \times 10^{-4} \times 1.029 \times 40 \times 1009 \times 0.694^{-2/3} \\ &= 23.6 \times 1.276 = 30.1 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)} \end{aligned}$$

$$\Phi = 2hA(t_w - t_\infty) = 2 \times 3.01 \times 0.2^2 \times (120 - 20) = 240.9 \text{ W}.$$

这说明 Chilton-Colburn 比拟对层流运动也是适用的，即适用于平均值也适用于局部值。

工程应用

5-17. 一飞机在 10000m 高空飞行, 时速为 600km/h. 该处温度为  $-40^{\circ}\text{C}$ . 把机翼当成一块平板, 试确定离开机翼前沿点多远的位置上, 空气的流动为充分发展的湍流? 空气当作干空气处理.

5-18. 将一条长度为原型 1/4 的潜水艇模型放在一闭式风洞中进行阻力试验. 潜水艇水下的最大航速为 16m/s, 风洞内气体的压力为  $6 \times 10^5 \text{ Pa}$ , 模型长 3m, 使确定试验时最大的风速应为多少? 潜水艇在水下工作, 风洞中的阻力试验结果能否用于水下工作的潜水艇?

5-19. 一火车以 25m/s 的速度前进, 受到 140N 的切应力. 它由 1 节机车及 11 节客车车厢组成. 将每节车厢都看成是由四个平板所组成, 车厢的尺寸为 9m (长)  $\times 3\text{m} \times 2.5\text{m}$  (宽). 不计各节车厢间的间隙, 车外空气温度为  $35^{\circ}\text{C}$ , 车厢外表面温度为  $20^{\circ}\text{C}$ . 试估算该火车所需的制冷负荷.

5-20. 在一热处理工程中将一块尺寸为  $70\text{cm} \times 70\text{cm}$  平板置于  $30^{\circ}\text{C}$  的空气气流中, 空气流速为 1.2m/s. 作用在平板一侧的切应力为 0.14N. 试估计当该金属板的温度为  $200^{\circ}\text{C}$  时平板的散热量.

### 小论文题目

5-21. 夏天, 常常将饮料容器置于冰水中来冷却饮料. 为了加速冷却, 有人提出了这样一个专利 (见附图): 将饮料壳体 (例如易拉罐) 绕其轴线在冰水中做转动. 如果能实现饮料瓶或易拉罐绕其轴线的纯转动, 试从对流传热基本方程出发, 分析这样的方法能否加速饮料的冷却?

## 第六章

### 复习题

1. 什么叫做两个现象相似, 它们有什么共性?

答: 指那些用相同形式并具有相同内容的微分方程式所描述的现象, 如果在相应的时刻与相应的地点上与现象有关的物理量一一对于成比例, 则称为两个现象相似。

凡相似的现象, 都有一个十分重要的特性, 即描述该现象的同名特征数 (准则) 对应相等。

- (1) 初始条件. 指非稳态问题中初始时刻的物理量分布。
- (2) 边界条件. 所研究系统边界上的温度 (或热流密度)、速度分布等条件。
- (3) 几何条件. 换热表面的几何形状、位置、以及表面的粗糙度等。
- (4) 物理条件. 物体的种类与物性。

2. 试举出工程技术中应用相似原理的两个例子。

3. 当一个由若干个物理量所组成的试验数据转换成数目较少的无量纲以后, 这个试验数据的性质起了什么变化?

4. 外掠单管与管内流动这两个流动现象在本质上有什么不同?

5. 对于外接管束的换热, 整个管束的平均表面传热系数只有在流动方向管排数大于一定值后才与排数无关, 试分析原因。

答: 因后排管受到前排管尾流的影响 (扰动) 作用对平均表面传热系数的影响直到 10 排管子以上的管子才能消失。

6. 试简述充分发展的管内流动与换热这一概念的含义。

答: 由于流体由大空间进入管内时, 管内形成的边界层由零开始发展直到管子的中心线位置, 这种影响

才不发生变法，同样在此时对流换热系数才不受局部对流换热系数的影响。

7、什么叫大空间自然对流换热？什么叫有限空间自然对流换热？这与强制对流中的外部流动和内部流动有什么异同？

答：大空间作自然对流时，流体的冷却过程与加热过程互不影响，当其流动时形成的边界层相互干扰时，称为有限空间自然对流。

这与外部流动和内部流动的划分有类似的地方，但流动的动因不同，一个由外在因素引起的流动，一个是由流体的温度不同而引起的流动。

8. 简述射流冲击传热时被冲击表面上局部表面传热系数的分布规律。

9. 简述  $Nu$  数,  $Pr$  数,  $Gr$  数的物理意义.  $Nu$  数与  $Bi$  数有什么区别？

10. 对于新遇到的一种对流传热现象，在从参考资料中寻找换热的特征数方程时要注意什么？

### 相似原理与量纲分析

6—1、在一台缩小成为实物 1/8 的模型中，用 20°C 的空气来模拟实物中平均温度为 200°C 空气的加热过程。实物中空气的平均流速为 6.03m/s，问模型中的流速应为若干？若模型中的平均表面传热系数为 195W/(m²K)，求相应实物中的值。在这一实物中，模型与实物中流体的  $Pr$  数并不严格相等，你认为这样的模化试验有无实用价值？

解：根据相似理论，模型与实物中的  $Re$  应相等

空气在 20°C 和 200°C 时的物性参数为：

$$20^{\circ}\text{C}: \nu_1 = 15.06 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \lambda_1 = 2.59 \times 10^{-2} \text{ W}/\text{m} \cdot \text{K}, Pr_1 = 0.703$$

$$200^{\circ}\text{C}: \nu_2 = 34.85 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \lambda_2 = 3.93 \times 10^{-2} \text{ W}/\text{m} \cdot \text{K}, Pr_2 = 0.680$$

$$\text{由 } \frac{u_1 l_1}{\nu_1} = \frac{u_2 l_2}{\nu_2}$$

$$\Rightarrow u_1 = \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right) \left(\frac{l_2}{l_1}\right) u_2 = \frac{15.06}{34.85} \times 8 \times 6.03 = 20.85 \text{ m/s}$$

$$\text{又 } Nu_1 = Nu_2$$

$$\text{得: } h_2 = h_1 \left(\frac{l_1}{l_2}\right) \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) = 195 \times \frac{1}{8} \times \frac{3.93}{2.59} = 36.99 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

上述模化试验，虽然模型与流体的  $Pr$  数并不严格相等，但十分相近

这样的模化试验是有实用价值的。

6—2、对于恒壁温边界条件的自然对流，试用量纲分析方法导出：  $Nu = f(Gr, Pr)$ 。提示：在自然对流换热中  $g\alpha\Delta t$  起相当于强制对流中流速的作用。

$$\text{解: } h \quad (g\alpha\Delta t) \quad \lambda \quad \rho \quad c \quad \eta \quad L \\ [M\theta^{-1}T^{-3}] \quad [LT^{-2}] \quad [M\theta LT^{-3}] \quad [ML^{-3}] \quad [L^2\theta^{-1}T^{-2}] \quad [ML^{-1}T^{-1}] \quad [L] \\ n-r=7-4=3 \Rightarrow \phi(\pi_1, \pi_2, \pi_3)=0$$

则各准内涵表达式如下

$$\pi_1 = hL^{a1} \lambda^{b1} \eta^{c1} (g\alpha\Delta t)^{d1} \\ \pi_2 = \rho L^{a2} \lambda^{b2} \eta^{c2} (g\alpha\Delta t)^{d2} \\ \pi_3 = cL^{a3} \lambda^{b3} \eta^{c3} (g\alpha\Delta t)^{d3}$$

$$\text{展开: } \pi_1 = M\theta^{-1}T^{-3}L^{a1}M^{b1}\theta^{-b1}T^{-3b1}M^{c1}L^{-c1}T^{-c1}L^{d1}T^{-2d1} \\ = M^{1+b1+c1}\theta^{-1-b1}T^{-3-3b1-c1-2d1}L^{a1+b1-c1+d1}$$

$$\text{解得: } b1 = -1, c1 = 0, d1 = 0, a1 = 1$$

$$\pi_1 = hL^1 \lambda^{-1} \eta^0 (g\alpha\Delta t)^0 = hL/\lambda = Nu \\ \pi_2 = ML^{-3}L^{a2}M^{b2}\theta^{-b2}L^{b2}T^{-3b2}M^{c2}L^{-c2}T^{-c2}L^{d2}T^{-2d2} \\ = M^{1+b2+c2}L^{-3+a2+b2-c2+d2}\theta^{-b2}T^{-3b2-c2-d2}$$

$$\Rightarrow b2 = 0, c2 = -1, d2 = 1/2, a2 = 3/2$$

各系数乘以2得:

$$\pi_2 = \rho^2 L^3 \lambda^0 \eta^{-2} (g\alpha\Delta t)^1 = g\alpha\Delta t L^3 / \nu^3 = Gr \\ \pi_3 = L^2 \theta^{-1} T^{-2} L^{a3} M^{b3} \theta^{-b3} L^{b3} T^{-3b3} M^{c3} L^{-c3} T^{-c3} L^{d3} T^{2d3} \\ = L^{2+a3+b3-c3+d3} \theta^{-1-b3} T^{-2-3b3-c3-3d3} M^{b3+c3} \\ \Rightarrow b3 = -1, c3 = 1, d3 = 0, a3 = 0$$

$$\pi_3 = cL^0 \lambda^{-1} \eta^1 (g\alpha\Delta t)^0 = c\eta/\lambda = Pr$$

即原则性准则方程:

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

6-3、试用量纲分析法证明, 恒壁温情况下导出的  $Nu = f(Gr, Pr)$  的关系式对于恒热流边界条件也是合适的, 只是此时  $Gr$  数应定义为  $Gr^* = g\alpha q l^4 / \nu^2 \lambda$ 。

证明: 在习题 18 的分析中以  $q$  代替  $\Delta t$  (因为此时热流密度已知, 而  $\Delta t$  中的壁温为未知), 则有  $h = f(g\alpha q, l, \lambda, \mu, c_p, \rho)$ , 仍以  $\lambda, \rho, \mu, l$  为基本变量, 则有:

$$\Pi_1 = \lambda^{\alpha_1} \rho^{\beta_1} \mu^{\gamma_1} l^{d_1} h \rightarrow \Pi_1 = \frac{hl}{\lambda}; \\ \Pi_2 = \lambda^{\alpha_2} \rho^{\beta_2} \mu^{\gamma_2} l^{d_2} (g\alpha q) = (LMT^{-5}\theta^{-1})^{\alpha_2} (ML^{-3})^{\beta_2} (ML^{-1}T^{-1})^{\gamma_2} L^{d_2} (LMT^{-5}\theta^{-1}) \\ = (L^{1+\alpha_2-3\beta_2-c_2+d_2}) (M^{1+\alpha_2+\beta_2+c_2}) (T^{-5-5\alpha_2-c_2}) (\theta^{-1-\alpha_2}) \\ \therefore \alpha_2 = -1, c_2 = -2, b_2 = 2, d_2 = 4$$

$$\text{得 } \Pi_2 = g\alpha q \lambda^{-1} \rho^2 \mu^{-2} l^4 = \frac{g\alpha q l^4}{\lambda \nu^2} = Gr^* ;$$

$$\Pi_j = \lambda^{\alpha_3} \rho^{\beta_3} \mu^{\gamma_3} l^{d_3} c_p \rightarrow \Pi_3 = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \therefore Nu = f(Gr^*, Pr)。$$

6-4、已知: 对于常物性流体横向掠过管束时的对流换热, 当流动方向上的排数大于 10 时, 试验发现, 管束的平均表面传热系数  $h$  取决于下列因素: 流体速度  $u$ ; 流体物性  $\rho, \eta, \lambda, c_p$ ; 几何参数  $d, s_1, s_2$ 。  
求: 试用量纲分析法证明, 此时的对流换热关系式可以整理为:

$$Nu = f(\text{Re}, \text{Pr}, s_1/d, s_2/d)$$

解：基本物理量有  $h$ 、 $u$ 、 $\rho$ 、 $\eta$ 、 $\lambda$ 、 $C_p$ 、 $d$ 、 $s_1$ 、 $s_2$ 、共九个，基本量纲有 4 个（时间 T、长度 L、质量 M、温度 Q）， $n=9$ ， $\gamma=7$ 。

方程有五组，选取  $u, d, \lambda, h$  为基本物理量，得：

$$\pi_1 = hu^{a_1} \times d^{b_1} \times \lambda^{c_1} \times \eta^{d_1}$$

$$\pi_2 = \rho u^{a_2} \times d^{b_2} \times \lambda^{c_2} \times \eta^{d_2}$$

$$\pi_3 = C_p u^{a_3} \times d^{b_3} \times \lambda^{c_3} \times \eta^{d_3}$$

$$\pi_4 = s_1 u^{a_4} \times d^{b_4} \times \lambda^{c_4} \times \eta^{d_4}$$

$$\pi_5 = s_2 u^{a_5} \times d^{b_5} \times \lambda^{c_5} \times \eta^{d_5}$$

$$d_{\min} h = MQ^{-1} T^{-3} \quad d_{\min} d = L \quad d_{\min} \eta = ML^{-1} T^{-1}$$

$$d_{\min} \lambda = MLQ^{-1} T^{-3} \quad d_{\min} u = LT^{-1}$$

$$\pi_1 = M^{1+c_1+d_1} Q^{-1-c_1} T^{-3-a_1-3c_1-d_1} L^{a_1+b_1+c_1-d_1}$$

$$\pi_2 = M^{1+c_2+d_2} Q^{-c_2} T^{-a_2-3c_2-d_2} L^{-3+a_2+b_2+c_2-d_2}$$

$$\pi_3 = M^{c_3+d_3} Q^{-1-c_3} T^{-2-a_3-3c_3-d_3} L^{2+a_3+b_3+c_3-d_3}$$

$$\pi_4 = M^{c_4+d_4} Q^{-c_4} T^{-a_4-3c_4-d_4} L^{1+a_4+b_4+c_4-d_4}$$

$$\pi_5 = M^{c_5+d_5} Q^{-c_5} T^{-a_5-3c_5-d_5} L^{1+a_5+b_5+c_5-d_5}$$

上式等号左边为无量纲量，因此等号右边各量纲的指数必为零（量纲和谐原理），故得：

$$\begin{cases} 1 + c_1 + d_1 = 0 \\ -c_1 - 1 = 0 \\ -3 - a_1 - 3c_1 - d_1 = 0 \\ a_1 + b_1 + c_1 - d_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = -1 \\ d_1 = 0 \\ a_1 = 0 \\ b_1 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + c_2 + d_2 = 0 \\ c_2 = 0 \\ -a_2 - 3c_2 - d_2 = 0 \\ -3 + a_2 + b_2 + c_2 - d_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_2 = 0 \\ d_2 = -1 \\ a_2 = 1 \\ b_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_3 + d_3 = 0 \\ -1 - c_3 = 0 \\ -2 - a_3 - 3c_3 - d_3 = 0 \\ 2 + a_3 + b_3 + c_3 - d_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_3 = -1 \\ d_3 = 1 \\ a_3 = 0 \\ b_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_4 + d_4 = 0 \\ -c_4 = 0 \\ -a_4 - 3c_4 - d_4 = 0 \\ 1 + a_4 + b_4 + c_4 - d_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_4 = 0 \\ d_4 = 1 \\ a_4 = 0 \\ b_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_5 + d_5 = 0 \\ -c_5 = 0 \\ -a_5 - 3c_5 - d_5 = 0 \\ 1 + a_5 + b_5 + c_5 - d_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_5 = 0 \\ d_5 = 0 \\ a_5 = 0 \\ b_5 = -1 \end{cases}$$

因而得：

$$\pi_1 = h \cdot u^0 \cdot d^1 \cdot \lambda^{-1} \cdot \eta^0 = \frac{nd}{\lambda} = Nu$$

$$\pi_2 = \rho \cdot u^1 \cdot d^1 \cdot \lambda^0 \cdot \eta^{-1} = \frac{ud}{\eta / \rho} = Re$$

$$\pi_3 = c_p \cdot u^0 \cdot d^0 \cdot \lambda^{-1} \cdot \eta^1 = \frac{c_p \eta}{\lambda} = Pr$$

$$\pi_4 = s_1 \cdot u^0 \cdot d^{1-} \cdot \lambda^0 \cdot \eta^0 = \frac{s_1}{d}$$

$$\pi_5 = s_2 \cdot u^0 \cdot d^{1-} \cdot \lambda^0 \cdot \eta^0 = \frac{s_2}{d}$$

因此  $h = f(u, d, \lambda, \eta, c_p, \rho, s_1, s_2)$  的关系式可转化为:

$$Nu = f(Re, Pr, \frac{s_1}{d}, \frac{s_2}{d})$$

6—5、已知：有人曾经给出下列流体外掠正方形柱体（其一面与来流方向垂直）的换热数据：

Nu	Re	Pr
41	5000	2.2
125	20000	3.9
117	41000	0.7
202	90000	0.7

求：采用  $Nu = CRe^n Pr^m$  的关系式来整理数据并取  $m=1/3$ ，试确定其中的常数 C 与指数 n 在上述 Re 及 Pr 的范围内，当方形柱体的截面对角线与来流方向平行时，可否用此式进行计算，为什么？

解：由  $Nu = CRe^n Pr^m$  有

$$\lg Nu = \lg C + n \lg Re + m \lg Pr$$

根据实验数据有： $\lg Nu - \frac{1}{m} \lg Pr$  与  $\lg Re$  成线性关系

$\lg Nu$	$\lg Re$	$\frac{1}{m} \lg Pr$	$\lg Nu - \frac{1}{3} \lg Pr$	$\lg Re$
1.62	3.699	0.1141	1.5059	3.699
2.0969	4.3010	0.1970	1.8999	4.301
2.0681	4.6128	-0.052	2.1201	4.6128
2.3054	4.9542	-0.052	2.3574	4.9542

$$n = \frac{2.3574 - 1.5059}{4.9542 - 3.699} = 0.678$$

$\lg C$  为直线在纵坐标上的截距。

不能将上述关联式用于截面对角线与来流平行的情形，因为两种情形下流动方向与物体的相对位置不同。

6—6、已知：如图，有人通过试验得了下列数据： $u_1 = 15m/s$ ， $h = 40W/(m^2 \cdot K)$ ， $u_2 = 20m/s$ ， $h = 50W/(m^2 \cdot K)$ 。设  $Nu = CRe^m Pr^n$ 。特征长度为  $l$ 。

求：对于形状相似但  $l = 1m$  的柱体试确定当空气流速为 15m/s 及 20m/s 时的平均表面传热系数。四种情形下定性温度之值均相同。

解：(1) 
$$Nu_1 = \frac{40 \times 0.5}{\lambda_f} = \frac{20}{\lambda_f}, \quad Re_1 = \frac{u_1 L}{v_f} = \frac{15 \times 0.5}{v_f} = \frac{7.5}{v_f};$$

$$(2) \quad Nu_2 = \frac{50 \times 0.5}{\lambda_f} = \frac{25}{\lambda_f}, \quad Re_2 = \frac{u_2 L}{\nu_f} = \frac{20 \times 0.5}{\nu_f} = \frac{10}{\nu_f};$$

$$(3) \quad Nu_3 = \frac{h_3 \cdot l}{\lambda_f}, \quad Re = \frac{15 \times 1}{\nu_f} = \frac{15}{\nu_f};$$

$$(4) \quad Nu_4 = \frac{h_4 \cdot l}{\lambda_f}, \quad Re_4 = \frac{20}{\nu_f}.$$

$Nu = C Re^m Pr^n$ , 对四种情况,  $C$ 、 $Pr^n$ 、 $m$  均相同, 由 1、2 两情形得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{20}{\lambda_f} &= C \left( \frac{7.5}{\nu_f} \right)^m Pr^n \\ \frac{25}{\lambda_f} &= C \left( \frac{10}{\nu_f} \right)^m Pr^n \end{aligned} \right\}, \text{ 由此得: } \frac{20}{25} = \left( \frac{7.5}{10} \right)^m, \quad m=0.766.$$

由 (3) 得:  $\frac{h_3}{\lambda_f} = C \left( \frac{15}{\nu_f} \right)^{0.766} Pr^n$ , 与 (1) 相除得:

$$\frac{h_3 / \lambda_f}{20 / \lambda_f} = \frac{(15 / \nu_f)^{0.766}}{(7.5 / \nu_f)^{0.766}}, \quad \frac{h_3}{20} = \left( \frac{15}{7.5} \right)^{0.766}, \quad h_3 = 20 \times 2^{0.766} = 34.25 W / (m^2 \cdot K);$$

由 (4) 得:  $\frac{h_4}{\lambda_f} = C \left( \frac{20}{\nu_f} \right)^{0.766} Pr^n$ , 与 (1) 相除得:

$$\frac{h_4 / \lambda_f}{20 / \lambda_f} = \frac{(20 / \nu_f)^{0.766}}{(7.5 / \nu_f)^{0.766}}, \quad \frac{h_4}{20} = \left( \frac{20}{7.5} \right)^{0.766}, \quad h_4 = 20 \times 2.141^{0.766} = 42.81 W / (m^2 \cdot K)$$

$$\therefore h_3 = 34.3 W / (m^2 \cdot K), \quad h_4 = 42.8 W / (m^2 \cdot K).$$

### 管槽内强制对流换热

6—7、已知: (1) 边长为  $a$  及  $b$  的矩形通道: (2) 同 (1), 但  $b \ll a$ ; (3) 环形通道, 内管外径为  $d$ , 外管内径为  $D$ ; (4) 在一个内径为  $D$  的圆形筒体内布置了  $n$  根外径为  $d$  的圆管, 流体在圆管外作纵向流动。

求: 四种情形下的当量直径。

解:

$$(1)d_m = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

$$(2)d_m = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b} \doteq 2b$$

$$(3)d_m = \frac{4\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}{2D+2d} = D-d$$

$$(4)d_m = \frac{4\left[\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 - n\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2\right]}{2(D+nd)} = \frac{D^2 - nd^2}{D+nd}$$

6-8、已知：一常物性的流体同时流过温度与之不同的两根直管 1 与 2，且  $d_1 = 2d_2$ ，流动与换热已处于湍流充分发展区域。

求：下列两种情形下两管内平均表面传热系数的相对大小：（1）流体以同样流速流过两管；（2）流体以同样的质量流量流过两管。

$$h \sim \frac{c_p^{0.4} \lambda^{0.6} (\rho u)^{0.4}}{\mu^{0.4} h^{0.2}}, \text{ 对一种情形,}$$

解：设流体是被加热的，则以式（5-54）为基础来分析时，有：

$u_1 = u_2$ ， $d_1 = 2d_2$ ，故：

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{u_1^{0.8}}{u_2^{0.8}} \frac{d_1^{0.2}}{d_2^{0.2}} = \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^{0.8} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{0.2} = \left(\frac{f_1 \rho_1 u_1}{f_2 \rho_2 u_2}\right)^{0.8} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{1.8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1.8} = 28.7\%。$$

若流体被冷却，因 Pr 数不进入 h 之比的表达式，上述分析仍有效。

6-9、已知：变压器油  $\rho = 885 \text{ kg/m}^3$ ， $\nu = 3.8 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 490$ 。在内径为 30mm 的管子内冷却，管子长 2m，流量为 0.313kg/s。

求：试判断流动状态及换热是否已进入充分发展区。

$$\text{解：} \quad \text{Re} = \frac{4m}{\pi d u} = \frac{4 \times 0.313}{3.1416 \times 0.03 \times 885 \times 3.8 \times 10^{-5}} = 395 < 2300, \text{ 流动为层流。}$$

$$\text{按式 (5-52) 给出的关系式, } 0.05 \text{RePr} = 0.05 \times 395 \times 490 = 9678,$$

而  $l/d = 2/0.03 = 66.7 \ll 0.05 \text{RePr}$ ，所以流动与换热处于入口段区域。

6-10. 发电机的冷却介质从空气改为氢气可以提高冷却效率，试对氢气与空气的冷却效果进行比较。比较的条件是：管道内湍流对流传热，通道几个尺寸，流速均相同，定性温度为 50℃，气体均处于常压下，不考虑温差修正。50℃氢气的物性数据如下：  
 $\rho = 0.0755 \text{ kg/m}^3$ ， $\lambda = 19.42 \times 10^{-2} \text{ W/(mK)}$ ， $\eta = 9.41 \times 10^{-6} \text{ Pas}$ ， $c_p = 14.36 \text{ kJ/(kgK)}$ 。



6-11、已知：平均温度为  $100^{\circ}\text{C}$ 、压力为  $120\text{kPa}$  的空气，以  $1.5\text{m/s}$  的流速流经内径为  $25\text{mm}$  电加热管子。均匀热流边界条件下在管内层流充分发展对流换热区  $\text{Nu}=4.36$ 。

求：估计在换热充分发展区的对流换热表面传热系数。

解：空气密度按理想气体公式计算 
$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{120000}{287 \times 373} = 1.121 \text{kg/m}^3,$$

空气的  $\mu$  与压力关系甚小，仍可按一物理大气压下之值取用，

$100^{\circ}\text{C}$  时：

$$\mu = 21.9 \times 10^{-6} \text{kg/(m} \cdot \text{s)}, \therefore \text{Re} = \frac{1.121 \times 1.5}{21.9} \times 0.025 \times 10^6 = 1919 < 2300,$$

故为层流。按给定条件得：
$$h = 4.36 \times \frac{\lambda}{d} = 4.36 \times \frac{0.0321}{0.025} = 5.6 \text{W/(m}^2 \cdot \text{K)}.$$

6-12、已知：一直管内径为  $2.5\text{cm}$ 、长  $15\text{m}$ ，水的质量流量为  $0.5\text{kg/s}$ ，入口水温为  $10^{\circ}\text{C}$ ，管子除了入口处很短的一段距离外，其余部分每个截面上的壁温都比当地平均水温高  $15^{\circ}\text{C}$ 。

求：水的出口温度。并判断此时的热边界条件。

解：假使出口水温  $t'' = 50^{\circ}\text{C}$ ，则定性温度 
$$t_f = \frac{1}{2}(t' + t'') = \frac{50 + 30}{2} = 30^{\circ}\text{C},$$

水的物性参数为  $\lambda = 0.618 \text{W/(m} \cdot \text{K)}, \eta = 801.5 \times 10^{-6} \text{kg/(m} \cdot \text{s)}, \text{Pr} = 5.42$ 。

$$\text{Re} = \frac{4m}{\pi d \mu} = \frac{4 \times 0.5 \times 10^6}{3.1416 \times 0.025 \times 801.5} = 31771 > 10^4.$$

。因  $t_w - t_f = 15^{\circ}\text{C}$ ,

不考虑温差修正，则 
$$\text{Nu}_f = 0.023 \times 31771^{0.8} \times 5.42^{0.4} = 180.7,$$

$$h = \frac{\text{Nu}_f \lambda}{d} = \frac{180.7 \times 0.618}{0.025} = 4466.9 \text{W/(m}^2 \cdot \text{K)},$$

$$\Phi_1 = h \pi d (t_w - t_f) = 4466.9 \times 3.1416 \times 0.025 \times 15 \times 15 = 78.94 \text{kW}.$$

另一方面，由水的进口焓  $i' = 42.04 \text{kJ/kg}$ ，出口  $i'' = 209.3 \text{kJ/kg}$ ，得热量

$$\Phi_2 = m(i'' - i') = 0.5 \times (209.3 - 42.04) = 83.67 \text{kW}.$$

$\Phi_2 > \Phi_1$ ，需重新假设  $t''$ ，直到  $\Phi_1$  与  $\Phi_2$  相符合为止（在允许误差范围内）。经过计算得  $t'' = 47.5^{\circ}\text{C}$ ， $\Phi_1 = \Phi_2 = 78.4 \text{kW}$ 。这是均匀热流的边界条件。

6-13、已知：一直管内径为  $16\text{cm}$ ，流体流速为  $1.5\text{m/s}$ ，平均温度为  $10^{\circ}\text{C}$ ，换热进入充分发展阶段。管壁平均温度与液体平均温度的差值小于  $10^{\circ}\text{C}$ ，流体被加热。

求：试比较当流体分别为氟利昂 134a 及水时对流换热表面传热系数的相对大小。

解：由附录 10 及 13， $10^{\circ}\text{C}$  下水及 R134a 的物性参数各为：

R134a:  $\lambda = 0.0888 \text{W/(m} \cdot \text{K)}, \nu = 0.2018 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 3.915;$

水:  $\lambda = 0.574 W / (m \cdot K)$ ,  $\nu = 1.306 \times 10^{-6} m^2 / s$ ,  $Pr = 9.52$ ;

对 R134a:

$$Re = \frac{1.5 \times 0.016}{0.2018} \times 10^6 = 1.1893 \times 10^5,$$

$$h = 0.023 \times 118930^{0.8} \times 3.915^{0.4} \times \frac{0.0888}{0.016} = 2531.3 W / (m^2 \cdot K)$$

对水:

$$Re = \frac{1.5 \times 0.016}{1.306} \times 10^6 = 18376,$$

$$h = 0.023 \times 18376^{0.8} \times 9.52^{0.4} \times \frac{0.574}{0.016} = 5241 W / (m^2 \cdot K)$$

对此情形, R134a 的对流换热系数仅为水的 38.2%。

6-14、已知:  $1.013 \times 10^5 Pa$  下的空气在内径为 76mm 的直管内流动, 入口温度为  $65^\circ C$ , 入口体积流量为  $0.022 m^3 / s$ , 管壁的平均温度为  $180^\circ C$ 。

求: 管子多长才能使空气加热到  $115^\circ C$ 。

解: 定性温度  $t_f = \frac{65 + 115}{2} = 90^\circ C$ , 相应的物性值为:  $\rho = 0.972 kg / m^3$

$$c_p = 1.009 kJ / (kg \cdot K), \lambda = 3.13 \times 10^{-2} W / (m \cdot K), \mu = 21.5 \times 10^{-6} kg / (m \cdot s), Pr = 0.690$$

在入口温度下,  $\rho = 1.0045 kg / m^3$ , 故进口质量流量:

$$\dot{m} = 0.022 m^3 / s \times 1.0045 kg / m^3 = 2.298 \times 10^{-2} kg / s,$$

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\pi d \mu} = \frac{4 \times 2.298 \times 10^{-2} \times 10^6}{3.1416 \times 0.076 \times 21.5} = 17906 > 10^4, \text{ 先按 } l/d > 60 \text{ 计,}$$

$$Nu_0 = 0.023 \times 17906^{0.8} \times 0.69^{0.4} = 50.08, h = \frac{50.08 \times 0.0313}{0.076} = 20.62 W / (m^2 \cdot K)$$

空气

在  $115^\circ C$  时,  $c_p = 1.009 kJ / (kg \cdot K)$ ,  $65^\circ C$  时,  $c_p = 1.007 kJ / (kg \cdot K)$ 。

故加热空气所需热量为:

$$\Phi = \dot{m}(c_p'' t'' - c_p' t') = 0.02298 \times (1.009 \times 10^3 \times 115 - 1.007 \times 10^3 \times 65) = 1162.3 W$$

采用教

材 P165 上所给的大温差修正关系式:

$$c_t = \left( \frac{T_f}{T_w} \right)^{0.53} = \left( \frac{273 + 90}{273 + 180} \right)^{0.53} = \left( \frac{363}{453} \right)^{0.53} = 0.885$$

所需管长:

$$l = \frac{\Phi}{\pi d h (t_w - t_f)} = \frac{1162.3}{3.1416 \times 0.076 \times 20.62 \times 0.885 \times (180 - 90)} = 2.96 m$$

$l/d = 2.96/0.076 = 38.6 < 60$ ，需进行短管修正。采用式（5-64）的关系式：

$$c_f = 1 + (d/l)^{0.7} = 1.0775, \therefore \text{所需管长为 } 2.96/1.0775 = 2.75\text{m}。$$

6—15、已知：14号润滑油，平均温度为  $40^\circ\text{C}$ ，流过壁温为  $80^\circ\text{C}$ ，长为  $1.5\text{m}$ 、内径为  $22.1\text{mm}$  的直管，流量为  $800\text{kg/h}$ 。 $80^\circ\text{C}$  时油的  $\eta = 28.4 \times 10^{-4} \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ 。

求：油与壁面间的平均表面传热系数及换热量。

解： $40^\circ\text{C}$  时 14 号润滑油的物性参数为：

$$\lambda = 0.1416 \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \rho = 880.7 \text{kg}/\text{m}^3, \nu = 1242.2 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 1522,$$

$80^\circ\text{C}$  时  $\text{Pr} = 323$ ，符合本书第二版式（4-64）的应用范围，于是：

$$Nu_f = 0.46 \times \text{Re}^{0.5} \times \text{Pr}^{0.43} (\text{Pr}_f / \text{Pr}_w)^{0.25} (d/l)^{0.4},$$

$$\text{Re} = \frac{4\dot{m}}{\pi d \mu} = \frac{4 \times 800 / 3600}{3.1416 \times 0.021 \times 880.7 \times 124.2 \times 10^{-6}} = 123.2,$$

$$0.05 \text{RePr} = 0.05 \times 123.2 \times 1522 = 9375.5, l/d = 1.5 / 0.0221 = 67.9$$

处于入口段状态， $\text{Pr}_f / \text{Pr}_w = 1522 / 323 = 4.712$ ，于是：

$$Nu = 0.46 \times 123.2^{0.5} \times 1522^{0.43} (1522 / 323)^{0.25} (1 / 67.9)^{0.4} = 32.5$$

$$h = \frac{32.5 \times 0.1462}{0.0221} = 210 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\Phi = hA\Delta t = 215.1 \times 3.1416 \times 0.0221 \times (80 - 40) \times 1.5 = 895 \text{W}$$

6—16、已知：初温为  $30^\circ\text{C}$  的水，以  $0.875\text{kg/s}$  的流量流经一套管式换热器的环形空间。该环形空间的内管外壁温维持在  $100^\circ\text{C}$ ，换热器外壳绝热，内管外径为  $40\text{mm}$ ，外管内径为  $60\text{mm}$ 。

求：把水加热到  $50^\circ\text{C}$  时的套管长度。在管子出口截面处的局部热流密度是多少？

$$\text{解：定性温度 } t_f = \frac{30 + 50}{2} = 40^\circ\text{C},$$

查得：

$$\lambda = 0.635 \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \mu = 653.3 \times 10^{-6} \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}), c_p = 4147 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \text{Pr} = 4.31,$$

$$d_c = D - d = 60 - 40 = 20 \text{mm}$$

$$\text{Re} = \frac{4\dot{m}d_c}{\pi(D^2 - d^2)\mu} = \frac{4 \times 0.857 \times 0.02}{3.1416 \times (0.06^2 - 0.04^2) \times 653.3 \times 10^{-6}} = 16702,$$

$$\mu_w = 282.5 \times 10^{-6} \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}), \text{流体被加热, 按式 (5-56), 有:}$$

$$Nu_f = 0.027 \times \text{Re}^{0.8} \times \text{Pr}^{1/3} (\mu_f / \mu_w)^{0.11} = 0.027 \times 16702^{0.8} \times 4.31^{1/3} (653.3 / 282.5)^{0.11} = 115.1$$

$$h = \frac{115.1 \times 0.635}{0.02} = 3654.4 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})。$$

由热平衡式  $c_p \dot{m}(t'' - t') = Ah(t_w - t_f) = \pi dlh(t_w - t_f)$ ，得：

$$l = \frac{c_p \dot{m}(t'' - t')}{\pi d h (t_w - t_f)} = \frac{4174 \times 0.857 \times (50 - 30)}{3.1416 \times 0.04 \times 3654.4 \times (100 - 30)} = 2.2m$$

管子出口处局部热流密度为  $q = h\Delta t = 3654.4 \times (100 - 50) = 183kW/m^2$

6-17、已知：一台 100MW 的发电机采用氢气冷却，氢气初始温度为 27℃，离开发电机时为 88℃，氢气为  $c_p = 14.24kJ/(kg \cdot K)$ ， $\eta = 0.087 \times 10^{-4} kg/(m \cdot s)$ 。发电机效率为 98.5%。氢气出发电机后进入一正方形截面的管道。

求：若要在管道中维持  $Re = 10^5$ ，其截面积应为多大？

解：发电机中的发热量为  $Q = (1 - \eta) \times 100 \times 10^6 = 0.015 \times 100 \times 10^6 = 1.5 \times 10^6 W$  这些热量被氢气吸收并从 27℃ 上升到 88℃，由此可定氢的流量 G：

$14.24 \times 10^3 \times (88 - 27)G = 1.5 \times 10^6$ ， $G = 1.727 kg/s$ 。设正方形管道的边长为 L，则有

$$\frac{\rho u L}{\mu} = G \frac{\rho u L^2}{\mu L} = 10^5$$

$$\rho u L = G, \therefore L = \frac{\rho u L^2}{\mu \times 10^5} = \frac{1.727}{0.087 \times 10^{-4} \times 10^5} = 1.985m$$

其中：

6-18、已知：10℃ 的水以 1.6m/s 的流速流入内径为 28mm、外径为 31mm、长为 1.5m 的管子，管子外的均匀加热功率为 42.05W，通过外壁绝热层的散热损失为 2%，管材的  $\lambda = 18W/(m \cdot K)$ 。

求：（1）管子出口处的平均水温；（2）管子外表面的平均壁温。

解：10℃ 水的物性为：

$$\rho = 999.7 kg/m^3 \quad c_p = 4.191 \quad \lambda = 57.4 \times 10^{-2} \quad \nu = 1.306 \times 10^{-6}$$

$$P = 42.05W \quad P_{放} = 42.05 \times (1 - 2\%) = 41.209W$$

（1）设出口水平均温度为 15℃，

20℃ 水

$$\rho = 998.2 \quad c_p = 4.183 \quad \lambda = 59.9 \times 10^{-2} \quad \nu = 1.006 \times 10^{-6}$$

15℃ 水的物性：

$$\rho = 998.7 \quad c_p = 4.187 \quad \lambda = 58.65 \times 10^{-2} \quad \nu = 1.156 \times 10^{-6}$$

$$P_r = 8.27$$

管截面积

$$s_1 = \frac{0.028^2 \pi}{4} = 0.00061544m^2$$

$$V = 0.00061544 \times 1.6 = 0.000984704m^3/s$$

$$G = 0.98441kg/s \quad \rho = 999.7kg/m^3$$

$$P = GC_p(t_2 - t_1) = 0.98441 \times (C_2 t_2 - C_1 t_1) = 41.099kW$$

设出口温度为 20℃

$$P = 0.98342 \times (4.183 \times 20 - 4.183 \times 10) = 41.05kW \text{ 与 } 41.099 \text{ 接近,}$$

故出口平均水温为 20℃

（2）管内壁的传热面积为：

$$\begin{aligned}
S_2 &= 0.028 \times \pi \times 1.5 = 0.1388 m^2 \\
t_f &= \frac{10 + 20}{2} = 15^\circ C \\
Re_f &= \frac{ud}{\nu} = \frac{1.6 \times 0.028}{1.156 \times 10^{-6}} = 38754.3 \\
Nu_u &= 0.023 Re_e^{0.8} Pr_f^{0.4} = 0.023 \times 38754.3^{0.8} \times 8.27^{0.4} = 250.8 \\
h_m &= \frac{Nu_u \times \lambda}{d} = \frac{250.2 \times 58.65 \times 10^{-6}}{0.028} = 5253.4 W/(m^2 \cdot K) \\
t_{w_1} &= \frac{41.209 \times 1000}{h \times S_2} + t_f = 74.5 \\
\phi &= \frac{2\pi l(t_{w_2} - t_{w_1})}{\ln(\frac{d_2}{d_1})/\lambda} \\
t_{w_2} &= \frac{\phi \ln(\frac{d_2}{d_1})/\lambda}{2\pi l} = \frac{41.209 \times 1000 \times \ln(\frac{0.031}{0.028})/18}{2 \times 3.14 \times 1.5} + t_{w_1} \\
&= 24.736 + 74.5 = 99.23^\circ C
\end{aligned}$$

6-19、已知：水以 1.2m/s 平均速度流入内径为 20mm 的长直管。(1) 管子壁温为 75℃，水从 20℃加热到 70℃；(2) 管子壁温为 15℃，水从 70℃冷却到 20℃。

求：两种情形下的表面传热系数，并讨论造成差别的原因。

解：  $w = 1.2 m/s$   $d = 0.020 m$

$$\begin{aligned}
(1) \quad t_f &= \frac{1}{2} \times (20 + 70) = 45^\circ C \\
Re_f &= \frac{ud}{\nu} = \frac{1.2 \times 0.02}{0.675 \times 10^{-6}} = 39506.17 \\
Nu_f &= 0.023 Re_f^{0.8} Pr_f^{0.4} = 0.023 \times 39506.17^{0.8} \times 3.952^{0.4} = 189.05 \\
h_m &= \frac{Nu_u \times \lambda}{d} = \frac{19.05 \times 64.15 \times 10^{-2}}{0.02} = 6063.77 W/(m^2 \cdot K) \\
(2) \quad Nu_u &= 0.023 Re_e^{0.8} Pr_f^{0.3} = 0.023 \times 39506.17^{0.8} \times 3.925^{0.3} = 164.896 \\
h_m &= \frac{164.896 \times 64.15 \times 10^{-2}}{0.02} = 5289.05 W/(m^2 \cdot K)
\end{aligned}$$

因为加热，近壁处温度高，流体粘度减小，对传热有强化作用，冷却时，近壁处温度低，流体粘度增加，对传热有减弱作用。

6-20、已知：一螺旋管式换热器的管子内径为  $d=12mm$ ，螺旋数为 4，螺旋直径  $D=150mm$ 。进口水温  $t' = 20^\circ C$ ，管内平均流速  $u=0.6m/s$ ，平均内壁温度为  $80^\circ C$ 。

求：冷却水出口水温。

解：此题需假设  $t''$  进行计算。经过数次试凑后，设  $t'' = 63^\circ C$ ，则

$$t_f = \frac{20 + 60}{2} = 41.5^\circ C,$$

物性值:  $\lambda = 0.6353 W/(m \cdot K)$ ,  $\nu = 0.6564 \times 10^{-6} m^2/s$ ,  $c_p = 4147 J/(kg \cdot K)$

$$\rho = 992.1 kg/m^3, \mu = 650.7 \times 10^{-6} kg/(m \cdot s), Pr = 4.195,$$

$$Re = \frac{ud}{\nu} = \frac{0.6 \times 0.021 \times 10^6}{0.6564} = 1.0097 \times 10^4$$

$$\text{每根管长: } l = 4\pi D = 4 \times 3.1416 \times 0.15 = 1.885 m, l/d = 1.885/0.012 = 157,$$

$$c_p = 1 + 10.3(d/R)^3 = 1 + 10.3 \times (0.012/0.075)^3 = 1.0422, \mu_w = 355.1 \times 10^{-6}$$

采用式 (5-56) 得:

$$Nu = 0.027 \times (1.097 \times 10^4)^{0.8} \times 4.195^{1/3} \times (650.7/355.1)^{0.14} \times 1.042 = 82.75,$$

$$h = 82.75 \times 0.6353/0.012 = 4381 W/(m^2 \cdot K),$$

$$\text{传热量: } \Phi_1 = Ah\Delta t = 3.1416 \times 0.012 \times 1.885 \times 4381 \times (80 - 41.5) = 11.986 kW,$$

热平衡热量:

$$\Phi_2 = \frac{\pi d^2}{4} \rho u c_p (t'' - t') = 0.785 \times 0.012^2 \times 992.1 \times 0.6 \times 4147 \times (63 - 20) = 12.077 kW \quad \Phi_1 \text{ 与 } \Phi_2 \text{ 相}$$

差小于 1%, 故  $t'' = 63^\circ C$  即为所求之值。

6-21、已知: 如图为现代储蓄热能的一种装置的示意图。h=0.25m,  $l=3m$ , 圆管直径为 d=25mm, 热水流过, 入口温度为  $60^\circ C$ , 流量为 0.15kg/s。周围石蜡的物性为: 熔点为

$27.4^\circ C$ , 溶化潜热为  $L=244 KJ/kg$ ,  $\rho = 770 kg/m^3$ 。假设圆管的温度在加热过程中一直处于石蜡的熔点,

求: 把该单元中的石蜡全部溶化热水需流过多长时间。

解: 假定出口水温为  $40^\circ C$ , 则水的定性温度为  $50^\circ C$  水的物性参数

$$\lambda = 0.648 W/(m \cdot K) \quad ; \eta = 549.4 \times 10^{-6} Pa \cdot s, \rho = 998.1 kg/m^3, Pr = 3.54, C_p = 4174 J/(Kg \cdot K)$$

$$Re = \frac{4q_m}{n\pi d} = 13905 > 2300$$

所以管流为湍流故

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3} = 69.34$$

$$h = \frac{Nu\lambda}{d} = 1797 W/(m^2 \cdot K)$$

又因为  $l/d = 3/0.025 = 120 > 60$ ,

所以  $C_l = 1, \Delta t = t_f - t_m = 22.6 < 30, C_t = 1$

$$\text{热平衡方程} \quad hA(t_f - t_m) = q_m C_p (t_f' - t_f'')$$

$$\text{其中} \quad t_f = 1/2(t_f' + t_f''); A = \pi dl$$

所以可得  $t_f'' = 43.25$ 。C

与假定  $t_f' = 40$ 。C 相差较大，在假设  $t_f'' = 51.5$ 。C，水物性参数  $\lambda = 0.65 W/(m.K)$   $\eta = 537.5 \times 10^{-6} Pa.s$ ,  $\rho = 987.3 kg/m^3$ ,  $Pr = 3.46$ ,  $C_p = 4175 J/(Kg.K)$

$$Re = \frac{4q_m}{n\pi d} = 14213 > 2300$$

，是湍流

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3} = 70.08$$

$$h = \frac{Nu\lambda}{d} = 1822 W/(m^2.K)$$

因水被冷却

$$l/d = 3/0.025 = 120 > 60, C_l = 1, \Delta t = t_f - t_m = 22.6 < 30, C_t = 1$$

$$hA(t_f - t_m) = q_m C_p (t_f' - t_f'')$$

热平衡方程

$$t_f = 1/2(t_f' + t_f''); A = \pi dl$$

其中

$$t_f'' = 43.4$$

所以可得

$$\Delta t = t_f - t_w = 24.3 < 30, c_t = 1$$

壁温与液体温差

$$\Phi_1 = q_m c_p (t_f' - t_f'') = 10395.8 W$$

水与石蜡的换热量为

$$\Phi_2 = hA(t_f - t_w) = 10432 W$$

而牛顿冷却公式

$$\Delta = \left| \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{(\Phi_1 + \Phi_2)/2} \right| \times 100\% = 0.348\% < 5\%$$

热平衡偏差

$$t_f''' = 43.4$$

故上述计算有效

为使石蜡熔化所需热量为

$$Q = r\rho V = 3.495 \times 10^7 J$$

$$\Phi = 1/2(\Phi_1 + \Phi_2) = 10413.9 W$$

$$\tau = Q/\Phi = 3356.2 s = 56 \text{ min}$$

所需加热时间

$$t_m = 1/2(t_w + t_\infty) = 30$$

空气定性温度

$$\partial \left( \frac{t_w - t}{t_w - t_h} \right) / \partial x = 0$$

6-22、已知：在管道中充分发展阶段的换热区域。无论  $t_w$  或  $t_b$  均可可是轴线方向坐标 x 的函数，但上述无量纲温度却与 x 无关。

求：从对流换热表面传热系数的定义出发，以圆管内流动与换热为例，证明在充分发展换热区常物性流体的局部表面传热系数也与 x 无关。

解：设在充分发展区， $\theta = \frac{t_w - t}{t_w - t_b} = f(r)$ ，则：

$$\left. \frac{d\theta}{dr} \right|_{r=R} = \frac{-\left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=R}}{t_w - t_b} = f'(R) = \text{const} \quad (\text{此处 } R \text{ 为管子半径}),$$

$$\text{于是: } h(x) = \left[ -\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=R} \right] / (t_w - t_b) = \text{const}$$

6-23、已知：如图，一电力变压器可视为直径为 300mm、高 500mm 的短柱体，在运行过程中它需散热流量为 1000W。为使其表面维持在 47℃，再在其外壳上缠绕多圈内径为 20mm 的管子，管内通过甘油以吸收变压器的散热。要求外壳温度维持在 47℃，甘油入口温度为 24℃，螺旋管内的允许温升为 6℃，并设变压器的散热均为甘油所吸收。27℃ 时甘油的物性参数如下：  
 $\rho = 1259.9 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 2427 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$

$\eta = 79.9 \times 10^{-2} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$ ,  $\lambda = 0.286 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ,  $\text{Pr} = 6780$ 。47℃ 时甘油的  
 $\eta = 20.95 \times 10^{-2} \text{ kg/(m} \cdot \text{s})$ 。

求：所需甘油流量、热管总长度以及缠绕在柱体上的螺旋管的相邻两层之间的距离 s。

解：假设：1、略去动能与位能的变化；2、略去管壁阻力。由热平衡，取 6℃ 温升，找出质量流率：

$$\Phi = q_m c_p (t' - t'') = 1000 \text{ W}, q_m = \frac{1000}{c_p (t' - t'')} = \frac{1000}{2427 \times 6} = 0.0687 \text{ kg/s}$$

$$\text{Re} = \frac{4q_m}{\pi d \mu} = \frac{4 \times 0.0687}{3.14 \times 0.02 \times 79.9 \times 10^{-2}} = 5.48, \text{ 所以流动为层流。}$$

设流动与换热处于层流发展段，因为  $D/d = 300/20 \gg 1$ ，略去弯管作用不计，采用齐德-泰特公式，先假设长度，计算出 h，再从传热方程予以校核。

$$\text{设 } L=6\text{m}, \quad Nu = 1.86 \left( \frac{5.48 \times 6780}{6000/20} \right)^{1/3} \left( \frac{79.9}{20.95} \right)^{0.14} = 1.86 \times 4.98 \times 1.206 = 11.17$$

$$h = Nu \lambda / d = 11.17 \times 0.286 / 0.02 = 159.7 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$\Phi = \pi d L h \Delta t = 3.14 \times 0.02 \times 6 \times 159.7 \times (47 - 27) = 1203 \text{ W} > 1000 \text{ W}$$

$$\text{由计算过程可见，对本例，} \Phi \sim AH \sim L \cdot L^{-1/3} \sim L^{2/3}, \text{ 即 } \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \left( \frac{L_1}{L_2} \right)^{2/3}$$



由此得：  $\frac{L_1}{L_2} = \left( \frac{\Phi_1}{\Phi_2} \right)^{1.5}$  ,

故：  $L_2 = L_1 \left( \frac{\Phi_2}{\Phi_1} \right)^{1.5} = 6 \times \left( \frac{1000}{1203} \right)^{1.5} = 6 \times 0.7579 = 4.55m$

所能缠绕的圈数：

$$N = \frac{L}{\pi(D+d)} = \frac{4.55}{3.14 \times (0.3+0.02)} = \frac{4.55}{3.14 \times 0.32} = 4.53 \text{ 圈。}$$

间距  $s = \frac{500}{4.53} = 110.4mm$

### 外掠平板对流换热

6-24、已知：一平板长 400mm，平均壁温为 40℃。常压下 20℃ 的空气以 10m/s 的速度纵向流过该板表面。

求：离平板前缘 50mm、100mm、200mm、300mm、400mm 处的热边界层厚度、局部表面传热系数及平均传热系数。

解：空气物性参数为  $\lambda = 0.0267W/(m.K)$   $Pr = 0.701$ ;  $\nu = 16.00 \times 10^{-6} m^2/s$

离前缘 50mm,  $Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu} = 31250$ ;  $St = 4.53 Pr^{-\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}} = 1.44 \times 10^{-3}$

$$h_x = 0.332 \frac{\lambda}{x} Re^{1/2} Pr^{1/3} = 27.84 W/(m^2.K)$$

$$h_m = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3} \frac{\lambda}{x} = 55.7 W/(m^2.K)$$

同理可得：

离前缘 100mm 处  $St = 2.04 \times 10^{-3}$ ;  $h_x = 13.92 W/(m^2.K)$ ;  $h_m = 39.37 W/(m^2.K)$

离前缘 200mm 处  $St = 2.28 \times 10^{-3}$ ;  $h_x = 13.92 W/(m^2.K)$ ;  $h_m = 27.84 W/(m^2.K)$

离前缘 300mm 处  $St = 3.53 \times 10^{-3}$ ;  $h_x = 11.36 W/(m^2.K)$ ;  $h_m = 22.72 W/(m^2.K)$

离前缘 400mm 处  $St = 4.08 \times 10^{-3}$ ;  $h_x = 9.84 W/(m^2.K)$ ;  $h_m = 19.68 W/(m^2.K)$

6-25、已知：冷空气温度为 0℃，以 6m/s 的流速平行的吹过一太阳能集热器的表面。该表面尺寸为  $1m \times 1m$ ，其中一个边与来流方向垂直。表面平均温度为 20℃。

求：由于对流散热而散失的热量。

解：  $t_f = \frac{0+20}{2} = 10$  °C

10℃ 空气的物性  $\gamma = 14.16 \times 10^{-6}$ ,  $\lambda = 2.51 \times 10^{-2}$ ,  $Pr = 0.705$

$$\text{Re}_x = \frac{ul}{\gamma} = \frac{6 \times 1.0}{14.16 \times 10^{-6}} = 4.23728 \times 10^5$$

$$Nu = 0.664 \text{Re}^{\frac{1}{2}} \text{Pr}^{\frac{1}{3}} = 384.68$$

$$h = \frac{384.68 \times 2.51 \times 10^{-2}}{1.0} = 9.655 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$s = 1 \times 1 = 1.0 \text{ m}^2$$

$$\Phi = h \cdot s(t_w - t_0) = 9.655 \times (20 - 0) = 193.1 \text{ W}$$

6-26、已知：一摩托车引擎的壳体上有一条高 2cm、长 12cm 的散热片（长度方向与车身平行）。 $t_w = 150^\circ\text{C}$ ，如果  $t_\infty = 20^\circ\text{C}$ ，车速为 30km/h，而风速为 2m/s，车逆风前行，风速与车速平行。  
求：此时肋片的散热量。

解：按空气外掠平板的问题来处理。定性温度  $t_m = \frac{20 + 150}{2} = 85^\circ\text{C}$ ，

空气的物性数据为  $\lambda = 0.0309 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,  $\nu = 27.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\text{Pr} = 0.691$

$$\text{Re} = \frac{uL}{\nu} = \frac{10.33 \times 0.12}{21.6} \times 10^6 = 57389 < 5 \times 10^5, \text{ 故流动为层流。}$$

$$Nu = 0.664 \times 57389^{0.5} \times 0.691^{0.333} = 140.6, h = 140.6 \times 0.0309 / 0.12 = 36.2 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\Phi = 2hA\Delta t = 2 \times 36.2 \times 0.12 \times 0.02 \times (150 - 20) = 22.6 \text{ W}$$

6-27、已知：一个亚音速风洞实验段的最大风速可达 40m/s。设来流温度为  $30^\circ\text{C}$ ，平板壁温为  $70^\circ\text{C}$ ，风洞的压力可取  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 。

求：为了时外掠平板的流动达到  $5 \times 10^5$  的  $\text{Re}_x$  数，平板需多长。如果平板温度系用低压水蒸气在夹层中凝结来维持，平板垂直于流动方向的宽度为 20cm 时。试确定水蒸气的凝结量。

解：  $t_m = \frac{70 + 30}{2} = 50^\circ\text{C}$ ，查附录 8 得：

$$\lambda = 0.0283 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 17.95 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.698,$$

$$\text{Re}_x = \frac{40x}{17.95 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^5, x = \frac{17.95 \times 10^{-1}}{40} = 0.224 \text{ m},$$

$$Nu = 0.664 \text{Re}^{0.5} \text{Pr}^{1/3} = 0.664 \times (5 \times 10^5)^{0.5} \times 0.698^{1/3} = 416.5,$$

$$h = 416.5 \times 0.0283 / 0.224 = 52.62 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$\Phi = 2hA\Delta t = 52.62 \times 0.2 \times 0.224 \times (70 - 30) = 94.3 \text{ W},$$

在  $t = 70^\circ\text{C}$  时，气化潜热  $r = 2334.1 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg})$ ,

$$\therefore \text{凝结水量} \quad G = \frac{94.3 \times 3600}{2334.1 \times 10^3} = 0.1454 \text{ kg/h}。$$

6-28、已知：如图，为了保证微处理机的正常工作，采用一个小风机将气流平行的吹过集成电路表面。

求：（1）如果每过集成电路块的散热量相同，在气流方向上不同编号的集成电路块的表面温度是否一样，为什么？对温度要求较高的组件应当放在什么位置上？（2）哪些无量纲影响对流换热？

解：（1）不同编号的集成电路块的表面温度不一样，因为总流量较小，在吸收第一块集成电路块的热量后，自身的温度也随之上升，气流再送到下一块集成电路板所对流热量变小，两者间温差减少，未被带走热量就会加在集成电路板上，使之表面温度升高，故在气流方向上，集成电路块的表面温度逐渐在上升。对温度要求较高的组件应放在气流入口处或尽可能接近气流入口处。

（2）在充分发展对流换热阶段，除  $Re$ 、 $Pr$  数以外，由三个几何参数所组成的两个无量纲参数，如  $S/L$  及  $H/L$ ，影响到对流换热。

6-29、已知：飞机的机翼可近似的看成是一块置于平行气流中的长 2.5m 的平板，飞机的飞行速度为每小时 400km。空气压力为  $0.7 \times 10^5 \text{ Pa}$ ，空气温度为  $-10^\circ\text{C}$ 。机翼顶部吸收的太阳能辐射为  $800 \text{ W/m}^2$ ，而其自身辐射略而不计。

求：处于稳态时机翼的温度（假设温度是均匀的）。如果考虑机翼的本身辐射，这一温度应上升还是下降？

解：不计自身辐射时，机翼得到的太阳能辐射=机翼对空气的对流换热。

需要假定机翼表面的平均温度。设  $t_w = -6.5^\circ\text{C}$ ，则  $t_m = \frac{-10 - 6.5}{2} = -8.25^\circ\text{C}$ ，

$$\lambda = 0.0239 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}, \nu = 12.73 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, Pr = 0.706,$$

$$Re = \frac{(400000/3600) \times 2.5}{12.73 \times 10^{-6}} = 2.18 \times 10^7 \gg 5 \times 10^5,$$

$$Nu = 0.037 Re^{0.8} Pr^{1/3} = 0.037 \times (2.18)^{0.8} \times 0.706^{1/3} = 24467$$

$$h = 24467 \times 0.0239 / 2.5 = 234 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}, q = h\Delta t = 234 \times 3.5 = 819 \text{ W/m}^2$$

与所吸收的太阳辐射 800W 相差 2.4%，可以认为  $t_w = -6.5^\circ\text{C}$  即为所求之解。

计及机翼表面的自身辐射时，表面温度将有所下降。

6-30、已知：如图，一个空气加热器系由宽 20mm 的薄电阻带沿空气流动方向并行排列组成，其表面平整光滑。每条电阻带在垂直于流动方向上的长度为 200mm，且各自单独通电加热。假设在稳定运行过程中每条电阻带的温度都相等。从第一条电阻带的功率表中读出功率为 80W。其它热损失不计，流动为层流。

求：第 10 条、第 20 条电阻带的功率表读数各位多少。

解：按空气外掠平板层流对流换热处理。

$$\text{第 } n \text{ 条加热带与第一条带的功率之比 } Q_n / Q_1 \text{ 可以表示为: } Q_n / Q_1 = \frac{Q_{1-n} - Q_{1-(n-1)}}{Q_1}$$

$$\text{其中 } Q_{1-n} = A_{1-n} h_{1-n} \Delta t, Q_{1-(n-1)} = A_{1-(n-1)} h_{1-(n-1)} \Delta t,$$

$$\text{故有: } \frac{Q_n}{Q_1} = \frac{A_{1-n}h_{1-n} - A_{1-(n-1)}h_{1-(n-1)}}{A_1h_1} = \frac{nh_{1-n} - (n-1)h_{1-(n-1)}}{h_1}$$

$$h = 0.664 \frac{\lambda}{L} \left( \frac{uL}{\nu} \right)^{0.5} \text{Pr}^{0.333} = 0.664 \text{Pr}^{0.333} \left( \frac{u}{\nu} \right)^{0.5} L^{0.5},$$

$$\text{代入得: } \frac{Q_n}{Q_1} = \left\{ n(n\Delta L)^{-0.5} - (n-1)[(n-1)\Delta L]^{-0.5} \right\} / (\Delta L)^{-0.5} = n^{0.5} - (n-1)^{0.5},$$

$$\text{对 } n=10, \frac{Q_{10}}{Q_1} = 10^{0.5} - (10-1)^{0.5} = 0.1623,$$

$$\text{对 } n=20, \frac{Q_{20}}{Q_1} = 20^{0.5} - (20-1)^{0.5} = 0.1132,$$

$$\therefore Q_{10} = 80 \times 0.1632 = 12.98 \cong 13W, Q_{20} = 80 \times 0.1132 = 9.06 \cong 9.1W。$$

6-31、已知：要把一座长 1km、宽 0.5km、厚 0.25km 的冰山托运到 6000km 以外的地区，平均托运速度为每小时 1km。托运路上水温的平均值为 10℃。可认为主要是冰块的底部与水之间有换热。冰的融解热为  $3.34 \times 10^5 J/kg$ ，当  $Re \gg 5 \times 10^5$  时，全部边界层可以认为已进入湍流。

求：在托运过程中冰山的自身融化量。

解：按流体外掠平板的边界层类型问题来处理，定性温度  $t_m = \frac{0+10}{2} = 5^\circ\text{C}$ ，

按纯水的物性来计算，对局部 Nusselt 数计算式做  $[0, L]$  的积分，得：

$$Nu_L = 0.037 Re_L^{0.8} Pr^{1/3}$$

$$h = 0.037 \frac{\lambda}{L} Re_L^{0.8} Pr^{1/3} = 0.037 \times \frac{0.563}{1000} \times (1.794 \times 10^8)^{0.8} \times 11.6^{1/3} = 188.9 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\Phi = Ah\Delta t = 1000 \times 500 \times 188.9 \times 10 = 9.445 \times 10^8 W$$

在 6000 小时托运过程中，冰的溶解量为

$$G = \frac{9.445 \times 10^8 \times 6000 \times 3600}{3.34 \times 10^5} = 6.11 \times 10^{10} kg$$

冰块的原体积为  $1000 \times 500 \times 250 = 1.25 \times 10^8 m^3$

可见大约一半左右的冰在托运过程中融化掉了。

### 外掠单管与管束

6-32、已知：直径为 10mm 的电加热置于气流中冷却，在  $Re=4000$  时每米长圆柱通过对流散热散失的热量为 69W。现在把圆柱直径改为 20mm，其余条件不变（包括  $t_w$ ）。

求：每米长圆柱散热为多少。

解：  $Re = 4000$ ， $Nu \sim Re^{0.466}$ ，直径增加一倍， $Re$  亦增加一倍， $Nu \sim Re^{0.618}$ ，

$$\Phi \sim (\pi d L) \cdot h \sim (\pi d L) \cdot d^{-1-0.618} \sim d^{0.618},$$

$$\therefore \Phi_2 = \Phi_1 \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{0.618} = 69 \times 1.534 = 105.9 W$$

6-33、已知：直径为 0.1mm 的电热丝与气流方向垂直的放置，来流温度为 20℃，电热丝温度为 40℃，加热功率为 17.8W/m。略去其它的热损失。

求：此时的流速。

解：

$$q_l = h \pi d (t_w - t_f), h = \frac{q_l}{\pi d (t_w - t_f)} = \frac{17.8}{\pi \times 0.1 \times 10^{-5} \times (40 - 20)} = 2833 W / (m^2 \cdot K)$$

$$\text{定性温度 } t_m = \frac{20 + 40}{2} = 30 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\lambda = 0.0267 W / (m \cdot K), \nu = 16 \times 10^{-6} m^2 / s, Pr = 0.701$$

$$Nu = \frac{2833}{0.0267} \times 0.1 \times 10^{-3} = 10.61$$

。先按表 5-5 中的第三种情况计算，

$$\text{侧 Re} = \left( \frac{Nu}{0.683} \right)^{1/0.466} = \left( \frac{10.61}{0.683} \right)^{2.1459} = 360$$

，符合第二种情形的适用范围。

$$\text{故得： } u = \frac{\nu}{d} Re = \frac{16 \times 10^{-6} \times 360}{0.1 \times 10^{-3}} = 57.6 m / s$$

6-34、已知：可以把人看成是高 1.75m、直径为 0.35m 的圆柱体。表面温度为 31℃，一个马拉松运动员在 2.5h 内跑完全程（41842.8m），空气是静止的，温度为 15℃。不计柱体两端面的散热，不计出汗散失的部分。

求：此运动员跑完全程后的散热量。

$$\text{解：平均速度 } u = \frac{41842.84}{2.5 \times 3600} = 4.649 m / s, \text{ 定性温度 } t_m = \frac{31 + 15}{2} = 23 \text{ } ^\circ\text{C}, \text{ 空气的物性为：}$$

$$\lambda = 0.0261 W / (m \cdot K), \nu = 15.34 \times 10^{-6} m^2 / s, Pr = 0.702,$$

$$Re = \frac{4.649 \times 0.35}{15.34 \times 10^{-6}} = 106072 \gg 4 \times 10^4$$

，按表 5-5 有：

$$Nu = 0.0266 Re^{0.805} = 0.0266 \times 106072^{0.805} = 295.5,$$

$$h = 295.5 \times 0.0261 / 0.35 = 22 W / (m^2 \cdot K),$$

$$\Phi = Ah\Delta t = 3.1416 \times 0.35 \times 1.75 \times 22 \times (31 - 15) = 677.3 W$$

$$\text{在两个半小时内共散热 } 2.5 \times 3600 \times 677.3 = 6095960 = 6.096 \times 10^6 J$$

6-35、已知：一管道内径为 500mm，输送 150℃的水蒸气，空气以 5m/s 的流速横向吹过该管，环境温度为 -10℃。

求：单位长度上的对流散热量。

解：d=0.5m    s=0.5×3.14=1.57 m

$$t_f = \frac{150 + (-10)}{2} = 70 \text{ } ^\circ\text{C}$$

70℃空气的物性     $\gamma = 20.02 \times 10^{-6}$ ,  $\lambda = 2.96 \times 10^{-2}$ ,  $\text{Pr} = 0.694$

$$\text{Re}_x = \frac{ul}{\gamma} = \frac{5 \times 0.5}{20.02 \times 10^{-6}} = 124875$$

$$\text{Nu} = 0.0266 \text{Re}^{0.805} \text{Pr}^{\frac{1}{3}} = 298.3$$

$$h_m = \frac{298.3 \times 2.96 \times 10^{-2}}{0.5} = 17.6598 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\Phi = h \cdot s(t_w - t_0) = 17.6598 \times 1.57 \times [150 - (-10)] = 4436114 \text{ W}$$

6-36、已知：某锅炉厂生产的 220t/h 高压锅炉，其低温段空气预热器的设计参数为：叉排布置， $s_1 = 76\text{mm}$ ， $s_2 = 44\text{mm}$ 、管子  $\phi = 40\text{mm} \times 1.5\text{mm}$ ，平均温度为 150℃的空气横向冲刷管束，流动方向上总排数为 44。在管排中心线截面上的空气流速（即最小截面上的流速）为 6.03m/s。管壁平均温度为 185℃。

求：管束与空气间的平均表面传热系数。

解：  $t_f = \frac{150 + 185}{2} = 167.5 \text{ } ^\circ\text{C}$

70℃空气的物性     $\gamma = 30.93 \times 10^{-6}$ ,  $\lambda = 3.689 \times 10^{-2}$ ,  $\text{Pr} = 0.68135$

$$\text{Re}_x = \frac{ul}{\gamma} = \frac{6.03 \times 0.04}{30.93 \times 10^{-6}} = 7798.2$$

$$\text{Nu} = 0.35 \left( \frac{s_1}{s_2} \right)^{0.2} \text{Re}^{0.6} \text{Pr}^{0.36} \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_w} \right)^{0.25}$$

$$= 0.35 \left( \frac{76}{44} \right)^{0.2} \times 7798.2^{0.6} \times (0.68135)^{0.36} \times \left( \frac{0.68135}{0.68025} \right)^{0.25} = 73.60$$

$$h_m = \frac{73.60 \times 3.689 \times 10^{-2}}{0.049} = 67.88 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

6-37、已知：如图，最小截面处的空气流速为 3.8m/s， $t_f = 35 \text{ } ^\circ\text{C}$ ，肋片的平均表面温度为 65℃， $\lambda = 98 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，肋根温度维持定值： $s_1/d = s_2/d = 2$ ， $d = 10\text{mm}$ ，规定肋片的 mH 值不应大于 1.5。在流动方向上排数大于 10。

求：肋片应多高

解：采用外掠管束的公式来计算肋束与气流间的对流换热，定性温度 “

$$t_m = \frac{35 + 65}{2} = 50 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad \lambda = 0.0283 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \quad \nu = 17.95 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s},$$

$$Re = \frac{3.8 \times 0.01}{17.95 \times 10^{-6}} = 2117, \text{ 由表 (5-7) 查得 } C = 0.482, m = 0.556,$$

$$Nu = 0.482 \times 2117^{0.556} = 34.05, h = \frac{34.05 \times 0.0283}{0.01} = 96.4 W/(m \cdot K),$$

$$m = \sqrt{\frac{4h}{\lambda d}} = \sqrt{\frac{4 \times 96.4}{98 \times 0.01}} = 19.83, \therefore H = 1.5/19.83 = 0.0756 m$$

6-38、已知：在锅炉的空气预热器中，空气横向掠过一组叉排管束， $s_1 = 80mm$ ， $s_2 = 50mm$ ，管子外径  $d=40mm$ ，空气在最小界面处的流速为  $6m/s$ ， $t_w = 133^\circ C$ ，在流动方向上排数大于 10，管壁平均温度为  $165^\circ C$ 。

求：空气与管束间的平均表面传热系数。

$$\text{解：定性温度 } t^* = t_m = \frac{t_w + t_f}{2} = \frac{133 + 165}{2} = 149^\circ C, \text{ 得空气物性值为：}$$

$$\lambda = 0.0356 W/(m \cdot K), \nu = 28.8 \times 10^{-6} m^2/s, Pr = 0.683,$$

$$Re = \frac{ud}{\nu} = \frac{6 \times 0.04}{28.8 \times 10^{-6}} = 8333, \text{ 由 } \frac{s_1}{d} = 2, \frac{s_2}{d} = 1.25,$$

据表 (5-7) 得  $C = 0.519, m = 0.556, \therefore Nu = 0.519 \times 8333^{0.556} = 78.55$

$$h = \frac{Nu\lambda}{d} = \frac{78.55 \times 0.0356}{0.04} = 69.9 W/(m^2 \cdot K)$$

6-39、已知：如图，在两块安装了电子器件的等温平板之间安装了  $25 \times 25$  根散热圆柱，圆柱直径  $d=2mm$ ，长度  $l=100mm$ ，顺排布置， $s_1 = s_2 = 4mm$ 。圆柱体表面的平均温度为  $340K$ ，进入圆柱束的空气温度为  $300K$ ，进入圆柱束前的流速为  $10m/s$ 。

求：圆柱束所传递的对流热量。

$$\text{解：先以 } 30^\circ C \text{ 物性估计， } \lambda = 0.0267 W/(m \cdot K), \nu = 16 \times 10^{-6} m^2/s, Pr_f = 0.701$$

$$Pr_w = 0.694, c_p = 1005 J/(kg \cdot K), \rho = 1.165 kg/m^3。$$

如下图所示，取计算区域的高、宽各为 25， $S=100mm$ ，则棒束中最大流速为：

$$u_{\max} = u_{\infty} \left( \frac{l}{l - 25d} \right) = u_{\infty} \left( \frac{100}{100 - 50} \right) = 20 m/s, Re_{\max} = \frac{u_{\max} d}{\nu} = \frac{20 \times 0.002}{16 \times 10^{-6}} = 2500$$

$$Nu_f = 0.27 (Re_f)^{0.63} Pr_f^{0.36} (Pr_f / Pr_w)^{0.25} \\ = 0.27 \times 2500^{0.63} \times 0.701^{0.36} \times (0.701 / 0.694)^{0.25} = 32.96$$

$$h = Nu_f \lambda / d = 32.96 \times 0.0267 / 0.002 = 440 W/(m^2 \cdot K)。$$

从热平衡角度：

$$\Phi_{hb} = u_{\infty} A \rho c_p (t'' - t') = 10 \times 0.1 \times 0.1 \times 1.165 \times 1005 \times (t'' - 27),$$

从热交换角度:

$$\Phi_{hr} = \pi d l N h \left( t_w - \frac{t'' + t'}{2} \right) = 3.14 \times 0.002 \times 0.1 \times 25 \times 25 \times 440 \left( 67 - \frac{27 + t''}{2} \right)$$

据  $\Phi_{hb} = \Phi_{hr}$  得:

$$10 \times 0.1 \times 0.1 \times 1.165 \times 1005 \times (t'' - 27) = 3.14 \times 0.002 \times 0.1 \times 25 \times 25 \times 440 \left( 67 - \frac{27 + t''}{2} \right)$$

$$116.9(t'' - 27) = 172.7 \left( 67 - \frac{27 + t''}{2} \right), 203.25t'' = 12395.8, t'' = 60.99 = 61^{\circ}\text{C}$$

$$t_m = \frac{27 - 61}{2} = 44^{\circ}\text{C}。空气物性参数为:$$

$$\lambda = 0.0278 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 17.36 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s},$$

$$\text{Pr} = 0.699, c_p = 1005 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \rho = 1.114 \text{ kg}/\text{m}^3。$$

$$\text{Re} = \frac{20 \times 0.002}{17.36 \times 10^{-6}} = 2304, \text{Nu}_f = 0.27 \times 2304^{0.63} \times 0.699^{0.36} \times (0.699/0.694)^{0.25} = 31.2$$

$$h = \text{Nu}_f \lambda / d = 31.2 \times 0.0279 / 0.002 = 435.2 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$\Phi_{hb} = 10 \times 0.1 \times 0.1 \times 1.114 \times 1005 \times (t'' - 27),$$

$$\Phi_{hr} = 3.14 \times 0.002 \times 0.1 \times 25 \times 25 \times 435.2 \left( 67 - \frac{27 + t''}{2} \right),$$

$$\text{由 } \Phi_{hb} = \Phi_{hr}, \text{ 得: } 111.96(t'' - 27) = 170.8 \left( 67 - \frac{27 + t''}{2} \right), t'' = 61.6^{\circ}\text{C}$$

与上一次计算相差<1%, 计算有效。

$$\Phi_{hr} = 3.14 \times 0.002 \times 0.1 \times 25 \times 25 \times 435.2 \left( 67 - \frac{27 + 61.6}{2} \right) = 3878 \text{ W}$$

## 大空间自然对流

6-40、已知: 将水平圆柱体外自然对流换热的准则式改写为以下的方便形式:  $h = C(\Delta t / d)^{1/4}$ , 其中系数 C 取决于流体种类及温度。

求: 对于空气及水, 试分别计算  $t_m = 40^{\circ}\text{C}$ 、 $60^{\circ}\text{C}$ 、 $80^{\circ}\text{C}$  的三种情形时上式中的系数 C 之值。

解: 设水平圆柱外自然对流换热为层流

$$\text{Gr} = \frac{g \alpha d^3 \Delta t}{\nu^2}; \text{Nu} = C_1 (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^n = \frac{h d}{\lambda}$$



$$h = \frac{\lambda c_1}{d} (Gr \cdot Pr)^n = 0.48 \lambda \left( \frac{g \alpha Pr}{\nu^2} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{\Delta t}{d} \right)^{1/4}$$

所以

$$h = c \left( \frac{\Delta t}{d} \right)^{1/4} \therefore c = 0.48 \lambda \left( \frac{g \alpha Pr}{\nu^2} \right)^{1/4}$$

由题意可得:

对空气  $t_m = 40^\circ \text{C}$

空气物性参数为  $\lambda = 0.0276 \text{ W/(m.K)}$   $Pr = 0.699$ ;  $\nu = 16.96 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$

$$c = 0.48 \lambda \left( \frac{g \alpha Pr}{\nu^2} \right)^{1/4} = 1.237;$$

对空气  $t_m = 60^\circ \text{C}$

空气物性参数为  $\lambda = 0.029 \text{ W/(m.K)}$   $Pr = 0.696$ ;  $\nu = 18.96 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$

$$c = 0.48 \lambda \left( \frac{g \alpha Pr}{\nu^2} \right)^{1/4} = 1.209;$$

对空气  $t_m = 80^\circ \text{C}$

空气物性参数为  $\lambda = 0.0306 \text{ W/(m.K)}$   $Pr = 0.692$ ;  $\nu = 21.09 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$

$$c = 0.48 \lambda \left( \frac{g \alpha Pr}{\nu^2} \right)^{1/4} = 1.187;$$

对水  $t_m = 40^\circ \text{C}$

物性参数:

$$\lambda = 0.0635 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$
  $Pr = 4.31$ ;  $\nu = 0.659 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ ;  $\alpha = 3.86 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

$$c = 0.48 \lambda \left( \frac{g \alpha Pr}{\nu^2} \right)^{1/4} = 134.2;$$

对水  $t_m = 60^\circ \text{C}$

物性参数为:

$$\lambda = 0.659 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$
  $Pr = 2.99$ ;  $\nu = 0.478 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ ;  $\alpha = 5.22 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

$$c = 0.48 \lambda \left( \frac{g \alpha Pr}{\nu^2} \right)^{1/4} = 160.9;$$

对水  $t_m = 80^\circ \text{C}$

物性参数为:

$$\lambda = 0.674 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$
  $Pr = 2.21$ ;  $\nu = 0.365 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ ;  $\alpha = 6.40 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

$$c = 0.48\lambda \left( \frac{g\alpha \text{Pr}}{\nu^2} \right)^{1/4} = 183.7$$

6-41、已知：一竖直圆管，直径为 25mm、长 1.2m，表面温度为 60℃。把它置于下列两种环境中：（1）15℃、 $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  下的空气；（2）15℃， $2.026 \times 10^5 \text{ Pa}$  下的空气。在一般压力范围内（大约从  $0.1 \times 10^5 \text{ Pa}$  到  $10 \times 10^5 \text{ Pa}$ ），空气的  $\eta$ 、 $c_p$  及  $\lambda$  可认为与压力无关。

求：比较其自然对流散热量。

解：（1） $t_m = \frac{60+15}{2} = 37.5^\circ\text{C}$ 。

物性参数： $\lambda = 0.02677 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ， $\nu = 16.07 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 0.7$ ，

$$Gr = \frac{ga\Delta t H^3}{\nu^2} = 9.8 \times \frac{1}{310.5} \times (60-15) \times \frac{1.2^3}{(16.07 \times 10^{-6})^2} = 9.5 \times 10^9$$

$$Gr\text{Pr} = 9.5 \times 10^9 \times 0.7 = 6.65 \times 10^9 \quad Nu = 0.1 \times (6.65 \times 10^9)^{1/3} = 187.9$$

$$h = \frac{Nu\lambda}{d} = \frac{187.9 \times 0.02677}{1.2} = 0.19 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$\Phi = Ah\Delta t = 3.1416 \times 0.025 \times 1.2 \times 0.19 \times (60-15) = 17.8 \text{ W}$$

（2）15℃、 $2.026 \times 10^5 \text{ Pa}$  时，按理想气体定律， $\rho_2 = 2\rho_1$ ，

$$\because \mu_1 = \mu_2, \therefore \nu_2 = \frac{\nu_1}{2}, Gr_2 = 4Gr_1, h_2 = 4^{1/3}h_1 = 1.59 \times 0.19 = 0.302 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$\Phi_2 = 4^{1/3}\Phi_1 = 1.59 \times 17.8 = 28.3 \text{ W}$$

6-42、已知：一根  $L/d = 10$  的金属柱体，从加热炉中取出置于静止空气中冷却。

求：从加热冷却的观点，柱体应是水平放置还是垂直放置（设两种情况下辐射散热相同）？估算开始冷却的瞬间在两种放置的情形下自然对流冷却散热量的比值。两种情形下的流动均为层流（端面散热不计）。

解：在开始冷却的瞬间，可设初始温度为壁温，因而两种情形下  $t_w$  相同。

$$h_L = \frac{0.59\lambda}{L} \times \left( \frac{ga\Delta t L^3}{\nu^2} \text{Pr} \right)^{1/4}$$

近似地采用稳态工况下获得的准则式来比较，则有：

$$h_d = \frac{0.53\lambda}{d} \times \left( \frac{ga\Delta t d^3}{\nu^2} \text{Pr} \right)^{1/4}, \quad \frac{h_L}{h_d} = \frac{0.59}{0.53} \times \frac{d}{L} \left( \frac{L^3}{d^3} \right)^{1/4} = 1.113 \times \left( \frac{L}{d} \right)^{1/4}$$

对给定情形， $\frac{h_L}{h_d} = 1.113 \times \left( \frac{1}{10} \right)^{1/4} = 0.626$ ，水平放置时冷却比较快。

6-43、已知：假设把人体简化为直径为 30mm、高 1.75m 的等温竖柱体，其表面温度比人体体内的正常温度低 2℃。不计柱体两端面的散热，人体温度 37℃，环境温度 25℃。

求：该模型位于静止空气中时的自然对流换热量，并与人体每天的平均摄入热量（5440kJ）相比较。

$$\text{解： } t_m = \frac{35 + 25}{2} = 30^\circ\text{C}, \lambda = 0.0267 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 16 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.701$$

$$\alpha = \frac{1}{30 + 270} = \frac{1}{303}, Gr = \frac{g\alpha\Delta t H^3}{\nu^2} = 9.8 \times \frac{1}{303} \times (35 - 25) \times \frac{1.75^3}{(16 \times 10^{-6})^2} = 6.771 \times 10^9$$

处于过渡区。

$$Nu = 0.0292 \times (6.771 \times 10^9 \times 0.701)^{0.39} = 0.0292 \times (4.746 \times 10^9)^{0.39} = 173.4$$

$$h = \frac{Nu\lambda}{d} = \frac{173.4 \times 0.0267}{0.03} = 2.646 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\Phi = Ah\Delta t = 3.14 \times 0.03 \times 1.75 \times 2.646 \times (35 - 25) = 43.62 \text{ W}$$

一昼夜散热  $Q = 43.62 \times 24 \times 3600 = 3769 \text{ kJ}$ 。此值与每天的平均摄入热量接近，实际上由于人体穿了衣服，自然对流散热量要小于此值。

6-44、已知：一块有内部加热的正方形薄平板，边长为 30cm，被竖直的置于静止的空气中，空气温度为 35℃，辐射散热量可以表示成牛顿冷却公式的形式，相应的  $h = 8.52 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。表面温度不允许超过 150℃。

