

面向 21 世纪全国高职高专电子电工类规划教材

# 电 工 基 础

金仁贵 主编

李蛇根 严 辉 副主编

熊婷婷 参编



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

## 内 容 简 介

本书是依据教育部高教司《高职高专教育基础课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》的精神指导编写而成。

全书共分为 6 章, 内容包括: 第 1 章电路基本知识, 第 2 章电路的等效变换, 第 3 章电路的基本分析方法, 第 4 章直流电路的动态分析, 第 5 章正弦交流电路, 第 6 章耦合电感和理想变压器, 及实验和部分习题参考答案。

本书可作为高等职业院校电子、计算机、通信、电气自动化及机电类各专业课程的教材, 也可供有关专业的工程技术人员参考。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

电工基础/金仁贵主编. —北京: 北京大学出版社, 2005.9  
(面向 21 世纪全国高职高专电子电工类规划教材)  
ISBN 7-301-09520-1

I. 电… II. 金… III. 电工学 IV. TM1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 100060 号

书 名: 电工基础

著作责任者: 金仁贵 主编

责任编辑: 韩玲玲

标准书号: ISBN 7-301-09520-1/TM • 0006

出版者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62765126

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn>

电 子 信 箱: [xxjs@pup.pku.edu.cn](mailto:xxjs@pup.pku.edu.cn)

印 刷 者:

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787 毫米×980 毫米 16 开本 9.25 印张 202 千字

2005 年 9 月第 1 版 2005 年 9 月第 1 次印刷

定 价: 16.00 元

# 前 言

本书是依据教育部高教司《高职高专教育基础课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》的精神，在高职高专 21 世纪规划教材课题组的指导下编写而成。

本课程注重学生的素质教育，注重应用型人才能力的培养，立足于工程技术应用。内容突出主线，突出重点，删繁就简，力求做到既为学习后续课程服务，又直接服务于工程技术应用能力的培养。书中增设了实验内容，为培养学生的动手技能提供了技术平台。

全书共分为 6 章，包括电路基本知识，电路的等效变换，电路的基本分析方法，直流电路的动态分析，正弦交流电路，耦合电感和理想变压器。所有内容均简化了复杂的推导与演算，突出实用性与技能性。

本书由安徽工业经济职业技术学院副教授金仁贵担任主编，编写了第 1、6 章及附录的大部分内容，李蛇根老师担任第一副主编，编写了第 2、3、4、5 章及习题解答，熊婷婷老师参加了部分习题解答的编写，并负责全书的录入，安徽建筑工业学院严辉老师参加了第 1、6 章的编写。

全书由金仁贵老师负责统稿，李蛇根负责校对工作。

本书可作为高等职业院校电子、计算机、通信、电气自动化及机电类各专业课程的教材，也可供有关专业的工程技术人员参考。

由于编写时间较紧，加之编者水平有限，书中难免有错漏之处，敬请广大师生、读者批评指正。

编 者

2005 年 7 月

# 目 录

第 1 章	电路基本知识.....	1
1.1	电路、电路模型.....	1
1.2	电路的基本参量.....	2
1.2.1	电流和电压.....	2
1.2.2	参考方向.....	3
1.2.3	电位.....	4
1.2.4	电功率.....	4
1.3	电路的状态和电气设备的额定值.....	6
1.3.1	电路的状态.....	6
1.3.2	电气设备的额定值.....	8
1.4	理想电路元件.....	9
1.4.1	理想电源.....	9
1.4.2	理想电阻元件.....	11
1.4.3	理想电容元件.....	11
1.4.4	理想电感元件.....	12
1.5	基尔霍夫定律.....	13
1.5.1	名词术语.....	13
1.5.2	基尔霍夫电流定律 (KCL) .....	15
1.5.3	基尔霍夫电压定律 (KVL) .....	15
1.6	本章小结.....	17
第 2 章	电路的等效变换.....	22
2.1	网络等效.....	22
2.1.1	等效的定义.....	22
2.1.2	等效的意义.....	23
2.2	电阻网络的等效.....	23
2.2.1	电阻的串联.....	23
2.2.2	分压定理.....	24
2.2.3	电阻的并联.....	24
2.2.4	分流定理.....	25
2.2.5	电阻的混联.....	25

*2.2.6	T型网络与 $\Pi$ 型网络的等效 .....	26
2.3	实际电源模型的等效 .....	28
2.3.1	实际电源的等效 .....	28
2.3.2	实际电源等效时的注意事项 .....	29
2.4	本章小结 .....	31
第3章	电路的基本分析方法 .....	34
3.1	独立的KCL方程和KVL方程 .....	34
3.1.1	电路的独立性原则 .....	34
3.1.2	$2b$ 方程法 .....	35
3.1.3	独立的KCL方程 .....	35
3.1.4	独立的KVL方程 .....	35
3.2	支路电流法 .....	36
3.2.1	支路电流法 .....	36
3.2.2	网孔电流法 .....	37
3.3	节点电压法 .....	39
3.3.1	节点电压法 .....	39
3.3.2	弥尔曼定理 .....	40
3.4	叠加定理 .....	41
3.4.1	叠加定理 .....	42
3.4.2	齐次定理 .....	42
3.5	戴维南定理 .....	44
3.5.1	戴维南等效 .....	44
3.5.2	戴维南定理 .....	44
3.6	最大功率传输定理 .....	45
3.7	本章小结 .....	47
第4章	直流电路的动态分析 .....	52
4.1	动态元件 .....	52
4.1.1	电容的储能 .....	52
4.1.2	电感的储能 .....	53
4.2	动态电路方程的建立 .....	54
4.2.1	方程的建立 .....	54
4.2.2	换路定则 .....	55
4.2.3	初始值的确定 .....	56
4.3	$RC$ 电路的过渡过程 .....	58
4.3.1	零输入响应 .....	58

4.3.2 零状态响应.....	60
4.4 $RL$ 电路的过渡过程.....	61
4.4.1 零状态响应.....	61
4.4.2 零输入响应.....	62
4.5 本章小结.....	64
第5章 正弦交流电路.....	68
5.1 正弦交流电的基本概念.....	68
5.1.1 直流电与交流电的区别.....	68
5.1.2 正弦量的三要素.....	69
5.2 正弦信号的相量表示法.....	71
5.2.1 正弦信号的表示方法.....	71
5.2.2 相量.....	72
5.2.3 正弦量的相量表示法.....	73
5.2.4 相量图.....	75
5.3 正弦电路中的电阻元件.....	75
5.3.1 电阻元件上电压与电流的关系.....	76
5.3.2 电阻元件的功率.....	76
5.4 正弦电路中的电感元件.....	78
5.4.1 电感元件上电压和电流的关系.....	78
5.4.2 电感元件的功率.....	79
5.5 正弦电路中的电容元件.....	81
5.5.1 电容元件上电压与电流的关系.....	81
5.5.2 电容元件的功率.....	83
5.6 相量形式的基尔霍夫定律.....	85
5.6.1 相量形式的基尔霍夫定律.....	85
5.6.2 相量形式的基尔霍夫电压定律.....	85
5.7 $RLC$ 串联电路.....	88
5.7.1 电压与电流的关系.....	88
5.7.2 电路的性质.....	88
5.8 阻抗的串联与并联.....	91
5.8.1 阻抗的串联.....	92
5.8.2 阻抗的并联.....	92
5.9 电路的谐振.....	95
5.9.1 串联谐振.....	95
5.9.2 并联谐振.....	96

5.9.3 功率因数的提高 .....	96
5.10 对称三相电路 .....	97
5.10.1 三相电源的连接 .....	97
5.10.2 三相对称负载的连接 .....	99
5.11 本章小结 .....	101
第6章 耦合电感和理想变压器 .....	106
6.1 耦合电感元件 .....	106
6.1.1 耦合电感的基本概念 .....	106
6.1.2 耦合电感元件的伏安关系 .....	108
6.2 耦合电感的去耦等效模型 .....	109
6.2.1 耦合电感的串联等效 .....	109
6.2.2 耦合电感的T型等效 .....	111
6.3 理想变压器 .....	113
6.3.1 理想变压器的伏安关系 .....	113
6.3.2 理想变压器元件的阻抗变换性质 .....	114
6.4 交流铁芯线圈 .....	115
6.5 电磁铁 .....	115
6.6 本章小结 .....	116
附录A 实验 .....	119
实验一 电阻器、电容器的识别与检测及万用表的使用 .....	119
实验二 基尔霍夫定律的验证 .....	121
实验三 叠加定理的验证 .....	123
实验四 戴维南定理的验证 .....	124
实验五 日光灯照明电路及功率因数的提高 .....	127
附录B 安全用电常识 .....	130
B.1 触电事故 .....	130
B.2 安全用电措施 .....	131
附录C 部分习题参考答案 .....	133
参考文献 .....	138

# 第 1 章 电路基本知识

## 学习提示

本章主要介绍电路的定义、组成、分类，电路中的各种电参量，电路的工作状态，常见的电路元件及其模型，电源的模型。

重点、难点：电流、电压的参考方向及其关联性，电压与电位的关系，基尔霍夫定律。

## 1.1 电路、电路模型

电气工程包括电力工程、通信工程、工业控制三大系统，而且还在不断地向其他领域渗透。大到各种大型的电气设备，小到各种小型电子产品，都是由不同的电路组成的。

电路是指电荷移动的路径。电路通常由若干电气元件构成，具有一定的功能。电路可以是复杂的系统，也可以是系统的一部分。为了研究方便，我们先从简单电路入手。

### 1. 电路的组成

电路通常由电源、负载、中间环节等组成。如图 1-1 所示。

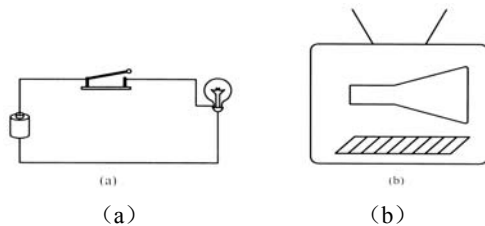


图 1-1 电路的组成

电源：为电路提供所需的电能，或为电路提供所需的信号。

负载：将电能转换成其他形式的能量，或将处理过的信号恢复出来。

中间环节：简单电路可以指导线、开关；复杂电路可以是具体的电路。例如，一台电视机中，交流电源及电视信号可称为电源，显像管以及扬声器可称为负载，其余部分则可认为是中间环节。



## 2. 电路的分类

电路的种类繁多,分类方法也很多。通常可认为电路有两种类型:一类主要以传输、转换电能为目的,另一类主要以传递、处理信息为目的。前者常见于工厂用电或各种家用电器,属于强电范畴,后者常见于计算机、通信系统及各种电子产品,属于弱电范畴。

## 3. 电路符号, 电路模型

在研究电路时,人们常常使用很多电路符号来描述具体电路元件的特征及其参量,由各种电路符号所组成的电路或电路图称为电路模型。

## 思考题

1. 电路模型和实际电路的区别是什么?为什么电路理论中讨论的只是电路模型而不是实际电路?

2. 电路符号是自行定义,还是采用国家标准?

# 1.2 电路的基本参量

电路中的电参量很多,本节主要讨论电流、电压、电功率等。

## 1.2.1 电流和电压

### 1. 电流

带电粒子或电荷在电场力作用下的定向移动形成电流。

度量电流大小的物理量称为电流强度,是指单位时间内通过某一横截面电荷的电量。即:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

在国际单位制(SI)中,电流的单位为安[培],符号为 A。

$$1\text{A} = \frac{1\text{C}}{1\text{s}}$$

实际应用中,常需要进行单位变换:

$$1\text{kA} = 10^3 \text{A}, \quad 1\text{mA} = 10^{-3} \text{A}, \quad 1\mu\text{A} = 10^{-6} \text{A}$$

## 2. 电压

在电场中，两点之间的电势差称为电压或电压降。电场的方向是电势降落梯度最大的方向。带电粒子在电场中移动时电场力做功。

电场力把单位正电荷由  $a$  点移到  $b$  点所做的功在数值上等于  $a$ 、 $b$  两点之间的电压。即：

$$U_{ab} = \frac{dW}{dq} \quad (1-2)$$

在国际单位制（SI）中，电压的单位为伏[特]，符号为 V。

$$1V = \frac{1J}{1C}$$

实际应用中，常需要进行单位变换：

$$1kV = 10^3 V, \quad 1mV = 10^{-3} V, \quad 1\mu V = 10^{-6} V$$

### 1.2.2 参考方向

电流总是有一定方向性的，通常规定正电荷的移动方向为电流的正方向，且一般情况下，对外电路而言，电流总是由电势高处流向电势低处，在电源内部则由低电势处流向高电势处。

电流的方向常用带箭头的直线表示。

电压的方向常用一对正、负号表示其极性，“+”表示高电势，“-”表示低电势。如图 1-2 所示。

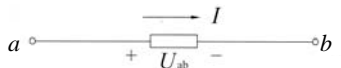


图 1-2 电压和电流的参考方向

在进行电路分析时，往往很难预先知道电路中电压与电流的实际方向，不妨先假设电压与电流的方向作为参考方向，待求解出真实结果后再确定其实际方向。

**例 1-1** 求图 1-3 中各电参量的实际方向。

**解：**（a） $I = 2A > 0$ ，说明实际电流方向由  $a$  流向  $b$ ；

$U = -5V < 0$ ，说明实际电压极性  $b$  高， $a$  低。

（b） $I = -1A < 0$ ，说明实际电流方向由  $d$  流向  $c$ ；

$U = 2V > 0$ ，说明实际电压极性  $c$  高， $d$  低。

实际分析电路时，常常不区分参考方向和实际方向，将标注于电路图中的方向统称为参考方向。

为了方便分析，常选定同一元件的电流参考方向与电压参考方向一致，即电流从“+”端流向“-”端，这样的参考方向称为关联参考方向。如图 1-3 所示。

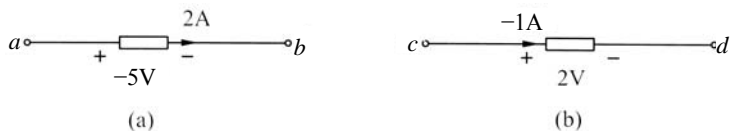


图 1-3 电路图

### 1.2.3 电位

在电路中任取一点为参考点, 则 $a$ 点到参考点的电压称为 $a$ 点的电位, 记为 $V_a$ 。

工程上常选择大地、设备的外壳作为参考点, 用“ $\perp$ ”表示, 并规定参考点的电位为 0。

$a, b$  两点之间的电压等于这两点之间的电位差, 即

$$U_{ab} = V_a - V_b \quad (1-3)$$

电位是相对的, 随参考点的改变而改变。电压是绝对的, 不随参考点的改变而改变。在 SI 制中, 电位的单位与电压相同, 也是伏[特], 符号为 V。

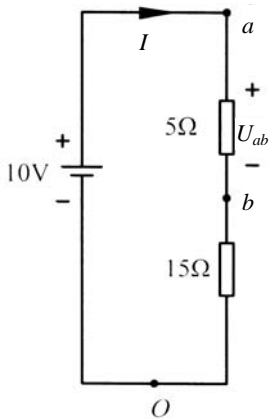


图 1-4 电路图

**例 1-2** 电路如图 1-4, 若以 $O$ 点为参考点, 求 $U_{ab}$ ,  $V_a$ ,  $V_b$ ;

若以 $b$ 点为参考点, 求 $U_{ab}$ ,  $V_a$ ,  $V_b$ 。

**解:** 设电流、电压参考方向如图, 根据欧姆定律, 得

$$I = \frac{10}{5+15} = 0.5(\text{A})$$

$$\text{所以 } U_{ab} = 5I = 5 \times 0.5 = 2.5(\text{V})$$

$$U_{ao} = 10(\text{V}), \quad U_{bo} = 15 \times 0.5 = 7.5(\text{V})$$

若以 $O$ 点为参考点, 则 $V_o = 0(\text{V})$

$$V_a = U_{ao} + V_o = 10 + 0 = 10(\text{V})$$

$$V_b = U_{bo} + V_o = 7.5 + 0 = 7.5(\text{V})$$

若以 $b$ 点为参考点, 则 $V_b = 0(\text{V})$

$$V_a = U_{ab} + V_b = 2.5 + 0 = 2.5(\text{V})$$

### 1.2.4 电功率

电流通过用电器时, 电流要对用电器做功, 即消耗电源的电能。单位时间内电流所做的功称为电功率, 即

$$p = \frac{dW}{dt} \quad (1-4)$$

在 SI 制中, 功率的单位是瓦[特], 符号为 W。

$$1\text{W} = \frac{1\text{J}}{1\text{s}}$$

工程上常用的功率单位还有 kW, mW 等。

由于

$$u = \frac{dW}{dq}, \quad i = \frac{dq}{dt}$$

所以

$$p = u \cdot i \quad (1-5)$$

对于电源而言, 通常会向电路提供电能, 也称为释放功率。对于负载而言, 通常会从电路中吸收或消耗电能, 也称为吸收功率。那么如何确定电路元件是吸收电功率, 还是释放电功率呢?

在运用 (1-5) 式进行计算时, 通常应在关联参考方向下进行。若  $u$  与  $i$  的参考方向不关联, 则计算时应添加负号。当计算结果  $p > 0$  时, 表明元件吸收电功率; 当计算结果  $p < 0$  时, 表明元件释放电功率。

**例 1-3** 计算图 1-5 中各元件的功率, 说明是吸收功率, 还是释放功率。

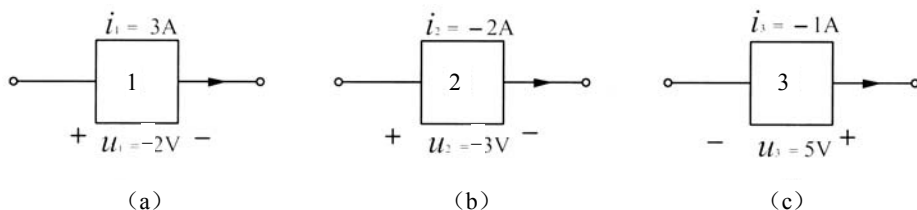


图 1-5 电路图

**解:** 图中 (a), (b) 的参考方向关联, (c) 的参考方向不关联。

$$p_1 = u_1 \cdot i_1 = (-2) \times 3 = -6(\text{W}) < 0$$

$$p_2 = u_2 \cdot i_2 = (-3) \times (-2) = 6(\text{W}) > 0$$

$$p_3 = -u_3 \cdot i_3 = -5 \times (-1) = 5(\text{W}) > 0$$

元件 (1) 释放功率, 元件 (2), (3) 均吸收功率。

## 思考题

1. 电路中电位相等的各点, 如果用导线接通, 对电路其他部分有无影响?
2. 电路中导线连接的各点电位是相等的, 如果把导线断开, 对电路其他部分有无影响?
3. 在用电流表或电压表测量电流或电压时, 为何要注意表笔的极性?

## 1.3 电路的状态和电气设备的额定值

### 1.3.1 电路的状态

电路在工作时,按照其提供的电流大小,可分为通路、断路和短路。按照其提供的功率大小,可分为满载、空载和过载。

#### 1. 负载状态

负载是电路中的常用元件,负载状态则是一般的有载工作状态,如图 1-6 所示,此时电路有以下特征:

(1) 电路中电流为

$$I = \frac{U_s}{R_0 + R_L} \quad (1-6)$$

$R_0$ 为电源内阻,  $R_L$ 为负载电阻。

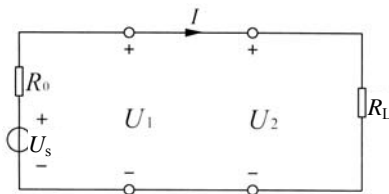


图 1-6 有载工作状态

(2) 电源的端电压为

$$U_1 = U_s - R_0 \cdot I \quad (1-7)$$

电源的端电压总是小于电源的电动势。

(3) 电源输出的功率为

$$\begin{aligned} P_1 &= U_1 \cdot I = (U_s - R_0 \cdot I) \cdot I = U_s \cdot I - R_0 \cdot I^2 \\ P_2 &= U_2 \cdot I = R_L \cdot I^2 \end{aligned} \quad (1-8)$$

电源发出的功率减去内阻消耗的功率等于负载获得的功率。

在电路中,负载电阻 $R_L$ 越小,电路中电流越大。输出的功率也越大,这种情况叫做负载增大。显然,所谓负载大小指的是负载电流或功率的大小,而不是电阻阻值的大小。

#### 2. 断路状态

当电路中开关断开时,称为断路状态,或开路状态,此时又称为空载。空载时,外电路所呈现的电阻可视为无穷大。如图 1-7 所示,此时电路有以下特征:

(1) 电路中电流为零

$$I = 0$$

(2) 电源的端电压等于电源电动势

$$U_1 = U_S - R_0 \cdot I = U_S$$

$$U_2 = R_L \cdot I = 0$$

(3) 电源输出的功率为

$$P_1 = U_1 \cdot I = 0$$

$$P_2 = U_2 \cdot I = 0 \quad (\text{负载吸收的功率为零})$$

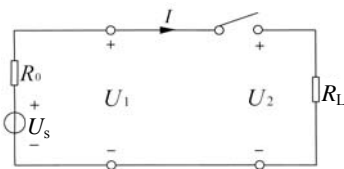


图 1-7 电路图

### 3. 短路状态

当电源的两个输出端钮由于某种原因（如电源线绝缘损坏，或操作不慎等）相接触时，会造成电源被直接短路的情况。当电源直接短路时，外电路所呈现的电阻可视为零。如图 1-8 所示，此时电路有以下特征：

(1) 电路中电流最大，外电路电流为零

$$I_0 = \frac{U_S}{R_0}, \quad I_L = 0$$

此电流称为短路电流。一般电源的内阻  $R_0$  都很小，故短路电流  $I_0$  很大，对电源很不利。

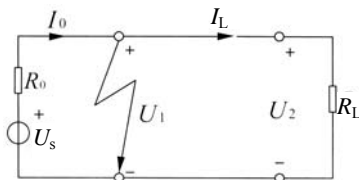


图 1-8 电路图

(2) 电源的端电压与负载的端电压均为零

$$U_1 = U_S - R_0 \cdot I = 0, \quad U_2 = 0$$

(3) 电源对外输出的功率  $P_1$  和负载所吸收的功率  $P_2$  均为零。这时电源所发出的功率全部消耗在电源的内阻上

$$P_1 = U_1 \cdot I = 0, \quad P_2 = U_2 \cdot I = 0, \quad P_{U_s} = U_s \cdot I_0 = \frac{U_s^2}{R_0}$$

这种短路现象, 会使电源内部迅速产生很大的热量, 导致电源的温度迅速上升, 有可能烧毁电源及其他设备, 甚至引起火灾。电源的短路通常是一种严重的事故, 应尽量避免。实际应用中通常在电源的输出端安装熔断器, 以保护电源不致损坏。

### 1.3.2 电气设备的额定值

在实际电路中, 所有电气设备和元器件在工作时都有一定的使用限额, 这种限额称为额定值。额定值是制造商综合考虑产品的性能, 使用的可靠性、经济性, 以及使用寿命等因素而制定的, 它是使用者使用电气设备和元器件的依据。例如, 灯泡上标注的 220V/100W 就是指额定电压和额定功率。该灯泡在 220V 电压下才能正常工作, 这时消耗的功率是 100W。如果使用值超过额定值较多, 会导致电气设备和元器件损伤, 影响寿命, 甚至会烧毁; 如果使用值低于额定值较多, 则不能正常工作, 有时也会造成设备损坏。

额定值用带有下标“N”的字母表示, 如  $U_N$ ,  $I_N$  或  $P_N$ 。

当电气设备的实际电流、电压或功率等于或超过额定值时, 电气设备的工作状态称为过载状态, 严重的过载现象会导致短路。

当电气设备的实际电流、电压或功率比额定值小很多时, 电气设备工作在欠载状态, 过度欠载相当于空载。

**例 1-4** 某直流电源的额定功率是 20W, 额定电压为 5V, 内阻为  $0.1\Omega$ , 负载电阻可以调节, 如图 1-9。试求:

- ① 额定状态下的电流及负载电阻;
- ② 满载状态下的电压;
- ③ 短路状态下的电流。

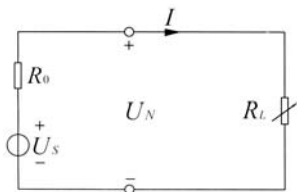


图 1-9 电路图

**解:** 额定电流:  $I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{20}{5} = 4(\text{A})$

负载电阻:  $R_L = \frac{U_N}{I_N} = \frac{5}{4} = 1.25(\Omega)$

满载电压:  $U_s = (R_0 + R_L) \times I = (0.1 + 1.25) \times 4 = 5.4(\text{V})$

$$\text{短路电流: } I_0 = \frac{U_s}{R_0} = \frac{5.4}{0.1} = 54(\text{A})$$

$$\text{短路电流是额定电流的: } \frac{I_0}{I_N} = \frac{54}{4} = 13.5 \text{ (倍)}$$

若电源不采取措施, 发生短路后, 电源将会烧毁。

## 思考题

1. 什么是电路的开路状态, 短路状态, 空载、满载、过载状态?
2. 电气设备的额定值的含义是什么?
3. 一个正在工作的负载, 如果因为某种事故而使其与电源相接的两条导线发生短路, 试问会产生什么后果? 如果保护电源的熔断器被烧断, 电源和负载会被烧毁吗?

## 1.4 理想电路元件

理想电路元件又称为线性电路元件, 是指描述元件的电器参数不随外界因素(如温度、压力、电流、电压等)的变化而变化, 是一种抽象的模型。

### 1.4.1 理想电源

理想电源具备以下的特征:

- (1) 具有无穷的能量。
- (2) 电源内部没有任何损耗。
- (3) 其表征的参数不随外界因素的变化而改变。

#### 1. 理想电压源

理想电压源的模型及外特性曲线如图 1-10 所示。

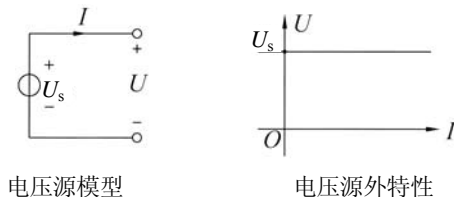


图 1-10



而实际电压源可以等效为一个理想电压源与一个电阻串联而成。如图 1-11 所示。

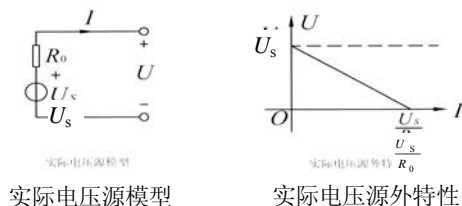


图 1-11

实际电源的外特性，也称为伏安特性，如下：

$$U = U_s - R_0 \cdot I \quad (1-9)$$

由特性方程及特性曲线可知， $R_0$  越小，越接近理想电源。

## 2. 理想电流源

理想电流源模型及外特性曲线如图 1-12 所示。

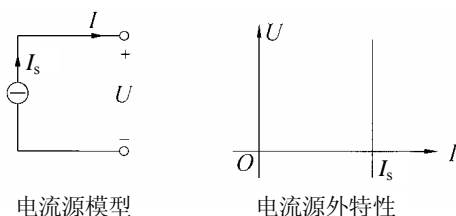


图 1-12

而实际电流源可以等效为一个理想电流源与一个电阻并联而成。如图 1-13 所示。

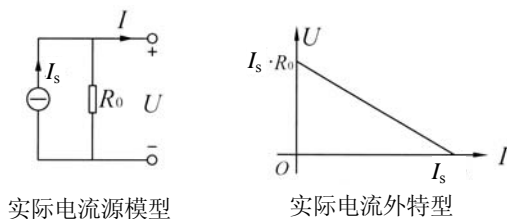


图 1-13

实际电流源的外特性方程如下：

$$I = I_s - \frac{U}{R_0} = I_s - G_0 \cdot U \quad (1-10)$$

$$G_0 = \frac{1}{R_0} \quad (\text{称为内电导})$$

由特性方程及特性曲线可知,  $G_0$  越小, 越接近理想电源。

### 1.4.2 理想电阻元件

理想电阻元件又称为线性电阻, 其伏安特性为一过原点的直线。如图 1-14 所示, 即

$$R = \frac{U}{I}$$

在 SI 制中, 电阻的单位为欧[姆], 符号为  $\Omega$ 。

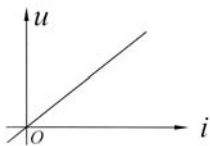


图 1-14

有时为了运算方便, 人们常用电导来描述元件的导电性能, 称为电导元件, 用  $G$  表示。

$$G = \frac{1}{R}$$

在 SI 制中, 电导的单位为西[门子], 符号为 S。

线性电阻元件吸收的功率

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R > 0$$

所以电阻元件总是吸收功率, 消耗电能的, 即它是一个耗能元件。

注意: 欧姆定律只适用于线性电阻元件, 非线性电阻元件的伏安特性不是一条过原点的直线, 元件上的电压电流不服从欧姆定律。

### 1.4.3 理想电容元件

电容又称为电容器, 由两块金属极板组成, 极板间充满了绝缘材料。理想电容元件的参数(电容量)不随外界因素而变化。

$$C = \frac{\varepsilon \cdot S}{4\pi \cdot kd} \quad (1-11)$$

电容两端的电压与极板上所带电量的比值, 称为电容的容量。

$$C = \frac{q}{u} \quad (1-12)$$

线性电容的库伏特性是一过原点的直线, 如图 1-15 所示。

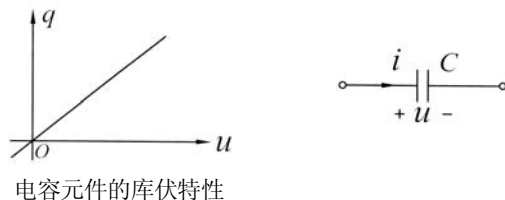


图 1-15

在 SI 制中，电容的单位为法[拉]，符号为 F。

$$1\text{F} = 10^6 \mu\text{F} = 10^{12} \text{pF}$$

电容上电流与电压的关系如下

$$i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du}{dt} \quad (1-13)$$

电容元件储存的能量

$$p = u \cdot i = u \cdot C \cdot \frac{du}{dt} = C \cdot u \cdot \frac{du}{dt}$$

$$W_C = \int_0^t p \cdot dt = \int_0^t C \cdot u \cdot du = \frac{1}{2} C \cdot u^2(t) \quad (1-14)$$

电容元件为一储能元件。

#### 1.4.4 理想电感元件

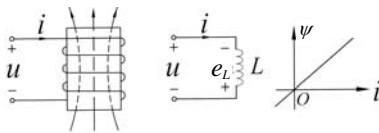
电感又叫电感线圈，是由导线紧密缠绕在固定的骨架上构成的。理想电感元件的参数（电感量）不随外界因素而变化。

由电磁学知识可知，电流通过线圈时，产生了磁通  $\Phi$ 。线圈各匝磁通的总和称为磁链，通常以  $\Psi$  表示。

线圈的电感量定义为线圈的磁链与流过线圈的电流之比，即

$$L = \frac{\Psi}{i} \quad (1-15)$$

线性电感的韦安特性是一过原点的直线，如图 1-16 所示。



电感元件及其韦安特性

图 1-16

在 SI 制中, 电感的单位为亨[利], 符号为 H。

$$1\text{H} = \frac{1\text{Wb}}{1\text{A}}$$

电感上电流与电压的关系如下:

由楞次定律可知,  $e_L = -\frac{d\psi}{dt} = -L \cdot \frac{di}{dt}$

$$u = -e_L = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (1-16)$$

电感元件储存的能量:

$$p = u \cdot i = L \cdot i \cdot \frac{di}{dt}$$

$$W_L = \int_0^t p \cdot dt = \int_0^t Li \cdot di = \frac{1}{2} L \cdot i^2(t) \quad (1-17)$$

电感元件为一储能元件。

## 思考题

1. 一电容  $C=1\text{F}$ , 其两端电压  $U_C=10\text{V}$ , 问通过电容的电流和电容的储能是否都等于零? 为什么?
2. 一电感  $L=1\text{H}$ , 电感电流  $i_L=10\text{A}$ , 问电感两端的电压和电感的储能是否都等于零? 为什么?

## 1.5 基尔霍夫定律

在电路的分析和计算中, 有两个基本定律, 欧姆定律和基尔霍夫定律。基尔霍夫定律包含两个方面, 一个是电流定律, 简称 KCL 定律, 一个是电压定律, 简称 KVL 定律。

### 1.5.1 名词术语

#### 1. 支路

电路中流过同一电流的几个元件互相连接起来的分支称为一条支路。同一支路中的元件必定是串联的。

## 2. 节点

电路中三条以上支路的交汇点称为节点。

## 3. 回路

电路中由支路组成的闭合路径称为回路。

## 4. 网孔

在回路内部不另含有回路的回路称为网孔。

## 5. 网络

电路的总称。通常指复杂的电路。

在应用上述名词术语时,有时还提出以下几点注意事项:

### (1) 关于节点

由三条以上支路的交汇点称为独立节点。

两条支路的交汇点称为广义节点。

包含电路元件的封闭面也称为广义节点。

### (2) 关于支路

两个独立节点之间的一条完整支路称为独立支路。

两个广义节点之间的部分支路称为广义支路。

### (3) 关于回路

网孔是回路的最基本单元,也称为独立回路。

回路中任意嵌套回路则称为广义回路。

显然,独立节点是电路中数目最少的节点数。

独立支路是电路中数目最少的支路数。

独立回路是电路中数目最少的回路数。

**例 1-5** 图 1-17 中,列出支路、节点、回路的名称。

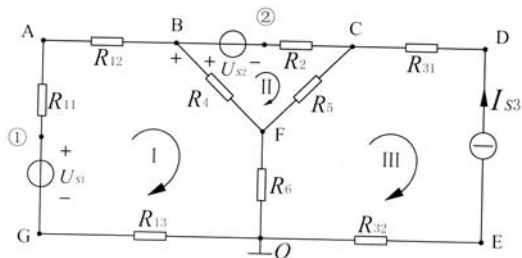


图 1-17

**解：**独立节点有 B、C、F、O 四个。

独立支路有  $(U_{S1}, R_{11}, R_{12}, R_{13})$ 、 $(U_{S2}, R_2)$ 、 $(I_{S3}, R_{31}, R_{32})$ 、 $(R_4)$ 、 $(R_5)$ 、 $(R_6)$  共六条。

独立回路有 I、II、III 三个。

I 广义节点有 A、D、E、G、①、②等。

II 广义支路有  $(U_{S1}, R_{11})$ 、 $(R_{12})$ 、 $(R_{13})$ 、 $(I_{S3})$ 、 $(R_{31})$ 、 $(R_{32})$  等。

III 广义回路有  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow O \rightarrow G \rightarrow A$ ， $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow O \rightarrow G \rightarrow A$ ， $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow O \rightarrow F \rightarrow B$  等。

### 1.5.2 基尔霍夫电流定律 (KCL)

**定律内容：**在电路中，对于任意节点，流入节点的电流之和，等于流出该节点的电流之和。

若规定流出节点的电流为正，流入节点的电流为负，则定律可描述为流经任意节点的电流代数和为零。

**例 1-6** 图 1-18 中，求电流  $I$ 。

**解：**根据 KCL 定律

$$I + 3 + 2 = -2$$

$$\therefore I = -7(\text{A})$$

另外，根据  $\Sigma I = 0$ ，

$$I + 3 + 2 - (-2) = 0$$

$$\therefore I = -7(\text{A})$$

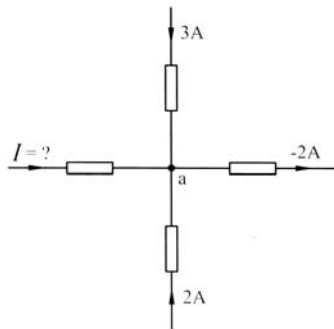


图 1-18

### 1.5.3 基尔霍夫电压定律 (KVL)

**定律内容：**在电路中，对于任意回路，回路中各元件的电压降之和等于各元件的电压升之和。

若规定电压降为正，电压升为负，则定律可描述为：回路中各元件的电压代数和为零。

**例 1-7** 图 1-19 中，列写 KVL 方程。

**解：**设电路的绕行方向为顺时针方向。

规定电压降落方向与绕行方向一致为正，不一致为负。

则 KVL 方程为

$$U_2 + U_3 = U_1 + U_4 \quad (\text{电压降之和等于电压升之和})$$

或

$$U_2 + U_3 + (-U_1) + (-U_4) = 0 \quad (\text{电压代数和为零})$$

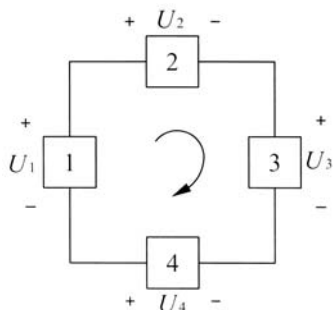


图 1-19

**例 1-8** 电路如图 1-20，已知  $R_1 = R_2 = R_3 = 2\Omega$ ， $R_4 = 6\Omega$ ， $U_{S1} = 6V$ ， $U_{S2} = 3V$ 。

试求：

(1) 电路中电流；(2) 电路中电压  $U_{ab}$ ；(3) 两个电压源的功率。

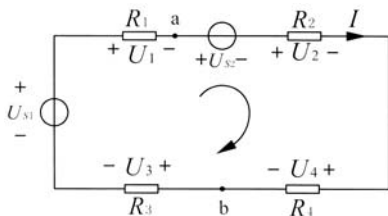


图 1-20

**解：**设回路中电流为  $I$ ，并设回路的绕行方向为顺时针方向。

(1)、KVL 方程

$$\begin{aligned}
 U_1 + U_{S2} + U_2 + U_4 + U_3 - U_{S1} &= 0 \\
 R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_4 &= U_{S1} - U_{S2} \\
 12I &= 6 - 3 \\
 I &= \frac{1}{4} (\text{A})
 \end{aligned}$$