求：所允许的电加热器的最大功率。

$$\text{解： } t_m = \frac{150 + 35}{2} = 92.5^\circ\text{C}, \lambda = 0.0315 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 22.36 \times 10^{-6}$$

$$\text{Pr} = 0.6895, Gr = \frac{9.8 \times (150 - 35) \times 0.3^3}{(273 + 92.5) \times 22.36^2} \times 10^{12} = 1.66 \times 10^8$$

$$Nu = 0.59 \times (1.66 \times 10^8 \times 0.6895)^{1/4} = 61.07, h = \frac{61.07 \times 0.0315}{0.3} = 6.41 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\Phi_c = Ah\Delta t = 0.3^2 \times 6.41 \times (150 - 35) = 66.3 \text{ W},$$

$$\text{辐射换热量： } \Phi_r = Ah_r(T - T_\infty) = 0.3^2 \times 8.52 \times (150 - 35) = 88.2 \text{ W},$$

$$\text{总散热量： } \Phi = \Phi_c + \Phi_r = 66.3 + 88.2 = 154.5 \text{ W}.$$

由于平板可以两面同时散热，故允许电加热功率为  $2 \times 154.5 = 309 \text{ W}$ 。

6-45、已知：有人认为，一般房间的墙壁表面每平方米面积与室内空气的自然对流换热量相当于一个家用白炽灯泡的功率。设墙高 2.5m，夏天墙表面温度为 35℃，室内温度 25℃；冬天墙表面温度为 10℃，室内温度为 20℃。

求：对冬天与夏天的两种典型情况作估算，以判断这一说法是否有根据。

解：夏天： $t_m = \frac{35+25}{2} = 30^\circ\text{C}$ ,  $\lambda = 0.0267\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\nu = 16\times 10^{-6}$ ,  $\text{Pr} = 0.701$

$$\alpha_\nu = \frac{1}{303}, Gr = \frac{g\alpha\Delta t H^3}{\nu^2} = \frac{9.8\times 1/303\times (35-25)\times 2.5^3}{16^2}\times 10^{12} = 1.974\times 10^{10}$$

$$Nu = 0.0292\times (1.974\times 10^{10}\times 0.701)^{0.39} = 0.0292\times (1.384\times 10^{10})^{0.39} = 263.3$$

$$h = \frac{Nu\lambda}{H} = \frac{263.3\times 0.0267}{2.5} = 2.812\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}), q = h\Delta t = 2.812\times 10 = 28.12\text{W}/(\text{m}^2)$$

冬天： $t_m = \frac{10+20}{2} = 15^\circ\text{C}$ ,

$$\lambda = 0.0255\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K}), \nu = 14.61\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.704$$

$$\alpha = \frac{1}{288}, Gr = \frac{g\alpha\Delta t H^3}{\nu^2} = \frac{9.8\times 1/288\times (20-10)\times 2.5^3}{14.61^2}\times 10^{12} = 2.49\times 10^{10},$$

$$Nu = 0.10\times (2.49\times 10^{10}\times 0.704)^{1/3} = 0.10\times 2595.7 = 259.6,$$

若按过渡区计算：

$$Nu = 0.0292\times (2.49\times 10^{10}\times 0.704)^{0.39} = 0.0292\times 9871 = 273.9$$

过渡区交界处存在某种不协调，此处取平均值：

$$Nu = \frac{259.6+288.2}{2} = 273.9, h = \frac{Nu\lambda}{H} = \frac{273.9+0.0255}{2.5} = 2.79\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}),$$

$$q = h\Delta t = 2.79\times 10 = 27.9\text{W}/\text{m}^2。$$

6-46、已知：如图， $l = 20\text{mm}$ ,  $H = 150\text{mm}$ ,  $t = 1.5\text{mm}$ ，平板上的自然对流边界层厚度

$\delta(x) = 5x(Gr_x/4)^{-1/4}$ ，其中  $x$  为从平板底面算起的当地高度， $Gr_x$  以  $x$  为特征长度，散热片温度均匀，取为  $t_w = 75^\circ\text{C}$ ，环境温度  $t_\infty = 25^\circ\text{C}$ 。

求：（1）是相邻两平板上的自然对流边界层不相互干扰的最小间距  $s$ ；（2）在上述间距下一个肋片的自然对流散热量。

解： $t_m = \frac{75+25}{2} = 50^\circ\text{C}$ ,  $\lambda = 0.0283\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\nu = 17.95\times 10^{-6}$ ,  $\text{Pr} = 0.698$ ,

$$\alpha_r = \frac{1}{273+50} = \frac{1}{323}, Gr_x = \frac{9.8\times 1/323\times (75-25)\times 0.15^3}{17.95^2}\times 10^{12} = 1.589\times 10^7$$

$$\delta_{\max} = 5\times 0.15\times (1.589\times 10^7)^{-1/4} = 5\times 0.15/63.14 = 0.0119\text{m} = 11.9\text{mm}$$

最小间距  $s = \delta_{\max} = 2\times 11.9 = 23.8\text{mm}$ 。

按竖直平板处理： $Nu = 0.059\times (1.589\times 10^7\times 0.698)^{1/4} = 0.059\times 57.71 = 34.05$ ,

$$h = \frac{34.05 \times 0.0283}{0.15} = 6.429 W / (m^2 \cdot K)$$

$$\Phi = 2 \times 0.15 \times 0.02 \times 6.429 \times (75 - 25) = 6 \times 10^{-3} \times 6.429 \times 50 = 1.93 W$$

6-47、已知：一池式换热设备由 30 个竖直放置的矩形平板组成，每块板宽 0.3m，高 0.5m，两板之间的距离很大，热边界层的发展不会受到影响。冷却剂为水，温度为 20℃。板面的温度均匀，最高允许温度为 100℃。

求：这一换热设备的最大换热量。

$$\text{解： } t_m = \frac{75 + 25}{2} = 50^\circ C$$

$$\lambda = 0.659 W / (m \cdot K), \nu = 0.478 \times 10^{-6}, Pr = 2.89, \alpha_r = 5.22 \times 10^{-4},$$

$$Gr = \frac{g \alpha \Delta t H^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times 5.22 \times 10^{-4} \times (100 - 20) \times 0.5^3}{(0.478 \times 10^{-6})^2} = 0.2239 \times 10^{12} = 2.239 \times 10^{11}$$

$$Nu = 0.10 \times (Gr Pr)^{1/3} = 0.10 \times (2.239 \times 10^{11} \times 2.89)^{1/3} = 0.10 \times 8641.4 = 864.1$$

$$h = \frac{Nu \lambda}{H} = \frac{864.1 \times 0.659}{0.5} = 1139 W / (m^2 \cdot K)$$

$$\Phi = Ah \Delta t = 30 \times 0.5 \times 0.3 \times 2 \times 1139 \times (100 - 20) = 9 \times 1139 \times 80 = 820 kW$$

6-48、已知：一输送冷空气的方形截面的管道，水平地穿过一室温为 28℃ 的房间，管道外表面平均温度为 12℃，截面尺寸为 0.3m × 0.3m。注意：冷面朝上相当于热面朝下，而冷面朝下则相当于热面朝上。水平板热面向上时有：

$$\begin{aligned} Nu &= 0.54 (Gr Pr)^{1/4} & (10^4 < Gr Pr < 10^7) \text{ 及} \\ Nu &= 0.15 (Gr Pr)^{1/3} & (10^7 < Gr Pr < 10^{11}) \end{aligned}$$

$$\text{水平板热面向下时有： } Nu = 0.27 (Gr Pr)^{1/4} \quad (10^5 < Gr Pr < 10^{11})$$

特征长度为 A/P，其中 A 为表面积，P 为周长。

求：每米长管道上冷空气通过外表面的自然对流从房间内带走的热量。

$$\text{解： 不考虑相交面处的相互影响， } t_\infty = \frac{28 + 12}{2} = 20^\circ C, \lambda = 0.0259 W / (m \cdot K)$$

$$\nu = 15.06 \times 10^{-6}, Pr = 0.703, \text{ 对竖壁，特征尺寸 } l = 0.3, \text{ 对上下表面，因为管道长度远大于截}$$

$$\text{面尺寸，故 } \frac{A}{P} \approx \frac{0.3 \times L}{2L} = 0.15$$

1、竖壁：

$$Gr Pr = \frac{g \alpha \Delta t l^3}{\nu^2} Pr = \frac{9.8 \times 1 / 293 \times (28 - 12) \times 0.3^3}{15.06^2} \times 10^{12} \times 0.703 = 4.479 \times 10^6$$

$$Nu = 0.59 \times (4.479 \times 10^6)^{1/4} = 48.3。$$

2、冷面朝上：

$$GrPr = \frac{g\alpha\Delta t^3}{\nu^2} Pr = \frac{9.8 \times 1 / 293 \times (28 - 12) \times 0.15^3}{15.06^2} \times 10^{12} \times 0.703 = 5.599 \times 10^5$$

$$Nu = 0.27(GrPr)^{1/4} = 0.27 \times (5.599 \times 10^5)^{1/4} = 0.27 \times 27.35 = 7.386。$$

3、下表面： $Nu = 0.54 \times (5.599 \times 10^5)^{1/4} = 14.77，$

$$\begin{aligned}\Phi_L &= \sum h_i A_i \Delta t = \sum \frac{Nu_i \lambda}{L_i} A \Delta t \\ &= 0.3 \times 1 \times (28 - 12) \times \left[ 2 \times 48.3 \times \frac{1}{0.3} + 7.386 \times \frac{1}{0.15} + 14.77 \times \frac{1}{0.15} \right] \times 0.0259 \\ &= 0.3 \times 16 \times (2 \times 4.1699 + 1.275 + 2.550) = 4.8 \times 12.17 = 58.4 W / m\end{aligned}$$

6-49、已知：尺寸为  $33cm \times 33cm$  的薄瓷砖水平地置于加热炉内加热，炉内温度为  $590^\circ C$ 。

求：当瓷砖表面温度为  $430^\circ C$  时的自然对流换热量。计算所有关联式可参考上题。

$$\text{解：} \frac{A}{P} = \frac{0.3 \times 0.3}{4 \times 0.3} = 0.15m, t_m = \frac{590 + 430}{2} = 510^\circ C,$$

$$\lambda = 0.05788 W / (m \cdot K), \nu = 81.14 \times 10^{-6} m^2 / s, Pr = 0.688, \alpha = \frac{1}{783},$$

$$GrPr = \frac{9.8 \times 1 / 783 \times (590 - 430) \times 0.15^3}{81.14^2} \times 10^{12} \times 0.688 = 1.027 \times 10^6。$$

对向下的冷面有：

$$Nu = 0.54 \times (1.027 \times 10^6)^{1/4} = 0.54 \times 31.83 = 17.19,$$

$$h = \frac{Nu\lambda}{H} = \frac{17.19 \times 0.05788}{0.15} = 6.6325 W / (m^2 \cdot K)；$$

对向上的热面有：

$$Nu = 0.27 \times (1.027 \times 10^6)^{1/4} = 8.594, h = \frac{Nu\lambda}{H} = \frac{8.594 \times 0.05788}{0.15} = 3.316 W / (m^2 \cdot K)$$

$$\Phi = \sum A \bar{h} \Delta t = 0.3 \times 0.3 \times (6.633 + 3.316) \times (590 - 430) = 0.09 \times 9.949 kJ / 60 = 143 W$$

6-50、已知：一直径为 25mm 的金属球壳，其内置有电热器，该球被悬吊于温度为  $20^\circ C$  的盛水的容器中，

$$Nu = 2 + \frac{0.589(GrPr)^{1/4}}{\left[1 + (0.469 / Pr)^{9/16}\right]^{4/9}} \quad (GrPr \leq 10^{11}, Pr \geq 0.7)$$

特征长度为球的外径，定性温度为  $t_m = \frac{t_w + t_\infty}{2}。$

求：为使球体表面温度维持在  $65^\circ C$ ，电加热功率为多大？

解:  $t_m = \frac{20+65}{2} = 42.5 \text{ } ^\circ\text{C}$

$$\lambda = 0.638 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 0.633 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 4.118, \alpha = 4.04 \times 10^{-4}$$

$$\text{GrPr} = \frac{g\alpha\Delta t d^3}{\nu^2} \text{Pr} = \frac{9.8 \times 4.04 \times 10^{-4} \times (65-20) \times 0.025^3}{0.633^2} \times 10^{12} \times 4.118 = 2.86 \times 10^7$$

$$\text{Nu} = 2 + \frac{0.589 \times (2.86 \times 10^7)^{1/4}}{\left[1 + (0.469/4.118)^{9/16}\right]^{4/9}} = 2 + \frac{43.07}{1.122} = 2 + 38.4 = 40.4$$

$$\begin{aligned} \Phi &= Ah\Delta t = \pi d^2 h(t_w - t_\infty) \\ &= 3.14 \times 0.025^2 \times 1031 \times (65-20) = 1.9625 \times 10^{-3} \times 1031 \times 45 = 91 \text{ W} \end{aligned}$$

6-51、已知：对习题 6-44 所述情形，设热功率为 310W，其中 42%系通过自然对流散失，假定热流密度是均匀的。

求：确定平板的最高壁温。

解：这是给定热流密度的情形，按式（5-84）计算。假设  $t_m = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$ ，

$$\lambda = 0.0321 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 23.13 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.688, \text{Nu}_x = 0.60(\text{Gr}^* \cdot \text{Pr})^{1/4}$$

$$\text{Gr}_x^* = \frac{g\alpha q L^4}{\lambda \nu^2} = \frac{310}{0.3 \times 0.3 \times 2} \times \frac{1}{273+100} \times 9.8 \times 0.3^4}{0.0321 \times 23.13^2} \times 10^{12} = 2.134 \times 10^{10},$$

$$\text{Nu}_x = 0.60 \times (2.134 \times 10^{10} \times 0.688)^{1/5} = 0.60 \times (1.468 \times 10^{10})^{1/5} = 64.79,$$

$$h = \frac{\text{Nu}_x \lambda}{L} = \frac{64.79 \times 0.0321}{0.3} = 6.933 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), \frac{310/(0.3 \times 0.3 \times 2)}{t_{w\max} - 35} = 6.933,$$

$$\frac{1722}{t_{w\max} - 35} = 6.933, t_{w\max} = 35 + \frac{1722}{6.933} = 35 + 248.4 = 283.4$$

自然对流的  $q = \frac{310 \times 0.42}{0.09 \times 2} = 723.3 \text{ W}/\text{m}^2,$

$$\text{Gr}_t^* = \frac{g\alpha q L^4}{\lambda \nu^2} = \frac{723.3 \times \frac{1}{273+100} \times 9.8 \times 0.3^4}{0.0321 \times 23.13^2} \times 10^{12} = 8.96 \times 10^9$$

$$\text{Nu}_t = 0.60(8.96 \times 10^9 \times 0.688)^{1/5} = 0.60 \times 90.78 = 54.47,$$

$$h = \frac{\text{Nu}_t \lambda}{L} = \frac{54.47 \times 0.0321}{0.3} = 5.828 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), \frac{q}{t_{w\max} - t_\infty} = \frac{723.3}{t_{w\max} - 35} = 5.828$$

$$t_{w\max} = 35 + \frac{723.3}{5.828} = 35 + 124.1 = 159.1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

x	0.1m	0.2m	0.3m
$Gr_x$	$1.11 \times 10^8$	$1.17 \times 10^9$	$8.96 \times 10^9$
$Nu_x$	22.6	39.38	54.47
$h_x$	7.25	6.32	5.83
$t_w$	134.8	149.4	159.1

$$t_w = \frac{134.8 + 149.4 + 159.1}{3} = 147.8, t_m = 91.4 \text{ } ^\circ\text{C}, \text{按 } t_m = 90 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ 计算,}$$

$$\lambda = 0.0313 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 22.1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.690,$$

$$Gr_x = \frac{9.8 \times 1/363 \times 723.3 \times 0.3^4}{22.1^2 \times 0.0313} \times 10^{12} = 1.035 \times 10^{10},$$

$$Nu_x = 0.60 \times (1.035 \times 10^{10} \times 0.690)^{1/5} = 0.60 \times 93.48 = 56.09,$$

$$h = \frac{Nu_x \lambda}{L} = \frac{56.09 \times 0.0313}{0.3} = 5.85 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$t_{wm} = 35 + \frac{723.3}{5.85} = 35 + 123.6 = 158.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

### 有限空间自然对流

6-52、已知：一水平封闭夹层，其上、下表面的间距  $\delta = 14 \text{ mm}$ ，夹层内是压力为  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  的空气，设一个表面的温度为  $90^\circ\text{C}$ ，另一表面为  $30^\circ\text{C}$ 。

求：当热表面在冷表面之上及在冷表面之下两种情形下，通过单位面积夹层的传热量。

解：当热面在上，冷面在下时，热量的传递仅靠导热， $t_m = \frac{30 + 90}{2} = 60 \text{ } ^\circ\text{C}$ ，

$$\lambda = 0.029 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 18.97 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.696,$$

于是有： $q = \lambda \frac{\Delta t}{\delta} = 0.029 \times \frac{90 - 30}{0.014} = 124 \text{ W}/\text{m}^2$ ，当热面在下时夹层中有自然对流，

$$Gr \text{Pr} = \frac{9.8 \times 1/333 \times (90 - 30) \times 0.014^3}{18.97^2} \times 10^{12} \times 0.696 = 9371,$$

按式 (5-89)， $Nu = 0.212 \times 9371^{1/4} = 2.09, h = \frac{2.09 \times 0.029}{0.014} = 4.33 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，

$$q = h \Delta t = 4.33 \times 60 = 260 \text{ W}/\text{m}^2, 260/124 = 2.1 \text{ 倍}。$$

6-53、已知：一太阳能集热器吸热表面的平均温度为  $85^\circ\text{C}$ ，其上覆盖表面的温度为

$35^\circ\text{C}$ ，两表面形成相距  $5 \text{ cm}$  的夹层。研究表明，当  $Gr_\delta \text{Pr} \leq 1700$  时不会产生自然对流而是纯导热工况。



求：在每平方米夹层上空气自然对流的散热量。并对本例确定不产生自然对流的两表明间间隙的最大值，此时的散热量为多少(不包括辐射部分)？

$$\text{解：(1)} \quad t_m = \frac{85 + 35}{2} = 60^\circ\text{C}, \quad \lambda = 0.029 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \quad \nu = 18.97 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s},$$

$$\text{Pr} = 0.696, \quad \text{Gr}_\delta \text{Pr} = \frac{9.8 \times 1/333 \times (85 - 35) \times 0.05^3}{18.97^2} \times 10^{12} \times 0.696 = 355743,$$

$$\text{Nu} = 0.061 \times 355743^{1/3} = 4.30, \quad h = \frac{4.30 \times 0.029}{0.05} = 2.49 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$q = h\Delta t = 2.49 \times 50 = 125 \text{ W}/\text{m}^2.$$

$$\text{(2)} \quad \frac{g\alpha\Delta t\delta^3}{\nu^2} \text{Pr} = \frac{9.8}{18.97^2} \times 10^{12} \times \frac{1}{333} \times 50 \times 0.696\delta^3 = 2.8459 \times 10^9 \delta^3 \leq 1708,$$

$$\delta^3 \leq 6.002 \times 10^{-7} \text{ m}, \quad \delta \leq 8.42 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad \text{此时导热量:}$$

$$q = \frac{\lambda\Delta t}{\delta} = \frac{0.029 \times 50}{0.00842} = 172.2 \text{ W}/\text{m}^2$$

导热量反比有自然对流时大，这是因为板间距已远远低于有自然对流时的情形。

6-54、已知：一烘箱的顶部尺寸为  $0.6\text{m} \times 0.6\text{m}$ ，顶面温度为  $70^\circ\text{C}$ ，顶面又加一封闭夹层，顶面温度仍为  $70^\circ\text{C}$ ，夹层盖板与箱顶的间距为  $50\text{mm}$ 。环境温度为  $27^\circ\text{C}$ 。关于壁温为常数时水平板表面自然对流换热的特征方程参见习题 5-65。

求：加夹层后的自然对流热损失是不加夹层时的百分之几？

解：此题中盖板温度未知，这一温度由夹层中的散热与盖板向大空间的换热所决定，正确的温度值应使这两份热量相等。在计算中，此温度需假设。

$$\text{(1) 不加夹层时,} \quad t_m = \frac{70 + 27}{2} = 48.5^\circ\text{C}, \quad \text{空气的物性值为:}$$

$$\lambda = 0.0282 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \quad \nu = 17.80 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \text{Pr} = 0.698, \quad \text{L} = \frac{0.6^2}{4 \times 0.6} = 0.15$$

$$\text{GrPr} = \frac{9.8 \times 1/321.5 \times (70 - 27) \times 0.15^3}{17.8^2} \times 10^{12} \times 0.698 = 9.75 \times 10^6,$$

$$\text{Nu} = 0.54 \times (9.75 \times 10^6)^{1/4} = 30.17, \quad h = \frac{30.17 \times 0.0282}{0.15} = 5.67 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$\Phi = Ah\Delta t = 0.6^2 \times 5.67 \times 43 = 87.8 \text{ W}$$

$$\text{(2) 加夹层后, 经几次计算, 设 } t_w = 42.5^\circ\text{C},$$

$$\text{则大空间自然对流部分:} \quad t_m = \frac{27 + 42.5}{2} = 34.75^\circ\text{C}.$$

$$\lambda = 0.0271 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \quad \nu = 16.46 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \text{Pr} = 0.70,$$

$$GrPr = \frac{9.8 \times 1/307.8 \times (42.5 - 27) \times 0.15^3}{16.46^2} \times 10^{12} \times 0.7 = 4.303 \times 10^6,$$

$$Nu = 0.54 \times (4.303 \times 10^6)^{1/4} = 24.59, h = \frac{24.59 \times 0.0271}{0.15} = 4.44 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\Phi_1 = Ah\Delta t = 0.6^2 \times 4.44 \times 15.5 = 24.8 W;$$

封闭腔部分:  $t_m = \frac{70 + 42.5}{2} = 56.25^\circ C,$

$$\lambda = 0.0287 W/(m \cdot K), \nu = 18.59 \times 10^{-6} m^2/s,$$

$$Pr = 0.697, Gr_\delta Pr = \frac{9.8 \times 1/329.3 \times (70 - 42.5) \times 0.05^3}{18.59^2} \times 10^{12} \times 0.697 = 2.063 \times 10^5$$

$$Nu = 0.212 \times (2.063 \times 10^5)^{1/4} = 4.518, h = \frac{4.518 \times 0.0287}{0.05} = 2.593 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\Phi_2 = Ah\Delta t = 0.6^2 \times 2.593 \times 27.5 = 25.67 W。$$

$$\Phi_1 \text{ 与 } \Phi_2 \text{ 相差约 } 3\%, \text{ 可取 } \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} \text{ 作为结果, 则 } \Phi = 25.24 W。$$

所以加夹层后的自然对流散热损失减少成不加夹层时的  $\frac{25.24}{87.8} \times 100\% = 28.7\%。$

6-55、已知：一太阳能集热器置于水平的房顶上，尺寸为  $1m \times 1m$ 。在集热器的吸热表面上用玻璃作顶盖，形成一封闭的空气夹层，夹层厚 10cm。该吸热表面的平均温度为  $90^\circ C$ ，玻璃内表面温度为  $30^\circ C$ 。

求：由于夹层中空气自然对流而引起热损失。又，如果吸热表面不设空气夹层，让吸热表面直接暴露于大气之中（环境温度取为  $20^\circ C$ ）。试计算在表面温度为  $90^\circ C$  时，由于空气的自然对流而引起的散热量。

解：（1）定性温度  $t_m = \frac{90 + 30}{2} = 60^\circ C, \lambda = 0.029 W/(m \cdot K), \nu = 18.97 \times 10^{-6} m^2/s,$

$$Pr = 0.696, Gr_\delta Pr = \frac{9.8 \times 1/333 \times (90 - 30) \times 0.1^3}{18.97^2} \times 10^{12} \times 0.696 = 3.451 \times 10^6$$

$$Nu = 0.061 \times (3.451 \times 10^6)^{1/3} = 9.18, h = \frac{9.18 \times 0.029}{0.1} = 2.66 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\Phi = Ah\Delta t = 1 \times 2.66 \times 60 = 159 W。$$

（2）定性温度  $t_m = \frac{90 + 20}{2} = 55^\circ C, \lambda = 0.02865 W/(m \cdot K), \nu = 18.46 \times 10^{-6} m^2/s$

$$Pr = 0.697, Gr_\delta Pr = \frac{9.8 \times 1/328 \times (90 - 20) \times 0.25^3}{18.46^2} \times 10^{12} \times 0.697 = 6.684 \times 10^7$$

据习题 5-65 中

推荐的公式有:  $Nu = 0.015 \times (6.684 \times 10^7)^{1/3} = 60.51,$

$$h = \frac{60.51 \times 0.02865}{0.25} = 6.934 W / (m^2 K), \Phi = Ah\Delta t = 1 \times 6.934 \times 70 = 485.4 W$$

6-56、已知：与水平面成倾角 $\theta$ 的夹层中的自然对流换热，可以近似地以 $g \cos \theta$ 来代替 $g$ 而计算 $Gr$ 数，今有一 $\theta = 30^\circ$ 的太阳能集热器，吸热表面的温度 $t_{w1} = 140^\circ C$ ，吸热表面上的封闭空间内抽成压力为 $1.013 \times 10^5 Pa$ 的真空。封闭空间的顶盖为一透明窗，其面向吸热表面侧的温度为 $40^\circ C$ ，夹层厚 $8cm$ 。

求：夹层单位面积的自然对流散热损失，并从热阻的角度分析，在其它条件均相同的情况下，夹层抽真空与不抽真空对玻璃窗温度的影响。

解：  $t_m = \frac{40 + 140}{2} = 90^\circ C$ ，在 $1.013 \times 10^5 Pa$ 下，空气 $\rho = 0.972$ ， $\lambda = 0.0313$

$\mu = 21.5 \times 10^{-6}$ ， $Pr = 0.69$ 。在 $p = 0.2 \times 10^5 Pa$ 时，按理想气体定律：

$$\rho = 0.972 \times \frac{0.2}{1.013} = 0.1919, \nu = \frac{21.5 \times 10^{-6}}{0.1919} = 1.12 \times 10^{-4} m^2 / s$$

$$Gr_\delta = \frac{9.8 \times \cos 30^\circ \times 1 / 363 \times (140 - 40) \times 0.08^3}{1.12^2} \times 10^8 = 9.54 \times 10^4$$

$$Gr_\delta Pr = 9.54 \times 10^4 \times 0.69 = 6.583 \times 10^4$$

按式 (5-89)  $Nu = 0.212 \times (6.583 \times 10^4)^{1/4} = 3.4$

$$h = \frac{3.4 \times 0.0313}{0.08} = 1.33 W / (m^2 \cdot K), q = h\Delta t = 1.33 \times 100 = 133 W / m^2$$

抽真空后，夹层中对流换热减弱，使热阻 $R_1$ 增加，在从 $t_{w1}$ 到 $t_\infty$ 热传递网络中， $R_1$ 的比例增大，因而 $t_{w2}$ 更接近于 $t_\infty$ ，即 $t_{w2}$ 下降。

6-57、已知：(1) 一竖直的空心夹层宽 $0.1m$ 、高 $3m$ ，两侧壁温度分别为 $20^\circ C$ 及 $-10^\circ C$ 。(2) 在夹层高度一半处加上一层绝热的隔板，把夹层分成上下两个。

求：(1) 冷热单位表面间的换热量。(2) 此时冷热表面间的换热量如何变化？由此可以得出一些什么看法？

解：(1)  $t_m = \frac{20 - 10}{2} = 5^\circ C$ ， $\lambda = 0.0240 W / (m \cdot K)$ ， $\nu = 13.72 \times 10^{-6} m^2 / s$ ，

$$Pr = 0.706, Gr_\delta = \frac{g\alpha\Delta t\delta^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times 1 / 278 \times (20 + 10) \times 0.1^3}{13.72^2} \times 10^{12} = 5.618 \times 10^6$$

$$\frac{H}{\delta} = \frac{3}{0.1} = 30, Gr_\delta Pr = 5.618 \times 10^6 \times 0.706 = 3.966 \times 10^6$$

$$Nu = 0.073 \times (3.966 \times 10^6)^{1/3} \times 30^{-1/9} = 0.073 \times 157.5 \times 0.685 = 7.879$$

$$h = \frac{7.879 \times 0.024}{0.1} = 1.89 W / (m^2 \cdot K), q = hA\Delta t = 1.89 \times 1 \times 30 = 56.7 W / m^2。$$

(2) 加隔板后,  $\frac{H}{\delta} = \frac{1.5}{0.1} = 15$

$$Nu = 0.073 \times (3.966 \times 10^6)^{1/3} \times 15^{-1/9} = 0.073 \times 157.5 \times 0.740 = 8.51,$$

$$h = \frac{8.51 \times 0.024}{0.1} = 2.04 W / (m^2 \cdot K), q = hA\Delta t = 2.04 \times 1 \times 30 = 61.3 W / m^2。$$

设热量增加 8%，所以在一定的@变化范围内，采用加隔板的方法可以增强有限空间的自然对流换热。

### 射流冲击传热

6-58. 温度为 20℃ 的空气从直径 d=10mm 的喷嘴中以 20m/s 的速度射出，垂直地冲击到  $t_w = 100^\circ\text{C}$  的平板上。环境温度  $t_\infty = 20^\circ\text{C}$ 。试对 1/d=2, 3, 4, 5, 6 五种情形，计算在 r/d=2.5~7.5 范围内的平均 Nu 数，由此可以得出什么结论？

解:  $\frac{\overline{Nu}}{Pr^{0.42}} = G\left(\frac{r}{D}, \frac{l}{D}\right) F_1(Re), 20^\circ\text{C}, \nu = 15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, Pr = 0.703,$

$$Re = \frac{v_0 d_h}{\nu} = \frac{20 \times 0.01}{15 \times 10^{-6}} = 13333, G = \frac{d}{r} \frac{1 - 1.1 d/r}{1 - 0.1(l/d - 6)d/r}, \frac{d}{r} = 0.1 \sim 0.1333,$$

以  $\frac{d}{r} = 0.1333$  代入所得之  $\overline{Nu}$  为  $\frac{r}{d} = 2.5 \sim 7.5$  之间的平均值。

$$G = 0.1333 \frac{1 - 1.1 \times 0.1333}{1 + 0.1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} - 6} \times 0.1333 = 0.1333 \frac{0.8534}{1 + \begin{bmatrix} -0.05332 \\ -0.03999 \\ -0.02666 \\ -0.01333 \\ -0 \end{bmatrix}} = \frac{-0.11376}{\begin{bmatrix} 0.94668 \\ 0.96001 \\ 0.97334 \\ 0.98667 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$= - \begin{cases} 0.1202 \\ 0.1185 \\ 0.1169 \\ 0.1153 \\ 0.1138 \end{cases}$$

$$F_1 = 2 Re^{1/2} (1 + 0.005 Re^{0.55})^{1/2} = 2 \times 13333^{1/2} \times (1 + 0.005 \times 13333^{0.55})^{1/2} \\ = 2 \times 115.5 \times (1 + 0.005 \times 185.7)^{1/2} = 231 \times 1.9285^{1/2} = 231 \times 1.389 = 320.8,$$

$$Nu = 0.703^{0.42} \times \begin{bmatrix} 0.1202 \\ 0.1185 \\ 0.1169 \\ 0.1153 \\ 0.1138 \end{bmatrix} \times 320.8 = 0.862 \times \begin{bmatrix} 0.1202 \\ 0.1185 \\ 0.1169 \\ 0.1153 \end{bmatrix} \times 320.8 = \begin{cases} 33.3 \\ 32.8 \\ 32.3 \\ 31.9 \\ 31.5 \end{cases}。$$

6-59. 深度为 25℃ 的空气从宽 W=10mm 的窄缝中以 10m/s 的速度射出, 垂直地冲击到  $t_w = 80^\circ\text{C}$  的表面上.

环境温度  $t_\infty = 25^\circ\text{C}$ . 试对 1/W=2, 3, 4, 5, 6 五种情形, 估算滞止点的表面传热系数.

解:

$$\frac{Nu}{Pr^{0.42}} = \frac{3.06}{x/W + l/W + 2.78} Re^m, \quad m = 0.695 - \left[ \frac{x}{2W} + \left( \frac{l}{2W} \right)^{1.33} + 3.06 \right]^{-1}, \quad Re = \frac{v_\infty 2W}{\nu}$$

25 °C 时 ,

$$\nu = 15.53 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \lambda = 2.63 \times 10^{-2} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \quad Pr = 0.702$$

$$Re = \frac{10 \times 2 \times 0.01}{15.53} \times 10^6 = 12878$$

$$m = 0.695 - \left[ 0 + \begin{pmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.5 \\ 3 \end{pmatrix}^{1.33} + 3.06 \right]^{-1} = 0.695 - \begin{pmatrix} 1.0 \\ 1.715 + 3.06 \\ 3.383 \\ 4.311 \end{pmatrix}^{-1} = 0.695 - \begin{pmatrix} 4.06 \\ 4.775 \\ 5.574 \\ 6.443 \\ 7.371 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$= 0.695 - \begin{pmatrix} 0.246 \\ 0.209 \\ 0.179 \\ 0.155 \\ 0.136 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.449 \\ 0.486 \\ 0.516 \\ 0.540 \\ 0.559 \end{pmatrix}$$

$$Nu = 0.702^{0.42} \times \frac{3.06}{0 - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + 2.78} \times 12878^{\begin{pmatrix} 0.449 \\ 0.486 \\ 0.516 \\ 0.540 \\ 0.559 \end{pmatrix}} = 0.862 \times \frac{3.06}{\begin{pmatrix} 4.78 \\ 5.78 \\ 6.78 \\ 7.78 \\ 8.78 \end{pmatrix}} \times \begin{pmatrix} 70.0 \\ 99.4 \\ 132.0 \\ 165.7 \\ 198.3 \end{pmatrix}$$

$$= 0.862 \times \frac{1}{\begin{pmatrix} 4.78 \\ 5.78 \\ 6.78 \\ 7.78 \\ 8.78 \end{pmatrix}} \times \begin{pmatrix} 214.2 \\ 304.2 \\ 403.9 \\ 507.0 \\ 606.9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38.63 \\ 45.37 \\ 51.35 \\ 56.17 \\ 59.58 \end{pmatrix}$$

$$h = \frac{Nu\lambda}{De} = 51.35 \left\{ \begin{array}{l} 38.63 \\ 45.37 \\ 56.17 \\ 59.58 \end{array} \right\} \times \frac{0.0263}{2 \times 0.01} = \left\{ \begin{array}{l} 50.8 \\ 59.7 \\ 67.5 \\ 73.9 \\ 78.3 \end{array} \right\} W/(m^2 \cdot K)$$

### 综合分析

6-60、已知：在一块大的基板上安装有尺寸为  $25mm \times 25mm$ 、温度为  $120^\circ C$  的电子元件， $30^\circ C$  的空气以  $5m/s$  的流速吹过该表面，散热量为  $0.5W$ ，今在其中安置一根直径为  $10mm$  的针肋，其材料为含碳 1.5% 的碳钢，电子元件表面温度为  $120^\circ C$ 。

求：（1）针肋能散失的最大热量；（2）为达到这一散热量该针肋实际所需的长度；（3）设安置针肋后该元件的热量完全通过针肋而散失，安置针肋后该元件的功率可以增加的百分数。

解：（1）材料一定， $\eta_f$  不可能无穷大，只有长度趋于无穷时为最大散热量。

$$t_m = \frac{t_w + t_\infty}{2} = \frac{120 + 30}{2} = 75^\circ C,$$

$$\lambda = 0.0301 W/(m \cdot K), \nu = 20.56 \times 10^{-6} m^2/s,$$

$$Pr = 0.693, Re = \frac{u_\infty d}{\nu} = \frac{5 \times 0.01}{20.56} \times 10^6 = 2432, Nu = 0.683 \times Re^{0.466} = 25.84$$

$$h = \frac{25.84 \times 0.0301}{0.01} = 70.8 W/(m^2 \cdot K), \text{针肋} \rightarrow \text{无穷大}, \text{有 } x \rightarrow \infty, \theta = 0 \text{ 的条件, 则由:}$$

$$\left. \begin{array}{l} c_1 - c_2 = \theta_0 \\ c_1 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow c_1 = 0, c_2 = \theta_0, \therefore \theta = \theta_0 e^{-mx}$$

$$\Phi_{r=0} = -\theta_H \lambda A_c \frac{d}{dx} (e^{-mx}) \Big|_{x=0} = -\theta_0 \lambda A_c (-m) e^{-mx} = m \theta_0 \lambda A_c$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\max} &= \theta_0 \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} \lambda A_c = \theta_0 \sqrt{hP \lambda A_c} = \sqrt{70 \times \pi \times 0.01 \times 36.6 \times \frac{3.14}{4} \times 0.01^2 \times (120 - 30)} \\ &= \sqrt{70 \times 0.0314 \times 36.6 \times 7.85 \times 10^{-5}} \times 90 = \sqrt{6.315 \times 10^{-3}} \times 90 = 7.15 W \end{aligned}$$

（2）根据

式（2-38），当  $\tan(mH)$  之值  $\geq 0.99$  后即可认为换热量已达到最大值，由双曲函数表可知，此时  $mH=2.65$ ，因而有：

$$mH = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} H = \sqrt{\frac{70\pi d}{\lambda \pi d^2/4}} H = \sqrt{\frac{70 \times 4}{\lambda d}} H = \sqrt{\frac{280}{36.6 \times 0.01}} H \geq 2.65,$$

$$27.66 H \geq 2.65, H \geq 0.096m, \text{即 } H \geq 96mm。$$

$$(3) \quad \frac{\Phi - \Phi_0}{\Phi_0} \times 100\% = \frac{7.15 - 0.5}{0.5} \times 100\% = 1330\%$$

6-61、已知：如图为热电偶温度计，置于内径为  $d_i = 6\text{mm}$ 、外径为  $d_0 = 10\text{mm}$  的钢管中，其  $\lambda = 35\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，钢管的高度  $H = 10\text{cm}$ 。用另一热电偶测得了管道表面温度  $t_2$ ，设  $t_1 = 180^\circ\text{C}$ ， $t_2 = 100^\circ\text{C}$ ， $u_\infty = 5\text{m/s}$ 。不考虑辐射换热的影响。

求：来流温度  $t_\infty$ 。

解： $t = 480^\circ\text{C}$  物形参数： $\lambda = 3.78 \times 10^{-2}$   $\nu = 32.49 \times 10^{-6}$ ,  $\text{Pr} = 0.681$

$$\text{Re} = \frac{2.85 \times 0.01}{32.49 \times 10^{-6}} = 1538.9$$

$$\text{Nu} = 0.683 \text{Re}^{0.466} \text{Pr}^{\frac{1}{3}} = 18.36$$

$$h = \frac{18.36 \times 3.78 \times 10^{-2}}{0.01} = 69.40$$

$$S = 3.14 \times 0.01 \times 0.01 = 0.00314\text{m}^2$$

$$\text{根据(2-37),有} \quad t_H - t_f = \frac{t_0 - t_f}{Ch(mH)}$$

$$mH = \sqrt{\frac{hp}{\lambda A_c}} H = \sqrt{\frac{h}{\lambda \delta}} H = \sqrt{\frac{53.429}{3.78 \times 10^{-2} \times 0.004}} \times 0.1 = 67.749$$

$$Ch(mH) = 190.73$$

6-62、已知：如图，在太阳能集热器的平板后面，用焊接的方法固定了一片冷却水管道，冷却管与集热器平板之间的接触热阻忽略，集热器平板维持在  $75^\circ\text{C}$ 。管子用铜做成，内径为  $10\text{mm}$ 。设进口水温为  $20^\circ\text{C}$ ，水流量为  $0.20\text{kg/s}$ ，冷却管共长  $2.85\text{m}$ 。

求：总的换热量。

解： $t_w = 75^\circ\text{C}$   $t_1 = 20^\circ\text{C}$  设出水温度为  $40^\circ\text{C}$

$$t_f = \frac{20 + 40}{2} = 30^\circ\text{C}$$

$30^\circ\text{C}$  水的物性： $c_p = 4.174\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ,  $\rho = 995.7\text{kg}/\text{m}^3$

$$\lambda = 61.8 \times 10^{-2} \quad \nu = 0.805 \times 10^{-6}, \text{Pr} = 5.42$$

$$S = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{3.14}{4} \times 0.01^2 = 0.0000785\text{m}^2$$

$$u = \frac{G}{\rho \cdot S} = \frac{0.20}{995.7 \times 0.000785} = 2.56\text{m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{2.56 \times 0.01}{0.805 \times 10^{-6}} = 31801.2$$

$$\text{Nu} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.4} = 180.8$$

$$h = \frac{180.8 \times 61.8 \times 10^{-2}}{0.01} = 11175.6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$S_2 = \pi d l = 3.14 \times 0.01 \times 2.85 = 0.08949 \text{ m}^2$$

$$\Phi = h \cdot S_2 (t_w - t_s) = 11269.6 \times 0.08949 \times (75 - 30) = 45004.7 \text{ W}$$

$$\Phi' = G \cdot c_p (t_w - t_0) = 16696 \text{ W}$$

与初设值不符，再设  $t_2 = 60^\circ\text{C}$ ,  $t_f = 40^\circ\text{C}$

40℃时水物性为  $c_p = 4.174 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ,  $\rho = 992.2 \text{ kg}/\text{m}^3$

$$\lambda = 63.5 \times 10^{-2} \quad \nu = 0.659 \times 10^{-6}, \text{Pr} = 4.31$$

$$u = \frac{G}{\rho \cdot s} = \frac{0.20}{992.2 \times 0.000785} = 2.568 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{2.568 \times 0.01}{0.659 \times 10^{-6}} = 38965$$

$$\text{Nu} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.4} = 194.12$$

$$h = \frac{193.1 \times 63.5 \times 10^{-2}}{0.01} = 112326.3 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\Phi_0' = h \cdot S_2 (t_w - t_s) = 12326.3 \times 0.08949 \times (75 - 40) = 438607.8 \text{ W}$$

$$\Phi' = G \cdot c_p (t_w' - t_0) = 38406.5 \text{ W}$$

重设  $t_2 = 65^\circ\text{C}$   $t_f = 42.5^\circ\text{C}$

42.5℃时水物性为  $c_p = 4.174 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ,  $\rho = 991.175 \text{ kg}/\text{m}^3$

$$\lambda = 63.825 \times 10^{-2} \quad \nu = 0.63325 \times 10^{-6}, \text{Pr} = 4.1175$$

$$u = \frac{G}{\rho \cdot s} = \frac{0.20}{991.175 \times 0.000785} = 2.570 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{2.570 \times 0.01}{0.63325 \times 10^{-6}} = 40591.40$$

$$\text{Nu} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.4} = 196.937$$

$$h = \frac{196.937 \times 63.825 \times 10^{-2}}{0.01} = 12569.56 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\Phi_1 = h \cdot S_2 (t_w - t_s) = 12569.56 \times 0.08949 \times (75 - 42.5) = 36557.6 \text{ W}$$



$$\Phi_2'' = G \cdot c_p (t_w' - t_0) = 37566.0 W$$

6-63、已知：尺寸为  $1.4cm \times 1.4cm$  的芯片水平地置于一机箱的底面上。设机箱内空气温度为  $t_\infty = 25^\circ C$ ，芯片的散热量为  $0.23W$ 。设芯片周围物体不影响其自然对流运动。

求：（1）当散热方式仅有自然对流时芯片的表面温度。（2）如果考虑辐射换热的作用，则对芯片表面温度有什么影响，并分析此时应该怎样确定芯片的表面温度。

解：（1） $q = \frac{0.023}{0.014 \times 0.014} = 1173 W/m^2$ ，设  $t_m = 65^\circ C$ ，

$$\lambda = 0.0293, \nu = 19.495 \times 10^{-6}, Pr = 0.695,$$

$$Gr_c^* = \frac{g \alpha q l^4}{\lambda \nu^2} = \frac{9.8 \times \frac{1}{273 + 65} \times 1173 \times 0.014^4}{0.0293 \times 19.495^2} \times 10^{12} = 1.173 \times 10^5,$$

$$Nu_r = 1.076 (1.173 \times 10^5 \times 0.698)^{1/6} = 1.076 \times 815235^{0.1666} = 1.076 \times 6.58 = 7.08$$

$$h = \frac{Nu \lambda}{l} = \frac{7.08 \times 0.0293}{0.014} = 14.8 W/(m^2 \cdot K), q = h \Delta t, \Delta t = \frac{q}{h} = \frac{1173}{14.8} = 79.2^\circ C$$

$$t_w = t_\infty + 79.2 = 25 + 79.2 = 104.2^\circ C$$

（2）计及辐射，温度要下降，设  $\varepsilon = 0.8, t_w = 80$ ，则：

$$\begin{aligned} \Phi_r &= 0.8 \times 1.96 \times 10^{-4} \times 5.67 (3.53^4 - 78.86) = 0.8 \times 1.44 \times 10^{-4} \times 5.67 \times 76.4 \\ &= 0.0499 \times 1.36 \approx 0.0679 W \approx 0.068 W \end{aligned}$$

自然对流的  $\Phi_c = 0.23 - 0.068 = 0.162 W, t_m = 50^\circ C, \Phi_c = 0.162 W$ ，

$$q = \frac{0.162}{0.014 \times 0.014} = 825 W, \lambda = 0.0288 W/(m \cdot K), \nu = 18.72 \times 10^{-6} m^2/s, Pr = 0.697$$

$$Gr_c^* = \frac{9.8 \times \frac{1}{325} \times 825 \times 0.014^4}{0.0288 \times 18.72^2} \times 10^{12} = 9.454 \times 10^4,$$

$$Nu_r = 1.076 \times (9.454 \times 10^4 \times 0.698)^{1/6} = 1.076 \times (6.599 \times 10^4)^{1/6} = 1.076 \times 6.352 = 6.834$$

$$h = 6.834 \times 0.0288 / 0.014 = 14.06, \Delta t = \frac{825}{14.06} = 58.7,$$

$$t_w = 58.7 + 25 = 83.7^\circ C。$$

与设定值  $80$  相差甚小，作为一种改进可取  $t_w = \frac{83.7 + 80}{2} \approx 82^\circ C$ 。本题中  $Gr^*$  的值低于表 5-13 中推荐公式的适用范围，因而只是一种近似的计算。

6-64、已知：如图， $d = 1mm, l = 12mm, s/d = 2, q = 2 \times 10^5 W/m^2, t' = 33^\circ C$ 。假设在每个小通道中的冷却水流量是均匀的，水速为  $0.2m/s$ ，冷却通道壁温  $t_w = 80^\circ C$ 。

求：冷板的热负荷。

解：先从热平衡计算，计算可对一个通道进行。取  $t_m = 40^\circ\text{C}$ ，则  $t'' = 47^\circ\text{C}$ ，水的温升为  $14^\circ\text{C}$ 。

$$\lambda = 0.635, \nu = 0.659 \times 10^{-6}, \text{Pr} = 4.31, \mu = 653.3 \times 10^{-6}, \mu_w = 406.1 \times 10^{-6}, \rho = 992.2$$

$$\Phi_{hb} = (3.14 \times 0.001^2 / 4) \times 0.2 \times 992.2 \times 4174 \times 14 = 9.103 \text{ W},$$

$$\text{Re} = \frac{0.2 \times 0.001}{0.659} \times 10^6 = 303.5,$$

$$\begin{aligned} Nu &= 1.86 \left( \frac{303.5 \times 4.31}{12/1} \right)^{1/3} \left( \frac{653.3}{406.1} \right)^{0.14} = 1.86 \times \left( \frac{1308}{12} \right)^{1/3} \times 1.608^{0.14} \\ &= 1.86 \times 4.776 \times 1.0688 = 9.495 \end{aligned}$$

$$h = \frac{Nu\lambda}{d} = \frac{9.495 \times 0.635}{0.001} = 6029 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), \Delta t = \frac{47 - 33}{\ln \left( \frac{80 - 33}{80 - 47} \right)} = \frac{14}{\ln 1.424} = 39.6$$

$$\Phi_{ht} = 3.14 \times 0.001 \times 0.012 \times 6029 \times 39.6 = 8.996 \approx 9.0 \text{ W},$$

$\Phi_{hb}$  与  $\Phi_{ht}$  相差小于 2%，可以认为计算有效，取  $\Phi = (9.1 + 9.0)/2 = 9.05 \text{ W}$ ，则冷板的平均热流密度

$$\begin{aligned} &\frac{9.05}{0.012 \times 0.02} = 3.77 \times 10^5 \text{ W}/\text{m}^2, \text{ 在宽为 } 12\text{mm} \text{ 的冷板上可以布置 } 6 \text{ 根冷却水管, 所以总热负荷为} \\ &3.77 \times 10^5 \times 0.012^2 = 54.3 \text{ W}. \end{aligned}$$

6-65、已知：用内径为 0.25m 的薄壁钢管运送  $200^\circ\text{C}$  的热水。管外设置有厚  $\delta = 0.15\text{m}$  的保温层，其  $\lambda = 0.05 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ，管道长 500m，水的质量流量为 25kg/s，冬天  $u_\infty = 4 \text{ m/s}$ ，

$t_\infty = -10^\circ\text{C}$  的空气横向冲刷。辐射忽略。

求：该管道出口处水的温度。

解：以  $t'$  与  $t_\infty$  各位定性温度估计  $h_i$  及  $h_0$ ，计算热传量，再从热平衡算出  $t''$  及传热层外表面温度，再计算  $h_i$  及  $h_\infty$ 。

水的物性：

$$\lambda = 0.663 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 0.158 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.93, \rho = 863 \text{ kg}/\text{m}^3$$

$$\mu = 136.4 \times 10^{-6}, \text{Re} = \frac{4m}{\pi d \mu} = \frac{4 \times 50 \times 0.5}{3.14 \times 0.25 \times 136.4} \times 10^6 = 9.33933 \times 10^5 = 9.34 \times 10^5$$

采用米海耶夫

公式， $\text{Pr}_w$  取为  $180^\circ\text{C}$  时值， $\text{Pr}_w = 1.00$

$$\begin{aligned} Nu_f &= 0.021 \times (9.34 \times 10^5)^{0.8} \times 0.93^{0.43} \times \left( \frac{0.93}{1.00} \right)^{0.25} \\ &= 0.021 \times 59741.7 \times 0.969 \times 0.98 = 1193.8 \end{aligned}$$

$$h = \frac{Nu_f \lambda}{d} = \frac{1193.8 \times 0.663}{0.25} = 3166 W/(m^2 \cdot K)$$

空气物性以 0℃ 为物性,  $\lambda = 0.0244 W/(m \cdot K)$ ,  $\nu = 13.28 \times 10^{-6} m^2/s$ ,  $Pr = 0.707$ ,

$$Re = \frac{\mu d}{\nu} = \frac{4 \times (0.25 + 0.15 \times 2)}{13.28} \times 10^6 = 1.657 \times 10^5,$$

$$Nu = 0.0266 \times (1.657 \times 10^5)^{0.805} = 0.0266 \times 15906 = 423.1,$$

$$h = \frac{Nu \lambda}{d} = \frac{423.1 \times 0.0244}{0.55} = 18.77 W/(m^2 \cdot K)$$

单位长度上热阻:

$$R_i = \frac{1}{\pi d_i h_i} = \frac{1}{3.14 \times 0.25 \times 3166} = 4.024 \times 10^{-4}$$

$$R_w = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 0.05} \ln \frac{55}{25} = \frac{0.7885}{0.314} = 2.511,$$

$$R_0 = \frac{1}{\pi d_0 h_0} = \frac{1}{3.14 \times 0.55 \times 18.77} = 308.5 \times 10^{-4},$$

可见  $R_i \ll R_0 \ll R_w$ , 可以认为薄壁温度即为  $t_i$ , 即可以认为在 500m 长管道中壁温均为 200℃, 从保温层导热及管外换热可以算出散热量, 再进而反算水的温度降。

取空气  $t_\infty = -5^\circ\text{C}$ , 即取  $t_\infty = 0^\circ\text{C}$ ,  $\lambda = 0.0240 W/(m \cdot K)$ ,  $\nu = 12.86 \times 10^{-6} m^2/s$ ,

$$Re = \frac{ud}{\nu} = \frac{4 \times 0.55}{12.86} \times 10^6 = 1.71 \times 10^5, Nu = 0.0239 \times (1.71 \times 10^5)^{0.805} = 0.0239 \times 16314 = 389.9$$

$$h = \frac{Nu \lambda}{d} = \frac{389.9 \times 0.0240}{0.55} = 17.0 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\Phi_{hi} = \frac{200 - (-10)}{\frac{\ln(d_2/d_1)}{2\pi\lambda L} + \frac{1}{\pi d_0 hL}} = \frac{210}{\frac{\ln(55/25)}{2 \times 3.14 \times 0.05 \times 500} + \frac{1}{3.14 \times 0.40 \times 17.0 \times 500}}$$

$$= \frac{210}{502 \times 10^{-2} + 9.37 \times 10^{-5}} = 4.11 \times 10^4 W$$

$$\Phi_{h0} = 25 \times (200 - t'') \times 4505 = 4.11 \times 10^4 W, 200 - t'' = \frac{4.11 \times 10^4}{25 \times 4505},$$

$$t'' = 200 - \frac{4.11 \times 10^4}{25 \times 4505} = 200 - 0.36 = 199.6^\circ\text{C}$$

由水侧的对流换热可确定  $t_w - (t' + t'')/2 = \Delta t$

$$3.14 \times 500 \times 0.025 \times 3166 \Delta t = 4.11 \times 10^4, \Delta t = 0.33^\circ\text{C}, \therefore \text{管壁温度取为 } 200^\circ\text{C} \text{ 是可行的。}$$

再验证保温层外壁温度, 通过保温层导热的温差  $\Delta t = 502 \times 10^{-5} \times 41100 = 206.3^\circ\text{C}$ , 即外壁温度应为

-6.3℃，使空气侧定性温度由原来的-5℃下降为-8℃。作为工程计算3℃定性温度的变化是可以接受的，因而不进行进一步迭代计算。

6-66、已知：一烟管内通以高温烟气（平均烟气温度为800K）以加热管外的水。烟管

内径  $d=20\text{mm}$ ，烟气的质量流量为  $0.01\text{kg/s}$ ，烟管的壁温为  $340\text{K}$ ，烟气压力为  $1.013 \times 10^5 \text{Pa}$ 。辐射换热忽略。

求：烟气与水之间单位长度上的换热量。有人提出，为了强化换热，在烟管中插入一根对角线长为  $20\text{mm}$  的正方形柱体，试定量确认这一方法是否可行。

解：（1）800K 时烟气  $\lambda = 0.0915 \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,  $\nu = 131.8 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ ,  $\text{Pr} = 0.60$ ,

$$\mu = 43.4 \times 10^{-6}, \text{Re} = \frac{4m}{\pi d \mu} = \frac{4 \times 0.01}{3.14 \times 0.02 \times 43.4} \times 10^6 = 14676$$

$$Nu = 0.023 \times \text{Re}^{0.8} \times \text{Pr}^{0.3} = 0.023 \times 14676^{0.8} \times 0.60^{0.3} = 0.023 \times 2154.2 \times 0.858 = 42.5$$

$$h = \frac{Nu \lambda}{d} = \frac{42.5 \times 0.0915}{0.02} = 194.5 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\Phi = \pi d l (t_w - t_f) h = 3.14 \times 0.02 \times (800 - 340) \times 194.5 = 5619 \text{W}/\text{m}$$

（2）加入插入物后，

$$D_h = \frac{4 \times (\pi d^2 / 4 - w^2)}{4w + \pi d} = \frac{\pi d^2 - 4w^2}{4w + \pi d} = \frac{3.14 \times 0.02^2 - 4 \times 0.0141^2}{4 \times 0.0141 + 3.14 \times 0.02} = \frac{1.256 \times 10^{-3} - 7.952 \times 10^{-4}}{0.0564 + 0.0628}$$

$$= \frac{4.608}{0.1192} \times 10^{-4} = 3.866 \times 10^{-3} \text{m} = 0.00387 \text{m}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho u D_h}{\mu} = \frac{\rho u A_c D_h}{\mu A_c} = \frac{m D_h}{\mu A_c} = \frac{0.01 \times 0.00387}{43.4 \times 4.608 \times 10^{-4} / 4} \times 10^6 = 7740$$

仍以 Dittus-Boelter 公式来计算：

$$Nu = 0.023 \times 7740^{0.8} \times 0.60^{0.3} = 0.023 \times 1291 \times 0.858 = 25.47$$

$$h = \frac{25.47 \times 0.0915}{0.00387} = 602.2 \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\Phi = A h \Delta t = 3.14 \times 0.02 \times 1 \times 602.2 \times (800 - 340) = 0.0628 \times 602.2 \times 460 = 17396 \text{W}$$
 所以传热大为强

化，但阻力亦增加，注意插入物的作用在于增加了流速，但经不起肋片作用，因为管外侧才是换热面积。

6-67、已知：如图示一种冷却电子线路板的方法，冷空气流过冷板平行通道，线路板的功率为  $100\text{W}$ ，平行通道的截面尺寸为  $6\text{mm} \times 25\text{mm}$ ，常压下的空气以  $0.010 \text{m}^3/\text{s}$  的流量流经平行通道，入口气温为  $25^\circ\text{C}$ ，两块冷板的通道总数为 24。

求：估算线路板的平均运行温度。

解：以  $25^\circ\text{C}$  空气计算之， $\rho = 1.185 \text{kg}/\text{m}^3$ ,  $c_p = 1005$ ,  $\mu_f = 18.4 \times 10^{-6}$ ,  $\text{Pr} = 0.702$

取  $t_w = 40^\circ\text{C}$ ,  $\text{Pr}_w = 0.699$ ,  $\mu_f = 19.1 \times 10^{-6}$ ,  $\lambda = 0.0263 \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

$$\dot{m} = 0.01 \times 1.185 = 0.01185 \text{ kg/s}, \dot{m} c_p \Delta t_m = 100,$$

$$\Delta t_m = \frac{100}{\dot{m} c_p} = \frac{100}{0.01185 \times 1005} = \frac{100}{11.91} = 8.4 \text{ } ^\circ\text{C}, d_h = \frac{4 \times 25 \times 6}{2 \times (25 + 6)} = \frac{600}{62} = 9.68 \text{ mm}$$

$$\frac{L}{d_h} = \frac{150}{9.68} = 15.5, \text{Re} = \frac{\rho u d_h}{\mu} = \frac{\rho u A_c d_h}{\mu A_c} = \frac{\dot{m} d_h}{\mu A} = \frac{0.01185 / 24 \times 0.00968}{18.4 \times 10^{-6} \times 6 \times 25 \times 10^{-6}} = 1731$$

$$Nu = 1.86 \times \left( \frac{1731 \times 0.702}{15.5} \right)^{1/3} \times \left( \frac{18.4}{19.1} \right)^{0.14} = 1.86 \times 4.274 \times 1.002 = 7.968,$$

$$h = \frac{7.968 \times 0.0263}{0.00968} = 21.65 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)},$$

$$\Phi_{ht} = 21.65 \times 24 \times 0.15 \times (25 + 6) \times 2 \times 10^{-5} \times \Delta t_m = 100 \text{ W}$$

其中  $\Delta t_m$  为水与通道壁面的平均温差。

$$\Delta t_m = \frac{100}{21.65 \times 0.2232} = 20.72 \text{ } ^\circ\text{C}, \Delta t_\infty = \frac{8.4}{\ln[(t_\infty - 25)/(t_\infty - 33.4)]} = 20.72 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\ln[(t_\infty - 25)/(t_\infty - 33.4)] = 8.4 / 20.72, \text{ 解得: } t_\infty = 50.2 \text{ } ^\circ\text{C}。$$

实际空气  $t_\infty = 25 + 8.4 / 2 = 28.2 \text{ } ^\circ\text{C}$ ，与  $25^\circ\text{C}$  相差甚小，物性影响不大，故不重算。

6-68、已知：一冰块厚 20mm，高、宽各为 300mm，温度为  $0^\circ\text{C}$ ，竖直地置于  $25^\circ\text{C}$  大房间的静止空气中，冰的融化热为  $333.3 \text{ kJ/kg}$ ，发射率为 0.95。

求：两小时内冰块融化的水的质量。

$$\text{解：设两小时内冰块形状不予考虑，} t_m = \frac{0 + 25}{2} = 12.5 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\lambda = 0.0253 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}, \nu = 14.41 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.704,$$

$$Gr = \frac{g \alpha \Delta t l^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times 1 / 285.2 \times (25 - 0) \times 0.3^3}{14.41^2} \times 10^{12} = 1.116 \times 10^8,$$

$$Nu = 0.59 \times (1.116 \times 10^8 \times 0.704)^{1/4} = 0.59 \times 94.14 = 55.54,$$

$$h = \frac{Nu \lambda}{L} = \frac{55.54 \times 0.0253}{0.3} = 4.684 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)},$$

$$\Phi = Ah \Delta t = 4.684 \times 25 \times 0.3 \times 0.3 \times 2 = 4.684 \times 25 \times 0.18 = 21.1 \text{ W}$$

$$Q = 2 \times 3600 \times 21.1 = 151761.6 \text{ J}。$$

$$\text{冰的溶解热为 } 333.3 \text{ kJ/kg, 故熔化掉的水为: } \frac{151.76 \text{ kJ}}{333.3 \text{ kJ}} = 0.455 \text{ kg}。$$

$$\Phi_m = 0.96 \times 0.18 \times 5.67 \times (2.98^4 - 2.73^4) = 0.96 \times 0.18 \times 5.67 \times 23.31 = 22.84 \text{ W}$$

$$\Phi_r = 22.84 \times 2 \times 3600 = 164468 J, \frac{164.5 kJ}{333.3 kJ} = 0.493 kg$$

总的熔化量为  $0.455 + 0.493 = 0.948 kg$ 。

6-69、已知：如图， $t_w = 75^\circ C$ ， $t_\infty = 25^\circ C$ ，两板间的距离不影响热边界层的发展。有三种情况：（1）只有自然对流；（2）空气以  $0.6 m/s$  的速度竖直向下流动（在风机作用下）；（3）空气以  $0.2 m/s$  的速度竖直向上流动。

求：一块板单位面积上的散热量。

$$\text{解：（1） } t_m = \frac{25 + 75}{2} = 50^\circ C,$$

$$\lambda = 0.0283 W/(m \cdot K), \nu = 17.95 \times 10^{-6} m^2/s, Pr = 0.698$$

$$Gr = \frac{g \alpha \Delta t H^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times 1/323 \times (75 - 25) \times 0.3^3}{17.95^2} \times 10^{12} = 1.27 \times 10^8,$$

$$Nu = 0.59 \times (1.271 \times 10^8 \times 0.698)^{1/4} = 0.59 \times 97.06 = 57.26,$$

$$h = \frac{Nu \lambda}{H} = \frac{57.26 \times 0.0283}{0.3} = 5.40 W/(m^2 \cdot K), q = h \Delta t = 5.40 \times 50 = 270 W/m^2 \quad (2)$$

$$Re_c = \frac{u_\infty H}{\nu} = \frac{0.6 \times 0.3}{17.95 \times 10^{-6}} = 10027 < 5 \times 10^5,$$

$$Nu = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3} = 0.664 \times 10027^{1/2} \times 0.698^{1/3} = 0.664 \times 100.1 \times 0.887 = 58.97$$

$$h = \frac{Nu \lambda}{H} = \frac{58.97 \times 0.0283}{0.3} = 5.56 W/(m^2 \cdot K),$$

$$Nu_m^3 = Nu_f^3 - Nu_n^3 = 58.97^3 - 57.26^3 = 205065.9 - 187738.8 = 17327.1, Nu_m = 25.79$$

$$h = \frac{Nu_m \lambda}{H} = \frac{25.79 \times 0.0283}{0.3} = 2.43 W/(m^2 \cdot K),$$

$$q = h \Delta t = 2.43 \times 50 = 121.7 W/m^2。$$

$$(3) \quad Re_c = \frac{u_\infty H}{\nu} = \frac{0.2 \times 0.3}{17.95 \times 10^{-6}} = 3342.3,$$

$$Nu_c = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3} = 0.664 \times 3342.3^{1/2} \times 0.698^{1/3} = 33.82,$$

$$Nu_m^3 = Nu_f^3 + Nu_n^3 = 33.82^3 + 57.26^3 = 226420.6, Nu_m = 60.7,$$

$$h = \frac{Nu_m \lambda}{H} = \frac{60.7 \times 0.0283}{0.3} = 5.73 W/(m^2 \cdot K),$$

$$q = h \Delta t = 5.73 \times 50 = 286.3 W/m^2。$$

6-70、已知：对燃气轮机叶片冷却的模拟实验表明，当温度  $t_1 = 35^\circ C$  的气流以  $u_1 = 60 m/s$  的速度吹

过特征长度  $l_1 = 0.15\text{m}$ 、壁温  $t_{w1} = 300^\circ\text{C}$  的叶片时，换热量为  $1500\text{W}$ 。现在有第二种工况： $t_2 = 35^\circ\text{C}$ 、 $u_2 = 40\text{m/s}$ 、 $l_2 = 0.225\text{m}$ 、 $t_{w2} = 340^\circ\text{C}$ 。两种情况下叶片均可作为二维问题处理，计算可对单位长度叶片进行。

求：第二种工况下叶片与气流间所交换的热量。

$$\text{解：} \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{A_2}{A_1} \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}, \text{Re}_1 = \frac{60 \times 0.15}{\nu_1}, \text{Re}_2 = \frac{40 \times 0.225}{\nu_2}, \nu_1 = \nu_2,$$

$$\therefore \text{Re}_1 = \text{Re}_2, \text{即 } Nu_1 = Nu_2, \frac{h_2}{h_1} = \frac{l_1}{l_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0.15}{0.225} = 0.6667。$$

对二维问题换热面积正比于线形尺度（即以单位长度叶片作比较），因而有：

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = 0.6667 \times \frac{0.225}{0.15} \times \frac{340 - 35}{300 - 35} = 1.151, \Phi_2 = 1.151 \times 1500 = 1726\text{W}。$$

### 小论文题目

6-71. 设有如附图所示的一个二维竖直平行板通道，两个表面的温度均匀，记为  $t_w$ ，且高于环境温度  $t_\infty$ 。假设通道长而窄，由于浮升力引起的两个壁面上的速度场已经在通道中心处汇合，而且流动已经处于充分发展。试证明通道内气体水温流量与通道高度无关，并由下式决定：

$$q_m = \frac{\rho g \alpha_\nu (t_w - t_\infty) \delta^3}{12\nu}$$

其中  $\delta$  为通道的宽度。

6-72. 试从自然对流的能量方程出发，导出 Ra 数。结合试验结果（参见文献 [31-34, 36]）分析为什么自然对流从层流到湍流转变的判据应该试 Gr 数，而不应采用 Ra 数？

## 第七章

### 思考题

1. 什么叫膜状凝结，什么叫珠状凝结？膜状凝结时热量传递过程的主要阻力在什么地方？

答：凝结液体在壁面上铺展成膜的凝结叫膜状凝结，膜状凝结的主要热阻在液膜层，凝结液体在壁面上形成液珠的凝结叫珠状凝结。

2. 在努塞尔关于膜状凝结理论分析的 8 条假定中，最主要的简化假定是哪两条？

答：第 3 条，忽略液膜惯性力，使动量方程得以简化；第 5 条，膜内温度是线性的，即膜内只有导热而无对流，简化了能量方程。

3. 有人说，在其他条件相同的情况下，水平管外的凝结换热一定比竖直管强烈，这一说法一定成立？

答：这一说法不一定成立，要看管的长径比。

4. 为什么水平管外凝结换热只介绍层流的准则式？常压下的水蒸气在  $\Delta t = t_s - t_w = 10^\circ\text{C}$  的水平管外凝结，如果要使液膜中出现湍流，试近似地估计一下水平管的直径要多大？

答：因为换热管径通常较小，水平管外凝结换热一般在层流范围。

$$R_e = \frac{4\pi d h (t_s - t_w)}{\eta r}$$

对于水平横圆管：

$$h = 0.729 \left( \frac{gr\rho^2\lambda^3}{\eta d(t_s - t_w)} \right)^{1/4}$$

临界雷诺数

$$Re_c = \frac{9.161 d^{3/4} (t_s - t_w)^{3/4} (g\rho^2\lambda^3)^{1/4}}{\eta^{5/4} r^{3/4}} = 1600$$

由  $t_s = 100^\circ\text{C}$ , 查表:  $r = 2257 \text{ kJ/kg}$

由  $t_p = 95^\circ\text{C}$ , 查表:  $\rho = 961.85 \text{ kg/m}^3$      $\lambda = 0.6815 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$

$$\eta = 298.7 \times 10^{-6} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$$

$$d = 976.3 \frac{\eta^{5/3} r}{(t_s - t_w)(g\rho^2\lambda^3)^{1/3}} = 2.07 \text{ m}$$

即水平管管径达到 2.07m 时, 流动状态才过渡到湍流。

5. 试说明大容器沸腾的  $q \sim \Delta t$  曲线中各部分的换热机理。

6. 对于热流密度可控及壁面温度可控的两种换热情形, 分别说明控制热流密度小于临界热流密度及温差小于临界温差的含义, 并针对上述两种情形分别举出一个工程应用实例。

答: 对于热流密度可控的设备, 如电加热器, 控制热流密度小于临界热流密度, 是为了防止设备被烧毁, 对于壁温可控的设备, 如冷凝蒸发器, 控制温差小于临界温差, 是为了防止设备换热量下降。

7. 试对比水平管外膜状凝结及水平管外膜态沸腾换热过程的异同。

答: 稳定膜态沸腾与膜状凝结在物理上同属相变换热, 前者热量必须穿过热阻较大的汽膜, 后者热量必须穿过热阻较大的液膜, 前者热量由里向外, 后者热量由外向里。

8. 从换热表面的结构而言, 强化凝结换热的基本思想是什么? 强化沸腾换热的基本思想是什么?

答: 从换热表面的结构而言, 强化凝结换热的基本思想是尽量减薄粘滞在换热表面上液膜的厚度, 强化沸腾换热的基本思想是尽量增加换热表面的汽化核心数。

9. 在你学习过的对流换热中, 表面传热系数计算式中显含换热温差的有哪几种换热方式? 其他换热方式中不显含温差是否意味着与温差没有任何关系?

答: 表面传热系数计算式中显含换热温差的有凝结换热和沸腾换热。不显含温差并不意味着与温差无关, 温差的影响隐含在公式适用范围和物件计算中。

10. 在图 7-14 所示的沸腾曲线中, 为什么稳定膜态沸腾部分的曲线会随  $\Delta t$  的增加而迅速上升?

答: 因为随着壁面过热度的增加, 辐射换热的作用越加明显。

## 习题

### 基本概念与分析

7-1、试将努塞尔于蒸气在竖壁上作层流膜状凝结的理论解式(6—3)表示成特征数间的函数形式, 引入伽里

略数  $Gu = \frac{gl^3}{\nu^2}$  及雅各布数  $Ja = \frac{r}{c_p(t_s - t_w)}$ 。

解: 
$$h = 0.725 \left[ \frac{gr\rho^2\lambda^3}{\eta d(t_s - t_w)} \right]^{1/4}, \quad Nu = 0.725 \left[ \frac{gl^3}{\nu^2} \cdot \frac{r}{c_p(t_s - t_w)} \cdot \frac{\eta c_p}{\lambda} \right]^{1/4} = 0.725 [G_a J_a P_r]^{1/4}。$$

7-2、对于压力为 0.1013MPa 的水蒸气, 试估算在  $\Delta t = t_w - t_s = 10^\circ\text{C}$  的情况下雅各布数之值, 并说明此特征数的意义以及可能要用到这一特征数的那些热传递现象。

解: 
$$Ja = \frac{r}{c_p(t_s - t_w)}, \quad r = 2257.1 \times 10^3 \text{ J/Kg}, \quad c_p = 4220 \text{ J/(Kg}\cdot\text{K)},$$



$$J_a = \frac{2257.1 \times 10^3}{4220 \times 10} = 53.5, \quad J_a = \frac{r}{c_p(t_s - t_w)} \text{ 代表了 汽化潜热与液膜显热降之比; 进一步一般化可写为}$$

$$J_a = \frac{r}{c_p \Delta t}, \text{ 代表了相变潜热与相应的显热之比, 在相变换热 (凝结、沸腾、熔化、凝固等都可以用得上) 。}$$

7-3、 $t_s = 40^\circ\text{C}$  的水蒸气及  $t_s = 40^\circ\text{C}$  的 R134a 蒸气。在等温竖壁上膜状凝结，试计算离开  $x=0$  处为 0.1m、0.5m 处液膜厚度。设  $\Delta t = t_w - t_s = 5^\circ\text{C}$ 。

解：
$$\delta(x) = \left[ \frac{4u_l \lambda_l \Delta t x}{g \rho_l^2 r} \right]^{1/4}, \text{ 近视地用 } t_s \text{ 计算物性, 则:}$$

对水： $\lambda_l = 0.635, u_l = 653.3 \times 10^{-6}, \rho_l = 992.2, r = 2407 \times 10^3 \text{ J/kg};$

对 R134a： $\lambda_l = 0.0750, u_l = 4.286 \times 10^{-6} \times 1146.2 = 4912.6 \times 10^{-6}, \rho_l = 1146.2, r = 163.23 \times 10^3 \text{ J/kg};$

对水：
$$\delta(x) = \left[ \frac{4u_l \lambda_l \Delta t x}{g \rho_l^2 r} \right]^{1/4} = \left[ \frac{4 \times 653.3 \times 10^{-6} \times 0.635 \times 5}{9.8 \times 992.2^2 \times 2407 \times 10^3} \right]^{1/4} x^{1/4}$$

$$= (3.573 \times 10^{-16})^{1/4} x^{1/4} = 1.375 \times 10^{-4} x^{1/4},$$

$$x=0.1, \delta(x) = 1.357 \times 10^{-4} \times 0.562 = 7.728 \times 10^{-5} \text{ m} = 7.728 \times 10^{-2} \text{ mm}.$$

$$x=0.5, \delta(x) = 1.357 \times 10^{-4} \times 0.5^{1/4} = 1.375 \times 10^{-4} \times 0.841 \text{ m} = 1.156 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

对 R134a：
$$\delta(x) = \left[ \frac{4u_l \lambda_l \Delta t x}{g \rho_l^2 r} \right]^{1/4} = \left[ \frac{4 \times 4912.6 \times 10^{-6} \times 0.0750 \times 5}{9.8 \times 1146.2^2 \times 163.23 \times 10^3} \right]^{1/4} x^{1/4}$$

$$= (3.506 \times 10^{-16})^{1/4} x^{1/4} = 2.433 \times 10^{-4} x^{1/4},$$

$$x=0.1, \delta(x) = 2.433 \times 10^{-4} \times 0.1^{1/4} = 1.368 \times 10^{-4} \text{ m} = 1.368 \times 10^{-1} \text{ mm};$$

$$x=0.5, \delta(x) = 2.433 \times 10^{-4} \times 0.5^{1/4} = 2.433 \times 10^{-4} \times 0.841 \text{ m} = 2.046 \times 10^{-1} \text{ mm}.$$

7-4、当把一杯水倒在一块赤热的铁板上时。板面立即会产生许多跳动的小水滴，而且可以维持相当一段时间而不被汽化掉。试从传热学的观点来解释这一现象[常称为莱登弗罗斯特(Leidenfrost)现象]，并从沸腾换热曲线上找出开始形成这一状态的点。

解：此时在炽热的表面上形成了稳定的膜态沸腾，小水滴在气膜上蒸发，被上升的蒸汽带动，形成跳动，在沸腾曲线上相应于  $q_{\min}$  (见图 6-11) 的点即为开始形成现象的点。

## 凝结换热

7-5、饱和水蒸气在高度  $l = 1.5\text{m}$  的竖管外表面上作层流膜状凝结。水蒸气压力为  $p = 2.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ ，管子表面温度为  $123^\circ\text{C}$ 。试利用努塞尔分析解计算离开管顶为 0.1m、0.2m、0.4m、0.6m 及 1.0 m 处的液膜厚度和局部表面传热系数。

解：水蒸气  $p = 2.5 \times 10^5 \text{ Pa}$  对应的饱和参数： $t_s = 127.2^\circ\text{C} \quad r = 2181.8 \text{ kJ/kg}$

定性温度： $t_m = (t_s + t_w)/2 = (127.2 + 123)/2 = 125^\circ\text{C}$

查表得  $\lambda = 68.6 \times 10^{-2} \text{ W/(mK)} \quad \eta = 227.6 \times 10^{-6} \text{ kg/(ms)}$

$$\rho = 939 \text{ kg/m}^3$$

$$\delta = \left[ \frac{4\eta\lambda(t_s - t_w)x}{g\rho^2 r} \right]^{1/4}$$

由

$$= \left[ \frac{4 \times 227.6 \times 10^{-6} \times 68.6 \times 10^{-2} (127.2 - 123)x}{9.8 \times 939^2 \times 2181.8 \times 10^5} \right]^{1/4}$$

$$= (1.3913 \times 10^{-16} x)^{1/4} = (0.00013913 x)^{1/4} \times 10^{-3} m$$

$$h_x = \left[ \frac{g\rho^2 \lambda^3}{4\eta(t_s - t_w)x} \right]^{1/4}$$

$$\left[ \frac{9.8 \times 2181.8 \times 10^3 \times 939^2 \times 68.6^3 \times 10^{-6}}{4 \times 227.6 \times 10^{-6} (127.2 - 123)x} \right]^{1/4}$$

$$= \left[ \frac{1.5917 \times 10^{15}}{x} \right]^{1/4}$$

解得

x	0.1	0.2	0.4	0.6	1.0
$\delta$ (mm)	0.061	0.073	0.086	0.096	0.109
$h_x$	11232	9445	7942	7177	6316

7-6、饱和温度为 50℃ 的纯净水蒸汽在外径为 25.4mm 的竖直管束外凝结，蒸汽与管壁的温差为 11℃，每根管于长 1.5m，共 50 根管子。试计算该冷凝器管束的热负荷。

解：  $t_m = \frac{50 + (50 - 11)}{2} = 44.5^\circ\text{C}$ ,  $\rho_l = 990.3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda_l = 0.641 \text{ W/(m.k)}$ ,

$u_l = 606.5 \times 10^{-6}$ ,  $r = \frac{2382.7 \times 10^3 \text{ J}}{\text{kg}}$ , 设流动为层流,

$$h = 1.13 \left[ \frac{g\rho_l^2 r \lambda_l^3}{u_l L (t_f - t_w)} \right]^{1/4}$$

$$= 1.13 \left[ \frac{9.8 \times 2383 \times 10^6 \times 990.3^2 \times 0.641^3}{606.5 \times 10^{-6} \times 1.5 \times 11} \right]^{1/4} = 4954.8 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{k)}$$

$$Re = \frac{4hL\Delta t}{ru_l} = \frac{4 \times 4954.8 \times 1.5 \times 11}{2.383 \times 10^6 \times 606.5 \times 10^{-6}} = 226.3 < 1600, \text{ 故为层流。}$$

整个冷凝器的热负荷  $Q = 50 \times 4954.8 \times 3.1416 \times 0.0254 \times 1.5 \times 11 = 326.2 \text{ kW}$ 。

7-7、立式氨冷凝器由外径为 50mm 的钢管制成。钢管外表面温度为 25℃，冷凝温度为 30℃。要求每根管子的氨凝结量为 0.009kg/s，试确定每根管子的长度。

解：  $t_m = \frac{25 + 30}{2} = 27.5^\circ\text{C}$ ,  $\rho_l = 600.2 \text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda_l = 0.5105 \text{ W/(m.}^\circ\text{C)}$ ,

$u_l = 2.11 \times 10^{-4} \text{ kg/(m.s)}$ ,  $r = 1145.8 \times 10^3 \text{ J/kg}$ ,

由  $hA\Delta t = G.r$ , 得：  $L = \frac{G.r}{\pi d h \Delta t}$ 。设流动为层流，则有：

$$h = 1.13 \left[ \frac{g\rho_l^2 r \lambda_l^3}{u_l L (t_f - t_w)} \right]^{1/4}$$

$$= 1.13 \left[ \frac{9.8 \times 1145.8 \times 10^3 \times 600.2^2 \times 0.65105^3}{2.11 \times 10^{-4} \times 5L} \right]^{1/4} = 5370.3 L^{1/4}$$

$$\frac{0.009 \times 1145.8 \times 10^3}{L^{1/4}}$$

代入 L 的计算式, 得:  $L = 3.1416 \times 0.05 \times 5 \times 5370.3$

$$\text{所以 } L = \left( \frac{13129.9}{5370.3} \right)^{3/4} = 3.293 \text{ m}, \quad h = 5370.3 \times 3.293^{-1/4} = 3986.6 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{k)},$$

$$R_e = \frac{4 \times 3986.6 \times 3.293 \times 5}{1145.8 \times 10^3 \times 2.11 \times 10^{-4}} = 1086 < 1600, \quad \text{故为层流。}$$

7-8、水蒸汽在水平管外凝结。设管径为 25.4mm, 壁温低于饱和温度 5℃, 试计算在冷凝压力为  $5 \times 10^3 \text{ Pa}$ 、 $5 \times 10^4 \text{ Pa}$ 、 $10^5 \text{ Pa}$  及  $10^6 \text{ Pa}$  下的凝结换热表面传热系数。

解: 按式 (6-4) 计算, 各压力下的物性及换热系数之值如下表示:

$P_d / (10^5 \text{ Pa})$	0.05	0.5	1.0	10.0
$t_d / (^\circ \text{C})$	32.4	81.5	99.8	179.8
$t_m / (^\circ \text{C})$	34.9	84	102.3	182.3
$\rho_l / (^\circ \text{C})$	993.98	969.2	956.7	884.4
$\lambda_l / [\text{W}/(\text{m} \cdot \text{k})]$	0.626	0.6764	0.6835	0.6730
$u_l \times 10^6 / [\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})]$	728.8	379.02	277.1	151.0
$r / (\text{KJ/kg})$	2425	2305	2260	2015
$h / [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{k})]$	11450	13933	15105	16138

7-9、饱和温度为 30℃ 的氨蒸汽在立式冷凝器中凝结。冷凝器中管束高 3.5m, 冷凝温度比壁温高 4.4℃。试问在冷凝器的设计计算中可否采用层流液膜的公式。物性参数可按 30℃ 计算。

解: 按照附录 13, 30℃ 的氨液的物性参数为:

$$\rho_l = 585.4 \text{ kg/m}^3, \quad \lambda_l = 0.4583 \text{ W/(m} \cdot ^\circ \text{C}), \quad \nu_f = 2.143 \times 10^{-7}$$

$$1.13 \left[ \frac{9.8 \times 1143850 \times 595.4^2 \times 0.4583^3}{2.143 \times 10^{-7} \times 3.0 \times 4.4} \right]^{1/4} = 4322 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{k)}$$

先按层流计算, 则:  $h =$

$$R_e = \frac{4 \times 4322 \times 3 \times 4.4}{1143850 \times 0.2143 \times 10^{-6} \times 595.4} = 1587 < 1600$$

。确实属于层流范围。

7-10、一工厂中采用 0.1MPa 的饱和水蒸汽在一金属竖直薄壁上凝结, 对置于壁面另一侧的物体进行加热处理。已知竖壁与蒸汽接触的表面的平均壁温为 70℃, 壁高 1.2m. 宽 30cm. 在此条件下, 一被加热物体的平均温度可以在半小时内升高 30℃, 热确定这一物体的平均效容量。不考虑散热损失。

$$\text{解: 近似地取 } t_s = 100^\circ \text{C}, \quad t_m = \frac{t_s + t_w}{2} = 85^\circ \text{C}.$$

$$\rho_l = 968.6 \text{ kg/m}^3, \quad \lambda_l = 0.677 \text{ W/(m} \cdot \text{K}), \quad u_l = 335 \times 10^{-6} \text{ kg/(ms)}, \quad r = 2257.1 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$\text{设为层流 } h = 1.13 \left[ \frac{g \rho_l^2 r \lambda_l^3}{u_l L (t_f - t_w)} \right]^{1/4}$$

$$= 1.13 \left[ \frac{9.8 \times 2.257 \times 10^6 \times 568.55^2 \times 0.377^3}{335 \times 10^{-6} \times 1.2 \times 30} \right]^{1/4} = 45431.7 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{k)}$$

$$R_e = \frac{4hL\Delta t}{r u_l} = \frac{4 \times 45431.7 \times 1.2 \times 30}{2.257 \times 10^6 \times 335 \times 10^{-6}} = 1034.5 < 1600$$

，与假设一致。

$$Q = Ah(t_s - t_w) = 5431.7 \times 1.2 \times 30 = 58.66 \text{ kW}$$

$$\text{平均热容量 } \rho c v = \frac{Q \Delta \tau}{\Delta t} = \frac{58.66 \times 10^3 \times 1800}{30} = 3.52 \times 10^6 \text{ J/K}$$

7-11、一块与竖直方向成  $30^\circ$  角的正方形平壁，边长为  $40\text{cm}$ 、 $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  的饱和水蒸汽在此板上凝结，平均壁温为  $96^\circ\text{C}$ 。试计算每小时的凝结水量。如果该平板与水平方向成  $30^\circ$  角，问凝结量将是现在的百分之几？

$$\text{解: } t_m = \frac{100 + 96}{2} = 98^\circ\text{C}, \quad \rho_l = 958.5 \text{ kg/m}^3, \quad \lambda_l = 0.6829 \text{ W/(m.K)},$$

$$u_l = 283.2 \times 10^{-6} \text{ kg/(m.s)}, \quad r = 2257 \times 10^3 \text{ J/kg}, \quad \text{设为膜状凝结,}$$

$$h = 1.13 \left[ \frac{g r \rho_l^2 r \lambda_l^3}{u_l L (t_f - t_w)} \right]^{1/4}$$

$$= 1.13 \left[ \frac{9.8 \times \sin 60^\circ \times 2.257 \times 10^6 \times 958.5^2 \times 0.683^3}{283.1 \times 10^{-6} \times 0.4 \times (100 - 96)} \right]^{1/4} = 11919 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$R_e = \frac{4hL\Delta t}{r u_l} = \frac{4 \times 11919 \times 0.4 \times 4}{2.257 \times 10^6 \times 283.1 \times 10^{-6}} = 119.4 < 1600$$

$$Q = Ah(t_s - t_w) = 11919 \times 0.4^2 \times 4 = 7628.2 \text{ W}$$

$$G = \frac{Q}{r} = \frac{7628.2}{2.257 \times 10^6} = 3.38 \times 10^{-3} \text{ kg/s} = 12.2 \text{ kg/h}$$

如果其它条件不变，但改为与水平方向成  $30^\circ$  角，则  $h$  为原来的  $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{1/4} = 0.872 = 87.2\%$ ，因而凝结量亦将是现在的  $87.2\%$ 。

7-12、压力为  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  的饱和水蒸汽，用水平放置的壁温为  $90^\circ\text{C}$  的铜管来凝结。有下列两种选择：用一根直径为  $10\text{cm}$  的铜管或用 10 根直径为  $1\text{cm}$  的铜管。试问：

- (1) 这两种选择所产生的凝结水量是否相同？最多可以相差多少？
- (2) 要使凝结水量的差别最大，小管径系统应如何布置（不考虑容积的因素）。
- (3) 上述结论与蒸汽压力、铜管壁温是否有关（保证两种布置的其他条件相同）？

解：水平管的凝结换热公式

$$h_H = 0.729 \left[ \frac{g r \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l d (t_s - t_w)} \right]^{1/4}$$

两种方案的换热表面积相同，温差相等，由牛顿冷却公式

$$\Phi = h_H A \Delta t, \quad \text{故凝液量 } q_m = \frac{\Phi}{r} = \frac{h_H A \Delta t}{r}$$

因此，两种方案的凝液量之比

$$\frac{q_{m1}}{q_{m2}} = \frac{h_{H1}}{h_{H2}} = \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{1/4} = \left( \frac{1}{10} \right)^{1/4} = 0.562$$

故小管径系统的凝液量是大管径系统的  $1.778$  倍。只要保证蒸汽压力和管壁温度在两种情况下相同，上述结论与蒸汽压力和铜管壁温无关。

7-13、一卧式水蒸汽冷凝器管子的直径为  $20\text{mm}$ ，第一根管子的壁温  $t_w = 15^\circ\text{C}$ ，冷凝压力为  $4.5 \times 10^3 \text{ Pa}$ 。试计算第一排管子每米长的凝结液量。

$$\text{解: 相应于 } 4.5 \times 10^3 \text{ Pa 的饱和温度为 } 30.94^\circ\text{C}, \quad t_m = \frac{30.94 + 15}{2} = 22.97 \approx 23^\circ\text{C}.$$

$$\rho_l = 997.5 \text{ kg/m}^3, \quad \lambda_l = 0.605 \text{ W/(m.K)}, \quad u_l = 943.3 \times 10^{-6} \text{ kg/(ms)}, \quad r = 2438.5 \times 10^3 \text{ J/kg},$$

$$\Delta t = 30.94 - 15 = 15.94 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$h = 0.725 \left[ \frac{9.8 \times 2438.5 \times 10^3 \times 997.5^2 \times 0.605^3}{943.3 \times 10^{-6} \times 0.02 \times 15.94} \right]^{1/4} = 8340 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$$

每米长管子上的凝结水量:

$$G = \frac{\pi d h \Delta t}{r} = \frac{3.1416 \times 0.02 \times 8340 \times 15.94}{2438.5 \times 10^3} = 3.425 \times 10^{-3} \text{ kg/s} = 12.33 \text{ kg/h}.$$

7-14、饱和温度为  $30^\circ\text{C}$  的水蒸汽在恒定温度的竖壁上凝结，试估算使液膜进入湍流的  $L\Delta t$  之值。物性按饱和温度查取。

解:  $\rho_l = 995.7 \text{ kg/m}^3, \quad \lambda_l = 0.618 \text{ W/(m.K)}, \quad u_l = 801.5 \times 10^{-6} \text{ kg/(ms)}, \quad r = 2430.9 \times 10^3 \text{ J/kg}$ , 于是有:

$$h = 1.13 \left[ \frac{9.8 \times 2430.9 \times 10^3 \times 995.7^2 \times 0.618^3}{801.5 \times 10^{-6} L\Delta t} \right]^{1/4} = 10319.4 (L\Delta t)^{-1/4},$$

$$L\Delta t \text{ 之值应满足: } \frac{4hL\Delta t}{801.5 \times 10^{-6} \times 2430.9 \times 10^3} \geq 1600, \quad \text{即 } h \geq \frac{779346.5}{L\Delta t},$$

$$\frac{779346.5}{L\Delta t} = \frac{10319.4}{(L\Delta t)^{1/4}}, \quad (L\Delta t)^{1/4} = 75.52, \quad L\Delta t = 319.2 \text{ m} \cdot ^\circ\text{C}.$$

7-15、设习题 7-14 中饱和水蒸汽的饱和压力为  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ , 试重做该题。在一般工业与民用水蒸汽凝结的换热系统中, 温差常在  $5 \sim 10^\circ\text{C}$  范围内, 由本题及习题 6—14 的计算你可以得出什么看法?