(2) 电路中电压  $U_{ab}$

$$\begin{aligned}
 U_{ab} &= U_{S2} + U_2 + U_4 \\
 &= 3 + 2 \times \frac{1}{4} + 6 \times \frac{1}{4} \\
 &= 5(\text{V})
 \end{aligned}$$

(3) 两个电压源的功率

$$P_{U_{S1}} = -U_{S1} \times I = -6 \times \frac{1}{4} = -\frac{3}{2} (\text{W})$$

$$P_{U_{S2}} = U_{S2} \times I = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4} (\text{W})$$

注： $U_{S1}$ 和 $I$ 的参考方向不关联，因此计算时应加“-”号。

### 思考题

1. 有人说，在节点处各支路电流的参考方向不能全设为流出节点，否则就会只有流出节点的电流，而没有流入节点的电流。你认为呢？
2. 在写 KVL 方程时，任何两点间的电压计算是否与所选路径有关？
3. 设某电路中的闭合面如图 1-21，根据基尔霍夫电流定律，可得， $I_A + I_B + I_C = 0$ 。有人问，电流都流入闭合面内，那怎么流出来呢？你如何解释这个问题？

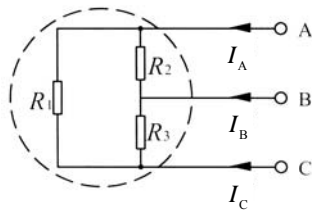


图 1-21

## 1.6 本章小结

1. 电路的组成、分类。电路元件的符号及电路模型。
2. 电压与电流的定义及其参考方向，电压与电位的区别与联系。在关联参考方向下，电功率的计算及功率的物理意义。
3. 电路的三种工作状态：通路、短路、断路。满载、空载、过载之间的关系。额定值是电气设备使用中必须注意的一种参数。
4. 理想电源的模型与外特性曲线，实际电源的模型与外特性曲线，理想电阻、电容、电感的 VCR 关系。
5. 支路、节点、回路的定义及应用。KCL、KVL 方程的列写。



## 习 题 一

1. 计算图 1 中  $U_{ab}$ ,  $U_{bc}$ ,  $U_{ac}$ 。

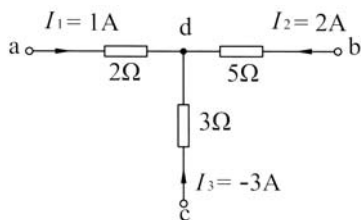


图 1

2. 计算图 2 中 A 点的电位。

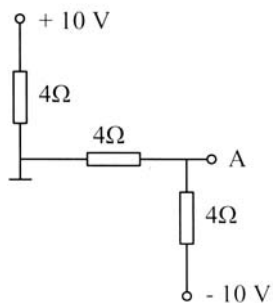


图 2

3. 计算图 3 中 A、B、C 点的电位。

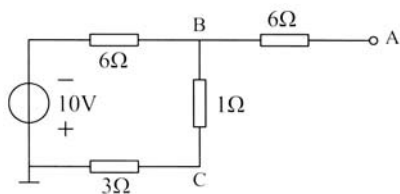


图 3

4. 计算图 4 中电压  $U$ 、电流  $I$ 。并计算各元件的功率。

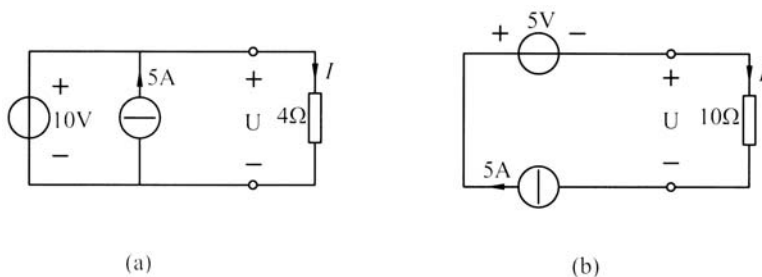


图 4

5. 有额定电压为 110V, 功率分别为 40W 和 60W 的两只灯泡, 问:

(1) 每只灯泡的额定电流是多少?

(2) 每只灯泡的电阻各是多少?

(3) 能否将它们串联后接在 220V 的电源上使用, 为什么?

6. 图 5 中, 已知  $R_2=R_4$ ,  $U_{AD}=15\text{V}$ ,  $U_{CE}=10\text{V}$ , 试计算  $U_{AB}$ 。

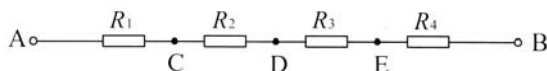


图 5

7. 图 6 中, 已知  $U_S=110\text{V}$ ,  $R_0=10\Omega$ , 负载电阻  $R_L=100\Omega$ , 问: 开关处于 1、2、3 位置时电压表和电流表的读数分别是多少?

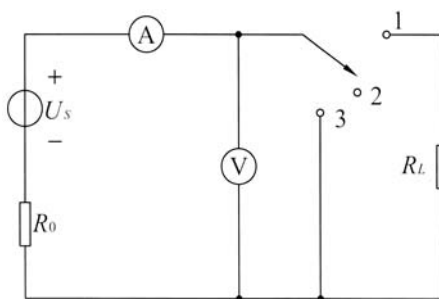


图 6

8. 已知电源的模型及电源的外特性曲线如图 7, 求: 电源电动势  $U_S$  及内阻  $R_0$ 。



12. 如图 11 所示, 已知 $I_1=1\text{A}$ ,  $I_2=2\text{A}$ ,  $I_5=16\text{A}$ , 求 $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_6$ 。

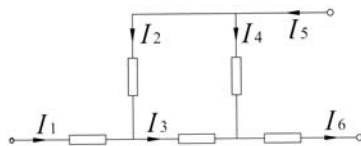


图 11

## 第 2 章 电路的等效变换

### 学习提示

本章主要介绍等效的定义，等效分析方法的重要意义。电阻的串、并联性质及串、并联等效电阻的求解方法。两种实际电源的相互等效。

重点、难点：等效电阻的计算，电源的等效变换。关于 T 型网络与  $\Pi$  型网络的等效可视情况进行讲解。部分专业可作为选学内容。

### 2.1 网络等效

在电路分析中可以将部分电路当作一个整体来看，如果这个整体只有两个端钮与外电路相连，则这个由若干元件组成的整体就称为二端网络。网络等效通常是针对二端网络而言。

#### 2.1.1 等效的定义

如果一个二端网络 $N_1$ 与另一个二端网络 $N_2$ 的伏安关系相同，那么这两个二端网络就称为等效二端网络。

在图 2-1 中，若网络 $N_1$ 与网络 $N_2$ 接在相同的电源上，且 $U_1=U_2$ ， $I_1=I_2$ ，即它们对应的端钮间电压相等，对应端钮上的电流也相等，因而两者吸收或释放的功率也相等。尽管两个等效的网络 $N_1$ 和 $N_2$ 可以具有完全不同的内部结构，但对于电源而言，它们的作用完全相同。因此，在分析计算电路时，一个二端网络可以用它的等效网络替换。

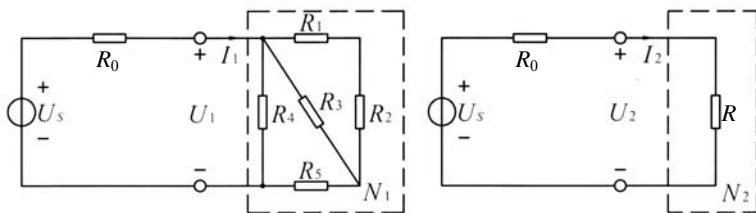


图 2-1

### 2.1.2 等效的意义

等效的目的在于将一个复杂的网络等效变换成一个简单的网络,或者将一个不甚熟悉的网络等效变换成一个比较熟悉的网络,从而给分析计算带来方便。

等效又分为无源网络的等效和有源网络的等效。

需要注意的是等效不是相等。等效仅指对外等效,对内不等效。

### 思考题

说明电路等效的含义,等效的条件以及等效的对象。

## 2.2 电阻网络的等效

电阻的连接方式有串联、并联、混联等形式。

### 2.2.1 电阻的串联

电阻串联是电路中较常见的连接形式,电阻串联后必定在同一条支路上,因而具有以下特点:

- (1) 串联支路上电流处处相等。
- (2) 串联支路中各元件的电压之和等于串联支路的端口电压,如图 2-2。

$$U_{ab} = U_1 + U_2 + U_3$$

$$U_{ab} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$U_{ab} = U = I \cdot R$$

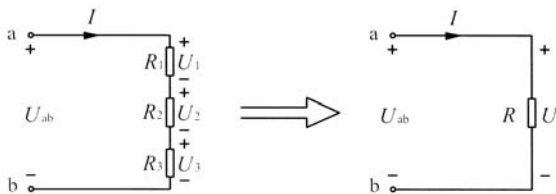


图 2-2

- (3) 串联支路中各元件电阻值之和等于串联支路端口的等效电阻。

### 2.2.2 分压定理

两个电阻元件串联后，各元件上电压之比与其阻值成正比（如图 2-3）。其与端口电压的关系如下

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= I \cdot R_1 = \frac{U_{ab}}{R_1 + R_2} \cdot R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_{ab} \\ U_2 &= I \cdot R_2 = \frac{U_{ab}}{R_1 + R_2} \cdot R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{ab} \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

$$U_1 = I \cdot R_1 \quad U_2 = I \cdot R_2$$

$$U_1 : U_2 = R_1 : R_2$$

利用串联的分压特性，可将电流计串联一较大的电阻改装成不同量程的电压表（如图 2-4）。

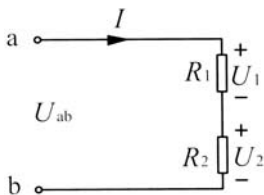


图 2-3

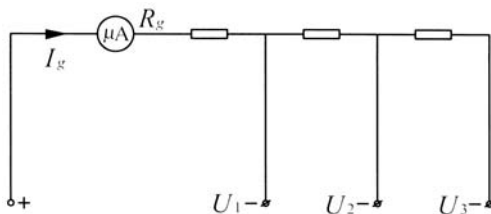


图 2-4

### 2.2.3 电阻的并联

电阻元件首首相连、尾尾相连的连接形式称为并联。并联电路具有以下特点：

- (1) 并联支路上电压相等。
- (2) 并联电路中各支路的电流之和等于并联电路的端口电流，如图 2-5 所示。

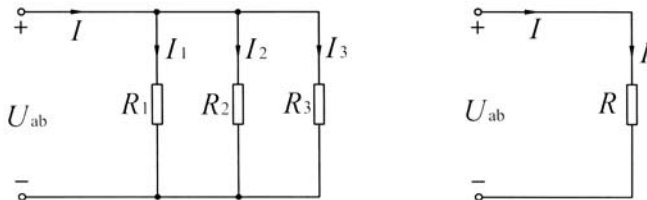


图 2-5

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I = \frac{1}{R_1}U_{ab} + \frac{1}{R_2}U_{ab} + \frac{1}{R_3}U_{ab} = (G_1 + G_2 + G_3)U_{ab}$$

$$I = \frac{1}{R}U_{ab} = GU_{ab}$$

(3) 并联电路中各元件电导之和等于并联电路端口的等效电导。

### 2.2.4 分流定理

两个电阻元件并联后，各元件上电流之比与其阻值成反比，其与端口电流的关系如下：

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2}$$

$$U_1 = U_2$$

由上面可得  $I_1 : I_2 = R_2 : R_1$

$$U_{ab} = R_{ab} \cdot I = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \\ I_2 &= \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

利用电阻并联的分流特性，可将电流计并联一小电阻改装成不同量程的电流表，如图 2-7。

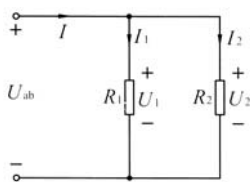


图 2-6

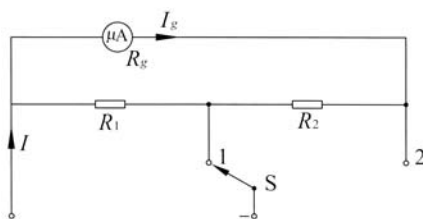


图 2-7

### 2.2.5 电阻的混联

既含有电阻串联又含有电阻并联的电路称为电阻混联。

**例 2-1** 求图 2-8 电路中 ab 端等效电阻  $R_{ab}$ 。



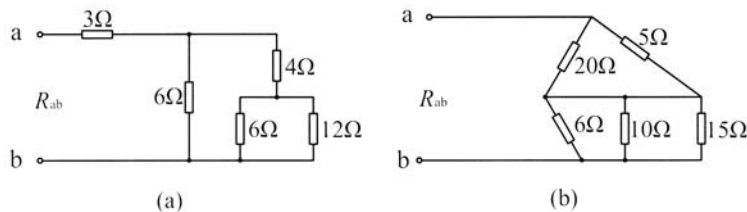
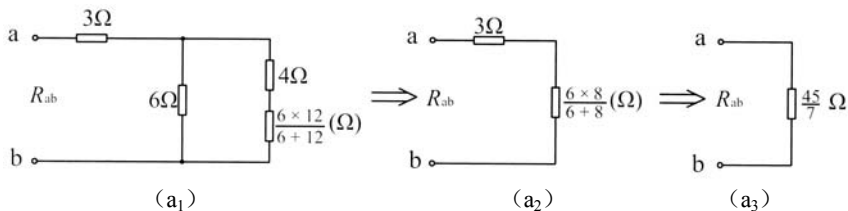


图 2-8

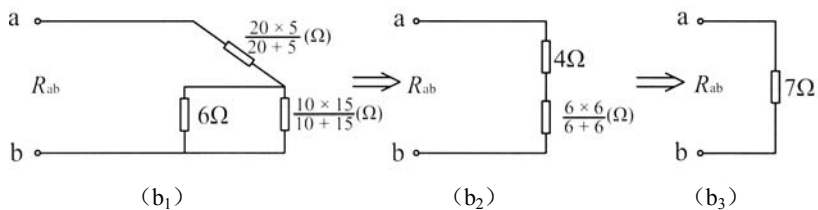
**解:** 将 (a) 图进行等效:

$$R_{ab} = \frac{45}{7} (\Omega)$$



将 (b) 图进行等效:

$$R_{ab} = 7 (\Omega)$$



### \*2.2.6 T 型网络与 $\Pi$ 型网络的等效

T 型网络与  $\Pi$  型网络均属于多端子网络或双端口网络。其形状如图 2-9 所示。

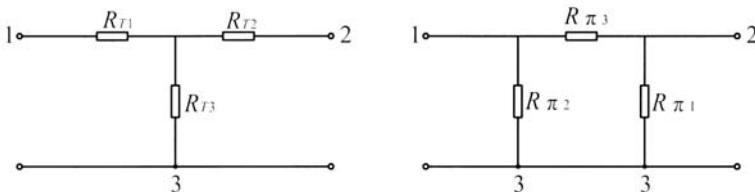


图 2-9

T $\Rightarrow$  $\Pi$ : 将 T 型网络变换为  $\Pi$  型网络的公式

$$R_{\Pi K} = \frac{\text{T型网络电阻两两乘积之和}}{R_{TK}} \quad (2-3)$$

**例 2-2** 将图 2-10 中 T 型网络等效为  $\Pi$  型网络。

**解:** T 型网络电阻两两乘积之和为

$$3 \times 4 + 3 \times 6 + 4 \times 6 = 54$$

故其等效  $\Pi$  型网络如图 2-10 (b) 所示

$\Pi \Rightarrow T$ : 将  $\Pi$  型网络变换为 T 型网络的公式

$$R_{TK} = \frac{\text{接于对应端钮的两电阻之乘积}}{\Pi\text{型网络三电阻之和}} \quad (2-4)$$

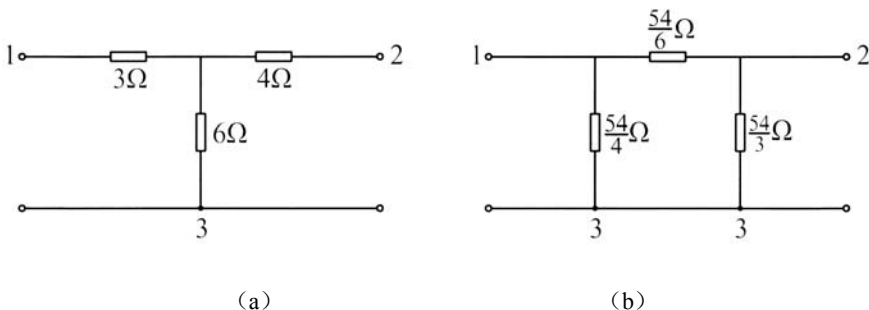


图 2-10

**例 2-3** 将图 2-11 中  $\Pi$  型网络等效为 T 型网络。

**解:**  $\Pi$  型网络电阻之和为

$$3+4+6=13$$

故其等效 T 型网络如图 2-11 (a) 所示。

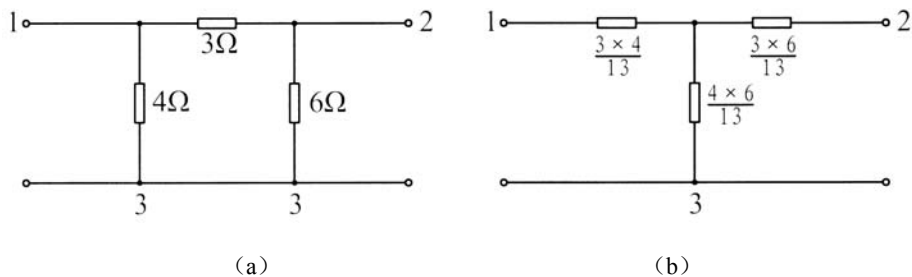


图 2-11

## 思考题

1. 什么叫二端网络的等效？试举例说明。
2. 求图 2-12 所示网络的等效电阻  $R_{ab}$ 。

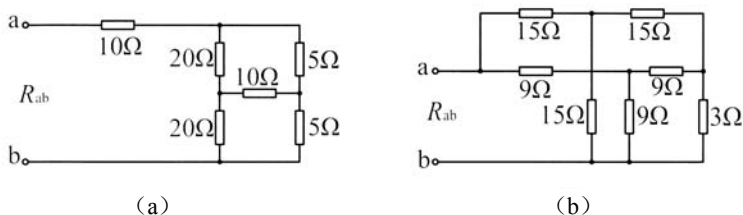


图 2-12

## 2.3 实际电源模型的等效

在 1.4 节中我们建立了理想电源的模型和实际电源的模型。理想电源是不存在的，是虚拟的，而实际电源却很多。一个实际的直流电源在给负载供电时，其端电压随负载电流的增大而下降。实际电源的外特性曲线是一条倾斜的直线。

### 2.3.1 实际电源的等效

两个不同的实际电源同时对同一电阻  $R$  供电，若  $U_1 = U_2$ ， $I_1 = I_2$ ，则称两个实际电源相互等效。如图 2-13 所示。

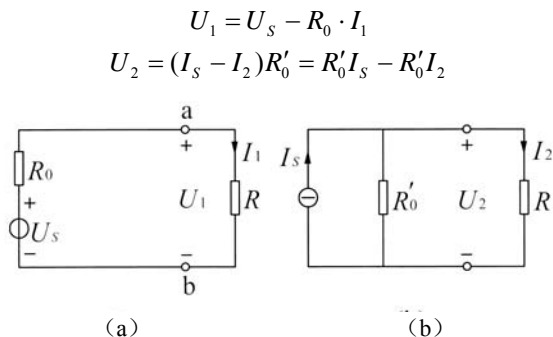


图 2-13

则两种实际电源等效的条件是:

$$\begin{cases} U_s = R'_0 \cdot I_s \\ R_0 = R'_0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} I_s = \frac{U_s}{R_0} \\ R'_0 = R_0 \end{cases} \quad (2-5)$$

**例 2-4** 将图 2-14 中的电源模型等效为另一种实际电源模型。

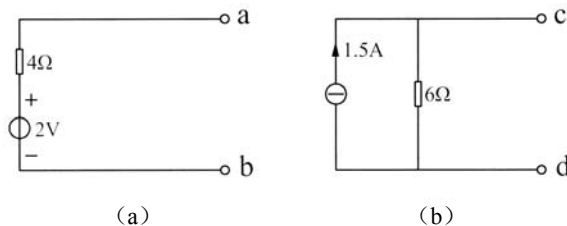


图 2-14

**解:** 图 2-14 中 (a) 图可等效为图 2-15 (a), (b) 图可等效为图 2-15 (b)。

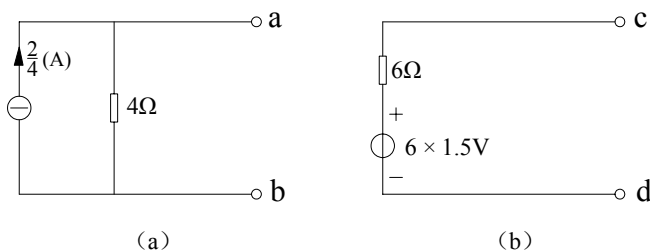


图 2-15 (等效)

### 2.3.2 实际电源等效时的注意事项

(1) 两个理想电压源串联时, 可叠加为一个理想电压源。

(2) 两个理想电流源并联时, 可叠加为一个理想电流源。

(3) 理想电压源直接与电阻并联, 等效时, 电阻可视为开路。(见图 2-16 (a))

(4) 理想电流源直接与电阻串联, 等效时, 电阻可视为短路。(见图 2-16 (b))

(5) 两个不等值的理想电压源禁止并联。

(6) 两个不等值的理想电流源禁止串联。

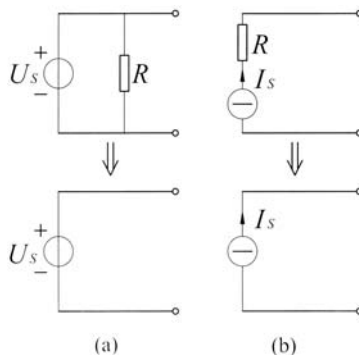


图 2-16

图 2-17 和图 2-18 中给出了几个等效电路的例子，供读者阅读参考。

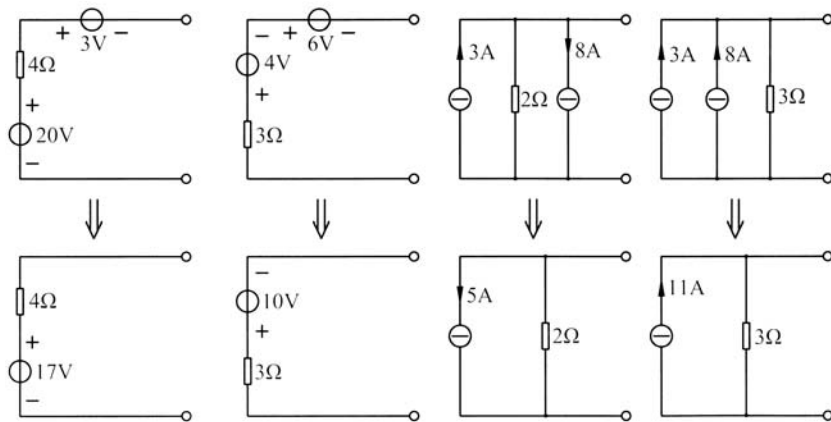


图 2-17

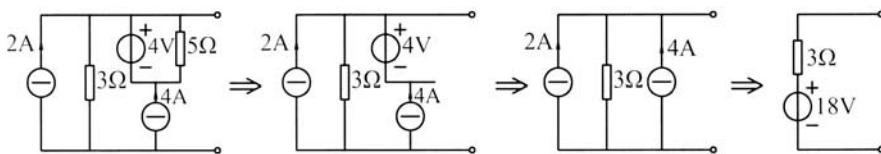


图 2-18

**例 2-5** 求图 2-19 电路中的电流  $I$ 。

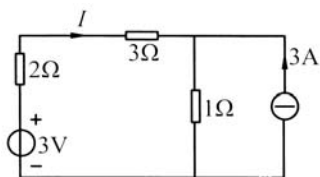
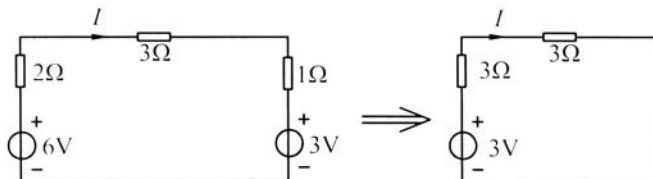


图 2-19

**解：**用等效法将电路变换成下图：



$$\text{故 } I = \frac{3}{3+3} = 0.5 (\text{A})$$

## 2.4 本章小结

### (1) 等效电路

端钮电压、电流关系相同的电路称为相互等效的电路。相互等效的电路在由它们组成的电路中可以相互代换，而这个电路端钮以外部分的电压、电流的解答不变。

等效是对外电路而言的，对内并不等效。

利用等效变换可以简化电路的分析计算。

### (2) 本章讨论电路的等效化简分析法

二端网络的等效  $\left\{ \begin{array}{l} \text{电阻的串联、并联等效} \\ \text{理想电源的串联、并联等效} \\ \text{实际电源模型的等效互换} \end{array} \right.$

三端网络的等效：电阻 T 型网络与  $\Pi$  型网络的等效互换。

### (3) 分压定理、分流定理

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U \quad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

## 习 题 二

1. 求图 1 所示的等效电阻  $R_{ab}$ 。

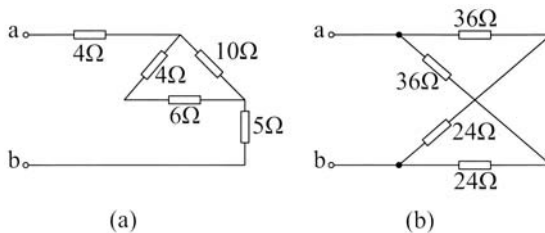


图 1

2. 求图 2 所示 ab 两端的等效电阻和 cd 两端的等效电阻。

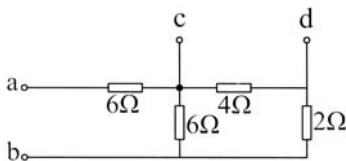


图 2

3. 图 3 中各电阻均为  $6\Omega$ ，求端口 ab 处的等效电阻。

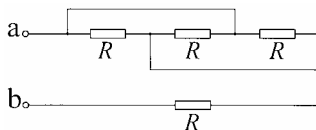


图 3

4. 求图 4 所示的等效电阻  $R_{ab}$ 。

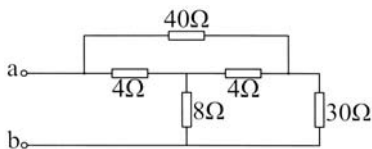


图 4

5. 电路如图 5 所示，已知  $U_1=220V$ ， $R_1=100\Omega$ ， $R_2=400\Omega$ ， $R_1$ ， $R_2$  的额定电流均为  $1.8A$ ，求：

(1) 输出电压  $U_2$ 。

(2) 若用内阻为  $5k\Omega$  的电压表去测量输出电压（如图 5 (b) 所示），求电压表的读数。

(3) 若误将内阻为  $0.1\Omega$ ，量程为  $2A$  的电流表当作电压表去测量输出电压（如图 5 (c) 所示），将会产生什么后果？

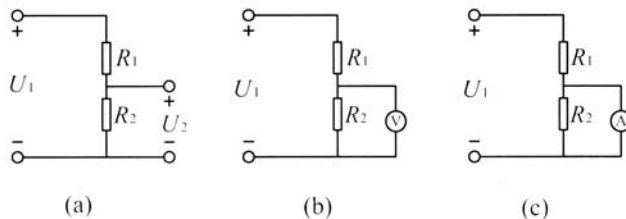


图 5

6. 试等效简化图示各网络。

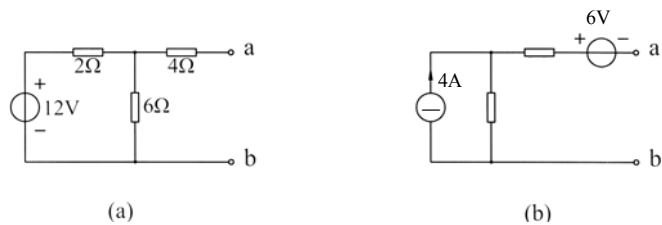


图 6

7. 试用一个等效电源替代下列各有源二端网络。

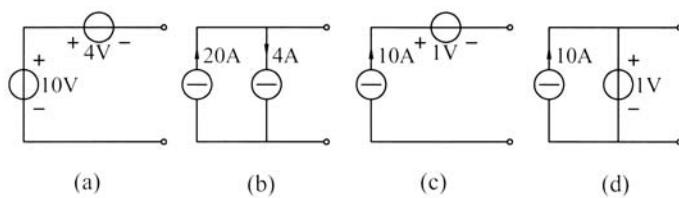


图 7

8. 试等效简化图示各网络。

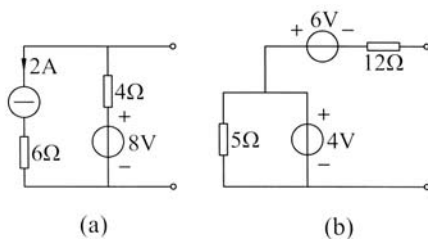


图 8



# 第 3 章 电路的基本分析方法

## 学习提示

本章系统地介绍一般电路的分析方法，这类方法以 KCL、KVL 及元件的 VCR 为依据，建立求解电路变量所需的独立方程组。基于选择的电参量不同，包括支路电流法、节点电压法等。此外还有叠加原理、戴维南定理等。

重点：支路电流法、节点电压法、叠加定理。

难点：戴维南定理。

## 3.1 独立的 KCL 方程和 KVL 方程

### 3.1.1 电路的独立性原则

在电路分析的过程中，常常要设立电参量，而电参量的多少往往与电路的结构有关。

例如，某一电路中有  $n$  个独立节点（三条以上支路的交点），有  $m$  个独立回路（网孔），有  $b$  条独立支路（不包含独立节点的支路）。则，它们三者之间的关系必然满足

$$b = m + (n - 1) \quad (3-1)$$

**例 3-1** 求图 3-1 中独立支路，独立节点，独立回路数。

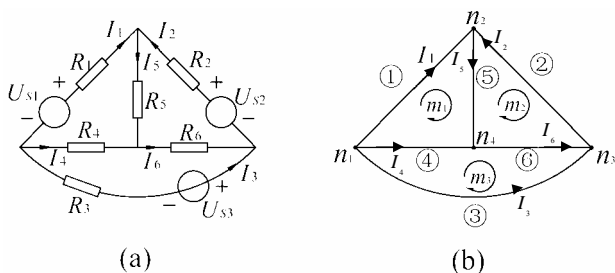


图 3-1

从图 3-1 中可以看出，

独立支路数  $b=6$ ，独立节点数  $n=4$ ，独立回路数  $m=3$ 。

且  $b = m + (n - 1)$

可见,若要求其中各条支路电流,或各支路的电压,则必须依据电路结构设立参数,且参数之间应具有相互独立性。

### 3.1.2 $2b$ 方程法

对于一个有  $b$  条支路,  $n$  个节点,  $m$  个回路(网孔)的电路,要解出  $b$  条支路的支路电压和支路电流,就共有  $2b$  个未知量。对于每一条支路而言,可根据该支路的元件性质得到一个支路电压与支路电流之间的 VCR 方程。这样由 VCR 得到的方程数等于支路数为  $b$  个,其余的  $b$  个方程应由 KCL 和 KVL 得到。

### 3.1.3 独立的 KCL 方程

对于图 3-1 中,有 4 个独立节点,对于每个节点,可列写 KCL 方程,分别为

$$\begin{cases} -I_1 - I_3 - I_4 = 0 \\ I_1 + I_2 - I_5 = 0 \\ I_3 + I_6 - I_2 = 0 \\ I_4 + I_5 - I_6 = 0 \end{cases} \quad (3-2)$$

将以上 4 个方程相加,得到一个  $0=0$  的恒等式,说明以上 4 个方程是线性相关的,即彼此不独立。可从其中任意三个导出第 4 个。因此,4 个方程中只有三个是彼此独立的。这个结论对于  $n$  个节点的电路同样适用。

对于  $n$  个独立节点的电路,可以而且仅可以列写  $(n-1)$  个彼此独立的 KCL 方程。

### 3.1.4 独立的 KVL 方程

对于图 3-1 中,有 3 个独立的回路,称为网孔。网孔中不会嵌套网孔。可列写 KVL 方程如下(选择顺时针方向为绕行方向,或称正方向)

$$\begin{cases} U_1 + U_5 - U_4 = 0 \\ -U_2 - U_6 - U_5 = 0 \\ U_4 + U_6 - U_3 = 0 \end{cases} \quad (3-3)$$

式(3-3)中  $U$  均为支路电压。

$$\begin{cases} -U_{s1} + R_1 I_1 + R_5 I_5 - R_4 I_4 = 0 \\ -R_2 I_2 + U_{s2} - R_6 I_6 - R_5 I_5 = 0 \\ R_4 I_4 + R_6 I_6 + U_{s3} - R_3 I_3 = 0 \end{cases} \quad (3-4)$$

由于网孔数是电路中最少的回路数,且每个网孔都含有与其他网孔不重叠的支路,因此,上述三个 KVL 方程彼此独立。

对于  $m$  个独立回路（网孔），可以而且仅可以列写  $m$  个彼此独立的 KVL 方程。

### 思考题

一个电路具有 8 条支路，4 个节点，可以列写几个独立的 KCL 方程，几个独立的 KVL 方程？

## 3.2 支路电流法

从上一节讨论可知，对于一个具有  $b$  条支路的电路，可根据 KCL、KVL 和支路的 VCR 列写  $2b$  个联立方程，求出  $b$  条支路电流和  $b$  条支路电压。联立方程越小，则求解就越简单。

各支路的电流和电压是由相应支路的 VCR 联系的，一旦求出各支路电流，则由相应支路的 VCR 方程可求出各支路电压。因此，求解电路时不妨分为两步进行，即先设法求出各支路电流，然后再利用各支路的 VCR 求得各支路电压。

### 3.2.1 支路电流法

将电路中各支路电流设为未知量，通过列写电路的 KCL 和 KVL 方程，求解这些未知量的方法，称为支路电流法。

**例 3-2** 电路如图 3-2 所示，求各支路电流及  $U_{ab}$ 。

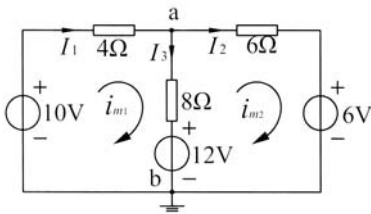


图 3-2

**解：**设电路中各支路电流如图，列写  $(n-1)$  个 KCL 方程

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

列写  $m$  个 KVL 方程（设绕行方向为顺时针）

$$\begin{cases} 4I_1 + 8I_3 + 12 - 10 = 0 \\ 6I_2 + 6 - 12 - 8I_3 = 0 \end{cases}$$



$$I_5 = i_{m1} - i_{m2}$$

$$I_6 = i_{m3} - i_{m2}$$

定义：网孔中所有电阻的和称为自电阻。

相邻网孔的公共电阻称为互电阻。

网孔中理想电压源之和称为净电压源。

规定以绕行方向为正方向，若与绕行方向不一致，则需添加负号。

网孔电流法列写方程的规则为：

自电阻乘以网孔电流，加上互电阻乘以相邻网孔电流，加上网孔的净电压源等于 0。

列写方程如下

$$\begin{cases} (R_1 + R_5 + R_3) \cdot i_{m1} + (-R_5 i_{m2}) + (-R_3 i_{m3}) + (-U_{S1} - U_{S3}) = 0 \\ (R_2 + R_6 + R_5) \cdot i_{m2} + (-R_5 i_{m1}) + (-R_6 i_{m3}) + U_{S2} = 0 \\ (R_3 + R_6 + R_4) \cdot i_{m3} + (-R_3 i_{m1}) + (-R_6 i_{m2}) + (U_{S3} - U_{S4}) = 0 \end{cases} \quad (3-5)$$