解:  $100^\circ\text{C}$  下饱和水的物性为:  $\rho_l = 958.4 \text{ kg/m}^3, \quad \lambda_l = 0.683 \text{ W/(m.K)}, \quad u_l = 282.5 \times 10^{-6} \text{ kg/(ms)},$   
 $r = 2257.1 \times 10^3 \text{ J/kg},$

$$h = 1.13 \left[ \frac{9.8 \times 2257.1 \times 10^3 \times 958.4^2 \times 0.683^3}{2.825 \times 10^{-4} L\Delta t} \right]^{1/4} = 13903 (L\Delta t)^{-1/4},$$

$$\text{将此式与下式联立, } \frac{4hL\Delta t}{282.5 \times 10^{-6} \times 2257.1 \times 10^3} \geq 1600, \quad \text{得 } \frac{255052}{L\Delta t} = \frac{13903}{(L\Delta t)^{1/4}},$$

$$\text{由此得: } (L\Delta t)^{3/4} = 18.345, \quad L\Delta t = 48.3 \text{ m} \cdot ^\circ\text{C}.$$

一般工业用冷凝器大多在层流范围内。

7-16、为估算位于同一铅垂面内的几根管子的平均凝结换热表面传热系数, 可采用下列偏于保守的公式:

$$h_n = h_1 / \sqrt[n]{n}$$

其中  $h_1$  为由上往下第 1 根管子的凝结换热表面传热系数。这里假定  $n$  根管子的壁温相同。

今有一台由直径为  $20 \text{ mm}$  的管束所组成的卧式冷凝器, 管子成叉排布置。在同一竖排内的平均管排数为 20, 管壁温度为  $15^\circ\text{C}$ , 凝结压力为  $4.5 \times 10^3 \text{ Pa}$ , 试估算纯净水蒸汽凝结时管束的平均表面传热系数。

$$\text{解: } t_m = \frac{30.94 + 15}{2} = 22.97 \approx 23 \text{ }^\circ\text{C}.$$

$$\rho_l = 997.5 \text{ kg/m}^3, \quad \lambda_l = 0.605 \text{ W/(m.K)}, \quad u_l = 943.3 \times 10^{-6} \text{ kg/(ms)}, \quad r = 2438.5 \times 10^3 \text{ J/kg},$$

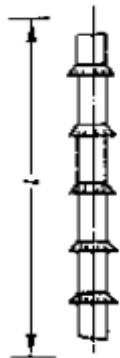
$$\Delta t = 30.94 - 15 = 15.94 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$h = 0.725 \left[ \frac{9.8 \times 2438.5 \times 10^3 \times 997.5^2 \times 0.605^3}{943.3 \times 10^{-6} \times 0.02 \times 15.94} \right]^{1/4} = 8340 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$$

$$\varepsilon_n = 1/n^{1/4} = 1/20^{1/4} = 0.4729, \quad h_n = 8340 \times 0.4729 = 3944 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

7-17 为了强化竖管外的蒸汽凝结换热，有时可采用如附图所示的凝结液泄出罩。设在高  $l$  的竖管外，等间距地布置  $n$  个泄出罩，且加罩前与加罩后管壁温度及其他条件都保持不变。试导出加罩后全管的平均表面传热系数与未加罩时的平均表面传热系数间的关系式。

如果希望把表面传热系数提高 2 倍，应加多少个罩？如果  $l/d=100$ ，为使竖管的平均表面传热系数与水平管一样，需加多少个罩？



解：设加罩前平均表面传热系数为  $h_0$ ，加罩后为  $h_n$ ，则有：

$$h_0 \sim (1/L)^{1/4}, \quad h_n \sim \{1/[L/(n+1)]\}^{1/4},$$

$$\frac{h_n}{h_0} = \frac{\{1/[L/(n+1)]\}^{1/4}}{(1/L)^{1/4}} = (n+1)^{1/4}$$

则

$$\frac{h_n}{h_0} = 2$$

与欲使  $\frac{h_n}{h_0} = 2$ ，应有  $(n+1)^{1/4} = 2, n+1 = 16, n = 16-1 = 15$ ，

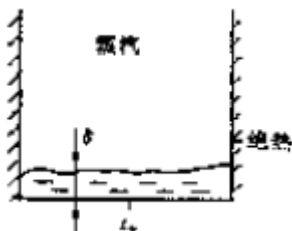
设需把直管等分为几段才能使全管平均换热系数与水平管一样，则有：

$$0.725 \left[ \frac{g \rho_l^2 r \lambda_l^3}{\mu_l d \Delta t} \right]^{1/4} = 1.13 \left[ \frac{g \rho_l^2 r \lambda_l^3}{\mu_l (100d/n) \Delta t} \right]^{1/4}, \quad \text{即：} \quad 0.725 = 1.13 \left( \frac{n}{100} \right)^{1/4},$$

$$n = 100 \left( \frac{0.725}{1.13} \right)^4 = 16.9 \approx 17$$

段，即共需  $17-1=16$  各泄出罩。

7-18、如附图所示，容器底部温度为  $t_w (< t_s)$ ，并保持恒定，容器侧壁绝热。假定蒸汽在凝结过程中压力保持不变，试导出凝结过程中每一时刻底部液膜厚度  $\delta$  的计算式，在你的推导过程中，“容器侧壁绝热”这一条件起了什么作用？



解：据给定得条件，从汽-液分界面上释放出得汽化潜热均通过液膜得导热而传

到底面上的，于是有：

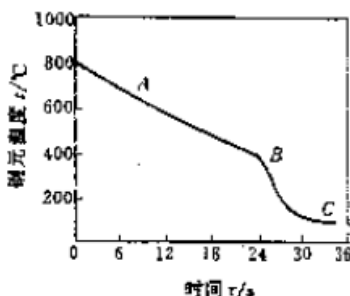
$$\rho_l r \frac{d\delta}{d\tau} = \frac{\lambda_l (t_s - t_w)}{\delta}, \quad \text{其中 } \tau \text{ 为时间，将此式对 } \tau \text{ 作积分，}$$

并利用  $\tau = 0, \delta = 0$  的条件，得

$$\delta = \sqrt{\frac{2\lambda_l (t_s - t_w)}{\rho_l r} \tau}$$

。此式表明液膜厚度与  $\sqrt{\tau}$  成正比。容器侧壁绝热使本题可以按一维无限大平壁导热问题处理。

## 沸腾换热



7-19、直径为 6mm 的合金钢元在  $98^\circ\text{C}$  水中淬火时的冷却曲线如附图所示。钢元初温为  $800^\circ\text{C}$ 。试分析曲线各段所代表的换热过程的性质。

解：AB 段钢元的温度随时间的变化比较平缓，代表了膜态沸腾区的换热特性，BC 段的上半部钢元温度随时间而急剧下降，呈现出核态沸腾的特点，而到 BC 段的下部，温度曲线再次变得平缓，反应出对流换热逐渐进入以自然对流为主得区域。

7-20、平均压力为  $1.98 \times 10^5 \text{ Pa}$  的水，在内径为 15mm 的铜管内作充分发展的单相强制对流换热。水的平均温度为  $100^\circ\text{C}$ ，壁温比水温高  $5^\circ\text{C}$ 。试问：当流速多大时，对流换热的热流密度与同压力、同温差下的饱和水在铜表面下作大容器核态沸腾时的热流密度相等？

解：  $p_s = 1.98 \times 10^5 \text{ Pa}$  时，  $t_s = 120^\circ\text{C}$ ，对应水的物性

$$\nu = 0.252 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad P_r = 1.47, \quad \lambda = 0.686 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$$

根据公式

$$h = C_1 \Delta t^{2.33} p^{0.5} = 0.1224 \times 5^{2.33} \times (1.98 \times 10^5)^{0.5}$$

$$= 2315.87 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

由题意,要使二者热流密度相等,在温差相同情况下,必须表面传热系数  $h$  相等。对管内湍流强制对流

$$h' = 0.023 R_e^{0.8} P_r^{0.4} \frac{\lambda}{d} \quad \text{而 } h = h'$$

$$\text{所以 } R_e^{0.8} = \frac{hd}{0.023 P_r^{0.4} \lambda} = \frac{2315.87 \times 0.015}{0.023 \times 1.47^{0.4} \times 0.686} = 1887.24$$

$$R_e = 12439$$

$$\text{而 } R_e = \frac{ud}{\nu} \quad \text{所以 } u = \frac{R_e \nu}{d} = \frac{12439 \times 0.252 \times 10^{-6}}{0.015} = 0.21 \text{ m/s}$$

7-21、当液体在一定压力下作大容器饱和和核态沸腾时,欲使表面传热系数增加 10 倍。温差( $t_w - t_s$ )应增加几倍?如果同一液体在圆管内作单相湍流换热(充分发展区),为使表面传热系数提高 10 倍,流速应增加多少倍?为维持流体流动所消耗的功将增加多少倍?设物性为常数。

解: (1)大容器饱和和沸腾

$$h \sim \Delta t^{2.33} \quad \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \left( \frac{h'}{h} \right)^{\frac{1}{2.33}} = 10^{\frac{1}{2.33}} = 2.69$$

(2)管内湍流

$$h \sim V^{0.8} \quad \frac{V'}{V} = \left( \frac{h'}{h} \right)^{\frac{1}{0.8}} = 10^{1.25} = 17.78$$

$$\Delta p \sim V^2 \quad N \sim \Delta p \cdot A \cdot V \sim V^3$$

$$\frac{N'}{N} = \left( \frac{V'}{V} \right)^3 = 17.78^3 = 5620.8$$

答: 大容器饱和沸腾表面传热系数增加 10 倍。壁面过热度是原值的 2.69 倍。圆管内湍流强制对流传热表面传热系数增加 10 倍,流速是原值的 17.78 倍,这时流体的驱动功率是原值的 5620.8 倍。

7-22 直径为 5cm 的电加热铜棒被用来产生压力为  $3.61 \times 10^5 \text{ Pa}$  的饱和水蒸汽,铜棒表面温度高于饱和温度  $5^\circ \text{C}$ ,问需要多长的铜棒才能维持  $90 \text{ kg/h}$  的产汽率?

解: 再  $3.61 \times 10^5 \text{ Pa}$  的压力下,水的物性参数为:

$$c_{pl} = 4287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} \quad , \quad r = 2144.1 \times 10^3 \text{ J/kg} \quad , \quad \rho_l = 926.1 \text{ kg/m}^3 \quad , \quad \rho_v = 1.967 \text{ kg/m}^3 \quad ,$$

$$\gamma = 507.2 \times 10^{-4} \text{ N/m} \quad , \quad \eta_l = 201.1 \times 10^{-6} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)} \quad , \quad c_{wv} = 0.013 \quad , \quad \text{Pr}_f = 1.26 \quad , \quad \text{于是有:}$$

$$\frac{4287 \times 5}{2144.1 \times 10^3 \times 1.26} = 0.013 \left[ \frac{q}{201.1 \times 10^{-6} \times 2.144 \times 10^6 \sqrt{9.8 \times (926.1 - 1.967)}} \right]^{0.33} \quad , \quad \text{由此解得: } q =$$

$40770 \text{ W/m}^2$ , 不考虑从过冷水加热到饱和水所需消耗的热量,把  $20 \text{ kg}$  饱和水变成饱和蒸汽所需的热量为  $20$

$$\frac{20 \times 2144.1 \times 10^3 / 3600}{3.1416 \times 0.05 \times 40770} = 8.37 \text{ m}$$

$\times 2144.1 \times 10^3$ , 因而加热棒之长为:  $3.1416 \times 0.05 \times 40770$ 。

7-23、一铜制平底锅底部的受热面直径为  $30 \text{ cm}$ , 要求其在  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  的大气压下沸腾时每小时能产生  $2.3 \text{ kg}$  饱和水蒸气。试确定锅底干净时其与水接触面的温度。

$$\text{解: } t_s = 100^\circ \text{C} \text{ 时水的物性参数为 } \text{Pr}_f = 1.75 \quad , \quad c_{pl} = 4220 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} \quad , \quad r = 2257.1 \times 10^3 \text{ J/kg} \quad ,$$

$$\rho_l = 958.4 \text{ kg/m}^3 \quad , \quad \rho_v = 0.5977 \text{ kg/m}^3 \quad , \quad \gamma = 588.6 \times 10^{-4} \text{ N/m} \quad , \quad \eta_l = 282.5 \times 10^{-6} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)} \quad , \quad ,$$

$$c_{wl} = 0.013 \quad ,$$

$$q = \frac{\Phi}{A} = \frac{2.3 \times 2257.1 \times 10^3 \times 4}{3.1416 \times 0.3^2 \times 3600} = 2040 \text{ W/m}^2 \quad ,$$

$$\Delta t = \frac{c_{wl} r \text{Pr}_f}{c_{pl}} \left[ \frac{q}{\eta_l r \sqrt{g(\rho_l - \rho_v)}} \right]^{0.33} = 5.29 \quad ^\circ \text{C} \quad , \quad t_w = t_f + \Delta t = 100 + 5.29 = 105.3 \quad ^\circ \text{C}。$$

7-24、一台电热锅炉，用功率为 8kw 的电热器来产生压力为  $1.43 \times 10^5 \text{Pa}$  的饱和水蒸汽。电热丝置于两根长为 1.85m、外径为 15mm 的钢管内(经机械抛光后的不锈钢管)，而该两根钢管置于水内。设所加入的电功率均用来产生蒸汽，试计算不锈钢管壁面温度的最高值。钢管壁厚 1.5mm，导热系数为  $10 \text{W} / (\text{m} \cdot \text{K})$ 。

$$q = \frac{8000}{2 \times 3.1416 \times 1.85 \times 0.015} = 45882 \text{W} / \text{m}^2$$

解：由已知条件可得，热流密度  
在  $1.43 \times 10^5 \text{Pa}$  压力下：

$$\rho_l = 951 \text{kg} / \text{m}^3, \quad \rho_v = 0.8265 \text{kg} / \text{m}^3, \quad c_{pl} = 4233 \text{J} / (\text{kg} \cdot \text{K}), \quad r = 2691.3 \times 10^3 \text{J} / \text{kg},$$

$$\gamma = 569 \times 10^{-4} \text{N} / \text{m}, \quad \eta_l = 259 \times 10^{-6} \text{kg} / (\text{m} \cdot \text{s}), \quad \lambda_l = 0.685 \text{W} / (\text{m} \cdot \text{K}), \quad \text{Pr}_f = 1.60。$$

代入式 (6-17) 有：

$$\Delta t = \frac{2691.3 \times 10^3 \times 1.60}{4233} \times 0.0132 \times \left[ \frac{45882}{259 \times 10^{-6} \times 2691.3 \times 10^3} \sqrt{\frac{569 \times 10^{-4}}{9.8 \times (951 - 0.8265)}} \right]^{0.33} \quad \Delta t = 7.37^\circ \text{C},$$

$$\therefore t_w = 120 + 7.37 = 127.4^\circ \text{C}。$$

不锈钢管内的热量都是通过内壁面导出的，导热温差：

$$\Delta t = \Phi \ln(d_2 / d_1) / (2\pi\lambda l) = 4000 \ln(15/12) / (2 \times 3.1416 \times 10 \times 1.85) = 7.68^\circ \text{C}。$$

最高壁温位于内壁面上，其值为  $127.4 + 7.68 = 135.1^\circ \text{C}$ 。

7-25、直径为 30mm 的钢棒(含碳约 1.5%)在  $100^\circ \text{C}$  的饱和水中淬火。在冷却过程中的某一瞬间，棒表面温度为  $110^\circ \text{C}$ ，试估算此时棒表面的温度梯度。沸腾换热表面传热系数可按式(6-15)估计。

$$\text{解：} h = 44.8 \Delta t^{4.33} p^{0.5} = 44.8 \times (110 - 100)^{4.33} \times 1.013^{0.5} = 9640 \text{W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$\text{这一对流热量系通过工作表面里层的导热而传递到工作表面上，故有：} \quad -\lambda \frac{\partial t}{\partial r} = h \Delta t,$$

$$\frac{\partial t}{\partial r} = -\frac{h \Delta t}{\lambda} = -\frac{9640 \times 10}{36.6} = -2634^\circ \text{C} / \text{m}$$

，负号表示温度沿半径方向减少。

7-26 一直径为 3.5mm、长 100mm 的机械抛光的薄壁不锈钢管，被置于压力为  $1.013 \times 10^5 \text{Pa}$  的水容器中，水温已接近饱和温度。对该不锈钢管两端通电以作为加热表面。试计算当加热功率为 1.9W 及 100 W 时，水与钢管表面间的表面传热系数值。

解：(1)当加热功率为 1.9W 时。

$$q = \frac{\Phi}{\pi d l} = \frac{1.9}{\pi \times 0.0035 \times 0.1} = 1728.8 \text{W} / \text{m}^2$$

这样低的热流密度仍处于自然对流阶段。此时温差一般小于  $4^\circ \text{C}$ 。由于计算自然对流的表面

传热系数需要知道其壁面温度，故本题具有迭代性质。先假定温差  $\Delta t = t_w - t_s = 1.6^\circ \text{C}$

$$\text{定性温度} \quad t_m = \frac{1}{2}(t_w + t_s) = 100.8^\circ \text{C}$$

$$\text{物性参数} \quad \lambda = 0.6832 \text{W} / (\text{m} \cdot \text{K}) \quad \text{Pr} = 1.743$$

$$\nu = 0.293 \times 10^{-6} \text{m}^2 / \text{s} \quad \alpha = 7.54 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$$

$$Gr_r = \frac{g \alpha \Delta t d^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times 7.54 \times 10^{-4} \times 1.6 \times 0.0035^3}{(0.293 \times 10^{-6})^2} = 5904.5$$

$$\text{故} \quad Nu_u = 0.48 (Gr_r \text{Pr})^{\frac{1}{4}} = 0.48 \times (5904.5 \times 1.743)^{\frac{1}{4}} = 4.83$$

$$\text{所以} \quad h = \frac{Nu_u \lambda}{d} = \frac{4.83 \times 0.6832}{0.0035} = 942.8 \text{W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$q = h \Delta t = 942.8 \times 1.6 = 1508.48 \text{W} / \text{m}^2$$

与  $q = 1728.8 \text{W} / \text{m}^2$  相差达 12.7%，故需重新假定  $\Delta t$ 。



考虑到自然对流  $q \propto \Delta t^{\frac{5}{4}}$  即  $\Delta t \propto q^{0.8}$   
 在物性基本不变时，正确的温差按下式计算：

$$\Delta t = 1.6 + \left( \frac{1728.8}{1508.48} \right)^{0.8} = 2.715 \text{ } ^\circ\text{C}$$

而  $h \propto \Delta t^{\frac{1}{4}}$  即

$$h = 942.8 \times \left( \frac{2.715}{1.6} \right)^{\frac{1}{4}} = 1076 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

(2) 当  $\Phi = 100 \text{ W}$  时,  $q = \frac{\Phi}{\pi d l} = \frac{100}{\pi \times 0.0035 \times 0.1} = 90945.7 \text{ W/m}^2$

假定进入核态沸腾区,  $p = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$

根据公式  $h = C_2 q^{0.7} p^{0.15}$

$$= 0.5335 \times (90945.7)^{0.7} \times (1.013 \times 10^5)^{0.15} = 8894.5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

验证此时的过热度

$$\Delta t = \frac{q}{h} = \frac{90945.7}{8894.5} = 10.2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

确实在核态沸腾区。

7-27、式(7-17)可以进一步简化成  $h = Cq^{0.67}$ ，其中系数 C 取决于沸腾液体的种类、压力及液体与固体表面的组合。对于水在抛光的铜、铂及化学蚀腐与机械抛光的不锈钢表面上的沸腾换热，式(7-17)中的  $C_{wl}$  均可取为 0.013。试针对  $p = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、 $4.76 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、 $10.03 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、 $19.08 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、 $39.78 \times 10^5 \text{ Pa}$  下的大容器沸腾、计算上述情形中的系数 C，且进一步把系数 C 拟合成压力的幂函数形式，并与式(6-16)比较。

解：把式(6-17)写成  $h = Cq^{0.67}$  的形式，可得：

$$C = \frac{c_{pl}}{r p r_l} \cdot \frac{1}{0.013 \left[ \frac{1}{\eta_l r} \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{g(\rho_l - \rho_v)}} \right]^{0.33}} = \frac{c_{pl}}{0.013 r^{0.67} p r_l} \left[ \sqrt{\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\gamma}} \eta_l \right]^{0.33}$$

P/ (bar)	1.013	4.76	10.03	19.08	39.78
C <sub>pl</sub> / [KJ/ (kg.K) ]	4.22	4.313	4.417	4.555	4.844
p <sub>n</sub>	1.75	1.17	1.00	0.91	0.86
μ <sub>l</sub> × 10 <sup>6</sup> / [kg/ (m.s) ]	282.5	186.4	153.0	130.5	169.9
r × 10 <sup>-3</sup> / (J/kg)	2257.1	2113.1	2013.0	1898.3	1714.5
ρ <sub>l</sub> / (kg/m <sup>3</sup> )	958.4	917.0	886.9	852.3	799.0
ρ <sub>v</sub> / (kg/m <sup>3</sup> )	0.5977	2.548	5.160	9.593	19.99
σ × 10 <sup>4</sup> / (N/m)	588.6	486.6	422.8	354.1	261.9
C	4.9972	7.1279	8.4097	9.6124	11.352

用最小二乘法拟合得  $C = 5p^{0.223}$ ，p 的单位为 bar。

7-28、在所有的对流换热计算式中，沸腾换热的实验关联式大概是分歧最大的。就式(6-17)而言、用它来估计 q 时最大误差可达 100%。另外，系数  $C_{wl}$  的确定也是引起误差的一个方面。今设在给定的温差下，由于  $C_{wl}$  的取值偏高了 20%，试估算热流密度的计算值会引起多大的偏差？

通过具体的计算来说明。

解：（1）由于其它条件不变，给出  $\Delta t$  么计算  $\eta$  时，应有  $[C_{wl} q^{0.33}]_1 = [C_{wl} q^{0.33}]_2$ ，

$$\text{即 } \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^{0.33} = \frac{(C_{wl})_1}{(C_{wl})_2} = \frac{1}{1.2}, \therefore \frac{q_2}{q_1} = \frac{1}{1.2^{3.03}} = \frac{1}{1.7375} = 57.55\%$$

，即偏低 42.5%。

（2）当给定  $q$ ，由式（6-17）确定  $\Delta t$  时， $C_{wl}$  的误差与  $\Delta t$  的误差成线性关系。

7-29、用直径为 1mm、电阻率  $\rho = 1.1 \times 10^{-6} \Omega \cdot m$  的导线通过盛水容器作为加热元件。试确定，在  $t_s = 100^\circ C$  时为使水的沸腾处于核态沸腾区，该导线所能允许的最大电流。

解：按下题的计算  $q_{\max} = 1.1 \times 10^6 W/m^2$ ，达到临界热流密度时，每米长导线上总换热量

$$\Phi = 3.1416 \times 0.001 \times 1.1 \times 10^6 = 3456 W, \text{ 每米长导线的电阻: } R = 1.1 \times \frac{1}{3.1416 \times 1^2 / 4} = 1.4 \Omega, \text{ 按}$$

$$\text{Ohm 定律, } I^2 = \frac{\Phi}{R} = \frac{3456}{1.4} = 2468.6$$

$$I = \sqrt{2468.6} = 49.7 A.$$

7-30、在实验室内进行压力为  $1.013 \times 10^5 Pa$  的大容器沸腾实验时，采用大电流通过小直径不锈钢管的方法加热。为了能在电压不高于 220V 的情形下演示整个核态沸腾区域，试估算所需的不锈钢管的每米长电阻应为多少，设选定的不锈钢管的直径为 3mm，长为 100mm。

解：  $r = 2257.1 \times 10^3 J/kg$ ,  $\rho_l = 958.4 kg/m^3$ ,  $\rho_v = 0.5977 kg/m^3$ ,  $\gamma = 588.6 \times 10^{-4} N/m$ ,

$$q_{\max} = \frac{\pi}{24} \times 2257.1 \times 10^3 \times \sqrt{0.5977} \times [9.8 \times 588.6 \times 10^{-4} \times (958.4 \times -0.5977)]^{\frac{1}{4}} = 1.1 \times 10^6 W/m^2. \text{ 达到临}$$

界热流密度时，换热总量：  $\Phi = \pi d l q_{\max} = 3.1416 \times 0.003 \times 0.1 \times 1.1 \times 10^6 = 1037 W$

按照 ohm 定律，  $\Phi = IR = \frac{U^2}{R}$ ，故该件的电阻  $R = \frac{U^2}{\Phi} = \frac{220^2}{1037} = 46.67 \Omega$ ，即每米长电阻应为 466.7  $\Omega$ 。

7-31、试计算当水在月球上并在  $10^5 Pa$  及  $10 \times 10^5 Pa$  下作大容器饱和沸腾时，核态沸腾的最大热流密度(月球上的重力加速度为地球的 1/6)比地球上的相应数值小多少？

解：按式（6-20），  $q_{\max} \sim g^{\frac{1}{4}}$ ，地球上  $P = 10^5 Pa$  时，  $q_{\max} = 1.1 \times 10^6 W/m^2$ ，故月球上该压力下

$$q_{\max} = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{4}} \times 1.1 \times 10^6 = 0.6398 \times 1.1 \times 10^6 = 0.703 \times 10^6 W/m^2$$

$$r = 2013 \times 10^3 J/kg, \quad \rho_l = 886.9 kg/m^3, \quad \rho_v = 5.16 kg/m^3, \quad \gamma = 422.8 \times 10^{-4} N/m$$

$$q_{\max} = \frac{3.1416}{24} \times 2013 \times 10^3 \times \sqrt{5.16} \times \left[9.8 \times \frac{1}{6} \times 422.8 \times 10^{-4} \times (886.9 \times -5.16)\right]^{\frac{1}{4}} = 1.674 \times 10^6 W/m^2. \text{ 两种情形}$$

$$\frac{9.8^{\frac{1}{4}}}{\left(\frac{9.8}{6}\right)^{\frac{1}{4}}} = 0.639$$

下月球的  $q_{\max}$  均为地球上相应情形下的 0.639 倍。

7-32、在一氨蒸发器中，氨液在一组水平管外沸腾，沸腾温度为  $-20^\circ C$ 。假设可以把这一沸腾过程近似地作为大容器沸腾看待，试估计每平方米蒸发器外表面所能承担的最大制冷量。 $-20^\circ C$  时氨从液体变成气体的相变热

(潜热)  $r = 1329 kJ/kg$ ，表面张力  $\gamma = 0.031 N/m$ ，密度  $\rho_v = 1.604 kg/m^3$ 。

解：  $t_s = -20^\circ C$  时，  $\rho_l = 666.7 kg/m^3$ 。

$$\text{由式（6-20）得: } q_{\max} = \frac{\pi}{24} r \rho_v^{\frac{1}{2}} [g \gamma (\rho_l - \rho_v)]^{\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{3.1416}{24} \times 1329 \times 10^3 \times \sqrt{1.604} \times [9.8 \times 0.031 \times (666.7 - 1.604)]^{1/4} = 8.31 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

7-33、一直径为 5cm、长 10cm 的钢柱体从温度为 1100℃ 的加热炉中取出后，被水平地置于压力为  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  的盛水容器中(水湿已近饱和)。试估算刚放入时工件表面与水之间的换热量及工件的平均温度下降率。钢的密度  $\rho = 7790 \text{ kg/m}^3$ ，比热容  $c = 470 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ ，发射率  $\varepsilon = 0.8$ 。

解：工件置于水容器得瞬间形成了稳定得膜态沸腾， $t_m = \frac{1100 + 100}{2} = 600^\circ\text{C}$ ，由式 (6-21)，得

$$h_r = 0.62 \left[ \frac{9.8 \times 2257.1 \times 10^3 \times 0.3852 \times (958.4 - 0.3852) \times 0.04223^3}{2.067 \times 10^{-5} \times 0.05 \times (1100 - 100)} \right]^{1/4} = 96.77 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

辐射换热系数

按式 (8-16) 计算：

$$h_r = \frac{\sigma_0 (T_w^4 - T_b^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot \frac{1}{T_w - T_b} = \frac{1}{1000} \times \frac{5.67 \times 10^{-8} \times (1373^4 - 373^4)}{\frac{1}{0.8} + 1 - 1} = 160.3 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

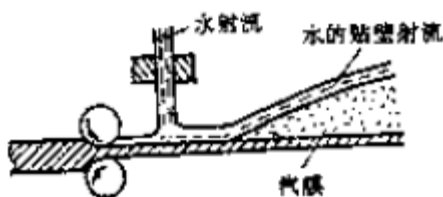
故  $h = 96.77 + 160.3 = 257.1 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。总换热量：

$$\Phi = (\pi dl + \frac{\pi d^2}{4} \times 2) h \Delta t = (0.05 \times 0.1 + \frac{0.05^2}{2}) \times 3.1416 \times 257.1 \times 1000 = 5048 \text{ W}$$

$$\rho c V = \frac{\pi d^2}{4} l \rho c_p = \frac{3.1416 \times 0.05^2}{4} \times 0.1 \times 7790 \times 4 = 718.89 \text{ J/}^\circ\text{C}$$

工作得热容量

故平均的温度下降率为  $5048/718.89 = 7.02^\circ\text{C/s}$ 。



7-34 如附图所示，在轧制钢板的过程中，当钢板离开最后一副轧滚后，用水(冷却介质)冲射到钢板上进行冷却，然后再卷板。由于钢板温度很高，水膜离开喷嘴不远即在其下形成汽膜。不考虑运动的影响，并把钢板看成直径为 1.1m 的圆柱表面。试估计每平方米钢板与水的贴壁射流间的换热量。钢板表面的温度 900K，发射率为 0.50。

$$h_c = 0.62 \left[ \frac{g r \rho_v (\rho_l - \rho_v) \lambda_v^3}{\eta_v d (t_w - t_s)} \right]^{1/4}$$

解：用膜态沸腾换热的公式

$$h_r = \frac{\varepsilon \sigma (T_w^4 - T_b^4)}{T_w - T_s}$$

$$h^{3/4} = h^{4/3} + h_r h^{1/3} \quad \text{取 } t_s = 100^\circ\text{C}, \quad t_w = 973 - 273 = 700^\circ\text{C}, \quad t_m = \frac{100 + 700}{2} = 400^\circ\text{C},$$

7-35、水在  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  的压力下作饱和沸腾时，要使直径为 0.1mm 及 1mm 的汽泡能在水中存在并长大，加热面附近水的过热度各为多少?(利用克拉贝龙方程导出最小汽泡半径算式的过程，可见本书第一版 4-4 节。)

$$R = \frac{2\gamma T_s}{r \rho_v (T_1 - T_s)}, \quad T_1 - T_s = \frac{2\gamma T_s}{R r \rho_v}$$

解：气泡内介质与周围流体达到热平衡时，有

$$T_1 - T_s > \frac{2\gamma T_s}{R r \rho_v}$$

要使气泡长大，应使

$$100^\circ\text{C} \text{ 时，有： } \gamma = 588.6 \times 10^{-4} \text{ N/m}, \quad r = 2257.1 \text{ kJ/kg}, \quad \rho_v = 0.5977 \text{ kg/m}^3$$

$$\Delta t \geq \frac{2 \times 588.6 \times 10^{-4} \times 373}{0.1 \times 10^{-4} \times 2257.1 \times 10^3 \times 0.5977} = 0.325^\circ\text{C}$$

因而：当  $R = 1 \text{ mm}$ ， $\Delta t \geq 0.0325^\circ\text{C}$ 。

综合分析

7-36、一种冷却大规模集成电路块的方法的示意图如附图所示。集成电路块被浸入一种低沸点的非电介质中，该介质受热沸腾后所产生的蒸汽在其上部空间的竖直表面上凝结。这些表面的温度  $t_c$  维持在低于饱和温度的温度上。今有若干块面积为  $25\text{mm}^2$  的集成电路块浸入一种制冷剂中。已知  $t_s = 50^\circ\text{C}$ ，制冷剂物性为  $\rho_l = 1650\text{kg}/\text{m}^3$ ， $c_{p,l} = 1000\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ， $\eta_l = 6.85 \times 10^{-4}\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$ ， $\lambda_l = 0.06\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ， $\text{Pr}_l = 11$ ， $\gamma = 6 \times 10^3\text{N}/\text{m}$ ， $r = 1.05 \times 10^5\text{J}/\text{kg}$ ， $C_{wl} = 0.004$ ， $s = 1.7$ ，集成电路块的表面温度  $t_w = 70^\circ\text{C}$ 。冷凝表面的温度  $t_0 = 15^\circ\text{C}$  (采用其他冷却剂对其进行冷却而得以维持)，每个冷凝表面高  $45\text{mm}$ 。试确定：(1) 每个集成电路块的发热量；(2) 冷却 200 个集成电路块总的所需要的冷凝表面面积( $\text{m}^2$ )。

解：(1) 按 Rohsenow 公式  $q = \eta_l r \left[ \frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\gamma} \right]^{1/2} \left( \frac{C_{pl} \Delta t}{C_{wl} r \text{Pr}_l^{1.7}} \right)^3$ ，把物性和  $\rho_v \approx 0$  代入得：

$$q = 6.85 \times 10^{-4} \times 1.05 \times 10^5 \times \left[ \frac{9.8 \times 1650}{6 \times 10^{-3}} \right]^{1/2} \left( \frac{1000 \times 20}{0.004 \times 1.05 \times 10^5 \times 11^{1.7}} \right)^3$$

$$= 6.85 \times 10^{-4} \times 10^5 \times 1641.6 \times (47.62/58.93)^3 = 62289\text{W}/\text{m}^2$$

$\Phi = 25 \times 10^{-6} \times 62289 = 1.56\text{W}$ ，假设 200 块芯片相互不干扰，则：

$$\Phi_l = 25 \times 10^{-6} \times 62289 \times 200 = 1.56 \times 200 = 312\text{W}。$$

$$(2) \quad h = 0.943 \left[ \frac{g r \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l H(t_s - t_w)} \right]^{1/4} = 0.943 \left[ \frac{9.8 \times 1.05 \times 10^5 \times 1650^2 \times 0.06^3}{6.85 \times 10^{-4} \times 0.045 \times (50 - 15)} \right]^{1/4}$$

$$= 0.943 \times (5.6087 \times 10^{11})^{1/4} = 0.943 \times 865.4 = 816\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})，$$

$$q = h \Delta t = 816 \times 35 = 28562.5\text{W}/\text{m}^2，$$

所需面积为： $312 / 28562.5 = 1.092 \times 10^{-2}\text{m}^2 = 10920\text{mm}^2$ 。

7-37、平均温度为  $15^\circ\text{C}$ 、流速为  $1.5\text{m}/\text{s}$  的冷却水，流经外径为  $32\text{mm}$ 、内径为  $28\text{mm}$  的水平放置的铜管。饱和压力为  $0.024 \times 10^5\text{Pa}$  的水蒸汽在铜管外凝结，管长  $1.5\text{m}$ 。试计算每小时的凝结水量(铜管的热阻可不考虑)。

解：本题需要假设壁温  $t_w$ ，正确的壁温值应使管内与管外的对流换热量相等。

管内对流换热系数按式 (5-54) 计算， $15^\circ\text{C}$  的水物性为：

$$\lambda = 0.587\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})，\text{Pr} = 8.27，$$

$$\nu = 1.156 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}，\text{Re} = \frac{ud}{\nu} = \frac{1.5 \times 0.028}{1.156 \times 10^{-6}} = 36332，$$

$$h = 0.023 \times \frac{0.587}{0.028} \times 36332^{0.8} \times 8.27^{0.4} = 4994\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})；$$

$$\text{设 } t_w = 25.5^\circ\text{C}，t_m = \frac{30 + 25.5}{2} = 27.75^\circ\text{C}，\rho_l = 996.3\text{kg}/\text{m}^3，\eta_l = 847.1 \times 10^{-6}\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})，$$

$$\lambda = 0.614\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})，r = 0430.9 \times 10^3\text{J}/\text{kg}，$$

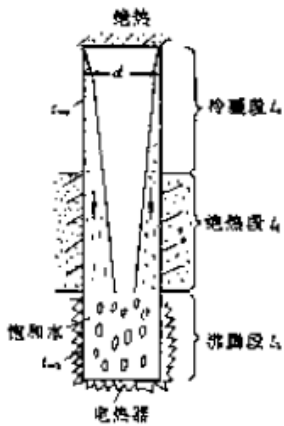
$$h = 0.725 \left[ \frac{9.8 \times 2430.9 \times 10^3 \times 996.3^2 \times 0.0614^3}{847.1 \times 10^{-6} \times 0.032 \times (30 - 25.5)} \right]^{1/4} = 10552\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})，$$

$$\Phi_1 = h_l A_l \Delta t_l = 4994 \times 3.1416 \times 0.028 \times 1.5 \times (25.5 - 15) = 4994 \times 0.1319 = 6919\text{W}，$$

$$\Phi_n = h_n A_n \Delta t_n = 10552 \times 3.1416 \times 0.032 \times 1.5 \times (30 - 25.5) = 7160\text{W}。$$

$\Phi_n$  与  $\Phi_1$  之差大于 3%；

改设  $t_w = 25.6^\circ\text{C}$ ，则物性变化甚微， $h_o$  与  $h_l$  可以认为不变，于是：



$$\Phi_n \text{ 与 } \Phi_1 \text{ 之差小于 } 2\%, \text{ 取 } \Phi = \frac{7001 + 6982}{2} = 6992 W$$

$$G = \frac{6992}{2430.9 \times 10^3} = 2.877 \times 10^{-3} \text{ kg/s} = 10.4 \text{ kg/h}$$

冷凝水量:

7-38、热虹吸管(又称重力热管)是一种封闭、竖直放置的容器,其沸腾段吸收的热量在其冷凝段放出,如附图所示。今用抛光的不锈钢制成一热虹吸管,  $d=20\text{mm}$ ,  $l_b=20\text{mm}$ ,

$l_c=40\text{mm}, l_i=40\text{mm}$ 。设  $1.013 \times 10^5 \text{Pa}$  压力下的饱和水在沸腾段沸腾。热流密度  $q$  是临界热流值的  $30\%$ 。试计算: (1) 沸腾段的平均壁温  $t_{wb}$ ; (2) 凝结段的平均壁温  $t_{wc}$ ; (3) 冷凝液的质量流量( $\text{kg/s}$ )。

解: 设冷凝段液膜为层流, 且按平壁公式计算, 计算温度取为  $100^\circ\text{C}$ , 热虹吸管顶管绝热,

$$\rho_l = 958.4 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 0.5977 \text{ kg/m}^3, \quad C_{pl} = 4220 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$r = 2257.1 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$\gamma = 588.6 \times 10^{-4} \text{ N/m}, \quad \eta_l = 282.5 \times 10^{-6} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}, \quad \lambda_l = 0.683 \text{ W/(m} \cdot \text{K)},$$

$$\text{Pr}_l = 1.75$$

(1) 沸腾段热负荷取  $q_{cr}$  的  $30\%$ :  $q = 0.30 \times 1.17 \times 10^6 = 3.51 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ 。

$$\text{应用 Rohsenow 公式, 取 } C_{w/l} = 0.006, \quad n = 1.0, \quad q = \eta_l r \left[ \frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\gamma} \right]^{1/2} \left[ \frac{C_{pl}(t_{wh} - t_s)}{C_{w/l} r \text{Pr}_l^n} \right]^3$$

$$3.51 \times 10^5 = 282.5 \times 10^{-6} \times 2257.1 \times 10^3 \times \left[ \frac{9.8 \times (958.4 - 0.598)}{588.6 \times 10^{-4}} \right]^{1/2} \times \left[ \frac{C_{pl}(t_{wh} - t_s)}{C_{w/l} r \text{Pr}_l^n} \right]^3$$

$$3.51 \times 10^5 = 637.63 \times \left[ \frac{9.8 \times (958.4 - 0.598)}{588.6 \times 10^{-4}} \right]^{1/2} \times \left[ \frac{4220(t_{wh} - 100)}{0.006 \times 2257 \times 10^3 \times 1.75^{10}} \right]^3$$

$$(t_w - 100)^3 = 3.51 \times 10^5 \times \frac{1}{637.63 \times 399.3 \times 5.646 \times 10^{-3}} = 244.19$$

$$t_{wh} - 100 = 244.19^{1/3} = 6.24, \quad t_{wb} = 106.2^\circ\text{C}。$$

$$\Phi = \left( \frac{\pi}{4} d^2 + \pi d l_b \right) q = \left( \frac{3.14 \times 0.02^2}{4} + 3.14 \times 0.02 \times 0.02 \times 3.51 \times 10^5 \right)$$

沸腾段总换热量:

$$= 1.57 \times 10^{-3} \times 3.51 \times 10^5 = 3.511 \times 10^2 \text{ W}。$$

$$h = 0.943 \left[ \frac{g r \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l (t_s - t_{wc})} \right]^{1/4}$$

(2) 冷凝段:

$$\Phi = h A \Delta t = 0.943 \left[ \frac{g r \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l (t_s - t_{wc})} \right]^{1/4} \times (3.14 \times 0.02 \times 0.04) \times (t_s - t_{wc})$$

$$551.1 = 0.943 \left[ \frac{9.8 \times 2257.1 \times 10^3 \times 958.4^2 \times 0.683^3}{282.5 \times 10^{-6} \times 0.03 \times (t_s - t_{wc})} \right]^{1/4} \times (2.512 \times 10^{-3}) \times (t_s - t_{wc})$$

$$551.1 = 0.943 \times 29562.7 \times \left[ \frac{1}{(t_s - t_{wc})} \right]^{1/4} \times (2.512 \times 10^{-3}) \times (t_s - t_{wc})$$

$$(t_s - t_{wc})^{3/4} = 551.1/70.03 = 7.87, \quad t_s - t_{wc} = 15.64, \quad t_{wc} = 100 - 15.64 = 84.4^\circ\text{C}。$$

这一温度与假定值相差太大，影响到物性计算，重设  $t_{wc} = 85^\circ\text{C}$ ，计算液膜的定性温度为  $\frac{100 + 85}{2} = 92.5^\circ\text{C}$ ，查得  $\rho_l = 963.6\text{kg}/\text{m}^3$ ， $\rho_v = 0.4669\text{kg}/\text{m}^3$ ， $C_{pl} = 4210\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

$$r = 2276 \times 10^3 \text{ J/kg} \quad \gamma = 602.6 \times 10^{-4} \text{ N/m}, \quad \eta_l = 306.8 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s}), \quad \lambda_l = 0.681 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}),$$

$$\text{Pr}_l = 1.90。通过类似计算得 (t_s - t_{wc})^{3/4} = 7.731,$$

$$t_s - t_{wc} = 15.3, \quad t_{wc} = 100 - 15.3 = 84.7^\circ\text{C}。$$

可见对  $t_{wc}$  的影响不大。

$$\frac{\Phi}{r} = \frac{551.1}{2276 \times 10^3} = 2.42 \times 10^{-4} \text{ kg/s} = 0.879 \text{ kg/h}$$

(3) 冷凝液量：  $r = 2276 \times 10^3$ 。

7-39、为了查明某种肋片管的对流换热性能，在传热风洞中进行了空气横掠单排肋片管的试验。肋片管竖直布置，试验段高 30 cm，在同一迎风面上布置了 5 排管子，肋片管基圆直径为 20mm，内径为 16mm，管内以压力为  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  的饱和水蒸汽凝结来加热管外气流。在一次试验中测得以下参数：空气的平均温度为  $30^\circ\text{C}$ ，总换热量为 2100W。肋片管的热阻可以忽略，管内凝结可近似地以饱和温度作为定性温度。端部散热亦略而不计。试确定在试验条件下，以基圆面积为计算依据的肋片管的表面传热系数。

解：按给定条件，管内水蒸汽凝结换热量等于管外空气换热量。

$$\frac{2100}{5} = 420 \text{ W}$$

每根管子的凝结换热量为 420 W，把  $100^\circ\text{C}$  时水物性值代入式 (6-10)，得：

$$h = 1.13 \left[ \frac{9.8 \times 2257.1 \times 10^3 \times 958.4^2 \times 0.0683^3}{282.5 \times 10^{-6} \times 0.3 \times \Delta t} \right]^{1/4}, \quad h = 18785.7 \Delta t^{-1/4},$$

$$\text{由 } \Phi = Ah\Delta t \text{ 得: } \Delta t = \left( \frac{\Phi}{18785.7A} \right)^{4/3} = \left( \frac{420}{18785.7 \times 3.1416 \times 0.016 \times 0.3} \right)^{4/3} = 1.687^\circ\text{C},$$

内壁温度：  $t_w = 100 - 1.687 = 98.3^\circ\text{C}$ ，略去壁面热阻不计，则外壁平均值亦为此值，

$$h = \frac{\Phi}{A\Delta t} = \frac{420}{3.1416 \times 0.02 \times 0.3 \times (98.3 - 30)} = 326 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

故外表面平均换热系数：

7-40、氟里昂 152a 是一种可能替代氟里昂 12 的绿色制冷剂。为了测定其相变换热性能进行了专门的凝结换热的试验研究。该冷凝器试验台系用两根布置在同一水平面内的黄铜管组成，管内用水冷却。为增加冷却水进出口温差以提高测定的准确性，水系统中两根黄铜管是串联的。冷却水由入口处的  $15^\circ\text{C}$  升高到出口处的  $17^\circ\text{C}$ 。黄铜管的外径为 20mm、管壁厚为 2mm，长为 1m，氟里昂 152a 的冷凝温度为  $30^\circ\text{C}$ 。试确定在该工况下的平均水温及管壁两侧按总面积计算的相对热阻的大小。

$$\text{解：采用试凑法，水侧 } t_m = \frac{15 + 17}{2} = 16^\circ\text{C}, \quad \rho_l = 963.6 \text{ kg}/\text{m}^3, \quad C_{pl} = 4186.2 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \\ \eta_l = 1125 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s}), \quad \lambda = 0.589 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}), \quad \text{Pr} = 8.02。$$

估计热阻之比约为 1: 25，氟侧温差  $10^\circ\text{C}$ ， $t_w = 20^\circ\text{C}$ ， $t_m = 25^\circ\text{C}$ ，查物性，

$$\rho_l = 899.0 \text{ kg}/\text{m}^3, \quad C_p = 1809.5 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \quad \lambda = 0.10105 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}), \quad \nu = 0.1825 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \\ r = 277.77 \times 10^3 \text{ J/kg}, \quad \text{Pr} = 2.93。$$

计算流程（略去管壁热阻）：

设一个流速  $\rightarrow$  水侧换热量  $\Phi_l \rightarrow$  外侧热流密度  $q_n \rightarrow$  外侧  $h_n \rightarrow$  外侧温度  $\Delta t_w \rightarrow$

内侧温度  $\Delta t_l \rightarrow h_l \rightarrow$  对流换热量  $\Phi_r$ ，如果  $\Phi_l = \Phi_r$ ，则此流速即为所求。

$$\text{内侧: } Nu = 0.023 Re^{0.6} Pr^{0.4}, \quad h = \frac{0.023 C_p^{0.5} \lambda^{0.6} (\rho u)^{0.8}}{\eta^{0.4} d^{0.2}};$$

$$\text{外侧: } h_n = 0.725 \left[ \frac{gr \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l d (t_s - t_w)} \right]^{1/4}, \quad h_n = 0.725 \left[ \frac{gr \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l dq / h_n} \right]^{1/4},$$

$$h_n^{3/4} = 0.725 \left[ \frac{gr \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l dq} \right]^{1/4}, \quad \therefore h_n = 0.725^{4/3} \times \left[ \frac{gr \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l dq} \right]^{1/3} = 0.651 \times \left[ \frac{gr \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l dq} \right]^{1/3},$$

$$\mu = 1.0, \quad \Phi_l = \frac{\pi d^2}{4} \rho \mu c_p \Delta t = 0.785 \times 0.016^2 \times 998.8 \times 1.0 \times 4186.2 \times 2 = 1679.5 W,$$

$$q_n = \frac{\Phi_l}{\pi d L} = \frac{1679.5}{3.14 \times 0.02 \times 2} = 13372 W / m^2,$$

$$\therefore h_n = 0.651 \times \left[ \frac{9.8 \times 277.77 \times 10^3 \times 899^2 \times 0.1011^3}{164.07 \times 10^{-6} \times 0.02 \times 13372} \right]^{1/3} = 0.651 \times 3725 = 2425 W / (m^2 \cdot K)$$

$$\Delta t_n = \frac{13372}{2425} = 5.51 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad \Delta t_l = 14 - 5.51 = 8.49 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$h_l = \frac{0.023 \times 4186.2^{0.4} \times 0.589^{0.6} \times (998.8 \times 1.0)^{0.8}}{(1125 \times 10^{-0.6})^{0.4} \times 0.016^{0.2}} = 4087 W / (m^2 \cdot K)$$

$$\Phi_l = h_l A \Delta t_l = 4087 \times 8.49 \times 3.14 \times 2 \times 0.016 = 3486.5 W.$$

$$\mu = 1.5, \quad \Phi_l^* = 2519.3 W, \quad q_o = 20058 W / m^2, \quad h_o = 2118 W / (m^2 \cdot K),$$

$$\Delta t_o = 9.47 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad \Delta t_l = 14 - 9.47 = 4.53 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad h_l = 5653 W / (m^2 \cdot K), \quad \Phi_l = 2573 W.$$

$$\mu = 1.52, \quad \Phi_l^* = 2553 W, \quad q_o = 20325 W / m^2, \quad h_o = 2109 W / (m^2 \cdot K),$$

$$\Delta t_n = 9.64 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad \Delta t_l = 14 - 9.64 = 4.36 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad h_l = 5713 W / (m^2 \cdot K), \quad \Phi_l = 2503 W.$$

$$\mu = 1.51, \quad \Phi_l^* = 2536 W, \quad q_o = 20192 W / m^2, \quad h_o = 2114 W / (m^2 \cdot K),$$

$$\Delta t_o = 9.55 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad \Delta t_l = 14 - 9.55 = 4.45 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad h_l = 5683 W / (m^2 \cdot K), \quad \Phi_l = 2540 W.$$

$$\Phi_l^* = \Phi_l, \text{ 所以 } \mu = 1.51, \text{ 热阻之比: } \frac{9.55}{4.45} = 2.15, \text{ R152a 为水的 2.15 倍。}$$

7-41 一根外径为 25mm、外壁平均壁温为 14℃ 的水平管道，穿过室温为 30℃、相对湿度为 80% 的房间。在管壁外表面上水蒸气作膜状凝结，试估算管子每米长度上水蒸气的凝结量，并分析：与实际情况相比，这一估算值是偏高还是偏低？

解：相对湿度为 80%，因而从凝结观点有 20% 的不凝结气体即空气。先按纯净蒸气凝结来计算。

$$30^\circ\text{C 的饱和水蒸气压力: } p_s = 0.04245 \times 10^5 Pa$$

$$\text{此时水蒸气分压力 } p = 0.8 p_s = 0.03396 \times 10^5 Pa$$

其对应饱和温度为 26.3℃

$$\text{液膜平均温度 } t_m = \frac{1}{2} (t_s + t_w) = \frac{1}{2} \times (26.3 + 14) = 20.15 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\text{凝液物性参数 } \lambda_l = 0.599 W / (m \cdot K), \quad \eta_l = 1004 \times 10^{-6} Pa \cdot s, \quad \rho_l = 998.2 kg / m^3$$

$$\text{汽化潜热 } r = 2453.3 kJ / kg$$

表面传热系数

$$h = 0.729 \left[ \frac{gr \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l d (t_s - t_w)} \right]^{1/4}$$

$$= 0.729 \left[ \frac{9.8 \times 2453.3 \times 10^3 \times 998.2^2 \times 0.599^3}{1004 \times 10^{-6} \times 0.025 \times (26.3 - 14)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 7826.03 W / (m^2 \cdot K)$$

故每米长管道上的换热量  $\Phi_l = \pi d h \Delta t = \pi \times 0.025 \times 8105.3 \times (26.3 - 14) = 7826.03 W / m$

$$q_m = \frac{\Phi_l}{r} = \frac{7826.03}{2453.3 \times 10^3} = 3.19 \times 10^{-3} kg / s = 11.5 kg / h$$

相应凝结量:

由于不凝气体的存在, 实际凝液量低于此值

7-42、在一个氟里昂 134a 的大容器沸腾试验台中, 以直径为 12mm、机械抛光的不锈钢管作为加热表面, 其内为水蒸气凝结放热。在一次试验中, 氟里昂 134a 的沸腾温度为 30°C, 加热表面温度为 35°C。试确定此时氟里昂 134a 的沸腾换热状态及沸腾换热表面传热系数。若换热段长 15cm, 水蒸气压力为 0.07375 MPa, 问所需的水蒸气

量多少?  $\rho_v = 37.76 kg / m^3$ 。

解: 设处于核态沸腾状态, 利用 Rohsenow 公式,

物性参数为:  $C_p = 1447 J / (kg \cdot K)$ ,  $r = 173.29 \times 10^3 J / kg$ ,  $\rho = 1187.2 kg / m^3$ ,  
 $\rho_v = 37.76 kg / m^3$ ,  $\gamma = 7.57 \times 10^{-3} N / m$ ,  $Pr = 3.648$ ,  $\nu = 0.1691 \times 10^{-6} m^2 / s$ ,

$$\frac{1447 \times (35 - 30)}{173.29 \times 10^3 \times 3.648^{1.7}} = 0.013 \left[ \frac{q}{0.1691 \times 1187.2 \times 173.29 \times 10^{-3} \sqrt{9.8 \times (1187.2 - 37.8)}} \right]^{0.33}$$

$$(2.809 \times 10^{-5})^{0.33} = 0.6943, \quad q = 11915.1 W / m^2, \quad h = 11915 / 5 = 2383 W / (m^2 \cdot K)。$$

验算:

$$q_{cr} = \frac{\pi}{24} \times 173.29 \times 10^3 \times 37.76^{\frac{1}{2}} \times [9.8 \times 7.57 \times 10^{-3} \times (1187.2 - 37.76)]^{\frac{1}{4}} = 423418 \approx 423 kW / m^2$$

$q < q_{cr}$ 。

$$\Phi = 3.14 \times 0.012 \times 0.15 \times 11915 = 0.00603 \times 11915 = 71.83 W, \quad \text{水蒸气 } r = 2407 kJ / kg$$

$$m = \frac{71.83}{2407000} = 0.0000298 kg / s = 0.0298 g / s$$

7-43、在一台氟里昂 152a 的蒸发器中。氟里昂 152a 在水平管束外沸腾, 饱和温度为 -30°C。为使蒸发器能安全有效地工作, 规定其最大热流密度不得超过临界热流密

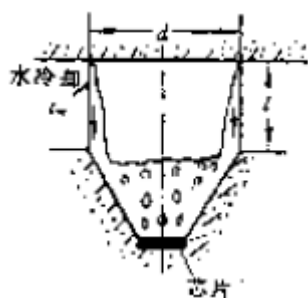
度的一半, 试确定此时单位管长上的最大制冷量。蒸发管外径为 22mm。  $\rho_v = 2.617 kg / m^3$ 。

解: R152a - 30°C 时物性为:  $\rho_l = 1023.3 kg / m^3$ ,  $c_p = 1.617 \times 10^3 J / (kg \cdot K)$ ,

$\rho_v = 2.617 kg / m^3$ ,  $r = 335.01 \times 10^3 J / kg$ ,  $\gamma = 17.6 \times 10^{-3} N / m$ ,

$$q_{cr} = \frac{\pi}{24} \times 335.0 \times 10^3 \times 2.317^{\frac{1}{2}} \times [9.8 \times 17.6 \times 10^{-3} \times (1023.3 - 2.617)]^{\frac{1}{4}} = 258307.6 \approx 258 kW / m^2$$

$$q = 0.5 q_{cr} = 129154 W / m^2, \quad \Phi / l = 129154 \times 3.14 \times 1 \times 0.022 = 8922 W / m。$$



7-44、一种冷却计算机芯片的方式如附图所示: 芯片置于一热虹吸管的底部, 通过制冷剂的沸腾吸收其散出的热量, 在热虹吸管的上部通过凝结换热而把热量传递给冷却水。已知工质为 R134a, 芯片处于稳态运行, 其发热率设计为工质临界热流密度为 90%, 芯片尺寸为 20mmx 20mm, 直径 d=30mm, 冷凝段壁温为  $t_w = 30^\circ C$ 。试计算芯片的表面温度及冷凝段长度 l。沸腾温度为 50°C, 其时  $\rho_v = 66.57 kg / m^3$ ,  $\gamma = 5.26 \times 10^{-3} N / m$ 。

解:  $r = 152.04 \times 10^3 J / kg$ ,  $\rho_v = 66.57 kg / m^3$ ,  $\gamma = 5.26 \times 10^{-3} N / m$ ,



$$q_{cr} = \frac{\pi}{24} \times 152.04 \times 10^3 \times 66.57^{\frac{1}{2}} \times [9.8 \times 5.26 \times 10^{-3} \times (1102 - 66.57)]^{\frac{1}{4}} = 438691.5 W/m^2$$

$$q = 0.9q_{cr} = 0.9 \times 438691.5 = 394822.4 W/m^2 = 394.8 kW/m^2。采用式(6-19)计算,$$

$$M_r = 102, R_p = 0.4\mu, p_c = 4067 \times 10^3 Pa, 50^\circ C \text{ 时}, P_s = 1.3177 MPa,$$

$$\therefore Pr = \frac{1.3177 \times 10^6}{4067 \times 10^3} = 0.324, h = 90 q^{0.67} M_r^{-0.5} \times 0.324^m \times (-\lg 0.324)^{-0.55},$$

$$m = 0.12 - 0.2 \lg 0.4 = 0.1995,$$

$$h = 90 \times 394822^{0.67} \times 102^{-0.5} \times 0.324^{0.1995} \times 0.4895^{0.55} = 59203.98 = 59204 W/(m^2 \cdot K),$$

$$\Delta t = 6.67^\circ C, t_w = 56.7^\circ C。$$

$$\text{按 } 40^\circ C \text{ 计算凝结换热: } r = 153.04 \times 10^3 J/kg, \rho_l = 1146.2 kg/m^3,$$

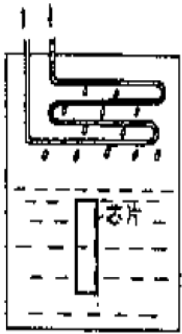
$$c_p = 1.522 \times 10^3 J/(kg \cdot K), \lambda = 0.075 W/(m \cdot K), \nu = 0.1554 \times 10^{-6} m^2/s,$$

$$h = 1.13 \left[ \frac{9.8 \times 1146.2 \times 153.04 \times 10^3 \times 0.075^3}{282.5 \times 10^{-6} \times 0.3 \times \Delta t} \right]^{\frac{1}{4}} = \frac{q}{\Delta t},$$

$$\Phi = 394822 \times 0.02 \times 0.02 = 157.93 W, q = \frac{157.93}{3.14 \times 0.03 L},$$

$$\therefore \frac{157.93}{3.14 \times 0.03 \times 20} = 1.13 \left[ \frac{1146.2 \times 9.8 \times 153.04 \times 10^3 \times 0.075^3}{0.1554 \times 10^{-6} \times 20} \right]^{\frac{1}{4}} \cdot L^{\frac{3}{4}},$$

$$L^{\frac{3}{4}} = \frac{83.83}{1.13 \times 695.02} = 0.1067, L = 0.1067^{\frac{4}{3}} = 0.0506 m = 5.06 cm \approx 5.1 cm。$$



7-45、一种同时冷却多个芯片模块的方法如附图所示。已知冷凝管内径  $d=10mm$ , 外径  $d_0=11mm$ , 水平放置, 进水温度为  $15^\circ C$ , 出水温度为  $45^\circ C$ , 芯片所产生的热量均通过尺寸为  $100mm \times 100mm$  的沸腾换热表面 (抛光的铜表面) 散失掉, 其散热率为  $10^5 W/m^2$ 。

冷却剂温度  $t_s=57^\circ C$ ,  $\lambda_l=0.0535 W/(m^2 \cdot K)$ ,  $c_{pl}=1100 J/(kg \cdot K)$ ,  $r=84400 J/kg$ ,  $\rho_l=1619 kg/m^3$ ,  $\rho_v=13.5 kg/m^3$ ,  $\gamma=8.2 \times 10^{-3} N/m$ ,  $\eta_l=440 \times 10^{-6} kg/(m \cdot s)$ ,

$C_{wl}=0.013$ ,  $s=1.7$ ,  $Pr_l=9$ 。管内冷却水的流动与换热已进入充分发展阶段。试确定: (1) 所需的冷却水量; (2) 平均的冷凝管壁面温度; (3) 平均的沸腾表面温度; (4) 所需冷却水管的长度。冷凝管壁很薄, 导热热阻可以不计。

$$\text{解: (1) 根据式(6-17): } \frac{1100 \Delta t}{84400 \times 9^{1.7}} = 0.013 \left[ \frac{10^5}{84400 \times 440 \times 10^{-6}} \sqrt{\frac{8.2 \times 10^{-3}}{9.8(1619 - 13.5)}} \right]^{0.33},$$

$$3.111 \times 10^{-4} \Delta t = 7.572 \times 10^{-3}, \Delta t = 24.3^\circ C, t_w = 57 + 24.3 = 81.3^\circ C。$$

$$(2) \Phi = qA = 10^5 \times 0.15 \times 0.15 = 2.25 \times 10^3 W, \text{ 水的定性温度: } t_m = \frac{35 + 45}{2} = 40^\circ C。$$

$$c_p = 4174 J/(kg \cdot K), q_m = \frac{\Phi}{\Delta t c_p} = \frac{2.25 \times 10^3}{10 \times 4174} = 5.391 \times 10^{-3} kg/s = 194.08 kg/h。$$

$$(3) \text{ 冷凝壁面温度, 利用水管公式, } \frac{q}{\Delta t} = 0.725 \left[ \frac{g r \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta_l d (t_s - t_w)} \right]^{\frac{3}{4}}, q = \frac{\Phi}{\pi d_0 L},$$

$$2.25 \times 10^3 = 3.14 \times 0.01 \times L \times h_l \times \frac{10}{\ln \left[ \frac{t_w - 35}{t_w - 45} \right]},$$

$$\Phi = \pi d_l L h_l (t_w - t_f),$$

利用 D-B 公式计算  $h_l$ :

$$h_l = 0.023 \frac{\lambda}{d} R_e^{0.8} \text{Pr}^{0.4} = 0.023 \times \frac{0.635}{0.01} \times 10512^{0.8} \times 4.31^{0.4} = \frac{68.06 \times 0.635}{0.01} = 4322 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\therefore 2.25 \times 10^3 = 3.14 \times 0.01 \times L \times 4322 \times \frac{10}{\ln \left[ \frac{t_w - 35}{t_w - 45} \right]},$$

$$L = \frac{16.58}{\frac{10}{\ln \left[ \frac{t_w - 35}{t_w - 45} \right]}}$$

即  $L \frac{10}{\ln \left[ \frac{t_w - 35}{t_w - 45} \right]} = 16.58$

$$\text{另一方面: } \frac{2.25 \times 10^3}{3.14 \times 0.01 L (t_s - t_w)} = 0.725 \left[ \frac{9.8 \times 84400 \times 1619^2 \times 0.0535^3}{440 \times 10^{-6} \times 0.01 (t_s - t_w)} \right]^{1/4},$$

$$\frac{65141.9}{L(57 - t_w)} = 0.725 \left[ \frac{6.859 \times 10^8}{(57 - t_w)} \right]^{1/4}, \quad \frac{65141.9}{L(57 - t_w)} = \frac{2086.4}{(57 - t_w)^{1/4}},$$

$$\frac{31.22}{(57 - t_w) \times 16.58} = \frac{1}{(57 - t_w)^{1/4}}$$

$$\frac{10}{\ln \left[ \frac{t_w - 35}{t_w - 45} \right]} = 1.883 \times \frac{10}{\ln \left[ \frac{t_w - 35}{t_w - 45} \right]} \times (57 - t_w)^{1/4} = 57 - t_w,$$

经试凑计算, 得  $t_w = 45.5^\circ \text{C}$ 。

$$\Delta t_m = \frac{10}{\ln \left[ \frac{45.5 - 35}{45.5 - 45} \right]} = \frac{10}{3.0445} = 3.285$$

$$L = \frac{16.58}{3.285} = 5.047 \text{ m},$$

验算: 水侧  $\Phi_r = 3.14 \times 0.010 \times 5.047 \times 4322 \times 3.285 = 2250 \text{ W}$ ;

$$h_o = 0.725 \left[ \frac{9.8 \times 84400 \times 1619^2 \times 0.0535^3}{440 \times 10^{-6} \times 0.011(57 - 45.5)} \right]^{1/4} = 1133 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

制冷剂侧

$$\Phi_o = A_o \Delta t h_o = 1133 \times 3.14 \times 0.011 \times 5.047 \times (57 - 45.5) = 2271 \text{ W}$$

$$\frac{\Phi_r}{\Phi_o} = \frac{2250}{2271} = 0.9906$$

沸腾表面平均温度  $t_{wb} = 81.3^\circ \text{C}$ ; 冷凝表面平均温度  $t_{wc} = 45.5^\circ \text{C}$ ;

冷却水量  $q_m = 5.391 \times 10^{-2} \text{ kg/s} = 194.08 \text{ kg/h}$ ; 冷凝段长度  $L = 5.05 \text{ cm}$ 。

7-46、一种测定沸腾换热表面传热系数的实验装置见附图。实验表面系一铜质圆柱的断面 ( $\lambda = 400 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ), 在  $x_1 = 10 \text{ mm}$  及  $x_2 = 25 \text{ mm}$  处安置了两个热电偶以测定该处的温度。柱体四周绝热良好。在一稳态工况下测

得了以下数据:  $t_1 = 133.7^\circ \text{C}$ ,  $t_2 = 158.7^\circ \text{C}$ , 试确定: (1) 式(6-17)中的系数  $C_{wl}$ ; (2) 式(6-19)中要用到的换热表面的  $P_p$  之值。

解：(1) 按一维稳态导热处理  $q = \lambda \frac{\Delta t}{\delta} = 400 \times \frac{158.7 - 133.7}{0.015} = 6.66 \times 10^5 W$ ,

$$\frac{158.7 - t_w}{x_2} = \frac{133.7 - t_w}{x_1}, \quad 10 \times (158.7 - t_w) = 25 \times (133.7 - t_w),$$

$$-10 \times 158.7 + 25 \times 133.7 = 25t_w - 10t_w, \quad 15t_w = 3342.5 - 1587 = 1755.5,$$

$$t_w = 117.03^\circ C, \quad h = \frac{q}{\Delta t} = \frac{6.66 \times 10^5}{117.03 - 100} = 39135 W/(m^2 \cdot K),$$

一个大气压下饱和水物性:  $\rho_l = 958.4 kg/m^3$ ,  $\rho_v = 0.5977 kg/m^3$ ,  
 $\gamma = 588.6 \times 10^{-4} N/m$ ,  $r = 2257.1 \times 10^3 J/kg$ ,  $\lambda = 0.683 W/(m \cdot K)$ ,  
 $c_p = 4220 J/(kg \cdot K)$ ,  $\eta = 282.5 \times 10^{-6} kg/(m \cdot s)$ ,  $p_r = 1.75$ 。

$$\frac{4220 \times (117 - 100)}{2257.1 \times 10^3 \times 1.75} = C_{wl} \left[ \frac{6.66 \times 10^5}{2257.1 \times 10^3 \times 282.5 \times 10^{-6}} \sqrt{\frac{588.6 \times 10^{-4}}{9.8 \times (958.4 - 0.5977)}} \right]^{0.33}$$

$$C_{wl} = 0.01354$$

(2) 式 (6-19)  $h = 90 q^{0.67} M^{-0.5} \times P_r^m \times (-\lg P_r)^{-0.55}$ ,  $P_{cr} = 221 MPa$ ,

$$P_r = \frac{1.013}{221} = 4.584 \times 10^{-3}, \quad M = 18, \quad q = 6.66 \times 10^5, \quad h = 39135 W/(m^2 \cdot K),$$

$$39135 = 90 \times (6.66 \times 10^5)^{0.67} \times 10^{-0.5} \times P_r^m \times [-\lg(4.584 \times 10^{-3})]^{-0.55},$$

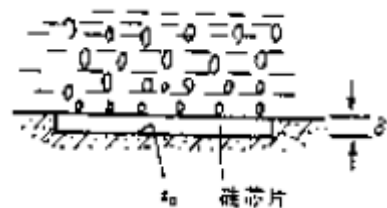
$$P_r^m = \frac{39135}{106019.8} = 0.3691, \quad (4.584 \times 10^{-3})^m = 0.3691,$$

$$m = \frac{\ln 0.3691}{\ln(4.584 \times 10^{-3})} = \frac{-0.4328}{-2.3388} = 0.185$$

$$0.185 = 0.12 - 0.21 \lg R_p, \quad 0.21 \lg R_p = 0.12 - 0.185 = -0.06506,$$

$$\lg R_p = -0.3253, \quad R_p = 10^{-0.3253} = 0.473 \mu m.$$

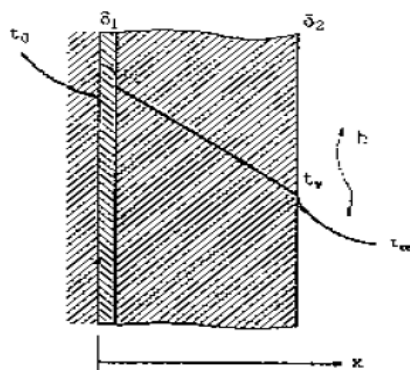
7-47、一块厚  $\delta = 2.5 mm$  的硅芯片用饱和温度为  $50^\circ C$  的制冷剂冷却，芯片的  $\lambda = 135 W/(m \cdot K)$ ，芯片底面上的电路产生的功率在硅片的上表面上形成了一个均匀的热流密度  $q = 55 \times 10^4 W/m^2$ ，硅片的侧面及底面绝热良好。已知制冷剂



$c_{pl} = 1100 J/(kg \cdot K)$ ,  $r = 84400 J/kg$ ,  $\rho_l = 1619 kg/m^3$ ,  
 $\rho_v = 13.5 kg/m^3$ ,  $\gamma = 8.2 \times 10^{-3} N/m$ ,  $\eta_l = 440 \times 10^{-6} kg/(m \cdot s)$ ,  
 $\lambda_l = 0.0535 W/(m \cdot K)$ 。  $C_{wl} = 0.005$ ,  $P_r = 9.0$ ,  $s = 1.7$ ，试计算芯片底面温度  $t_0$ 。芯片底面上的电路可近似地看成厚  $0.05 mm$ 、具有均匀内热源的薄层。

的薄层。

解：如图所示：



利用式 (6-17) 计算  $t_w$ :

$$\frac{1100\Delta t}{84400 \times 9.0^{1.7}} = 0.005 \left[ \frac{5.5 \times 10^4}{84400 \times 440 \times 10^{-6}} \sqrt{\frac{8.2 \times 10^{-3}}{9.8(1619 - 13.5)}} \right]^{0.33}$$

$$2.9698 \times 10^{-4} \Delta t = 0.005 \times 1.486, \quad \Delta t = 25.02 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad t_w = 50 + 25.02 = 75.02 \text{ } ^\circ\text{C},$$

由通过芯片的稳态导热确定  $t_1$ :

$$135 \times \frac{t_1 - t_w}{2.45 \times 10^{-3}} = 5.5 \times 10^4, \quad t_1 = t_w + 0.9999 = t_w + 1 = 76.02 \text{ } ^\circ\text{C},$$

电路层中的导热是有内热原的平板导热, 据二章五节, 有:

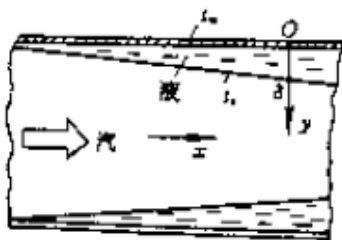
$$t = -\frac{\Phi x^2}{2\lambda} + c_1 x + c_2,$$

$$x=0, \quad \frac{dt}{dx} = 0 - c_1 = 0, \quad t_1 = -\frac{\Phi \delta_1^2}{2\lambda} + c_2, \quad \Phi = \frac{\Phi}{\delta_1} = \frac{5.5 \times 10^4}{0.05 \times 10^{-3}} = 1.1 \times 10^9 \text{ W/m}^3,$$

$$t_0 = c_2 = t_1 + \frac{\Phi \delta_1^2}{2\lambda} = 76.02 + \frac{(0.05 \times 10^{-3})^2 \times 1.1 \times 10^9}{2 \times 135} = 76.02 + 0.01 = 76.03 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

7-48、随着空间飞行技术的发展, 零重力下的传热问题研究越来越得到重视, 其中零重力下的凝结与沸腾是一个重要的课题。对于管内强制对流凝结, 在零重力下可以认为液膜均匀地分布在管子四周并不断地沿流动方向增厚, 直到全部凝结(见附图)。设在 6-1 节的分析中, 假设(1)、(3)、(4)、(5)、(6)及(8)仍成立。同时设:

(1)同一截面的汽、液压力均匀, 压力只沿轴向变化; (2)在汽-液相界面存在剪切应力  $\tau_w$ 。试: (1)列出液膜中的动量守恒、质量守恒及能量守恒方程; (2)写出  $y=0$  及  $y=\delta$  处速度及温度的边界条件; (3)求解动量方程得出轴向流速  $u$  的分布及其平均值的计算式(式中可包含压力梯度及界面切应力)。



解: (1) 液膜动量方程:

$$\mu_l \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{dp}{dx} \quad (a)$$

质量守恒:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (b)$$

能量守恒:

$$\frac{d^2 t}{dy^2} = 0 \quad (c),$$

(2)  $y=0, \quad u=0, \quad T=T_w; \quad y=\delta, \quad \mu_l \frac{\partial u}{\partial y} = \tau_w$  (汽/液界面应力)。

(3) 对 (a) 积分两次并引入边界条件, 可得速度分布:

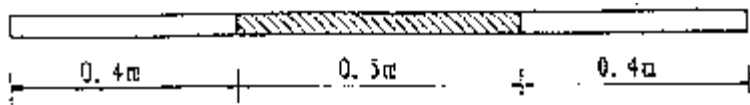
$$\mu_l = \frac{1}{\mu_l} \left[ \frac{dp}{dx} \left( \frac{y^2}{2} - \delta y \right) + \tau_w y \right]$$

平均流速:

$$\bar{\mu}_l = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \mu_l dy = \frac{1}{\mu_l} \left[ -\frac{1}{3} \frac{dp}{dx} \delta^2 + \frac{\tau_w}{2} \delta \right].$$

7-49、已知：有铜-水热管，外径  $d_o=25\text{mm}$ ，内径  $d_i=21\text{mm}$ ；蒸发段长  $0.4\text{m}$ ，外壁温度为  $t_e=200^\circ\text{C}$ ；冷凝段长  $0.4\text{m}$ ，外壁温度为  $t_c=199.5^\circ\text{C}$ ，绝热段长  $0.5\text{m}$ 。设蒸发与凝结得表面传热系数分别为  $h_e=5000\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 、 $h_c=6000\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ，蒸发段与冷凝段的管外表面传热系数均为  $90\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。试计算该热管的内部热阻在传热过程总热阻中的比例。

解：如图：



$$R_2 = \frac{1}{2\pi\lambda l_c} \ln \frac{d_o}{d_i} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 400 \times 0.4} \ln \frac{25}{21} = \frac{0.1744}{1004.8} = 1.736 \times 10^{-4} \text{ K/W},$$

$$R_3 = \frac{1}{\pi d_i l_c h_c} = \frac{1}{3.14 \times 0.02 \times 0.4 \times 5000} = 75.83 \times 10^{-4} \text{ K/W},$$

$$R_4 = 0,$$

$$R_5 = \frac{1}{3.14 \times 0.21 \times 0.4 \times 60000} = 63.19 \times 10^{-4} \text{ K/W},$$

$$R_6 = \frac{1}{2\pi\lambda l_c} \ln \frac{d_o}{d_i} = 1.736 \times 10^{-4} \text{ K/W}$$

$$\text{内部热阻} = R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 = (1.736 + 75.83 + 63.19 + 1.736) \times 10^{-4} \\ = 142.49 \text{ K/W}$$

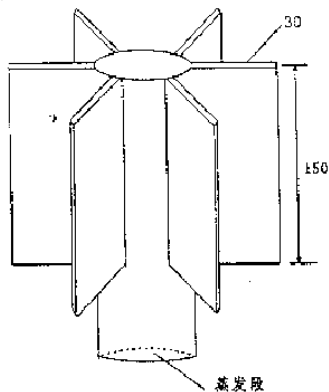
$$R_1 = \frac{1}{3.14 \times 0.035 \times 0.4 \times 90} = 3538.6 \times 10^{-4} \text{ K/W},$$

$$R_2 = R_1, \quad \therefore R_1 = 7217.9 \text{ K/W}$$

$$\sum \frac{R}{R_r} = 142.5/7219.7 = 1.97\%$$

7-50、一尺寸为  $10\text{mm} \times 10\text{mm}$ 、发热量为  $100\text{W}$  的大规模集成电路，其表面最高允许温度不能高于  $75^\circ\text{C}$ ，环境温度为  $25^\circ\text{C}$ ，试设计一能采用自然对流来冷却该电子元件的热管冷却器。

解：可采用下图冷却装置。



冷凝段壁温近似按  $75^\circ\text{C}$  计，翅片尺寸为  $0.15 \times 0.06 \text{ m}^2$ ，10 片，

其散热面积  $2 \times 10 \times 0.15 \times 0.06 = 0.18 \text{ m}^2$ ，按自然对流竖壁计算， $t_b = 50^\circ\text{C}$ ，

$$GrPr = \frac{9.8 \times \frac{1}{323} \times 50 \times 0.15^3 \times 0.689 \times 10^{12}}{17.95^2} = 1.1092 \times 10^7, \quad Nu = 0.59(GrPr)^{1/4} = 34.0,$$

$$h = \frac{34.0 \times 0.0283}{0.15} = 6.42 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad \phi_c = 0.18 \times 50 \times 6.42 = 57.8 \text{ W}$$

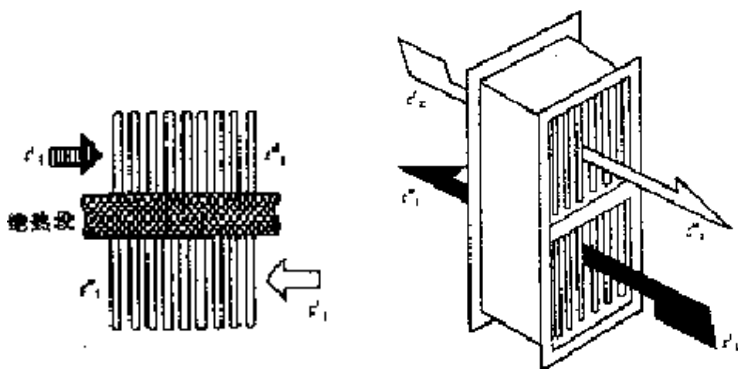
辐射换热按空腔内包物体模型估计，设翅片表面  $\varepsilon = 0.8$ ,

$$\phi_r = A\varepsilon\sigma_0(T^4 - T_\infty^4) = 0.18 \times 0.8 \times 5.67 \times (3.43^4 - 2.98^4) \\ = 0.8165 \times (146.7 - 78.9) = 0.8165 \times 67.8 = 55.4W。$$

$\phi_c + \phi_r = 57.8 + 55.4 = 113.2 > 100W$ ，考虑到辐射计算中未计算翅片间的辐射，因而上述结构可以认为能满足在自然对流情况下散发 100W 热量的要求。

7-51、一冷、热流体的流动布置如图所示的热管换热器，可以看成是一种特殊的间壁式换热器。热流体从  $t_1'$  被冷却到  $t_1''$ ，而冷流体从  $t_2'$  被加热到  $t_2''$ 。试分析计算冷、热流体间平均温差的方法。

解：按逆流计算。



7-52、有一台烟气-空气换热器如图所示。已知烟气进口温度  $t_{21}' = 280^\circ\text{C}$ ，空气进口为温度  $t_2' = 30^\circ\text{C}$ ，热管外径为 40mm，壁厚 1.5mm。蒸发段与冷凝段各长 1m。管子采用叉排布置， $s_1/d = 2$ ， $s_2/d = 1.5$ ，在流动方向为 20 排，迎风方向为 15 排。气体在最窄流动截面上的流速均为 10 m/s。试确定  $t_2''$ 。对换热表面上无结垢及有结垢（污垢热阻为  $R_A = 0.0004\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$ ）的情形分别进行计算。热管换热器的两端各置于截面尺寸为 1000mm × 1200mm 的方形通道内。烟、空气压力均可按 1 各物理大气压计算。

解：先假定一个  $t_2'' \rightarrow t_1' \rightarrow \phi_b = \phi_r$ ，不等则修正  $t_2''$ ，直到相差小于给定值，

设  $t_2'' = 80^\circ\text{C}$ ， $t_{2m} = 60^\circ\text{C}$ ，空气物性： $\rho = 1.06\text{kg}/\text{m}^3$ ， $c_p = 1.005\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，

$\lambda = 2.9 \times 10^{-2}\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $\nu = 18.97 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 0.696$ ，

$$\phi_b = 10 \times (1.0 \times 1.2 - 15 \times 1.0 \times 0.04) \times 1.06 \times 1005 \times (80 - 30)$$

$$= 10 \times 0.6 \times 1.06 \times 1005 \times 50 = 319.6\text{kJ}/\text{s} = 319.6\text{KW}。$$

设烟气为标准烟气，则近似的取  $\Delta t = 80^\circ\text{C}$ ， $t_2'' = 200^\circ\text{C}$ ， $t_{1m} = 240^\circ\text{C}$ ，

$\rho = 0.696\text{kg}/\text{m}^3$ ， $c_p = 1.107\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ， $\lambda = 4.34 \times 10^{-2}\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $\nu = 38 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ，

$\text{Pr} = 0.66$ ， $319600 = 0.696 \times 0.6 \times 1107 \times (280 - t_1'') \times 10$ ， $\Delta t_1 = 69^\circ\text{C}$ 。

再取  $\Delta t_1 = 70^\circ\text{C}$ ， $t_1'' = 210^\circ\text{C}$ ， $t_{1m} = 245^\circ\text{C}$ ， $\rho = 0.689\text{kg}/\text{m}^3$ ， $c_p = 1.108\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，

$\lambda = 4.38 \times 10^{-2}\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ， $\nu = 38.65 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 0.66$ ，

$$\Delta t_1 = \frac{319600}{0.689 \times 1108 \times 0.6 \times 10} = 69.8^\circ\text{C}，\text{与 } 70^\circ\text{C} \text{ 十分接近。}$$

空气侧  $\text{Re} = \frac{ud}{\nu} = \frac{10 \times 0.04}{18.97} \times 10^6 = 21086$ ，略去  $\left(\frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_w}\right)^{1/4}$  的影响，则有：

$$\text{Nu} = 0.35 \left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{0.2} \text{Re}^{0.6} \text{Pr}^{0.36} = 0.35 \left(\frac{2}{1.5}\right)^{0.2} \times 21086^{0.6} \times 0.696^{0.36}$$

$$= 0.35 \times 1.059 \times 393.0 \times 0.878 = 127.8,$$

$$h_0 = \frac{127.8 \times 0.029}{0.04} = 92.7 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$\text{Re} = \frac{ud}{\nu} = \frac{10 \times 0.04}{38.65} \times 10^6 = 10349$$

烟气侧:

$$Nu = 0.35 \times 1.059 \times 10349^{0.6} \times 0.66^{0.36} = 81.83, \quad h_g = \frac{81.83 \times 0.0434}{0.04} = 89.6 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)},$$

总热阻:

$$R_f = \frac{1}{A_0 h_0} + \frac{1}{2\pi\lambda l_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{A_a \varepsilon_a^{-1}} + \frac{1}{A_g \varepsilon_g^{-1}} + \frac{1}{2\pi\lambda l_2} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{A_g h_g} + \frac{1}{A_c h_c} + \frac{1}{A_e h_e}$$

$$= \frac{1}{3.14 \times 1 \times 0.04 \times 92.7} + \frac{1}{2 \times 3.14 \times 40 \times 1} \ln \frac{40}{37} + \frac{1}{3.14 \times 1 \times 0.04 \times 2500} + \frac{1}{3.14 \times 1 \times 0.04 \times 2500}$$

$$+ \frac{1}{2 \times 3.14 \times 40 \times 1} \ln \frac{40}{37} + \frac{1}{2 \times 3.14 \times 0.04 \times 1 \times 89.6} + \frac{1}{3.14 \times 1 \times 0.037 \times 5000} + \frac{1}{3.14 \times 1 \times 0.037 \times 5000}$$

$$= \frac{1}{0.1256 \times 92.7} + \frac{0.07796}{251.2} + \frac{1}{314} + \frac{1}{314} + \frac{0.07796}{251.2} + \frac{1}{0.1256 \times 89.6} + \frac{1}{0.1162 \times 5000} + \frac{1}{0.1162 \times 5000}$$

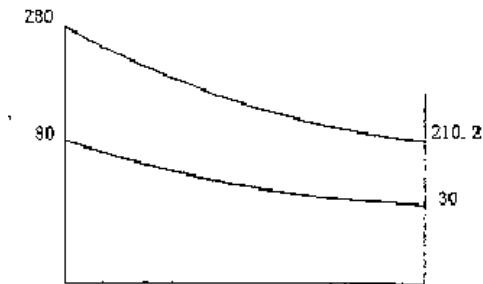
$$= 8.589 \times 10^{-2} + 3.10 \times 10^{-4} + 3.185 \times 10^{-3} + 3.185 \times 10^{-3} + 3.10 \times 10^{-4} + 8.886 \times 10^{-2} + 2 \times 1.721 \times 10^{-3}$$

$$= 858.9 \times 10^{-4} + 3.10 \times 10^{-4} + 31.85 \times 10^{-4} + 31.85 \times 10^{-4} + 3.10 \times 10^{-4} + 888.6 \times 10^{-4} + 2 \times 17.21 \times 10^{-4}$$

$$= 1851.82 \times 10^{-4}.$$

$$\Delta t_m = \frac{200 - 180.2}{\ln(200/180.2)} = \frac{19.8}{0.1043} = 189.6, \quad \phi_{ht} = \frac{\Delta t_m}{R_f} = \frac{189.6}{1851.82} \times 10^4 = 1024.9$$

单根



$$20 \times 15 \text{ 根 } \phi_m = 1024.9 \times 20 \times 15 = 307470 \text{ W},$$

$\phi_m$  与  $\phi_{ht}$  相差小于 4%，可取其平均值作为换热量。如果不计污垢热阻，

$$\text{则: } R_f = (858.9 + 3.10 + 888.6 + 17.21 \times 2) \times 10^{-4} = 1788.12 \times 10^{-4} \text{ K/W},$$

$$\phi_{ht} = \frac{189.6}{1788.12} \times 10^4 \times 300 = 318 \text{ KW}$$

与 319.6KW 相差小于 0.4%，故可取  $t_2'' = 80^\circ\text{C}$ 。

### 小论文题目

7-53、对于如附图所示的饱和蒸汽在竖管内的膜状凝结问题，试从圆柱坐标的纳维—斯托克斯方程式出发，对  $x$  方向的动量方程作数量级比较，并利用轴对称的条件，导出稳态下适合本例的动量方程：

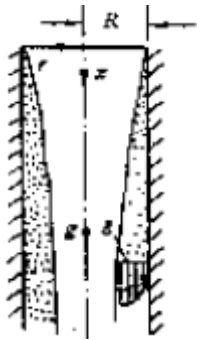
$$\eta \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + (\rho_l - \rho_v)g = 0$$

进一步，利用两个边界条件，导出截面上的速度分布公式为

$$u = \frac{1}{\eta} (\rho_l - \rho_v) g \left[ \frac{1}{4} (R^2 - r^2) + \frac{1}{2} (R - \delta)^2 \ln \frac{r}{R} \right]$$

其中  $\delta$  为液膜边界层厚度。

解：利用轴对称的条件， $x$  方向的动量方程可简化为：



$$\rho(v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x}) = \rho_l g - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2})$$

采用类似于 Nusselt 分析中的假定, 略去惯性力不计, 则上式左端等于零,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_v g, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial u}{\partial r}),$$

$$\text{于是上式即简化为: } \mu(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r}) + g(\rho_l - \rho_v) = 0,$$

$$\text{把此式改写成为: } \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial u}{\partial r}) = -g(\rho_l - \rho_v), \quad \text{两边乘以 } r \text{ 并积分两次得:}$$

$$u = -\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{4\mu} r^2 + c_1 \ln r + c_2, \quad r = R, u = 0; r = (R - \delta), \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad \text{边界条件为, 由此得:}$$

$$c_1 = \frac{g(\rho_l - \rho_v)}{2\mu} (R - \delta)^2, \quad c_2 = -\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{2\mu} (R - \delta)^2 \ln R,$$

将这两个表达式代入 u 得计算式整理之即得所证得结果。

7-54、试据在同一铅垂面内 n 根管子的平均表面传热系数的公式  $h_n = h_1 / \sqrt[n]{n}$ , 导出冷凝器中不同铅垂面内的管排数不相等时, 计算平均管排数的公式为

$$n_m = \left( \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_z}{n_1^{0.75} + n_2^{0.75} + \dots + n_z^{0.75}} \right)^4$$

假定每根管子的温差都一样。

解: 假设每根管子的平均壁温都一样, 则温差  $(t_f - t_w)$  为常数, 设第一个垂直排中有  $n_1$  根管子, 第二垂直排中有  $n_2$  根, 余类推, 则总的平均换热系数可表示为:

$$h_m = \frac{h_{n_1} n_1 + h_{n_2} n_2 + \dots + h_{n_z} n_z}{n_1 + n_2 + \dots + n_z}, \quad \text{另一方面由习题 16 知道,}$$

$$h_{n_1} = c \frac{1}{n_1^{1/4}}, \quad h_{n_2} = c \frac{1}{n_2^{1/4}}, \dots$$

$$h_{m_2} = c \frac{1}{n_m^{1/4}}$$

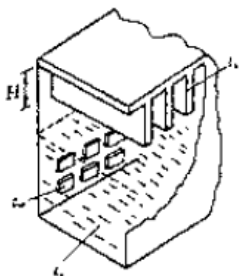
同样把平均换热系数  $h_m$  表示成平均排数的  $n_m$  的函数形式, 即

$$h_m = \frac{(\frac{1}{n_1^{1/4}})n_1 + (\frac{1}{n_2^{1/4}})n_2 + \dots + (\frac{1}{n_z^{1/4}})n_z}{n_1 + n_2 + \dots + n_z}, \quad \text{即: } n_m = (\sum n_i / \sum n_i^{0.75})^4.$$

7-55、实验研究发现, 沸腾换热的临界热流密度与液体的汽化潜热、蒸汽密度、表面张力及汽泡直径参数  $\sqrt{\gamma / [g(\rho_l - \rho_v)]}$  有关。试用量纲分析法证明:

$$q_{cr} = Cr \rho_v^{1/2} \{ \sqrt{\gamma / [g(\rho_l - \rho_v)]} \}^{-1/2} \gamma^{1/2}$$

式中 C 为待定常数。



证明:  $q_{\max} = f(r, \rho, \gamma, D_b)$ , 其中  $D_b$  代表  $\sqrt{\gamma / [g(\rho_l - \rho_v)]}$ , 这一关系式中共有三个

基本量纲: L, M, T. 试将  $q_{\max}$  的表达式写成为  $q_{\max} = Cr^a \rho_v^b D_b^c \gamma^d$ , 并将各量的量纲代入得:

$$\begin{aligned} [MT^{-3}] &= [L^2 T^{-2}]^a [ML^{-1}]^b [L]^c [MT^{-2}]^d, \quad \text{整 理 之 后 得:} \\ [MT^{-3}] &= [L^{2a-3b+c}] [M^{b+d}] [T^{-2a-2d}], \quad \text{于是有:} \end{aligned}$$



$b+d=1, -3=-2a-2d, 2a-3b-c=0$ , 由此解得:  $b=\frac{3-2a}{2}, c=\frac{9-10a}{2}, d=\frac{2a-1}{2}$ , 如取  $a=1$ , 则

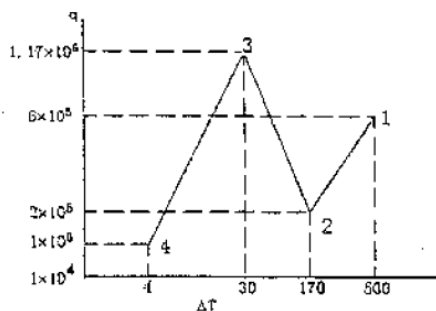
得  $b=\frac{1}{2}, c=-\frac{1}{2}, d=\frac{1}{2}$ , 因而临界热流密度可能取得如下表达式形式:

$$q_{\max} = Cr\rho_v^{\frac{1}{2}} D_B^{-\frac{1}{2}} \gamma^{\frac{1}{2}} = Cr\rho_v^{1/2} \left\{ \sqrt{\gamma/[g(\rho_l - \rho_v)]} \right\}^{-1/2} \gamma^{1/2}$$

7-56 一个直径为 10mm 的铜球, 初始温度为  $t_i$ , 突然被置于一大气压下饱和水的水浴中, 试用集总参数法分析银球(1)从  $t_i=600^\circ\text{C}$  冷却到  $270^\circ\text{C}$ , (2)从  $t_i=600^\circ\text{C}$  冷却到  $130^\circ\text{C}$  及(3)从  $t_i=600^\circ\text{C}$  冷却到  $140^\circ\text{C}$  所需的时间。

提示: 利用教材中的图 6-11, 并用三段折线来代替该曲线。取三段折线的 4 个端点的  $q-\Delta t$  值如下:  $q=6 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ ,  $\Delta t=500^\circ\text{C}$ ;  $q=2 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ ,  $\Delta t=170^\circ\text{C}$ ;  $q=1.17 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ ,  $\Delta t=32^\circ\text{C}$ ;  $q=5 \times 10^4 \text{ W/m}^2$ ,  $\Delta t=4^\circ\text{C}$ 。每一段折线均可用  $q=C\Delta t^n$  的形式来逼近。

解:



(1) 利用图 6-11 并将其简化为四段折线, 如上图所示, 每一段均可以用  $q=C\Delta t^n$  来近视,  $C$ 、 $n$  之间可由各段的初始值求出。

$1 \rightarrow 2$ ,  $q_1=6 \times 10^5$ ,  $q_2=2 \times 10^5$ ,  $\Delta t_1=500$ ,  $\Delta t_2=170$ ,  $C=1059.7$ ,  $n=1.02$ 。  $2 \rightarrow 3$   $q_2=2 \times 10^5$ ,  $q_3=1.17 \times 10^6$ ,  $\Delta t_2=170$ ,  $\Delta t_3=32$ ,  $C=3.768 \times 10^7$ ,  $n=-1.02$ 。

$3 \rightarrow 4$ ,  $q_3=1.17 \times 10^6$ ,  $q_4=5 \times 10^4$ ,  $\Delta t_3=32$ ,  $\Delta t_4=4$ ,  $C=376.9$ ,  $n=2.364$ 。

利用集总参数法, 取铜球的  $c_p$  近视为常数  $c=386 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ ,  $\rho=8930 \text{ kg/m}^3$ ,

$$\rho c \left( \frac{V}{A} \right) dt = -q d\tau, \quad \frac{V}{A} = \frac{\pi d^3 / 6}{\pi d^2} = \frac{d}{6},$$

$$\therefore \frac{\rho c d}{6} dt = -q d\tau, \quad \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau = -\frac{\rho c d}{6} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{q} = -\frac{\rho c d}{6} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{C\theta^n} = -\frac{\rho c d}{6C} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{\theta^n},$$

$$\therefore \tau_2 - \tau_1 = \frac{\rho c d}{6C} \frac{1}{1-n} [\theta_1^{1-n} - \theta_2^{1-n}]$$

对于  $1 \rightarrow 2$  过程:

$$\tau_2 - \tau_1 = \frac{8930 \times 386 \times 0.01}{6} \cdot \frac{1}{1059.7} \cdot \frac{1}{1-1.02} [500^{1-1.02} - 170^{1-1.02}] = 30.9 \text{ s};$$

对于  $2 \rightarrow 3$  过程:

$$\tau_3 - \tau_2 = \frac{8930 \times 386 \times 0.01}{6} \cdot \frac{1}{3.768 \times 10^7} \cdot \frac{1}{1+1.02} [170^{1+1.02} - 32^{1+1.02}] = 2.33 \text{ s};$$

对于  $3 \rightarrow 4$  过程:

$$\tau_4 - \tau_3 = \frac{8930 \times 386 \times 0.01}{6} \cdot \frac{1}{376.9} \cdot \frac{1}{1-2.364} [32^{1-2.364} - 4^{1-2.364}] = 1.59 \text{ s}。$$

从  $t=600^\circ\text{C}$  冷却到  $270^\circ\text{C}$ , 需 30.9s;

从  $t = 600^\circ\text{C}$  冷却到  $130^\circ\text{C}$ , 需 33.23s;

从  $t = 600^\circ\text{C}$  冷却到  $104^\circ\text{C}$ , 需 34.82s;

## 第八章

1. 什么叫黑体? 在热辐射理论中为什么要引入这一概念?
2. 温度均匀的空腔壁面上的小孔具有黑体辐射的特性, 那么空腔内部壁面的辐射是否也是黑体辐射?
3. 试说明, 为什么在定义物体的辐射力时要加上 "半球空间" 及 "全部波长" 的说明?
4. 黑体的辐射能按波长是怎样分布的? 光谱吸收力  $E_{b\lambda}$  的单位中分母的 " $m^3$ " 代表什么意义?
5. 黑体的辐射按空间方向是怎样分布的? 定向辐射强度与空间方向无关是否意味着黑体的辐射能在半球空间各方向上是均匀分布的?
6. 什么叫光谱吸收比? 在不同光源的照耀下, 物体常呈现不同的颜色, 如何解释?
7. 对于一般物体, 吸收比等于发射率在什么条件下才成立?
8. 说明灰体的定义以及引入灰体的简化对工程辐射传热计算的意义.
9. 黑体的辐射具有漫射特性. 如何理解从黑体模型 (温度均匀的空腔器壁上的小孔) 发出的辐射能也具有漫射特性呢?

### 黑体辐射基本定律

8-1、一电炉的电功率为 1KW, 炉丝温度为  $847^\circ\text{C}$ , 直径为 1mm. 电炉的效率为 0.96. 试确定所需炉丝的最短长度。

$$\text{解: } 5.67 \times \left( \frac{273 + 847}{100} \right)^4 \pi dL = 0.96 \times 10^3$$

得  $L = 3.61\text{m}$

8-2、直径为 1m 的铝制球壳内表面维持在均匀的温度 500K, 试计算置于该球壳内的一个实验表面所得到的投入辐射。内表面发射率的大小对这一数值有否影响?

$$\text{解: 由 } E_b = C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 = 35438 \text{ W/m}^2$$

8-3、把太阳表面近似地看成是  $T = 5800\text{K}$  的黑体, 试确定太阳发出的辐射能中可见光所占的百分数。

解: 可见光波长范围是  $0.38 \sim 0.76 \mu\text{m}$

$$E_b = C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 = 64200 \text{ W/m}^2$$

可见光所占份额

$$F_b(\lambda_2 - \lambda_1) = F_b(0 - \lambda_2) - F_b(0 - \lambda_1) = 44.87\%$$

8-4、一炉膛内火焰的平均温度为 1500K, 炉墙上有一着火孔。试计算当着火孔打开时从孔向外辐射的功率。该辐射能中波长为  $2 \mu\text{m}$  的光谱辐射力是多少? 哪种波长下的能量最多?

$$\text{解: } E_b = C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 = 287 \text{ W/m}^2$$

$$E_{b\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/(\lambda T)} - 1} = 9.74 \times 10^{10} \text{ W/m}^3$$

$T = 1500\text{K}$  时,  $\lambda_m = 1.93 \times 10^{-12} \text{ m}$

8-5、在一空间飞行物的外壳上有一块向阳的漫射面板。板背面可以认为是绝热的, 向阳面得到的太阳投入辐射  $G = 1300 \text{ W/m}^2$ 。该表面的光谱发射率为:  $0 \leq \lambda \leq 2 \mu\text{m}$  时  $\varepsilon(\lambda) = 0.5$ ;

$\lambda > 2 \mu\text{m}$  时  $\varepsilon(\lambda) = 0.2$ 。试确定当该板表面温度处于稳态时的温度值。为简化计算, 设太阳的辐射能均集中在  $0 \sim 2 \mu\text{m}$  之内。

$$G = \varepsilon C \left( \frac{T}{100} \right)^4$$

解：由

得  $T=463K$

8-6、人工黑体腔上的辐射小孔是一个直径为 20mm 的圆，辐射力  $E_b = 3.72 \times 10^5 W/m^2$ 。一个辐射热流计置于该黑体小孔的正前方  $l=0.5m$ ，处，该热流计吸收热量的面积为  $1.6 \times 10^{-5} m^2$ 。问该热流计所得到的黑体投入辐射是多少？

$$L_b = \frac{E_b}{\lambda} = 1.185 \times 10^5 W/m^2$$

解：

$$\Omega = \frac{A_c}{r^2} = 6.4 \times 10^{-5}$$

$$L_b \cdot A = 37.2W$$

所得投入辐射能量为  $37.2 \times 6.4 \times 10^{-5} = 2.38 \times 10^{-3} W$

8-7、用特定的仪器测得，一黑体炉发出的波长为  $0.7 \mu m$  的辐射能（在半球范围内）为  $10^8 W/m^3$ ，试问该黑体炉工作在多高的温度下？该工况下辐射黑体炉的加热功率为多大？辐射小孔的面积为  $4 \times 10^{-4} m^2$ 。

$$E_{b\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/(\lambda T)} - 1} \text{ 代入数据得： } T=1214.9K$$

$$\Phi = AC_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 = 49.4W$$

8-8、试确定一个电功率为 100W 的电灯泡发光效率。假设该灯泡的钨丝可看成是 2900K 的黑体，其几何形状为  $2mm \times 5mm$  的矩形薄片。

$$E_b = C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4$$

解：

可见光的波长范围  $0.38 \sim 0.76 \mu m$

$$\text{则 } \lambda_1 T = 1102 \mu m.K; \lambda_2 T = 2204 \mu m.K$$

$$\text{由表可近似取 } F_{b(0-0.38)} = 0.092; F_{b(0-0.76)} = 10.19$$

$$\Delta E = C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 \times (10.19 - 0.094)\%$$

在可见光范围内的能量为

$$\eta = \frac{\Delta E}{E} = 10.09\%$$

发光效率

8-9、钢制工件在炉内加热时，随着工件温度的升高，其颜色会逐渐由暗红变成白亮。假设钢件表面可以看成黑体，试计算在工件温度为  $900^\circ C$  及  $1100^\circ C$  时，工件所发出的辐射能中的可见光是温度为  $700^\circ C$  的多少倍？

$$\lambda T \leq 600 \mu m.K \text{ 时 } F_{b(0-\lambda)} = 0; \lambda T = 800 \mu m.K \text{ 时 } F_{b(0-\lambda)} = 0.16 \times 10^{-4}。$$

$$\text{解：解：(1) } t = 700^\circ C \text{ 时， } T = 973K, \lambda_1 T = 0.38 \times 973 = 369.7 \mu mK, F_{b(0-\lambda_1)} = 0.00$$

$$\lambda_1 T = 0.76 \times 973 = 739.5 \mu mK, \text{由 } \lambda T \leq 600 \mu mK \text{ 及 } \lambda T = 800 \mu mK \text{ 之 } F_{b(0-\lambda)} \text{ 值线性插值得：}$$

$$F_{b(0-\lambda_1)} = 1.116 \times 10^{-5}, F_{b(\lambda_2-\lambda_1)} = 1.116 \times 10^{-5} = 0.001116\%$$

$$\text{可见光的能量为： } 1.116 \times 10^{-5} \times 5.67 \times 9.73^4 = 0.5672 W/m^2。$$

$$(2) t = 900^\circ C \text{ 时， } T = 1173K, \lambda_1 T = 0.38 \times 1173 = 445.7 \mu mK, F_{b(0-\lambda_1)} = 0.00$$

$$\lambda_2 T = 0.76 \times 1173 = 891.5 \mu mK, F_{b(0-\lambda_1)} = 1.565 \times 10^{-4}, F_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = 1.565 \times 10^{-4} = 0.01565\%$$

,此时可见光的

能量  $1.565 \times 10^{-4} \times 5.67 \times 11.73^4 = 16.8 \text{ W/m}^2$  .

所以  $900^\circ\text{C}$  时是  $700^\circ\text{C}$  时的  $16.3/0.5672=29.6$  倍.

(3)  $t=1100^\circ\text{C}$  时,  $T=1373\text{K}$ ,  $\lambda_1 T = 0.38 \times 1373 = 521.74 \mu\text{mK}$ ,  $F_{b(0-\lambda_1)} = 0.00$  ,

$\lambda_2 T = 0.76 \times 1373 = 1043.48 \mu\text{mK}$ ,  $F_{b(0-\lambda_2)} = 5.808 \times 10^{-4}$ ,  $F_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = 5.808 \times 10^{-4} = 0.05808\%$  , 此时可见

光的能量为  $5.808 \times 10^{-4} \times 5.67 \times 13.73^4 = 117.03 \text{ W/m}^2$  .

所以  $1100^\circ\text{C}$  时是  $700^\circ\text{C}$  时的  $117.03/0.5672=206.3$  倍.

8-10、一等温空腔的内表面为漫射体,并维持在均匀的温度。其上有一个面积为  $0.02 \text{ m}^2$  的小孔,小孔面积相对于空腔内表面积可以忽略。今测得小孔向外界辐射的能量为  $70\text{W}$ ,试确定空腔内表面的温度。如果把空腔内表面全部抛光,而温度保持不变,问这一小孔向外的辐射有何影响?

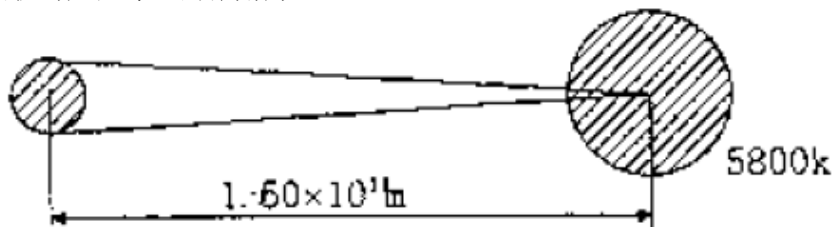
$$\Phi = AC_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4$$

解:

代入数据  $T=498.4\text{K}$

8-11、把地球作为黑体表面,把太阳看成是  $T=5800^\circ\text{C}$  的黑体,试估算地球表面温度。已知地球直径为  $1.29 \times 10^7 \text{ m}$ ,太阳直径为  $1.39 \times 10^9 \text{ m}$ ,两者相距  $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ 。地球对太空的辐射可视为  $0\text{K}$  黑体空间的辐射。

解: 如图所示。地球投影面积对太阳球心的张角为:



$$\Delta\Omega = \frac{\pi/4 \times (1.29 \times 10^7)^2}{(1.5 \times 10^{11})^2} = \frac{0.785 \times 1.6641 \times 10^{14}}{2.25 \times 10^{22}} = 0.5806 \times 10^{-8} \quad (\text{球面角})$$

$$\frac{\Delta\Omega}{4\pi} = \frac{0.5806 \times 10^{-8}}{4 \times 3.14} = 4.6226 \times 10^{-10} \quad \text{。地球表面的空间辐射热平衡为:}$$

$$\Phi_{S.C} = 4\pi R_{sum}^2 \times \sigma_o \times 4.623 \times 10^{-10} ,$$

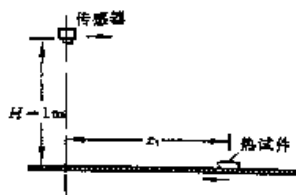
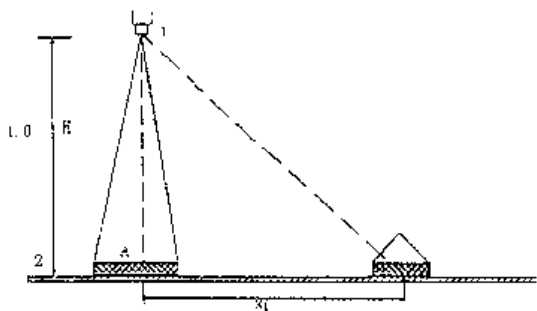
$$A_e E_{be} - \Phi_{S.C} = 0, A_e = 4\pi R_e^2 = 4 \times 3.14 \times \left( \frac{1.29 \times 10^7}{2} \right)^2 ,$$

$$E_{be} = \sigma_o T_e^4, \sigma_o T_e^4 \times 4 \times 3.14 \times \left( \frac{1.29 \times 10^7}{2} \right)^2 = 4\pi R_{sum}^2 \times \sigma_o T_{sum}^4 \times 4.623 \times 10^{-10} ,$$

$$(1.29 \times 10^7)^2 T_e = (1.39 \times 10^9)^2 T_{sum}^6 \times 4.623 \times 10^{-10} ,$$

$$\begin{aligned} T_c &= T_{sum} \times [1.39^2 \times 10^{18} \times 4.623 \times 10^{-10} \times 10^{-14} / 1.29^2]^{1/4} \\ &= 5800 \times [1.9321 \times 4.623 / 1.6641 \times 10^{-6}]^{1/4} = 5800 \times (5.3675 \times 10^{-6})^{1/4} \\ &= 5800 \times 1.5221 / 31.62 = 279.2\text{K} . \end{aligned}$$

8-12、如附图所示,用一个运动的传感器来测定传送带上一个热试件的辐射具有黑体的特性,文传感器与热试件之间的距离  $x_1$  多大时,传感器接受到的辐射能是传感器与试件位于同一数值线上时的  $75\%$ ?



解:

按题意, 当工件位于  $x_1$  处时, 工件对传感器的角系数为工件在正下方时的 75%, 当工件在正下方时,

$$x_{1,2} = \frac{A/H^2}{2\pi}, A/H^2$$

是 A 对传感器的张角:

$$\text{当工件在 } x_1 \text{ 处时, } x_{1,2} = \frac{A \left( \frac{H^2}{H^2 + x_1^2} \right)}{H^2 + x_1^2} / (2\pi), \quad \text{故有: } 0.75 \times \frac{A/H^2}{2\pi} = \frac{A \left( \frac{H^2}{H^2 + x_1^2} \right)}{H^2 + x_1^2} / (2\pi), \quad \text{即}$$

$$0.75 \times [1 + (x_1/H)^2] = \frac{1}{1 + (x_1/H)^2},$$

$$\text{由试凑法解得 } \frac{x_1}{H} = 0.395, \therefore x_1 = 0.395 H.$$

8-13、从太阳投射到地球大气层外表面的辐射能经准确测定为  $1353 \text{ W/m}^2$ 。太阳直径为  $1.39 \times 10^9 \text{ m}$ , 两者相距  $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ 。若认为太阳是黑体, 试估计其表面温度。

解: 太阳看成一个点热源, 太阳投射在地球上的辐射总量为  $Q_{sun}$

$$Q_{sun} = 1353 \times 4\pi \times (1.5 \times 10^{11})^2$$

$$Q_{sun} = 5.67 \times \pi \times (1.39 \times 10^9)^2 \times \left( \frac{T}{100} \right)^4$$

又

所以  $T = 5774 \text{ K}$

8-14、试证明下列论述: 对于腔壁的吸收比为 0.6 的一等球壳, 当其上的小孔面积小于球的总表面面积的 0.6% 时, 该小孔的吸收比可大于 99.6%。球壳腔壁为漫射体。

解: 设射进小孔的投入辐射为  $E_0$ , 经空腔内表面第一次反射的投入辐射为  $\rho E_0$ , 经第二次反射为  $\rho^2 E_0$ , 经第  $n$  次反射为  $\rho^n E_0$ 。

$$\text{空腔共吸收 } E_0(1 - \rho^n) = E_0[1 - (1 - 0.6)^n]$$

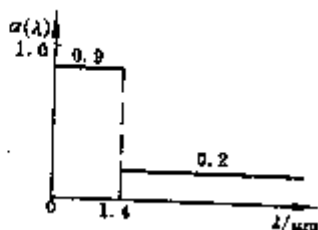
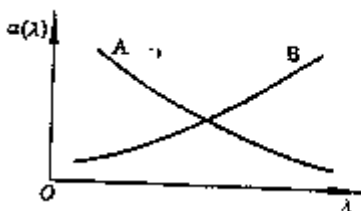
设  $n=1$

$$\text{所以 } E_0(1 - 0.4) \times 0.6\% = 0.36\%$$

则小孔吸收比为  $1 - 0.36\% = 99.6\%$

又因为  $n$  越大, 则小孔的吸收比越大, 证明完毕。

**实际物体的辐射特性**



8-15、已知材料 AB 的光谱发射率  $\varepsilon(\lambda)$  与波长的关系如附图所示, 试估计这两种材料的发射率  $\varepsilon$  随温度变化的特性, 并说明

理由。

解：A 随稳定的降低而降低；B 随温度的降低而升高。

理由：温度升高，热辐射中的短波比例增加。

8-16、一选择性吸收表面的光谱吸收比随  $\lambda$  变化的特性如附图所示，试计算当太阳投入辐射为  $G=800W/m^2$  时，该表面单位面积上所吸收的太阳能及对太阳辐射的总吸收比。

$$\alpha = \alpha_1 \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda} + \alpha_2 \frac{\int_{\lambda_1}^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda}$$

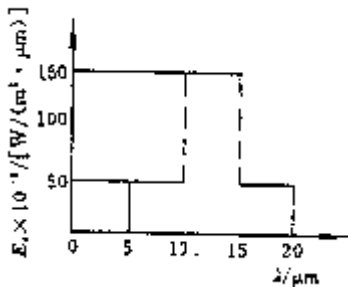
解：  $= 0.9F_{b(0 \sim 1.4)} + 0.2F_{b(1.4 \sim \infty)}$

查表代入数据

得  $\alpha = 0.7 \times 86.0792\% = 0.8026$

8-17 一漫射表面在某一温度下的光谱辐射强度与波长的关系可以近似地用附图表示，试：

(1) 计算此时的辐射力；



(2) 计算此时法线方向的定向辐射强度，及与法线成  $60^\circ$  角处的定向辐射强度。

$$E = \int_5^{10} E_\lambda d\lambda + \int_{10}^{15} E_\lambda d\lambda + \int_{15}^{20} E_\lambda d\lambda = 1250W$$

解：(1)

$$L(\theta) = \frac{d\Phi(\theta)}{dA \cos\theta d\Omega}$$

(2)

$$\theta = 0, L(0) = 398W/(m^2 \cdot str)$$

$$\theta = 60^\circ; L(60) = 919W/(m^2 \cdot str)$$

8-18、暖房的升温作用可以从玻璃的光谱透比变化特性解释。有一块厚为 3mm 的玻璃，经测定，其对波长为  $0.3 \sim 2.5 \mu m$  的辐射能的穿透比为 0.9，而对其他波长的辐射能可以完全不穿透。试据此计算温度为 5800K 的黑体辐射及温度为 300K 的黑体辐射投射到该玻璃上时各自的总穿透比。

解：  $T=5800K, \lambda_1 T_1 = 1740, \lambda_2 T_2 = 14500$

由表查得  $F_{b(0 \sim 0.3)} = 2.862, F_{b(0 \sim 2.5)} = 96.29$

$$\tau_1 = 0.9 \times (96.29 - 2.862)\% = 84\%$$

同理  $\tau_2 = 0.02\%$

8-19、一表面的定向发射率  $\varepsilon(\varphi)$  随  $\varphi$  角的变化如附图所示，试确定该表面的发射率与法向发射率  $\varepsilon_n$  的比值。

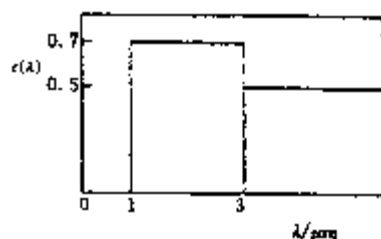
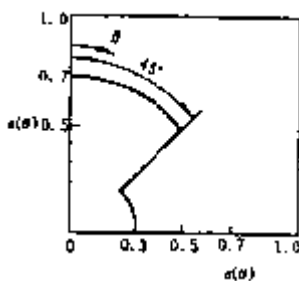
解：法向发射率即是图中所示  $\varepsilon(0) = 0.7$

$$\text{又 } \varepsilon(45) = 0.5$$

$$\frac{\varepsilon(45)}{\varepsilon(0)} = 0.714$$

所以

8-20、一小块温度  $T_s = 400K$  的漫射表面悬挂在  $A_1$  温度  $T_f = 2000K$  的炉子中。炉子表面是漫灰的，且发射率为 0.25。悬挂表面的光谱发射率如附图所示。试确定该表面的发射率及对炉墙表面发出的辐射能的吸收比。



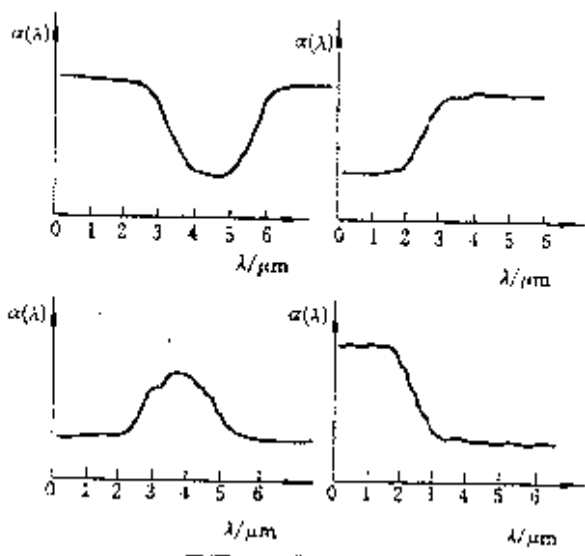
$$q(T_1) = \varepsilon_{\lambda 1} \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} + \varepsilon_{\lambda 2} \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} + \varepsilon_{\lambda 3} \frac{\int_{\lambda_2}^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b}$$

$$= \varepsilon_{\lambda 1} F_b(0 - \lambda_1) + \varepsilon_{\lambda 2} F_b(\lambda_1 - \lambda_2) + \varepsilon_{\lambda 3} F_b(\lambda_2 - \infty)$$

解:  $= 0.543$

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_2(\lambda, T_1) E_{b2}(T_2) d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda}(T_2) d\lambda} = 0.6$$

又因为



的, 而探头表面的吸收比可近似地取为 1。试确定  $4 \times 10^{-4} m^2$ 。

解: 对探头:

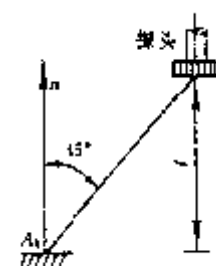
$$\therefore \frac{E}{\sqrt{2\pi}} \times A_1 \cos 45^\circ \frac{A_2}{r^2} = 1.815 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \varepsilon = 0.8$$

8-21、温度为 310K 的 4 个表面置于太阳光的照射下, 设此时各表面的光谱吸收比随波长的变化如附图所示。试分析, 在计算与太阳能的交换时, 哪些表面可以作为灰体处理? 为什么?

解: 太阳辐射能的绝大部分集中在  $2\mu m$  以下的区域, 温度为 310K 的物体辐射能则绝大部分在  $6\mu m$  以上的红外辐射, 由图可见, 第一种情形与第三种情形, 上述波段范围内单色吸收率相同, 因而可以作为灰色处理。

8-22、一直径为 20mm 的热流计探头, 用以测定一微小表面积  $A_1$  的辐射热流, 该表面温度为  $T_1 = 1000K$ 。环境温度很低, 因对探头的影响可以忽略不计。因某些原因, 探头只能安置在与  $A_1$  表面法线成  $45^\circ$  处, 距离  $l = 0.5m$ 。探头测得的热量为  $1.815 \times 10^{-3} W$ 。表面  $A_1$  是漫射  $A_1$  的发射率。  $A_1$  的面积为

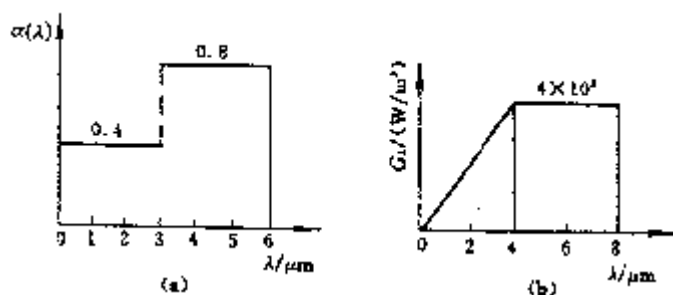


$$\Phi(45) = \int L(45) dA \cos 45^\circ d\Omega = L(45) \times$$

$$\therefore \Phi(45) = 1.815 \times 10^{-3}$$

8-23、已知一表面的光谱吸收比与波长关系如附图所示, 在某一瞬间, 测得表面温度为 1000K。投入辐射  $G_\lambda$  按波长分布的情形示于附图 b。试:

- (1) 计算单位表面积所吸收的辐射能;
- (2) 计算该表面的发射率及辐射力;
- (3) 确定在此条件下物体表面的温度随时间如何变化, 设物体无内热源, 没有其他形式的热量传递。



$$G_{XSH} = \int_0^3 \alpha(\lambda) G_{\lambda} d\lambda + \int_3^4 \alpha(\lambda) G_{\lambda} d\lambda + \int_4^6 \alpha(\lambda) G_{\lambda} d\lambda + \int_6^{\infty} \alpha(\lambda) G_{\lambda} d\lambda = 1100 (W/m^2)$$

解: (1)

$$\therefore \alpha(T) = \alpha_1 F_b(0 - \lambda_1) + \alpha_2 F_b(\lambda_1 - \lambda_2) = 0.49$$

(2)

$$\therefore E = q C_b \left( \frac{T}{100} \right)^4 = 40677 W/m^2$$

$$(3) \therefore E = 40677 > G_{XSH}$$

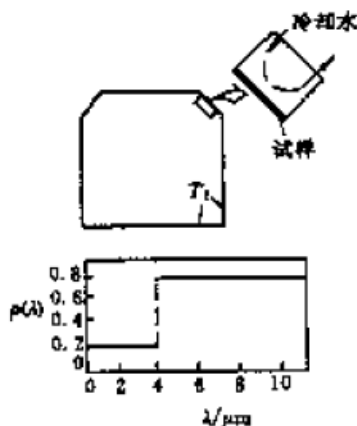
所以在此条件下物件表面的温度随时间的延长而降低。

### 综合分析

8-24、一测定物体表面辐射特性的装置示于附图中。空腔内维持在均匀温度  $T_f = 1000K$ ；腔壁是漫灰体  $\varepsilon = 0.8$ 。腔内 1000K 的热空气与试样表面间的

的对流换热表面传热系数  $h = 10 W/m^2 \cdot K$ 。试样的表面温度用冷却水维持，恒为  $300^\circ C$ ，试样表面的光谱反射比示于附图。试：(1) 计算试样的吸收比；

(2) 确定其发射率；(3) 计算冷却水带走的热量。试样表面  $A = 5cm^2$ 。



解：冷却水带走的热量为：  $\Phi = \Phi_{com} + \Phi_{rod}$ ，

$$\Phi_{com} = 5 \times 10^{-4} \times 10 \times (1000 - 600) = 5 \times 10^{-4} \times 10 \times 400 = 2W$$

$$\Phi_{rod} = \int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda = \int_0^1 0.8 E_{b\lambda} d\lambda + \int_1^{\infty} 0.2 E_{b\lambda} d\lambda$$

$$\frac{\int_0^1 E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = F_{b(0-1)} = 0.8564 \text{ (按 } 8000 \mu m \cdot K \text{ 查表)}$$

$$\frac{\int_1^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = 1 - F_{b(0-1)} = 1 - 0.8564 = 0.1436, \alpha_{\lambda} = 1 - \rho_{\lambda}$$

$$\begin{aligned} \therefore \Phi_{rod} &= (0.8 \times 0.8564 + 0.2 \times 0.1436) \times E_b \times A \\ &= 5 \times 10^{-1} \times 5.67 \times 10^{-8} \times 1000^4 \times 0.7138 = 5 \times 10^{-4} \times 5.67 \times 10^4 \times 0.7138 \\ &= 20.23W \end{aligned}$$

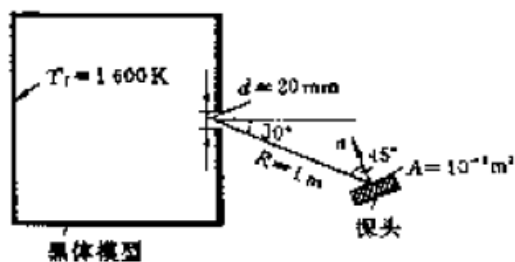
$$\Phi = \Phi_{com} + \Phi_{rod} = 2 + 20.23 = 22.23W$$
，吸收比=0.7138，反射比=0.2862。

反射率应以 600K 来计算。

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{(1-0.2) \int_0^1 E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} + \frac{(1-0.8) \int_1^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} = \frac{2400K}{100} \times 0.8 \times \frac{14.05}{100} + 0.2 \times \left( 1 - \frac{14.05}{100} \right) \\ &= 0.8 \times 0.1405 + 0.2 \times 0.8595 = 0.1124 + 0.1719 = 0.3967 \end{aligned}$$

所以  $\Phi = 22.23W$ ，发射率  $\varepsilon = 0.397$ ，吸收比  $\alpha = 0.714$ 。

8-25、用一探头来测定从黑体模型中发出的辐射能，探头设置位置如附图所示。试对下列两种情况计算从黑体模型到达探头的辐射能：(1) 黑体模型的小孔处未放置任何东西；(2) 在小孔处放置了一半透明材料，其穿透比为  $\lambda \leq 2\mu m$  时  $\tau(\lambda) = 0.8$ ， $\lambda > 2\mu m$ ， $\tau(\lambda) = 0$ 。



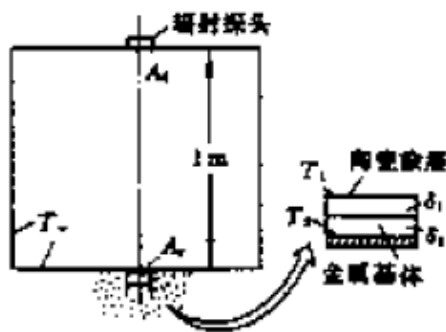
$$\frac{E}{\pi} = \frac{C_0 \times \left( \frac{T}{100} \right)^4}{\pi} = 1.18 \times 10^5 W/m^2$$

$$\Phi = L \cos 30^\circ A \times \frac{A_c}{r^2} = 0.227mW$$

解：(1)  $L =$

$$(2) \sigma T = 2600 = 3200 \mu m \cdot K, \text{查表得 } F_{(0-2)} = 0.3185$$



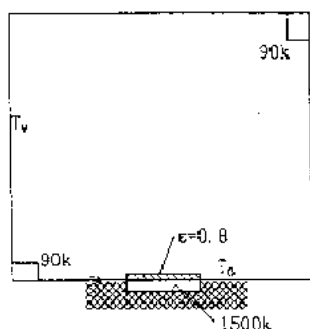


$$\text{所以 } \tau(\lambda) = \tau_1(\lambda)F_{(0-\lambda_1)} + \tau_2(\lambda)F_{(\lambda_1-\infty)} = 0.2548$$

$$\text{所以 } \Phi' = \Phi \times \tau(\lambda) = 0.0578 \text{ mW}$$

8-26、为了考验高温陶瓷涂层材料使用的可靠性，专门设计了一个试验，如附图所示。已知辐射探头表面积  $A_d = 10^{-5} \text{ m}^2$  陶瓷涂层表面积  $A_c = 10^{-4} \text{ m}^2$ 。金属基板底部通过加热维持在  $T_1 = 90 \text{ K}$ ，腔壁温度均匀且  $T_w = 90 \text{ K}$ 。陶瓷涂层厚  $\delta_1 = 5 \text{ mm}$ ,  $\lambda_1 = 60 \text{ W/(m.K)}$ ；基板厚  $\delta_2 = 8 \text{ mm}$ ,  $\lambda_2 = 30 \text{ W/(m.K)}$ 。陶瓷表面是漫灰的， $\varepsilon = 0.8$ 。陶瓷涂层与金属基板间无接触热阻。试确定：（1）陶瓷表面的温度  $T_2$  及表面热流密度；（2）置于空腔顶部的辐射能检测器所接受到的由陶瓷表面发射出去的辐射能量；（3）经过多次试验后，在陶瓷涂层与基板之间产生了很多小裂纹，形成了接触热阻，但  $T_w$  及陶瓷涂层表面的辐射热流密度及发射率均保持不变，此时温度  $T_1, T_2$  是增加，降低还是不变？

解：如图所示：



- （1）稳态运行时，电热器发出之热通过导热传导到陶瓷表面上，再通过辐射传递到腔壁四周，设陶瓷表面温度为  $T_2$ ，则有

$$A_c \frac{1500 - T_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}} = \varepsilon A_c \sigma_o (T_2^4 - T_w^4)$$

$$\frac{1500 - T_2}{\frac{5 \times 10^{-3}}{60} + \frac{8 \times 10^{-3}}{30}} = 0.8 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (T_2^4 - 90^4)$$

$$\frac{1500 - T_2}{8.333 \times 10^{-5} + 26.66 \times 10^{-5}} = 4.536 \times 10^{-8} \times (T_2^4 - 6.561 \times 10^7)$$

$$\frac{1500 - T_2}{34.99 \times 10^{-5}} = 4.536 \left[ \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 - 0.6561 \right], \quad 2857.96(1500 - T_2) = 4.536 \left[ \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 - 0.6561 \right],$$

用试凑法解得：  $T_2 = 1433 \text{ K}$ ，

$$E = \varepsilon E_\eta = 0.8 \times 5.67 \times 14.33^5 = 191.3 \times 10^5 \text{ W/m}^2,$$

- （2）检测器面积  $A_d = 10^{-5} \text{ m}^2$ ，  $d\Omega = \frac{A_d}{R^2} = \frac{10^{-5}}{1^2} = 10^{-5} \text{ sr}$ ，

$$d\Phi(\theta) = \frac{\varepsilon E_1}{\pi} \cdot \cos \theta \cdot d\Omega \cdot dA_1 = \frac{0.8 \times 5.67 \times 14.33^4}{3.14} \times 1 \times 10^{-5} \times 10^{-1}$$

$$= 6.092 \times 10^{-5} \text{ W} = 0.0609 \text{ mW}.$$

- （3）由于接触热阻的作用，温度要升高。

小论文题目

8-27 在用黑体炉标定热流计, 辐射高温计等时, 常常要控制炉子的温度, 以使所需的光谱辐射强度的变化在允许范围之内。试:

(1) 证明对黑体有

$$\frac{dL_{b\lambda}/L_{b\lambda}}{dT/T} = \frac{c_2}{\lambda T} \frac{1}{1 - \exp[-c_2/(\lambda T)]}$$

其中  $L_{b\lambda}$  为黑体的光谱定向辐射强度, 它与  $E_{b\lambda}$  的关系为  $L_{b\lambda} = E_{b\lambda}/\pi$ ;

(2) 确定当黑体炉工作在 2000K 时, 为使波长为  $0.65 \times 10^{-6} m$  的光谱定向辐射强度的相对变化率小于 0.5%, 炉温的允许变化值是多少?

实际物体的辐射特性

$$dL_{b\lambda}/L_{b\lambda} = d\left(\frac{E_{b\lambda}}{\lambda}\right)/\left(\frac{E_{b\lambda}}{\lambda}\right) = dE_{b\lambda}/E_{b\lambda} = \ln E_{b\lambda}$$

$$= \ln \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp(c_2/\sigma T) - 1} = \frac{c_2}{\sigma T^2} dT \frac{\exp c_2/\lambda T}{\exp c_2/\lambda T - 1}$$

解: (1) 证明因为

$$\frac{dL_{b\lambda}/L_{b\lambda}}{dT/T} = \frac{c_2}{\lambda T} \frac{1}{1 - \exp[-c_2/(\lambda T)]}$$

所以

$$(2) \quad dL_{b\lambda}/L_{b\lambda} \leq 0.5\%, \lambda = 0.65 \times 10^{-6} m, c_2 = 1.4388 \times 10^{-2}, T = 2000 K$$

代入式得  $dT/T \leq 0.045\%$

即允许值为 0.045%

8-28. 按照标准宇宙学模型, 宇宙起源于一百多亿年前的一次大爆炸 (大爆炸模型). 1946 年, 俄裔美籍科学家伽夫(G.gamov)度和密度接近无穷大的原始火球的爆炸, 他的学生阿尔法(R.A.Alpher)日应表现为温度为 3K 的宇宙背景辐射. 1964 年, 美国贝尔(Beer)工程师观察到了弥漫于宇宙的空间相当于黑体 3K 的辐射后 (后经精密测定相应于宇宙背景辐射分布的温度应为 2.736K), 证实了大爆炸模型的推测.

试根据普朗克定律, 画出宇宙背景辐射的图谱.

## 第九章

### 思考题

1、试述角系数的定义。“角系数是一个纯几何因子”的结论是在什么前提下得出的?

答: 表面 1 发出的辐射能落到表面 2 上的份额称为表面 1 对表面 2 的角系数。“角系数是一个纯几何因子”的结论是在物体表面性质及表面湿度均匀、物体辐射服从兰贝特定律的前提下得出的。

2、角系数有哪些特性? 这些特性的物理背景是什么?

答: 角系数有相对性、完整性和可加性。相对性是在两物体处于热平衡时, 净辐射换热量为零的条件下得出的; 完整性反映了一个由几个表面组成的封闭系统中。任一表面所发生的辐射能必全部落到封闭系统的各个表面上; 可加性是说明从表面 1 发出而落到表面 2 上的总能量等于落到表面 2 上各部份的辐射能之和。

3、为什么计算一个表面与外界之间的净辐射换热量时要采用封闭腔的模型?

答: 因为任一表面与外界的辐射换热包括了该表面向空间各个方向发出的辐射能和从各个方向投入到该表面上的辐射能。

4、实际表面系统与黑体系统相比, 辐射换热计算增加了哪些复杂性?

答: 实际表面系统的辐射换热存在表面间的多次重复反射和吸收, 光谱辐射力不服从普朗克定律, 光谱吸收比与波长有关, 辐射能在空间的分布不服从兰贝特定律, 这都给辐射换热计算带来了复杂性。

5、什么是一个表面的自身辐射、投入辐射及有效辐射?有效辐射的引入对于灰体表面系统辐射换热的计算有什么作用?

答:由物体内能转变成辐射能叫做自身辐射,投向辐射表面的辐射叫做投入辐射,离开辐射表面的辐射叫做有效辐射,有效辐射概念的引入可以避免计算辐射换热计算时出现多次吸收和反射的复杂性。

6、对于温度已知的多表面系统,试总结求解每一表面净辐射换热量的基本步骤。

答:(1)画出辐射网络图,写出端点辐射力、表面热阻和空间热阻;(2)写出由中间节点方程组成的方程组;(3)解方程组得到各点有效辐射;(4)由端点辐射力,有效辐射和表面热阻计算各表面净辐射换热量。

7、什么是辐射表面热阻?什么是辐射空间热阻?网络法的实际作用你是怎样认识的?

答:出辐射表面特性引起的热阻称为辐射表面热阻,由辐射表面形状和空间位置引起的热阻称为辐射空间热阻,网络法的实际作用是为实际物体表面之间的辐射换热描述了清晰的物理概念和提供了简洁的解题方法。

8、什么是遮热板?试根据自己的切身经历举出几个应用遮热板的例子。

答:所谓遮热板是指插入两个辐射表面之间以削弱换热的薄板。如屋顶隔热板、遮阳伞都是我们生活中应用遮热板的例子。

9、试述气体辐射的基本特点。

10、什么是气体辐射的平均射线路程长?离开了气体所处的几何空间而谈论气体的发射率与吸热比有没有实际意义?

11、按式(9-29)当 $s$ 很大时气体的 $\alpha(\lambda, s)$ 趋近于1.能否认为此时的气体层具有黑体的性质?

12、9.5.1节中关于控制表面热阻的讨论是对图9-37所示的同心圆柱面系统进行的,其结论对于像图9-15a所示的两表面封闭系统是否也成立?

13、图9-39所示的电子器件机箱冷却系统中,印制板上大功率元件布置在机箱出口处,试分析其原因。

## 习题

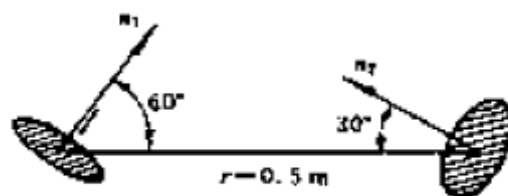
9-1、已知:一曲边六面体的几何条件。

求:各个表面之间共有多少个角系数,其中有多少个是独立的?

解:共有 $6 \times 6$ 个角系数,其中仅有 $5+4+3+2+1=15$ 个是独立的。即其余的角系数均可由完整性、相对性等特性而由这15个角系数来求得。

9-2、设有如附图所示的两个微小面积 $A_1, A_2$ ,  $A_1=2 \times 10^{-4} \text{m}^2$ ,  $A_2=3 \times 10^{-4} \text{m}^2$ 。 $A_1$ 为漫射表面,辐射力 $E_1=5 \times 10^4 \text{W/m}^2$ 。试计算由 $A_1$ 发出而落到 $A_2$ 上的辐射能。

$$\begin{aligned} \text{解: } \phi_{A_1, A_2} &= E_1 A_1 X_{1,2} = E_1 A_1 \cdot \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2 \\ &= E_1 \int_{A_1} dA_1 \int_{A_2} dA_2 \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2}{\pi r^2} \\ &= E_1 A_1 A_2 \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2}{\pi r^2} \end{aligned}$$



习题 9-2 附图

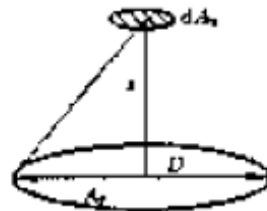
$$= 5 \times 10^4 \times 2 \times 10^{-4} \times 3 \times 10^{-4} \times \frac{\cos 30^\circ \cos 60^\circ}{3.14 \times 0.5^2}$$

$$= 1.655 \times 10^{-3} W。$$

9-3、如附图所示，已知一微元圆盘  $dA_1$  与有限大圆盘  $A_2$ （直径为  $D$ ）相平行，两中心线之连线垂直于两圆盘，且长度为  $s$ 。试计算  $X_{d1,2}$ 。

解：由几何关系：

$$\begin{cases} \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = s/l \\ l^2 = s^2 + r^2 \\ dA_2 = 2\pi r dr \end{cases}$$



根据角系数定义式：

$$X_{d1,2} = \int_{A_2} \frac{L dA_1 \cos \varphi \cdot d\omega}{dA_1 \cdot E_1} = \int_{A_2} \frac{(E_1 / \pi) \cos \varphi \cdot d\omega}{dA_1 \cdot E_1} = \int_{A_2} \frac{\cos \varphi}{\pi} \cdot \frac{dA_2 \cos \varphi}{l^2}$$

$$= \int_{A_2} \frac{\cos^2 \varphi}{\pi l^2} dA_2$$

代入几何关系，整理得：

$$X_{d1,2} = \int_0^{R_0} \frac{2s^2}{(s^2 + r^2)^2} \cdot r dr$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{\substack{r^2 + r^2 = u \\ du = 2\pi r dr}}{=} s^2 \int \frac{du}{u^2} = -\frac{s^2}{u} \Big|_{s^2}^{s^2 + (\frac{D}{2})^2} = s^2 \left( \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^2 + \left[\frac{D}{2}\right]^2} \right) \\ & = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2}{s^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{D^2}{4s^2 + D^2} \end{aligned}$$

9-4、已知：如图，微元面积  $dA_1$  与球缺  $A_2$ 。

求：从角系数的积分定义出发，计算  $dA_1$  到球缺内表面  $A_2$  的角系数，并用两种极限情形来检查你所得到的公式的正确性。

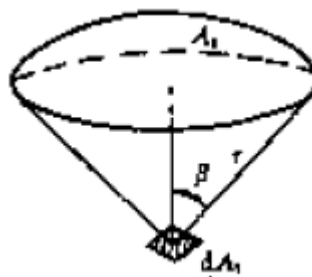
解：

$$X_{d1,2} = \int_{A_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\pi r^2} dA_2, \varphi_2 = 0, \cos \varphi_2 = 1, \quad dA_2 = 2\pi (r \sin \varphi_1) r d\varphi_1, \text{ 代入上式}$$

得：

$$X_{d1,2} = \int_0^\beta \frac{\cos \varphi_1 (2\pi r^2 \sin \varphi_1)}{\pi r^2} d\varphi_1 = 2 \int_0^\beta \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 d\varphi_1$$

$$= \int_0^\beta \sin(2\varphi_1) d\varphi_1 = \frac{1}{2} [1 - \cos(2\beta)]$$



$$= \sin^2 \beta$$

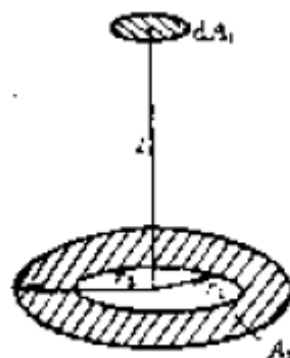
当  $\beta = 0$  时, 应有  $X_{d1,2} = 0$ , 由上式确实得出此值;

当  $\beta = \frac{\pi}{2}$  时, 应有  $X_{d1,2} = 1$ , 由上式亦确实得出此值。

9-5、已知: 如图,  $l = 0.2\text{m}$ ,  $r_1 = 0.1\text{m}$ ,  $r_2 = 0.13\text{m}$ 。求:  $X_{d1,2}$

解: 由 9-3 题可知:

$$\begin{aligned} X_{d1,2} &= \frac{r_2^2}{4l^2 + r_2^2} - \frac{r_1^2}{4l^2 + r_1^2} = \frac{0.13^2}{4 \times 0.2^2 + 0.13^2} - \frac{0.1^2}{4 \times 0.2^2 + 0.1^2} \\ &= \frac{0.0169}{0.16 + 0.0169} - \frac{0.01}{0.16 + 0.01} = \frac{0.0169}{0.1769} - \frac{0.01}{0.17} \\ &= 0.09553 - 0.05882 = 0.0367 \end{aligned}$$



9-6、试用简捷方法确定本题附图中的角系数  $X_{1,2}$ 。

解: (1) 因为  $X_{2,1} = 1$

$$\begin{aligned} X_{1,2} &= \frac{A_2}{A_1} = \frac{2R}{2\pi R \times 3/4} \\ &= 0.4244 \end{aligned}$$

(2) 因为  $X_{2,1} = 1$

$$X_{1,2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi R^2}{2\pi R^2} = 0.5$$

(3) 参考 (2), 具有对称性,  
 $X_{1,2} = 0.5 / 4 = 0.125$

(4) 假设在球得顶面有另一块无限大平板存在, 由对称性知

$$X_{1,2} = 0.5$$



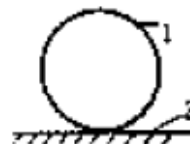
(a) 在垂直于纸面方向无限长



(b) 半球内表面与底面



(c) 半球内表面与 1/4 底面



(d) 球与无限大平面

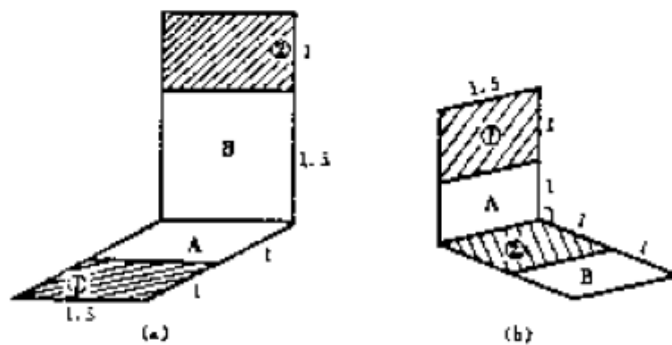
9-7 试确定附图 a、b 中几何结构的角系数  $X_{1,2}$ 。

解: 由角系数性质可列出下列关系:

$$A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1} = A_2 (X_{2,1+A} - X_{2,A}) = A_{1+A} X_{1+A,2} - A_A X_{1,2}$$

$$X_{1,2} = (A_{1+A} / A_1) \cdot (X_{1+A,2+B} - X_{1+A,B}) - (A_A / A_1) \cdot (X_{A,2+B} - X_{A,B})$$

由图中尺寸查参考文献[1], 图8-8得



	$X_{1+A,2-H}$	$X_{1+A,B}$	$X_{A,2+B}$	$X_{A,B}$
$Z/X$	1.67	1.0	1.67	1.0
$Y/X$	1.33	1.33	0.667	0.667
角系数	0.19	0.165	0.275	0.255

$$X_{1,2} = \frac{3}{1.5} \times (0.19 - 0.165) - \frac{1.5}{1.5} (0.275 - 0.255) \\ = 0.05 - 0.02 = 0.03。$$

由角系数性质可列出下列关系式：

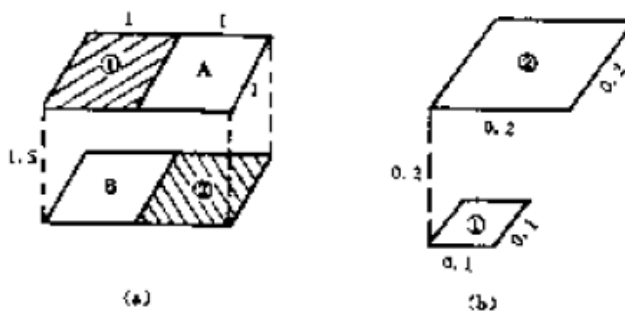
$$A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1} = A_2 (X_{2,1+A} - X_{2,A})$$

$$X_{1,2} = (A_2 / A_1) (X_{2,1+A} - X_{2,A})$$

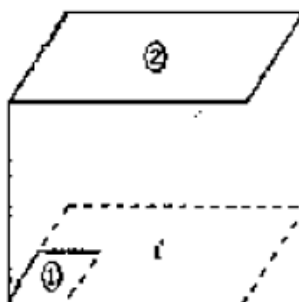
由图中尺寸查参考文献，得：

$$X_{1,2} = (1.5/1.5) \times (0.27 - 0.225) = 0.045。$$

9-8、已知：如图 a、b。求：角系数。



解：



$$(a) A_{1+A}X_{1+A,B+2} = A_1X_{1,B} + A_1X_{1,2} + A_A X_{A,B} + A_A X_{A,2} = 2(A_1X_{1,2} + A_1X_{1,B}),$$

$\therefore A_{1+A} = 2A_1, \therefore X_{1,2} = X_{1-A,B-2} - X_{1,B}$ , 查图 8-7 得:

	$X_{2+B,1+A}$	$X_{1,B}$
$X/D$	0.67	0.67
$Y/D$	1.33	0.67
角系数	0.175	0.11

$$\therefore X_{A,2} = 0.175 - 0.11 = 0.065.$$

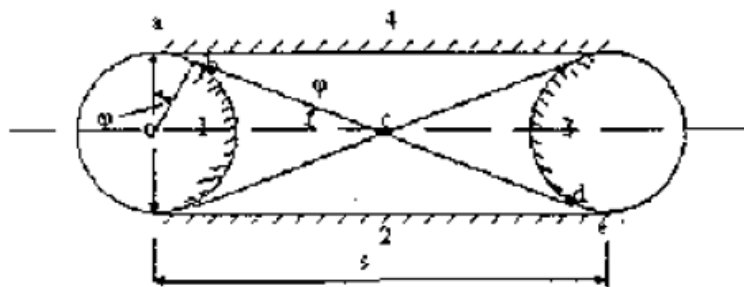
(b) 由扩充了的  $1'$  可知,  $X_{2,1'} = 0.2$ , 由于对称性, 可得:  $X_{2,1} = \frac{0.2}{4} = 0.05$ ,

$$\therefore X_{1,2} = \frac{A_2 X_{2,1}}{A_1} = 0.2.$$

9-9、已知: 三根直径为  $d$  且相互平行的长管成正三角形布置, 中心距为  $s$ 。

求: 其中任一根管子所发出的辐射能落到其余两管子以外区域上的百分数。

解: 先研究两管子可见的半个管子表面间的角系数。如图所示:



利用交叉线法,

$$X_{1,3} = \frac{2(\widehat{abcde} - s)}{\pi d}, \quad \widehat{abcde} = 2\widehat{abc} = 2(\widehat{ab} + \widehat{bc}), \quad \widehat{bc} = \sqrt{(s/2)^2 - (d/2)^2},$$

$$\widehat{ab} = \frac{d}{2}\varphi, \quad \varphi = \sin^{-1}\left(\frac{d/2}{s/2}\right),$$

将这些关系式代入并整理之, 得:

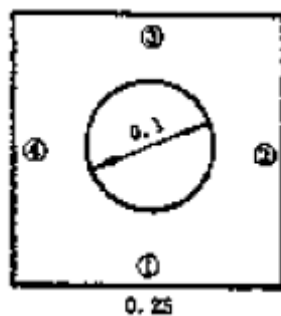
$$X_{1,3} = \frac{2}{\pi} \left[ (Y^2 - 1)^{1/2} - \sin^{-1} \frac{1}{Y} - Y \right], \quad \text{其中 } Y = \frac{s}{d}.$$

因而整个管子表面所发出的辐射能落到另一根管子

上的百分比数为  $\frac{1}{2}X_{1,3}$ 。

9-10、已知: 如图。求: 每一对边的角系数、两邻边的角系数及任一边对管子的角系数。

解: (1) 先计算任一边对圆管的角系数。如下图所示:



设圆管表面为 5，则由对称性知： $X_{5,1} = X_{5,2} = X_{5,3} = X_{5,4} = \frac{1}{4} = 0.25$ ，

$$\therefore X_{1,5} = \frac{A_5}{A_1} X_{5,1} = \frac{\pi d}{0.25} \times 0.25 = 3.1416 \times 0.1 = 0.3142$$

(2) 再计算两邻边的角系数。如图示：

$$X_{3,4} = \frac{AD + AB - (DF + BE + EF)}{2AD},$$

$$BE = DF = \sqrt{(0.125\sqrt{2})^2 - 0.05^2} = 0.1696\text{m},$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{OE}{BO}\right) = \arccos\left(\frac{0.05}{0.125\sqrt{2}}\right) = 1.284,$$

$$\theta = \pi - 2\alpha = \pi - 2 \times 1.284 = 0.5735 \text{ (弧度)}, \quad \widehat{EF} = r \cdot \theta = 0.05 \times 0.5735 = 0.02867,$$

$$X_{3,4} = \frac{0.25 \times 2 - 2 \times 0.1695 - 0.02867}{2 \times 0.25} = 0.2647.$$

(3) 计算每一对边角系数。

如图示： $X_{3,1} = 1 - X_{3,4} - X_{3,2} - X_{3,5} = 1 - 2 \times 0.2647 - 0.3142 = 0.1564$ 。

9-11、已知：如图。求： $X_{1,4}$

解： $A_1 X_{1,4} = A_2 X_{2,3} = A_3 X_{1,2}$ ， $\because A_3 = 2A_1$ ， $\therefore X_{3,2} = \frac{1}{2} X_{1,4}$ ，从能量分配的观点可以写出：

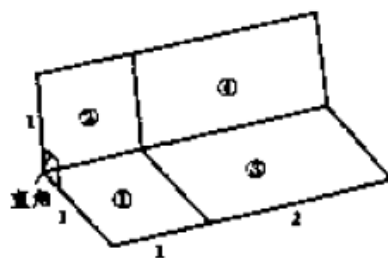
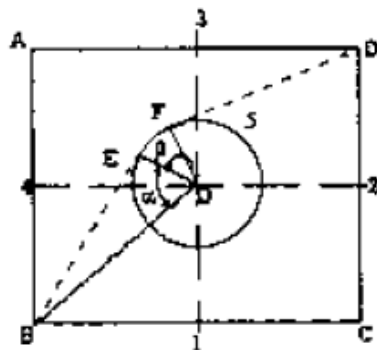
$$\begin{aligned} A_{1+3} X_{1+3,2+4} &= A_1 X_{1,2+4} + A_3 X_{3,2+4} = A_1 (X_{1,2} + X_{1,4}) + A_3 (X_{3,2} + X_{3,4}) \\ &= A_1 (X_{1,2} + X_{1,4}) + A_3 \left( \frac{1}{2} X_{1,4} + X_{3,4} \right), \end{aligned}$$

将  $A_1 = 1, A_3 = 2, A_{1+3} = 3$  代入上式，并归

并之得： $X_{1,4} = \frac{1}{2} (3X_{1+3,2+4} - X_{1,2} - 2X_{3,4})$ ，

查图 (8-8) 得：

$$X_{1,4} = \frac{1}{2} (0.26 \times 3 - 0.2 - 0.24 \times 2) = 0.05.$$



9-12、已知：在煤粉炉炉膛出口有 4 排凝渣管，其相对节距  $s_1/d$ 、 $s_2/d$  比较大，透过前一排管子而落到后一排管子的辐射平面上的来自炉膛的火焰辐射能可认为是均匀分布的。火焰对第一排管子的角系数为  $X$ 。 $s_1/d = 5$ 。

求：火焰对凝渣管束总的角系数是多少？火焰辐射能可以透过凝渣管束的百分数是多少？



解：根据表中数据，算得落到前四排管子表面上的总能量为：

$$x_{\text{总}} = \frac{x\Phi_0[1-(1-x)+(1-x)^2+(1-x)^3]}{\Phi_a} = 1-(1-x)^4$$

管排	投入到该排上的辐射能	该排的角系数	落到该排管子表面上的能量	穿过该排落到后一排上去的能量
1	$\Phi_0$	$x$	$x\Phi_0$	$(1-x)\Phi_0$
2	$(1-x)\Phi_0$	$x$	$x(1-x)\Phi_0$	$(1-x)^2\Phi_0$
3	$(1-x)^2\Phi_0$	$x$	$x(1-x)^2\Phi_0$	$(1-x)^3\Phi_0$
4	$(1-x)^3\Phi_0$	$x$	$x(1-x)^3\Phi_0$	$(1-x)^4\Phi_0$

按例题（8-1），得：

$$x = 1 - \left(\frac{d}{s}\right) \arccos\left(\frac{d}{s}\right) - \left[1 - \left(\frac{d}{s}\right)^2\right]^{1/2} = 1 + \frac{1}{5} \arccos\left(\frac{1}{5}\right) - \left[1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^{1/2} = 0.294$$

$$\therefore x_{\text{总}} = 1 - (1 - 0.294)^4 = 0.7516$$

透过管束的辐射能百分数为  $1 - 0.7516 = 0.2484 = 24.8\%$ 。

9-13、已知：如图，圆柱表面及平面在垂直于纸面的方向上为无限长。

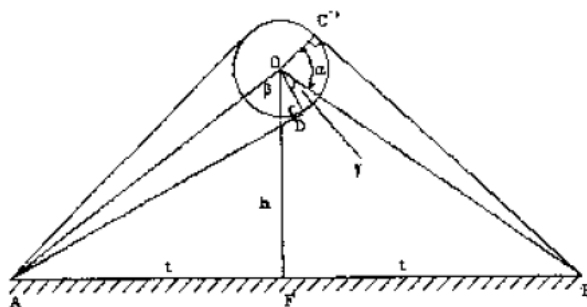
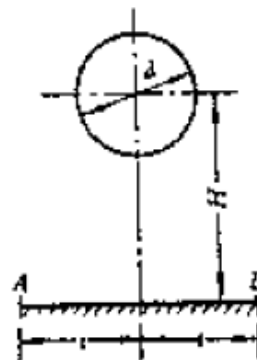
求证：
$$X_{AB,D} = \frac{d}{2t} \arctan(t/H)$$
。

证明：如下图所示：

按交叉线法：
$$X_{AB-0O} = \frac{2(\overrightarrow{AD} + \widehat{DC}) - 2\overrightarrow{BC}}{2AB}$$
，

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}, \quad \therefore X_{AB-0O} = \frac{\widehat{DC}}{2AB} = \frac{\widehat{DC}}{2t}。$$

利用几何关系确定  $\widehat{DC}$ ：



$$\angle AOB = 2\angle AOF = 2\beta, \quad \angle BOC = \angle AOD, \quad \angle BOC + \gamma = \angle AOD + \gamma = 2\beta,$$