**例 3-4** 利用网孔电流法求解图 3-2 中，各支路电流。

**解：**列写网孔电流方程如下：

$$\begin{cases} (4 + 8) \cdot i_{m1} + (-8 i_{m2}) + (12 - 10) = 0 \\ (6 + 8) \cdot i_{m2} + (-8 i_{m1}) + (6 - 12) = 0 \end{cases}$$

解得：

$$i_{m1} = \frac{5}{26} (\text{A})$$

$$i_{m2} = \frac{14}{26} (\text{A})$$

$$I_1 = i_{m1} = \frac{5}{26} (\text{A})$$

$$I_2 = i_{m2} = \frac{14}{26} (\text{A})$$

$$I_3 = i_{m1} - i_{m2} = -\frac{9}{26} (\text{A})$$

### 思考题

利用支路电流法和网孔电流法求图 3-4 中  $I_1$ ， $I_2$ 。

(当电路中支路数较多，同时网孔数也较多时，支路法、网孔法都显得繁琐，可以采用节点电压法。)

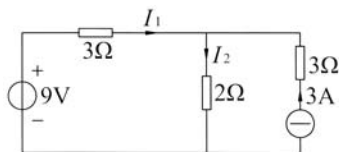


图 3-4

## 3.3 节点电压法

### 3.3.1 节点电压法

以节点电压为未知量，通过列写电路的 KCL、KVL 方程求解电路中的待求未知量的方法，称为节点电压法。

**例 3-5** 求图 3-5 中电流  $I$ 。

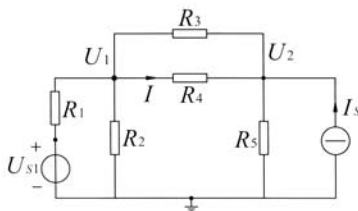


图 3-5

**解：**该电路中，支路数网孔数均较多。

设两个独立节点的电压分别为  $U_1$ 、 $U_2$

则对于节点 1 的 KCL 方程为

$$\frac{U_1 - U_{S1}}{R_1} + \frac{U_1}{R_2} + \frac{U_1 - U_2}{R_3} + \frac{U_1 - U_2}{R_4} = 0 \quad (3-6)$$

对于节点 2 的 KCL 方程为

$$\frac{U_2 - U_1}{R_3} + \frac{U_2 - U_1}{R_4} + \frac{U_2}{R_5} = I_S \quad (3-7)$$

整理后得

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) \cdot U_1 - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) \cdot U_2 - \frac{1}{R_1} \cdot U_{S1} = 0 \\ \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) \cdot U_2 - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) \cdot U_1 = I_S \end{cases}$$

**定义** 与节点相连的所有电导之和称为自由导。

相邻两节点之间的电导之和称为互电导。

流入节点的理想电流源称为净电流源。

节点电压法列写方程的法则为：

自电导乘以节点电压，减去互电导乘以相邻节点电压，等于流入该节点的净电流源。

**规定** 流入节点的净电流源为正，流出节点的净电流源为负。

**例 3-6** 利用节点电压法求图 3-6 中各支路电流。

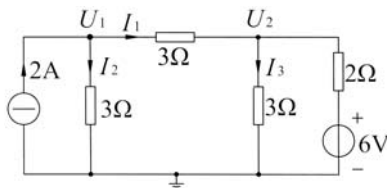


图 3-6

**解：** 设节点电压为  $U_1$ ， $U_2$

根据节点电压法的规则列写节点电压方程为

$$\begin{cases} (\frac{1}{3} + \frac{1}{3}) \cdot U_1 - \frac{1}{3} \cdot U_2 = 2 \\ -\frac{1}{3} U_1 + (\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}) \cdot U_2 - \frac{1}{2} \times 6 = 0 \end{cases}$$

解得：  $U_1 = 5$   $U_2 = 4$

$$\therefore I_2 = \frac{U_1}{3} = \frac{5}{3} \quad (\text{A})$$

$$I_1 = \frac{U_1 - U_2}{3} = \frac{5 - 4}{3} = \frac{1}{3} \quad (\text{A})$$

$$I_3 = \frac{U_2}{3} = \frac{4}{3} \quad (\text{A})$$

### 3.3.2 弥尔曼定理

对于只有一个独立节点的电路（如图 3-7），可以用节点电压法直接求出独立节点的电压，称为弥尔曼定理。

$$U_a \cdot (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}) - U_{s2} \cdot \frac{1}{R_2} - (-U_{s3}) \cdot \frac{1}{R_3} = -I_s$$

$$\therefore U_a = \frac{U_{s2} \cdot \frac{1}{R_2} - U_{s3} \cdot \frac{1}{R_3} - I_s}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \quad (3-8)$$

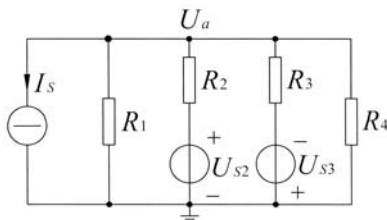


图 3-7

**例 3-7** 应用弥尔曼定理求图 3-8 所示电路中各支路电流。

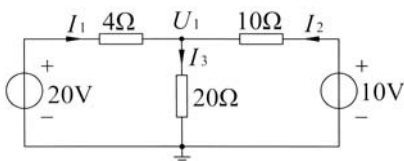


图 3-8

**解：**由弥尔曼定理可得：

$$U_1 = \frac{20 \times \frac{1}{4} + 10 \times \frac{1}{10}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10}} = 15 \quad (\text{V})$$

$$\therefore I_1 = \frac{20 - 15}{4} = \frac{5}{4} \quad (\text{A})$$

$$I_2 = \frac{10 - 15}{10} = -\frac{1}{2} \quad (\text{A})$$

$$I_3 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \quad (\text{A})$$

### 3.4 叠加定理

叠加性是线性电路的重要特性。当电路中有多个信号源激励时，它为研究电路的响应与



激励的关系提供了重要的理论依据。

### 3.4.1 叠加定理

叠加定理可陈述为：在线性电路中，若同时存在多个电源作用，则任何一条支路的响应（电压或电流）可以看成每个电源单独作用响应的和。

**例 3-8** 求图 3-9 (a) 中电流  $I$ 。

**解：**电路中含有两个电源

令  $I_s = 0$ ， $U_s$  单独作用

电路可等效为（图 3-9 (b)）：

$$I' = \frac{U_s}{R_1 + R_2}$$

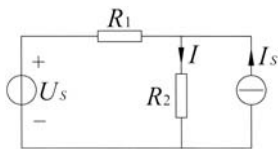
令  $U_s = 0$ ， $I_s$  单独作用

电路可等效为（图 3-9 (c)）：

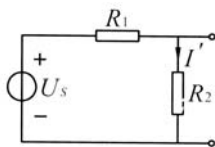
$$I'' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_s$$

当  $U_s$  与  $I_s$  同时作用时

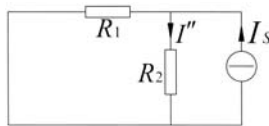
$$I = I' + I'' \quad (3-9)$$



(a)



(b)



(c)

图 3-9

应用叠加定理时应注意以下几点：

- (1) 叠加定理仅适用于线性电路，求解电压和电流的响应，而不能用来计算功率。
- (2) 在进行叠加时，要注意电参量的参考方向的一致性，不能随意更改。
- (3) 当一独立电源作用时，其他独立电源都应等于零（即理想电压源短路，理想电流源开路）。

### 3.4.2 齐次定理

齐次定理又称为比例性或均匀性定理。

当（线性电路）中全部激励源同时增大  $K$  倍，则其电路中任意处的响应亦增大  $K$  倍，如

图 3-10 所示。

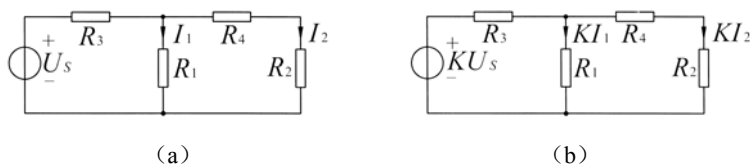


图 3-10

**例 3-9** 求图 3-11 中图 (a) 中电流  $I$  的值。

已知:  $R_1 = R_3 = R_4 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $U_s = 12V$ ,  $I_s = 6A$ 。

**解:** 图 3-11 (a) 可等效为图 (b) 与图 (c) 的叠加。

$$I' = \frac{12}{2+2} = 3(A)$$

$$I'' = -\frac{2}{2+2} \times 6 = -3(A)$$

$$\therefore I = I' + I'' = 0$$

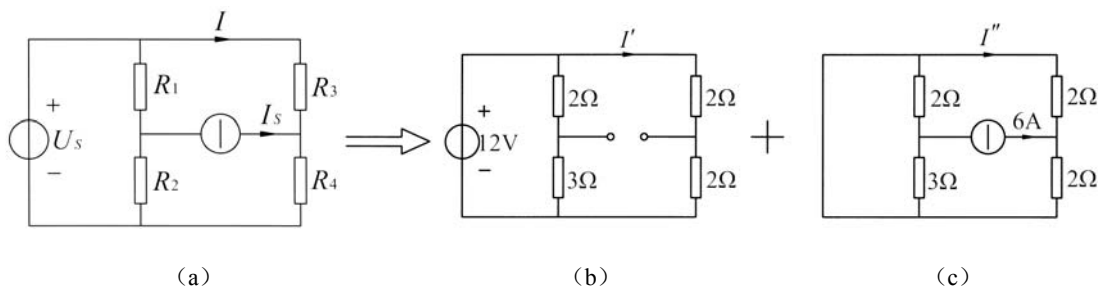


图 3-11

## 思考题

1. 下列说法是否正确, 为什么?

(1) 叠加定理只适用于线性电路, 它可以用来求线性电路中任何电量, 包括电流、电压、功率。

(2) 叠加定理只能用来求电流、电压, 不能用来求功率。不管是线性电路还是非线性电路, 只要是求电流、电压均可用叠加定理。

(3) 线性电路一定具有叠加性, 具有叠加性的电路一定是线性电路。

## 3.5 戴维南定理

### 3.5.1 戴维南等效

任何一个含源的二端网络都可以等效为一个实际电压源的模型，即由一个理想电压源与一个电阻构成。如图 3-12 所示。

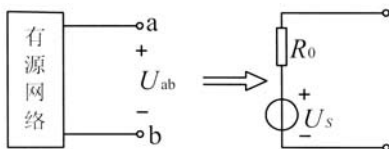


图 3-12

**例 3-10** 将图 3-13 等效为戴维南模型。

很显然，上例是利用两种电源模型相互等效转换而求得的，变换等效十分繁琐，能否找到一种更为简便的方法，求其等效电路呢？

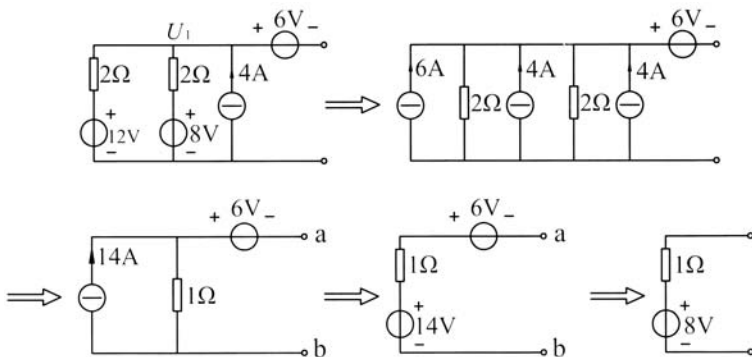


图 3-13

### 3.5.2 戴维南定理

在进行戴维南等效时，等效模型中的  $U_s$  即为有源二端网络的开路电压  $U_{ab}$ （即  $U_s = U_{ab}$ ）。等效模型中的  $R_0$  即为将有源二端网络转换为无源二端网络的等效电阻  $R_{ab}$ （即  $R_{ab} = R_0$ ）。

**例 3-11** 求图 3-13 电路的戴维南模型。

**解：**利用节点电压法求图 3-13 中的  $U_1$

$$U_1 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) - 12 \times \frac{1}{2} - 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$U_1 = 14 \text{ (V)}$$

$$\text{故 } U_{ab} = -6 + U_1 = -6 + 14 = 8 \text{ (V)}$$

将图 3-13 变换为无源二端网络, 如图 3-14 (a)。(电压源短路, 电流源开路)

$$R_{ab} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1 \text{ (}\Omega\text{)}$$

故其等效模型如图 3-14 (b)。

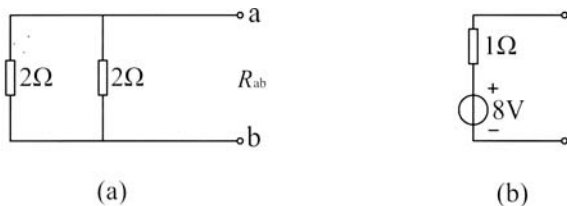


图 3-14

### 思 考 题

1. 一个无源二端网络的戴维南等效电路是什么?
2. 如何求有源二端网络的戴维南等效电路?

## 3.6 最大功率传输定理

实际应用中许多电子设备所用的电源, 无论是直流稳压电源, 还是其他各种电源, 其内部电路结构均比较复杂, 都可看成是一个有源二端网络。当所接负载不同时, 二端网络传输给负载的功率也就不同。

对于给定的有源二端网络, 当负载为何值时, 网络传输给负载的功率最大? 负载所能得到的最大功率又是多少呢? 下面我们来加以讨论。

$$I = \frac{U_s}{R_0 + R_L},$$

$$U = U_s - R_0 \cdot I$$

当  $R_L$  变化时,  $I$  也随之发生变化。

负载  $R_L$  吸收的功率为

$$\begin{aligned}
 P_L &= U \cdot I = (U_S - R_0 \cdot I) \cdot I = U_S \cdot I - R_0 \cdot I^2 \\
 &= \frac{U_S^2}{R_0 + R_L} - R_0 \frac{U_S^2}{(R_0 + R_L)^2} \\
 &= \frac{R_0 U_S^2 + R_L U_S^2 - R_0 U_S^2}{(R_0 + R_L)^2} \\
 &= \frac{R_L U_S^2}{(R_0 - R_L)^2 + 4R_0 R_L}
 \end{aligned}$$

当  $R_L = R_0$  时,  $P_L$  为最大

$$P_{Lm} = \frac{U_S^2}{4R_0}$$

通常将  $R_L = R_0$  称为最大功率匹配条件。

当满足匹配条件时, 负载可以从电源上获得最大功率, 电源向外提供的功率也最大。俗语中所说的不要用小马拉大车, 也不要用大马拉小车即是指相互匹配。

**例 3-12** 电路如图 3-15 所示, 已知  $U_S = 12\text{V}$ ,  $R_0 = 4\Omega$ , 外接负载为  $R_L$ 。

问: (1)  $R_L$  为何值时, 负载获得最大功率, 并求最大功率;

(2) 此时电源输出功率的效率是多少。

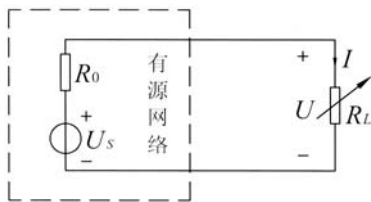


图 3-15

**解:** (1) 根据最大功率传输定理

当  $R_L = R_0 = 4\Omega$  时, 负载可获得最大功率

$$P_{Lm} = \frac{U_S^2}{4R_0} = \frac{12^2}{4 \times 4} = 9 (\text{W})$$

(2) 电源提供的功率为

$$P_{U_S} = -U_S \cdot I = -12 \times \frac{12}{4 + 4} = -18 (\text{W})$$

电源输出功率的效率为

$$\eta = \frac{P_{Lm}}{P_{U_s}} = \frac{9}{18} \times 100\% = 50\%$$

## 3.7 本章小结

### 1. 独立的 KCL 和 KVL 方程

支路数  $b$ , 节点数  $n$ , 网孔数  $m$ , 三者之间的关系为:  $b = (n-1) + m$ 。

$n$  个独立节点, 可以且仅可以列写  $(n-1)$  个 KCL 方程。

$m$  个网孔, 可以且仅可以列写  $m$  个 KVL 方程。

### 2. 支路电流法, 网孔电流法

以支路电流为未知数列写 KCL、KVL 及 VCR 方程求解。

以网孔电流为未知数列写网孔方程为:

自电阻乘以网孔电流, 加上互电阻乘以相邻网孔电流, 加上网孔的净电压源等于 0。

规定以绕行方向为正方向, 若与绕行方向不一致, 则需添加负号。

### 3. 节点电压法

以节点电压为未知数, 列写节点电压方程为:

自电导乘以节点电压, 减去互电导乘以相邻节点电压, 等于流入该节点的净电流源。

规定流入节点的净电流源为正, 流出节点的净电流源为负。

### 4. 叠加定理

在线性电路中, 多个电源共同作用的某一响应, 可以看成是每个电源单独作用响应的叠加。

### 5. 戴维南等效

任何有源二端网络都可等效为一个理想电压源与一电阻串联的模型, 其中  $U_s$  为二端网络的开路电压,  $R_0$  为二端网络的等效电阻。

### 6. 最大功率传输定理

当  $R_L = R_0$  时, 负载可以从电源中获得最大功率。即

$$P_{Lm} = \frac{U_s^2}{4R_0}$$

## 习 题 三

1. 试用  $2b$  方程法, 列写图 1 中各支路电流、电压的方程。

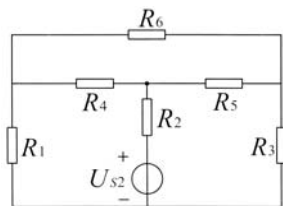


图 1

2. 用支路电流法求图 2 所示电路的各支路电流。

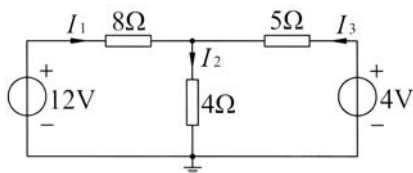


图 2

3. 求图 3 中电流  $I$ 。

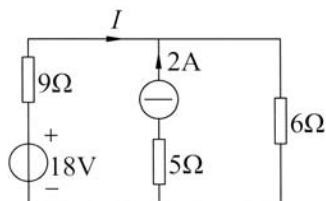


图 3

4. 用网孔法求图 4 中电流  $I$ 。

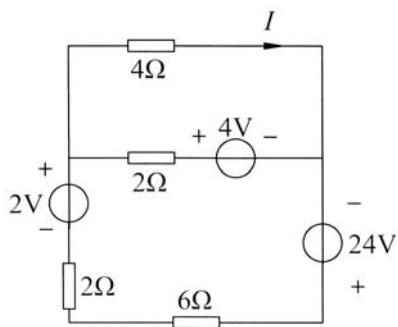


图 4

5. 用节点电压法求图 5 中电流  $I$ 。

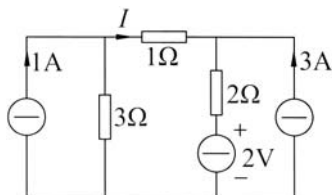


图 5

6. 电路如图 6, 求  $U_A$  和  $I_1$ ,  $I_2$ 。

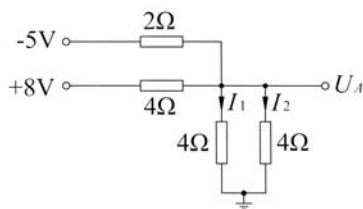


图 6

7. 用弥尔曼定理列写出图 7 中独立节点电压方程。

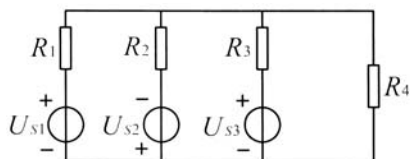


图 7

8. 试用叠加定理求图 8 中电流  $I$ 。

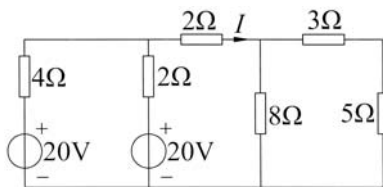


图 8

9. 用叠加定理求图 9 中电流  $I$ , 欲使  $I = 0$ , 问  $U_s$  应取何值。



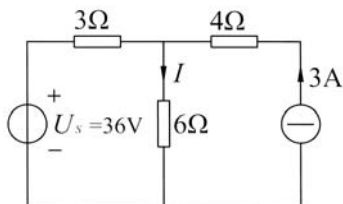


图 9

10. 图 10 中各电阻均为  $2\Omega$ ，试用齐次定理求各支路电流。

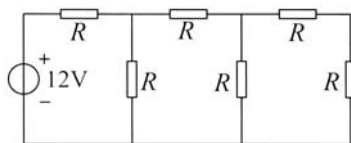


图 10

11. 试求图 11 的戴维南等效电路。

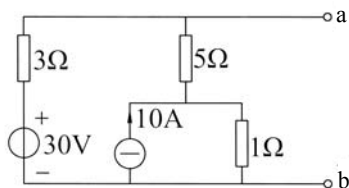


图 11

12. 利用戴维南定理，求图 8 中电流  $I$ 。

13. 已知一二端网络的外特性如图 12 所示，试画出其电路模型。

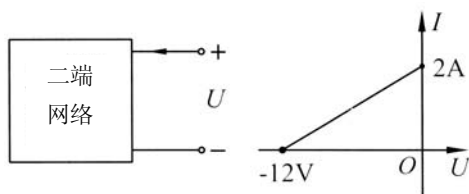


图 12

14. 利用戴维南定理求图 13 电路中电流  $I$ ，当负载电阻  $R$  为何值时，可从电路获得最大功率？并求此最大功率。

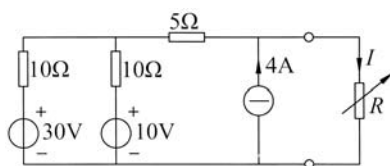


图 13

15. 求图 14 电路中负载获得最大功率时  $R_L$  的值及最大功率  $P_{\max}$ 。

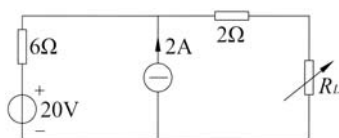


图 14

# 第 4 章 直流电路的动态分析

## 学习提示

本章主要介绍电容、电感元件的伏安关系(VCR)，储能特点。介绍一阶电路的过渡过程(也称为暂态过程)，以及一阶电路的零输入响应，零状态响应，全响应。

重点、难点：一阶动态电路的求解方法，三要素法。

自然界中，任何事物从一种状态(稳定状态)到另一种状态(稳定状态)都需要一定的时间，这个过程称为过渡过程。例如：电动机由静止到高速旋转，以及由旋转到静止都需要一定的时间。电容和电感元件在电路中也存在这样的过渡过程，常称为动态过程。因此，电容和电感元件又称为动态元件。

## 4.1 动态元件

### 4.1.1 电容的储能

电容的定义：一个二端元件，在任一时刻  $t$ ，它的电荷量  $q$  与其端电压  $u$  之间的关系为  $q(t) = C \cdot u(t)$

该电容为理想电容， $C$  为电容的容量，其电容值为常数。

$$i(t) = \frac{d \cdot q(t)}{dt} \quad (4-1)$$

将  $q(t) = C \cdot u(t)$  代入得

$$i(t) = C \cdot \frac{d \cdot u(t)}{dt} \quad (4-2)$$

上式即为电容元件微分形式的伏安关系。

式(4-2)表明

(1) 通过电容的电流与其端电压的变化率成正比。如果电容两端加直流电压，则电流为零，即  $i = 0$ ，电容元件相当于开路，故电容元件有隔断直流的作用。

(2) 根据数学定义，连续函数可以求导。故电容上电压不能突变，应是连续变化的。

电容是贮存电能的元件，在电压、电流采用关联参考方向的情况下，电容吸收的功率为

$$p(t) = u \cdot i = C \cdot u \cdot \frac{du}{dt} \quad (4-3)$$

电容吸收的能量

$$W_c(t) = \int_{-\infty}^t p(t) \cdot dt = \int_{-\infty}^t C \cdot u \cdot du = \frac{1}{2} \cdot C \cdot [u^2(t) - u^2(-\infty)]$$

一般认为  $u(-\infty) = 0$ ，则

$$W_c(t) = \frac{1}{2} C \cdot u^2(t) \quad (4-4)$$

电容在某一时刻的贮能只取决于该时刻电容上的电压值。

通常物体所具有的能量不能发生跃变，故电容上电压也不能发生跃变。

### 4.1.2 电感的储能

电感的定义：一个二端元件，在任一时刻  $t$ ，它的磁链  $\psi$  和通过它的电流  $i$  之间的关系为

$$\psi(t) = L \cdot i(t) \quad (4-5)$$

理想电感的电感量  $L$  为常数。

依据电磁感应定律，有  $u(t) = \frac{d \cdot \psi}{dt}$

将式 (4-5) 代入上式有

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (4-6)$$

此即为电感元件微分形式的伏安关系。

式 (4-6) 表明

(1) 电感元件的端电压与电流的变化率成正比。如果通过电感的电流是直流，则电感电压为零。因此，电感元件对直流相当于短路。

(2) 根据数学定义，通过电感元件的电流不能跃变。

电感是贮存磁场能的元件，在电压、电流采用关联参考方向的情况下，电感吸收的功率为

$$p(t) = u \cdot i = L \cdot i \cdot \frac{di}{dt}$$

电感吸收的能量

$$W_L(t) = \int_{-\infty}^t p(t) dt = \int_{-\infty}^t L \cdot i \cdot di = \frac{1}{2} L \cdot [i^2(t) - i^2(-\infty)]$$

一般认为  $i(-\infty) = 0$ ，则

$$W_L = \frac{1}{2} L \cdot i^2(t) \quad (4-7)$$

电感在某一时刻的贮能只取决于该时刻电感上的电流。由于电感上储能不能发生跃变，

故电感上电流也不能发生跃变。

### 思考题

1. 一电容 $C = 100\mu\text{F}$ , 其两端电压 $u_C = 5\text{V}$ , 问通过电容的电流和电容的储能是否等于零? 为什么?
2. 一电感 $L = 10\text{mH}$ , 通过电感的电流 $i_L = 10\text{A}$ , 问电感两端的电压和电感的储能是否都等于零? 为什么?

## 4.2 动态电路方程的建立

### 4.2.1 方程的建立

由于电容、电感元件的伏安关系具有微分形式, 所以电容和电感元件都称为动态元件。含有动态元件的电路称为动态电路。

电路如图 4-1 所示。

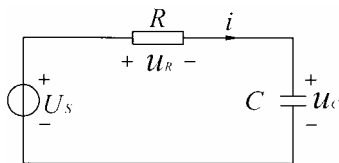


图 4-1

根据 KVL 方程可得

$$u_R + u_C = U_s$$

$$u_R = i \cdot R$$

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

故电路方程为

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = U_s \quad (4-8)$$

或

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot u_C = \frac{1}{RC} \cdot U_s$$

电路如图 4-2 所示。

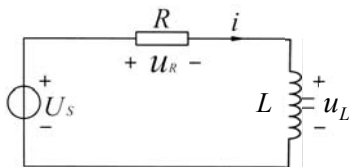


图 4-2

根据 KVL 方程可得

$$\begin{aligned} u_R + u_L &= U_s \\ u_R &= R \cdot i, \quad u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

故电路方程为：  $L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = U_s$

或

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = \frac{1}{L} \cdot U_s \quad (4-9)$$

(4-8) 式和 (4-9) 式均为一阶线性常系数微分方程，所以图 4-1 的 RC 电路和图 4-2 的 RL 电路均称为一阶电路。即电路中只含有一个独立动态元件。

### 4.2.2 换路定则

电路中开关接通或断开，以及电路的相关参数发生变化，通常称之为换路。换路意味着电路的工作状态突然发生变化。

设  $t=0$  的时刻为换路瞬间，则  $t=0_-$  为换路前的瞬间， $t=0_+$  为换路后的瞬间。而  $0_+$  和  $0_-$  都称为 0 时刻。

图 4-3 (a) 中，开关 S 在  $t=0$  时闭合，闭合后电源  $U_s$  通过电阻  $R$  对电容器  $C$  进行充电。电容上电量不断增加，电压  $u_C$  也在不断增加，电容上的储能也在不断变化。

由于电容上电压的变化是连续的，不能突变，即换路前电容电压  $u_C(0_-)$  和换路后电容电压  $u_C(0_+)$  是相等的。

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) \quad (4-10)$$

图 4-3 (b) 中，开关 S 在  $t=0$  时断开，断开后电感上所储存的磁场能通过  $R_1$ 、 $R_2$  进行释放。电感上磁场能不断减小，电感上电流也不断减小。

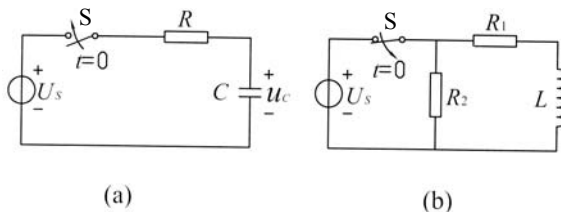


图 4-3

由于电感上电流的变化是连续的,不能突变,即换路前电感上电流 $i_L(0_-)$ 和换路后电感上电流 $i_L(0_+)$ 是相等的。

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) \quad (4-11)$$

式(4-10)和(4-11)称为换路定律。

### 4.2.3 初始值的确定

电路通常是在 $t=0$ 时刻进行换路,换路前电路应处于稳定状态,即电路中各电参量均为常数,则电容应处于开路状态,电感应处于短路状态。

在 $t=0_-$ 时,称 $u_c(0_-)$ 、 $i_c(0_-)$ 、 $u_L(0_-)$ 、 $i_L(0_-)$ 等为电路的起始稳态值。

在 $t=0_+$ 时,称 $u_c(0_+)$ 、 $i_c(0_+)$ 、 $u_L(0_+)$ 、 $i_L(0_+)$ 等为电路的初始暂态值。

经过很长时间的积累,暂态过程趋于结束,电路将重新进入一个新的稳定状态。

在 $t=\infty$ 时,称 $u_c(\infty)$ 、 $i_c(\infty)$ 、 $u_L(\infty)$ 、 $i_L(\infty)$ 等为电路的最终值(稳态值)。

**例 4-1** 图 4-4 所示电路,开关 S 断开且电路处于稳态,求:

(1) 开关 S 闭合前电感、电容的电压和电流的起始值。

(2) 开关 S 闭合后电感、电容的电压和电流的初始值。

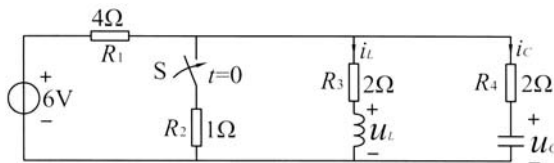


图 4-4

**解:**

(1)  $t=0_-$ 时,电路已处于稳态,则电感视为短路,电容视为开路。则

$$u_L(0_-) = 0 \quad i_C(0_-) = 0$$

$$i_L(0_-) = \frac{6}{4+2} = 1(\text{A})$$

其等效电路如图 4-5

$$u_c(0_-) = R_3 \cdot i_L = 2 \times 1 = 2 \text{ (V)}$$

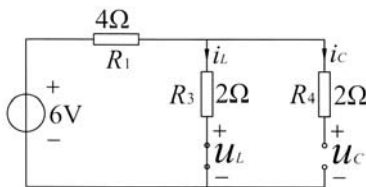


图 4-5

(2)  $t = 0_+$ 时, 开关闭合, 其等效电路如图 4-6。

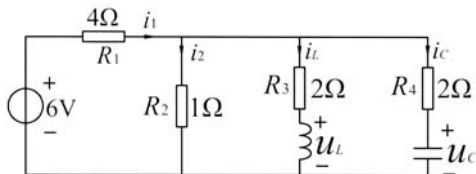


图 4-6

根据换路定则得

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1 \text{ (A)}$$

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = 2 \text{ (V)}$$

列写关于  $i_1(0_+)$ 、 $i_2(0_+)$ 、 $i_c(0_+)$ 、 $u_L(0_+)$  的方程。

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_L + i_c = i_2 + i_c + 1 \\ 4i_1 + 1 \cdot i_2 = 6 \\ 1 \cdot i_2 = 2i_L + u_L = 2 + u_L \\ 1 \cdot i_2 = 2i_c + u_c = 2 + 2i_c \end{cases}$$

解得:  $i_c(0_+) = -\frac{4}{7} \text{ A}$

$i_2(0_+) = \frac{6}{7} \text{ A}$

$$u_c = i_2 \times 1 - 2 = \frac{6}{7} - 2 = -\frac{8}{7} \text{ (V)}$$

$$\begin{cases} i_c(0_+) = -\frac{4}{7} \text{ (A)}, & u_c(0_+) = 2 \text{ (V)} \\ i_L(0_+) = 1 \text{ (A)}, & u_L(0_+) = -\frac{8}{7} \text{ (V)} \end{cases}$$

**例 4-2** 在图 4-7 所示电路中, 开关 S 闭合前电路已处于稳态, 求开关闭合瞬间电容和两



个电阻的电压初始值。

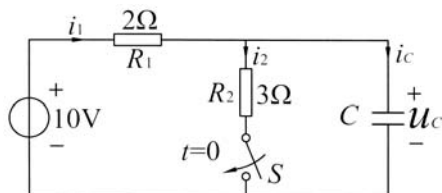


图 4-7

**解:**

(1)  $t=0_-$  时, 电路处于稳态, 电容视为开路

$$i_1(0_-) = i_c(0_-) = 0$$

$$u_c(0_-) = 10(\text{V})$$

(2)  $t=0_+$ , 开关闭合, 由换路定则可知

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = 10(\text{V})$$

$R_2$  与电容  $C$  并联, 则

$$u_2(0_+) = 10(\text{V}), \quad u_1(0_+) = 0,$$

$$i_1(0_+) = 0, \quad i_2(0_+) = \frac{u_2(0_+)}{3} = \frac{10}{3}(\text{A})$$

$$i_1(0_+) = i_2(0_+) + i_c(0_+)$$

所以

$$i_c(0_+) = -i_2(0_+) = -\frac{10}{3}(\text{A})$$

$$\begin{cases} u_1(0_+) = 0 \text{ (V)} & i_1(0_+) = 0 \text{ (A)} \\ u_2(0_+) = 10 \text{ (V)} & i_2(0_+) = \frac{10}{3} \text{ (A)} \\ u_c(0_+) = 10 \text{ (V)} & i_c(0_+) = -\frac{10}{3} \text{ (A)} \end{cases}$$

## 4.3 RC 电路的过渡过程

### 4.3.1 零输入响应

零输入响应是指电路中的电参量仅由动态元件的初始储能在电路中引起的响应, 与外加的独立电源无关。

图 4-8 中, 开关闭合前电容上电压为  $U_0$ , 即  $u_C(0_-) = U_0$ 。  $t = 0$  时, 开关闭合, 电容  $C$  通过电阻  $R$  放电, 电路有放电电流, 放电电流的初始值为  $i(0_+) = \frac{U_0}{R}$  为最大, 随着时间的推移, 电容两端电压逐渐降低, 放电电流逐渐减小。最终放电结束。如图 4-9。

$$i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt}$$

$$u_R = u_C$$

$$\text{则 } R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad (4-12)$$

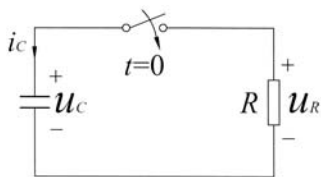


图 4-8

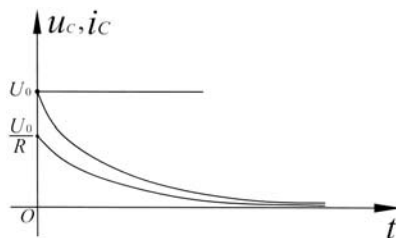


图 4-9

过渡过程可用一阶微分方程来描述。用微分方程来计算过渡过程比较麻烦。下面通过  $RC$  电路的讨论, 介绍一种分析和计算一阶电路过渡过程的简便方法 —— 三要素法。

电容上起始时刻的电压  $u_C(0_-) = U_0$ 。(由换路定则  $u_C(0_-) = u_C(0_+)$  可知),  $u_C(0_+) = U_0$ 。当电容上电荷全部通过电阻放完时, 电容上电压为  $u_C(\infty) = 0$ , 称  $u_C(0_+)$  为初始值,  $u_C(\infty)$  为稳态值, 也叫终值。

电容通过电阻放电时, 电阻越大, 放电需要的时间越长; 电容的容量越大, 放电需要的时间也越长。用  $\tau = R \cdot C$  表示过渡过程的快慢, 称为时间常数。

将初值, 终值和时间常数统称为一阶电路的三要素。

可以证明, 对于直流电源作用下的任何一阶电路中的电压和电流, 均可用三要素法来进行分析, 写成一般形式为

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4-13)$$

由此可知图 4-8 电路中,  $u_C(0_+) = U_0$ ,  $u_C(\infty) = 0$ ,  $\tau = R \cdot C$ , 故

$$u_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

此解一定满足 (4-12) 方程。

### 4.3.2 零状态响应

零状态响应就是动态电路中的电容或电感没有储能,仅由外加独立电源作用产生的响应。

图 4-10 中,开关闭合前电容上电压为 0,即  $u_C(0_-) = 0$ 。  $t = 0$  时,开关闭合,电源  $U_S$  通过电阻  $R$  对电容  $C$  进行充电,电路有充电电流,充电开始的初始值  $i(0_+) = \frac{U_S}{R}$  为最大,随着时间的推移,电容两端的电压不断增加,充电电流逐渐减小,经过一段时间后,电容上电压接近并将最终稳定为  $U_S$  值。

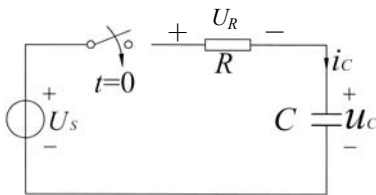


图 4-10

由 KVL 可得

$$\begin{aligned} u_R + u_C &= U_S \\ i_C &= C \cdot \frac{du_C}{dt} \end{aligned}$$

因上面两式得

$$R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = U_S \quad (4-14)$$

电容电压: 初始值  $u_C(0_+) = 0$ , 终值  $u_C(\infty) = U_S$

电容电流: 初始值  $i_C(0_+) = \frac{U_S}{R}$ , 终值  $i_C(\infty) = 0$

时间常数:  $\tau = R \cdot C$

根据三要素法可求解

$$\begin{aligned} u_C(t) &= U_S + [0 - U_S] \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \\ &= U_S \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right) \end{aligned} \quad (4-15)$$

$$\begin{aligned} i_C(t) &= 0 + \left(\frac{U_S}{R} - 0\right) \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \\ &= \left(\frac{U_S}{R}\right) \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \end{aligned} \quad (4-16)$$

将 (4-15)、(4-16) 式代入 (4-14) 方程, 满足原方程。

图 4-11 反映了  $u_c$  随时间变化的过程。

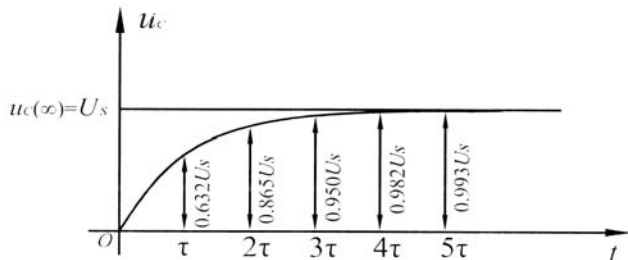


图 4-11

表 4-1 电容充电时电压的变化

$t$	0	$\tau$	$2\tau$	$3\tau$	$4\tau$	$5\tau$	$\infty$
$u_c / u_c(\infty)$	0	0.632	0.865	0.950	0.982	0.993	1

从图 4-11 和表 4-1 中可以看出

(1) 时间常数  $\tau$  的数值等于电容电压由初始值上升到稳态值的 63.2% 所需的时间。

(2) 电压开始变化较快，而后逐渐缓慢。因此，虽然从理论上可以说，只有当  $t \rightarrow \infty$  时， $u_c$  才能达到稳定值，充电过程才结束。但在工程上可认为，经过大约  $(3 \sim 5)\tau$  的时间，过渡过程基本结束。

## 4.4 $RL$ 电路的过渡过程

### 4.4.1 零状态响应

图 4-12 所示为  $RL$  串联电路，开关闭合前，电感上电流为 0，在  $t = 0$  时，将开关 S 闭合。则电感  $L$  通过电阻  $R$  与直流电压源  $U_s$  接通。

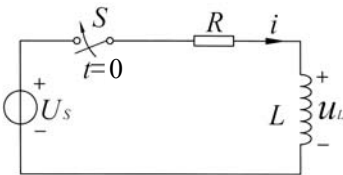


图 4-12

该电路也是一阶电路。可用三要素法求解。

$$t=0 \text{ 时 } i(0_+) = i(0_-) = 0$$

$$t=\infty \text{ 时 } i(\infty) = \frac{U_S}{R} \quad (\text{稳态时, 电感视为短路})$$

$RL$  电路过渡过程的快慢由时间常数  $\tau = \frac{L}{R}$  决定。 $L$  越大,  $\tau$  越大, 意味着电感所储存的最终能量大;  $R$  越小, 则电流越大, 也意味着电感所储存的最终能量大。 $\tau$  越大, 过渡过程的时间越长。改变电路参数 ( $R$ ,  $L$ ) 也可以改变过渡过程时间的长短。

所以

$$\begin{aligned} i(t) &= i(\infty) + [i(0_+) - i(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= \frac{U_S}{R} - \frac{U_S}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_S}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \end{aligned}$$

同样

$$\begin{aligned} u_L(0_+) &= U_S \quad u_L(\infty) = 0 \quad \tau = \frac{L}{R} \\ u_L(t) &= u_L(\infty) + [u_L(0_+) - u_L(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= U_S \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \end{aligned}$$

#### 4.4.2 零输入响应

图 4-13 所示电路, 开关换路前, 电路已处于稳态。 $t=0$  时将开关  $S$  由 1 掷向 2, 电感  $L$  通过电阻  $R$  释放其自身原有的储能。

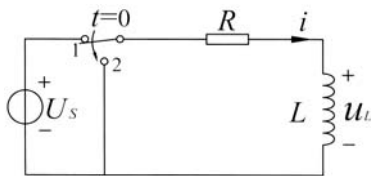


图 4-13

由三要素法可求其响应。

$$t=0 \text{ 时, } i(0_+) = i(0_-)$$

$$i(0_-) = \frac{U_S}{R} \quad (\text{稳态时电感处于短路})$$

$$t = \infty \text{ 时, } i(\infty) = 0, \quad \tau = \frac{L}{R}$$

$$\text{所以 } i(t) = i(\infty) + [i(0_+) - i(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= \frac{U_S}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

同样

$$u_L(0_+) = -R \cdot i(0_+) = -U_S \quad u_L(\infty) = 0$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$\text{所以 } u_L(t) = -U_S \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

根据  $u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$  也可得到相同的结论。

关于  $RL$  电路的几点注意事项:

在图 4-13 中, 由于电感元件上电流变化是连续的, 若在稳态的情况下切断开关  $S$ , 则电流变化率  $\frac{di}{dt}$  很大, 致使电感两端产生很高的自感电动势, 此时电感相当于一个电压源, 其极性刚好与  $U_S$  相反。该电压与电源电压一起加于开关  $S$  的两端, 会使开关两触点间空气击穿, 形成火花或电弧, 延缓了电路的断开, 甚至还会烧毁开关的触头。

为了防止高电压损坏开关以及接在电路中的测量仪表或其他元器件。在设计或使用电感量比较大的电气设备时, 应采取必要的措施。

图 4-14 是采用接入二极管的方法防止产生高电压的电路图。

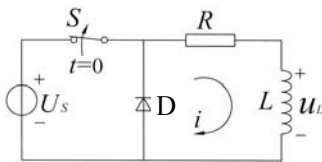


图 4-14

在  $RL$  电路工作时, 二极管  $D$  处于反向截止状态, 对电路工作没有影响。当开关断开时, 二极管提供了一条通路, 使电流  $I$  缓慢衰减, 这就避免了高电压的产生。这个二极管称为续流二极管。在电感线圈两端并联续流二极管是工程实际中经常采用的一种安全措施。

## 思考题

1. 用三要素法求一阶电路的响应时, 其初始值用 $f(0_-)$ 可不可以?
2. 电容的初始电压越高, 是否放电的时间越长?
3. 某电路的电流为 $i_L(t) = 10 + 2e^{-10t}$ , 试问它的三要素各为多少?

## 4.5 本章小结

1. 电容元件和电感元件的 VCR 关系;

$$i_C = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

2. 电容元件和电感元件的储能关系;

$$W_C = \frac{1}{2} C \cdot u_c^2$$

$$W_L = \frac{1}{2} L \cdot i_L^2$$

3. 换路定则

$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

4. 零输入响应: 仅由动态元件的初始储能在电路中引起的响应, 与外加的独立电源无关。  
零状态响应: 动态元件没有初始储能, 仅由外加独立电源作用产生的响应。
5. 三要素及三要素求解响应。

$f(0_+)$       初始值  
 $f(\infty)$       终值 (稳态值)  
 $\tau$           时间常数

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

## 习题四

1. 电路如图 1 所示, 电容初始状态未储能, 且电容量较大。当开关 S 合上时, 灯泡的

亮度将如何变化?

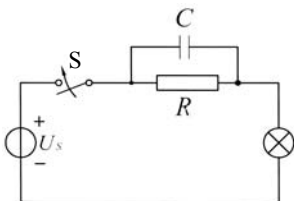


图 1

2. 电路如图 2 所示, 设电感初始状态未储能, 且电感量较大, 试问当开关 S 合上时, 灯泡的亮度将如何变化?

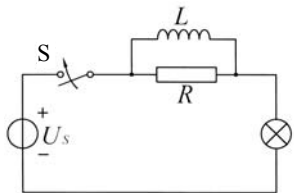


图 2

3. 已知  $u_c(0_-) = 4\text{V}$ ,  $R = 4\Omega$ 。试求图 3 所示电路  $t = 0_-$ 、 $t = 0_+$ , 及  $t = \infty$  时的  $i$ ,  $u_R$ ,  $u_c$ 。

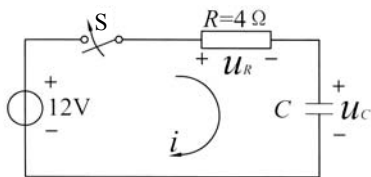


图 3

4. 电路如图 4, 开关闭合前电路已处于稳态, 试求  $t = 0_-$ 、 $t = 0_+$ , 及  $t = \infty$  时的  $i$ ,  $u_R$ ,  $u_L$ 。

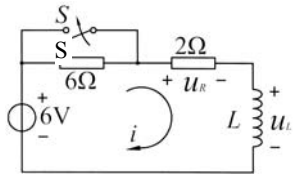


图 4

5. 电路如图 5, 开关闭合前电路处于稳态。  $t = 0$  时开关闭合, 求  $t \geq 0$  时的电容电压  $u_c(t)$ 。



(可用三要素公式求其响应)。

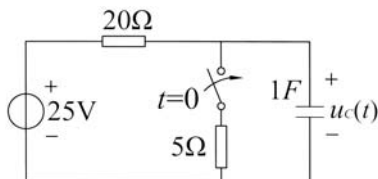


图 5

6. 电路如图 6, 开关断开前电路处于稳态,  $t=0$  时, 开关断开, 求  $t \geq 0$  时的电感电流  $i_L(t)$ 。

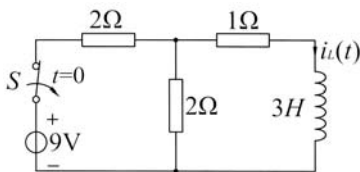


图 6

7. 图 7 中电压表的内阻为  $1000\text{k}\Omega$ , 试问在开关 S 打开瞬间电压表所承受的电压和电感两端的电压可达多少伏特?

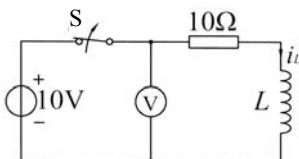


图 7

8. 电路如图 8, 已知  $R=4\text{k}\Omega$ ,  $C=10\mu\text{F}$ , 电容上初始储能为零。求: (1) 电路的时间常数  $\tau$ ; (2) 电路的最大充电的电流。

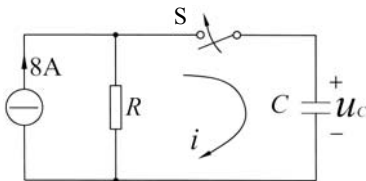


图 8

9. 电路如图 9, 开关闭合前电路已达稳态, 求换路后, 各支路上电流的响应。

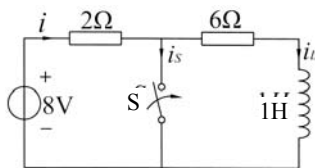


图 9

10. 电路如图 10, 开关断开前电路已达稳态, 求换路后, 各元件上电压的响应。

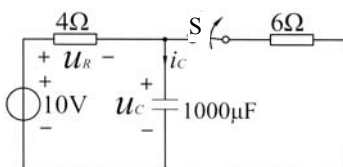


图 10

11. 某电路的电流为  $i(t) = 10 + 10e^{-100t}$ , 求该电路的初值, 终值及时间常数  $\tau$ 。

12. 图 11 为一实际电容器的等效电路, 充电后切断电源, 电容通过泄漏电阻  $R_2$  释放其储存的能量, 设  $u_C(0^-) = 10^4 \text{V}$ ,  $C = 500 \mu\text{F}$ ,  $R_2 = 10 \text{M}\Omega$ 。试计算:

- (1) 电容  $C$  的初始储能;
- (2) 放电电流的最大值;
- (3) 电容电压降到人身安全电压 36V, 所需的时间。

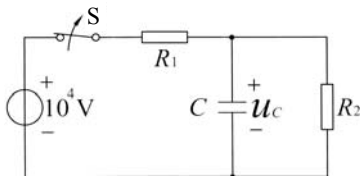


图 11

# 第 5 章 正弦交流电路

## 学习提示:

本章主要学习单相交流电的基本概念和基本分析方法。首先介绍正弦交流电的基本特征和相量表示法,然后讨论单一参数电路中,电压与电流的关系,以及相量形式的欧姆定律。阻抗的串、并联运算,有功功率、无功功率、功率因数。最后介绍三相电源与三相负载的基本知识。

重点、难点:正弦交流电的三要素,正弦交流电的相量表示及相量的运算。电压三角形、功率三角形、功率因数。

## 5.1 正弦交流电的基本概念

### 5.1.1 直流电与交流电的区别

我们学习过理想电压源与理想电流源,那些都是指恒定直流电源,其实只要是电压或电流的方向保持不变的就都可称为直流,统称为广义的直流,如图 5-1 所示。

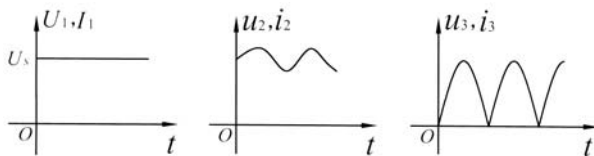


图 5-1

电压和电流的大小和方向(极性)都随时间而变化,称之为交流电。如图 5-2。

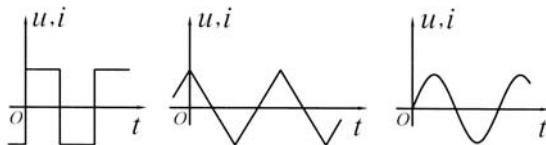


图 5-2

交流电的种类较多,其中电压和电流的大小和方向随时间呈正弦规律变化,称为正弦交

流电压或正弦交流电流。

### 5.1.2 正弦量的三要素

#### (1) 周期与频率

所谓周期,就是指信号每隔一定的时间  $T$ , 电流或电压的波形重复出现,或者说每隔一定的时间  $T$ , 电压或电流循环一次。

周期信号在单位时间内完成的循环次数称为频率,用  $f$  表示,单位为赫兹(Hz)。

频率与周期互为倒数,即

$$T = \frac{1}{f}$$

或

$$f = \frac{1}{T} \quad (5-1)$$

在我国,工业用电的标准频率为 50Hz, (有些国家和地区如美国、日本等采用 60Hz), 这种频率在工业上广泛应用,习惯上称为工频。实验室用的音频信号源的频率大约在 20—20kHz 左右。无线电广播信号的频率高达几百千赫兹,甚至更高。

在电工技术中经常用角频率  $\omega$  来表示其变化的快慢,它表示单位时间内经历的弧度数。

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (5-2)$$

其单位为: (rad/s) 弧度/秒。

#### (2) 最大值,有效值与平均值

正弦量在任一瞬间的值称为瞬时值,用小写字母表示,如

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u = U_m \sin \omega t$$

正弦量在变化过程中所达到的最大值称为振幅值,也叫做峰值。用  $I_m$  或  $U_m$  表示。

另外,在电工技术中,还常用有效值或平均值来描述正弦参量。

正弦量的有效值是根据交流电流和直流电流热效应相等的原则来确定的。设一交流电流  $i$  和直流电流  $I$  通过阻值相同的电阻  $R$ , 在相同的时间  $T$  内产生的热量相等,那么就规定这个交流电流  $i$  的有效值在数值上等于这个直流电流  $I$  的大小。

由焦耳定律可得:

$$\begin{aligned} \int_0^T Ri^2 \cdot dt &= RI^2T \\ \therefore I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t \cdot dt} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m \end{aligned} \quad (5-3)$$

同理: 
$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \quad (5-4)$$

**例 5-1** 已知  $u = 311 \cdot \sin 314t$ , 试求电压有效值  $U$ 。

**解:**

$$U_m = 311(\text{V})$$

有效值:

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 311 = 220(\text{V})$$

在电工技术中, 有时也会遇到求平均值的情况。但由于正弦交流电在一个周期内的平均值为零, 因此这里所指的平均值是指半个周期内的平均值。

平均值是根据等面积效应求得的。用  $\bar{I}$  或  $\bar{U}$  表示。

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T |i| \cdot dt = \frac{2}{\pi} I_m \quad (5-5)$$

(3) 相位与初相位、相位差

图 5-3 是某一正弦电压的波形。则对应的波形函数可表达为:

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \theta) \quad (5-6)$$

在 (5-6) 式中,  $\omega t + \theta$  称为相位 (或相位角);

$\theta$  称为初相位 (或初相角)。

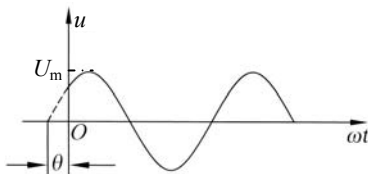


图 5-3

假设波形图中曲线从负值向正值过渡时所经过的零值点称为零点。如果零点位于坐标原点左侧时, 则初相角 (位) 大于零。如果零点位于坐标原点右侧时, 则初相角 (位) 小于零。

在一个正弦交流电路中, 电压和电流的频率是相同的, 它们的初相位有可能不同, 两者初相位之差称为相位差。用  $\Delta\theta$  表示。

设:  $u = U_m \cdot \sin(\omega t + \theta_1)$

$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \theta_2)$

则两者的相位差为:

$$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 \quad (5-7)$$

相位、初相位、相位差都采用同一单位: 弧度 (rad)。

当  $\pi > \Delta\theta > 0$  时, 称  $u$  超前于  $i$ ,

当  $-\pi < \Delta\theta < 0$  时, 称  $u$  滞后于  $i$ ,

当  $\Delta\theta = 0$  或  $2\pi$  时, 称  $u$  与  $i$  同相,

当  $\Delta\theta = \pm\pi$  时, 称  $u$  与  $i$  反相。

图 5-4 分别反映了超前 (滞后)、同相、反相的关系。

图 5-4 (a) 中,  $u$  超前  $i$  (或  $i$  滞后  $u$ )。

图 5-4 (b) 中,  $i_1$  与  $i_2$  同相。  $i_1$ 、 $i_2$  与  $i_3$  反相。

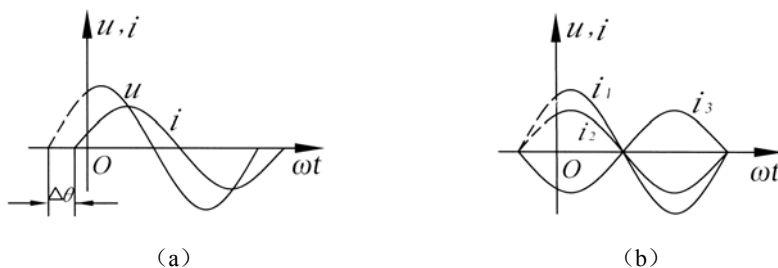


图 5-4

## 思考题

1. 两个频率不相同的正弦交流电量, 能否比较相位差?
2. 如让电流为 4A 的直流电和最大值为 5A 的正弦交流电分别通过阻值相等的电阻, 在相同时间内, 哪个电阻发热多? 为什么?