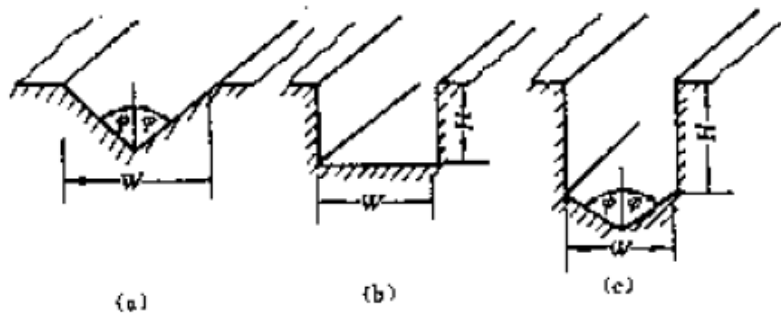
$$\therefore \angle DOC = 2\beta = \alpha, \quad \widehat{DC} = r \cdot \alpha = 2\beta r \quad (r \text{ 为半径}),$$

$$\tan \beta = \frac{t}{h}, \quad \therefore \beta = \tan^{-1} \left( \frac{t}{h} \right),$$

$$\text{即 } X_{AB-0O} = \frac{\widehat{DC}}{2t} = \frac{2r \tan^{-1}(t/h)}{2t} = \frac{d \tan^{-1}(t/h)}{2t}.$$

9-14、已知：如图，在垂直于纸面的方向上均为无限长。

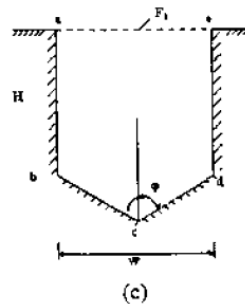
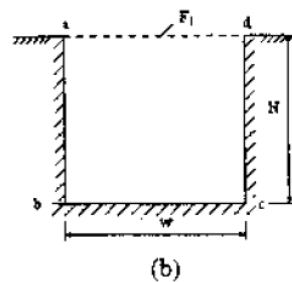
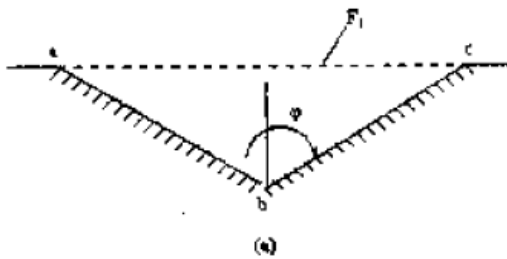
求：导出从沟槽表面发出的辐射能中落到沟槽外面的部分所占的百分数的计算公式。



解：对三种情形，在开口处做一假想表面，设表面积为  $A_1$ ，而其余沟槽表面为  $A_2$ ，则有  $A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1}$ ，

$\therefore X_{1,2} = 1$ ， $\therefore X_{2,1} = A_1 / A_2$ ，于是有：

$$(a) \quad X_{2,1} = \frac{W}{2(W/2)/\sin \varphi} = \sin \varphi;$$

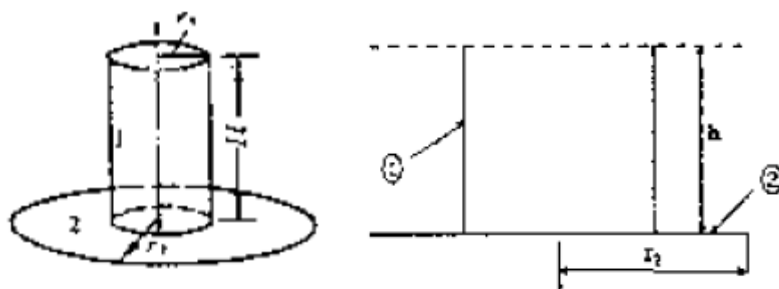


$$(b) \quad X_{2,1} = \frac{W}{2H + W};$$

$$(c) \quad X_{2,1} = \frac{W}{2H + W/\sin \varphi}.$$

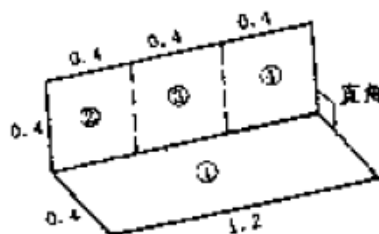
9-15、已知：如图。求：当  $H/r_2 \rightarrow 0$  时角系数  $X_{1,2}$  的极限值。

解：如图所示：



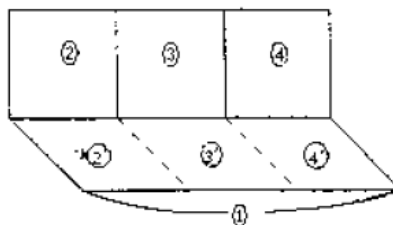
圆柱侧面为 1，圆盘为 2， $X_{1,2}$  当  $h/r_2 \rightarrow 0$  时的极限值为  $\frac{1}{2}$ ，只要设想在顶面上有另一相当圆盘表面，则很易理解当  $h/r_2 \rightarrow 0$  时，每个表面都得到一半的辐射能，故  $X_{1,2} = 0.5$ 。

9-16、已知：如图。



求：  $X_{1,3}$

解：



$$A_1 X_{1,3} = A_3 X_{3,1}, \quad \therefore X_{1,3} = \frac{A_3}{A_1} X_{3,1}, \quad X_{3,1} = X_{3,1'} + X_{1,3'} + X_{3,4'} = X_{3,3'} + 2X_{3,4'}.$$

仿习题 9-11 的解， $X_{3,4'}$  可由能量平衡关系得出：

$$A_{3+4} X_{3+4,3'+4'} = A_3 X_{3,3'} + A_4 X_{4,4'} + A_3 X_{3,4'} + A_4 X_{4,3'} = 2A_3 X_{3,3'} + 2A_3 X_{3,4'},$$

$$\therefore 2A_1 X_{3,4'} = A_{3+4} X_{3+4,3'+4'} - 2A_3 X_{3,3'},$$

$$\text{即 } X_{3,4'} = \frac{1}{2A_3} (A_{3+4} X_{3+4,3'+4'} - 2A_3 X_{3,3'}) = X_{3+4,3'+4'} - X_{3,3'}.$$

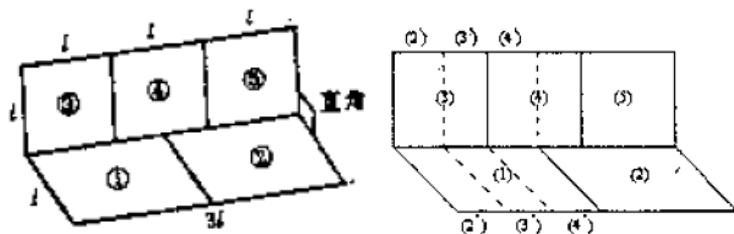
由图 (8-8) 查得：  $X_{3+4,3'+4'} = 0.24$ ，  $X_{3,3'} = 0.2$ ，  $\therefore X_{3,4'} = 0.24 - 0.2 = 0.04$ ，

$$\therefore X_{3,1} = X_{3,3'} + 2X_{3,4'} = 0.2 + 0.04 \times 2 = 0.28, \text{ 而 } X_{1,3} = \frac{A_3}{A_1} X_{3,1} = \frac{1}{3} \times 0.28 = 0.0933,$$

为以下应用方便写出算式如下:

$$X_{1,3} = \frac{A_3}{A_1} X_{3,1} = \frac{A_3}{A_1} (X_{3,1'} - 2X_{3,4'}) = \frac{A_3}{A_1} \left( X_{3,3'} + \frac{A_{3+4}}{A_3} X_{3+4,3'+4'} - 2X_{3,3'} \right).$$

9-17、已知: 如图。求:  $X_{1,5}$



解: 首先利用上题的结果:  $X_{1+2,4} = X_{1,4} = X_{2,4} = 0.0933,$

$$X_{1,3+4+5} = X_{1,3} + X_{1,4} + X_{1,5}, \quad X_{1+2,3+4+5} = 0.26, \quad X_{1+2,3+4+5} = X_{1,3+4+5} = X_{2,3+4+5} = 0.26,$$

$$\therefore X_{1,3} + X_{1,5} = 0.26 - 0.093 = 0.167,$$

再研究表面 1 与 2'、3'、4' 间的关系, 利用上题结果有:

$$X_{1,3'} = \frac{A_{3'}}{A_1} \left( X_{3',3''} + \frac{A_{3'+4'}}{A_{3'}} X_{3'+4',3''+4''} - 2X_{3',3''} \right), \quad X_{3',3''} = 0.147, \quad X_{3'+4',3''+4''} = 0.2,$$

$$X_{1,3'} = \frac{1}{3} (0.147 + 2 \times 0.2 - 2 \times 0.147) = 0.0843; \quad X_{1,2'+3'+4'} = 0.226,$$

$$\text{而 } X_{1,2'+3'+4'} = X_{1,2'} + X_{1,3'} + X_{1,4'}, \text{ 即 } X_{1,2'} = X_{1,4'} = \frac{0.226 - 0.0843}{2} = 0.0709,$$

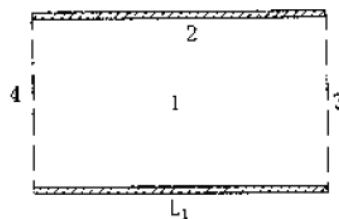
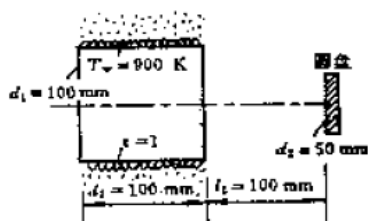
$$\therefore X_{1,2'+3'} = X_{1,2'} + X_{1,3'} = 0.0709 + 0.0843 = 0.155.$$

$$\text{故 } X_{1,5} = 0.167 - X_{1,3} = 0.167 - X_{1,2'+3'} = 0.167 - 0.155 = 0.012.$$

## 黑体表面的换热

9-18、已知: 如图为一管状电加热器。求: 从加热表面投入到圆盘上的总辐射能。

解: 如图所示:



做虚拟表面 3 及 4，则可有： $X_{1,3} = X_{1,2} + X_{1,4}$ ，即  $X_{1,2} = X_{1,3} - X_{1,4}$

其中  $X_{1,3}$ ， $X_{1,4}$  为两平行圆盘间辐射角系数（见附图），

据  $\frac{L}{d_2/2} = \frac{200}{25} = 8$ ， $\frac{d_1/2}{L} = \frac{50}{200} = 0.25$ ；

据  $\frac{L}{d_2/2} = \frac{100}{25} = 4$ ， $\frac{d_1/2}{L} = \frac{50}{100} = 0.5$ ，

利用教材中图 8-9 查出： $X_{1,3} = 0.20$   $X_{1,4} = 0.08$

$\therefore X_{1,2} = 0.20 - 0.08 = 0.12$ ，

按角系数的对称性： $A_2 X_{2,1} = A_1 X_{1,2}$

$$X_{2,1} = \frac{A_1}{A_2} X_{1,2} = 0.12 \times \frac{\pi/4 d_2^2}{\pi d_1 L_1}$$

$$= 0.12 \times \frac{50^2}{4 \times 100 \times 100} = 0.0075,$$

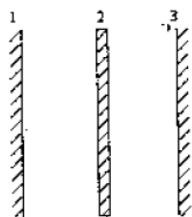
表面 2 发出而落到表面 1 上的辐射能应为：

$$\therefore \Phi_{2,1} = A_2 E_{b2} X_{2,1} = 5.67 \times 10^{-8} \times 900^4 \times \frac{\pi}{4} \times 0.05^2 \times 0.12 = 8.76 \text{ W}。$$

9-19、已知：两块平行的黑体表面 1、3 表面温度为已知。其间置入一透明平板 2，温度维持在某个值  $T_2$ ，其发射率、反射比及透射比各为  $\varepsilon_2$ 、 $\rho_2$  及  $\tau_2$ 。

求：表面 1 单位面积上净辐射换热量的表达式。

解：



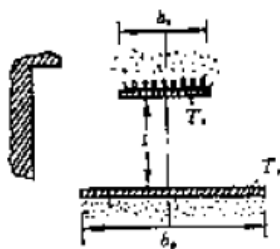
平板 1 的单位面积上的净辐射换热量为： $q = \sigma_0 T_1^4 - (\sigma_0 T_3^4 \tau_2 + \sigma_0 T_2^4 \varepsilon_2 + \sigma_0 T_1^4 \rho_2)$ 。

9-20、已知：一有涂层的长工件表面采用如图所示方法予以加热烘干，加热器表面  $T_s = 800\text{K}$ ， $\varepsilon_T = 1$ ，工件表面  $T_p = 500\text{K}$ ， $\varepsilon_p = 1$ 。工件及加热表面在垂直于纸面方向均为无限长。 $b_s = 0.15\text{m}$ ， $b_p = 0.3\text{m}$ ， $l = 0.2\text{m}$ 。对流不考虑，工件的另一面绝热。（1）环境为  $300\text{K}$  的大空间；

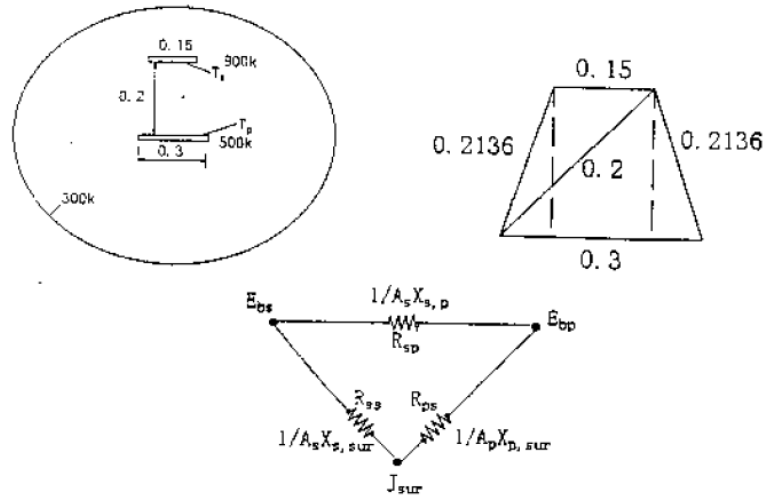
（2）环境是绝热的。

求：上面两种情形下施加在单位长度

加热器上的电功率。



解：如图所示：



(1) 环境为 300 K 的黑体，则单位长度的加热表面的辐射换热量为：

$$\Phi_L = \sigma_0 A_s \left[ X_{s,p} (T_s^4 - T_p^4) + X_{s,sur} (T_s^4 - T_{sur}^4) \right], \text{ 利用交叉线法:}$$

$$X_{s,p} = \frac{0.301 \times 2 - 0.2136 \times 2}{2 \times 0.15} = \frac{0.602 - 0.4272}{0.3} = 0.5827, \quad X_{s,sur} = 1 - X_{s,p} = 0.4173,$$

$$\begin{aligned} \therefore \Phi_L &= 5.67 \times 10^{-8} \times 0.15 \times \left[ 0.583 \times (800^4 - 500^4) + 0.417 \times (800^4 - 300^4) \right] \\ &= 5.67 \times 0.15 \times \left[ 0.583 \times (4096 - 625) + 0.417 \times (4096 - 81) \right] \\ &= 0.8505 \times [2023.6 + 1674.3] = 0.8505 \times 3697.9 = 3145 \text{ W/m} \end{aligned}$$

(2) 设环境为重复辐射表面，则：  $X_{s,p} = 0.583$  ,  $X_{s,sur} = 0.417$  ,

$$X_{p,s} = X_{s,p} \frac{A_s}{A_p} = 0.583 \times \frac{0.15}{0.3} = 0.292, \quad X_{p,sur} = 1 - X_{p,s} = 1 - 0.292 = 0.708。$$

因此有：  $\Phi_L = \frac{E_{bs} - E_{bp}}{R_{eq}}, \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{s,p}} + \frac{1}{R_{s,s} + R_{p,s}},$

$$R_{s,p} = \frac{1}{A_s X_{s,p}} = \frac{1}{0.15 \times 0.583} = 11.435 \text{ m}^{-1},$$

$$R_{s,s} = \frac{1}{A_s X_{s,sur}} = \frac{1}{0.15 \times 0.417} = 15.987 \text{ m}^{-1},$$

$$R_{p,s} = \frac{1}{A_p X_{p,s}} = \frac{1}{0.3 \times 0.708} = 4.708 \text{ m}^{-1},$$

$$R_{eq} = 1 / \left( \frac{1}{R_{s,p}} + \frac{1}{R_{s,s} + R_{p,s}} \right) = \frac{1}{1/11.435 + 1/(15.987 + 4.708)} = \frac{1}{0.08745 + 0.04832}$$

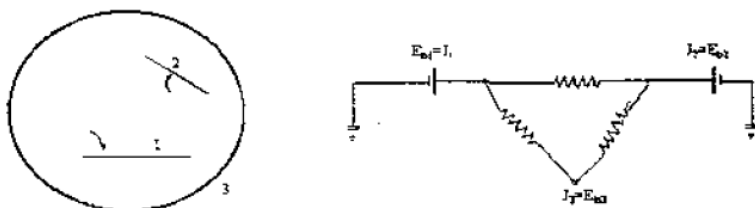
$$= \frac{1}{0.13577} = 7.365 \text{ m}^{-1}$$

$$\Phi_L = \frac{5.67 \times 10^{-8} \times (800^4 - 500^4)}{7.365} = \frac{5.67 \times (4096 - 625)}{7.365} = 2672 \text{ W/m}。$$

9-21、已知：两个面积相等的黑体被置于一绝热的包壳中。温度分别为  $T_1$  与  $T_2$ ，且相对位置是任意的。

求：画出该辐射换热系统的网络图，并导出绝热包壳表面温度  $T_3$  的表达式。

解：如图所示，只考虑两黑体相互可见部分的辐射换热。



则表面 1、2、3 组成三表面的换热系统。由网络图可知：
$$\frac{E_{b1} - E_{b3}}{1/(A_1 X_{1,3})} = \frac{E_{b3} - E_{b2}}{1/(A_2 X_{2,3})},$$

即  $A_1 X_{1,3} (E_{b1} - E_{b3}) = A_2 X_{2,3} (E_{b3} - E_{b2})$ 。  $\because A_1 = A_2$  及  $A_1 X_{1,2} = A_2 X_{2,1}$ ，  $\therefore X_{1,2} = X_{2,1}$ ；

又  $X_{1,2} - X_{1,3} = 1$ ，  $X_{2,1} - X_{2,3} = 1$ ，  $\therefore X_{1,3} = X_{2,3}$ 。这样上述平衡式转化为：

$$E_{b3} = \frac{A_1 X_{1,3} E_{b1} + A_2 X_{2,3} E_{b2}}{A_1 X_{1,3} + A_2 X_{2,3}} = \frac{E_{b1} + E_{b2}}{2}, \text{ 或 } T_3^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2}, \text{ 即 } T_3 = \sqrt[4]{\frac{T_1^4 + T_2^4}{2}}。$$

9-22 已知：如果习题 9-19 中透明板的温度不是用外部方法维持在一定的值，而是受板 1 及板 3 的作用而趋于某一个稳定的值。板 2 的两个表面温度相等并且不变。

求：板 1 的辐射换热量。

解：当透明板 2 温度不再变化时，表面 1 上净的辐射放热量等于表面 3 的净辐射吸热量，于是按 8-19 题的结果有：

$$q_1 = \sigma_0 T_1^4 - (\sigma_0 T_3^4 \tau_2 + \sigma_0 T_2^4 \varepsilon_2 + \sigma_0 T_1^4 \rho_2), \quad q_3 = \sigma_0 T_3^4 - (\sigma_0 T_1^4 \tau_2 + \sigma_0 T_2^4 \varepsilon_2 + \sigma_0 T_3^4 \rho_2),$$

$$q_1 = -q_3, \quad \therefore 2\sigma_0 T_2^4 \varepsilon_2 = \sigma_0 (T_1^4 + T_3^4) - \sigma_0 \rho_2 (T_1^4 + T_3^4) - \sigma_0 \tau_2 (T_1^4 + T_3^4),$$

由此可得出  $T_2$ ，从而可得出  $q_1$  及  $q_3$ 。

### 实际物体表面的辐射换热

9-23、两块平行放置的平板表面发射率均为 0.8，温度  $t_1=527^\circ\text{C}$  及  $t_2=27^\circ\text{C}$ ，板间远小于板的宽度与高度。试计算：（1）板 1 的自身辐射；（2）对板 1 的投入辐射；（3）板 1 的反射辐射；（4）板 1 的有效辐射；（5）板 2 的有效辐射（6）板 1、2 间的辐射换热量。

解: (1) 板1的本身辐射  $E_1 = \varepsilon E_{b1} = 0.8 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (527 + 273)^4$   
 $= 18579.5 W/m^2$

(2) 对板1的投入辐射:

首先计算两板间的换热量:

$$q_{1-2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \times (800^4 - 300^4)}{2/0.8 - 1}$$

$$= 15176.7 W/m^2$$

$$\text{由 } J_1 - G_1 = q_{1-2} \quad J_1 = E_1 + G_1(1 - \varepsilon)$$

$$\text{则 } G_1 = (E_1 - q_{1-2})/\varepsilon = (18579.5 - 15176.7)/0.8 = 4253.5 W/m^2$$

(3) 板1的反射辐射:

$$G_1(1 - \varepsilon) = 4253.5 \times (1 - 0.8) = 850.7 W/m^2$$

(4) 板1的有效辐射

$$J_1 = E_1 + G_1(1 - \varepsilon) = 18579.5 + 850.7 = 19430.2 W/m^2$$

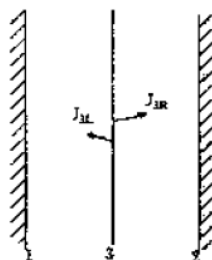
(5) 板2的有效辐射:

$$J_2 = G_1 = 4253.5 W/m^2$$

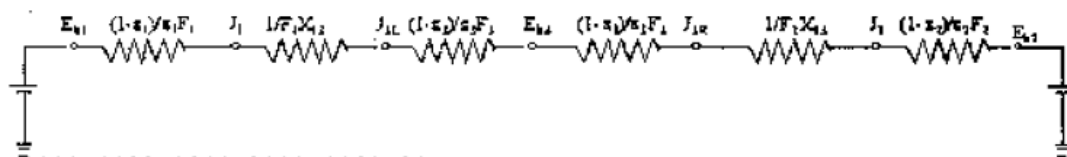
(6) 板1,2间的辐射换热量:

$$q_{1-2} = 15176.7 W/m^2$$

9-24、已知: 两块无限大平板的表面温度分别为  $t_1$  及  $t_2$ , 发射率分别为  $\varepsilon_1$  及  $\varepsilon_2$ 。其间遮热板的发射率为  $\varepsilon_3$ 。  
 求: 稳态时三板之间辐射换热的网络图。



解:



9-25、已知: 上题中取  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.8$ ,  $\varepsilon_3 = 0.025$ ,  $T_1$  与  $T_2$  一定。

求: 加入遮热板后 1、2 两表面间的辐射换热减少到原来的多少分之一。

解: 无遮热板时,  $q_{1,2} = \varepsilon_1(E_{b1} - E_{b2})$ , 加入遮热板后,  $q_{1,3} = \varepsilon_{s1}(E_{b1} - E_{b3})$ ,

$q_{3,2} = \varepsilon_{s2}(E_{b3} - E_{b2})$ , 达到稳态时,  $q_{1,3} = q_{3,2} = q'_{3,2}$ ,

$$\therefore q'_{1,2} = \frac{1}{2}(q_{1,3} + q_{3,2}) = \frac{1}{2}[\varepsilon_{s1}(E_{b1} - E_{b3}) + \varepsilon_{s2}(E_{b3} - E_{b2})] = \frac{1}{2}\varepsilon_{s3}(E_{b1} - E_{b2}),$$



$$\begin{aligned}\therefore q'_{1,2} / q_{1,2} &= \frac{1}{2} \varepsilon_{\text{A}} / \varepsilon_s = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1/0.8 + 1/0.025 - 1} \right) \bigg/ \left( \frac{1}{1/0.8 + 1/0.8 - 1} \right) \\ &= \frac{1}{2 \times 40.25} \bigg/ \frac{1}{1.50} = \frac{1.50}{80.50} = \frac{1}{53.7}^\circ.\end{aligned}$$

9-26、已知：外径为 100mm 的钢管横穿过室温为 27℃ 的大房间，管外壁温度为 100℃，表面发射率为 0.85。

求：单位管长上的热损失。

解：向环境的辐射散热损失  $q_r = 0.85 \times 5.67 \times (3.73^4 - 3^4) = 542.5 \text{ W/m}^2$ ；

定性温度  $t_m = \frac{1}{2}(100 - 27) = 63.5^\circ\text{C}$ ， $\rho = 1.049$ ， $\lambda = 0.0292$ ， $\nu = 19.34 \times 10^{-6}$ ，

$$\text{Pr} = 0.695, \quad Gr = \frac{9.8 \times 0.1^3 \times (100 - 27)}{(63.5 + 273) \times 19.34^2} \times 10^{12} = 5.684 \times 10^6,$$

$$h = \frac{0.0292}{0.1} \times 0.48 \times (5.684 \times 10^6 \times 0.695)^{\frac{1}{4}} = 6.25 \text{ W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$q_c = h_r(t_w - t_j) = 6.25(100 - 27) = 456.25 \text{ W} / \text{m}^2,$$

每米管长上的热损失为  $q_l = 3.1416 \times 0.1 \times (456.25 + 542.5) = 314 \text{ W/m}$ 。

9-27、设热水瓶的瓶胆可以看作为直径为 10cm，高为 26cm 的圆柱体，夹层抽真空，其表面发射率为 0.05。试估沸水冲入水瓶后，初始时刻水温的平均下降速率。夹层两壁温可近似地取为 100℃，20℃。

解：热水瓶的表面积为：

$$A = \pi dl + \pi d^2 / 2 = 3.14 \times 0.1 \times 0.26 + 3.14 \times 0.1^2 / 2 = 0.0994 \text{ m}^2$$

热水瓶由外壁的辐射热量为：

$$\Phi = \frac{\sigma A(T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = 1.70 \text{ W}$$

$$\text{而 } \Phi = \rho c_p V \frac{dt}{d\tau}, \quad \text{其中 } V = \pi r^2 l = 2.04 \times 10^{-3},$$

水的物性参数为： $\rho = 958.4 \text{ Kg} / \text{m}^3$ ， $c_p = 4220 \text{ J} / (\text{Kg} \cdot \text{K})$

所以初始时刻水温的平均下降速率为：

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\Phi}{\rho c_p V} = \frac{1.7}{958.4 - 4220 \times 2.04 \times 10^{-3}} = 2.06 \times 10^{-4} \text{ K} / \text{s}$$

9-28、已知：一平板表面接受到的太阳投入辐射为 1262W/m<sup>2</sup>，该表面对太阳能的吸收比为  $\alpha$ ，自身辐射的发射率为  $\varepsilon$ ，平板的另一侧绝热，平板的向阳面对环境的散热相当于对 -50℃ 的表面进行辐射换热。(1)  $\varepsilon = 0.5$ ， $\alpha = 0.9$ ；(2)  $\varepsilon = 0.1$ ， $\alpha = 0.15$ 。

求：平板表面处于稳定工况下的温度。

$$\alpha G = \varepsilon C_0 \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_\infty}{100} \right)^4 \right]$$

解：稳态时，

$$(1) \varepsilon = 0.5, \alpha = 0.9, G = 1262 \text{ W/m}^2, T_{\infty} = 223 \text{ K},$$

$$\therefore 0.9 \times 1262 = 0.5 \times 5.67 \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - 2.23^4 \right], \left( \frac{T}{100} \right)^4 = 425.4, \therefore T = 454.1 \text{ K};$$

$$(2) \varepsilon = 0.1, \alpha = 0.15, G = 1262 \text{ W/m}^2, T_{\infty} = 223 \text{ K},$$

$$\therefore 0.15 \times 1262 = 0.1 \times 5.67 \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - 2.23^4 \right], \left( \frac{T}{100} \right)^4 = 358.6, \therefore T = 435.2 \text{ K}。$$

9-29、在一块厚金属板上钻了一个直径为  $d=2\text{cm}$ ，的不穿透的小孔，孔深  $H=4\text{cm}$ ，锥顶角为  $90^\circ$ ，如附图所示，。设孔的表面是发射率为 0.6 的漫射体，整个金属块处于  $500^\circ\text{C}$  的温下，试确定从孔口向外界辐射的能量。

解：这是三个表面间的辐射换热系统，其中孔的圆柱形内表面为绝热表面，孔的两端可看作黑体。

$$\text{由题10-2知, } X_{1,2} = \frac{R_0^2}{s^2 + R_0^2}, \quad R_0 = 100\text{mm}, s = 200\text{mm} = 2R_0,$$

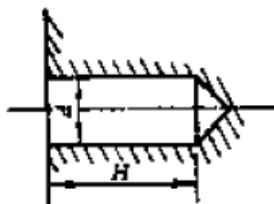
$$\text{所以 } X_{1,2} = 1/5 = 0.2$$

$$X_{1,3} = 1 - X_{1,2} = 0.8$$

$$X_{2,3} = X_{1,3} = 0.8$$

$$\text{又 } A_1 = A_2 = \pi R_0 = 3.14 \times 10^{-2}$$

$$\text{两端间的辐射换热热阻 } R_1 = \frac{1}{A_1 X_{1,2}}$$



$$\text{端面与柱面间的辐射热阻 } R_2 = R_3 = \frac{1}{A_1 X_{1,3}}$$

$$\text{辐射总热阻为 } R = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3}$$

代入数据计算得：

$$\Phi_{2,1} = \frac{A_1 x_{1,2} (E_{b2} - E_{b1})}{1 + (1/\varepsilon_1 - 1)x_{1,2} + (1/\varepsilon_2 - 1)x_{2,1}} = \frac{3.1416 \times 0.01^2 \times 5.67 \times 7.73^4}{1 + (1/1 - 1) \times 1 + (1/0.6 - 1) \times 0.1062} = 5.94 \text{ W}。$$

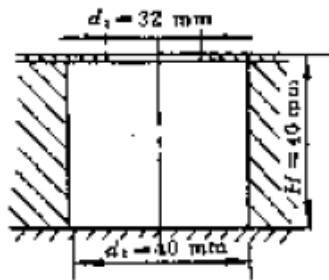
9-30、

9—30、已知：如图，(1) 所有内表面均是  $500\text{K}$  的黑体；(2) 所有内表面均是  $\varepsilon = 0.6$  的漫射体，温度均为  $500\text{K}$ 。求：从小孔向外辐射的能量。

解：设小孔面积为  $A_2$ ，内腔总表面壁为  $A_1$ ，则：

$$A_2 = \pi r_1^2 = 3.1416 \times 0.016^2 = 8.04 \times 10^{-4} \text{ m}^2,$$

$$\begin{aligned} A_1 &= \pi r_2^2 + \pi d_1 H + \pi (r_2^2 - r_1^2) \\ &= 3.1416 [0.02^2 + 0.04 \times 0.04 + (0.02^2 - 0.016^2)] = 6.736 \times 10^{-3} \end{aligned}$$



$$x_{2,1}=1, \quad x_{1,2}=\frac{A_2}{A_1}=\frac{8.04\times 10^{-4}}{6.736\times 10^{-3}}=0.1194, \quad \Phi_{1,2}=\frac{A_2\sigma_0(T_1^4-T_2^4)}{1+(1/\varepsilon_2-1)x_{2,1}+(1/\varepsilon_1-1)x_{1,2}}。$$

$$(1) \quad \varepsilon_1=\varepsilon_2=1, \quad \therefore \Phi_{1,2}=8.04\times 10^{-4}\times 5.67\times 5^4=2.85\text{W};$$

$$(2) \quad \varepsilon_2=1, \quad \varepsilon_1=0.6, \quad \therefore \Phi_{1,2}=\frac{8.04\times 10^{-4}\times 5.67\times 5^4}{1+0.1194(1/0.6-1)}=2.64\text{W}。$$

9-31、已知：一水平放置的正方形太阳能集热器，边长为 1.1m，吸热表面直接暴露于空气中，其发射率  $\varepsilon=0.2$ ，其上无夹层，对太阳能的吸收比  $\alpha_s=0.9$ ，当太阳的投入辐射  $G=800\text{W/m}^2$  时，测得集热器吸热表面的温度为  $90^\circ\text{C}$ ，此时环境温度为  $30^\circ\text{C}$ ，天空可视为  $23\text{K}$  的黑体。集热器效率定义为集热器所吸收的太阳辐射能与太阳投入辐射之比。

求：此集热器的效率。

解：向天空的辐射散热量为：

$$\Phi_r=\varepsilon AC_0\left[\left(\frac{T_w}{100}\right)^4-\left(\frac{T_\infty}{100}\right)^4\right]=0.2\times 1.1^2\times 5.67\times (3.63^4-0.23^4)=238.24\text{W};$$

$$\text{定性温度 } t_m=\frac{90+30}{2}=60^\circ\text{C}, \quad \lambda=0.029, \quad \nu=18.97\times 10^{-6}, \quad \text{Pr}=0.696,$$

$$Gr\cdot\text{Pr}=\frac{9.8\times 1.1^3\times (90-30)}{333\times 18.97^2}\times 10^{12}\times 0.696=4.546\times 10^9,$$

$$Nu=0.16\times (4.546\times 10^9)^{1/3}=265.0, \quad h=265.0\times 0.029/1.1=6.987\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}),$$

$$\Phi_c=hA\Delta t=6.987\times 1.1\times (90-30)=461.2\text{W},$$

$$\therefore \text{散热量总共为 } \Phi_{\text{散}}=\Phi_c+\Phi_r=461.2+238.24=699.4\text{W},$$

$$\text{所吸收太阳能 } \Phi_{\text{吸}}=0.9\times 800\times 1.1^2=871.2\text{W}, \quad \text{效率 } \eta=\frac{\Phi_{\text{吸}}-\Phi_{\text{散}}}{\Phi_{\text{吸}}}\times 100\%=19.7\%。$$

9-32、已知：如上题，在吸热表面上加了一层厚 8cm 的空气夹层（空气压力为  $1.013\times 10^5\text{Pa}$ ），夹层顶盖玻璃内表面的平均温度为  $40^\circ\text{C}$ ，玻璃穿透比为 0.85，其他条件不变。

求：此情形下集热器的效率。

$$\text{解： } q_{\text{吸}}=800\times 0.85\times 0.9=612\text{W/m}^2, \quad \Phi_{\text{吸}}=1.1^2\times 612=740.5\text{W}; \quad \text{辐射散热量:}$$

$$\Phi_r=\frac{AC_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{1/\varepsilon_1+1/\varepsilon_2-1}=\frac{5.67\times 1.21\times (3.63^4-3.13^4)}{1/0.2+1/0.94-1}=105.2\text{W};$$

$$\text{定性温度 } t_m=\frac{90+40}{2}=65^\circ\text{C}, \quad \lambda=0.0293, \quad \nu=19.5\times 10^{-6}, \quad \text{Pr}=0.695,$$

$$Gr_{\delta} = \frac{9.8 \times 0.08^3 \times (90 - 40)}{(273 + 65) \times 19.5^2} \times 10^{12} = 1.952 \times 10^6$$

$$Gr_{\delta} \cdot Pr = 1.952 \times 10^6 \times 0.695 = 1.357 \times 10^6$$

据式 (5-90),  $Nu = 0.061 \times (1.357 \times 10^6)^{1/3} = 6.753$ ,

$$h = \frac{Nu \lambda}{\delta} = \frac{6.753 \times 0.0293}{0.08} = 2.473 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$\Phi_{\text{散}} = \Phi_c + \Phi_r = 105.2 + 1.21 \times 2.473 \times 50 = 254.8 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{\Phi_{\text{吸}} - \Phi_{\text{散}}}{\Phi_{\text{吸}}} \times 100\% = \frac{740.5 - 254.6}{740.5} \times 100\% = 65.6\%$$

9-33、已知：一厚 200 mm 的炉墙上有一直径为 200 mm 的孔，孔的圆柱形表面绝热，炉内温度为 1400℃，室温为 30℃。

求：当孔的盖板被移去时，室内物体所得到的净辐射热量。

解：  $x_{1,2} = 0.165$ ,  $x_{1,3} = 0.835$ ,

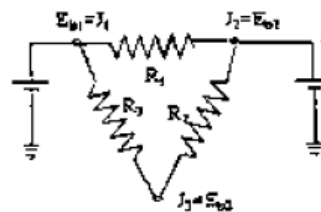
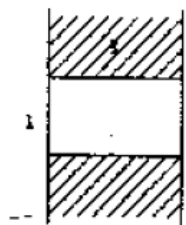
$$R_1 = \frac{1}{A_1 x_{1,2}} = \frac{1}{0.785 \times 0.2^2 \times 0.165} = 193$$

$$R_2 = R_1 = \frac{1}{A_1 x_{1,3}} = \frac{1}{0.785 \times 0.2^2 \times 0.835} = 38.14$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} = \frac{1}{193} + \frac{1}{38.14 \times 2} = 0.01829$$

$$R^* = 54.67$$

$$\Phi = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{R^*} = \frac{5.67 \times (16.73^4 - 3.03^4)}{54.67} = \frac{444188 - 477.9}{54.67} = 8116 \text{ W}$$



9-34、已知：一空间飞行器散热表面的最高允许温度为 2500K，发射率为  $\varepsilon = 0.8$ ，环境为 0K。

求：所允许的最大散热功率。

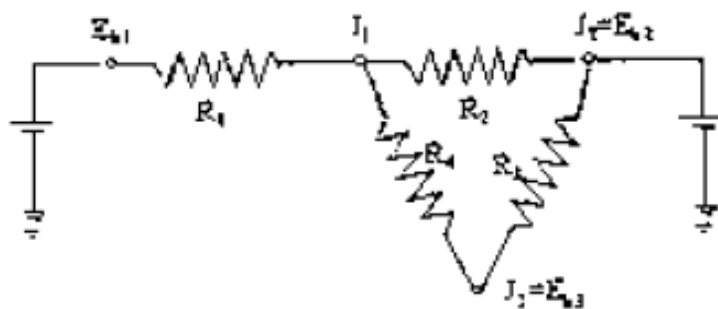
解：  $q = \varepsilon C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 = 0.8 \times 5.67 \times 25^4 = 1.77 \times 10^6 \text{ W/m}^2$

9-35 设有如附图所示的几何体，半球表面是绝热的，底面被一直径 ( $D=0.2 \text{ m}$ ) 分为 1、2 两部分。表面 1 为灰体， $T_1 = 550 \text{ K}$ ,  $\varepsilon_1 = 0.35$ ;

表面 2 为黑体， $T_2 = 330 \text{ K}$ 。试计算表面 1 的净辐射损失及表面 3 的温度。



解：网络图如下：



$$X_{1+2,3} = 1 \Rightarrow X_{3,1+2} = \frac{\pi R^2}{2\pi R^2} X_{1+2,3} = 0.5$$

$$\Rightarrow X_{3,1} = X_{3,2} = 0.5 / 2 = 0.25$$

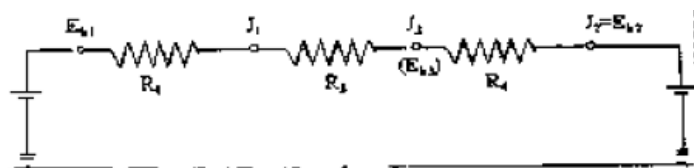
$$X_{1,3} = X_{2,3} = 1$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \pi D^2 = \frac{1}{8} \times 3.14 \times 0.2^2 = 0.0157$$

$$A_3 = 2\pi R^2 = 0.0628$$

$$E_{b1} = 5.67 \times \left(\frac{550}{100}\right)^4 = 5188.4 \text{ W/m}^2$$

$$E_{b2} = 5.67 \times \left(\frac{730}{100}\right)^4 = 6272 \text{ W/m}^2$$



$$\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} = \frac{1 - 0.35}{0.35 \times 0.0157} = 118.3 \text{ m}^{-2}$$

$$\frac{1}{A_3 X_{3,1}} = \frac{1}{A_3 X_{3,2}} = 63.7 \text{ m}^{-2}$$

表面1的净辐射损失：

$$\varphi = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\sum R} = \frac{5188.4 - 672.4}{118.3 - 63.7 \times 2} = 18.38 \text{ W}$$

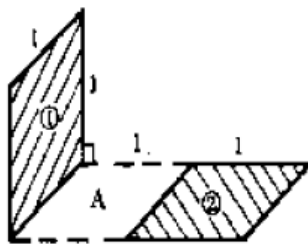
$$\text{由 } \varphi = \frac{E_{b1} - E_{b3}}{\sum R'} = \frac{5188.4 - E_{b3}}{118.3 - 63.7} \Rightarrow E_{b3} = 1843.24 \text{ W/m}^2$$

$$\text{又 } \because E_{b3} = \sigma \left(\frac{T_3}{100}\right)^4 \Rightarrow T_3 = 424.6 \text{ K}.$$

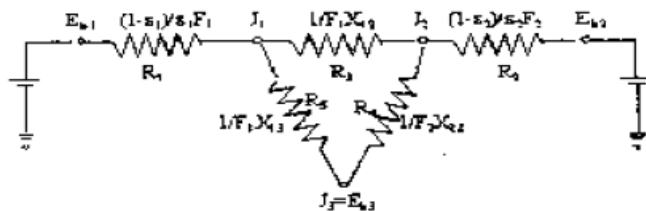
1, 2 表面间的辐射换热量是由于绝热表面 3 的存在而引起的。

9-36、已知：如图， $T_1 = 1000 \text{ K}$ ， $T_2 = 500 \text{ K}$ ，发射率分别为  $\varepsilon_1 = 0.6$ ， $\varepsilon_2 = 0.8$ ，该两表面位于一绝热的房间内。

求：该两表面间的净辐射换热量。



解：网络图如下图，这是三表面辐射换热系统。



$$x_{A+2,1} = 0.116, \quad x_{1,A+2} = 0.232, \quad x_{A,1} = 0.2, \quad x_{1,A} = 0.2,$$

$$x_{1,2} = x_{1,A+2} - x_{1,A} = 0.232 - 0.2 = 0.032, \quad x_{2,1} = 0.032,$$

$$x_{2,3} = 1 - x_{2,1} = 1 - 0.032 = 0.968, \quad E_{b1} = 5.67 \times 10^4, \quad E_{b2} = 5.67 \times 5^4 = 3543.8,$$

$$\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} = \frac{0.4}{0.6 \times 1} = 0.667, \quad \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} = \frac{0.2}{0.8 \times 1} = 0.25, \quad \frac{1}{A_1 x_{1,2}} = \frac{1}{1 \times 0.032} = 31.25,$$

$$\frac{1}{A_1 x_{1,3}} = \frac{1}{1 \times 0.968} = 1.033, \quad \frac{1}{A_2 x_{2,3}} = \frac{1}{1 \times 0.968} = 1.033,$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5} = \frac{1}{31.25} + \frac{1}{2 \times 1.033} = 0.516, \quad R^* = 1.938,$$

$$\sum R = R_1 + R^* + R_2 = 0.667 + 1.938 + 0.25 = 2.855,$$

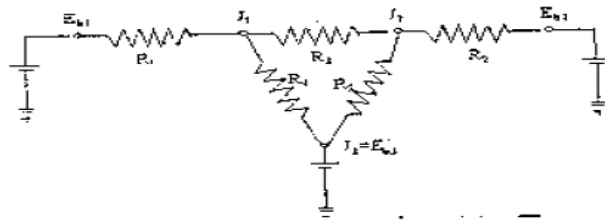
$$\Phi = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\sum R} = \frac{5.67 \times 10^4 - 3543.8}{2.855} = 18619 \text{ W} = 18.6 \text{ kW}.$$

9-37、已知：两相距 1m、直径为 2m 的平行放置的圆盘，相对表面的温度分别为  $t_1 = 500^\circ\text{C}$  及  $t_2 = 200^\circ\text{C}$ ，发射率分别为  $\varepsilon_1 = 0.3$ ， $\varepsilon_2 = 0.6$ ，另外两个表面的换热略而不计。（1）两圆盘被置于  $t_3 = 20^\circ\text{C}$  的大房间中；（2）两圆盘被置于一绝热空腔中。

求：每个圆盘的净辐射换热量。

解：圆盘表面分别记为 1、2，第三表面记为 3。

则从角系数图表中可查得  $x_{1,2} = 0.38$ ， $x_{2,1} = 0.38$ ， $x_{1,3} = x_{2,3} = 1 - 0.38 = 0.62$ 。



(1) 网络图如上图,

$$R_1 = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} = \frac{1 - 0.3}{0.3 \times 4\pi / 4} = 0.743, \quad R_2 = \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} = \frac{1 - 0.6}{0.6 \times \pi} = 0.212$$

$$R_3 = \frac{1}{A_1 x_{1,2}} = \frac{1}{0.38\pi} = 0.838, \quad R_4 = \frac{1}{A_1 x_{1,3}} = \frac{1}{0.62\pi} = 0.513, \quad R_5 = R_4 = 0.513,$$

对节点  $J_1$ 、 $J_2$  可以列出下列方程:

$$\frac{E_{b1} - J_1}{0.743} + \frac{J_2 - J_1}{0.838} + \frac{J_3 - J_1}{0.513} = 0, \quad \frac{E_{b2} - J_2}{0.212} + \frac{J_1 - J_2}{0.838} + \frac{J_3 - J_2}{0.513} = 0,$$

其中  $J_3 = E_{b3}$ ,  $E_{b1} = 5.67 \times 7.73^4 = 20244 \text{ W/m}^2$ ,

$$E_{b2} = 5.67 \times 4.73^4 = 2838 \text{ W/m}^2, \quad E_{b3} = 5.67 \times 2.93^4 = 417.9 \text{ W/m}^2,$$

代入以上两式整理之得:

$$28061 - 4.4885J_1 + 1.1933J_2 = 0, \quad 14201 - 7.8596J_2 + 1.1933J_1 = 0,$$

由此解得:  $J_1 = 7015$ ,  $J_2 = 2872$ ,

故  $\Phi_1 = \frac{E_{b1} - J_1}{R_1} = \frac{20244 - 7015}{0.743} = 17.8 \text{ kW}$ ,  $\Phi_2 = \frac{E_{b2} - J_2}{R_2} = \frac{2838 - 2872}{0.212} = -160 \text{ W}$ 。

(2)  $\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5} = 1.1938 + 0.9746 = 2.1865$ ,  $R^* = 0.4612$ ,

$$\sum R = 0.743 + 0.4612 + 0.212 = 1.4162, \quad \Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\sum R} = \frac{20244 - 2838}{1.4162} = 12.29 \text{ kW}$$

9-38、已知: (1) 两个同心圆筒壁的温度分别为  $-196^\circ\text{C}$  及  $30^\circ\text{C}$ , 直径分别为  $10\text{cm}$  及  $15\text{cm}$ , 表面发射率均为  $0.8$ 。

(2) 在其间同心地置入一遮热罩, 直径为  $12.5\text{cm}$ , 两表面的发射率均为  $0.05$ 。

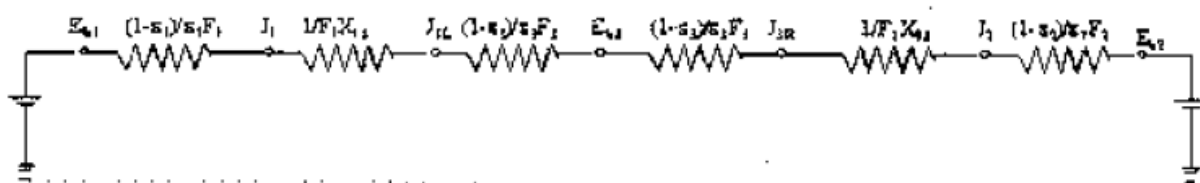
求: (1) 单位长度圆筒体上的辐射换热量。(2) 画出此时辐射换热的网络图, 并计算套筒壁间的辐射换热量。

解: (1) 单位长度上的换热量为:

$$\Phi_l = \frac{\pi d_1 (E_{b1} - E_{b2})}{1/\varepsilon_1 + A_1/A_2 (1/\varepsilon_2 - 1)}$$

$$= \frac{3.1416 \times 0.1 \times 5.67}{1/0.8 + 10/15 (1/0.8 - 1)} \times (0.77^4 - 3.03^4) = -105.54 \text{ W/m}。$$

(2) 把遮热罩表面称为 3, 其面向表面 1 的一侧记为 3L, 面向表面 2 的一侧记为 3R, 则相当的辐射网络图如下图所示。



$$\Phi_l = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 x_{1,3}} + 2 \frac{1-\epsilon_3}{\epsilon_3 A_3} + \frac{1}{A_2 x_{2,3}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}},$$

有遮热罩后，单位长度上的换热量为：

$$\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} = \frac{0.2}{0.8 \times 3.1416 \times 0.1} = 0.7958, \quad \frac{1}{A_1 x_{1,3}} = \frac{1}{A_1 \times 1} = \frac{1}{3.1416 \times 0.1} = 3.183,$$

$$\frac{1-\epsilon_3}{\epsilon_3 A_3} = \frac{1-0.05}{0.05 \times 3.1416 \times 0.125} = 48.38, \quad \frac{1}{A_2 x_{2,3}} = \frac{1}{A_3 x_{3,2}} = \frac{1}{3.1416 \times 0.125 \times 1} = 2.5465,$$

$$\frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2} = \frac{0.2}{0.8 \times 3.1416 \times 0.15} = 0.5305, \quad \text{代入上式得：}$$

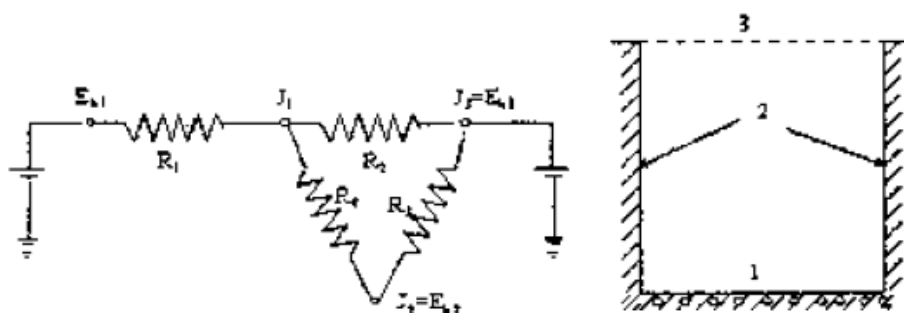
$$\Phi_l = \frac{-475.9}{0.7958 + 3.183 + 2 \times 48.38 + 2.5465 + 0.5305} = -\frac{475.9}{103.82} = -4.584 \text{ W/m}.$$

仅为原来的 4.34%。

9-39、已知：一内腔为  $0.2\text{m} \times 0.2\text{m} \times 0.2\text{m}$  的正方形炉子。室温  $27^\circ\text{C}$ ，炉底电加热，底面温度恒定为  $427^\circ\text{C}$ ， $\epsilon = 0.8$ ，炉子顶部开口，空腔四周及炉子底面以下均敷设绝热材料。不计对流换热。

求：所需电功率。

解：这一问题的等效网络图如下图：



$$x_{1,3} = 0.2, \quad x_{2,3} = 0.2, \quad x_{1,2} = 0.8, \quad R_1 = \frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} = \frac{1-0.8}{0.8 \times 0.2^2} = 6.25,$$

$$E_{b1} = 5.67 \times 7^4 = 13614, \quad R_2 = \frac{1}{A_1 x_{1,3}} = \frac{1}{0.2^2 \times 0.2} = 125, \quad E_{b2} = 5.67 \times 3^4 = 459.3,$$

$$R_3 = R_4 = \frac{1}{A_1 x_{1,2}} = \frac{1}{0.2^2 \times 0.8} = 31.25, \quad \frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4} = \frac{1}{125} + \frac{1}{2 \times 31.25} = 0.024,$$

$$R^* = 41.67, \quad \therefore \Phi = \frac{13614 - 459.3}{6.25 + 41.67} = 274.5 \text{ W}.$$



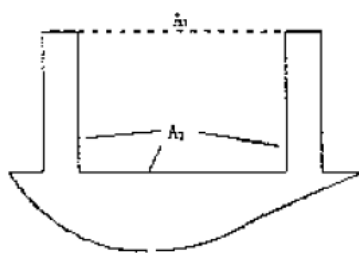
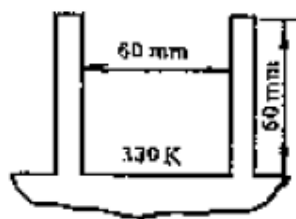
9-40、已知：如图为一肋片散热结构，排数很多。垂直于纸面方向上视为无限长。肋根温度为 330K，肋片相当薄， $\varepsilon = 0.83$ ，且材料的导热

系数很大，环境 0K。求：肋片单位面积上的净辐射换热量。

解：如图示，这是两个表面系统的辐射换热问题。

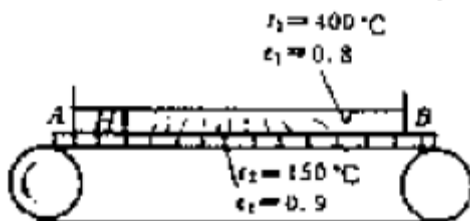
$$A_1 = 0.06\text{m}^2, \quad A_2 = 3 \times 0.06 = 0.18\text{m}^2 \quad (\text{以单位深度计}).$$

$$\Phi_{2,1} = \frac{A_1 C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{1 + (1/\varepsilon_1 - 1)x_{1,2} + (1/\varepsilon_2 - 1)x_{2,1}},$$



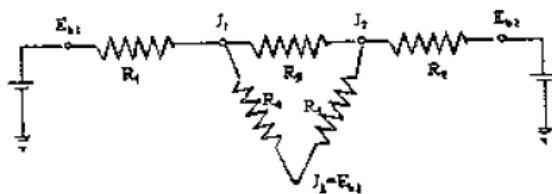
$$q_2 = \frac{\Phi_{2,1}}{A_2} = \frac{\frac{A_1}{A_2} C_0 \left( \frac{T_1}{100} \right)^4}{1 + (1/\varepsilon_2 - 1)x_{2,1}} = \frac{\frac{0.06}{0.18} \times 5.67 \times 3.3^4}{1 + 1/3(1/0.83 - 1)} = 210\text{W/m}^2.$$

9-41、已知：如图所示为一传送带式的烘箱，辐射加热表面与传送带上被加热工件间的距离  $H = 0.35\text{m}$ ，加热段长 3.5m，在垂直于纸面方向上宽 1m，传送带两侧面及前、后两端面  $A$ 、 $B$  均可以视为是绝热的，其余已知条件如图示。



求：(1) 辐射加热面所需的功率；(2) 讨论去掉前后端面对于热损失及工件表面温度场均匀性的影响。

解：



这是一个三表面组成的换热系统，其中表面 3 为绝热面，由  $X/D = 2.86$ ，

$Y/D = 10$ ，查得  $x_{1,2} = 0.64$ ， $x_{1,3} = 1 - 0.64 = 0.36$ ， $x_{2,3} = x_{1,3} = 0.36$ ，

$$E_{b1} = 5.67 \times 6.73^4 = 11632\text{W/m}^2, \quad E_{b2} = 5.67 \times 4.23^4 = 1815.3\text{W/m}^2,$$

$$R_1 = \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} = \frac{1-0.8}{0.8 \times 3.5 \times 1} = 0.0714, \quad R_2 = \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} = \frac{1-0.9}{0.9 \times 3.5 \times 1} = 0.03175,$$

$$R_5 = \frac{1}{A_1 x_{1,2}} = \frac{1}{3.5 \times 1 \times 0.64} = 0.4464, \quad R_3 = R_4 = \frac{1}{A_2 x_{2,3}} = \frac{1}{3.5 \times 1 \times 0.36} = 0.7937,$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{2R_4} = \frac{1}{0.4464} + \frac{1}{2 \times 0.7937} = 2.8701, \quad R^* = 0.3484,$$

$$\Phi = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{R_1 + R^* + R_2} = \frac{11632 - 1815.3}{0.0714 + 0.3484 + 0.03175} = \frac{9817}{0.4516} = 21.7 \text{ kW}.$$

去掉前后端面时会增加散热损失及温度场的不均匀性。

9-42、已知：在两块平行放置的相距很近的大平板 1 与 2 中，插入一块很薄且两个表面发射率不等的第三块平板， $t_1=300$ ， $t_2=100$ ， $\varepsilon_1=0.5$ ， $\varepsilon_2=0.8$ 。当板 3 的 A 面朝向表面 1 时，板 3 的稳态温度为  $176.4^\circ\text{C}$ ，当板 3 的 B 面朝向表面 1 时，板 3 的稳态温度为  $255.5^\circ\text{C}$ 。

求：表面 A、B 各自的发射率。

$$\frac{5.67 \times (5.73^4 - 4.494^4)}{\frac{1}{0.5} + \frac{1}{\varepsilon_A} - 1} = \frac{5.67 \times (4.494^4 - 3.73^4)}{\frac{1}{\varepsilon_B} + \frac{1}{0.8} - 1},$$

解：据已知可列出下列两个方程：

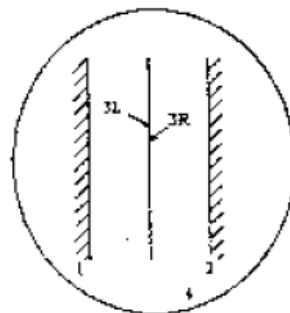
$$\frac{5.67 \times (5.73^4 - 5.285^4)}{\frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.6} - 1} = \frac{5.67 \times (5.285^4 - 3.73^4)}{\frac{1}{0.8} + \frac{1}{\varepsilon_A} - 1},$$

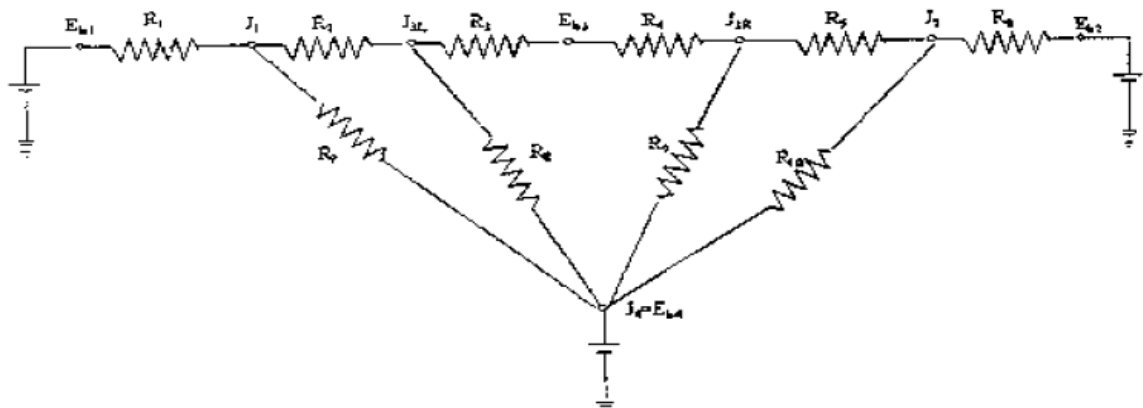
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{670.12}{\varepsilon_B} - \frac{214.31}{\varepsilon_A} = 46.78 \\ \frac{297.85}{\varepsilon_A} - \frac{586.58}{\varepsilon_B} = 512.12 \end{array} \right\}, \quad \text{由此解得：} \varepsilon_B = 0.5974 \approx 0.6, \quad \varepsilon_A = 0.2.$$

9-43、已知：两块尺寸为  $1\text{m} \times 1\text{m}$  的平行平板 1、2，被置于温度为  $20^\circ\text{C}$  的大房间中，两板间相距  $1\text{m}$ ，发射率分别为 0.4 及 0.6，温度分别维持在  $500^\circ\text{C}$  与  $350^\circ\text{C}$ 。不考虑两板背面的换热。今在两板的中间位置上插入一块发射率为 0.05、尺寸为  $1\text{m} \times 1\text{m}$  的薄平板 3，且没有采取任何措施来维持板 3 的温度。

求：用网络法确定，稳态时平板 1、2 各自的净辐射换热量及板 3 的温度。

解：设板 3 的两个表面分别为  $3L$  及  $3R$ ，房间表面为 4，则这一换热系统的辐射网络图如下图所示：





$$R_1 = \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} = \frac{1-0.4}{0.4 \times 1} = 1.5, \quad R_2 = \frac{1}{A_1 x_{1,3}} = \frac{1}{1 \times 0.415} = 2.41, \quad R_3 = \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3} = \frac{1-0.05}{0.05 \times 1} = 19,$$

$$R_4 = 19, \quad R_5 = \frac{1}{A_2 x_{2,3}} = \frac{1}{1 \times 0.415} = 2.41, \quad R_6 = \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} = \frac{1-0.6}{0.6 \times 1} = 0.667,$$

$$R_7 = \frac{1}{A_1 x_{1,4}} = \frac{1}{1 \times (1-x_{1,3})} = \frac{1}{0.585} = 1.709, \quad R_8 = \frac{1}{A_3 x_{3,4}} = 1.709, \quad R_9 = R_{10} = 1.709,$$

$$E_{b1} = 5.67 \times 7.73^4 = 20244 \text{ W/m}^2, \quad E_{b2} = 5.67 \times 6.23^4 = 8542 \text{ W/m}^2,$$

$$E_{b4} = 5.67 \times 2.93^4 = 417.9 \text{ W/m}^2. \text{ 未知量为 } J_1, J_2, J_{3L}, J_{3R}, E_{b3}, \text{ 于是有:}$$

$$\text{对 } J_1: \frac{20244 - J_1}{1.5} + \frac{J_{3L} - J_1}{2.41} + \frac{417.9 - J_1}{1.709} = 0;$$

$$\text{对 } J_2: \frac{8542 - J_2}{0.667} + \frac{J_{3R} - J_2}{2.41} + \frac{417.9 - J_2}{1.709} = 0;$$

$$\text{对 } J_{3L}: \frac{J_1 - J_{3L}}{2.41} + \frac{E_{b3} - J_{3L}}{19} + \frac{417.9 - J_{3L}}{1.709} = 0;$$

$$\text{对 } J_{3R}: \frac{E_{b3} - J_{3R}}{19} + \frac{417.9 - J_{3R}}{1.709} + \frac{J_2 - J_{3R}}{2.41} = 0;$$

$$\text{对 } E_{b3}: \frac{E_{b3} - J_{3L}}{19} + \frac{E_{b3} - J_{3R}}{19} = 0 \quad (\text{板 3 处于辐射热平衡的条件}).$$

$$\text{解上述方程组, 得: } J_1 = 9196 \text{ W/m}^2, \quad J_2 = 5633 \text{ W/m}^2, \quad J_{3L} = 3823 \text{ W/m}^2.$$

$$J_{3R} = 2847 \text{ W/m}^2, \quad E_b = 3155 \text{ W/m}^2.$$

$$\Phi_1 = (E_{b1} - J_1) \bigg/ \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} = \frac{20244 - 9196}{1.5} = 7365 \text{ W},$$

于是: 表面 1 的净辐射换热量

$$\Phi_2 = (E_{b2} - J_2) \bigg/ \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} = \frac{8542 - 5633}{0.667} = 4361 \text{ W},$$

表面 2 的净辐射换热量

$$\text{平板 3 的温度 } T_3 = \sqrt[4]{3155 / 5.67} \times 100 = 486 \text{ K}.$$

9-44、已知：用单层遮热罩抽气式热电偶测量一设备中的气流温度，已知设备内壁温度为  $90^{\circ}\text{C}$ ，热节点与遮热罩表面的发射率均为 0.6，气体对热节点及遮热罩的表面传热系数分别为  $40\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  及  $25\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。

气流真实温度为  $t_f = 180^{\circ}\text{C}$ 。

求：热电偶的指示值。

解：设热电偶指示值为  $t_1$ ，遮热罩平均温度为  $t_3$ ，则有以下两个关系式：

$$h_1(t_f - t_1) = \varepsilon \sigma_0 (T_1^4 - T_3^4) \quad (1)$$

$$2h_2(t_f - t_3) = \varepsilon \sigma_0 (T_3^4 - T_w^4) \quad (2)$$

$$2 \times 25 \times (180 + 273 - T_3) = 0.6 \times 5.67 \times \left[ \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 - \left( \frac{273 + 90}{100} \right)^4 \right],$$

由第 2 式：

$$50 \times (453 - T_3) = 3.402 \times \left[ \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 - 173.6 \right], \quad \text{由此解得 } T_3 = 439.5\text{K},$$

即

$$25 \times (273 + 180 - T_1) = 3.402 \times \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - 373.1 \right],$$

代入 (1) 得：

$$\text{由此解得 } T_1 = 448.7\text{K}, \quad \therefore t_1 = 448.7 - 273 = 175.7^{\circ}\text{C}.$$

9-45、已知：用裸露的热电偶测定圆管气流的温度，热电偶的指示值为  $t_1 = 170^{\circ}\text{C}$ 。管壁温度  $t_w = 90^{\circ}\text{C}$ ，气流对热节点的对流换热系数为  $h = 50\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，热节点表面发射率为  $\varepsilon = 0.6$ 。

求：气流的真实温度及测温误差。

$$\text{解：} \quad h(t_f - t_1) = \varepsilon \sigma_0 (T_1^4 - T_w^4),$$

$$t_f = t_1 + \frac{\varepsilon C_0}{h} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 \right] = 170 + \frac{0.6 \times 5.67}{50} \times (4.43^4 - 3.63^4)$$

$$= 170 + 14.4 = 184.4^{\circ}\text{C}, \quad \text{测温误差：} \frac{184.4 - 170}{184.4} \times 100\% = 7.8\%.$$

9-46、已知：一热电偶被置于外径为 5mm 的不锈钢套管中 ( $\varepsilon = 0.7$ )，且热节点与套管底紧密的接触。该套管被水平地置于一电加热炉中，以测定炉内热空气的温度。炉壁的平均温度为  $510^{\circ}\text{C}$ ，热电偶读数为  $500^{\circ}\text{C}$ 。空气与套管间的换热为自然对流换热。

求：空气的真实温度。

解：稳态时，炉壁与热电偶间的净辐射换热量等于热电偶与气体之间的自然对流换热，即

$$\varepsilon C_0 \left[ \left( \frac{T_{w1}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{w2}}{100} \right)^4 \right] = h(t_{w2} - t_f)$$

。为确定  $t_f$ ，需要知道  $h$ 。

自然对流换热本应以  $\frac{1}{2}(t_{w2} + t_f)$  为定性温度，因  $t_f$  未知，姑且以  $t_{w2}$  为定性温度计算之， $\lambda = 0.0574$ ， $\nu = 79.38 \times 10^{-6}$ ， $Pr = 0.687$

$$\therefore h = 0.53 \times 9.8^{\frac{1}{4}} \times \left( \frac{1}{273 + 500} \right)^{1/4} \times \frac{0.0574 \times 0.687^{1/4}}{(79.38 \times 10^{-6})^{1/2}} \left( \frac{\Delta t}{d} \right)^{1/4} = 1.043 \left( \frac{\Delta t}{d} \right)^{1/4} = 3.923 \Delta t^{\frac{1}{4}}$$

代入热平衡方程式得： $0.7 \times 5.67 \times (7.83^4 - 7.73^4) = 3.923 (t_{w2} - t_f)^{1/4}$ ，

由此解得： $t_f = 500 - \left( \frac{747.6}{3.923} \right)^{4/5} = 433.3^\circ\text{C}$ ，

进一步的计算应以此值与  $t_{w2}$  组成定性温度，重新计算  $h$ ，此处从略。

9-47、已知：如上题，如果把装有热电偶的套管置于管道中，用来测定作强制对流的气流温度。气流方向与套管轴线垂直，流速为 10m/s，其他条件不变。

求：气流的真实温度。

解：仍以  $t_{w2}$  为定性温度， $Re = \frac{ud}{\nu} = \frac{10 \times 0.005}{79.38} \times 10^6 = 629.9$ ，按表 5-5，

$$Nu = 0.683 \times 0.687^{1/3} \times Re^{1/3} = 0.603 \times 629.9^{1/3} = 12.15$$

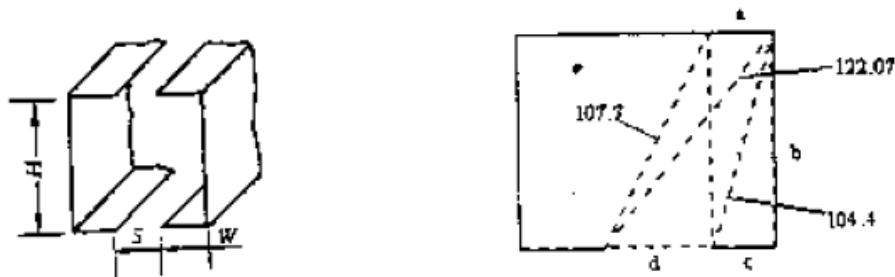
$$h = Nu\lambda / d = 12.15 \times 0.0574 / 0.005 = 139.5 \text{ W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\therefore t_f = 500 - \frac{747.6}{139.5} = 500 - 5.36 \cong 495^\circ\text{C}$$

9-48、已知：如图，一个双槽形大电流母线， $H=100\text{mm}$ ， $S=30\text{mm}$ ， $W=40\text{mm}$ 。

求：从一个槽体的内表面发出的辐射能穿过槽间间隙落到环境中的百分数。

解：只要研究其中半个图形发出的辐射能穿过上、下开孔处的百分数即可。由于上下的对称性，只需研究穿过一个开孔处的百分数。作辅助线如图，辅助线的



尺寸都注于其旁，显然：

$$x_{a,d} = \frac{122.07 + 100 - (104.4 + 107.7)}{2 \times 30} = 0.166$$

$$x_{b,c+d} = \frac{100 + (30 + 40) - 122.07}{200} = 0.2397, \quad x_{b,c} = \frac{100 + 30 - 104.4}{200} = 0.128$$

$$\therefore x_{b,d} = x_{b,c+d} - x_{b,c} = 0.2397 - 0.128 = 0.1117, \quad x_{c,d} = 0,$$

$$A_{a+b+c} x_{a-b+c,d} = A_a x_{a,d} + A_b x_{b,d} + A_c x_{c,d},$$

$$x_{a+b+c,d} = \frac{A_a x_{a,d} + A_b x_{b,d} + A_c x_{c,d}}{A_{a+b+c}} = \frac{30 \times 0.166 + 100 + 0.1117}{30 + 100 + 30} = 10.1\%$$

即

故向上、下开孔处辐射出去的百分数为 20.2%，由于左右对称，整个内表面发出而落到环境中的百分数即为 20.2%。

9-49、已知：如图，两薄平板 A、B 被置于一绝热的空

积分别为  $A_A$ 、 $A_B$ ，其 4

个表面的发射率分别为  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ 、 $\varepsilon_3$ 、 $\varepsilon_4$ 。板 A、B 分

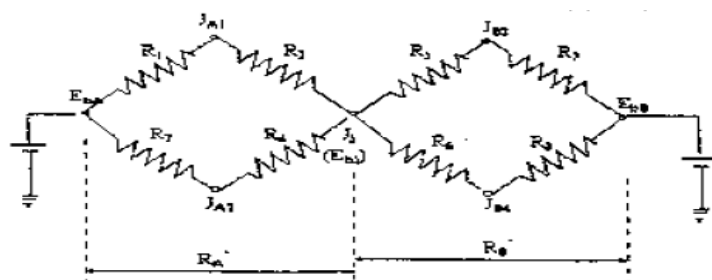
求：画出这一辐射换热系统的网络图，并列出

计算板 A、B 间净辐射换热量的表达式。

解：这一换热系统的网络图如下图：

$$\text{其中：} \quad R_1 = \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_A}, \quad R_2 = \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_A}, \quad R_3 = \frac{1}{A_A x_{A1,5}}, \quad R_4 = \frac{1}{A_A x_{A2,5}}, \quad R_5 = \frac{1}{A_B x_{B3,5}},$$

$$R_6 = \frac{1}{A_B x_{B4,5}}, \quad R_7 = \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_B}, \quad R_8 = \frac{1-\varepsilon_4}{\varepsilon_4 A_B}.$$



$$\Phi = \frac{E_{bA} - E_{bB}}{\sum R},$$

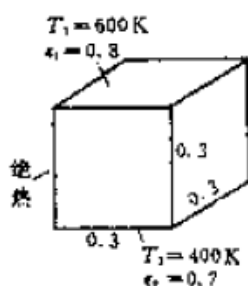
A、B 两板之间总的辐射换热量为

$$\text{其中 } \sum R = R_A^* + R_B^*, \quad \frac{1}{R_A^*} = \frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_2 + R_4}, \quad \frac{1}{R_B^*} = \frac{1}{R_5 + R_7} + \frac{1}{R_6 + R_8},$$

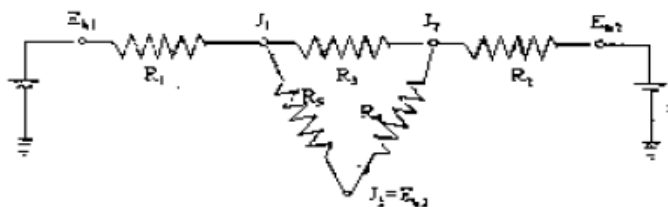
因平板 A、B 位于同一平面上，故以上诸表达式中的角系数均为 1。

9-50、已知：如图示为一箱式炉，炉顶为加热面，底面为冷面，四侧为绝热面。

求：（1）把四周绝热面作为一个表面处理，计算加热面的净辐射换热量及绝热面的温度；（2）把侧面沿高度三等分，假设每一分区中的温度均匀，采用数值计算方法计算热表面的净辐射换热量及三区中的温度；（3）把侧面沿高度五等分，重复上述计算，并把侧面作为单区、三区及五区的三种计算结果作一比较。



解：（1）把四周绝热面作为一个表面来处理时，辐射网络图如图所示：



$$R_1 = \frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} = \frac{1 - 0.8}{0.8 \times 0.3^2} = 2.778, \quad R_2 = \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2} = \frac{1 - 0.7}{0.7 \times 0.3^2} = 4.762,$$

$$R_3 = \frac{1}{A_1 x_{1,2}} = \frac{1}{0.3^2 \times 0.2} = 55.56, \quad R_5 = R_4 = \frac{1}{A_2 x_{2,3}} = \frac{1}{0.3^2 \times (1 - 0.2)} = 13.89,$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{2R_4} = \frac{1}{55.56} + \frac{1}{2 \times 13.89} = 0.018 + 0.036 = 0.054, \quad R^* = 18.52,$$

1、2 表面间的净辐射换热量：

$$\Phi = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{R_1 + R^* + R_2} = \frac{5.67 \times (6^4 - 4^4)}{2.778 + 18.52 + 4.762} = \frac{7348.3 - 1451.5}{26.06} = 226.3 \text{ W}.$$

$$\text{由 } \frac{E_{b1} - J_1}{R_1} = \frac{J_2 - E_{b2}}{R_2} = 226.3, \quad \text{得 } J_1 = 6719.6 \text{ W/m}^2, \quad J_2 = 2529.4 \text{ W/m}^2,$$

$$J_3 = (x_{1,3} J_1 A_1 + x_{2,3} J_2 A_2) / A_3 = x_{3,1} J_1 + x_{3,2} J_2 = 0.2 (6719.6 + 2529.4) = 1849.8 \text{ W/m}^2,$$

$$E_{b3} = J_3 = 5.67 \times 10^{-6} T_3^4, \quad T_3 = 425 \text{ K} = 152^\circ \text{C}.$$

(2) 如图所示：

对顶面 1、底面 2 及侧面 3、4、5 分别列出有效辐射方程，据第二版习题 73 的结果有：

$$J_1 = \epsilon_1 \sigma_0 T_1^4 + (1 - \epsilon_1) \left( \sum_{j=1}^5 x_{1,j} J_j \right), \quad J_2 = \epsilon_2 \sigma_0 T_2^4 + (1 - \epsilon_2) \left( \sum_{j=1}^5 x_{2,j} J_j \right),$$

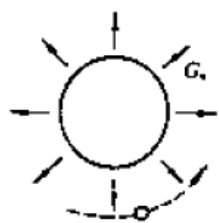
表面 3、4、5 为重辐射面，即  $E_{b1} = J_j$ 。对于重辐射角，其有效辐射等于投入辐射，则  $J_3 = (\sum x_{i,3} A_i J_i) / A_3$ ,

利用角系数的相对性， $x_{i,3} A_i / A_3 = x_{3,i}$ ，故有：

$$J_3 = \sum_{j=1}^5 x_{3,j} J_j, \quad J_4 = \sum_{j=1}^5 x_{4,j} J_j, \quad J_5 = \sum_{j=1}^5 x_{5,j} J_j.$$



以上诸式的角系数均可采用代数方法算出，然后用计算机求解。



9-51、已知：如图，在直径为 D 的人造卫星外壳上涂了一层具有漫射性质的涂料，其光谱

吸收特性为  $\alpha(\lambda)=0.6 (\lambda \leq 3 \mu\text{m})$  及  $\alpha(\lambda)=0.3 (\lambda > 3 \mu\text{m})$ 。当它位于地球的阴面一侧时，仅可得到来自地球的投入辐射  $G_e=340\text{W}/\text{m}^2$ ，且可以视为是平行入射线。而位于地球的亮面一侧时，可同时收到来自太阳与地球的投入辐射，且太阳的投入辐射  $G_s=1353 \text{ W}/\text{m}^2$ 。地球辐射可视为  $280\text{K}$  下的黑体辐射，人造卫星表面的温度总在  $500\text{K}$  以下。

求：位于阴面与亮面时，在稳态情形下的表面平均温度。

解：（1）位于阴面时， $0 \sim 3 \mu\text{m}$  的辐射能占  $280\text{K}$  黑体辐射能份额： $280 \times 3 = 840 \mu\text{m} \cdot \text{K}$

$F_{b(0 \sim 3)} = 0.00774\%$ ，故  $F_{b(3 \sim \infty)} = 99.9923\%$ ， $h = (0.00774 \times 0.6 + 99.9923 \times 0.3)\% = 30.00\%$

$\therefore q_{\text{吸}} = 0.30 \times 340 = 102.00 \text{ W}/\text{m}^2$ ，热平衡式为： $\frac{\pi D^2}{4} q_{\text{吸}} = \pi D^2 C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4$ ，

$$\left( \frac{T}{100} \right)^4 = \frac{102.00}{4 \times 5.67} = 4.4974, \quad T = 100 \sqrt[4]{4.4974} = 145.6 \text{ K}。$$

（2）位于阳面时， $0 \sim 3 \mu\text{m}$  的辐射能占  $5800\text{K}$  黑体辐射能的份额：

$$5800 \times 3 = 17400 \mu\text{m} \cdot \text{K}, \quad F_{b(0 \sim 3)} = 97.87\%,$$

故  $q_{\text{吸}} = 102.01 + (0.6 \times 0.9787 + 0.30 \times 0.0213) \times 1353 = 102.01 + 803.15 = 905.16 \text{ W}/\text{m}^2$ ，

热平衡式为： $\frac{\pi D^2}{4} q_{\text{吸}} = \pi D^2 C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4$ ， $\left( \frac{T}{100} \right)^4 = \frac{905.16}{4 \times 5.67} = 39.91$ ，

$$T = 100 \sqrt[4]{39.91} = 251.3 \text{ K} \quad (\text{以上计算中认为宇宙空间是 } 0\text{K} \text{ 空间})。$$

9-52、已知：一正三角形截面的通道垂直于纸面方向为无限长。3 个表面中，表面 1、2 有均匀的辐射换热热流，而表面 3 有均匀壁温，表面反射率均为  $\varepsilon$ 。

求：（1）写出确定 3 个表面有效辐射  $J_1$ 、 $J_2$ 、 $J_3$  的方程式；

（2）写出确定表面 1、2 温度的方程式；

（3）写出表面 3 净辐射换热热流的方程式。

解：（1）对已知壁温的表面 3，利用习题 8-50 的结果可得：

$$J_1 = \varepsilon \sigma_0 T_3^4 + (1 - \varepsilon)(x_{3,1} J_1 - x_{3,2} J_2) \quad (x_{3,3} = 0),$$

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \varepsilon_i) / \varepsilon_i}$$

对已知辐射换热热流密度的表面 1 及 2，将

$$J_i = \varepsilon_i \left( J_i + \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} q_i \right) + (1 - \varepsilon_i) \sum_j x_{i,j} J_j, \quad \text{整理之，有}$$

$$J_i (1 - \varepsilon_i) = (1 - \varepsilon_i) q_i + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1} x_{i,j} J_j + (1 - \varepsilon_i) x_{i,i} J_i, \quad \therefore J_i = \frac{1}{1 - x_{i,i}} \left( \sum_{j \neq i} x_{i,j} J_j + q_i \right),$$



对表面 1、2,  $x_{1,1} = x_{2,2} = 0$ ,  $\therefore J_1 = q_1 + x_{1,2}J_2 + x_{1,3}J_3$ ,  $J_2 = q_2 + x_{2,1}J_1 + x_{2,3}J_3$ ,

以上诸式中,  $x_{1,2} = x_{1,3} = x_{3,2} = 0.5$ 。

(2) 由  $J_1$ 、 $J_2$ 、 $J_3$  的联立方程解得  $J_1$ 、 $J_2$ 、 $J_3$  后, 即可以由以下两式确定  $T_1$ 、 $T_2$ :  $\sigma_0 T_1^4 = J_1 + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} q_1$ ,  $\sigma_0 T_2^4 = J_2 + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} q_2$ 。

(3) 解出  $J_3$  后, 可确定  $q_3$ ,  $q_3 = \frac{E_{b3} - J_3}{(1-\varepsilon)/\varepsilon}$ 。

## 气体辐射

9-53、已知: 一炉子的炉膛可近似的看成为高度等于直径的圆柱体壳, 直径为 1m, 其内是由二氧化碳、水蒸气和非吸收性气体组成的 1400K 的燃气, 总压力为  $10^5\text{Pa}$ 。炉膛四周布置有冷却水管, 以保证炉膛四壁温度维持在 600K。燃气与炉壁间的对流换热略而不计。

求: 冷却水应带走的热量。

解: 按表 8-1,  $s = 0.6d$ ,

$$p_{H_2O}s = (0.1\text{bar})(0.6\text{m}) = 0.06(\text{bar} \cdot \text{m}), \quad p_{CO_2}s = (0.2\text{bar})(0.6\text{m}) = 0.12(\text{bar} \cdot \text{m}),$$

$$T = 1400\text{K}, \text{ 由图 8-39 得 } \varepsilon_{H_2O}^* = 0.065, \quad \varepsilon_{CO_2}^* = 0.10, \quad C_{CO_2} = 1, \quad C_{H_2O} = 1.06,$$

由图 8-43 近似的查得  $\Delta\varepsilon = 0.017$ ,

$$\therefore \varepsilon_g = \varepsilon_{H_2O}^* C_{H_2O} + \varepsilon_{CO_2}^* C_{CO_2} - \Delta\varepsilon = 0.065 \times 1.06 + 0.10 \times 1 - 0.017 = 0.1519。$$

为计算  $\alpha_g$ , 按  $T_w = 600\text{K}$  及下列两个  $p \cdot s$  之积查曲线:

$$p_{H_2O}s \left( \frac{T_w}{T_g} \right) = 0.06 \times \frac{600}{1400} = 0.0257(\text{bar} \cdot \text{m}), \quad \varepsilon_{H_2O}^* = 0.08,$$

$$p_{CO_2}s \left( \frac{T_w}{T_g} \right) = 0.12 \times \frac{600}{1400} = 0.0514(\text{bar} \cdot \text{m}), \quad \varepsilon_{CO_2}^* = 0.082。$$

按式 (8-32)  $\alpha_g = C_{H_2O} \varepsilon_{H_2O}^* \left( \frac{T_g}{T_w} \right)^{0.45} + C_{CO_2} \varepsilon_{CO_2}^* \left( \frac{T_g}{T_w} \right)^{0.65} - \Delta\alpha$ , 按图 8-43 查得

$$\Delta\alpha \cong 0.004, \text{ 于是有: } \alpha_g = 1.06 \times 0.08 \times \left( \frac{1400}{600} \right)^{0.45} + 1 \times 0.082 \times \left( \frac{1400}{600} \right)^{0.65} - 0.004$$

$$= 0.1242 + 0.1422 - 0.004 = 0.2624。$$

$$q = 5.67 \left[ \varepsilon_g \left( \frac{T_g}{100} \right)^4 - \alpha_g \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 \right] = 5.67 \times (0.1519 \times 14^4 - 0.2624 \times 6^4)$$

按式 (8-34):

$$= 5.67 \times (5835 - 340) = 31.16 \text{ kW/m}^2。$$

$$\Phi = Aq = (\pi dl + 2\pi r^2)q = 3.1416 \times (1 \times 1 + 2 \times 0.5^2) \times 31.16 \\ = 4.712 \times 31.16 = 147 \text{ kW}。$$

9-54、已知：一燃气轮机的燃烧室可以近似的视为直径为 0.4m 的一根长管道。燃气压力为  $10^5 \text{ Pa}$ ，温度为  $1100^\circ \text{C}$ ；燃烧室壁温为  $500^\circ \text{C}$ 。 $\text{CO}_2$  及水蒸气的摩尔分数各为 0.15，燃烧室壁温可近似的作为黑体处理。

求：燃烧室与燃气间的辐射换热量。

$$\text{解： } s = 0.9d = 0.9 \times 0.4 = 0.36 \text{ m}, \quad p_{H_2O}s = (0.15 \text{ bar})(0.36 \text{ m}) = 0.054 (\text{bar} \cdot \text{m}),$$

$$p_{CO_2}s = (0.15 \text{ bar})(0.36 \text{ m}) = 0.054 (\text{bar} \cdot \text{m}), \quad T_g = 1100 + 273 = 1373 \text{ K}。$$

$$\text{查图 8-39 得 } \varepsilon_{H_2O}^* = 0.063, \quad \text{由图 8-41 得 } \varepsilon_{CO_2}^* = 0.079, \quad C_{CO_2} = 1.0, \quad C_{H_2O} = 1.1,$$

$$\Delta\varepsilon = 0.008, \quad \therefore \varepsilon_g = \varepsilon_{H_2O}^* C_{H_2O} + \varepsilon_{CO_2}^* C_{CO_2} - \Delta\varepsilon = 0.063 \times 1.1 + 0.079 \times 1 - 0.008 = 0.1403。$$

$$\text{按 } T_w = 773 \text{ K 及 } ps = 0.054 (\text{bar} \cdot \text{m}) \left( \frac{T_w}{T_g} \right) = 0.0304 (\text{bar} \cdot \text{m}) \quad \text{得：}$$

$$(\varepsilon_{H_2O}^*)_{T_w, p_{H_2O}s(T_w/T_g)} = 0.079, \quad (\varepsilon_{CO_2}^*)_{T_w, p_{CO_2}s(T_w/T_g)} = 0.08, \quad (\Delta\varepsilon)_{T_w} = 0.005,$$

$$\therefore \alpha_g = 1.1 \times 0.079 \times \left( \frac{1373}{773} \right)^{0.45} + 1 \times 0.08 \times \left( \frac{1373}{773} \right)^{0.65} - 0.005$$

$$= 1.1 \times 0.1023 + 1 \times 0.1162 - 0.005 = 0.2237,$$

$$\text{故单位面积上辐射换热量 } q = 5.67 \times (0.1403 \times 13.73^4 - 0.2237 \times 7.73^4) = 23.7 \text{ kW/m}^2。$$

9-55、已知：平均温度为  $550^\circ \text{C}$  的燃气在内径为 200mm 的长圆管中流过，总压力为  $10^5 \text{ Pa}$ ，其中含有 13% 的  $\text{CO}_2$  及 11% 的水蒸气，其余为非吸收性气体。管子内壁平均温度为  $150^\circ \text{C}$ ，可视为黑体。

求：混合气体与单位长度管壁之间的辐射换热量。设气体的流速为  $10 \text{ m/s}$ ，确定此时对流换热量与辐射换热量的相对大小。

$$\text{解：(1) 对流计算： } \lambda = 0.0699 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}, \quad \nu = 84.96 \times 10^{-6}, \quad \text{Pr} = 0.625,$$

$$\text{Re} = \frac{ud}{\nu} = \frac{10 \times 0.2}{84.96} \times 10^6 = 23540, \quad \text{Pr}_w = 0.68, \quad \text{采用式 (5-57):}$$

$$Nu = 0.021 \times 23540^{0.8} \times 0.625^{-0.43} \times \left( \frac{0.625}{0.68} \right)^{0.25} = 52.8, \quad h = \frac{52.8 \times 0.0699}{0.2} = 18.45 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$\Phi_f = \pi d h \Delta t = 3.1416 \times 0.2 \times 18.45 \times 350 = 4060 \text{ W/m}$$

$$\text{(2) 辐射计算： } T_g = 823 \text{ K}, \quad T_w = 423 \text{ K},$$

$$p_{H_2O}s = 0.11 \times 0.9 \times 0.2 = 0.0198 (\text{bar} \cdot \text{m}), \quad p_{CO_2}s = 0.13 \times 0.9 \times 0.2 = 0.0234 (\text{bar} \cdot \text{m}),$$

查图得:  $\varepsilon_{H_2O}^* = 0.057$ ,  $\varepsilon_{CO_2}^* = 0.072$ ,  $C_{CO_2} = 1.0$ ,  $C_{H_2O} = 1.05$ ,  $\Delta\varepsilon = 0.000$ ,

$$\therefore \varepsilon_g = \varepsilon_{H_2O}^* C_{H_2O} + \varepsilon_{CO_2}^* C_{CO_2} - \Delta\varepsilon = 0.057 \times 1.05 + 0.072 \times 1 - 0.000 = 0.1319$$

$$p_{CO_2} s \left( \frac{T_w}{T_g} \right) = 0.0234 \times \frac{423}{823} = 0.0120 (\text{bar} \cdot \text{m})$$

按  $T_w = 423\text{K}$  及上述  $ps$  之值查得  $\varepsilon_{H_2O}^* = 0.056$ ,  $\varepsilon_{CO_2}^* = 0.051$ ,  $(\Delta\alpha)_{T_w} = 0.000$ ,

$$\therefore \alpha_g = C_{H_2O} \varepsilon_{H_2O}^* \left( \frac{T_g}{T_w} \right)^{0.45} + C_{CO_2} \varepsilon_{CO_2}^* \left( \frac{T_g}{T_w} \right)^{0.65} - \Delta\alpha$$

$$\begin{aligned} \alpha_g &= 1.05 \times 0.056 \times \left( \frac{823}{423} \right)^{0.45} + 1 \times 0.051 \times \left( \frac{823}{423} \right)^{0.65} - 0.000 \\ &= 1.05 \times 0.0756 + 0.0786 - 0.000 = 0.158 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故 } \Phi_f &= \pi d \times 5.67 \times (0.1319 \times 8.23^4 - 0.158 \times 4.23^4) \\ &= 3.1416 \times 0.2 \times 5.67 \times (605.1 - 50.58) = 1976 \text{ W/m} \end{aligned}$$

对流换热量是辐射换热量的  $\frac{4060}{1976} = 2.05$  倍。

9-56、已知：一电站锅炉，炉膛容积  $V = 1200 \text{ m}^3$ ，炉墙面积  $A = 1264 \text{ m}^2$ 。燃烧产物中水蒸气的体积分数（容积分数）为 0.121，二氧化碳的体积分数为 0.124，燃烧产物的平均温度为  $1100^\circ\text{C}$ ，炉内压力为  $9.733 \times 10^4 \text{ Pa}$ 。求：炉膛内烟气对包壁的平均辐射的发射率。

解：采用第二版式（6-54）来计算：

$$s = 3.6 \frac{V}{A} = 3.6 \times \frac{1200}{1264} = 3.42 \text{ m}, \quad P_{RO_2} = (0.121 + 0.124) \times \frac{133.322 \times 730}{10^3} = 0.238 \text{ bar}$$

$$k = \left( \frac{0.78 + 1.6 \times 0.121}{\sqrt{1.02 \times 0.238 \times 3.42}} - 0.1 \right) \times \left( 1 - 0.37 \times \frac{1373}{1000} \right) \times 0.245 = 0.117 (\text{bar} \cdot \text{m})^{-1}$$

代入第二版式（6-55）得：

$$\varepsilon = 1 - e^{-0.117 \times 3.42 \times 0.972} = 1 - e^{-0.3893} = 0.322$$

如按式（8-31）查图，则  $\varepsilon = 0.317$ ，两者符合较好。

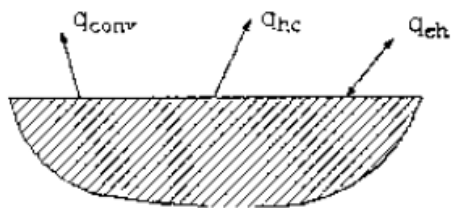
说明：由于黑度图线查取时的误差，习题 55-58 答案都是近视值，应允许适当范围的波动。

### 综合分析

9-57、已知：如图，一排平行布置的圆柱状电加热元件用来使炉墙的一个表面维持在  $500\text{K}$ ，该墙的外侧面绝热良好，而内侧受温度  $T_f = 450\text{K}$  的流体冷却， $h = 200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。炉子的另一侧墙壁维持在温度  $300\text{K}$ 。该加热元件及两个墙表面均可作为黑体。

求：加热元件表面的工作温度。

解：



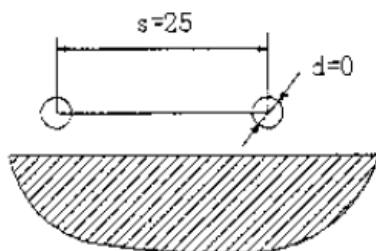
对外侧绝热的表面作平衡分析，稳态时有： $q_{ch} = q_{hc} + q_{conv}$ ，

$q_{ch}$ ：加热元件与热表面间的换热；

$q_{hc}$ ：热表面与冷表面间辐射换热；

$q_{conv}$ ：对流换热。

$$q_{conv} = q_{ch} - q_{hc}，\text{于是有：} h(T_{wh} - T_f) = A_c x_{ch}(T_e^4 - T_{wh}^4)\sigma_0 - x_{hc}(T_{wh}^4 - T_{wc}^4)\sigma_0，$$



$$x_{hc} = 1 + \frac{d}{s} \arccos\left(\frac{d}{s}\right) - \left[1 - \left(\frac{d}{s}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{10}{25} \arccos\left(\frac{10}{25}\right) - \left[1 - \left(\frac{10}{25}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 + 0.4 \arccos 0.4 - (1 - 0.4^2)^{\frac{1}{2}} = 1 + 0.4 \times 1.1593 - 0.9165 = 0.5472。$$

$$x_{ch} = 1 - x_{hc} = 1 - 0.5472 = 0.4528，$$

$$\therefore T_e^4 = \frac{500^4 + 0.4528(500^4 - 300^4)}{0.5472} + \frac{200 \times (500 - 450)}{5.67 \times 10^{-8} \times 0.5472}$$

$$= 10^8 \times \left[ \frac{625 + 0.4528(625 - 81)}{0.5472} \right] + \frac{200 \times 50}{5.67 \times 0.5472} \times 10^8$$

$$= 10^8 \times [1592.3 + 3223.08] = 4815.4 \times 10^8 K^4。$$

$$T_e = \sqrt[4]{4.815.4 \times 10^8} = 833 K。$$

为维持  $T_{wh}$ 、 $T_{wc}$  及  $T_f$ 、 $h$  不变，改变  $s$  时对  $T_e$  有什么影响？ $s \downarrow$ 、 $T_e \downarrow$ ； $s \uparrow$ 、 $T_e \uparrow$ 。

9-58、已知：一燃烧试验设备的壁面上安置了一块圆形的耐热玻璃，直径为 5cm，穿透比  $r=0.9$ ，发射率  $\varepsilon=0.3$ ，反射比  $\rho=0$ 。环境温度为 20℃。玻璃温度是均匀的，其表面与壁面齐平，外表面的对流换热表面传热系数为  $9.6 W/(m^2 \cdot K)$ 。燃烧温度为 1000k。

求：玻璃的温度及散失到环境中的热量。

解：当玻璃处于稳态换热时，可以认为玻璃与炉膛间辐射换热中玻璃吸收的部分能量=外表面的自然对流换热+与环境间的辐射换热。

$$\text{于是有：} 0.1 \left\{ 5.67 \times 0.3 \times \left[ 10^4 - \left( \frac{T}{100} \right)^4 \right] \right\} = 5.67 \times 0.3 \times \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - 0.93^4 \right] + 9.6(T - 293)，$$

$$\text{由此得：} T = 483.2 - 0.1949 \left( \frac{T}{100} \right)^4，\text{解得：} t = 148.58 ^\circ C，$$

$$\Phi = \left\{ 5.67 \times 0.3 \times [4.215^4 - 2.93^3] + 9.6(148.5 - 20) \right\} \times \frac{3.1416 \times 0.05^2}{4} = 3.23W$$

散热量

9-59、已知：一种利用半导体材料直接进行发电的原理如图所示，位于中心的陶瓷管受内部燃气加热维持表面温度为 1950K，半导体材料制成  $d_0 = 0.35m$  的圆管，其外用导热性能极好的金属层围住，金属层外用 293K 的冷却水予以冷却。陶瓷管与半导体表面之间为真空。  $d_i = 25mm$ ，陶瓷管表面为漫灰体， $\varepsilon = 0.95$ ；半导体材料亦可视为漫灰体， $\varepsilon = 0.45$ 。半导体材料输出的电功率是其所吸收的辐射能中  $\lambda = 0.6 \sim 2.5\mu m$  范围内的辐射能的 10%。沿直径方向可视为无限长。

求：单位长度设备所能输出的电功率。

解：近视认为陶瓷外表面温度即为燃气温度，半导体表面温度即为冷却水温度。则内管表面与半导体

$$\Phi = \frac{A_L(E_{b1} - E_{b0})}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{A_i}{A_0} \left( \frac{1}{\varepsilon_0} - 1 \right)}$$

表面之间形成两平行的换热系统。

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{A_L / A_0 (E_{b1} - E_{b0})}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{r_1}{r_0} \left( \frac{1}{\varepsilon_0} - 1 \right)} = \frac{r_1 / r_0 (E_{b1} - E_{b0})}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{r_1}{r_0} \left( \frac{1}{\varepsilon_0} - 1 \right)} = \frac{25 / 350 \times 5.67 \times (19.5^4 - 2.93^4)}{\frac{1}{0.95} + \frac{25}{350} \left( \frac{1}{0.45} - 1 \right)} \\ &= \frac{0.07143 \times 5.67 \times (144590 - 73.7)}{1.0526 + 0.08730} = 51348.6 = 51.35kW / m^2 \end{aligned}$$

由于  $T_0 \sim T_i$ ， $\therefore$  外表面的辐射换热量实际上等于所吸收的内表面的辐射换热量。

功率  $P = \eta q (F_{b(0 \sim 2.5\mu m)} - F_{b(0 \sim 0.6\mu m)})$ 。

$$F_{b(0 \sim 2.5\mu m)} = 0.6079 + \frac{63.41 - 60.79}{200} \times 0.75 = 0.6079 + 0.0098 = 61.77\%$$

$$F_{b(0 \sim 0.6\mu m)} = 0.000916 + \frac{0.214 - 0.0916}{100} \times 0.70 = 0.000916 + 0.001499 = 0.1773\%$$

$$F_{b(0 \sim 2.5\mu m)} - F_{b(0 \sim 0.6\mu m)} = 0.6177 - 0.001773 = 61.6\%$$

$$\therefore \rho = 0.1 \times 51.35 \times 0.616 = 3.16kW / m^2$$

单位长度外表面面积  $A_0 = 1 \times 0.35 \times 3.1416 = 1.0996m^2 / m$ ，

$\therefore$  单位长度上功率为：  $3.16 \times 1.0996 = 3.47kW / m$ 。

9-60、已知：在一个刮风的日子，太阳投射到一幢大楼的平屋顶上的辐射能为  $980W / m^2$ ，屋顶与温度为  $25^\circ C$  的气流间的对流换热的表面传热系数为  $25W / (m^2 \cdot K)$ 。天空可以看着为  $-10^\circ C$  的黑体。屋顶材料对太阳能的吸收比为 0.6，自身发射率为 0.2。

求：屋顶表面在稳态下的温度。

解：稳态下屋顶所吸收的太阳能等于其向环境的字让对流及辐射换热量，

$$0.6 \times 980 = 25 \times (T - 298) + 0.2 \times 5.67 \times \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - 2.33^4 \right]$$

即：

$$25T = 8071.4 - 1.134 \times \left( \frac{T}{100} \right)^4$$

由此得：

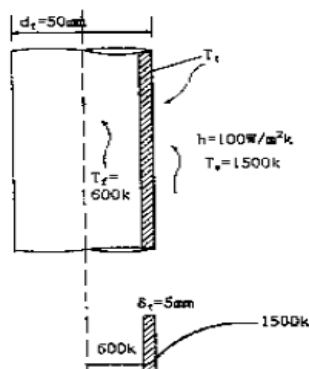
$$25T = 8071.4 - 1.134 \times \left( \frac{T}{100} \right)^4, \text{ 解得: } T = 318.2K$$

9-61、已知：煤粉炉炉膛中的水冷壁管常因其表面结渣儿使传热过程受到削弱。为估计结渣、结灰的影响采用以下简化的模型：外径为  $d_1 = 50mm$  的水冷壁管内部发生流动沸腾过程，饱和水温为  $600K$ 。管外受  $T_\infty = 1500K$  的烟气对流换热，  $h = 100W / (m^2 \cdot K)$ 。火焰对水冷壁管的辐射可以等效的看成为来自

$T_{\infty}=1500K$  的大空间的辐射。水冷壁管发射率  $\varepsilon_r=0.8$ 。(1) 管外干净无灰渣；(2) 管外结了一层均匀灰渣，厚  $\delta=5mm$ ，其导热系数为  $1W/(m \cdot K)$ ，灰渣表面发射率  $\varepsilon_d=0.9$ ，其余条件不变。

求：上表面两种情况下单位管子上水冷壁管从炉膛得到的热量。

解：



管内沸腾换热十分强烈，可近似地认为  $T_{WF} \approx T_f = 600K$ 。

(1) 无灰垢时，单位长度管子上的换热量为： $\Phi_l = \Phi_{lconv} + \Phi_{lrad}$

$\Phi_{lconv} = A_l \cdot h \cdot (T_{\infty} - T_l)$ ， $\Phi_{lrad} = A_l \sigma_0 \varepsilon_r (T_{\infty}^4 - T_l^4)$ ，取  $T_l = 600K$ ，则有：

$$\Phi_{lconv} = 3.14 \times 0.05 \times 100 \times (1500 - 600) = 14.13 kW/m,$$

$$\Phi_{lrad} = 3.14 \times 0.05 \times 0.8 \times 5.67 \times (15^4 - 6^4) = 35.13 kW/m,$$

$$\Phi_l = \Phi_{lconv} + \Phi_{lrad} = 14.13 + 35.13 = 49.26 kW/m.$$

$$R_A = \frac{\ln d_d / d_0}{2\pi\lambda_d} = \frac{\ln 60 / 50}{2 \times 3.14 \times 1} = \frac{0.1823}{6.28} = 0.02903$$

(2) 表面结灰垢时，灰垢层热阻：

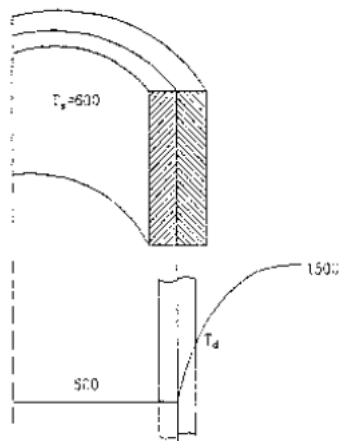
$$\sum R = \frac{1}{A_l h_{con} + A_l h_{rad}} = \frac{1}{15.70 + 39.03} = \frac{1}{54.73} = 0.01827$$

对流辐射环节总热阻：

结灰垢后的计算关键是要找出灰垢表面温度  $T_d$ ，它应满足一下关系式：

$$\frac{T_d - 600}{\ln d_d / d_0} = \frac{1500 - T_d}{2\pi\lambda_d A_l h_{con} + A_l h_{rad}}, \text{ 其中 } h_{rad} = \varepsilon_d \sigma_0 (T_{\infty}^3 + T_{\infty}^2 T_d + T_{\infty} T_d^2 + T_d^3),$$

取  $T_d = 1300K$  计算之，



$$T_d = 1300 K; h_{rad} = 5.103 \times 10^{-2} \times (3375 + 225 \times 13 + 15 \times 169 + 13^2) = 563 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\Phi_{LCOB} = \frac{1300 - 600}{0.02903} = 24113 W/m$$

$$\Phi_{con-rad} = 3.14 \times 0.06 \times (100 + 563) \times 200 = 2498.18 W/m$$

又取  $T_d = 1305 K$ ,

$$h_{rad} = 5.103 \times 10^{-2} \times (3375 + 225 \times 13.05 + 15 \times 169 + 13.05^2) = 565.8 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\Phi_{LCOB} = \frac{1305 - 600}{0.02903} = 24285 W/m$$

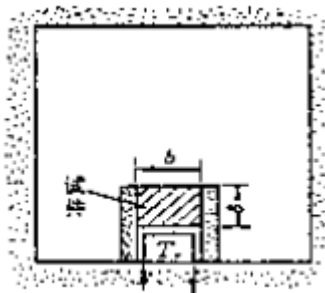
$$\Phi_{con-rad} = 3.14 \times 0.06 \times (100 + 565.8) \times 185 = 24461 W/m$$

两者的偏差已小于 1%，取其平均值得结灰垢后的传热量为  $24.4 kW/m$ 。

9-62、已知：一种测定高温下固体材料导热系数的示意性装置如图所示，厚为  $\delta$  的方形试件（边长为  $b$ ）被置于一大加热炉的炉底，其侧边绝热良好，顶面受高温炉的辐射加热，底面被温度为  $T_c$  的冷却水冷却，且冷却水与地面间的换热相当强烈。试件顶面的发射率为  $\varepsilon$ ，

表面温度  $T_s$  用光学高温测定。炉壁温度均匀，且为  $T_w$ 。

测定在稳态下进行。



求：（1）导出试件平均导热系数计算式（设导热系数与温度呈线性关系）：

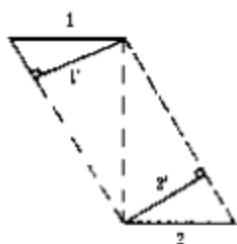
（2）对于  $T_w = 1400 K$ 、 $T_s = 1000 K$ 、 $T_c = 300 K$ ， $\varepsilon_s = 0.85$ ， $\delta = 0.015 m$  的情形，计算导热系数的值。

解：（1）在稳态工况下，试件顶面与炉膛的辐射换热量等于通过试件的导热热量，且试件两表面温度分别为  $T_s$  和  $T_c$ ，故有：

$$\varepsilon \sigma_0 (T_w^4 - T_s^4) = \frac{(t_s - t_c) \lambda}{\delta}, \quad \text{即} \quad \lambda = \frac{\varepsilon \sigma_0 (T_w^4 - T_s^4)}{t_s - t_c}$$

$$(2) \quad \lambda = \frac{0.85 \times 5.67 \times (14^4 - 10^4) \times 0.0105}{1000 - 300} = 2.93 W/(m^2 \cdot K)$$

9-63、已知：如图，1、2 两表面在垂直于纸面方向上为无限长。为了求得  $x_{12}$ ，有一个学生接了一个平行四边形并作出了假象表面  $1'$ 、 $2'$ 。他认为，由于表面 1 发出的辐射能在到达表面 2 之前先要经过假象面  $1'$ ，

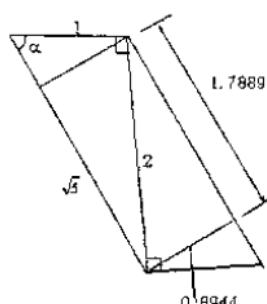
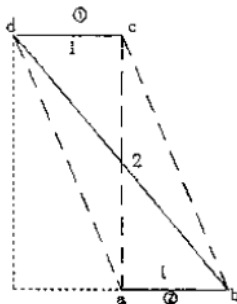


因而有  $x_{12} = x_{1'2'}$ 。 $x_{1'2'}$  可立即查表得出。

求：你是否同意这种看法，阐述你的理由，并用具体的例子说明之。

解：这种方法是不正确的，不能对假象表面随意地赋予具有角系数计算时所嘉定的那些表面特性。举例极速啊你如下：

设表面①、②宽度均为 1，其间垂直距离为 2。如图所示。



则对角线  $bd = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ，非对角线  $ad = bc = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ 。

按交叉线法：
$$x_{12} = \frac{ac + bd - 2bc}{2ab} = \frac{2 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{2} = 0.1782,$$

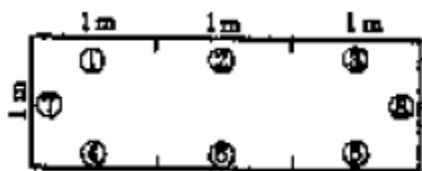
$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = 0.8944, \quad \alpha = 1.107 \text{ 弧度}, \quad \cos \alpha = 0.4472。$$

如果按学生提出的方法则有：
$$x_{12} = \frac{2 \times 2 - 1.7889 \times 2}{2 \times 0.8944} = 0.236。$$

可见两者是不同的，差 32.5%。

#### 小论文题目

9-64、已知：如右图，8 个表面组成封闭腔。

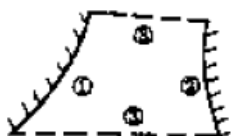


表面	1	2	3	4	5	6	7	8
$T / K$	400	500	400	700	800	700		
$q$							0	0
$\varepsilon$	0.6	0.6	0.6	0.2	0.2	0.2		
角系数 $X_{i,j}$								
	j=1	2	3	4	5	6	7	8
i=1	0	0	0	0.42	0.20	0.05	0.29	0.04
2	0	0	0	0.20	0.42	0.20	0.09	0.09
3	0	0	0	0.05	0.20	0.42	0.04	0.29
4	0.42	0.20	0.05	0	0	0	0.29	0.04
5	0.20	0.42	0.20	0	0	0	0.09	0.09
6	0.05	0.20	0.42	0	0	0	0.04	0.29
7	0.29	0.09	0.04	0.29	0.09	0.04	0	0.16
8	0.04	0.09	0.29	0.04	0.09	0.29	0.16	0

求：编写一个能求解  $N(N \geq 8)$  个表面组成的封闭孔腔内辐射换热的计算机程序，要求程序能同时处理已知壁温及辐射换热量的两类表面，同时输：（1）各个表面的有效辐射；（2）已知温度表面的辐射换热热流密度；（3）已知辐射换热热流密度表面的温度。并利用上述程序求解上面换热问题。

解：此题取材于 International Journal of Mechanical Engineering Education, vol.11, No.2, pp.113-120, 1983, 可参阅。

9-65、已知：如定义空间任意两个表面 1、2 间的辐射换热量为：表面 1 的自身辐射最终为表面 2 所吸收的值减去表面 2 的自身辐射最终被表面 1 所吸收的值（包括直接辐射的吸收及经历各次反射后的吸收）。两表面在垂直于纸面的方向上为无限长，表面 1、2 的  $T_1$ 、 $T_2$  以及  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  为

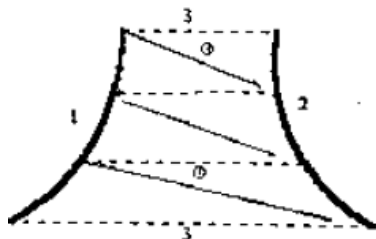




已知，表面 3 为 0K 下的黑体。

求：导出如图所示的表面 1、2（平、凸表面）间的辐射换热计算式。

解：如下图所示：



由于  $A_1$  及  $A_2$  均不是黑体，因而各自发出的自身辐射要经历无穷多次吸收与反射才被吸收完，以表面 1 来分析可以列出下列吸收—反射的过程。

次数	辐射	吸收（表面 2）
1	$\varepsilon_1 E_{b1} A_1 x_{1,2}$ （自身辐射）	$\varepsilon_2 (\varepsilon_1 E_{b1} A_1 x_{1,2})$
2	$(\varepsilon_1 E_{b1} A_1 x_{1,2})(1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1) x_{1,2} x_{2,1}$ （反射辐射）	$\varepsilon_2 [(\varepsilon_1 E_{b1} A_1 x_{1,2})(1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1) x_{1,2} x_{2,1}]$

所以表面 1 的自身辐射被表面 2 吸收的部分为：

$$\begin{aligned}
 \Phi_{1 \rightarrow 2} &= \varepsilon_2 \varepsilon_1 E_{b1} A_1 x_{1,2} + \varepsilon_2 \varepsilon_1 E_{b1} A_1 x_{1,2} (1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1) x_{1,2} x_{2,1} \\
 &\quad + \varepsilon_2 \varepsilon_1 E_{b1} A_1 x_{1,2} (1-\varepsilon_2)^2 (1-\varepsilon_1)^2 x_{1,2}^2 x_{2,1}^2 + \dots \\
 &= \varepsilon_2 \varepsilon_1 E_{b1} A_1 x_{1,2} \left[ 1 + (1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1) x_{1,2} x_{2,1} + (1-\varepsilon_2)^2 (1-\varepsilon_1)^2 x_{1,2}^2 x_{2,1}^2 + \dots \right] \\
 &= \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1 E_{b1} A_1 x_{1,2}}{1 - (1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1) x_{1,2} x_{2,1}}。
 \end{aligned}$$

同理可导出表面 2 发出的自身辐射被表面 1 所吸收的部分为：

$$\Phi_{2 \rightarrow 1} = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1 E_{b2} A_2 x_{2,1}}{1 - (1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1) x_{1,2} x_{2,1}}。$$

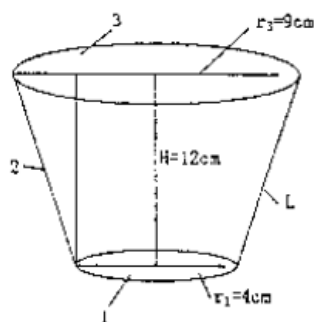
按本题给出的定义，1、2 两表面间的净辐射换热量为：

$$\Phi_{1,2} = \Phi_{1 \rightarrow 2} - \Phi_{2 \rightarrow 1} = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1 A_1 x_{1,2} (E_{b1} - E_{b2})}{1 - (1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_1) x_{1,2} x_{2,1}} = \frac{A_1 x_{1,2} (E_{b1} - E_{b2})}{\frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} - \left( \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) x_{1,2}^2 \frac{A_1}{A_2}}。$$

9-66、已知：如图所示的三表面系统，文献<sup>[12]</sup>（White F M. Heat and mass transfer. Reading: Addison-Wesley Publishing Company, 1989, p595）认为，因为表面 2 自己可以看到自己，因而不能用网络来计算 3 个表面间的辐射换热。 $T_1 = 573K$ ,  $\varepsilon_1 = 0.6$ ,  $T_2 = 293K$ ,  $\varepsilon_2 = 0.58$ ,  $T_3 = 373K$ ,  $\varepsilon_3 = 0.6$ 。

求：问你是否同意文献<sup>[12]</sup>的观点，并计算各表面的净辐射换热量  $\Phi_1$ 、 $\Phi_2$  和  $\Phi_3$ 。

解：



$$R_3 = 12/4 = 3, \text{ 由查图得 } x_{13} = 0.343, \quad x_{12} = 1 - x_{13} = 1 - 0.343 = 0.657,$$

$$x_{31} = x_{13} \frac{A_1}{A_3} = 0.343 \times \frac{16}{81} = 0.0678, \quad x_{32} = 1 - 0.0678 = 0.932,$$

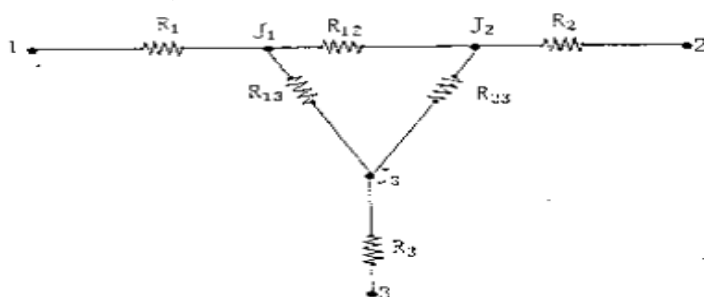
$$L = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm} = 0.13 \text{ m}, \quad A_2 = \pi(r_1 + r_2)L = 3.14 \times (0.04 + 0.09) \times 0.13 = 0.0531 \text{ m}^2, \\ A_1 = 0.785 \times 0.08^2 = 5.024 \times 10^{-3}; \quad A_3 = 0.785 \times 0.18^2 = 2.543 \times 10^{-2}.$$

$$R_1 = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} = \frac{1 - 0.6}{0.6 \times 5.024 \times 10^{-3}} = \frac{0.4}{0.6 \times 5.024 \times 10^{-3}} = 132.696 \text{ m}^2 = 132.7 \text{ m}^2,$$

$$R_2 = \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} = \frac{1 - 0.58}{0.58 \times 0.0531} = 13.64 \text{ m}^2, \quad R_3 = \frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3} = \frac{1 - 0.6}{0.6 \times 2.543 \times 10^{-2}} = 36.25 \text{ m}^2,$$

$$R_{12} = \frac{1}{A_2 x_{12}} = \frac{1}{A_3 x_{32}} = \frac{1}{2.543 \times 10^{-2} \times 0.932} = 42.2 \text{ m}^2, \quad E_{b1} = 5.67 \times 5.73^4 = 6112.3,$$

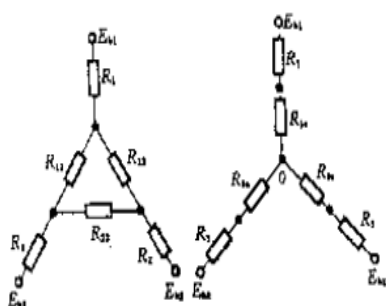
$$E_{b2} = 5.67 \times 2.93^4 = 417.9, \quad E_{b3} = 5.67 \times 3.73^4 = 1097.5.$$



$$\text{采用网络法: } \begin{cases} \frac{E_{b1} - J_1}{R_1} + \frac{J_2 - J_1}{R_{12}} + \frac{J_3 - J_1}{R_{23}} = 0 \rightarrow \frac{6112.3 - J_1}{132.7} + \frac{J_2 - J_1}{303.0} + \frac{J_3 - J_1}{580.3} = 0 \\ \frac{E_{b2} - J_2}{R_2} + \frac{J_1 - J_2}{R_{12}} + \frac{J_3 - J_2}{R_{23}} = 0 \rightarrow \frac{417.9 - J_2}{13.64} + \frac{J_1 - J_2}{303.0} + \frac{J_3 - J_2}{42.2} = 0 \\ \frac{E_{b3} - J_3}{R_3} + \frac{J_1 - J_3}{R_{13}} + \frac{J_2 - J_3}{R_{23}} = 0 \rightarrow \frac{1097.5 - J_3}{26.25} + \frac{J_2 - J_3}{580.3} + \frac{J_1 - J_3}{42.2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{由此解得: } J_1 = 3984.5, \quad \Phi_1 = 16.03 \text{ W}; \quad J_2 = 677.2, \quad \Phi_2 = \frac{417.9 - 677.2}{13.64} = -19.01 \text{ W}; \\ J_3 = 1019.0, \quad \Phi_3 = 2.99 \text{ W}.$$

说明: 无论表面是否可以“看见”, 网络法均可适用。



9-67、已知: 在文献 [16] K 昂 H J、Tao W Q. Discussion on the network method for calculating radiant interchange within an enclosure. I Thermal science, 1994,3(2);130-135 中对于由三个表面组成的辐射换热网络图

引入电学中的  $\Delta - Y$  转换, 如图所示。Y 接法中的 3 个等效辐射热阻按下式计算:

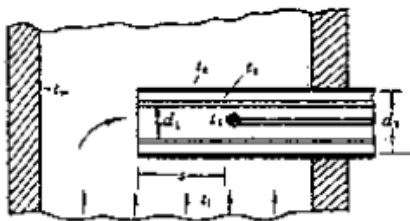
$$R_{1e} = \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}, \quad R_{2e} = \frac{R_{21}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}, \quad R_{3e} = \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}},$$

其中  $R_{12}$  等为空间热阻。获得  $R_{1e}$ 、 $R_{2e}$ 、 $R_{3e}$  后可按基尔霍夫定律确定 0 点的  $J_0$ , 然后按任一表面的净辐射换热量便可求解, 如  $\Phi_1$  为

$$\Phi_1 = \frac{E_{b1} - J_0}{R_1 + R_{1e}}.$$

求: 利用这一变换方法计算习题 8-65 中的问题, 并比较计算结果。

解: 答案同上。



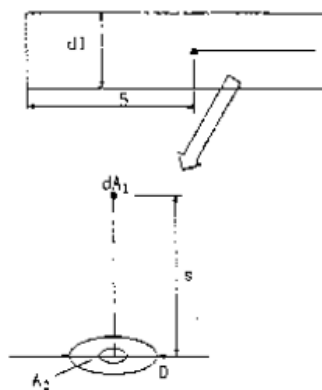
8-68、已知: 为分析遮热罩层数对提高温度准确度的影响, 试考虑如图所示的简化模型。为方便于比较, 除增加了第二层遮热罩外,

其余条件均与立体 8-10 相同, 即  $t_f = 1000^\circ\text{C}$ ,  $t_w = 600^\circ\text{C}$ , 热电偶及遮热罩表面发射率  $\varepsilon = 0.3$ , 烟气与热电偶及遮热罩表面间的表面传热系数  $h = 116 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。

求: (1) 确定  $s/d_1$  之值, 在这一数值下热电偶发射的辐射能最多只有 5% 会穿过遮热罩的端口而落到烟道壁面上。

(2) 设  $d_1 = 30 \text{ mm}$ 、 $d_2 = 50 \text{ mm}$ , 遮热罩壁厚在分析中略而不计, 计算采用双层遮热罩的测温误差。

解: (1) 把热电偶到管子端口的辐射简化成微元面积  $dA_1$  与盘  $A_2$  之间的辐射换热,



$$x_{dA_1A_2} = \int_{A_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 dA_2}{\pi r^2}$$

按第八章一节中的公式有: , 对所研究的情形  $\varphi_1 = \varphi_2$ ,  $dA_2 = 2\pi x dx$ ,  $x$  为

$A_2$  面积上离开原点 (圆心) 的径向距离, 据  $r = \sqrt{x^2 + s^2}$ ,  $\cos \varphi = \frac{s}{\sqrt{x^2 + s^2}}$ ,

$$\therefore x_{dA_1A_2} = \int_0^{\pi/2} \frac{2s^2 x dx}{(x^2 + s^2)^2}, \quad \text{积分得出: } x_{dA_1A_2} = \frac{D^2}{4s^2 + D^2}, \text{ 或}$$

$$x_{dA_1A_2} = \frac{(D/s)^2}{4 + (D/s)^2}, \text{ 要求 } \therefore x_{dA_1A_2} \leq 5\%, \text{ 可得出 } \frac{(D/s)^2}{4 + (D/s)^2} = 0.05,$$

$$(D/s)^2 = 4 \times 0.05 + 0.05(D/s)^2, \quad (D/s)^2 = 0.2/0.95, \quad D/s \leq 0.459, \text{ 即 } s/D \geq 2.18.$$

(3) 采用双层遮热罩时应有以下热量传递关系式:

烟气以对流方式给第一层遮热罩的热量:  $\Phi_1 = 2\pi d_1 L h (T_f - T_2)$ ,

单位长度上为:  $\Phi_{11} = 2\pi d_1 h (T_f - T_2)$ 。

第一层遮热罩与第二层遮热罩之间的辐射换热:

$$\Phi_{12} = \frac{\pi d_1 (E_{b2} - E_{b3})}{\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{A_2}{A_3} \left( \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 \right)} = \frac{\pi d_1 \sigma_0 (T_2^4 - T_3^4)}{\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{d_1}{d_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 \right)}, \text{ 稳态时 } \Phi_{11} = \Phi_{12}。$$

第二层遮热罩与烟气间的对流换热： $\Phi_{13} = 2\pi d_2 h(T_f - T_3)$ 。

第三层遮热罩与烟气间的辐射换热： $\Phi_{14} = \pi d_2 \sigma_0 (T_3^4 - T_w^4) \varepsilon = \pi d_2 \varepsilon \sigma_0 (T_3^4 - T_w^4)$ 。

稳态时  $\Phi_{12} + \Phi_{13} = \Phi_{14}$ 。

由以上两个关系式解出  $T_3$ 、 $T_2$ ，然后再对热电偶写出以下等式：

$$h(T_f - T_1) = \varepsilon \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4), \text{ 由此解出 } T_1 \quad \text{————— (3)}$$

$$2\pi d_1 h(T_f - T_2) = \frac{\pi d_1 \sigma_0 (T_2^4 - T_3^4)}{\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{d_1}{d_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 \right)} \quad \text{————— (1)}$$

所求解方程组如下：

$$2\pi d_2 h(T_f - T_3) + \frac{\pi d_1 \sigma_0 (T_2^4 - T_3^4)}{\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{d_1}{d_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 \right)} = \pi d_2 \varepsilon_3 \sigma_0 (T_3^4 - T_w^4) \quad \text{————— (2)}$$

$$2 \times 116 \times (1273 - T_2) = \frac{5.67(T_2^4 - T_3^4) \times 10^{-8}}{\frac{1}{0.3} + \frac{30}{50} \left( \frac{1}{0.3} - 1 \right)},$$

第 (1) 式化为：

$$232 \times (1273 - T_2) = \frac{5.67 \left[ \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right]}{3.333 + 1.40} = 1.198 \left[ \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right],$$

$$232 \times (1273 - T_2) = 1.198 \left[ \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right]。$$

第 (2) 式化为：

$$2 \times 116 \times (1273 - T_3) + \frac{30/50 \times 5.67(T_2^4 - T_3^4) \times 10^{-8}}{\frac{1}{0.3} + \frac{30}{50} \left( \frac{1}{0.3} - 1 \right)} = 0.3 \times 5.67 \times 10^{-8} (T_3^4 - 873^4) \quad ,$$

$$232 \times (1273 - T_3) + \frac{3.402(T_2^4 - T_3^4) \left[ \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right]}{4.733} = 1.701 \times \left[ \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 - 8.73^4 \right],$$

$$232 \times (1273 - T_3) + 0.7188 \times \left[ \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right] = 1.701 \times \left[ \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 - 8.73^4 \right]。$$

则组方程组如下：

$$\begin{cases} 232 \times (1273 - T_2) = 1.198 \left[ \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right] \\ 232 \times (1273 - T_3) + 0.7188 \times \left[ \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right] = 1.701 \times \left[ \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 - 8.73^4 \right] \end{cases}$$

由试凑法解之得：  $T_2 = 1249K$ 、 $T_3 = 1185K$ ，对（1）式有：

对流：  $232 \times (1273 - 1249) = 232 \times 24 = 5568$ ，

辐射：  $1.198 \times (12.49^4 - 11.85^4) = 1.198 \times (24336 - 19718) = 1.198 \times 4618 = 5532.4$ ，

$$\frac{5568}{5532.4} = 1.0064$$

对式（2）有：

左侧：  $232 \times (1273 - 1185) + 0.7188 \times (24336 - 19718) = 20416 + 3319.4 = 23735.4$

右侧：  $1.701 \times (11.85^4 - 8.73^4) = 1.701 \times (19718 - 5808) = 1.701 \times 13910 = 23660.9$

$$\frac{23735.4}{23660.9} = 1.0031$$

据  $T_2 = 1249K$ ，由式（3）决定  $T_1$ ：

$$116 \times (1273 - T_1) + 0.3 \times 5.67 \times \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - 12.49^4 \right] = 1.701 \times \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - 24336 \right]$$

由迭代法解得：  $T_1 = 1260K$ ，其时：左 =  $116 \times (1273 - 1260) = 116 \times 13 = 1508W$ ，

右 =  $1.701 \times (12.60^4 - 24336) = 1.701 \times (25205 - 24336) = 1477.7$ ，

$$\frac{1508}{1477.7} = 1.02$$

$\therefore T_1 = 1260K$ ， $t_1 = 1260 - 272 = 987^\circ C$ ，

相对偏差  $\frac{1000 - 987}{1000} = \frac{13}{1000} = 1.3\%$ 。已经相当准确了哦。

## 第十章

### 思考题

- 1、所谓双侧强化管是指管内侧与管外侧均为强化换热表面得管子。设一双侧强化管用内径为  $d_i$ 、外径为  $d_o$  的光管加工而成，试给出其总传热系数的表达式，并说明管内、外表面传热系数的计算面积。

答：由传热量公式：

$$\Theta_1 = \frac{\Delta t}{\frac{1}{h_1 \pi d_1 \beta_1 \eta_1} + \frac{\ln(d_0/d_1)}{2\pi\lambda} + \frac{1}{h_0 \pi d_0 \beta_0 \eta_0}}$$

得以管内表面为基准得传热系数：

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1 \beta_1 \eta_1} + \frac{d_1 \ln(d_0/d_1)}{2\lambda} + \frac{d_1}{h_0 d_0 \beta_0 \eta_0}}$$

管内表面传热系数得计算面积为  $\pi d_1 \beta_1$

管外表面传热系数得计算面积为  $\pi d_0 \beta_0$

- 2、在圆管外敷设保温层与在圆管外侧设置肋片从热阻分析的角度有什么异同？在什么情况下加保温层反而会强化其传热而肋片反而会削弱其传热？

答：在圆管外敷设保温层和设置肋片都使表面换热热阻降低而导热热阻增加，而一般情况下保温使导热热阻增加较多，使换热热阻降低较少，使总热阻增加，起到削弱传热的效果；设置肋片使导热热阻增加较少，而换热热阻降低较多，使总热阻下降，起到强化传热的作用。但当外径小于临界直径时，增加保温层厚度反而会强化传热。理论上只有当肋化系数与肋面总效率的乘积小于 1 时，肋化才会削弱传热。

- 3、重新讨论传热壁面为平壁时第二题中提出的问题。

答：传热壁面为平壁时，保温总是起削弱传热的作用，加肋是否起强化传热的作用还是取决于肋化系数与肋面总效率的乘积是否大于 1。

4、推导顺流或逆流换热器的对数平均温差计算式时做了一些什么假设，这些假设在推导的哪些环节中加以应用？讨论对大多数间壁式换热器这些假设的适用情形。

5、对于  $q_{m1}c_1 \geq q_{m2}c_2$ 、 $q_{m1}c_1 < q_{m2}c_2$  及  $q_{m1}c_1 = q_{m2}c_2$  三种情形，画出顺流与逆流时冷、热流体温度沿流动方向的变化曲线，注意曲线的凹向与  $q_m c$  相对大小的关系。

6、进行换热器设计时所以据的基本方程是哪些？有人认为传热单元数法不需要用到传热方程式，你同意吗？

答：换热器设计所依据的基本方程有：

$$\phi = q_{m1}c_1(t_1' - t_1'') = q_{m2}c_2(t_2' - t_2'') = KA\Delta t_m$$

传热单元法将传热方程隐含在传热单元和效能之中。

7、在传热单元数法中有否用到推导对数平均温差时所做的基本假设，试以顺流换热器效能的计算式推导过程为例予以说明。

答：传热单元数法中也用到了推导平均温差时的基本假设，说明略。

- 8、什么叫换热器的设计计算，什么叫校核计算？

答：已知流体及换热参数，设计一个新的换热器的过程叫做设计计算，对已有的换热器，根据流体参数计算其换热量和流体出口参数的过程叫做校核计算。

9、在进行换热器的校核计算时，无论采用平均温差法还是采用传热单元数法都需要假设一种介质的出口温度，为什么此时使用传热单元数法较为方便？

答：用传热单元数法计算过程中，出口温度对传热系数的影响是通过定性温度来体现的，远没有对平均温差的影响大，所以该法用于校核计算时容易得到收敛的计算结果。

- 10、试用简明语言说明强化单相强制对流换热、核态沸腾及膜状凝结的基本思想。

答：无相变强制对流换热的强化思路是努力减薄边界层，强化流体的扰动与混合；核态沸腾换热的强化关键在于增加汽化核心数；膜状凝结换热强化措施是使液膜减薄和顺利排出凝结液。

11、在推导换热器效能的计算公式时在哪些环节引入了推导对数平均温差时提出的四个假设？

### 习题

10-1、在一气—气套管式换热器中，中心圆管的内外表面都设置了肋片，试用下表所列符号导出管内流体与环形夹层中流体之间总传热系数的表达式。基管的导热系数为  $\lambda$ 。

解：由热量公式，单位管长传热量：

$$\begin{aligned}\Theta_1 &= \frac{\Delta t}{\frac{1}{h_i A_{ti}} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_o}{r_i} + \frac{1}{h_o A_{to} + h_o A_{fo} \eta_o}} \\ &= \frac{t_{fi} - t_{fo}}{\frac{1}{h_i A_{ti} \eta_{oi}} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_o}{r_i} + \frac{1}{h_o A_{to} \eta_{oo}}} \quad (1)\end{aligned}$$

式中，内侧肋面总效率： $\eta_{oi} = \frac{A_{ti} + A_{fi} \eta_o}{A_{ti}}$

外侧肋面总效率： $\eta_{oo} = \frac{A_{to} + A_{fo} \eta_o}{A_{fo}}$

对外侧总面积而言的传热系数  $k$ ，则有：

$$\Theta_1 = k A_{to} (t_{fi} - t_{fo}) \quad (2)$$

由 (1) (2) 两式得：

$$k = \frac{1}{\frac{A_{to}}{h_i A_{ti} \eta_{oi}} + \frac{A_{to}}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_o}{r_i} + \frac{1}{h_o \eta_{oo}}}$$

10-2、已知：一有环肋的肋片管、水蒸气再管内凝结，表面传热系数为  $12200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  空气横向掠过管外，按总外表面面积计算的表面传热系数为  $72.3 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。肋片管基管外径为  $25.4 \text{ mm}$ ，壁厚  $2 \text{ mm}$ ，肋高  $15.8 \text{ mm}$ ，肋厚  $0.318 \text{ mm}$ ，肋片中心线间距为  $2.5 \text{ mm}$ 。基管与肋片均用铝做成， $\lambda = 169 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

求：当表面洁净无垢时该肋片管的总传热系数。

$$\text{解： } k = \frac{1}{\frac{1}{h_o} \frac{A_o}{A_i} + \frac{\sigma}{\lambda} \frac{A_n}{A_m} + \frac{1}{h_i \eta_o}}$$

$$A_o = \pi d_o (s - \sigma) + 2\pi (r_1^2 - r_2^2)$$

$$= 3.1416 \times 25.4 \times (2.5 - 0.381) + 2 \times 3.1416 [(12.7 - 15.8 + 0.381/2)^2 - 12.7^2]$$

$$= 169.1 + 4158.5 = 4327.6 \text{ mm}^2$$

$$A_i = \pi d_i l = 3.1416 \times 21.4 \times 2.5 = 168.1 \text{ mm}^2$$

$$\text{参数: } (h')^{1.5} \left( \frac{h}{\lambda A} \right)^{0.5} = 0.536$$

$$r_1 / r_2 = 2.26$$

$$\text{由图2-15查得: } \eta_f = 0.78, \eta_o = \frac{A_i + \eta_f A_2}{A_o} = 0.789$$

$$\text{故得: } k = 50.2 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

10-3、一卧式冷凝器采用外径为  $25 \text{ mm}$ ，壁厚  $1.5 \text{ mm}$  的黄铜管做成热表面。已知管外冷凝侧的平均传热系数  $h_o = 5700 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，管内水侧平均的表面传热系数  $h_i = 4300 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试计算下列两种情况下

冷凝器按管子外表面面积计算的总传热系数

(1) 管子内外表面均是洁净的

(2) 管内为海水, 流速大于 1m/s, 结垢, 平均温度小于 50°C, 蒸汽侧有油。

解:  $1/h_0 = 1/5700 = 1.7543 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K} / \text{W}$

$$\frac{1}{h_i} \times \frac{d_0}{d_i} = \frac{1}{4300} \times \frac{25}{20} = 2.643 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K} / \text{W}$$

由参考文献[1], 表9-1查得:

海水污垢系数  $R_{f0} = 0.0001 \text{ m}^2 \cdot \text{K} / \text{W}$

蒸汽含油污垢系数  $R_{f0} = 0.0002 \text{ m}^2 \cdot \text{K} / \text{W}$

黄铜的导热系数  $\lambda = 109 \text{ W} / \text{m} \cdot \text{K}$

(1) 管子内外表面均是洁净时的导热系数

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{1}{\frac{1}{h_0} + \frac{d_0}{2\lambda} \ln \frac{d_0}{d_i} + \frac{1}{h_i} \frac{d_0}{d_i}} \\ &= \frac{1}{1.7453 \times 10^{-4} + \frac{0.025}{2 \times 109} \ln \frac{25}{20} + 2.63 \times 10^{-4}} = 2200.9 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K} \end{aligned}$$

(2) 管子内外表面结垢后的传热系数

$$\begin{aligned} k_{0w} &= \frac{1}{\frac{1}{k_0} + R_{f0} + R_{fi} \frac{d_0}{d_i}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2200.9} + 0.0002 + 0.0001 \times \frac{25}{20}} = 1302.1 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K} \end{aligned}$$

10-4、已知: 一套管式换热器长 2m, 外壳内径为 6cm, 内管外直径为 4m, 厚 3mm。内管中流过冷却水, 平均温度为 40°C, 流量为 0.0016 m³/s。14 号润滑油以平均温度 70°C 流过环行空间, 流量为 0.005 m³/s。冷却水系统处理的冷却塔水, 管壁材料为黄铜。

求: 内外壁面均洁净及长时间运行结垢后的总传热系数值。

解: 水侧 h<sub>1</sub> 的计算

40°C 时,  $\lambda = 0.635 \text{ W} / (\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 0.659 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}, \text{Pr} = 4.31$

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = 0.785 \times 0.034^2 = 9.075 \times 10^{-4} \text{ m}^2, u_1 = 1.763 \text{ m} / \text{s}$$

$$\text{Re} = \frac{u d_1}{\nu} = 90967$$

流动截面积

$$h = 0.023 \frac{\lambda}{d} \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.4} = 7144 \text{ W} / (\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

采用式 (5-54),

油侧  $h_0$  的计算

$$A_2 = \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) = 1.57 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

流动的截面积:

$$u_2 = \frac{v_2}{A_2} = 3.185 \text{ m} / \text{s}, \lambda = 0.1439 \text{ W} / (\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 34.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}, \text{Pr} = 444$$

$$\text{Re} = \frac{u_2 d_{12}}{\nu} = 1857, h_0 = 1.86 \frac{\lambda}{d} (\text{Re} \text{Pr} \frac{d}{l})^{1/3} \left( \frac{u_f}{u_w} \right)^{0.14}$$



$I_w$

近似的取为  $40^\circ\text{C}$ ，则：

$$u_w = 880.7 \times 124.4 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s}), u_f = 34.3 \times 863.2 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$$

$$\text{于是 } h = 1.86 \times \left( \frac{0.1439}{0.02} \right) \times (1857 \times 444 \times \frac{0.02}{2})^{2/3} \times \left( \frac{34.3 \times 863.2}{880.7 \times 124.2} \right)^{0.14} = 224.8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

利用此值重新确定管壁温度，略去壁面热阻不计，则内侧热阻在总热阻中的比值为：

$$\frac{R}{R_1 + R_0} = 0.0356$$

$$t_w = t_f + (70 - 40) \times 0.0356 = 41.1, u_w = 119.43 \times 880.11$$

$$\text{重新计算得： } h_1 = 225.6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$\text{因而内外壁都干净时， } k_0 = 218 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

油，水侧均结垢时，取  $\varepsilon_0 = 0.0002, \varepsilon_1 = 0.0002$

$$\text{则 } k_0 = \frac{1}{1/h + \varepsilon_0 + (1/h_1 + \varepsilon_1)d_1/d_2} = 173 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}).$$

10-5、已知：一种用于制冷剂凝结换热的双侧强化管用直径为 19、16.4mm 的胚管加工而成，长 1.0m。在一次试验中测得冷却水进出口温度分别为  $24.6^\circ\text{C}$  及  $29.2^\circ\text{C}$ ，平均水速为 0.91m/s,按胚管尺寸计算的管内平均表面传热系数为  $1.82 \times 10^4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,管外凝结换热表面传热系数为  $1.25 \times 10^4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,管材为铜。

求：按胚管外表面计算的总传热系数值。并分析管内水侧采用强化表面后的强化效果。

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} \frac{d_0}{d_1} + \frac{d_0}{2\lambda} \ln \frac{d_0}{d_1}}$$

解：取  $\lambda = 400 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,则有：

$$k = \frac{1}{6.369 \times 10^{-3} + 3.495 \times 10^{-6} + 8 \times 10^{-5}} = 6794.1 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}).$$

若管内不强化，则按 D-B 公式计算时： $t_f = 27.2^\circ\text{C}$ ， $\nu = 0.8613 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,

$$\lambda = 0.613 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}), pr = 5.87, Re = 17327$$

$$Nu = 0.023 \times 17327^{0.8} \times 5.87^{0.4} = 114.8, h_1 = 4292.7$$

$$\text{内侧热阻变为 } \frac{1}{4292.7} \times \frac{19}{16.4} = 2.699 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$$

可见如不强化内侧热阻要加大 5 倍左右。

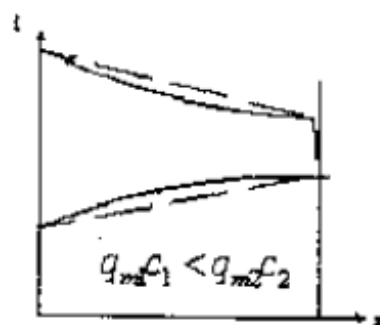
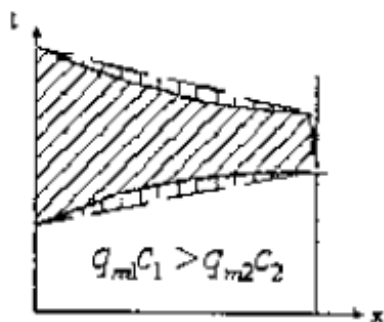
### 平均温压计算

10-6、已知：顺流与逆流布置。

求：分别按  $q_{m1}c_1 > q_{m2}c_2$  及  $q_{m1}c_1 < q_{m2}c_2$  两种情况下，用温度分布曲线说明对数平均温差总是小于相应的算术平均温度。

解：

对顺流换热器，无论  $q_{m1}c_1 > q_{m2}c_2$  或  $q_{m1}c_1 < q_{m2}c_2$ ，都只有如下一种图形，只是冷、热流体的曲线斜率不同。



10-7、已知：逆流式套管换热器， $q_{m1}c_1 = q_{m2}c_2$ ，满足推导对数平均温差条件的前提。

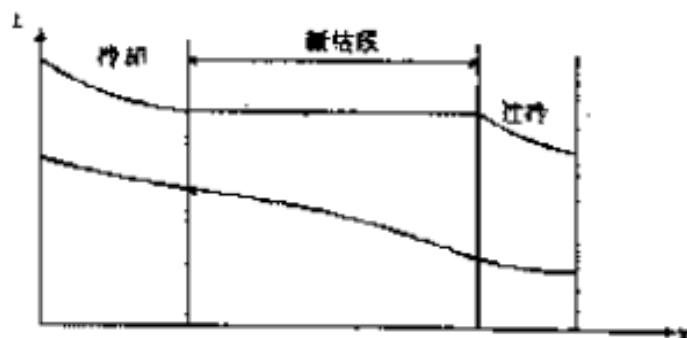
求：沿换热表面的局部热流密度的变化规律。

解：此时不同的截面上冷热流的总温差保持为常数，由于传热系数  $K$  也为常数，因而该换热面已进入均匀热流密度的状态。

10-8、已知：一加热器中用过热水蒸气来加热给水（电厂中把送到锅炉中去的水称为给水）。过热蒸汽在加热器中先被冷却到饱和温度，再凝结成水（虽然温度不变，但是有相变热），最后被冷却成过冷水，冷热流体的总流向为逆流，热流体单相介质部分的  $q_{m1}c_1 < q_{m2}c_2$ 。

求：画出冷、热流体的温度变化曲线。

解：



10-9、已知  $t_1' = 300^\circ\text{C}$ ， $t_1'' = 210^\circ\text{C}$ ， $t_2' = 100^\circ\text{C}$ ， $t_2'' = 200^\circ\text{C}$ ，试计算下列流动布置时换热器的对数平均温差：

- (1) 逆流布置；
- (2) 一次交叉，两种流体均不混合；
- (3) 1—2 型壳管式，热流体在壳侧；
- (4) 2—4 型壳管式，热流体在壳侧；
- (5) 顺流布置。

解: (1)  $t_1 = t_1'' - t_2' = 210 - 100 = 110$

$$t_r = t_1 - t_2'' = 300 - 200 = 100$$

$$\Delta t_m = \frac{t_1 - t_r}{\ln(t_1 / t_r)} = \frac{110 - 100}{\ln(110 / 100)} = 104.9^\circ C$$

$$(2) P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_2'} = \frac{200 - 100}{300 - 100} = 0.5$$

$$R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'} = \frac{300 - 210}{200 - 100} = 0.9$$

由参考文献[1], 图9-17查得  $\varphi=0.92$

$$\Delta t_m = 104.9 \times 0.92 = 96.5^\circ C$$

(3) 由参考文献[1], 图9-15查得  $\varphi=0.85$

$$\Delta t_m = 104.9 \times 0.85 = 89.2^\circ C$$

(4) 由参考文献[1], 图9-16查得  $\varphi=0.97$

$$\Delta t_m = 104.9 \times 0.97 = 101.8^\circ C$$

$$(5) t_1 = t_1' - t_2' = 300 - 100 = 200$$

$$t_r = t_1'' - t_2'' = 210 - 200 = 10$$

$$\Delta t_m = \frac{t_1 - t_r}{\ln(t_1 / t_r)} = \frac{200 - 10}{\ln(200 / 10)} = 63.4^\circ C$$

10-10、已知: 一定的布置方式及冷、热流体一定的进出口温度。

求: 热流体在管内侧及在壳侧的两种安排对数平均温差值有无差别? 以上题中(3)(4)中情形为例, 设热流体在管侧, 重新计算其对数平均温差。从这一计算中例可得出怎样的推断。

解: (1) 1-2 型  $P = \frac{210 - 300}{100 - 300} = 0.45, R = \frac{100 - 200}{210 - 300} = 1.111$

查图 9-15,  $\psi = 0.85, \Delta t_m = 104.9 \times 0.85 = 89.2^\circ C$

(2) 2-4 型,  $P = 0.45, R = 1.11$ , 由图 9-16,  $\psi = 0.97, \Delta t_m = 104.9 \times 0.97 = 101.8^\circ C$

10-11、已知: 初始温度为  $t_1$  的流体流入壁温为  $t_0$  = 常数的平行板通道, 通道长为  $l$  流体质量为  $q_m$ , 比热容为  $c_p$ , 流体与平板间对流换热的表面传热系数  $h$  为常数。

求证: 流经该通道后流体与平板间的换热量为  $\Phi = q_m c_p (t_0 - t_1)(1 - e^{-2h/(q)})$

证明: 如图示, 对长为  $dx$  的微元段, 可以列出以下热平衡式:

$$-q_m c_p d(t_0 - t) = 2h(t_0 - t)dx, \text{ 令 } \theta = t - t_0,$$

$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{2hdx}{q_m c_p}, \text{ 由此得 } \theta = C e^{\frac{2hx}{q_m c_p}}, x=0 \text{ 时, } \theta = \theta_i = t_i - t_0, \text{ 得 } \theta = \theta_i e^{\frac{2hx}{q_m c_p}}$$

则有

流体经过长为  $L$  的一段通道后的总换热量等于出口截面上的焓减进口处的焓, 故有:

$$\theta = \theta_1 q_m c_p - \theta_1 q_m c_p = \theta_1 q_m c_p \left( e^{\frac{2hl}{q_m c_p}} - 1 \right) = (t_0 - t_1) q_m c_p \left( e^{\frac{2hl}{q_m c_p}} - 1 \right)。$$

在本题中主流方向的坐标与一维非稳态导热总参数分析中的时间坐标相类似。

10-12、已知：在已顺流式换热器中传热系数  $k=a+b\Delta t$  其中  $a$ 、 $b$  为常数， $\Delta t$  为任一截面上的周期误差。求证：该换热器的总传热量为，其中  $k'$ 、 $k''$  分别为入口段与出口段的传热系数。

证明：由  $k' = a + b\Delta t'$ ,  $k'' = a + b\Delta t''$ ，联立解得  $a = \frac{k''\Delta t' - k'\Delta t''}{\Delta t' - \Delta t''}$ ，

将  $k = a + b\Delta t$  代入  $d(\Delta t) - uk\Delta t dA$  (见教材 P325)，得： $\frac{d(\Delta t)}{a + b\Delta t} = -u dA_x$ 。

将此式从  $A=0$  到  $A_x$  做积分，得： $\frac{1}{a} \ln \frac{\Delta t}{a + b\Delta t} \Big|_{\Delta t''}^{\Delta t'}$  即  $\frac{1}{a} \ln \left[ \frac{\Delta t' / (a + b\Delta t')}{\Delta t'' / (a + b\Delta t'')} \right] = -u A_x$

将此式应用于换热器流体出口处，即  $A_x=A$  处并将  $a$  的表达式代入，得：

$$\frac{\Delta t' - \Delta t''}{k''\Delta t' - k'\Delta t''} \ln \frac{k'\Delta t''}{k''\Delta t'} = -uA$$

另一方面按  $u$  的定义有：

$$u = \left( \frac{1}{q_{m1}c_1} + \frac{1}{q_{m2}c_2} \right) = \frac{t_1' - t_1''}{\Phi} + \frac{t_2'' - t_2'}{\Phi} = \frac{(t_1' - t_2') - (t_1'' - t_2'')}{\Phi} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\Phi}$$

$$\Phi = A \frac{k''\Delta t' - k'\Delta t''}{\ln \left[ (k''\Delta t') / (k'\Delta t'') \right]}。$$

将此式代入上式，整理之，即得：

### 换热器设计计算

10-13、一台 1-2 型壳管式换热器用来冷却 11 号润滑油。冷却水在管内流动， $t_2' = 20^\circ C$ ， $t_2'' = 50^\circ C$ ，流量为 3kg/s；热油入口温度为  $60^\circ C$ ， $k = 350 W/(m^2 \cdot K)$ 。试计算：

- (1) 油的流量；
- (2) 所传递热量；
- (3) 所需的传热面积。

解: (1) 查得润滑油及水的比热分别为  $c_1 = 2148 J/kg \cdot ^\circ C$ ,  $c_2 = 4174 J/kg \cdot ^\circ C$

$$\text{则 } q_{m1} = \frac{q_{m2} c_2 \Delta t_2}{c_1 \Delta t_1} = \frac{3 \times 4174 \times (50 - 20)}{2148 \times (100 - 60)} = 4.37 kg/s$$

$$(2) \Theta = q_{m2} c_2 \Delta t_2 = 3 \times 4174 \times (50 - 20) = 375.66 kW$$

$$(3) t_1 = t_1'' - t_2' = 60 - 20 = 40^\circ C$$

$$t_r = t_1' - t_2'' = 100 - 50 = 50^\circ C$$

$$\Delta t_m = \frac{t_1 - t_r}{\ln(t_1/t_r)} = \frac{40 - 50}{\ln(40/50)} = 44.8^\circ C$$

$$P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_2'} = \frac{50 - 20}{100 - 20} = 0.375 \quad R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'} = \frac{100 - 60}{50 - 20} = 1.333$$

$$PR = 1.333 \times 0.375 = 0.5 \quad 1/R = 1/1.333 = 0.75$$

由参考文献[1], 图9-15查得  $\varphi = 0.9$

$$\Delta t_m = 44.8 \times 0.9 = 40.32^\circ C$$

$$A = \frac{\Theta}{k \Delta t_m} = \frac{375.66 \times 10^3}{350 \times 40.32} = 26.62 m^2$$

10-14、一个壳侧为一程的壳管式换热器用来冷凝 7 355Pa 的饱和水蒸气, 要求每小时内冷凝 18kg 蒸汽。进入换热器的冷却水的温度为  $25^\circ C$ , 离开时为  $35^\circ C$ 。设传热系数为  $k = 84 W/(m^2 \cdot K)$ , 问所需的传热面积是多少?

解: 由水的饱和压力表查得:  $t_s = 39.87^\circ C$ ,  $r = 2407.3 KJ/kg$

$$\Theta = q_m \cdot r = 18 \times 2407.3 \times 10^3 / 3600 = 12036.5 W$$

$$t_1 = t_s - t_2' = 39.87 - 25 = 14.87$$

$$t_r = t_s - t_2'' = 39.87 - 35 = 4.87$$

$$\Delta t_m = \frac{t_1 - t_r}{\ln(t_1/t_r)} = \frac{14.87 - 4.87}{\ln(14.87/4.87)} = 8.96$$

$$A = \frac{\Theta}{K \Delta t_m} = \frac{12036.5}{1800 \times 8.96} = 0.74 m^2$$

10-15、已知: 在一台 1-2 型管壳式换热器中, 管内冷却水从  $16^\circ C$  升高到  $35^\circ C$ , 管外空气从  $119^\circ C$  下降到  $45^\circ C$ , 空气流量为  $19.6 kg/min$ , 换热器的总传热系数  $K = 84 W/(m^2 \cdot K)$

求: 所需的传热面积多少。

$$\text{解: 逆流温度差为 } (\Delta t_m)_{af} = \frac{84 - 29}{\ln(84/29)} = 51.72^\circ C, \quad P = \frac{35 - 16}{119 - 16} = 0.184,$$

$$R = \frac{119 - 45}{35 - 16} = 3.89 \quad \text{故查图 9-15, } \psi = 0.92, \text{ 故对数平均温差 } \Delta t_m = 51.72 \times 0.92 = 47.58^\circ C$$

$$\text{空气平均温差为 } \frac{119 + 45}{2} = 82^\circ C, \quad c_p = 1009 J/(kg \cdot K)$$

$$\Phi = \frac{19.6}{60} \times (119 - 45) \times 1009 = 24391 W$$

空气的换热量

$$A_0 = \frac{24391}{47.58 \times 84} = 6.1 m^2$$

故需传热面积

10-16、已知：某工厂为了利用废气来加热生活用水，自制了一台简易的壳管换热器，烟气内径为 30mm 的钢管内流动，流速为 30m/s，入口温度为 200℃，出口温度取为 100℃。冷水在管束与外壳之间的空间内与烟气逆向的流动，要求把它从入口处的 20℃加热到 50℃。烟气可按附录中标准烟气的物性值查取。水侧的表面传热系数远大于与烟气侧的表面传热系数，烟气的辐射换热可略而不及。

求：估算所需的直管长度。

解：因为水侧换热系数远大于烟气侧之值，因而管壁的平均温度可取为水的平均温度，

$$\frac{20 + 50}{2} = 35 \text{ } ^\circ\text{C}$$

即

$$\text{对于烟气: } t_f = \frac{100 + 200}{2} = 150 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad \nu = 27.17 \times 10^{-6} m^2/s, \lambda = 0.0357 W/(m \cdot K)$$

$$Pr = 0.68, Re = \frac{ud}{\nu} = \frac{0.03 \times 30}{27.17 \times 10^{-6}} = 33125$$

采用式 (5-54) 来估算，则  $Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3} = 84.65$

$$h = \frac{84.65 \times 0.0357}{0.03} = 100.7 W/(m \cdot K)$$

$$\Phi = \frac{\pi d^2}{4} u \rho \Delta t = 1947 W$$

由对流换热公式：  $\Phi = Ah\Delta t = \pi dL \times 100.7 \times (150 - 35)$

$$L = \frac{1947}{3.1416 \times 100.7 \times (150 - 35)} = 1.784 m$$

所以

10-17、已知：在一逆流式水-水换热器中，管内为热水，进口温度  $t' = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$  出口温度为  $t'' = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$ ，管外流过冷水，进口温度  $t_2' = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ ，出口温度  $t_2'' = 70 \text{ } ^\circ\text{C}$ ，总换热量  $\Phi = 350 KW$ ，共有 53 根内径为 16mm、壁厚为 1mm 的管子。管壁导热系数  $\lambda = 40 W/(m \cdot K)$ ，管外流体的表面传热系数  $h_0 = 1500 W/(m \cdot K)$ ，管内流体为一个流程。管子内、外表面都是洁净的。

求：所需的管子长度。

解：计算管内平均换热系数。

$$t_f = \frac{1}{2} (100 + 80) = 90 \text{ } ^\circ\text{C} \quad u = 314.9 \times 10^{-6} Kg/(m \cdot s), \lambda = 0.68 W/(m \cdot K), Pr = 1.95$$

$$c_p = 4208, q_m = \frac{\Phi}{c_p \Delta t} = 4159 Kg/s$$

$$Re = \frac{4q_m}{\pi du} = \frac{4 \times 4.159 / 53}{3.1416 \times 0.016 \times 314.9 \times 10^{-6}} = 19830$$

$$h = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3} \frac{\lambda}{d} = 3273 W/(m \cdot K)$$

$$k_a = \frac{1}{\frac{1}{h_0} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_1} \frac{d_2}{d_1}} = 965 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$\Delta t_m = \frac{(80-20)-(100-70)}{\ln(60/30)} = 43.28 \text{ }^{\circ}\text{C}, \quad A = 8.38 \text{ m}^2, \quad A = n\pi dL,$$

$$L = \frac{A}{n\pi d} = 2.80 \text{ m}.$$

本题中冷热流体总温差为 43.3℃，管外冷流体侧占 68%，管内侧约占 32%，故不必考虑温差的修正。

10-18、压力为  $1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$  的无油饱和水蒸气在卧式壳管式冷凝器的壳侧凝结。经过处理的循环水在外径为 20mm、壁厚为 1mm 的黄铜管内流过，流速为 1.4m/s，其温度由进口处的 56℃ 升高到出口的 94℃。黄铜管成叉排布置，在每一竖直排上平均布置 9 根。冷却水在管内的流动为两个流程，管内已积水垢。试确定所需的管长、管子数及冷却水量。传热量  $\phi = 1.2 \times 10^7 \text{ W}$ 。

解： (1) 平均传热温差

由冷凝压力查得饱和蒸汽温度为 $111.32^{\circ}\text{C}$ 则：

$$\Delta t_m = \frac{94 - 56}{\ln \frac{111.32 - 56}{111.32 - 94}} = 32.72^{\circ}\text{C}$$

(2) 管外凝结换热系数

设管外壁温度 $t_w = 105^{\circ}\text{C}$ ，则 $t_m = (111.32 + 105)/2 = 108.2^{\circ}\text{C}$

查得凝结水物性参数为：

$$\rho_l = 952.3 \text{ kg/m}^3 \quad \lambda_l = 0.685 \text{ W/m}\cdot\text{K}$$

$$\eta = 263.2 \times 10^{-6} \text{ kg/m}\cdot\text{s} \quad r = 2235 \text{ kJ/kg}$$

对水平管外凝结换热，表面传热系数

$$\begin{aligned} h_0 &= 0.729 \times \left[ \frac{g r \rho_l^2 \lambda_l^3}{\eta d (t_s - t_w) \cdot n} \right]^{1/4} \\ &= 0.729 \times \left[ \frac{9.8 \times 2235 \times 10^3 \times 952.3^3 \times 0.628^3}{263.2 \times 10^{-6} \times 0.02 (111.32 - 105) \times 9} \right]^{1/4} = 8809 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)} \end{aligned}$$

(3) 管内换热系数

由 $t_f = (56 + 94)/2 = 75^{\circ}\text{C}$ 查得水的物性参数

$$\lambda = 0.671 \text{ W/(m}\cdot^{\circ}\text{C)} \quad \gamma = 0.39 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \text{Pr} = 2.38$$

对管内对流换热，表面传热系数

$$\begin{aligned} h_1 &= 0.023 \times \frac{\lambda}{d} \text{Re}_f^{0.8} \cdot \text{Pr}^{0.4} \\ &= 0.023 \times \frac{0.671}{0.018} \times \left( \frac{1.4 \times 0.018}{0.39 \times 10^{-6}} \right)^{0.8} \times 2.38^{0.4} = 8552 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)} \end{aligned}$$

(4) 热阻：查参考文献[1]，表9—1，蒸汽侧污垢热阻 $r_0 = 0.0001$

水侧污垢热阻 $r_1 = 0.0002$

管壁热阻（黄铜 $\lambda = 131 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ ） $(d_1/2\lambda) \ln(d_2/d_1) = 8 \times 10^{-6}$



(5) 传热系数

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_0} + r_0 + \frac{d_2}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_2}{d_1} \left( \frac{1}{h_1} + r_1 \right)}$$
$$= \frac{1}{\frac{1}{8809} + 0.0001 + 8 \times 10^{-6} + \frac{20}{18} \left( \frac{1}{8552} + 0.0002 \right)}$$
$$= 1743 W / (m^2 \cdot K)$$

由传热方程  $q_1 = k \Delta t_m = 1743 \times 32.72 = 57030 W / m^2$

由凝结换热  $q_2 = h_0 \Delta t = 8809 \times (111.32 - 105) = 55673 W / m^2$

$q_1$  与  $q_2$  相差 2%，上述计算有效。

(6) 传热面积：

$$A = \Phi / (k \Delta t_m) = 1.2 \times 10^7 / (1743 \times 32.72) = 210 m^2$$

(7) 冷却水量 水的比热： $c_p = 4191 J / (kg \cdot K)$

$$q_{m2} = \frac{\Phi}{c_p (t_2' - t_2'')} = \frac{1.2 \times 10^7}{4191 \times (94 - 56)} = 75.35 kg / s$$

(8) 流动截面： 水的密度  $\rho = 974.8 kg / m^3$

$$A_1 = \frac{q_{m2}}{\rho \cdot u} = \frac{75.35}{974.8 \times 1.4} = 5.52 \times 10^{-2} m^2$$

$$\text{单程管数 } n = \frac{4 A_1}{\pi d^2} = \frac{4 \times 5.52 \times 10^{-2}}{3.14 \times 0.018^2} = 217$$

两个流程共需管 434 根

$$\text{管子长度 } l = \frac{A}{2n \cdot \pi d} = \frac{210}{434 \times 3.14 \times 0.02} = 7.7 m$$

10-19、已知：要设计一台卧式冷凝器去凝结  $50^\circ C$  的饱和水蒸气，以获得  $800 kg/h$  的凝结量，可供给大的冷却水量为  $20 kg/s$ ，初温为  $20^\circ C$ 。已知有一些外径为  $20 mm$ 、壁厚  $2 mm$  的黄铜管，每根长为  $2 m$ 。假设管壁的热阻可以不计，冷却水在管内流动，总的污垢热阻取为  $0.0003 m^2 \cdot K / W$ （按黄铜管内表面积计算），冷却水侧为一程，估算凝结换热的表面传热系数时可假定黄铜管按正方形排列。

求：所需的黄铜管数。

解：为确定传热系数要假定管子根数  $n$ ，设  $n=140$ 。

传热量可由凝结侧确定： $\Phi = 800 \times 2383 \times 10^3 / 3600 = 529.5 kW$ 。

为计算冷却水出口温度，需先假定其平均温度，设为  $23^\circ C$ ，则  $\lambda = 0.605 W / (m \cdot K)$ ， $u = 943.4 \times 10^{-6} kg / (m \cdot s)$ ， $Pr = 6.54$ ， $c_p = 4181 J / (kg \cdot s)$ ，冷却水进口温差：

$$\delta t_2 = \frac{\Phi}{q_{m2} c_2} = 6.33$$

$^\circ C$ ，即平均温度为  $23.17^\circ C$ ，与假定值十分接近。

水侧换热系数  $h_1$ 。

$$Re = \frac{4 q_m}{\pi u d} = 12050,$$

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} = 0.023 \times 10205^{0.8} \times 6.54^{0.4} = 89.7$$

$$h_1 = \frac{9.7 \times 0.605}{0.016} = 3392 W / (m^2 \cdot K)$$

水蒸气凝结系数  $h_0$ 。

取  $t_m = 45^\circ\text{C}$ , 则  $\rho = 990.2\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $\lambda = 0.642\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $u = 601.4 \times 10^{-6}\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$ ,

将  $\Delta t = q/h$  的关系式代入 (6-4) 整理之, 得

$$h = 0.6561 \left( \frac{gr\rho^2\lambda^3}{udg} \right)^{1/3}, q = \frac{\Phi}{A_0},$$

$$A_0 = 140 \times 3.1416 \times 0.02 \times 2 = 17.59\text{m}^2, \text{ 故 } q_0 = \frac{29500}{17.59} = 30102\text{W}/\text{m}^2$$

$$h = 0.6561 \times \left[ \frac{9.8 \times 2383000 \times 990.2^2 \times 0.642^3}{601.4 \times 10^{-6} \times 0.02 \times 30102} \right]^{1/3} = 16787\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

140 根管子按正方形排列,  $\sqrt{140} = 11.83, \therefore h_0 = 9052\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

按内表面计算的传热系数:

$$k_a = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \lambda + \frac{\delta}{\lambda} \ln \frac{d_1}{d_2} + \frac{1}{h_0} \frac{d_1}{d_0}} = 1430\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$$

$$A_1 = 14.07\text{m}^2, \Phi' = k_1 A_1 \Delta t_m$$

$$\Delta t_m = 26.7^\circ\text{C}, \therefore \Phi' = 1430 \times 14.07 \times 26.7 = 537206\text{W}$$

与热平衡热量  $\Phi = 529500$  相差仅 1.2%, 上述计算有效, 另外从热阻分析可知, 凝结侧的温度降为  $6^\circ\text{C}$ ,

故液膜平均温度为  $47^\circ\text{C}$ , 与假设值  $45^\circ\text{C}$  仅差  $2^\circ\text{C}$ , 由此而引起的物性变化对  $h_0$  的影响可忽略。

如不考虑管壁热阻, 则  $k_1 = 1464\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$

$$\Phi' = 1464 \times 14.07 \times 26.7 = 549979\text{W}$$

与热平衡热量  $\Phi = 529500\text{W}$  相差仅 3.6%, 仍在工程计算允许的误差范围内。

### 换热器校核计算

10-20、已知: 一台 1-2 型壳管式换热器用  $30^\circ\text{C}$  的水来冷却  $120^\circ\text{C}$  的热油 ( $c_0 = 2100\text{W}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ), 冷却水流量为  $1.2\text{kg}/\text{s}$ , 油流量为  $2\text{kg}/\text{s}$  总传热系数  $k = 275\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , 传热面积为  $A = 20\text{m}^2$ 。

求: 水与油各自的出口温度。

$$c_p = 4174\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \frac{(q_m c)_{\min}}{(q_m c)_{\max}} = \frac{2 \times 2100}{1.2 \times 4174} = 0.8385$$

解: 设平均温度为  $40^\circ\text{C}$ ,

$$\varepsilon = 2 \left\{ 1 + 0.8385 + 1.305 \times \frac{1 + 0.18106}{1 - 0.18106} \right\}^{-1} = 0.5375$$

利用习题 24 中提供的公式得

$$\frac{102 - t''}{120 - 30} = 0.5375, t'' = 120 - 0.5375 \times 90 = 71.6^\circ\text{C}, \frac{t_2'' - 30}{120 - 71.6} = 0.8385$$

$$t_2'' = 30 + 0.8385 \times 48.4 = 70.6^\circ\text{C}, t_{2m} = \frac{70.6 + 30}{2} = 50.3^\circ\text{C},$$

$c_p$  值与 4174 十分接近, 故不必重算。

10-21、在一台逆流式水—水换热器中,  $t_1' = 87.5^\circ\text{C}$ , 流量为每小时 9000kg,  $t_2' = 32^\circ\text{C}$ , 流量为每小时 13 500kg, 总传热系数  $k = 1740\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , 传热面积  $A = 3.75\text{m}^2$ , 试确定热水的出口温度。

解：设冷、热水平均温度分别为 $40^{\circ}\text{C}$ 和 $75^{\circ}\text{C}$ ,则可查得：

$$c_{p1} = 4191 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \quad c_{p2} = 4174 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

$$B = \frac{(q_m c)_1}{(q_m c)_2} = \frac{9000 \times 4191}{13500 \times 4174} = 0.6694$$

$$NTU = \frac{kA}{(q_m c)_{\min}} = \frac{1740 \times 3.75}{9000 \times 4191/3600} = 0.623$$

由  $\varepsilon - NTU$ 法，逆流换热器的效能为：

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\{(-NTU)[1 - B]\}}{1 - B \exp\{(-NTU)[1 - B]\}} = 0.409$$

$$\begin{aligned} \text{又} \quad \varepsilon &= \frac{t_1' - t_1''}{t_1' - t_2'} \Rightarrow t_1'' = t_1' - \varepsilon(t_1' - t_2') = 87.5 - 0.409 \times (87.5 - 32) \\ &= 64.8^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

平均温度验算：

$$t_{1m} = (t_1' + t_1'')/2 = (87.5 + 64.8)/2 = 76.15$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{(q_m c)_1}{(q_m c)_2} = B \Rightarrow \Delta t_2 = 0.6694 \times (87.5 - 64.8) = 15.20^{\circ}\text{C}$$

$$t_{2m} = t_2' + \Delta t_2/2 = 19.60$$

冷热流体平均温度与设定相差很小，计算结果有效。

10-22、欲采用套管式换热器使热水与冷水进行热交换，并给出 $t_1' = 200^{\circ}\text{C}$ ,  $q_{m1} = 0.0144 \text{ kg/s}$ ,  $t_2' = 35^{\circ}\text{C}$ ,  $q_{m2} = 0.0233 \text{ kg/s}$ 。取总传热系数为 $k = 980 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ,  $A = 0.25 \text{ m}^2$ ，试确定采用顺流与逆流两种布置时换热器所交换的热量、冷却水出口温度及换热器的效能。

解： (1) 顺流换热

设冷、热水平均温度分别为 $65^{\circ}\text{C}$ 和 $150^{\circ}\text{C}$ ,则可查得:

$$c_{p1} = 4313 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \quad c_{p2} = 4183 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

$$B = \frac{(q_m c)_1}{(q_m c)_2} = \frac{0.0144 \times 4313}{0.0233 \times 4183} = 0.637$$

$$NTU = \frac{kA}{(q_m c)_{\min}} = \frac{980 \times 0.25}{0.1444 \times 4313} = 3.945$$

由  $\varepsilon - NTU$ 法, 顺流换热器的效能为:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\{(-NTU)[1 - B]\}}{1 - B} = 0.610$$

$$\begin{aligned} \text{又} \quad \varepsilon &= \frac{t_1' - t_1''}{t_1' - t_2'} \Rightarrow t_1'' = t_1' - \varepsilon(t_1' - t_2') = 200 - 0.610 \times (200 - 35) \\ &= 99.4^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

平均温度验算:

$$t_{1m} = (t_1' + t_1'')/2 = (200 + 99.4)/2 = 149.7$$

$$t_2' = B(t_1' - t_1'') + t_2' = 0.637 \times (200 - 99.4) + 35 = 99^{\circ}\text{C}$$

$$t_{2m} = (t_2' + t_2'')/2 = 67^{\circ}\text{C}$$

与假设值相符合, 所以计算有效

$$\begin{aligned} \Theta &= q_{m1} c_1 \Delta t_1 = 0.0144 \times 4313 \times (200 - 99.4) \\ &= 6248 \text{ W} \end{aligned}$$

## (2) 逆流换热

设冷、热水平均温度分别为  $80^{\circ}\text{C}$  和  $125^{\circ}\text{C}$ , 则可查得:

$$c_{p1} = 4258 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \quad c_{p2} = 4195 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

$$B = \frac{(q_m c)_1}{(q_m c)_2} = \frac{0.0144 \times 4258}{0.0233 \times 4195} = 0.628$$

$$NTU = \frac{kA}{(q_m c)_{\min}} = \frac{980 \times 0.25}{0.0144 \times 4258} = 3.99$$

由  $\varepsilon - NTU$  法, 逆流换热器的效能为:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\{(-NTU)[1 - B]\}}{1 - B \exp\{(-NTU)2[1 - B]\}} = 0.9$$

$$\begin{aligned} \text{又} \quad \varepsilon &= \frac{t_1' - t_1''}{t_1' - t_2'} \Rightarrow t_1'' = t_1' - \varepsilon(t_1' - t_2') = 200 - 0.9 \times (200 - 35) \\ &= 51.5^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

平均温度验算:

$$t_{1m} = (t_1' + t_1'') / 2 = (200 + 51.5) / 2 = 125.8$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{(q_m c)_1}{(q_m c)_2} = B \Rightarrow \Delta t_2 = 0.628 \times (200 - 51.5) = 93.3^{\circ}\text{C}$$

$$t_{2m} = t_2' + \Delta t_2 / 2 = 128.3^{\circ}\text{C}$$

冷热流体平均温度与设定相差很小, 计算结果有效。

$$t_2'' = \Delta t_2 + t_2' = 93.3 + 35 = 128.3^{\circ}\text{C}$$

$$\Theta = q_{m2} c_{p2} \Delta t_2 = 0.0233 \times 4195 \times 93.3 = 9119 \text{ W}$$

10-23、已知: 为利用燃气轮机的排气来加热高压水, 采用 1-2 型肋片管换热器。在一此测定中得出: 燃气的质量流量为  $2 \text{ kg/s}$ , 进口温度  $t' = 325^{\circ}\text{C}$ , 冷却水质量流量为  $0.5 \text{ kg/s}$ ,  $t' = 25^{\circ}\text{C}$ ,  $t'' = 150^{\circ}\text{C}$ , 按气体侧基管直径的换热面积为  $3.8 \text{ m}^2$ 。燃气物性可近似按附录中标准烟气的值查取。

求: 该条件下的总传热系数。

$$\text{解} \quad t_{2m} = \frac{t_2' - t_2''}{2} = \frac{25 + 150}{2} = 87.5^{\circ}\text{C} \quad c_{p2} = 4205 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$\text{换热量} \quad \Phi = q_{m2} c_{p2} \delta t_2 = 262812 \text{ W}。$$

为确定烟气的平均比热需假设其出口温度, 设  $t'' = 205^{\circ}\text{C}$

$$t_{1m} = \frac{325 + 205}{2} = 265^{\circ}\text{C}, \quad c_{p1} = 1113.3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad \text{故} \quad (325 - t'') \times 2 \times 1113.3 = 262813$$

$$\text{由此得} \quad t'' = 325 - \frac{262813}{2 \times 1113.3} = 207^{\circ}\text{C}, \quad \text{与假设值十分接近, 不必重复计算。}$$

$$(\Delta t_m)_{cp} = \frac{175 - 182}{\ln(175/182)} = 178.5^{\circ}\text{C}, \quad P = \frac{325 - 207}{325 - 25} = 0.393, \quad R = \frac{150 - 25}{325 - 207} = 1.06$$

$$\Psi = 0.91, \quad \Delta t_m = 0.91 \times 178.5 = 162.4, \quad k = \frac{\Phi}{A \Delta t_m} = \frac{262812}{3.8 \times 162.4} = 426 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

10-24、已知: 在习题 10-15 中, 如果冷却水流量增加 50%, 但冷却水和空气的进口温度、空气流量及传热面积均不变, 传热系数也认为不变, 问传热量可增加多少? 为比较准确地获

$$\varepsilon = 2 \left\{ 1 + W + (1 - W^2)^{1/2} \frac{1 + \exp \left[ -NTU(1 + W^2)^{1/2} \right]}{1 - \exp \left[ -NTU(1 + W^2)^{1/2} \right]} \right\}^{-1}, \quad \text{式中}$$

得  $\varepsilon$  值, 1-2 型换热器可按下式计算:

$W = \frac{(q_m c)_{\min}}{(q_m c)_{\max}}$ , 从传热过程的机理来说, 此时假定传热系数不变是否合理? 传热量的增加主要是通过什么途径实现的? 如果空气流量增加 50%, 还可以假定  $K$  不变吗?

解: 设冷却水流量增加后其平均比热的变化可以不计,

$$W = \frac{(q_m c)_{\text{空气}}}{(q_m c)_{\text{水}}} = \frac{35 - 16}{119 - 45} = 0.257$$

原有的, 增加冷却水量后此值为 0.1711,

代入  $\varepsilon$  计算式得:  $\varepsilon = 0.7361$

$$\varepsilon' = \frac{119 - 45}{119 - 16} = 0.7184$$

增加水流量前的效能

由式 (9-17) 可知, 因为  $(q_m c)_{\min}$  及  $t - t''$  保持不变,  $\frac{\Phi}{\Phi'} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{0.7361}{0.7184} = 1.025$ , 故传热量增加了 2.5%, 引起传热量增加的一个主要原因是冷却水量增加后对数平均温差有所上升。如果空气流量增加 50%, 就不能假定  $K$  不变, 因为此时空气侧换热系数有显著增加, 而空气侧热阻为主要热阻。

10-25、已知: 有一台逆流套管式冷油器, 冷却水流量为  $0.0639 \text{ kg/s}$ , 进水温度  $t_1' = 35^\circ \text{C}$  热油进口温度为  $120^\circ \text{C}$ , 油的比热容为  $2.1 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$ , 传热面积为  $1.4 \text{ m}^2$ , 总传热系数为  $280 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。如果油的出口温度不得低于  $60^\circ \text{C}$ , 冷却水的出口温度不得高于  $85^\circ \text{C}$ 。

求: 该冷油器所能冷却的最大油流量。

解: 最大的油流量相应于  $t'' = 85^\circ \text{C}$  时的情形。现以  $t_2'' = 85^\circ \text{C}$  计算, 最后检验  $t_2''$  是否能满足要求。

$$\Phi = (q_m c)_2 (t_2'' - t_2') = 13350 \text{ W}$$

$$\Delta t_m = \frac{\Phi}{kA} = \frac{13350}{1.4 \times 280} = 34^\circ \text{C}, \quad \text{因而得} \quad \frac{(120 - 85) - (t_1'' - 35)}{\ln \left( \frac{120 - 85}{t_1'' - 35} \right)} = 34^\circ \text{C}$$

$$34 \ln \left( \frac{t_1'' - 35}{120 - 85} \right) = t_1'' - 70$$

即, 解此方程得  $t_1'' = 68^\circ \text{C} > 60^\circ \text{C}$ , 故满足要求。

$$68 - 35 = 33 < 35 \quad \text{故成立}$$

$$q_{m\text{油}} = \frac{\Phi}{C_{p\text{油}} (t_1' - t_1'')} = 0.122 \text{ Kg/s} = 440 \text{ Kg/h}$$

由此得

### 热阻的分析与分离

10-26、已知: 有一台液-液换热器, 甲、乙两种介质分别在管内、外作强制对流换热。试验测得的传热系数与两种液体流速的变化情况如附图所示。

求: 试分析该换热器的主要热阻在哪一侧?

解: 主要热阻在介质乙这一侧, 因为增加介质甲的流速对传热系数的影响并不大, 而增加介质乙的流速则使传热系数明显上升, 这说明介质乙对总热阻有举足轻重的影响。

10-27、已知: 一台逆流式换热器刚投入工作时在下列参数下运行:  $t_1' = 360^\circ \text{C}$ ,  $t_1'' = 300^\circ \text{C}$ ,  $t_2' = 30^\circ \text{C}$ ,  $t_2'' = 200^\circ \text{C}$ ,  $q_{m1} c_1 = 2500 \text{ W/K}$ ,  $K = 800 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。运行一年后发现, 在  $q_{m1} c_1$ 、 $q_{m2} c_2$ 、及  $t_1'$ 、 $t_2'$  保持不变的情形下, 冷流体只能被加热到  $162^\circ \text{C}$ , 而热流体的出口温度则高于  $300^\circ \text{C}$ 。

求: 此情况下的污垢热阻及热流体的出口温度。

解: 不结垢时,

$$\Delta t_m = \frac{270-160}{\ln(270/160)} = 210.2 \quad ^\circ\text{C}, \quad A = \frac{\Phi}{k\Delta t_m} = \frac{2500 \times (360-300)}{800 \times 210.2} = 0.892 m^2$$

$$q_{m2}c_2 = q_{m1}c_1 \frac{360-300}{200-30} = 2500 \frac{60}{170} = 882.4 W/K$$

$$\text{结垢后, } \Phi = q_{m2}c_2\delta t_2 = 882.4 \times (162-30) = 116471 W$$

$$\frac{q_{m1}c_1}{q_{m2}c_2} = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_1''} = \frac{162-30}{360-t_1''} = \frac{2550}{882.4} = 2.833, t_2'' = 360 - \frac{1}{2.833}(162-30) = 313.4 \quad ^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_m = \frac{283.4-198}{\ln(283.4/198)} = 283.2 \quad ^\circ\text{C}, \quad k^* = \frac{116471}{0.892 \times 238.2} = 548.2 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\frac{1}{k''} - \frac{1}{k} = R, \therefore R = \frac{1}{548.2} - \frac{1}{800} = 1824 \times 10^{-1} - 1.25 \times 10^{-4} W/(m^2 \cdot K)$$

10-28、已知：为了查明汽轮机凝汽器在运行过程中结垢所引起的热阻，分别用洁净的铜管及经过运行已经结垢的铜管进行了水蒸气在管外凝结的试验，测得了以下数据。（数据见书上习题）

求：已使用过的管子在水垢热阻（按管外表面积计算）

$$\text{解：(1) 对清洁管, } t_m = \frac{10.5+14.1}{2} = 12.3 \quad ^\circ\text{C}, \quad c_p = 4189 J/(kg \cdot K)$$

$$\text{换热量 } \Phi = q_m c_p \delta t = 21.49 \times 10^3 W$$

$$\Delta t_m = \frac{(52.1-10.5)-(52.1-14.1)}{\ln\left(\frac{52.1-10.5}{52.1-14.1}\right)} = 39.77 \quad ^\circ\text{C}$$

$$k_n = \frac{\Phi}{A\Delta t_m} = \frac{21.49 \times 10^3}{0.093 \times 39.77} = 5810 W/(m^2 \cdot K)$$

$$(2) \text{ 结垢时, } t_m = \frac{10.3+13.1}{2} = 11.7 \quad ^\circ\text{C}, \quad c_p = 4190 J/(kg \cdot K)$$

$$\Phi = q_m c_p \delta t = 16.72 \times 10^3 W$$

$$\Delta t_m = \frac{(52.6-10.3)-(52.6-13.1)}{\ln\left(\frac{52.6-10.3}{52.6-13.1}\right)} = 40.88 \quad ^\circ\text{C}$$

$$k_n = \frac{\Phi}{A\Delta t_m} = \frac{16.72 \times 10^3}{0.091 \times 40.88} = 4397 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{k} - \frac{1}{k_0} = \frac{1}{4397} - \frac{1}{5810} = 5.53 \times 10^{-4} m^2 \cdot K/W$$

污垢热阻

10-29、已知：在一台洁净水冷式冷凝器中，保持换热量及冷凝温度不变而改变水速，测得数据如下（见书上习题）

求：试用威尔逊图解法决定蒸汽凝结时表面传热系数。

解：设凝结换热系数为  $h_0$ ，水侧换热系数  $h_1 = C_1 u^{0.8}$ ，则有：

$$\frac{1}{k_0} = \frac{1}{h_0} + R_w + \frac{1}{h_1} \frac{d_0}{d_1} = \left( \frac{1}{h_0} + R_w \right) + \left( \frac{d_0}{C_1 d_1} \right) \frac{1}{u^{0.8}}$$

$$\text{这是形如 } y = a + bx \text{ 的直线方程, } y = \frac{1}{k_w}, a = \frac{1}{h_0} + R_w, x = \frac{1}{u^{0.8}}$$

$$a = \frac{\sum xy \sum x - \sum y \sum x^2}{(\sum x)^2 - \sum x^2} = 1.8332 \times 10^{-4} m^2 \cdot K/W, Re = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2 \times 10^{-3}}{111} = 1.8018 \times 10^{-5} m^2 \cdot K/W$$

$$\therefore \frac{1}{h_0} = a - R_w = 1.65302 \times 10^{-4} m^2 \cdot K/W$$

$$h_0 = \frac{10^4}{1.65302} = 6050 W/(m^2 \cdot K)$$

10-30、已知：在附图所示的立式氨冷凝器的换热过程中，冷却水膜与壁面间的换热规律可近似地表示为  $h_1 = c_1 q^{n_{ml}}$  其中  $q_{m,l}$  为单位圆周长度的质量流量，而氨侧凝结换热的表面传热系数可表示为  $h_0 = c_{12} q^{-1/3}$  对于直径为 51mm，厚 3mm 的光滑洁净的钢管，试验测得下表所列数据。（表见课本习题）

求：试用图解法确定系数及指数 n（参阅本章参考文献【26】）。

解：按题意可列出：

$$h_1 = c_1 q^{n_{ml}} \quad \text{————— (1),}$$

$$h_0 = c_{12} q^{-1/3} \quad \text{————— (2),}$$

$$\frac{1}{k_0} = \frac{1}{h_0} + R_w + \frac{1}{h_1} \frac{A_0}{A_1} \quad \text{————— (3),}$$

$R_w$  为壁面热阻。

$$\text{上式可改写为: } \left( \frac{1}{k_0} - R_w \right) \frac{A_0}{A_1} q^{n_{ml}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_0} \frac{A_0}{A_1} q^{1/3} \quad \text{————— (4).}$$

此式是形如  $y = a + bx$  的直线方程，取定一个 n 值，记为  $n_1$ ，可由此而得  $c_1$  及  $c_0$ ，记为  $c_{11}$  及  $c_{01}$ ；利用所得的  $c_{01}$ ，由式（2）可算出各工况下的  $h_0$ ，记为  $h_{01}$ ，于是可利用（3）式分离出各工况下的  $h_1$ ，记为  $h_{11}$ ，对（1）取对数得  $\lg h_1 = \lg c_1 + n \lg q_{m,l}$ ，此式又可看成是以  $\lg q_{m,l}$  为自变量， $\lg h_1$  为因变量的直线方程，于是利用最小二乘法方法可得出  $C_1$  及 n 的值，分别记为  $c_{12}$  及  $n_2$ ，如果  $n_2$  与  $n_1$  的偏差及  $c_{12}$  及  $c_{11}$  的偏差小于允许值，则计算即可终止，此题宜用计算机求解，答案见教材。终止迭代时， $\Delta c_1 < 0.25, \Delta n < 5 \times 10^{-4}$ ，K 的计算值与实测值间的最大相对偏差小于 3.3%。 $c_1 = 51.54, c_0 = 1.521 \times 10^4, n = 0.5292$ 。

10-31、已知：对氟利昂 22 在单根水平放置的双侧强化管外的凝结换热测得了以下实验数据，冷却水进、出口温度分别为 26.4℃ 及 30.7℃，平均水速为 1.05m/s（按管直径计算）R22 的饱和温度为 40℃：管直径为 19/16.4mm；基于管内表面积的水侧表面传热系数为  $1.25 \times 10^4 W/(m^2 \cdot K)$ 。管子材料为铜，表面清洁无污垢。

求：基于管外表面积的凝结换热的表面传热系数。

$$\text{解 } \Phi = \rho u_m A c_p (t_2'' - t_2'), t_f = \frac{26.4 + 30.7}{2} = 28.6 \text{ } ^\circ\text{C}, c_p = 4175 J/(kg \cdot K), \rho = 996.1$$

$$\Phi = 3.965 \times 10^3 W$$

$$\Delta t_m = \frac{30.7 - 26.4}{\ln \left( \frac{40 - 26.4}{40 - 30.7} \right)} = 11.31 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$k_n = \frac{\Phi}{\pi d_0 L \Delta t_m} = \frac{3.965 \times 10^3}{3.14 \times 0.019 \times 11.31} = 5.876 \times 10^3 W/(m^2 \cdot K)$$

$$k_a = \frac{1}{\frac{1}{h_1} \frac{d_0}{d_1} + \frac{d_0}{2\lambda} \ln \frac{d_0}{d_1} + \frac{1}{h_0}} = 5876 W/(m^2 \cdot K)$$



$$\frac{1}{h_0} = 1.7018 \times 10^{-1} - 9.268 \times 10^{-5} - 3.495 \times 10^{-6} = 7.4005 \times 10^{-4}, h_0 = 13513 \quad W/(m \cdot K)$$

### 传热的强化与削弱

10-32、已知：一球状物体中， $\lambda$  为绝缘材料的导热系数， $h$  为球外表面的表面传热系数，假定为常数。

求证：球状物体的临界表面绝缘半径为  $r = 2\lambda / h$

$$\Phi = \frac{t_1 - t_\infty}{\frac{1}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{4\pi r^2 h}}, \quad r_1 \text{ 为球状物体的一}$$

证明：设周围介质的温度为  $t_\infty$  则该球状物体的热量为

内半径，该处的壁温为  $t_1$ ， $r$  是外半径，此处视为变量，达到临界半径时， $\frac{d\Phi}{dr} = 0$  这导致

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{4\pi r^2 h} \right] = 0 \quad \frac{-1}{-4\pi r^2 h} + \frac{1}{4\pi h} \frac{2}{r^3} = 0 \quad \text{由此得} \quad \frac{1}{2} \left( \frac{hr}{\lambda} \right) = 1$$

。于是得球状物体的临界表面绝缘半径为  $r = 2\lambda / h$ 。

10-33、已知：一外径为 400mm 的细长壳管式换热器水平地搁置于 20℃ 的房间内，壳侧的平均壁温为 200℃。由于投产仓促，外壳尚未包保温材料，但涂有一层红漆。

求：估算在此条件下每平方米外壳上的散热量。

解：壳侧流体与壳间的传热系数一般远较壳外空气的自然对流要强烈，故可近似的取为外壳温度为 200

$$^\circ\text{C}, \text{ 则 } t_m = \frac{200 + 20}{2} = 110 \quad ^\circ\text{C}.$$

$$\lambda = 0.0328 W/(m \cdot K), \nu = 24.29 \times 10^{-6} m^2/s, Pr = 0.687,$$

$$Gr = 4.996 \times 10^8.$$

$$h_0 = Nu \frac{\lambda}{d} = 0.48 (Gr Pr)^{0.25} \frac{\lambda}{d} = 5.357 W/(m^2 \cdot K)$$

$$h_r = \frac{\varepsilon \sigma_0 (T_w^4 - T_\infty^4)}{T_w - T_\infty} = 12.64 \quad W/(m^2 \cdot K)$$

$$\therefore h = h_c + h_r = 5.357 + 12.64 = 18.0 W/(m^2 \cdot K), q = h \Delta t = 18.0 \times 180 = 3240 W/m^2.$$

10-34、已知：在上题中，估算当外壳包了一层 50mm 的绝缘材料时每平方米面积上的散热损失。绝缘层导热系数  $\lambda = 0.104 W/(m \cdot K)$ ，其余条件不变。

求：此时的保温效率是多少？

$$\text{解：设此时绝缘层外表面温度为 } 60^\circ\text{C}, \text{ 则 } t_m = \frac{60 + 20}{2} = 40 \quad ^\circ\text{C}.$$

$$\text{空气物性 } \lambda = 0.0276 W/(m \cdot K), \quad \nu = 16.96 \times 10^{-6} m^2/s, Pr = 0.699,$$

$$Gr = 5.442 \times 10^8.$$

$$h_0 = Nu \frac{\lambda}{d} = 0.48 (Gr Pr)^{0.25} \frac{\lambda}{d} = 3.700 W/(m^2 \cdot K)$$

$$h_r = \frac{\varepsilon \sigma_0 (T_w^4 - T_\infty^4)}{T_w - T_\infty} = 6.564 \quad W/(m^2 \cdot K)$$

$$\therefore h = h_c + h_r = 3.700 + 6.564 = 10.27 W/(m^2 \cdot K), q = h \Delta t = 10.27 \times 40 = 411 W/m^2.$$

$$q^* = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\ln(d_2/d_1)} \frac{1}{\pi d} = 461.8 W/m^2$$

从绝缘层导热可以得出，

$q$  与  $q^*$  相差大于 5%，已为一般工程计算所不允许，重设外表面温度为 64℃，则  $t_m$  仅变化 2℃，故物性可仍取原值。

$$Gr = 5.678 \times 10^8。$$

$$h_0 = Nu \frac{\lambda}{d} = 0.48(GrPr)^{0.25} \frac{\lambda}{d} = 3.740 W/(m^2 \cdot k)$$

$$h_r = \frac{\varepsilon \sigma_0 (T_w^4 - T_\infty^4)}{T_w - T_\infty} = 6.70 W/(m^2 \cdot k)$$

$$\therefore h = h_c + h_r = 3.74 + 6.70 = 10.44 W/(m^2 \cdot k), q = h\Delta t = 10.44 \times 44 = 459 W/m^2。$$

$$q^* = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\ln(d_2/d_1)} \frac{1}{\pi d} = 455.2 W/m^2$$

$q$  与  $q^*$  相差 2%，故此次计算有效。

$$\frac{459 + 449}{2} = 454 W/m^2, \quad \eta = \frac{3340 - 454}{3340} \times 100\% = 86.4\%$$

散热损失可取为

10-35、已知：在室温为 20℃ 的房间内，横穿过一根高温管道。管道外径为 90mm，外包两层绝热材料。第一次为厚 90mm 的 B 级硅藻土制品，第二层为厚 30mm 的粉煤灰泡沫转，外面再用很薄的石棉纸包裹。设石棉纸外壁温度为 60℃。

求：第二层绝热材料的最高温度是否在允许的范围以内？

解：为了确定界面温度需要计算单位长度上的散热量。外表面上的散热由自然对流以及辐射两种方式组

$$tw = \frac{60 \div 20}{2} = 40^\circ C。$$

成，

空气物性=0.0276W/(m·K), $v=16.96 \times 10^{-6} m^2/s$ , $Pr=0.699$ ,

$$Gr = \frac{9.8 \times (60 - 20) \times 0.33^3}{16.96^2 \times 10^{-12} \times 313} = 1.565 \times 10^8。$$

$$Nu = 0.48(Gr \cdot Pr)^{0.25} = 0.48 \times (1.0937 \times 108)^{0.25} = 49.087 W/(m^2 \cdot K)$$

$$h_c = 49.087 \times 5.67 \times (3.33^4 - 2.93^4) = 6.564 W/(m^2 \cdot K)$$

$$h_r = \frac{\varepsilon \sigma_0 (T_w^4 - T_\infty^4)}{T_w - T_\infty} = \frac{0.94 \times 5.67 \times (3.33^4 - 2.93^4)}{60 - 20} = 6.564 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\therefore h = h_c + h_r = 4.1055 + 6.564 = 10.670 W/(m^2 \cdot K)$$

单位长度上的散热量  $q_1 = \pi d h \Delta t = 3.1416 \times 0.33 \times 10.670 \times 40 = 442.4 W/m$ 。

为确定界面温度，需先设置界面温度为以确定导热系数。设界面温度为 170℃。

$$t_w = \frac{170 + 60}{2} = 115^\circ C, \bar{\lambda} = 0.099 + 115 \times 0.0002 = 0.122 W/(m^2 \cdot K)$$

$$\text{从绝热层导热的角度 } q_1 = \frac{2\pi\bar{\lambda}\Delta t}{\ln(d_2/d_1)} = \frac{2 \times 3.1416 \times 0.122 \Delta t}{\ln(330/270)} = 442.4 W/m,$$

$$\therefore \Delta t = 442.4 \div \frac{2 \times 3.1416 \times 0.122}{\ln(330/270)} = 115.8^\circ C。$$

则

界面温度为 115.8+60=175.8℃，与假定相差 6℃，重新设界面温度为 170℃。

$$t_w = \frac{175 + 60}{2} = 117.5^\circ C, \bar{\lambda} = 0.099 + 117.5 \times 0.0002 = 0.1225 W/(m^2 \cdot K)$$

则

$$\Delta t = 442.4 \div \frac{2 \times 3.1416 \times 0.1225}{\ln(330/270)} = 115.3^\circ C, \therefore \text{界面温度为 } 115.3 + 60 = 175.3^\circ C。$$

与假定的 175℃ 十分相近，可见界面温度没有超过允许值。

10-36、已知：对一种用于制冷剂 R22 冷凝的双侧强化管，用实验方法测得的水平放置时的换热参数如下表所示（冷凝温度为 40℃）。其中  $h_1$ ,  $h_0$  分别按坯管内、外表面积计算。坯管内径为 16.4mm，外径为 19mm，

材料为铜。

工 况	进水 温度 $t'_1$ (°C)	出水 温度 $t''_2$ (°C)	平均 流速 $U(\text{m/s})$	管内表面 传热系数 $h_1$ [W/(m <sup>2</sup> ·K)]	管外面传 热系数 $h_0$ [W/(m <sup>2</sup> ·K)]
1	20.14	30.35	0.52	$1.125 \times 10^4$	$9.754 \times 10^4$
2	26.43	30.74	1.05	$2.249 \times 10^4$	$1.240 \times 10^4$
3	27.21	30.52	1.50	$3.097 \times 10^4$	$1.269 \times 10^4$
4	28.55	31.01	2.08	$4.284 \times 10^4$	$1.354 \times 10^4$

求：(1) 计算 4 中工况下双侧强化管的总传热系数。设内外表面均无污垢。(2) 在相同的冷凝温度、平均流速及进口水温下对平均放置的坯管进行第 2 种工况的传热计算，确定其内、外侧的表面传热系数，进而计算相应的总传热系数，以确认双侧强化管的强换传热的性能。管子的长度取为 1m。所有计算均对坯管尺寸进行。

$$\frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{d_0}{2\lambda} \ln \frac{d_0}{d_j} + \frac{1}{h_1} \frac{d_n}{d_1}}$$

解：先计算双侧强化管四种情况下的  $Ka$  值， $Ka =$

工 况	$\frac{1}{h_0}$	$\frac{1}{hi} \frac{dn}{dj}$	$\frac{d_0}{2\lambda} \ln \frac{d_0}{d_j}$	$\sum R_0$
1	$1.0252 \times 10^{-4}$	1.0298	$\frac{19 \times 10^{-3}}{2 \times 400} \ln \frac{19}{16.4}$ $= 3.49 \times 10^{-6}$	$2.0899 \times 10^{-4}$
2	$8.0645 \times 10^{-5}$	5.1512		$1.35647 \times 10^{-4}$
3	$7.8802 \times 10^{-5}$	3.7407		$1.19699 \times 10^{-4}$
4	$7.3855 \times 10^{-5}$	2.7042		$1.04392 \times 10^{-4}$

相同进口水温、进口流速及  $t$  对坯管的计算需采用迭代方式。

迭代计算顺序为：设一个

$t_w \rightarrow h_n \rightarrow \Phi_0^{\eta} \rightarrow t''_1$  (热平衡)  $\rightarrow h_1 \rightarrow \Phi_1^{\text{传}}$ , 如果  $\Phi_o^{\text{传}} = \Phi_1^{\text{传}}$ , 则  $t_w$  正确;  
如  $t_w$  取得高,  $\Phi_o^{\text{传}} \downarrow (\sim \Delta t^{3/4})$ , 但  $\Phi_1^{\text{传}} \uparrow (\Delta t \text{ 增大})$ , 因而可得出交点使  $\Phi_o^{\text{传}} = \Phi_1^{\text{传}}$ 。

也可采用以下简化方法：

(1) 把凝结换热表面传热系数计算式由  $\Delta t \rightarrow q$ ;

$$h_v^{-\frac{1}{4}} h_n = 0.725 \left[ \frac{g_r \rho_1^2 \lambda_1^3}{\eta_1 d_0 (t_s - t_w) h_a} \right]^{\frac{1}{4}} = 0.0275 \left[ \frac{g_r \rho_1^2 \lambda_1^3}{\eta_n d_n q_0} \right]^{\frac{1}{4}}, h_a^{\frac{3}{4}} = 0.725 \left[ \frac{g_r \rho_1^2 \lambda_1^3}{\eta_n d_n q_0} \right]^{\frac{1}{4}},$$

$$h_0 = 0.725^{\frac{4}{3}} \left[ \frac{g_r \rho_1^2 \lambda_1^3}{\eta_n d_n q_0} \right]^{\frac{1}{3}} = 0.651 \left[ \frac{g_r \rho_1^2 \lambda_1^3}{\eta_n d_n q_0} \right]^{\frac{1}{3}}。$$

以冷凝温度作为液膜的定性温度，可以做如下迭代计算：

(1) 假设  $t_1''$ ，由水侧得热平衡热量  $\Phi_b$ ;

$$\left. \begin{array}{l} t_1 \rightarrow t_m \rightarrow h_1 \\ \Phi_b \rightarrow q_1 \rightarrow q_0 \rightarrow h_0 \end{array} \right\} k \rightarrow k \Delta t A \rightarrow \Phi_h;$$

(2) 由  $\Phi_h \neq \Phi_b$ ,  $1_1^n \uparrow$ ,  $\Phi_h \uparrow$ ,  $t_1'' \uparrow$ ,  $q \uparrow$ ,  $h_0 \downarrow$ ,  $\Phi_h \downarrow$ 。  $\therefore \Phi_h$  与  $\Phi_b$  可有交点。

对第二个工况，假定水的进出口温差分别为 0.5°C、1.0°C、1.5°C，进行计算，为简化计算，设三种工况下定性温度均为 27°C，则有：

$$\rho = 998.2 \div \frac{995.7 - 998.2}{10} \times 7 = 996.5 \text{ kg/m}^3,$$

$$c_p = \left( 4.183 \div \frac{4.174 - 4.183}{10} \times 7 \right) \times 10^3 = 4.177 \times 10^3,$$

$$\lambda = 0.599 + \frac{0.618 - 0.599}{10} \times 7 = 0.6123 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}, \text{Pr} = 7.02 + 0.7 \times (5.42 - 7.02) = 5.9,$$

$$\nu = \left( 0.805 + \frac{1.006 - 0.805}{10} \times 3 \right) \times 10^{-6} = 0.8653 \times 10^{-6}, \text{Re} = \frac{1.05 \times 0.0164}{0.8653} \times 10^6 = 19900.6,$$

$$Nu_u = 0.023 \times 19900.6^{0.8} \times 5.9^{0.4} = 0.023 \times 2748.5 \times 2.03395 = 128.6,$$

$$h_1 = \frac{Nu\lambda}{d_1} = \frac{128.6 \times 0.6123}{0.0164} = 4800.5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)},$$

$$m = \frac{\pi}{4} d_1^2 u \rho = 0.785 \times 0.0164^2 \times 1.05 \times 996.5 = 0.0002111 \times 1.05 \times 996.5 = 0.2209 \text{ kg/s},$$

$$\text{温差为 } 0.5^\circ \text{C 时, } \Phi_0 = mc_p \Delta t = 0.2209 \times 4.177 \times 10^3 \times 0.5 = 461.3 \text{ W},$$

$$q = \frac{\Phi}{A_i} = \frac{461.3}{3.14 \times 0.0164 \times 1} = \frac{461.3}{0.051496} = 8958 \text{ W/m}^2,$$

$$h_0 = 0.651 \times \left[ \frac{9.8 \times 166.16 \times 10^3 \times 1128.4^2 \times 0.0798^3}{0.019 \times 0.121 \times 10^{-6} \times 1128.4 \times 8958} \right]^{\frac{1}{3}} = \frac{48156.6}{\sqrt[3]{8958}} = 2325.8 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}.$$

$$\frac{1}{k_0} = \frac{1}{h_0} + \frac{1}{h_1} \frac{d_0}{d_1} + \frac{d_0}{2\lambda} \ln \frac{d_0}{d_1} = \frac{1}{2325.8} + \frac{1}{4800.5} \times \frac{19}{16.4} + 3.49 \times 10^{-6}$$

$$= 0.0004299 + 3.49 \times 10^{-6} \div 0.0002413 = 6.7469 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K/W},$$

$$k_0 = 1482 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}, \Delta t_m = \frac{0.5}{\ln \left( \frac{40 - 26.43}{40 - 26.93} \right)} = \frac{0.5}{\ln \left( \frac{13.57}{13.07} \right)} = \frac{0.5}{0.03754} = 13.32^\circ \text{C},$$

$$\Phi_h = k_0 A \Delta t_m = 1482 \times 13.32 \times 0.05966 = 1177.7 \text{ W},$$

$$\text{温差为 } 1.0^\circ \text{C 时, } \Phi_b = mc_p \Delta t = 0.2209 \times 4.177 \times 10^3 \times 1.0 = 922.6 \text{ W},$$

$$q = \frac{\Phi}{A_i} = \frac{922.6}{3.14 \times 0.0164 \times 1} = \frac{922.6}{0.051496} = 17915.96 \text{ W/m}^2,$$

$$h_0 = 0.651 \times \left[ \frac{9.8 \times 166.16 \times 10^3 \times 1128.4^2 \times 0.0798^3}{0.019 \times 0.121 \times 10^{-6} \times 1128.4 \times 17915.95} \right]^{\frac{1}{3}} = \frac{48156.6}{\sqrt[3]{17915.95}} = 1846.5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)},$$

$$\frac{1}{k_0} = \frac{1}{h_0} + \frac{1}{h_1} \frac{d_0}{d_1} + \frac{d_0}{2\lambda} \ln \frac{d_0}{d_1} = \frac{1}{1846.5} + 0.0002413 + 3.49 \times 10^{-6}$$

$$= 0.0007863 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W},$$

$$k_0 = 1271.8 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}, \Delta t_m = \frac{0.5}{\ln \left( \frac{40 - 26.43}{40 - 27.43} \right)} = \frac{0.5}{\ln \left( \frac{13.57}{13.07} \right)} = \frac{1}{0.07655} = 13.06^\circ \text{C},$$

$$\Phi_h = k_0 A \Delta t_m = 1271.8 \times 13.06 \times 0.05966 = 990.9 W,$$

$$\text{温差为 } 1.5^\circ C \text{ 时, } \Phi_b = mc_p \Delta t = 0.2209 \times 4.177 \times 10^3 \times 1.5 = 1383.9 W,$$

$$q = \frac{\Phi}{A_1} = \frac{1383.9}{3.14 \times 0.0164 \times 1} = \frac{1383.9}{0.051496} = 26873.93 W / m^2,$$

$$h_0 = 0.651 \times \left[ \frac{9.8 \times 166.16 \times 10^3 \times 1128.4^2 \times 0.0798^3}{0.019 \times 0.121 \times 10^{-6} \times 1128.4 \times 26873.93} \right]^{\frac{1}{3}} = \frac{48156.6}{\sqrt[3]{26873.93}} = 1613.2 W / (m^2 \cdot K),$$

$$\frac{1}{k_0} = \frac{1}{h_0} + \frac{1}{h_1} \frac{d_0}{d_1} + \frac{d_0}{2\lambda} \ln \frac{d_0}{d_1} = \frac{1}{1613.2} + 0.0002413 + 3.49 \times 10^{-6}$$

$$= 0.00086459 m^2 \cdot K / W,$$

$$k_0 = 1156.6 W / (m^2 \cdot K), \Delta t_m = \frac{0.5}{\ln \left( \frac{40-26.43}{40-27.43} \right)} = \frac{0.5}{\ln \left( \frac{13.57}{13.07} \right)} = \frac{1.5}{0.1171} = 12.81^\circ C,$$

$$\Phi_h = k_0 A \Delta t_m = 1156.6 \times 12.81 \times 0.05966 = 883.93 W,$$

以上计算表明, 在水的进口温差为  $1.0^\circ C$  及  $1.5^\circ C$  之间,  $\Phi_h$  与  $\Phi_b$  有个交点。由于  $\Phi_h$  与  $\Delta t$  几乎成线性关系,  $\Phi_b$  在所计算的温度变化范围内也几乎与  $\Delta t$  成线性关系, 故用线性差值公式找出使  $\Phi_h = \Phi_b$  的  $\Delta t_m$ 。

$$990.9 + \frac{883.9 - 990.9}{0.5} \times \Delta t = 922.6 + \frac{1383.9 - 922.6}{0.5} \times \Delta t,$$

$$990.9 \div (-214 \Delta t) = 922.6 + 922.6 \Delta t, (990.9 - 922.6) = (922.6 + 214) \Delta t,$$

$$\Delta t = \frac{68.3}{1136.6} = 0.060^\circ C, \text{ 即 } \Delta t_1 = 1.06^\circ C, \Phi_b = 0.2209 \times 4177 \times 1.06 = 978.1 W,$$

$$q = \frac{978.1}{0.051496} = 18992.9 W / m^2, h_0 = \frac{48156.6}{\sqrt[3]{18992.9}} = 1810.9 W / (m^2 \cdot K),$$

$$k_0^{-1} = \frac{1}{1810.9} \div 0.0002413 + 0.00000349 = 7.9707 \times 10^{-1} m^2 \cdot K / W, k_0 = 1254.6 W / (m^2 \cdot K),$$

$$\Delta t_m = \frac{1.06}{\ln \frac{13.57}{12.51}} = \frac{1.06}{0.08133} = 13.03^\circ C, \Phi_h = 1254.6 \times 0.05966 \times 13.03 = 975.4 W,$$

$\Phi_b = 978.1 W$ 。双侧强化管  $N_{0.2}$ ,  $k_o = 7372$ , 光管仅为 1255, 强化管  $k_o$  为光管的 5.87 倍, 传热量为四倍左右。

10-37、已知:

在文献[49]中如对附图所示的平直翅片管束外的空气掠流动得出了如下准则方程 (4 排的平均特性):  $Nu = 0.480 Re^{0.489} (560 < Re < 5 \times 10^3)$ 、其中, 特征长度取管子外径,  $Re$  数中的流速为垂流流动方向上最窄截面处的速度, 定性温度为进口与出口截面上气流温度的平均值, 空气侧的换热面积按总表面面积 (计及肋效率) 计算。今用这种翅片管制成高 30cm 的 R134a 蒸汽的冷凝器, R134a 的饱和蒸汽在管内冷凝, 管子竖直放置, 进风面上共 10 排管子, 流动方向为 4 排, 来流空气的温度为  $25^\circ C$ , 迎面风速 (即空气进入换热器前的风速) 为  $2.0 m/s$ 。这种翅片的效率计算比较复杂, 这里近似地取 0.9。风道的截面尺寸为  $0.3 m \times 0.265 m$ 。求: 每秒钟内 R134a 的凝结量的大小, 并比较采用光管时的凝结量。

$$t_m = \frac{25 + 34.5}{2} \approx 30$$

解: 假定空气出口温度为  $34.5^\circ C$ , 则  $^\circ C$ , 近似以  $30^\circ C$  计。

空气的物性为  $\rho = 1.185 kg / m^3, c_p = 1005 J / (kg \cdot K), \nu = 16 \times 10^{-6} m^2 / s$ 。

$$u_{\max} = \frac{2 \times 0.3 \times 0.2625}{(0.3 - 93 \times 0.0002) \times (0.2625 - 10 \times 0.01055)} = 3.56 m / s,$$

最窄截面流速为

$$\frac{u_{\max} d}{\nu} = \frac{0.01055 \times 3.56 \times 10^6}{16} = 2351$$

$$Nu = 0.48 \times 2351^{0.489} = 21.36, \quad h = 21.36 \times 0.0267 / 0.01055 = 54 W / (m^2 \cdot K),$$

$$\begin{aligned} \text{空气侧总传热面积 } A_0 &= 10 \times 4 \times 3.14 \times 0.01055 \times (0.3 - 90 \times 0.0002) + \\ &2 \times (0.02165 \times 4 \times 0.02625 - 40 \times 0.785 \times 0.01055)^2 \times 93 \times 0.9 \\ &= 0.3729 + 2 \times 93 \times 0.9 \times 0.1924 = 0.3729 + 3.72 = 3.593 m^2 \end{aligned}$$

$$\text{从空气侧热平衡: } \Phi_b = 0.3 \times 0.2625 \times 2 \times 1.185 \times 9.5 \times 1005 = 1781.9 W,$$

$$\text{折算到管内热流: } Q_i = \frac{1751.8}{40 \times 3.14 \times 0.00933 \times 0.3} = \frac{1659.6}{0.3515} = 4984 W / m^2,$$

$$40^\circ C \text{ R134a 物性: } \rho = 1146.2 kg / m^3, \lambda = 0.0750 W / (m \cdot K),$$

$$u = \rho \times 0.1554 \times 10^{-6} kg / (m \cdot s), r = 163.23 KJ / kg,$$

$$h_i = 1.177 \left[ \frac{9.8 \times 1146.2^2 \times 0.0750^3 \times 163230}{0.1551 \times 10^{-6} \times 1146.2 \times 4984 \times 0.00933} \right]^{\frac{1}{3}} = 5580 W / (m^2 \cdot K),$$

$$\begin{aligned} \text{总热阻 } R_1 &= \frac{1}{h_0 A_0} + \frac{1}{h_1 A_1} = \frac{1}{54 \times 3.593} + \frac{1}{5580 \times 0.3515} = \frac{1}{199.4} + \frac{1}{1961} \\ &= 0.005015 + 0.0005099 = 0.005525 m^2 \cdot K / W, \end{aligned}$$

$$\Delta t_m = \frac{(40 - 25.0) - (40 - 34.5)}{\ln \frac{15}{5.5}} = \frac{9.5}{1.003} = 9.469$$

$$\Phi_h = \frac{\Delta t}{R_i} = \frac{9.469}{0.005525} = 1714 W, \quad ^\circ C,$$

$\Phi_h$  与  $\Phi_b$  相差小于 4%，计算有效。

$$\text{取换热量为 } 1779, \text{ 凝结量为: } m = \frac{1748}{163230} - 0.0107 kg / s - 38.6 kg / h。$$

采用光管时，空气这侧换热的热阻大大增加，凝结热阻已可略而不计，取  $25^\circ C$

$$\text{的物性计算: } \rho = 1.185 kg / m^3, \lambda = 0.0263 W / (m \cdot K), \nu = 15.53 \times 10^{-6} m^2 / s, Pr = 0.702,$$

$$u_{\max} = \frac{2 \times 0.3 \times 0.2625}{0.3 \times (0.2625 - 10 \times 0.01055)} = \frac{2 \times 0.07875}{0.0471} = 3.344 m / s,$$

$$R_e = \frac{u_{\max} d}{\nu} = \frac{0.01055 \times 3.344 \times 10^6}{15.53} = 2271.7,$$

$$A_0 = 40 \times 3.14 \times 0.3 \times 0.1055 = 0.3975 m^2,$$

按茹氏公式，略去  $\left( \frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.25}$  的影响：

$$Nu' = 0.35 \times \left( \frac{25}{21.65} \right)^{0.2} \times 2272^{0.6} \times 0.702^{0.36} = 0.35 \times 1.029 \times 103.3 \times 0.88 = 32.75,$$

$$Nu = 0.897 \times 32.75 = 29.4, \quad h = \frac{29.4 \times 0.0263}{0.01055} = 73.24 W / (m^2 \cdot K), \quad k_m \approx h_c,$$

$$\Phi_h = Ak\Delta t = 0.3975 \times 73.24 \times 15 = 436.7, \quad \delta_t = \frac{436.7}{0.3 \times 0.2625 \times 1.185 \times 1005 \times 2} = 2.33^\circ C,$$

$$\Delta t_m = \frac{2.33}{\ln \frac{15}{12.67}} = \frac{2.33}{0.1688} = 13.8 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad \Phi_b = 401 \text{ W}, \Phi_h, \Phi_b \text{ 相差大于 } 4\%, \text{ 重算。}$$

$$\delta t = \frac{401}{0.3 \times 0.2625 \times 1.185 \times 1005 \times 2} = 2.14 \text{ } ^\circ\text{C}。$$

$$\text{设空气进出口 } \delta t = 2.2 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad t_m = \frac{2.2}{2} + 25 = 26.1 \text{ } ^\circ\text{C}, \text{ 按此计算物性:}$$

$$\rho = 1.185 \text{ kg/m}^3, \lambda = 0.0264 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}, \nu = 15.63 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.702,$$

$$\text{Re} = \frac{0.01055 \times 3.344 \times 10^6}{15.63} = 2257.1,$$

$$Nu' = 0.35 \left( \frac{25}{21.65} \right)^{0.2} \times 2257.1^{0.6} \times 0.6 \times 0.702^{0.36} = 0.35 \times 1.029 \times 2257.1^{0.6} \times 0.88 = 32.6,$$

$$Nu = 0.897 \times 32.6 = 29.23, h = \frac{29.23 \times 0.0264}{0.01055} = 73.16 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)},$$

$$\Delta t_m = \frac{2.2}{\ln \frac{15}{12.8}} = \frac{2.2}{0.1286} = 13.87 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\Phi_h = 0.3975 \times 73.16 \times 13.87 = 403.4 \text{ W}, \Phi_b = 0.3 \times 0.2625 \times 2 \times 1.185 \times 1005 \times 2.2 = 412.7 \text{ W}, \text{ 两者相差为 } 2.2\%, \text{ 可以成立。}$$

$$\Phi = \frac{403.4 + 412.7}{2} = 408.1 \text{ W}, m = \frac{408.1}{163230} = 0.002499 \text{ kg/s},$$

取 仅原来的 25%。

10-38、已知：文献[49]中还对开缝翅片管束的换热器进行了实验测定，测得空气侧平均换热的特征方程为  $Nu = 0.745 \text{ Re}^{0.493}$ ，开缝翅片的肋效率较不开缝时要小一些，可取为不开缝时的 95%。

求：用这些开缝翅片管束重新经行上题的计算。

解：经过数次试凑计算，取  $t'' = 36.3 \text{ } ^\circ\text{C}$ ， $t_m = 30.65 \text{ } ^\circ\text{C}$ ，空气物性按  $30 \text{ } ^\circ\text{C}$  计算：

$$\rho = 1.165 \text{ kg/m}^3, c_p = 1055 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}, \lambda = 0.0267 \text{ W/(m}\cdot\text{K)},$$

$$\nu = 16 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.701, \text{Re} = \frac{0.01055}{16} \times 10^6 = 2347,$$

$$Nu = 0.745 (2347)^{0.493} = 0.745 \times 45.88 = 34.18,$$

$$h_0 = 34.18 \times 0.0267 / 0.01055 = 86.5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)},$$

$$\Phi_b = 0.3 \times 0.2625 \times 2 \times 1.165 \times 1005 \times 11.3 = 2083 \text{ W}, q_1 = \frac{2028}{0.3515} = 5770 \text{ W/m}^2,$$

$$h_1 = 1.177 \left( \frac{9.8 \times 1146.2^2 \times 0.075^3 \times 163230}{0.1554 \times 10^6 \times 1146.2 \times 0.00933 \times 5770} \right)^{1/3} = 1.177 \times 4383 = 5159 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)},$$

$$R_r = \frac{1}{86.5 \times 3.432} + \frac{1}{5159 \times 0.3515} = \frac{1}{296.9} + \frac{1}{1813} = 0.003368 + 0.0005515 = 0.003918,$$

$$\Delta t_m = \frac{11.3}{\ln \frac{15}{3.7}} = 8.07, \Phi_h = \frac{8.07}{0.003918} = 2059.7 \text{ W} = 2060 \text{ W}, \frac{\Phi_b}{\Phi_h} = \frac{2083}{2060} = 1.011 (1.04),$$

$$\text{计算有效。} \Phi = \frac{2083 + 2060}{2} = 2072 \text{ W}, m = \frac{2072}{163230} = 0.0127 \text{ kg/s}。$$

比平直翅

片提高了约 19%。

### 传热问题综合分析

10-39、试分析保温瓶瓶胆的热量散失途径，并指出在制造胆瓶时采用了那些措施来减少热损失。

解：热量散失的途径（1）通过夹层的辐射换热（2）通过瓶塞的导热（3）通过石棉粒的导热。通过夹层的导热可以不计。

采用的措施：（1）夹空层真空（2）夹层内涂壁以反射率高的薄层。

10-40、已知：直径为  $d_0=50\text{mm}$ ，壁厚  $\delta=5\text{mm}$  的锅炉水冷壁管中流过温度为  $315^\circ\text{C}$  的沸腾水，管壁导热系数  $\lambda/(m\cdot k)$ 。炉膛中的火焰、烟气及炉墙对水冷壁管辐射换热的综合效果可用温度  $T_{w0}=1500^\circ\text{C}$  的环境来代替，水冷壁管外表面的  $\varepsilon=0.8$ ，对流作用可不计。

求：其内、外表面洁净时单位长度上的换热量。

解：因水沸腾换热十分的强烈，其热阻作为估算可以忽略，即  $513^\circ\text{C}$ 。管子外壁单位长度上与炉膛的换热量：

$$\Phi_1 = \pi d_0 \varepsilon \sigma_0 (T_w^4 - T_{w0}^4), \Phi_1 = \frac{2\pi\lambda(T_w - T_{w0})}{\ln(d_0/d_1)},$$

$$\pi d_0 \varepsilon \sigma_0 (T_w^4 - T_{w0}^4) = \frac{2\pi\lambda(T_w - T_{w0})}{\ln(d_0/d_1)}, 0.8 \times 0.050 \times 5.67 \left[ 15^4 - \left( \frac{T_{w0}}{100} \right)^4 \right] = \frac{2 \times 40(T_{w0} - 315)}{\ln(50/40)},$$

由此解得换热量  $T_{w0} = 346^\circ\text{C}$ 。

$$\text{换热量 } \Phi_1 = 3.14 \times 0.8 \times 0.050 \times 5.67 (15^4 - 6.19^4)$$

$$= 0.71215 \times (50625 - 1468.1) = 35007 \text{W/m}。$$

10-41 已

知：在上题中，如果水冷壁管外壁均匀的结了一层厚  $2\text{mm}$  的灰垢，其中  $\varepsilon = 0.9$  其余条件不变。

求：重新计算单位长度的换热量。

$$0.9 \times 0.060 \times 5.67 \left[ 15^4 - \left( \frac{T_{w0}}{100} \right)^4 \right] = \frac{(T_{w0} - T_{w1})}{\ln \frac{d_0'}{d_0} / \lambda_0 + \ln \frac{d_0}{d_1} / \lambda_1}$$

解：

解得  $T_{w0} = 1435\text{K}$ ，单位长度换热量为：

$$\Phi = 0.8653 \times (50625 - 42404) = 7114 \text{W/m}。$$

10-42、一蒸汽管道的保温层外包了油毛毡，表面温度为  $330\text{K}$ ，外径为  $0.32\text{m}$ 。该管道水平地穿过室温为  $22^\circ\text{C}$  的房间，在房间内的长度为  $6\text{m}$ 。试计算蒸汽管道在该房间内的总散热量。

$$\text{解：定性温度： } t_m = \frac{330 - 273 + 22}{2} = 39.5^\circ\text{C}$$

$$\lambda = 0.0276 \text{W/m}\cdot\text{K}$$

$$\text{查空气物性性质 } \gamma = 16.96 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s} \quad \text{Pr} = 0.699$$

$$Gr = \frac{g\Delta t d^3}{\gamma^2} = \frac{9.8 \times \frac{1}{273 + 39.5} \times (330 - 295) \times 0.223}{(16.96 \times 10^{-6})^2} = 4.057 \times 10^7$$

$$(Gr \cdot \text{Pr})_m = 4.057 \times 10^7 \times 0.699 = 2.836 \times 10^7$$

由参考文献[1]，表5—12查得  $c = 0.48$ ， $n = 0.25$

$$Nu = c(Gr \cdot \text{Pr})_m^n = 0.48 \times (2.836 \times 10^7)^{0.25} = 35.03$$

$$h = \frac{\lambda}{d} Nu = 4.39 \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$\text{自然对流散热量： } \Theta_c = hA\Delta t = 4.39 \times 3.14 \times 0.22 \times 6 \times 35 = 637.8 \text{W}$$



$$\begin{aligned}\text{辐射换热量: } \Theta_r &= \varepsilon \sigma_0 A (t_1^4 - t_2^4) \\ &= 0.93 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 3.14 \times 0.22 \times 6 \times (330^4 - 295^4) \\ &= 937W\end{aligned}$$

式中查参考文献[1], 表7-2得,  $\varepsilon=0.93$

总散热量

$$\Theta = \Theta_c + \Theta_r = 637.8 + 937 = 1574.8W$$

10-43、已知：一块表面积为  $A$  的平板埋于绝热材料中（如附图所示）。初始时与温度为  $T_\infty$  的气流处于平衡状态，后突然受到投入辐射  $G$  的作用。平板对  $G$  的吸收比为  $\alpha_1$ ，自身辐射的发射率为  $\xi$ ，平板的热容量为  $mc$ 。此时对流换热的表面传热系数为  $h$ 。取  $G=3000W/m^2$ ， $\alpha_1=0.8$ ， $\xi=0.9$ ， $T_\infty=300K$ ， $mc=20400J/K$ ， $h=50W/(m^2 \cdot K)$ 。

求：试按集总参数法导出平板温度随时间变化的关系式，及当平板又一次处于稳态工况时的温度值。

$$\text{解：(1) 热平衡关系式为：} mc \frac{dT}{dt} = A\alpha_1 G - A\xi\sigma_0(T^4 - T_\infty^4) - Ah(T - T_\infty)$$

$$(2) \text{再次处于稳态时，应有 } \alpha_1 G = \xi\sigma_0(T^4 - T_\infty^4) + h(T - T_\infty),$$

$$\text{即 } 0.8 \times 3000 = 0.9 \times 5.67 \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - 3^4 \right] + 50(T - 300),$$

由此得  $T = 343K$ 。

10-44、已知：设发热表面上一个直径为  $d$  的圆柱形散热肋片被水平的置于温度为  $t_\infty$  的环境中（见习题 2-51 附图），肋片与周围空气发生自然对流换热。肋片表面的发射率为  $\xi$ ，导热系数为  $\lambda$ 。肋片顶端的散热需加以考虑，可作为竖直平板上的自然对流，特征长度取  $0.9d$ 。肋根温度  $t_0$  保持稳定，肋高为  $H$ 。

求：试列出稳态条件下肋片中的温度分布应满足的微分方程及边界条件，并分析所得微分方程的特点，及你对求解这种问题的建议。

解：对任一微元段  $dx$ ，可以列出下列微分方程：

$$\lambda f \frac{d^2 T}{dx^2} - U_{\delta\sigma}(T^4 - T_\infty^4) - U h_1(T - T_\infty) = 0,$$

$$x=0, T=T_0; \quad x=h, \quad -\lambda f \frac{dT}{dx} = f\varepsilon\sigma_0(T^4 - T_\infty^4) + fh_2(T - T_\infty).$$

$$\text{其中：} U = \pi d, h_1 = A \left( \frac{\Delta l}{d} \right)^{0.25} = A_1 \left( \frac{T - T_\infty}{d} \right)^{0.25}, h_2 = A_2 \left( \frac{T - T_\infty}{0.9d} \right)^{0.25}, f = \frac{\pi d^2}{4},$$

系数  $A_1$ 、 $A_2$  取决于温度，但在不大的温度变化范围内可以取为常数。这是关于温度  $T$  的非线性方程，可用数值方法求解，方程中的对流与辐射散量相当于源项。

10-45、已知：120 °C 饱和水蒸气在换热器管子外表面凝结，以加热管内冷水，传热系数  $k=1800W/$

( $\text{m}^2 \cdot \text{K}$ )。

求：(1) 把流量为每小时 2000kg 水从 20 °C 加热到 80 °C 所需的传热面积；(2) 如运行后产生了 0.0004  $\text{m}^2 \cdot \text{K/W}$  的污垢热阻（其计算面积与传热系数相同），这时的出口水温是多少？（进口水温及流量保持不变。）

解：(1)

$$t_{2m} = \frac{20+80}{2} = 50^\circ\text{C}, c_{p2} = 4174 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}),$$

$$\phi = G_2 c_{p2} \delta t_2 (t_2' - t_2'') = \frac{2000}{3600} \times 4174 \times (80 - 20) = 139.1 \text{ kW}, \Delta t_m = \frac{80 - 20}{\ln \frac{120 - 20}{120 - 80}} = 65.48^\circ\text{C}$$

$$A = \frac{\phi}{k \Delta t_m} = \frac{139.13 \times 10^3}{1800 \times 65.48} = 1.18 \text{ m}^2.$$

$$(2) \frac{1}{k^\alpha} = \frac{1}{k} \div R = \frac{1}{1800} + 0.0004 = 9.56 \times 10^{-4}, k^\alpha = 1046.51 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$\text{设 } c_{p2} = 4174 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \text{ 则 } \text{NTU} = \frac{k^\alpha A}{(q_m c)_{\min}} = \frac{1046.5 \times 1.18}{2000/3600 \times 4174} = 0.53,$$

$$\varepsilon = 1 - e^{-\text{NTU}} = 1 - e^{-0.53} = 0.41,$$

$$\therefore t_2' = 20 + 0.41(120 - 20) = 61^\circ\text{C}$$

$$t_{2m} = \frac{20+61}{2} = 40.5^\circ\text{C}, \text{查得 } c_{p2} = 4174 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \text{与假定值一致。}$$

10-46、已知：用在圆管内绕电阴丝的方法来进行大空间内水平圆管的自然对流换热。在一次试验中测得：表面平均温度的热电势  $E_w = 1.88 \text{ mV}$ ，空气温度的热电势  $E_f = 0.96 \text{ mV}$ ，加热功率  $P = 28 \text{ W}$ 。管子外径  $d = 0.08 \text{ m}$ ，长  $l = 0.8 \text{ m}$ 。管子外表面镀铬，发射率  $\xi = 0.06$ 。热电势  $E$  与温度  $t$  的关系为

$$\{t\}_{^\circ\text{C}} = 0.1073 + 26.57 \{E\}_{\text{mV}} - 0.5828 \{E\}_{^\circ\text{C}}^2, \text{式中下标表示 } t \text{ 与 } E \text{ 的单位。}$$

求：该次自然对流换热试验中的对流换热的表面传热系数、Nu 数及 GrPr 数之值。

解：自然对流换热系数 $h$ 由下式决定： $h = \frac{\theta}{A(t_w - t_f)} - \frac{\xi C_0}{(t_w - t_f)} \left[ \left( \frac{T^\infty}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_f}{100} \right)^4 \right]$ ,

$$t_w = 0.1073 + 26.57 \times 1.88 - 0.5828 \times 1.88^2 = 48^\circ C,$$

$$t_f = 0.1073 + 26.57 \times 0.96 - 0.5828 \times 0.96^2 = 48^\circ C, \quad \Psi = 28W, \quad \xi = 0.06,$$

$A = \pi dl = 3.1416 \times 0.08 \times 0.8 = 0.2011 m^2$ , 将这些数据代入得:

$$h = \frac{28}{0.2011 \times (48 - 25.08)} - 0.06 \times 5.67 \times \frac{3.21^4 - 2.98^4}{48 - 25.08} = 5.67 W/(m^2 \cdot K),$$

$$l_m = \frac{48.00 + 25.08}{2} = 36.5^\circ C, \quad \lambda = 0.0273 W/(m \cdot K),$$

$$Nu = \frac{hd}{\lambda} = \frac{5.67 \times 0.08}{0.0273} = 16.6, \quad Pr = 0.700,$$

$$GrPr = \frac{g\beta\Delta t d^3}{\nu^2} Pr = \frac{9.8 \times (48 - 25.08) \times 0.08^3}{309.5 \times 16.624^2 \times 10^{-12}} \times 0.700 = 9.41 \times 10^5.$$

10-47

、已知：在习题 10-43 引入一些无量纲参数： $\theta = T/T_\infty$

$$N_1 = \frac{\alpha_1 G}{T_\infty \alpha}, \quad N_2 = \frac{\xi \sigma T_\infty^3}{h}, \quad r = \frac{A \alpha \sigma}{mc} (\text{无量纲时间}).$$

求：试将平板温度随时间变化的微分方程无量纲化，并利用习题 9-43 中所给的数据计算  $N_1$ 、 $N_2$  之值，

在这些值下用数值方法求解微分方程，并比较  $\tau$  值相当大时数值求解所得结果与 43 题第二部分计算之值是否一致。

解：由习题9-43得： $mc \frac{dT}{dt} = A\alpha_1 G - A\xi\sigma_0(T^4 - T_\infty^4) - Ah(T - T_\infty)$ , 两边除以  $AhT_\infty$ ,

$$\text{得 } mc \frac{d(T/T_\infty)}{d[Aht/(mc)]} = \frac{\alpha_1 G}{hT_\infty} - \frac{\xi\sigma_0 T_\infty^4}{hT_\infty} \left[ \left( \frac{T}{T_\infty} \right)^4 - 1 \right] - \frac{T}{T_\infty} + 1, \quad \text{即 } \frac{d\theta}{dt} = N_1 - N_2(\theta^4 - 1) - \theta + 1, \quad \text{需采用}$$

数值方法求解此式。

10-48、已知：附图所示为温度房顶玻璃所受的各种热交换作用的示意图，图中：

$G_{\xi}$  - 太阳投入辐射;

$G_{\alpha}$  - 大气投入辐射, 在红外辐射范围内 ( $\lambda \geq 8\mu\text{m}$ );

$G_J$  - 温室内物体的投入辐射, 在红外辐射范围内;

$h_0$  - 外部流体对流换热的表面传热系数;

$t_{\infty}$  - 外部空气温度;

$h_i$  - 内部流体对流换热的表面传热系数;

$t_f$  - 温室内空气温度。

该玻璃较薄, 沿厚度方向的导热热阻可以不计。对于  $\lambda < 1\mu\text{m}$

的辐射可以认为该玻璃是透明的: 但对于  $\lambda > 1\mu\text{m}$  的辐射以认为全部吸收。假如辐射热流密度均匀的分布在玻璃表面上, 玻璃温度也是均匀的。太阳辐射按  $5800\text{K}$  黑体辐射处理。

求: (1) 试写出稳态条件下单位玻璃面积上的能量平衡式; (2) 设  $t_g = 27^\circ\text{C}$ ,  $t_1 = 24^\circ\text{C}$ ,  $h_1 = 10\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $h = 55$

$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $G_1 = 1000\text{W}/\text{m}^2$ ,  $G_{\alpha} = 250\text{W}/\text{m}^2$ ,  $G_i = 440\text{W}/\text{m}^2$ . 试估算温室内的温度  $t_f$ 。

解: (1) 对于  $T = 5800\text{K}$  的黑体, 对  $\lambda = 1\mu\text{m} \cdot \text{K}$ , 查得  $F_{b(0-\lambda)} = 71.93\%$ , 故  $F_{b(1-\infty)} = 28.07\%$ , 由

表 7-2, 知玻璃的  $\xi = 0.94$ , 故可得稳态时的热平衡式为:  $0.281G + G + G + h_1(t_1 - t_g) = h_0(t_g - t_{\infty}) + 2$

(2) 将已知数值代入得:

$$0.281 \times 1000 + 250 + 440 + 10(t_1 - 27) = 55(27 - 24) + 2 \times 0.94 \times 5.67 \times$$

$$\frac{1}{3^4}, t_f = 27 - \frac{1}{10}(165 + 863.4 - 281 - 250 - 440) = 27 + 5.74 = 32.74^\circ\text{C}.$$

10-49、已知: 用直径为  $13\text{mm}$  的不锈钢管做水平管外的自然对流换热试验。在不锈钢管两端通电加热,

电阻为  $4\Omega/\text{m}$ 。使钢管表面温度不超过  $300^\circ\text{C}$ , (1) 不锈钢管置于  $20^\circ\text{C}$  的静止空气中; (2) 不锈钢管置于高压水中, 水饱和温度超过  $300^\circ\text{C}$ 。不锈钢管表面发射率可按氧化后的钢处理。

求: 上面两种情况下不锈钢管所能的允许的最大电流。

解: (1) 不锈钢管允许的最大电流所产生的热量等于  $t_w = 300^\circ\text{C}$  时的自然对流散热及辐射散热之和

$$t_w = \frac{300 + 20}{20} = 160^\circ\text{C}, \lambda = 0.0364\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), \nu = 30.09 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.682,$$

$$Gr = \frac{9.8 \times (300 - 20) \times 0.013^3}{30.09^2 \times 10^{-12} \times 433} = 15377, Gr \cdot \text{Pr} = 15377 \times 0.682 = 10487.$$

$$h_0 = 0.48 \times 10487^{0.25} \times 0.0364 / 0.013 = 13.60\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$h_1 = \frac{\xi \sigma_0 (T_w^4 - T_{\infty}^4)}{T_w - T_{\infty}} = \frac{0.8 \times 5.67 \times (5.73^4 - 2.93^4)}{300 - 20} = 16.27\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}).$$

$$\therefore h = h_0 + h_1 = 13.60 + 16.27 = 29.87\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), q = h\Delta t = 29.87 \times 280 = 8363.5\text{W}/\text{m}^2,$$

$$q_1 = \pi d q = 3.1416 \times 0.013 \times 8363.5 = 341.6\text{W}/\text{m}, I^2 R = 341.6\text{W}/\text{m}$$

$$I = \sqrt{341.6/4} = 9.24\text{A}.$$

(2) 置于水中时,

电流所产生的热量等于自然对流散热量,  $t_{\text{水}} = 160^\circ\text{C}$  时,

$$\lambda = 0.683 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), \quad \nu = 0.191 \times 10^{-6} \times 1.1 = 4.198 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 1.10,$$

$$G_r = \frac{9.8 \times (300 - 20) \times 0.013^3}{0.191^2 \times 10^{-12} \times 433} = 3.816 \times 10^8, \quad G_r \cdot \text{Pr} = 3.816 \times 10^8 \times 1.1 = 4.198 \times 10^8$$

$$h = 0.48 \times (4.198 \times 10^8)^{0.25} \times 0.683 / 0.013 = 3609.8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$q = h\Delta t = 3609.8 \times 280 = 101074 \text{ W}/\text{m}^2, \quad q_1 = \pi d q = 3.1416 \times 0.013 \times 101074 = 41280 \text{ W}/\text{m},$$

$$I = \sqrt{41280/4} = 101.6 \text{ A}.$$

10-50、

已知：在一次外层空间试验里，一个很小的仪器被投放到宇宙空间中，假设此仪器可以近似地看作直径 4cm 的经过表面处理的铝球，初始温度为  $30^\circ\text{C}$ 。球的温度降低到 40K 时个仪器会失效。设宇宙空间可视为为 OK 的黑体，球的表面发射率取为 0.96，铝的物性可近似地取常温下纯铝的值。

求：估计该仪器能工作多长时间而不失效。

解：采用集总参数法来分析问题，由于铅球温度在不断地变化，故可列出：

$$\rho c v \frac{dT}{dt} + A \xi \sigma_0 (T^4 - T_\infty^4) = 0, \text{ 即 } \frac{dT}{dt} = - \frac{A \xi \sigma_0 T^4}{\rho c v}, \quad \frac{dT}{T^4} = - \frac{A \xi \sigma_0}{\rho c v} dt,$$

$$\text{积分之得 } \frac{1}{3} T^3 = \frac{A \xi \sigma_0}{\rho c v} t + C, \quad t = 0 \text{ 时, } T = T_0, \therefore C = \frac{1}{3} T_0^3, \text{ 即: } t = \frac{1}{3} (T^3 - T_0^3) \frac{\rho c v}{A \xi \sigma_0},$$

$$\text{把已知数值代入 } \frac{\rho c v}{A \xi \sigma_0} = \frac{2710 \times 902 \times \frac{4}{3} \pi 0.02^3}{4 \pi 0.02^3 \times 0.96 \times 5.67 \times 10^{-8}} = 2.99385 \times 10^{11},$$

$$\therefore t = \frac{1}{3} \times \frac{T^3 - T_0^3}{3.3401 \times 10^{-12}}$$

$$T_0 = 303 \text{ K}, T = 40 \text{ K}, \text{ 则 } t = \frac{1}{3} \times \frac{40^3 - 303^3}{3.3401 \times 10^{-12}} = 1555.7 \times 10^3 \text{ s} = 432.1 \text{ h} = 18 \text{ d}.$$

10-51, :  $t_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$ , 长期工作允

许的表面温度为  $70^{\circ}\text{C}$ , 此时每1000m长铝母线的电阻为  $r_0 = 0.0366\Omega$ , 母线表面涂漆。图中支柱绝缘是在有限几个地点上用来支撑母线用的, 计算时可以认为母线的四周全是架空的, 按电工标准, 这种母线单根立放时的允许电流为1820A, 由于顶面与底面的自然对流换热标热传热系数可取与侧面相同的值。

求: 估计附图所示的铝母线长期工作的最大允许最大电流。并把你的计算结果与标准值比较。

$$\text{解: 自然对流换热: } t_m = \frac{25 + 70}{2} = 47.5^{\circ}\text{C}$$

$$\lambda = 0.0281\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}), \nu = 17.70 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}, \text{Pr} = 0.698,$$

$$\text{Gr} = \frac{9.8 \times (70 - 25) \times 0.13}{17.72 \times 10^{-6} \times 12 \times 320.5} = 4.392 \times 10^6, \text{GrPr} = 4.392 \times 1069 \times 0.698 = 3.066 \times 10^6.$$

$$\text{Nu} = 0.59 \times (3.066 \times 10^6)^{0.25} = 24.69, hc = 24.69 \times 0.0281 / 0.1 = 6.937\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K});$$

$$\psi k = (0.1 \times 2 + 0.01 \times 2) \times 45 \times 6.937 = 68.681\text{W}/\text{m}.$$

$$\text{副热散热量} (0.1 \times 2 + 0.01 \times 2) \times 0.94 \times (3.33^4 - 2.98^4) \times 5.67 = 51.71\text{W}/\text{m}.$$

$$\text{所以每米长母线上的总散热量 } \psi_f + \psi_h + \psi_k = 68.68 + 51.71 = 120.391\text{W}/\text{m}.$$

$$\text{允许电流 } I \text{ 由下式决定: } I^2 R = \psi_1,$$

$$\text{其中 } R \text{ 为每米长导线的电阻, 此处 } R = 0.0366 / 1000 = 3.66 \times 10^{-5} \Omega / \text{m},$$

$$\text{故得 } I^2 = 120.39 / (3.66 \times 10^{-5}), \text{ 即 } I = \sqrt{120.39 / (3.66 \times 10^{-5})} = 1814\text{A}.$$

10-52、 已

知: 直径为  $r_1$  的导线 (芯线) 内有电流流过, 其外绝缘层半径为  $r_2$ , 由于电阻而引起的单位长度上的发热率  $\theta$  是均匀的。

$$\text{求证: (1) 芯线表面温度要比环境温度高 } \frac{\psi}{2\pi} \left( \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2 h} \right) \text{ (2) 当 } r_2 \text{ 的大小使得芯线表面温度最低时,}$$

$$\text{其中心温度比环境温度高 } \frac{\psi}{2\pi} \left( \frac{1}{\lambda} \ln \frac{\lambda_2}{r_1 h} + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2\lambda_0} \right), \text{ 其中, } \lambda \text{ 为绝缘层的导热系数, } h \text{ 为外表面复合换热的表面传热系数, } \lambda_0 \text{ 为芯线的导热系数。}$$

证明: (1) 芯线所发出的热量通过绝缘层传递到周围环境中去, 单位长度上的发热量  $\theta$  可以表示成为:

$$\psi + \frac{t_1 - t_2}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda}} = \frac{t_1 - t_\infty}{\frac{1}{2\pi r_2 h}} = \frac{t_1 - t_\infty}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda} + \frac{1}{2\pi r_2 h}}, \text{故芯线表面温度与环境温度}$$

$$\text{之差为 } t_1 - t_\infty = \psi \left[ \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda} + \frac{1}{2\pi r_2 h} \right] = \frac{\psi}{2\pi} \left( \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_2 h} \right).$$

(2) 对于所研究的情形, 散热量是一定的, 当改变 $r_2$ 的大小使绝缘层导热热阻及外表面换热热阻为最小时就达到了临界绝缘直径, 当温度差 $t_1 - t_\infty$ 时, 此时散热量最大, 而当散热量一定时, 则温度差 $t_1 - t_\infty$ 最小, 因而使 $t_1$ 最低的 $r_2$ 应满足 $\frac{hr_2}{\lambda} = 1$ 的条件, 即 $\frac{1}{hr_2} = \frac{1}{\lambda}$ 。

对于芯线, 其温度场满足,  $\lambda_c \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d_t}{dr} \right) + \frac{\psi}{\pi r_1^2} = 0$  ( $\frac{\psi}{\pi r_1^2}$  是单位体积芯线中的发热率)。对此作两次积分得:  $t = \frac{\psi}{4\pi r_1^2} \frac{r^2}{\lambda_0} + c_1 \ln r + c_2$ , 因为在 $r = 0$ 处 $t$ 为有限,  $\therefore c_1 = 0$ , 芯线中

$$\text{心 } (r = 0) \text{ 与表面 } (r = r_1) \text{ 的温差 } \Delta t = c_2 - \left( \frac{\psi r_1^2}{\pi r_1^2 \lambda_0} + c_2 \right) = \frac{\psi}{4\pi \lambda_0}.$$

故得此时芯线中心温度

$$\text{与环境温度之差为}$$

$$\frac{\psi}{2\pi} \left( \frac{1}{\lambda} \ln \frac{\lambda_2}{r_1 h} + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2\lambda_0} \right).$$

10-53、在推导对数平均温差所做的4个假定成立的前提下, 绘制顺流或逆流换热器冷、热流体各自的平均温度沿流动方向变化的曲线时应注意什么问题? 在文献[34]中给出了如图所示的变化曲线, 你认为合理吗?

解: 不合理。从冷热流体温度的角度, 沿着换热面增加方向时增加的, 因而单位面积上的换热量增加的, 而从流体热平衡的角度, 沿换热面增加的方向温度的变化时减小的。两者之间不协调。

10-54、一安置在室外的变压器必须向环境散失 350W 的热量。在夏天, 室外气温可高达 308K。设变压器的散热量可以看成是高 1m、直径为 0.5m 的圆柱体侧面与顶面的散热。太阳的平均照射热流密度为 700W/m<sup>2</sup>。外壳涂漆, 对太阳能的吸热比为 0.2。由于变压器四周尚有其他杂物, 环境的辐射可近似地看成为环境温度下的黑体辐射。试估算夏天最高气温时的平均外壳温度。

$$\text{解: 先假设外壳平均温度为 } t_w = 65^\circ\text{C}, \quad t_m = \frac{65 + 35}{2} = 50^\circ\text{C}.$$

$$\lambda = 0.0283 \text{ W/(mK)}, \quad \nu = 17.95 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \text{Pr} = 0.698,$$

$$\text{侧面对流散热: } Gr = \frac{9.8 \times (65 - 35) \times 1^3}{17.95^2 \times 10^{-12} \times 323} = 2.825 \times 10^9,$$

$$Gr \text{Pr} = 2.825 \times 10^9 \times 0.698 = 1.972 \times 10^9.$$

$$\text{按表 (5-12), } Nu = 0.59 \times (1.972 \times 10^9)^{1/4} = 124.3, \quad h = 124.3 \times 0.0283/1 = 3.52 \text{ W/(m}^2 \times \text{K)};$$

$$\text{顶面圆盖热表面特性尺度取 0.9d, 则 } Gr = \frac{9.8 \times (65 - 35) \times 0.45^3}{17.95^2 \times 10^{-12} \times 323} = 2.574 \times 10^8,$$

$$Gr \text{Pr} = 2.574 \times 10^8 \times 0.698 = 1.797 \times 10^8.$$

$$\text{按表 (5-12), } Nu = 0.59 \times (1.797 \times 10^8)^{1/4} = 68.3, \quad h = 68.3 \times 0.0283/0.45 = 4.29 \text{ W/(m}^2 \text{K)},$$

$$\Phi_\tau = 3.1416 \times 1 \times 0.5 \times 3.52 \times 30 + \frac{3.1416}{4} \times 0.5^2 \times 30 \times 4.29 = 165.9 + 25.27 = 191.2 \text{ W}, \text{ 辐射换热}$$

$$\Phi_{\tau} = 0.92 \times \left( 3.1416 \times 0.5 + \frac{3.1416}{4} \times 0.5^2 \right) \times 5.67 \times (3.38^4 - 3.08^4) \\ = 0.92 \times 1.766 \times 5.67 \times 40.5 = 373.5W, \quad \Phi = \Phi_c + \Phi_{\tau} = 564.3W。$$

实际应散出的热量为  $\Phi^* = 350 + 1.766 \times 700 \times 0.2 = 597.2W$ 。

$\Phi$  与  $\Phi^*$  相差大于 4，重设  $t_w = 66^\circ\text{C}$ ，空气的物性变化可以忽略而不考虑，

则  $\Phi_c = 199.1 \times 31/30 = 205.7W$ ， $\Phi_r = 0.92 \times 1.766 \times 5.67 \times (3.39^4 - 3.08^4) = 387.6W$ ，

$\Phi = \Phi_c + \Phi_r = 205.7 + 387.6 = 593.3W$ ， $\Phi$  与  $\Phi^*$  的差别小于 1%，故  $t_w = 66^\circ\text{C}$ 。

10-55、温度为  $150^\circ\text{C}$  的热空气流入内径为 100mm、壁厚为 6mm、长为 30m 的钢管，流量为  $0.407 \text{ kg/s}$ 。关外用 40mm 厚的水泥泡沫砖保温，环境温度为  $15^\circ\text{C}$ ，保温层外表面对环境的复合换热表面传热系数为  $9.6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。求该管道出口处的热空气温度。

解：出口温度需要采用迭代的方式求解，正确的  $t^*$  之值应使空气侧热平衡热量等于从空气到环境之间的

传热量。现设： $t^* = 140^\circ\text{C}$ ，则  $t_f = \frac{t^1 + t^*}{2} = 145^\circ\text{C}$ ， $\rho = 0.844 \text{ kg}/\text{m}^3$ ，

$c_{\eta} = 1014 \text{ J}/(\text{kgK})$ ， $\lambda = 0.0353 \text{ W}/(\text{mK})$ ， $\nu = 28.37 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 0.684$ ，

$$u = \frac{q_w}{\rho f} = \frac{0.407}{0.844 \times \frac{\pi}{4 \times 0.1^2}} = \frac{0.407}{0.844 \times 0.00785} = 61.43 \text{ m/s}$$

空气平均流速

$$\text{Re} = \frac{ud}{\nu} = \frac{61.43 \times 0.1}{28.37 \times 10^{-6}} = 216532$$

按式 (5-54)， $Nu = 0.023 \times 216532^{0.8} \times 0.684^{0.3} = 380.77$ ，

$$h = 380.77 \times 0.0353 / 0.1 = 134.4 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})，$$

$$\frac{1}{h_i A_i} = \frac{1}{134.4} \times \frac{1}{3.1416 \times 0.1 \times 30} = 7.8946 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ K}/\text{W}$$

钢管导热系数取为  $42.8 \text{ W}/(\text{mK})$ ，

$$\text{则 } \frac{1}{2\pi\lambda l} \ln \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{2 \times 3.1416 \times 42.8 \times 30} \ln \frac{112}{100} = 0.1405 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ K}/\text{W}$$

取绝热层平均温度为  $80^\circ\text{C}$ ，则  $\vec{\lambda} = 0.099 + 0.0002 \times 80 = 0.115 \text{ W}/(\text{mK})$ ，

$$\frac{1}{2\pi\vec{\lambda} l} \ln \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{2 \times 3.1416 \times 0.115 \times 30} \ln \frac{192}{112} = 248.65 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ K}/\text{W}$$



$$\text{外表面热阻 } \frac{1}{h_2 \pi d_3 l} = \frac{1}{9.6 \times 3.1416 \times 0.192 \times 30} = 57.5646 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ K/W},$$

$$\sum R = (7.8946 + 0.1405 + 248.65 + 57.5646) \times 10^{-4} = 314.2497 \times 10^{-4},$$

$$\Phi_b = \frac{\Delta t_m}{\sum R} = \frac{145 - 15}{314.2497 \times 10^{-4}} = 413.7 \text{ W}$$

$$\text{空气热平衡热量 } \Phi_b = q_m c_p \delta t = 0.407 \times 1014 \times 10 = 4127 \text{ W},$$

$\Phi_h$  与  $\Phi_b$  的差别小于 2.5%，可以认为计算有效。

绝热层温度呀验算：绝热层壁面温度：

$$t = 145 - \frac{4127 + 4137}{2} \times (0.1405 + 7.8946) \times 10^{-4} = 145 - 3.32 = 141.68^\circ \text{C},$$

$$\text{通过绝热层的温度降落 } \Delta t = \frac{4127 + 4137}{2} \times 248.65 \times 10^{-4} = 102.75^\circ \text{C},$$

$$\therefore t = 141.68 - \frac{102.75}{2} = 90.3^\circ \text{C}, \text{ 此值与假定值相等 } 10^\circ \text{C},$$

$$90^\circ \text{C 时绝热材料的 } \vec{\lambda} = 0.099 + 0.0002 \times 90.3 = 0.118 \text{ W/(mK)}。$$

与 0.115 相差 2.6%，由于这一变动将使总热阻减少约 2%，仍然在工程计算允许的偏差范围内，因而可以取  $140^\circ \text{C}$  即为所求之值。

10-56、在 10-9 节的第二个例子中没有考虑水蒸气与管壁之间的辐射换热，试分析下列参数下这一假设的合理性：再热器为光管，内径为  $d_i=45\text{mm}$ ；蒸汽压力  $p=3\text{Mpa}$ ，再热蒸汽温度  $t=550^\circ \text{C}$ ，蒸汽流速  $u=25\text{m/s}$ 。注意，过热蒸汽管内湍流对流换热的平均表面传热系数仍可采用式(5-54)来计算，但因本书中未负有其热物性的表格，所以我们利用文献[12]中的线算图 15 计算得  $h_i=750\text{W/(m}^2 \text{ K)}$ 。再热器的壁温可取为比蒸汽温度高  $40\sim 50^\circ \text{C}$ 。

解：通过计算水蒸气与管壁间辐射换热系数的大小来判断。根据已知条件，

$$P_{H_2O} s = 3 \times 10^6 \times 0.9 \times 0.045 = 1.22 \times 10^5 \text{ Pam}, \quad T_K = 773 \text{ K}, \quad \text{查图 8-39 得 } \varepsilon_{H_2O} = 0.45, \quad \text{取}$$

$$T_w = 550 + 273 = 823 \text{ K}, \quad P_{H_2O} s (T_w / T_g) = 1.22 \times 10^5 \times 823 / 773 = 1.30 \times 10^5 \text{ Pam},$$

$$\text{按 } T_w = 823, \quad P_{H_2O} s = 1.3 \times 10^5 \text{ Pam}, \quad \text{查图 8-39 得 } \alpha_{H_2O} = 0.45,$$

按式 (8-34)，水蒸汽与再热器管壁的辐射换热量：

$$q = 5.67 \left[ \varepsilon_k \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 - \varepsilon_g \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 \right] = 5.67 \times 0.45 (7.73^4 - 8.23^4) = 5.67 \times 0.45 (3570 - 4588) \\ - 2597 \text{ W/m}^2 \quad (\text{负号表示管壁向蒸汽放热})。$$

$$\alpha_r = \frac{q}{\Delta t} = \frac{2597}{50} = 51.9 \text{ W/(m}^2 \text{K)}。$$

占对流换热系数的 6.9%，在初步分析中可以不予考虑。

10-57、水平放置的直径为 2mm 的裸铝线处于 15℃ 的无强制流动的空气中，导线表面温度为 75℃，发射率为 0.3。在此导线外包有厚 1.2mm 的橡胶层，其导热系数为 0.14W/(m·K)，外表面发射率为 0.9。问在同样的电流下，橡胶表面的温度及导线表面的温度各为多少？对于 (GrPr) < 10<sup>4</sup> 时的水平原著外的自然对流，实验得出的式 (5-79) 中的系数 C 与指数 n 为

GrPr	C	n
10 <sup>-2</sup> ~10 <sup>2</sup>	1.02	0.148
10 <sup>2</sup> ~10 <sup>4</sup>	0.850	0.188

解：(1) 裸线：

$$t_m = \frac{15 + 75}{2} = 45^\circ\text{C}$$

热量通过自然对流及辐射散失，

$$\lambda = 0.028 \text{ W/(mK)}, \quad \nu = 17.46 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \text{Pr} = 0.698,$$

$$\text{GrPr} = \frac{9.8 \times 60 \times 0.698 \times 0.002^3}{17.46^2 \times 10^{-12} \times 318} = 33.9, \quad \text{Nu} = 1.02 \times 22.9^{0.148} = 1.718,$$

$$h_c = 1.718 \times 0.023 / 0.002 = 24.05 \text{ W/(m}^2 \text{K)},$$

$$\Phi_k = 3.1416 \times 0.002 \times 60 \times 24.05 = 9.07 \text{ W/m}。$$

$$\Phi_{lr} = \varepsilon \pi d C_0 (3.48^4 - 2.88^4) = 0.3 \times 3.1416 \times 0.002 \times 5.67 \times (146.7 - 68.8) = 0.832 \text{ W/m}$$

$$\Phi_l = \Phi_{lc} + \Phi_{lr} = 9.07 + 0.833 = 9.9 \text{ W/m}。$$

$$t_m = \frac{65}{2} = 32.5^\circ\text{C}$$

(2) 包橡胶层的导线。设外表面温度为 50℃，则

$$\lambda = 0.0269 \text{ W/(mK)}, \quad \nu = 16.24 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \text{Pr} = 0.7,$$

$$\text{GrPr} = \frac{9.8 \times 35 \times 0.7 \times 0.0044^3}{16.24^2 \times 10^{-12} \times 3055} = 253.8, \quad \text{Nu} = 0.85 \times 253.8^{0.148} = 2.407,$$

$$h_c = 2.404 \times 0.0269 / 0.0044 = 14.72 \text{ W/(m}^2 \text{K)},$$

$$\Phi_{lc} = 3.141 \times 0.0044 \times 35 \times 14.72 = 7.12 \text{ W/m},$$

$$\Phi_{lr} = 0.9 \times 3.1416 \times 0.0044 \times 5.67 \times (3.23^4 - 68.8) = 2.825 \text{ W/m},$$

$$\Phi_l = \Phi_{lc} + \Phi_{lr} = 7.12 + 2.825 = 9.94 \text{ W/m}。$$

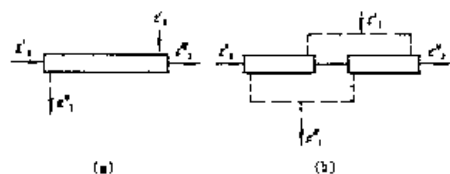
可见此时的散热值与裸线时基本相同，这说明  $t_w = 50^\circ\text{C}$  的加项时正确的（加了绝缘层后，电流大小不变，则导线应散失之值亦相同），通过绝缘层的温差

$$\Delta t \frac{\Phi_l \ln(d_2/d_1)}{2\pi\lambda} = \frac{9.9 \ln(4.4/2)}{2 \times 3.1416 \times 0.14} = 8.9^\circ\text{C}$$

，所以题目的表面温度为  $50 + 8.9 = 58.9^\circ\text{C}$ 。

10-58、用初温为 35℃ 的冷却水来冷却流量为 1.82kg/s、初温为 150℃ 的热油，要求把油冷却到 85℃，而冷却水则加热到 80℃。有人提出了如附图所示的两种方案。这两种方案

都采用逆流式套管换热器，如图 b 所示方案中采用两台大小相等的较小换热器来代替图 a 中的一台大的换热器，水侧为串联，油侧为

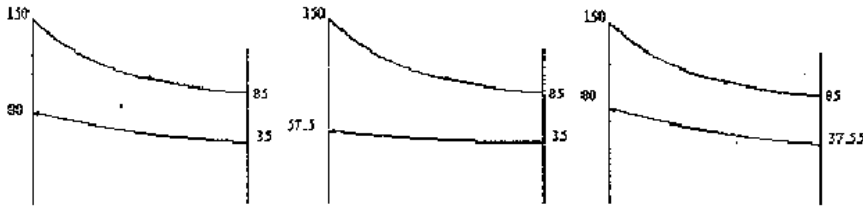


并联，油量均分。设油的平均比热容为  $2.1\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，水的平均比热容为  $4.2\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，大小换热器的总传热系数均为  $850\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，试确定哪一种方案所需的传热面积较小。

解 (1) 单个换热器。

由热平衡求油地流量， $q_{m1} \times 2100 \times (150 - 85) = 1.82 \times 4200 \times (80 - 35)$ ， $q_{m1} = 2.52 \text{ kg/s}$ ，

$$\Delta t_m \frac{\Phi}{k \Delta t_m} = \frac{343980}{59.44 \times 850} = 6.81 \text{ m}^2$$



(2) 两个小换热器。

先确定第一个换热器的出口水温  $t_{m1}$ ，由于油量均分，故每个换热器的传热量为：

$$\frac{1}{2} \times 343980 = 171990 \text{ W}, \quad \delta t_2 = \frac{\Phi}{Q_{m2} c_{p2}} = \frac{171990}{1.82 \times 4200} = 22.5 \text{ } ^\circ\text{C},$$

由于水侧热平衡，

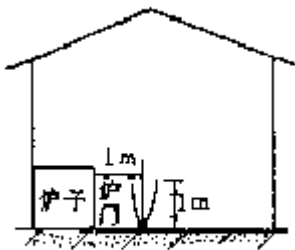
$$\therefore t_{m1} = 35 + 22.5 = 57.5 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\Delta t_{m1} = \frac{92.5 - 50}{\ln(92.5/50)} = 69.1 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad A_1 = \frac{171990}{850 \times 69.1} = 2.929 \text{ m}^2;$$

$$\Delta t_{m2} = \frac{70 - 27.5}{\ln(70/27.5)} = 45.49 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad A_2 = \frac{171990}{850 \times 45.49} = 4.448 \text{ m}^2$$

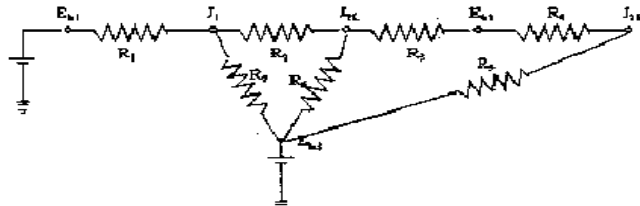
$$\therefore A = A_1 + A_2 = 2.929 + 4.448 = 7.377 \text{ m}^2 > 6.81 \text{ m}^2.$$

10-59、一工业用炉的炉门尺寸为  $1\text{m} \times 1\text{m}$ 。由于其向火侧不能附设足够的绝热材料，故炉门外壁温度仍高达  $140^\circ\text{C}$ 。为减少对室内其他物体的热辐射，在距炉门  $1\text{m}$  处有设置了一块与炉门平行且同样尺寸的金属遮热板（如附图所示）。设炉门外表面的发射率为  $0.85$ ，挡板两个表面的发射率均为  $0.75$ ，室温为  $25^\circ\text{C}$ ，试确定挡板处于稳态工况时的壁面温度。



解：处于稳态时，遮热板与环境间的净辐射还热量等于板的两表面的自然对流散热，为便于计算，遮热板与炉门间的空气温度也取为  $25^\circ\text{C}$ 。

(1) 辐射换热计算。辐射换热网络图如下图所示。



炉门为表面 1，环境为 3，遮热板的两个表面分别为  $2L$  和  $2R$ 。

$$X_{1,2L} = 0.2, \quad X_{1,3} = 0.8, \quad X_{2L,3} = 1,$$

$$R_1 = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} = \frac{1 - 0.85}{0.85} = 0.1765, \quad R_2 = \frac{1}{A_1 X_{1,2}} = \frac{1}{1 \times 0.2} = 5, \quad R_3 = \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} = \frac{1 - 0.75}{0.75} = 0.3333,$$

$$R_4 = R_3 = 0.3333, \quad R_5 = \frac{1}{A_2 X_{2R,3}} = 1, \quad R_6 = \frac{1}{A_2 X_{2L,3}} = \frac{1}{0.8} = 1.25, \quad R_7 = \frac{1}{A_1 X_{1,3}} = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\frac{E_{b1} - J_1}{R_1} + \frac{J_{2L} - J_1}{R_2} + \frac{E_{b3} - J_1}{R_3} = 0$$

对节点  $J_1, J_{2L}$  及  $J_{2K}$  写出节点方程：

$$\frac{J_1 - J_{2L}}{R_2} + \frac{E_{b2} - J_{2L}}{R_3} + \frac{E_{b3} - J_{2L}}{R_6} = 0 \quad ; \quad \frac{E_{b2} - J_{2R}}{R_4} + \frac{E_{b3} - J_{2R}}{R_5} = 0$$

将各热阻值代入，并注意到： $E_{b1} = 5.67 \times 4.13^4 = 1649.6 \text{ W/m}^2$

$$E_{b3} = 5.67 \times 2.98^4 = 447.1 \text{ W/m}^2$$

于是有：

$$\frac{1649.6 - J_1}{0.1765} + \frac{J_{2L} - J_1}{5} + \frac{447.1 - J_1}{1.25} = 0 \quad \dots\dots(1);$$

$$\frac{J_1 - J_{2L}}{5} + \frac{E_{b2} - J_{2L}}{0.3333} + \frac{447.1 - J_{2L}}{1.25} = 0 \quad \dots\dots (2);$$

$$\frac{E_{b2} - J_{2R}}{0.3333} + \frac{447.1 - J_{2R}}{1} = 0 \quad \dots\dots (3)。$$

由 (1), (2) 两式得  $J_{2L} = 162.46 + 0.75E_{b2}$ ，由 (3) 得  $J_{2R} = \frac{3E_{b2} + 447.1}{4}$ ，

$$\frac{J_{2L} - E_{b2}}{\frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} + \frac{J_{2R} - E_{b2}}{\frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = 2hA_2(T_2 - 298)$$

于是辐射换热与对流的平衡可表示为：

(2) 自然对流换热系数计算，先假定  $t_2 = 37^\circ\text{C}$ ，则  $t_m = \frac{37 + 25}{2} = 31^\circ\text{C}$ ，

$\lambda = 0.0268 \text{ W/(mK)}$ ， $\nu = 16.7 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $\text{Pr} = 0.701$ ，

$$Gr = \frac{9.8 \times (31 - 25)}{16.7^2 \times 10^{-12} \times 304} = 6.936 \times 10^8, \quad Gr\text{Pr} = 6.936 \times 10^8 \times 0.701 = 4.862 \times 10^8。$$

$$Nu = 0.59(Gr\text{Pr})^{0.25} = 0.59 \times (4.862 \times 10^8)^{0.25} = 87.61$$

$$h = 87.61 \times \frac{0.0268}{1} = 2.348 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

将已知值代入上述平衡方程得  $3(J_{2L} - E_{b2}) + 3(J_{2R} - E_{b2}) = 2 \times 2.348 \times (T_2 - 298)$ ，  
再将  $J_{2L}, J_{2R}$  的关系式代入，得：

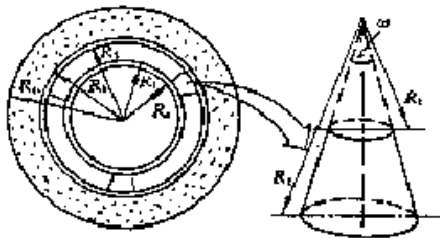
$$3(162.46 + 0.75E_{b2}) - 3E_{b2} + 3 \times \frac{3E_{b2} + 447.1}{4} - 3E_{b2} = 4.796(T_2 - 298)$$

$$8.505 \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 + 4.796T_2 = 2251.91$$

整理之得：

解此方程得： $T_2 = 309\text{K}$ ， $t_2 = 36^\circ\text{C}$ ，与假设值  $37^\circ\text{C}$  仅差  $1^\circ\text{C}$ ，故上述计算有效。

10-60、一种存放液氮的钢制球形容器如附图所示。它由两层同心钢制球壳（第一层的内、外半径分别为  $R_0$ 、 $R_1$ ，第二层的内外半径分别为  $R_2$ 、 $R_3$ ）及求外的保温层（内、外半径分别为  $R_3$ 、 $R_4$ ）组成。在第一层球壳及第二层球壳之间

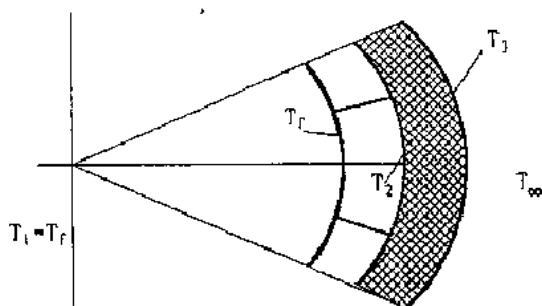


（ $R_1 < R < R_2$ ）为真空，且半径为  $R_1$ 、 $R_2$  的球面抛光良好而可作为理想的反射体。这两层球壳之间用对称布置的 4 个圆锥状实心柱体支撑（见附图， $w = 2.4 \times 10^{-2} \text{ sr}$ ），其导热系数为温度的线性函数，并已知： $T = 50\text{K}$  时  $\lambda = 0.05 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ， $T = 300\text{K}$  时  $\lambda = 5 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ；钢壳的导热系数也是温度的线性函数，且  $T = 50\text{K}$  时  $\lambda = 5 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ， $T = 300\text{K}$  时  $\lambda = 15 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 。保温材料为玻璃棉， $\lambda = 3 \times 10^{-2} \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ，可视作常数。77K 的液态氮存储于半径为  $R_1$  的球容器中，其

汽化潜热  $r = 2 \times 10^2 \text{ kJ/kg}$ ， $\rho = 808 \text{ kg/m}^3$ 。环境温度  $T_\infty = 298\text{K}$ 。 $R_0 = 0.149\text{m}$ ， $R_1 = 0.150\text{m}$ ， $R_2 = 0.200\text{m}$ ， $R_3 = 0.201\text{m}$ ， $R_4 = 0.300\text{m}$ ，保温层外表面复合换热的表面传热系数  $h = 10 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ 。试计算该钢制球形容器中存放的 50%

容积的液氮经多少天可能全部蒸发掉。假定过程时稳态的。

解：



假设 (1) 储存器内得热量传递都是导热过程 (略去球表面之间得辐射换热)。(2) 是一维的; (3) 过程是稳态的; (4) 在  $R_0$  内一直维持在液氮温度 77K, 而环境温度为 298K。

从热阻的数量及级分析可以知道通过球壳的导热热阻完全可以不计  
 $\left( \frac{\delta}{\lambda} \approx \frac{0.001m}{10W/(mK)} = 0.0001m^2K/W \right)$ , 按球全面级积分:

$$R_f = \frac{1}{4 \times 3.14 \times 10} \left( \frac{1}{0.149} - \frac{1}{0.150} \right) = 0.000354 m^2 K/W,$$

稳态时通过四个支撑的到热量=通过外层绝热层的到热量。

设每个支撑的立体角为  $\omega$ , 球容器所散失的热流量为  $\Phi$ , 则对每个支撑有:

$$\frac{\Phi}{4} = \omega r^2 \left[ -\lambda(T) \frac{dT}{dr} \right], \quad R_1 \leq r \leq R_2, \quad \text{代入 } \lambda(T) = AT + B,$$

由已知得  $A = 4 \times 10^{-4}$ ,  $B = 0.03 W/(mK)$ , 代入上式  $\frac{\Phi}{4} = -\omega r^2 (AT + B) \frac{dT}{dr}$ , 积分得:

$$\Phi = -4\omega \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \left[ \frac{A}{2} (T_3^2 - T_1^2) + B(T_3 - T_1) \right]$$

( $\Phi > 0$  表示热量由内向外,  $\Phi < 0$  表示热量由外向内),  $T_1 = T_f$ 。

从绝热材料导热及外表面散热的角度:

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{T_3 - T_\infty}{\frac{1}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} \right) + \frac{1}{4\pi R_4^2 h_0}} \\ &= \frac{T_3 - T_\infty}{\frac{1}{4 \times 3.14 \times 0.03 \left( \frac{1}{0.201} - \frac{1}{0.300} \right)} + \frac{1}{4 \times 3.14 \times 0.3^2 \times 10}} = \frac{T_3 - T_\infty}{4.3572 + 0.0885} \end{aligned}$$

因而得：

$$-4\omega \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \left[ \frac{A}{2} (T_3^2 - T_1^2) + B(T_3 - T_1) \right] = \frac{T_3 - T_\infty}{4.4457},$$

$$-4 \times 2.4 \times 10^{-2} \frac{0.15 \times 0.2}{0.2 - 0.15} \left[ \frac{4 \times 10^{-4}}{2} (T_3^2 - 77^2) + 0.03(T_3 - 77) \right] = \frac{T_3 - 298}{4.4457},$$

由此迭代解得

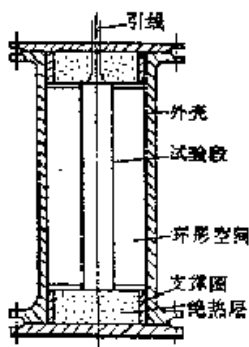
$$T_3 = 292.3K, \quad \Phi = \frac{292.3 - 298}{4.4457} = 1.282W,$$

所需时间

$$\tau = \frac{4}{3} \pi R_0^4 \rho L \frac{1}{2} \Phi = \frac{4 \times 3.14 \times 0.149^3 \times 2 \times 10^5 \times 808}{3 \times 2 \times 1.282}$$

$$= 1080.3 \times 808 = 872882.4s = 242.5h \approx 10.1d。$$

10-61、为了进行竖直圆柱状环形空间（夹层）中空气自然对流换热的试验，专门设计了如附图所示的装置。内管壁系一组合壁，壁中有一层电加热丝，且加热丝与金属壁绝缘，内壁上同时装有测壁温的热电偶若干对，其余结构如图所示。试分析从内部发出的热量是通过哪些传热方式散发到周围环境中去的。为了计算环形夹层中自然对流换热的表面传热系数，需要吧从内管发出、通过非自然对流方式传递的热量扣除。由于形式复杂及表面的发射率难以确定等因素，这部分热量无法用现有的经验公式通过计算扣除。你能否设想一种通过实验的方法来确定总热量中通过非自然对流方式散失的热量的方案。试验时试验段的表面温度可通过热电偶来控制，并维持在 75~80℃左右基本不变。



解：从内管出发得热量通过三种方式传递到周围环境中去，即：（1）环形空间中空气的自然对流；（2）加热表面与外壳内表面间的辐射换热；（3）短路的导热。其中对流方式只有当空气存在时才起作用，而其余两种方式则与空气存在与否关系不大，取决于加热元件表面温度于外壳的温度。为了查明通过非对流方式所散失的热量，可以在保持内外壁温之值基本不变的条件下，把环形空间抽成真空，此时加热管所散失的热量即为通过非自然对流方式散失之值。

10-62、对于气体、液体与固体表面之间的热交换问题，在什么情况下流体与固体表面间不存在辐射换热，或虽然存在但相对于对流换热可以略而不计，学完本书后读者对此应有清楚的了解。试对一下 9 种情况作出判断，并简要说明理由：

- （1） 空气的自然对流换热；
- （2） 空气的强制对流换热；
- （3） 烟气的自然对流换热（例如在一矩形封闭腔内的烟气一侧受热，另一侧被冷却）；
- （4） 烟气的强制对流换热（例如烟气流过锅炉的蒸汽过热器、再热器等）；
- （5） 水及其他液体的自然对流换热；
- （6） 水及其它液体的强制对流换热；
- （7） 过热水蒸气的自然对流换热；
- （8） 过热水蒸气的强制对流换热（如水蒸气在管内作湍流强制对流换热）；

(9) 锅炉炉膛中高温烟气、火焰（1000℃以上）与四周水冷壁管之间的换热。

解：(1) 流体与固体间不存在辐射换热；

(2) 流体与固体间不存在辐射换热；

(3) 流体与固体间存在辐射换热，需与对流换热同时考虑；

(1) 流体与固体间存在辐射换热，对流换热强烈时可以不计辐射；

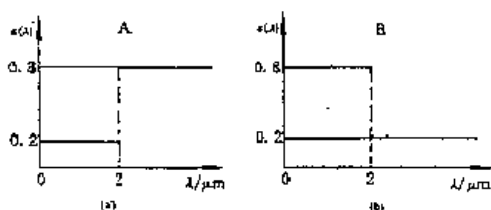
(2) 液体与固体间辐射换热可以不考虑；

(3) 液体与固体间辐射可以不考虑；

(4) 流体与固体间存在辐射换热，需与对流换热同时考虑；

(5) 流体与固体间存在辐射换热，对流换热强烈时可以不计辐射；

(6) 必须考虑辐射换热，对流作用相对较小。



10-63、试查明人造卫星外壳材料的不同对外壳表面平衡温度的影响。卫星在星际空间运行，受到太阳的直接投入辐射  $G=1400\text{W/m}^2$ 。太阳可视为  $T=5800\text{K}$  的黑体，星际空间的温度为  $0\text{K}$ 。卫星内部温度  $T_i$  恒定，且  $T_i=273\text{K}$ 。卫星单位面积表面与其内部的换热量可表示成牛顿冷却公式的形式，其当量表面传热系数  $h=0.4\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。试对于下列三种材料确定卫星表面的平衡温度：(1) 材料的辐射特性可认为是黑体；(2) 选择性吸收材料 A（见附图 a）；(3) 选择性吸收材料 B（见附图 b）。

材料 A、B 的特性均服从兰贝特定律。

解：(1) 材料为黑体时，
$$h(T - T_i) = G - G\sigma_0 T^4, \text{ 即: } 0.4(T - 273) = 1400 - 5.67 \left( \frac{T}{100} \right)^4, \text{ 由此解得: } T = 393\text{K}。$$

(2) 为材料 A 时， $\lambda T = 2 \times 5200 = 11600 \mu\text{mK},$

查表 7-1 得 
$$F_{b(0-2)} = 91.43 + \frac{94.51 - 91.43}{2000} \times 1600 = 93.90\%,$$

故热平衡式为：
$$0.4(T - 273) = 1400 \times 0.939 \times 0.2 + 1400(1 - 0.939) \times 0.8 - \sigma_0 T^4,$$

$\therefore 0.4(T - 273) = 331.24 - \sigma_0 T^4,$  由此解得  $T=276.2\text{K}。$

(3) 为材料 B 时，
$$0.4(T - 273) = 1400 \times 0.939 \times 0.8 + 1400 \times (1 - 0.939) \times 0.2 - \sigma_0 T^4,$$

由此解得  $T = 276.2\text{K}。$

(3) 为材料 B 时，
$$0.4(T - 273) = 1400 \times 0.939 \times 0.8 + 1400 \times (1 - 0.939) \times 0.2 - \sigma_0 T^4,$$

由此解得  $T = 367.3\text{K}。$

10-64、考虑一室内溜冰场的结冰过程。如附图所示， $-30^{\circ}\text{C}$ 的 R152a 制冷剂流经置于水层中的排管，制冷剂在排管内流动的过程中始终保持为液态。每根管子的制冷剂流量为  $0.05\text{kg/s}$ ，管子内径  $d=12\text{mm}$ ，壁厚  $\delta=1\text{mm}$ ，节距  $s=50\text{mm}$ ，管子长  $5\text{m}$ ，水层深  $H=50\text{mm}$ 。考虑水层自  $0^{\circ}\text{C}$  开始到完全结冰的过程。



试问：（1）流出每根管子的制冷剂温度是多少？（2）需要多长时间才能把水层完全冻结为冰。设结冰过程中管子外表面始终保持为  $0^{\circ}\text{C}$ 。冰的凝固热为  $3.34 \times 10^5 \text{J/kg}$ 。

解：设  $t_2'' = -10^{\circ}\text{C}$ ， $t_m = -20^{\circ}\text{C}$ ， $\rho = 1002.5 \text{kg/m}^3$ ， $c_p = 1.645 \text{kJ/(kgK)}$ ，

$$\lambda = 0.1272 \text{W/(mK)}, \quad \nu = 0.2703 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}, \quad \text{Pr} = 3.505,$$

$$\mu_f = 0.2703 \times 10^{-6} \times 1002.5 \text{kg/(ms)}, \quad \mu_w = 0.2235 \times 10^{-6} \times 958.9 \text{kg/(ms)}.$$

设流动已充分发展，于是：

$$\text{Re} = \frac{4rh}{\pi d\mu} = \frac{4 \times 0.02}{3.14 \times 0.012 \times 0.2703 \times 10^{-6} \times 1002.5} = 7835,$$

采用 Gnielinski 公式，

$$\text{则 } f = (1.82 \lg \text{Re} - 1.64)^{-2} = (1.82 \lg 7835 - 1.64)^{-2} = (1.82 \times 3.894 - 1.64)^{-2} = 0.0337.$$

$$\begin{aligned} Nu_f &= \frac{(0.0337/8)(7835 - 1000) \times 3.505}{1 + 12.7 \sqrt{0.0337/8} (3.505^{2/3} - 1)} \left[ 1 + \left( \frac{0.012}{5} \right)^{2/3} \right] \left( \frac{3.505}{3.167} \right)^{0.11} \\ &= \frac{0.00421 \times 23951}{2.076} \times 1.018 \times 1.011 = 49.1 \times 1.018 = 49.98 = 50, \end{aligned}$$

$$h = \frac{50 \times 0.1272}{0.012} = 530 \text{W/(m}^2 \text{K)}.$$

$$\Phi_m = 3.14 \times 0.012 \times 5 \times 530 \times \left[ \frac{20}{\ln(30/10)} - 0 \right] = 0.1884 \times 18.2 \times 530 = 1818 \text{W}$$

每根换热量：

$$\Phi_{hb} = 0.02 \times 1645 \times 20 = 658.$$

再设出口为  $-9^{\circ}\text{C}$ ， $t_m = -19.5^{\circ}\text{C}$ ，温度变化不大，故仍按原物性计算

$$\Phi_{hf} = 3.14 \times 0.012 \times 5 \times 530 \times 9(30 - 9) / \ln(30/9) = 1742 \text{W},$$

$$\Phi_{hb} = 0.05 \times 1645 \times 21 = 1727 \text{W}.$$

。相差小于 1%，计算有效。

$$\Phi = \frac{1741 + 1727}{2} = 1734 \text{W}, \quad \delta t = \frac{1734}{0.05 \times 1645} = 21.08^{\circ}\text{C}, \quad \text{即 } t_2'' = -8.92^{\circ}\text{C}.$$



每一根管子所承担的冷冻体积为：

$$\begin{aligned}\Delta V &= 0.05 \times 5 - \frac{\pi}{4} d^2 \times 5 = 0.05^2 \times 5 - 0.785 \times 0.012^2 \times 5 \\ &= 0.0025 \times 5 - 0.000113 \times 5 = 0.002387 \times 5 = 0.01194 m^3.\end{aligned}$$

$$\text{凝固所需热量 } Q = 0.01194 \times 1000 \times 3.34 \times 10^6 = 3.986 \times 10^6 J。$$

$$\Delta \tau = \frac{3.986 \times 10^6}{1734} = 2299 s = 0.639 h。$$

10-65、直径为 10mm 的铜导线采用聚苯乙烯绝缘，其导热系数为  $\lambda = 0.14 W/(m \cdot K)$ 。该导线常年位于风速为 0.2m/s 的环境中。试计算气温为 20℃ 时能使散热量达到最大的绝缘层厚度及单位长度上的散热量。设导线表面温度维持在 80℃，计算中可采用假定 h 为常数的结论，但应计及辐射换热（与 20℃ 的环境之间发生）。聚苯乙烯塑料表面的发射率为 0.9。

解：先假设  $d' = 14mm$ ，即  $\delta = 2mm$ ，近似地以 70℃ 作为其外表面温度。

$$\text{则 } t_m = \frac{20 + 70}{2} = 45^\circ C, \text{ 空气物性为: } \lambda = 0.02795 W/(mK), \nu = 17.46 \times 10^{-6} m^2/s,$$

$$Re = \frac{0.2 \times 0.014}{17.46} \times 10^6 = 160.4, \quad Nu = 0.615 \times 160.4^{0.466} = 6.554。$$

$$h_o = \frac{6.554 \times 0.002795}{0.014} = 13.1 W/(m^2 K),$$

$$h_r = \varepsilon \sigma_o (T^4 - T_\infty^4) / (T - T_\infty) = \varepsilon \sigma_o (T^2 - T_\infty^2) (T + T_\infty),$$

$$T \text{ 可从热平衡式得出: } \pi d' l \varepsilon \sigma_o (T^4 - 293^4) + \pi d' l h (T - T_\infty) = \frac{2\pi \lambda l (80 - t)}{\ln(d'/d)},$$

$$0.014 \times 0.9 \times 5.67 \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - 2.93^4 \right] + 0.014 \times 13.1 (T - 293) = \frac{2 \times 0.14 (80 - t)}{\ln(14/10)},$$

由此式解得  $T = 338$ ,

$$h_r = 5.67 \times 0.9 (338^2 + 293^2) (338 + 293) \times 10^{-8} = 6443 W/(m^2 K)。$$

$$h = h_r + h_c = 6.443 + 13.1 = 19.54 W/(m^2 K),$$

$$Bi = \frac{h d_{cr}}{\lambda} = 2, \quad d_{cr} = \frac{2\lambda}{h} = \frac{2 \times 0.14}{19.54} = 0.0143。$$

据上述计算，绝缘层外表面温度为  $338 - 273 = 65^\circ C$ ，今以 65℃ 重新计算：

$$t_m = \frac{20 + 65}{2} = 42.5^\circ C, \text{ 空气物性为: } \lambda = 0.0278 W/(mK),$$

$$\nu = 17.21 \times 10^{-6} m^2/s,$$

$$Re = \frac{0.2 \times 0.0143}{17.21} \times 10^6 = 166.2, \quad Nu = 0.615 \times 166.2^{0.466} = 6.663。$$

$$h_c = \frac{6.663 \times 0.0278}{0.0143} = 12.95 W/(m^2 K),$$

$$h_r = 5.67 \times 0.9 (338^2 + 293^2) (338 + 293) \times 10^{-8} = 6.443 W/(m^2 K)。$$

$$h = h_r + h_c = 6.443 + 12.95 = 19.4 \text{ W/(m}^2 \text{K)}, \quad d_{cr} = \frac{2\lambda}{h} = \frac{2 \times 0.14}{19.4} = 0.0144$$

$$0.0144 \times 0.9 \times 5.67 \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - 2.93^4 \right] + 0.0144 \times 12.95 (T - 293) = \frac{2 \times 0.14 (80 - t)}{\ln(14.4/10)}$$

$$\frac{2\pi\lambda l (80 - 64)}{\ln(14.4/10)} = \frac{2 \times 3.14 \times 0.14 \times 16 \times 1}{\ln 1.44} = 38.6 \text{ W/m}$$

由此式解得  $t = 64^\circ\text{C}$ ，最大散热量为

最大散热量之绝热层厚为 2.2mm，散热量为  $38.6 \text{ W/m}$ 。

### 传热学的综合应用

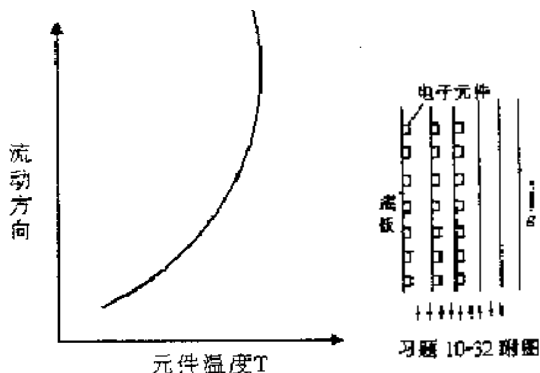
10-66、试分析导热模块（教材图 10-17）中热量的传递过程。弹簧起什么作用？为什么要充入氦气？

解：热量传递路径：芯片  $\rightarrow$  活塞导热  $\rightarrow$  弹簧导热  $\rightarrow$  模块骨架导热  $\rightarrow$  冷却水。弹簧既是导热材料，又起到减少接触热阻作用，充以氦气是为了利用其导热系数较高的特性。

10-67、已知：在电子仪器中常采用如图所示的自然对流方式来冷却电子元件。假设该组件被置于一个较大的机箱内，底板可以认为是绝热的，每个发热元件的功率均一样，且其温度各自接近均匀。

求：试画出沿流动方向发热元件温度分布的定性曲线并解释之。

解：



在入口处由于空气温度低，而且还在与四周冷表面间的辐射换热，因而电子元件的温度也最低，随着流动的进行，电子元件的温度逐步上升，在出口由于电子元件与四周冷表面间的辐射又使得其温度有所下降。

10-68、已知：一台大型交流发电机的一段铁心如图，其轴（x 方向）向厚度为 6cm，两侧开有通风沟，沟内有冷却空气通过。已知铁心发热造成均匀的内热源， $\phi = 8 \times 10^4 \text{ W/m}^3$ ，通风沟表面温度为  $50^\circ\text{C}$ ，铁心的导热系数  $\lambda = 1.9 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 。为简便起见，可近似地按无限大平板处理。

求：试确定铁心中的最高温度。

解：把这一问题按一维无限大平版有内热源的导热问题处理，当平板两侧为第三内边界条件时有：

$$\theta = \frac{\phi}{2\lambda} (\delta^2 - x^2) + \frac{\phi\delta}{h}, \quad \text{今两表面已知，相当于 } h \rightarrow \infty, \quad \text{因而有：}$$

$$t = t_0 + \frac{\phi}{2\lambda} (\delta^2 - x^2),$$

在  $x = 0$  处（及平板中心）温度最高：

$$t_{\max} = t_0 + \frac{\phi}{2\lambda} \delta^2 = 50 + \frac{8 \times 10^4}{2 \times 1.9} \times 0.03^2 = 68.9^\circ\text{C}$$

10-69、已知，发电机转子的磁轭可近似简化成一具有内部均匀热源的空心圆筒体。已知内径半径  $r_1$ 、 $r_0$  处与

温度为  $t_{\text{fa}}$  的冷却流体发生对流换热，表面传热系数  $h$  为无限大，由体积损耗所形成的热源强度为  $\phi$ ，按一维问题处理。

求：磁轭内的温度分布及最高温度所在位置。

解：表面传热系数为无限大，即是第一类边界条件，故有以下数学描述：

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dt}{dr} \right) + \frac{\phi}{\lambda} = 0 \quad r = r_0 \quad r = r_{\infty} \quad t = t_f$$

积分一次可得：

$$r \frac{dt}{dr} = -\frac{\phi r^2}{2\lambda} + c_1$$

再积分一次有：

$$t = -\frac{\phi r^2}{4\lambda} + c_1 \ln r + c_2$$

由边界条件可得：

$$c_1 = \frac{\phi}{4\lambda} \frac{r_0^2 - r_f^2}{\ln(r_0/r_1)} \quad c_2 = t_f + \frac{\phi r_1^2}{4\lambda} - \frac{\phi}{4\lambda} \frac{r_0^2 - r_f^2}{\ln(r_0/r_1)} \ln r_1$$

最高温度处  $\frac{dt}{dr} = 0$ ，故有：

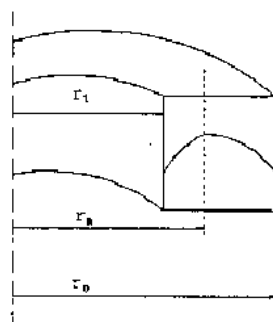
$$\frac{dt}{dr} = -\frac{\phi r}{2\lambda} + \frac{c_1}{r} = 0, \quad r_m^2 = \frac{2\lambda}{\phi} c_1 = \frac{2\lambda}{\phi} \frac{\phi}{4\lambda} \frac{r_0^2 - r_1^2}{\ln(r_0/r_1)},$$

$$\therefore r_m = \sqrt{\frac{r_0^2 - r_1^2}{2 \ln(r_0/r_1)}}。$$

10-70、已知：一台同步发电机转子磁轭的内、外半径分别为  $r_i=1\text{m}$ 、 $r_o=1.6\text{m}$ ，材料导热系数  $\lambda=40\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ，体积损耗所产生的  $\phi=10^5\text{ W}/\text{m}^3$ ，两表面温度均为  $200^\circ\text{C}$ 。

求：试求磁轭的最高温度及其所在位置（磁轭导热的简化模型同上题）。

解：如图：



设  $r_{\infty}$  为筒体内温度最高处的半径，则据上题有：

$$r_m = \sqrt{\frac{r_o^2 - r_i^2}{2 \ln(r_o/r_i)}}$$

$$t_m = t_f + \frac{\phi}{4\lambda}(r_1^2 - r_p^2) + \frac{\phi r_m^2}{2\lambda} \ln \frac{r_m}{r_1}, \quad r_m = \sqrt{\frac{1.6^2 - 1^2}{2 \ln 1.6}} = \sqrt{\frac{1.56}{0.94}} = 1.288m,$$

$$\begin{aligned} t_m &= 200 + \frac{10^5}{4 \times 40} (1^2 - 1.288^2) + \frac{10^5 \times 1.288^2}{2 \times 40} \ln \frac{1.288}{1} \\ &= 200 + \frac{10^5 \times (-0.6589)}{160} + \frac{10^5 \times 1.6589}{80} \times 0.253 = 200 - 411.8 + 524.6 = 112.8 + 200 = 312.8^\circ\text{C} \end{aligned}$$

10-71、已知：在一无限大物体中，某点处持续受到流量  $\phi$  (单位为 W) 的加热时，经过  $\tau$  (单位为 s) 时间后

$$\theta = t(r, \tau) - t_0 = \frac{\phi}{4\pi\lambda r} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{r}{\sqrt{4a\tau}} \right) \right],$$

该物体各点的温度可用下式表示：

开热源中心的距离。试利用这一结果来分析下列电火花加工电极材料的选取问题。电火花加工中，火花放电的局布地区的温度会升得很高以致损坏电极，因此电极的熔点应较高而且导热系数应比较大。已知铜的熔点为  $2500^\circ\text{C}$ ， $\lambda = 398 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ；钼的熔点为  $1083^\circ\text{C}$ ， $\lambda = 126 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

求：选用哪种材料作电极较好？

$$\operatorname{erf} \left( \frac{r}{\sqrt{4a\tau}} \right) \rightarrow 0,$$

解：在电极附近相当于  $r \rightarrow 0$  处。

$$\frac{\theta_{\text{Cu}}}{\theta_{\text{Mo}}} = \frac{\phi/(\lambda_{\text{Cu}} \cdot 4\pi r)}{\phi/(\lambda_{\text{Mo}} \cdot 4\pi r)} = \frac{\lambda_{\text{Mo}}}{\lambda_{\text{Cu}}}, \quad \theta_{\text{Cu}} = \theta_{\text{Mo}} \frac{\lambda_{\text{Mo}}}{\lambda_{\text{Cu}}},$$

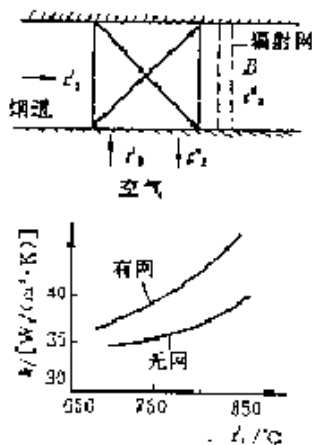
$\therefore$  两种材料在相同的  $\phi$  下的温升为：

当所用功率已使钼达到熔点时 ( $2600^\circ\text{C}$ )，

$$\theta_{\text{Cu}} = \theta_{\text{Mo}} \frac{\lambda_{\text{Mo}}}{\lambda_{\text{Cu}}} = 2600 \times \frac{126}{398} = 823^\circ\text{C}$$

对铜的电极仅为

10-72、已知：在冶金工业中，为利用从冶金炉排出的废气来加热送到炉子的空气而采用如图的气-气换热器。为强化换热采用多层不锈钢丝网组成辐射网且置于烟道出口。今用实验测定了换热器的传热系数与有辐射网及进口烟温的关系，如图。



求：试分析这一结果是否合理。

解：合理，辐射的影响。

10-73、已知：冰球蓄冷是用以解决夏天用电时白天与夜间峰谷差的方法。即在夜间用电处于低谷时用电制冷让位于球内的水结冰，到白天用电高峰时用冰球来冷却水然后送去空调，从而节省一部分空调用电。今有直径为 10cm 的球壳，球体很薄并且用铜制成。温度为  $10^\circ\text{C}$  的水从外部流过冰球，冰球内的融化过程可认为是一纯导热过程，并且认为冰、水的导热系数相同。

求：试分析：(1) 水速对冰球融化快慢的影响。是否水速越快冰球融化得越快？(2) 提出一个特征数，其大小可以反应边界上对流换热强烈程度对融化速度影响的重要性；(3) 估计此特征数的一值，大于此值后，表面上对流换热的强弱对融化速度已无影响。

解：冰的融化过程取决于两个串联的热阻，即热量从水传递到冰球的外表面（单位面积热阻为  $1/h$ ）及冰球内部的导热阻力（热阻可以用  $R/\lambda$  表示）。因而不是流速越快，融化得越快，当  $Bi$  数  $\frac{hR}{\lambda}$  大于 10 以后，主要热阻已在球的内部导热这一侧，增加流速对于加速融化已无明显好处。

10-74、已知：一般认为，在换热面上结垢要使总传热系数减小。但正如在小直径的管外包绝缘层可能反而导致传热强化一样，对于通过圆管的传热，在管内结垢有可能反而会使传热强化。

求：试分析有哪些因素反而会导致这种结果。

解：(1) 增加内表面的粗糙度。

(2) 管径减小使流动增加。

10-75、已知：美国能源部所主持的一项用铯辐照农产品的研究，是利用铯放射出的能量中所含的 37.6% 的  $\gamma$  射线来照射农产品，以提高产品收成，降低病虫害。把放射性物质铯装在直径为 57mm、长 500mm 的圆柱形容容器内，然后相叠布置如图的情形。在辐射时应通以冷却气流来冷却含铯的容器，因为铯的射线中其余 62.4% 的能量将变成热能（每个圆柱体约 213W），而圆柱体表面温度应不高于 300°C。假设：(1) 24 个叠层布置的圆柱可用相隔宽度为 57mm 的两平板来代替；(2) 两假想平板的高度取为投影高度的 78.5%，即每个铯圆柱只取半个圆柱面作为实际参加换热的表面；(3) 挡板可认为是绝热的；(4) 为使计算结果偏于安全，通道内的对流换热按湍流充分发展状态考虑。

求：试确定在附图的情况下空气的流速需多大才能满足冷却要求。

解：需传递的热量  $\phi = 24 \times 213 = 5112$ ，考虑对称性，单侧  $\phi = 2556$  W，取平均气流速度为  $u_\infty = 5$  m/s，按  $t_m = 30^\circ\text{C}$  计，

$$\rho = 1.165 \text{ kg/m}^3, \quad c_p = 1005 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad \nu = 16 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s},$$

$$\lambda = 0.0267 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}, \quad \text{Pr} = 0.701, \quad \text{Re} = \frac{u_\infty d_e}{\nu} = \frac{5 \times 0.05 \times 2}{16 \times 10^{-6}} = 31250,$$

$$\text{Nu} = 0.023 \times 31250^{0.8} \times 0.701^{0.4} = 0.023 \times 3943.5 \times 0.868 = 78.73,$$

$$h = 78.73 \times 0.0267 / 0.1 = 21 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}.$$

$$\phi_b = 0.05 \times 5 \times 5 \times 1.165 \times 1005 \times \Delta t = 2556, \quad \Delta t = 17.46^\circ\text{C}, \quad t_m = 20 + 17.46/2 = 28.73^\circ\text{C},$$

$$\phi_h = Ah\Delta t = 2556, \quad 0.5 \times 1.0 \times 21 \times \Delta t = 2556, \quad \Delta t = 243.4^\circ\text{C},$$

$$\Delta t = t_w - t_m = t_w - 28.73 = 243.4^\circ\text{C}, \quad t_w = 243.4 + 28.73 = 272.2^\circ\text{C} \leq 300^\circ\text{C}.$$

如按  $u_m = 4.5$  m/s 计算，则温升约为 19°C，故可按 30°C 计算物性，

$$\text{Re} = \frac{4.5 \times 0.1}{16 \times 10^{-6}} = 28125, \quad \text{Nu} = 0.023 \times 28125^{0.8} \times 0.701^{0.4} = 0.023 \times 3624.7 \times 0.868 = 72.36$$

$$h = 72.36 \times 0.0267 / 0.1 = 19.32 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}, \quad 0.5 \times 1.0 \times 19.32 \times \Delta t = 2556, \quad \Delta t = 264.6^\circ\text{C},$$

$$t_w = 264.6 + 29.5 = 294^\circ\text{C} \leq 300^\circ\text{C}, \quad \text{故可取 } u_m = 4.5 \text{ m/s}.$$

10-76、已知：一种测定相变物质（PCM）凝固点的方法如下，将相变物质（固体）放入一根长试管中，试管内安置有一热电偶以测定其温度。将此试管置于温度为  $t_0$  的恒温水浴中， $t_0$  需比预计的凝固点  $t_m$  高。

待试管中的 PCM 全部熔化且温度已十分接近  $t_0$  时，将它从恒温浴中取出置于空气中冷却。用数字采集系统记录试管中 PCM 物质的降温曲线，即可由该曲线确定该材料的凝固点。已知 PCM 的  $\lambda = 1 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ，试管外表面总表面传热系数  $h = 8 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ，试管外半径  $R = 6 \text{ mm}$ 。

求：(1) 分析热电偶所测得之值能否代表整个试管中 PCM 的温度？(2) 画出 PCM 的温度随时间变化的曲线，从温度  $t_0$  ( $> t_m$ ) 一直冷却到接近环境温度  $t_\infty$  ( $< t_m$ )。

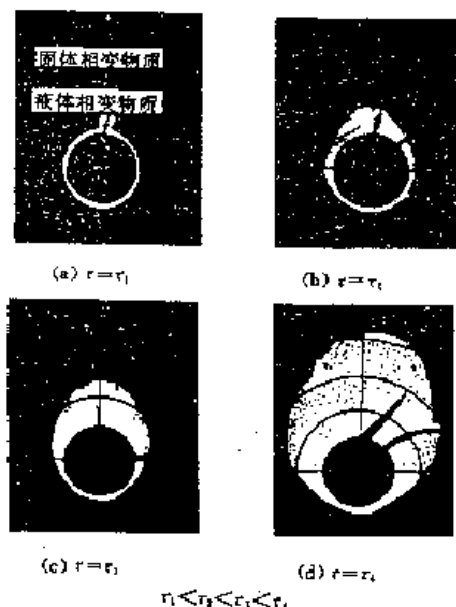
$$\text{Bi} = \frac{hd/2}{\lambda} = \frac{8 \times 0.012/2}{1} = \frac{0.096}{2} = 0.048$$

解：按长圆柱体散热分析， $< 0.1$ ，故可按集总参数法分析。

10-77、已知：采用相变材料（PCM）储能是蓄能技术中最常用的方法。例如，在白天利用太阳能加热水，再

将热水流经置于 PCM 中的圆管使 PCM 熔化，而到晚上再将冷水流过圆管使其受热。附图示出了一根置于方形容器内的管道在均匀受热后不同时刻其周围相变材料熔化的情形。

求：试分析所示四个时刻热量传递的机理。



解：(a) 为纯导热工况；(b) 在管道四周开始形成对流；(c) 自然对流进一步加剧；(d) 在管道四周形成强烈得自然对流。

10-78、已知：机器人目前已广泛应用于生产过程中，特别对于恶劣的工作环境（高温或低温环境）机器人的作用更加明显。但在温度不均匀的环境中工作时必须对机器人的温度场有一个准确的计算，才能对膨胀，收缩等机械变形有合理的预测；以使机器人的动作能达到预期效果。另一方面，高温环境中机器人的手还应有良好的绝热，以免损失机器人。为了预测在高温中工作的某一机械手的温度场，采用了如图所示的二维轴对称模型。设该机械手的初始温度均匀并为  $T_0$ ，后突然处于高温环境中，其中手的表面于温度为  $T_{\infty 1}$  的周围介质对流换热的表面传热系数为  $h_1$ ，于温度为  $T_{\text{huan1}}$  的环境发生辐射换热，其表面发射率为  $\varepsilon_1$ 。相应地手臂表面也有上述这些换热，参数各为  $T_{\infty 2}$ ， $h_2$ ， $T_{\text{huan2}}$  及  $\varepsilon_2$ 。手臂端部为绝热。

求：(1) 写出该机械手温度场的控制方程，物性均已知；(2) 写出初始条件及边界条件；(3) 如果采用数值方法将计算区域分为手臂，手，侧面绝热层及顶端绝热层 4 个区分别计算，那么在每两个区相接合的界面上还应补充什么条件？

解：参见教材第十章文献〔52〕。

10-79、已知：当人的皮肤散热的热流密度为  $58 \text{ W/m}^2$  时感到热，为  $232 \text{ W/m}^2$  时感到舒服，为  $696 \text{ W/m}^2$  时感到很凉快，而为  $928 \text{ W/m}^2$  时感到冷。把人体简化为直径为 0.3m、高 1.75m 的等温柱体，皮肤温度为  $33^\circ\text{C}$ 。

求：试确定当风冷温度为  $-70^\circ\text{C}$  时人的冷暖感觉。

$$\begin{aligned} \text{解：} \quad t_{\infty} &= \frac{33 - 70}{2} = -18.5^\circ\text{C}, \quad \lambda = 0.0228 + \frac{0.0236 - 0.0228}{10} \times 1.5 = 0.02292, \\ \text{Pr} &= 0.716 + \frac{0.712 - 0.716}{10} \times 1.5 = 0.715, \\ v &= \left[ 11.61 + \left( \frac{12.43 - 11.61}{10} \times 1.5 \right) \right] \times 10^{-6} = (11.61 + 0.123) \times 10^{-6} = 11.73 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \\ T &= 273 - 18.5 = 254.5\text{K}, \\ \text{Gr} &= \frac{g\beta\Delta t L^3}{\nu^2} = \frac{9.8 \times \frac{1}{254.5} \times (33 + 70) \times 1.75^3}{11.73^2 \times 10^{-12}} = \frac{9.8 \times 103 \times 5.539}{254.5 \times 137.6 \times 10^{-12}} = 1.545 \times 10^{11} \end{aligned}$$

$$Nu = 0.11(GrPr)^{\frac{1}{3}} = 0.11 \times (1.545 \times 10^{11} \times 0.715)^{\frac{1}{3}} = 0.11 \times (0.4798 \times 10^4) = 527.8,$$

$$h = \frac{Nu\lambda}{l} = \frac{527.8 \times 0.02292}{1.75} = 6.91 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), q'_{\text{con}} = h\Delta t = 6.91 \times (33 + 70) = 712.0 \text{ W}/\text{m}^2$$

$$q_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma_+ (3.06^4 - 2.03^4) = 0.85 \times 5.67 \times (87.68 - 16.98) = 340.73 = 341 \text{ W}/\text{m}^2$$

$$q = 712 + 341 = 1053 \text{ W}/\text{m}^2 > 928 \text{ W}/\text{m}^2。此时人体感到很冷。$$

10-80、已知：冶金工业中直流电弧炉的底阳极及其附近情况如图。底阳极本身为一直径为 400mm、高 530mm 的钢棒，其与铁水直接接触的一端有厚  $\delta_1$  的一层已熔为液体。底阳极另一端用却水冷却，要求其表面温度不高 100℃。底

阳极中按温度的不同可分出三个区域： $\delta_1=106\text{mm}$  的液层，其  $\lambda_1=38 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ；厚  $\delta_2=131.4\text{mm}$  的一层，温度从 1200℃ 降到 860℃， $\{\lambda_2\}_{\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})} = 64(1 - 0.0047\{t\}_{\text{C}})$ ；厚  $\delta_3=292.6\text{mm}$  的一段，温度从 860℃ 降低 100℃， $\{\lambda_3\}_{\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})} = 16.3(1 - 0.0047\{t\}_{\text{C}})$ 。冷却水入口温度为 30℃，出口不能高于 60℃。

求：需水量多少？

解：假设底阳极得导热（从 1500℃ → 100℃）可按一维问题处理，冷却水带走的热量分为两部分，即导热热量及由于焦耳-楞茨效应的发热量，严格讲本题是有内热源的一维导热问题，现近似地分别计算由于温差形成的导热热量及由于电流形成的焦耳-楞茨热量。

$$\bar{\lambda}_2 = 64 \times \left(1 - 0.0007 \times \frac{860 + 1200}{2}\right) = 28.05 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$$

(1) 导热热量：

$$\bar{\lambda}_3 = 64 \times \left(1 - 0.0007 \times \frac{860 + 100}{2}\right) = 42.5 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$$

$$\phi = \frac{\frac{\pi}{4} \times 0.4^2 \times (1500 - 100)}{\frac{0.293}{42.5} \times \frac{0.131}{28.05} \times \frac{0.106}{30.8}} = \frac{0.785 \times 0.16 \times 1400}{6.894 \times 10^{-3} + 4.6702 \times 10^{-3} + 3.442 \times 10^{-3}} = \frac{175.84}{0.015006} = 11718 \text{ W}$$

∴ (2)

$$\text{焦耳-楞茨热: } \phi = I^2 R = I_{\text{max}}^2 R = 12000^2 \times 3.84 \times 10^{-6} = 553 \text{ W}$$

$$\therefore \phi' = 11718 + 553 = 12.27 \text{ KW}, \text{ 水的比热取 } 45^\circ\text{C} \text{ 时的值 } 4174,$$

$$\therefore m = \frac{12271}{4174 \times (60 - 30)} = 0.097995 = 0.098 \text{ kg/s} = 353 \text{ kg/h}$$

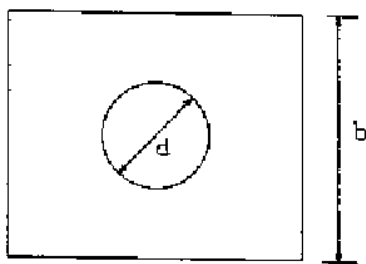
10-81、已知：为了判断水平管中两相流动结构(流态)，文献[54]中提出如图所示的方法：用很细的材料(直径为 5 微米左右)做一对热电偶并装入到要测试是管子中(图中 A)。根据所测得的热电势信号随时间的变化曲线，可以庞大相应的流动状态。设液体温度为  $t_l$ ，汽相温度为  $t_v$ ，且  $t_v > t_l$ ，热电偶接点置于管子中心线处。

求：对附图 2 所示的四中流动结构，试利用传热学的基本知识分析热电偶所测得的热电信号随时间是怎样变化的，并定性地画出温度(热电势)随时间变化的曲线。

解：参见本章参考文献 [54]。

10-82、已知：直径为 10mm 的铜导线运行在环境温度为 20℃、表面传热系数为  $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  的环境中，其表面温度保持为 80℃。今用导热系数  $\lambda=0.16 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  的环境中，其表面温度保持为 80℃。今用导热系数  $\lambda=0.16 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$  的绝缘材料包覆的铜导线。

求：试确定当绝缘层外形分别为圆柱形及正方形时的临界绝缘层厚度，并比较单位体积绝缘层材料所获得得散热量。



解(1)包圆形绝热层时, 临界直径应满足:  $Bi = \frac{hd_0}{\lambda} = 2, \frac{hr_c}{\lambda} = 1, r_c = \frac{\lambda}{h} = \frac{0.16}{10} = 0.016m$ , 即  $r_c = 1.6cm$ 。

$$\frac{\phi_{max}}{L} = \frac{T_1 - T_{\infty}}{\frac{\ln(d_{o,c}/d_1)}{2\pi\lambda}} + \frac{1}{2\pi r_c h} = \frac{80 - 20}{\frac{\ln(16/5)}{2 \times 3.14 \times 0.16}} + \frac{1}{2 \times 3.14 \times 0.16 \times 10} = \frac{60}{1.1576 + 0.9952} = \frac{60}{2.153} = 27.9 W/m$$

最大散热量为:

(2) 包正方形绝热层时, 如图, 从导线到空间的传热包括导热对流。

采用导热形状因子。  $\phi = \Delta t \tau = \frac{\Delta t}{1/(\lambda s)}, \therefore R = \frac{1}{s\lambda} = \frac{\ln\left(1.08 \frac{b}{d}\right)}{2\pi\lambda L}$ ,

总热阻:  $R = \frac{\ln\left(1.08 \frac{b}{d}\right)}{2\pi\lambda L} + \frac{1}{4bLh} = \frac{\ln\left(1.08 \frac{b}{d}\right) + \ln b}{2\pi\lambda L} + \frac{1}{4bLh}$ ,  $b$  的临界值使  $\frac{dR}{db} = 0$ , 于是有:

$$\frac{1}{2\pi\lambda L} \cdot \frac{1}{b} + \frac{1}{4Lh} \cdot \frac{1}{b^2} = 0, \text{ 由此地 } b_{cr} = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\lambda}{h} \right), \therefore b_{cr} = \frac{3.14}{2} \left( \frac{0.16}{10} \right) = 0.02512m$$

$$s = \frac{2\pi\lambda L}{\ln\left(1.08 \frac{b}{d}\right) - \ln\left(1.08 \times \frac{0.02512}{0.01}\right)} = \frac{2 \times 3.14 \times 1}{0.9933} = \frac{6.28}{0.9933} = 6.32$$

形状因子

$$\phi_1 = \frac{80 - 20}{\frac{1}{s\lambda} + \frac{1}{4hb}} = \frac{80 - 20}{\frac{1}{6.32 \times 0.16} + \frac{1}{4 \times 10 \times 0.02512}} = \frac{60}{0.9889 + 0.9552} = \frac{60}{1.9841} = 30.24 W/m^2$$

每 1cm 长绝

缘层所用材料为:

圆形:  $V = \pi(1.6^2 - 0.5^2) = 7.253cm^3$ ;

四边形:  $V = 2.512^2 - 3.14 \times 0.5^2 = 6.310 - 0.785 = 5.525cm^3$ 。

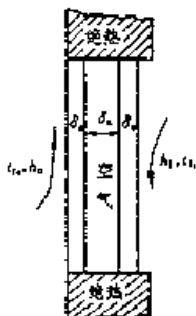
每  $1cm^3$  材料所对应的最大散热量为:

圆形:  $q_v = \frac{27.87 \times 0.01}{7.253} = 3.84 \times 10^{-2} = 0.0384 W/cm^3$ ;

正方形:  $q_v = \frac{30.24 \times 0.01}{5.525} = 0.0547 W/cm^3$ 。

可见为了达到较大散热量采用方形比圆形更节省材料。

## 小论文题目



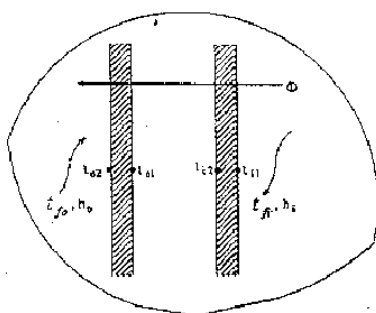
10-83、对于附图所示的双层玻璃窗, 试计算在一个黑暗的冬夜玻璃窗的散热损失。已知条件为:  $\delta_g = 4mm, \delta_a = 8mm$ ; 玻璃高 1.5m, 宽 3m。在宽度方向离开玻璃 2m 处为



墙角，有一股冷风沿着墙面从该墙角吹过窗子外表面。 $t_{fo} = -10^{\circ}\text{C}$ ， $t_{fi} = 20^{\circ}\text{C}$ ，玻璃的导热系数  $\lambda = 0.78\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。设对于波长大于  $3\mu\text{m}$  的辐射能，玻璃的光谱吸收比  $\varepsilon(\lambda) = 1$ 。气体外略平板湍流边界层换热时，若加热段之前有一段非加热段  $l_0$ ，以非加热段起点到所研究地点的距离  $l$  作为  $Nu$  及  $Re$  的特征长度，而在加热段内的平均换热特征可按式计算：

$$Nu_l = 0.028 Re_l^{0.8} \left[ 1 + 0.4 \left( \frac{l_0}{l} \right)^{2.75} \right]$$

解：本体涉及到全部热量传递的公式，由于温度低于  $300\text{K}$ ，物体辐射主要在  $\lambda > 10\mu\text{m}$  的红外射线区，此时玻璃可视为不透明体，而且近似地当作黑体处理。如图所示：



$$\Phi = \frac{t_{fi} - t_{fm}}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta_g}{\lambda_g} + \frac{1}{h_{\infty}} + \frac{\delta_g}{\lambda_g} + \frac{1}{h_o}}$$

玻璃单位面积上的散热量为：

$h_i$  与  $h_o$  也包括辐射与对流，为了计算这些量必须加项  $t_{o2}$ ， $t_{o1}$ ， $t_{i2}$ ， $t_{i1}$ ，为此必须迭代计算。

一、第一步计算设： $t_{\infty} = -10^{\circ}\text{C}$ ， $t_{o2} = t_{o1} = 0^{\circ}\text{C}$ ， $t_{i1} = t_{i2} = 10^{\circ}\text{C}$ ， $t_p = 20^{\circ}\text{C}$ 。

1、计算室内空气中总表面传热系数  $h_i$ ；

2、空气定性温度  $t_m = 15^{\circ}\text{C}$ ， $\lambda = 0.0255\text{W}/(\text{mK})$ ， $\nu = 14.61 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ，

$$Pr = 0.704, \quad \alpha = 20.7 \times 10^{-6}\text{m}^{-1}, \quad Re = \frac{9.8 \times 1 / (273 + 15) \times 1.5^3}{20.7 \times 10^{-6} \times 14.61 \times 10^{-6}} = 3.7974 \times 10^9,$$

$$Gr = Re/Pr = 5.394 \times 10^9, \quad Nu = 0.0292 \times (3.7974 \times 10^9)^{0.39} = 158.99 \approx 159,$$

$$h_{i0} = 159 \times 0.0255 / 1.5 = 2.703\text{W}/(\text{m}^2\text{K}),$$

$$h_{2o} = \sigma_o (T_1^2 + T_{i1}^2) (T_1 + T_{o1}) = 5.67 \times 10^{-8} (293^2 + 283^2) (293 + 283)$$

$$= 5.67 \times 10^{-8} \times (85849 + 80089) \times 576 = 5.4194 \approx 5.42\text{W}/(\text{m}^2\text{K}).$$

$$h_i = h_{i1} + h_{i2} = 5.42 + 2.703 = 8.122\text{W}/(\text{m}^2\text{K}).$$

2、夹层中的  $h_{\infty}$ 。  $t_m = 5^{\circ}\text{C}$ ,  $\lambda = 0.0248 \text{ W}/(\text{mK})$ ,  $\nu = 13.72 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,

$$\alpha = 19.4 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}, \quad Ra = \frac{9.8 \times 1 / (273 + 5) \times 10 \times (8 \times 10^{-3})^3}{19.4 \times 10^{-6} \times 13.72 \times 10^{-6}} = 678.1 < 2000, \quad \text{为纯导热过程,}$$

$$h_c = \frac{\lambda}{\delta} = \frac{0.0248}{0.008} = 3.1 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}),$$

$$h_i = \delta_o (T_c^2 + T_o^2) (T_c + T_o) = 5.67 \times 10^{-6} (273^2 + 283^2) (273 + 283) = 4.87 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$$

$$h_{cr} = h_r + h_c = 4.87 + 3.1 = 7.97 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})。$$

3.  $h_o$  定性温度  $\frac{263 + 273}{2} = 268 \text{ K}$ , 即  $t_m = -5^{\circ}\text{C}$ ,  $\lambda = 0.0240 \text{ W}/(\text{mK})$ ,

$$\nu = 12.86 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad Re = \frac{5 \times 5}{12.86} \times 10^{-6} = 1.944 \times 10^6 > 2 \times 10^5,$$

$$Nu_L = 0.028 Re^{0.8} \left[ 1 + 0.4 \left( \frac{2}{5} \right)^{2.75} \right] = 0.028 \times (1.944 \times 10^6)^{0.8} [1 + 0.4 \times 0.4^{2.75}] = 3104$$

$$h_c = \frac{3104 \times 0.0240}{5} = 14.90 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}),$$

$$h_r = 5.67 \times 10^{-8} (263^2 + 273^2) (263 + 273) = 4.37 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})。$$

$$h_o = h_r + h_c = 4.37 + 14.90 = 19.27 = 19 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})。$$

$$q = \frac{20 - (-10)}{\frac{1}{8.122} + \frac{1}{7.97} + \frac{1}{19}} = \frac{30}{0.1231 + 1.1255 + 0.0526} = \frac{30}{0.3012} = 99.59 \text{ W}/\text{m}^2。$$

二、由上述  $\Phi$  之值计算各点温度。

$$t_{fo} - t_{fi} = \frac{\Phi}{h_i} = \frac{99.59}{8.122} = 12.3^{\circ}\text{C}, \quad t_{o1} - t_{i2} = \frac{0.004}{0.78} \times 99.59 = 0.51^{\circ}\text{C},$$

$$t_{i2} - t_{of} = \frac{\Phi}{h_{CAV}} = \frac{99.59}{7.97} = 12.5^{\circ}\text{C}, \quad t_{o1} - t_{o2} = 0.51^{\circ}\text{C}, \quad t_{o2} - t_{fo} = \frac{99.59}{19} = 5.24^{\circ}\text{C}。$$

于是可以进行第二次迭代计算，取定：

$$t_{fo} = -10^{\circ}\text{C}, \quad t_{o2} = t_{o1} = -5^{\circ}\text{C}, \quad t_{i2} = t_{i1} = 8^{\circ}\text{C}, \quad t_{fi} = 20^{\circ}\text{C}。$$

1、物性参数变化不大，仍按上次计算值选用。

$$GrPr = \frac{9.8 \times 1/287 \times 12 \times 1.5^3}{20.7 \times 10^{-6} \times 14.61 \times 10^{-6}} = 4.573 \times 10^4, \quad Nu = 0.0292 \times (4.573 \times 10^4)^{0.39} = 170.95,$$

$$h_{ic} = 170.95 \times 0.0255/1.5 = 2.91 W/(m^2 K),$$

$$h_{ot} = 5.67 \times 10^{-8} (293^2 + 281^2) (293 + 281) = 5.36 W/(m^2 K)。$$

$$h_i = h_{ir} + h_{ic} = 2.91 + 5.36 = 8.274 W/(m^2 K)。$$

$$2、\quad h_{CAV} t_{p1} = 1.5^\circ C, \quad \lambda = 0.0245 W/(mK), \quad \nu = 13.41 \times 10^{-6} m^2/s, \quad a = 18.98 \times 10^{-6} m^{-1},$$

$$Gr_g Pr = \frac{9.8 \times 1/274.5 \times 13 \times (8 \times 10^{-3})^3}{18.98 \times 10^{-6} \times 13.41 \times 10^{-6}} = 933.6 < 2000, \quad \text{为纯导热过程。}$$

$$h_c = \frac{\lambda}{\delta} = \frac{0.0245}{0.008} = 3.063 W/(m^2 K),$$

$$h_r = 5.67 \times 10^{-8} (281^2 + 268^2) (281 + 268) = 4.694 W/(m^2 K)。$$

$$h_{CAV} = h_r + h_c = 3.063 + 4.694 = 7.757 W/(m^2 K)。$$

$$3、\quad h_o t_m = -7.5^\circ C, \quad \lambda = 0.0238 W/(mK), \quad \nu = 12.65 \times 10^{-6} m^2/s, \quad a = 17.75 \times 10^{-6} m^{-1},$$

$$Re = \frac{5 \times 5}{12.65} \times 10^6 = 1.932 \times 10^6 > 2 \times 10^5, \quad Nu = 0.028 \times (1.932 \times 10^6)^{0.8} = 3088。$$

$$h_c = \frac{3088 \times 0.0242}{5} = 14.700 W/(m^2 K),$$

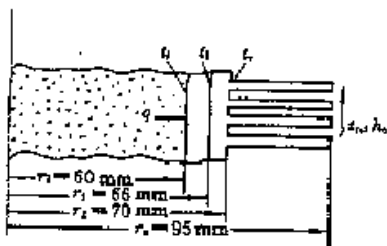
$$h_r = 5.67 \times 10^{-8} (263^2 + 268^2) (263 + 268) = 4.245 W/(m^2 K)。$$

$$h_o = h_f + h_c = 5.245 + 14.70 = 18.945 W/(m^2 K)。$$

$$q = \frac{20 - (-10)}{\frac{1}{8.274} + \frac{1}{7.757} + \frac{1}{18.945}} = \frac{30}{0.12086 + 0.12891 + 0.05278} = 99.16 W/m^2。$$

可见与上述(一)计算相差很小，所以总损失  $\Phi = Aq = 1.5 \times 3 \times 99.2 = 446 W$ 。

10-84 为了有效冷却一圆筒形的燃烧室，在其外壁上设置了一个带肋环的铝制夹套，如附图所示。燃烧室内燃



烧产物与内壁热交换的结果相当于使内壁净吸收热流密度  $q = 10^5 W/m^2$ 。燃烧室壁面的  $\lambda = 30 W/(m \cdot K)$ ，铝材的  $\lambda = 240 W/(m \cdot K)$ 。环肋受气流冷却， $h_0 = 105 W/(m^2 \cdot K)$ ， $t_{f0} = 35^\circ C$ 。(1) 铝夹层与燃烧室外壁接触良好，试计算  $t_i$ 、 $t_1$ 、及  $t_r$  之值；(2) 设接触热阻存在，且  $R_c = 2 \times 10^{-4} m^2 \cdot K/W$ ，试重新计算  $t_i$  及  $t_r$ 。翅片厚 3mm，两翅片中心间的距离为 8mm。

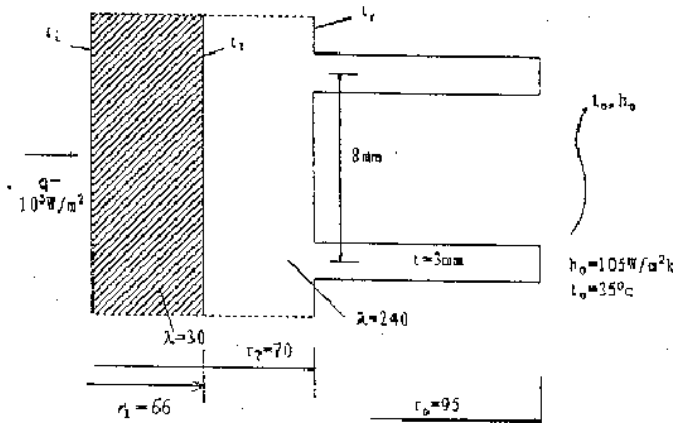
$$\text{解} : \quad r_o' = 96.5 mm, \quad r_A' / r_1 = 1.38, \\ H_c = H + t/2 = 25 + 1.5 = 26.5 mm,$$

$$A_p = H_c t = 26.5 \times 3 = 79.5 \text{ mm}^2,$$

$$H_c^{3/2} [h / (k A_p)]^{1/2} = 0.0265^{3/2} [105 / (240 \times 79.5 \times 10^{-6})]^{1/2} \\ = 0.004314 \times [105 / 0.01908]^{1/2} = 0.004314 \times 74.18 = 0.320,$$

从图表得  $\eta \approx 0.91$ , 每米长轴向长度上有:  $\frac{1000}{8} = 125$  肋片,

$$A_{c\eta} = A_1 + \eta_f A_2 = 3.14 \times 0.14 \times (1 - 125 - 0.003) + 0.91 \times 125 \times 2 \times \pi (0.0965^2 - 0.070^2) \\ = 0.4396 \times (1 - 0.375) + 0.91 \times 125 \times 2 \times 3.14 (0.00931 - 0.0049) \\ = 0.2748 + 3.1503 = 3.425 \text{ m}^2/\text{m}.$$



$$\Phi_f = \frac{t_i - t_o}{\frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln \frac{66}{60} + \frac{1}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{70}{66} + \frac{1}{A_{cf} h_o}} = 3.14 \times 0.12 \times 1 \times q,$$

$$3.14 \times 0.12 \times 10^5 = \frac{t_i - 35}{\frac{1}{2 \times 3.14 \times 30} \times 0.09531 + \frac{1}{2 \times 3.14 \times 240} \times 0.0588 + \frac{1}{105 \times 3.425}},$$

$$3.768 \times 10^4 = \frac{t_i - 35}{0.0005058 + 0.000039 \div 0.002781} = \frac{t_i - 35}{0.003326},$$

$$t_i = 35 + 0.003326 \times 3.768 \times 10^4 = 35 + 125.3 = 160.3^\circ\text{C}.$$

当肋片与铝外壁之间接触热阻为  $R_c = 2 \times 10^{-1} \text{ m}^2 \text{ K/W}$  时,

相当于其间有了一个换热系数为  $\frac{1}{2 \times 10^{-4}} = 5000 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$  的环节,

$$\frac{1}{0.4145 \times 5000} = \frac{1}{2072.5} = 0.0004825 \text{ K/W},$$

$$\text{因而 } t_i = 35 + (0.0004825 + 0.003326) \times 3.768 \times 10^4 = 35 + 143.5 = 178.5^\circ\text{C}.$$

$$\text{无接触热阻时, } t_1 = t_i - 3.768 \times 10^4 \times 0.0005058 = 160.3 - 19.1 = 141.2^\circ\text{C},$$

$$t_r = t_i - 3.768 \times 10^4 \times (0.0005058 + 0.000039)$$

$$= 162.7 - 3.768 \times 10^4 \times 0.0005448 = 160.3 - 20.5 = 139.8^\circ\text{C}.$$

有接触热阻时,  $t_1$  界面处有两个名义温度  $t_{1L}$  与  $t_{1R}$ , 其间存在由于接触热阻而引起的温度差。

$$t_{1L} = t_i - 3.768 \times 10^4 \times 0.0005058 = 178.5 - 19.1 = 159.4^\circ\text{C},$$

$$t_{1R} = t_i - 3.768 \times 10^4 \times (0.0005058 + 0.0004825)$$

$$= 178.5 - 3.768 \times 10^4 \times 9.833 \times 10^{-4} = 178.5 - 37.2 = 141.3^\circ\text{C},$$

$$t_r = t_{fo} + 3.768 \times 10^4 \times 0.002781 = 35 + 104.8 = 139.8^\circ\text{C}。$$

10-85、已知：1967 年，一个叫 Mpemba 的非洲学生发现，热的冰淇淋汁放入冰箱中要比冷的冰淇淋放入冰箱中冷得快。他于是求助于非洲某大学的物理系主任来回答这一问题。这位教授用直径为 45 mm，容量为 1000 cm<sup>3</sup> 的玻璃杯内装不同初温的水来做试验，结果令人吃惊：在初始温度为 30 ~ 80 °C 范围内，放入冰箱的水的初温越高，使水开始结冰所需的时间越短。这在文献中曾称之为 Mpemba 现象。

求：你对这问题的认识如何？如果要通过实验精确地查明实际情形，试验中应注意些什么问题？

解：参见本章参考文献〔53〕。