## 5.2 正弦信号的相量表示法

### 5.2.1 正弦信号的表示方法

正弦交流信号的变化规律满足正弦函数的变化规律, 其表示方法有多种:

- (1) 瞬时值表达式也称解析式。如:

$$u = U_m \sin(\omega t + \theta) \quad (5-8)$$

- (2) 三要素表示法。如:  $U_m$ 、 $\omega$ 、 $\theta$

- (3) 波形图表示法。

- (4) 正弦信号的相量表示法。

### 5.2.2 相量

在数学中有向量的概念，即一个有向线段。物理学中有矢量的概念，既有大小，又有方向，通常也用一有向线段表示。如今正弦交流电中引入相量一词，也用一有向线段表示。

在同一个正弦交流电路中，各正弦量的幅度和初相位都可能不同。但它们的频率是相同的。若只考虑正弦量的幅度和初相位，而不去考虑其角频率，则正弦量完全可以用只有大小和方向的相量来描述。

相量的数学基础是复数。下面先介绍复数的有关知识。

1. 复数。在数学中常用  $A = a + jb$  表示复数，其中  $a$  为实部， $b$  为虚部， $j = \sqrt{-1}$  称为虚单位。在电工技术中，为了区别于电流的符号  $i$ ，虚单位常用  $j$  表示。

建立一个复平面，平面内  $A = a + jb$  与  $\overline{OA} = a + jb$  都可以表示复数，如图 5-5。称  $\overline{OA}$  为复矢量， $r = |\overline{OA}| = \sqrt{a^2 + b^2}$  称为模， $\theta = \arctg \frac{b}{a}$  称为辐角。

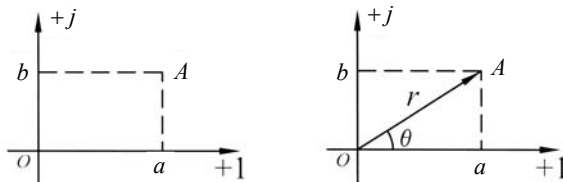


图 5-5

#### (1) 复数的四种表示形式

代数式

$$A = a + jb$$

三角式

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{a^2 + b^2} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + j \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \\ &= r \cdot (\cos \theta + j \sin \theta) \end{aligned}$$

指数形式

$$A = r \cdot e^{j\theta}$$

极坐标形式

$$A = r \angle \theta$$

#### (2) 复数的运算

复数的加减法：通常是将实部相加减，虚部相加减。

若是用有向线段表示复数，也可用矢量合成法进行复数相加减，即“平行四边形法则”进行复数相加；“三角形法则”进行复数相减。

**例 5-2** 设  $A_1 = a_1 + jb_1 = r_1 \angle \theta_1$ ,  $A_2 = a_2 + jb_2 = r_2 \angle \theta_2$

求:  $A_1 + A_2$  及  $A_1 - A_2$ 。

**解:** (1)  $A_1 + A_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$

$$A_1 - A_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$$

(2) 可利用作图法求  $A_1 + A_2$ ,  $A_1 - A_2$

复数的乘除法, 代数法相乘除计算较烦琐, 若利用指数式或极坐标式进行乘除运算, 则较方便。两复数相乘, 即模相乘, 辐角相加; 两复数相除, 即模相除, 辐角相减。

**例 5-3** 如图 5-6, 已知  $A_1 = 10 \angle 37^\circ$ ,  $A_2 = 10 \angle -53^\circ$ , 求  $A_1 \cdot A_2$ ,  $\frac{A_1}{A_2}$

**解:**  $A_1 \cdot A_2 = 10 \angle 37^\circ \cdot 10 \angle -53^\circ = 100 \angle -16^\circ$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{10 \angle 37^\circ}{10 \angle -53^\circ} = 1 \angle 90^\circ$$

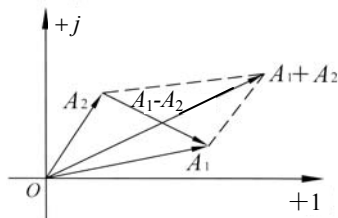


图 5-6

2. 正弦量可用有向线段表示, 而有向线段又可用复数表示, 所以正弦量也可用复数来表示。用复数表示正弦量即称为相量。

### 5.2.3 正弦量的相量表示法

给出一个正弦量  $u = U_m \cdot \sin(\omega t + \theta)$ , 在复平面上作一矢量。矢量的长度等于振幅值  $U_m$ , 矢量与横轴的正方向之间的夹角等于  $\theta$ , 矢量以角速度  $\omega$  绕坐标原点逆时针方向旋转。如图 5-7, 此时, 该旋转矢量在纵轴上的投影恰好为正弦交流电量的表达式。由此可见, 上述旋转矢量既能反映正弦量的三要素, 也能通过它在纵轴上的投影确定正弦量的瞬时值, 所以复平面上一个旋转矢量可以完整地表示一个正弦量。

复平面上的矢量与复数是一一对应的, 用复数  $U_m e^{j\theta}$  来表示复数的起始位置, 再乘以旋转因子  $e^{j\omega t}$  便为上述旋转矢量, 即

$$U_m e^{j\theta} \cdot e^{j\omega t} = U_m e^{j(\omega t + \theta)} = U_m \cos(\omega t + \theta) + jU_m \sin(\omega t + \theta)$$

该矢量的虚部即为正弦量的解析式, 由于复数本身并不是正弦函数, 因此用复数对应地表示一个正弦量并不意味着两者相等。



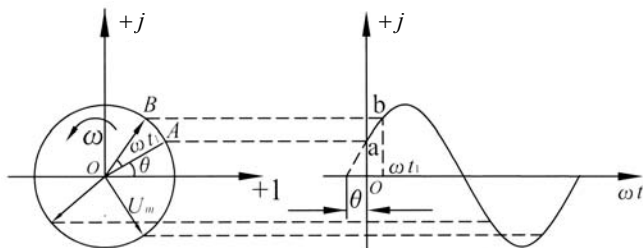


图 5-7

在正弦交流电路中, 由于角频率  $\omega$  常为一定值, 各电压和电流都是同频率的正弦量, 这样, 便可用起始位置的矢量来表示正弦量, 即把旋转因子  $e^{j\omega t}$  省去, 而用复数  $U_m e^{j\theta}$  对应地表示一个正弦量。

又因为我们常用到正弦量的有效值, 所以我们也常用  $Ue^{j\theta}$  来表示一个正弦量, 把模等于正弦量的有效值, 幅角等于正弦量的初相角的复数称为该正弦量的有效值相量。常用正弦量的大写符号上加一圆点 “ $\cdot$ ” 来表示, 即以  $\dot{U}$ 、 $\dot{I}$  等表示。如

$$\dot{U} = U \angle \theta \quad (5-9)$$

正弦量的相量和复数一样, 可以在复平面上用矢量表示。画在复平面上表示相量的图形称为相量图。显然, 只有同频率的多个正弦量对应的相量画在同一复平面上才有意义。

只有同频率的正弦量才能相互运算, 运算方法按复数的运算规则进行。把用相量表示正弦量进行正弦交流电路运算的方法称为相量法。

**例 5-4** 正弦交流  $i_1 = 30 \sin \omega t$ ,  $i_2 = 10 \sin(\omega t + 30^\circ)$ , 写出它们的相量表达式。

**解:**

$$\dot{I}_{1m} = 30 \angle 0^\circ = 30(\text{A})$$

或

$$\dot{I}_1 = \frac{30}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ (\text{A})$$

$$\dot{I}_{2m} = 10 \angle 30^\circ = (5\sqrt{3} + j5) \text{A}, \quad \dot{I}_2 = \frac{10}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ (\text{A})$$

**例 5-5** 已知  $\dot{I} = 5 \angle 45^\circ$ ,  $\dot{U} = 380 \angle 240^\circ$ , 两交流电量的频率均为 50Hz, 试写出其瞬时表达式。

**解:**  $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi (\text{rad/s})$

$$I_m = \sqrt{2}I = 5\sqrt{2}, \quad U_m = \sqrt{2}U = 380\sqrt{2}$$

$$\therefore i = 5\sqrt{2} \sin(314t + 45^\circ)$$

$$u = 380\sqrt{2} \sin(314t + 240^\circ)$$

### 5.2.4 相量图

相量是用复数表示的，它们在复平面上的图形称为相量图。

例如： $\dot{U} = 10\angle\frac{\pi}{3}$  (V)， $\dot{i} = 2\angle-\frac{\pi}{4}$  (A)，

如图 5-8 所示。

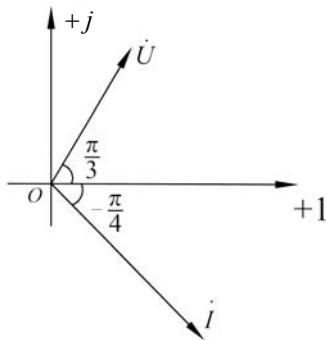


图 5-8

复数在复平面上可以做加减运算，相量在相量图上也可以做加减运算，且运算方法相同。需要指出的是，只有相同频率的正弦量才能画在同一相量图中。同样，只有同频率的正弦量之间才能进行加减乘除运算。

### 思考题

1. 简述正弦交流电的几种表达方法及其物理意义。
2. 已知： $i_1 = 60\sin(314t + 30^\circ)$ ， $i_2 = 80\sin(314t - 60^\circ)$ ，试用相量图求  $i_1 + i_2$  的表达式。

## 5.3 正弦电路中的电阻元件

电阻元件、电感元件及电容元件是交流电路的基本元件，日常生活中的交流电路都是由这三种元件组合起来的。为了分析这种交流电路，我们先来分析单个元件上电压与电流的关系、能量的转换与储存关系。

### 5.3.1 电阻元件上电压与电流的关系

图 5-9 中, 当线性电阻  $R$  两端加上正弦电压  $u_R$  时, 电阻中便有电流  $i_R$  通过。

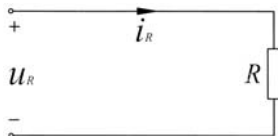


图 5-9

在任一瞬时, 电压  $u_R$  和电流  $i_R$  都满足欧姆定律, 即

$$i_R = \frac{u_R}{R}$$

设  $u_R = U_{Rm} \cdot \sin(\omega t + \theta)$

则  $i_R = \frac{U_{Rm}}{R} \cdot \sin(\omega t + \theta)$

$$= I_{Rm} \cdot \sin(\omega t + \theta)$$

$$\therefore I_{Rm} = \frac{U_{Rm}}{R} \quad \text{或} \quad I_R = \frac{U_R}{R}$$

结论: 电阻上的电压与电流同频又同相。

对应的相量形式:

$$\dot{U}_R = U_R \angle \theta = R \cdot I_R \angle \theta$$

$$\dot{I}_R = I_R \angle \theta$$

$$\therefore \dot{U}_R = R \cdot \dot{I}_R \quad (5-9)$$

### 5.3.2 电阻元件的功率

交流电路中, 任一瞬间, 元件上电压的瞬时值与电流的瞬时值乘积叫做该元件的瞬时功率, 用小写字母  $p$  表示, 即

$$p = u \cdot i$$

$$p = u_R \cdot i_R = U_{Rm} \cdot \sin \omega t \cdot I_{Rm} \cdot \sin \omega t$$

$$= U_{Rm} \cdot I_{Rm} \cdot \sin^2 \omega t = \frac{U_{Rm} \cdot I_{Rm}}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

$$= U_R \cdot I_R (1 - \cos 2\omega t)$$

图 5-10 中画出了电阻元件上瞬时功率曲线。

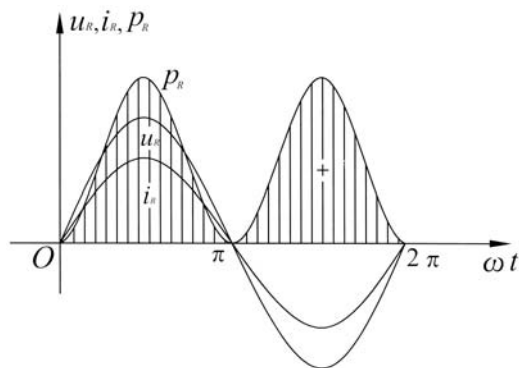


图 5-10

在电压和电流的关联参考方向下，任一瞬间电压与电流同频同相，所以瞬时功率恒大于零，即  $p_R \geq 0$ ，表明电阻元件是一个耗能元件。

电阻的平均功率是指瞬时功率的平均值（通常指一个周期内的平均值）  
即

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T U_R \cdot I_R \cdot (1 - \cos 2\omega t) \cdot dt \\
 &= \frac{1}{T} \cdot U_R \cdot I_R \left[ \int_0^T 1 \cdot dt - \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt \right] \\
 &= \frac{1}{T} U_R \cdot I_R (T - 0) = U_R I_R
 \end{aligned}$$

由于

$$I_R = \frac{U_R}{R}$$

或

$$U_R = I_R \cdot R$$

所以

$$P = U_R \cdot I_R = I_R^2 R = \frac{U_R^2}{R} \quad (5-10)$$

功率的单位为瓦（特），用字母（W）表示，有时也用千瓦（kW）表示。

**例 5-6** 一电阻  $R = 100 \Omega$ ，接到  $u = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$  的电压上，求：

- （1）电阻上电流的大小。
- （2）电阻上的平均功率。

(3) 作出  $\dot{U}_R$ ,  $\dot{I}_R$  的相量图。

**解:** (1)  $i_R = \frac{u_R}{R} = \frac{220\sqrt{2}}{100} \cdot \sin(\omega t + 30^\circ) = 2.2\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$

(2)  $U_R = 220(\text{V})$ ,  $I_R = 2.2(\text{A})$

$P = U_R \cdot I_R = 220 \cdot 2.2 = 484(\text{W})$

(3)  $\dot{U}_R = 220\angle 30^\circ(\text{V})$ ,  $\dot{I}_R = 2.2\angle 30^\circ(\text{A})$

相量图如图 5-11 所示。

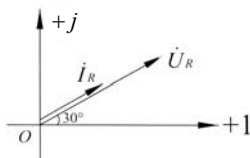


图 5-11

## 5.4 正弦电路中的电感元件

### 5.4.1 电感元件上电压和电流的关系

在电感元件的两端加上正弦交流电压，电感上流过交流电流，如图 5-12 所示。

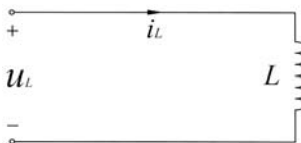


图 5-12

设  $i_L = I_{Lm} \cdot \sin(\omega t + \theta)$

$$\begin{aligned} \text{则 } u_L &= L \frac{di_L}{dt} \\ &= L \cdot \frac{d[I_{Lm} \cdot \sin(\omega t + \theta)]}{dt} \\ &= I_{Lm} \cdot \omega L \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= U_{Lm} \cdot \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

由此表明:

$$U_{Lm} = \omega L \cdot I_{Lm}$$

令  $X_L = \omega L$  称为感抗,

则  $U_{Lm} = X_L \cdot I_{Lm}$

感抗是用来描述电感线圈对交流电流阻碍的一个物理量。交流电的频率越高,感抗越大;率越低,感抗越小。通常认为电感元件具有通直流阻交流、低频阻高频的特性。

感抗的单位为欧姆,用  $\Omega$  表示。

对应的相量形式 (如图 5-13 所示):

$$\begin{aligned}\dot{I}_L &= I_L \angle \theta \\ \dot{U}_L &= \omega L \cdot I_L \angle (\theta + \frac{\pi}{2}) \\ &= \omega L \angle \frac{\pi}{2} \cdot I_L \angle \theta \\ &= j\omega L \cdot \dot{I}_L\end{aligned}$$

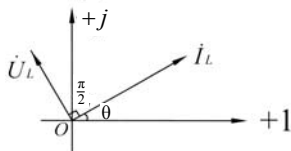


图 5-13

结论: (1) 电感上电压与电流同频, 但不同相。

(2) 电感上电压超前电流  $90^\circ$  (或  $\frac{\pi}{2}$ )。

(3) 电感元件上存在感抗, 其值为  $X_L = \omega L$ 。

(4) 在电感元件上应用欧姆定律时有两种形式:

$$U_L = \omega L \cdot I_L \quad \dot{U}_L = j\omega L \cdot \dot{I}_L$$

## 5.4.2 电感元件的功率

瞬时功率

设  $i_L = I_{Lm} \cdot \sin \omega t$

则  $u_L = U_{Lm} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$$\begin{aligned}
 p_L &= u_L \cdot i_L = U_{Lm} \cdot I_{Lm} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \cdot \sin \omega t \\
 &= U_{Lm} \cdot I_{Lm} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
 &= \frac{1}{2} U_{Lm} \cdot I_{Lm} \cdot \sin 2\omega t \\
 &= U_L \cdot I_L \cdot \sin 2\omega t
 \end{aligned}$$

图 5-14 为电感元件上，电压、电流，瞬时功率的波形图。瞬时功率  $p$  也是正弦函数，频率为  $2\omega$ 。

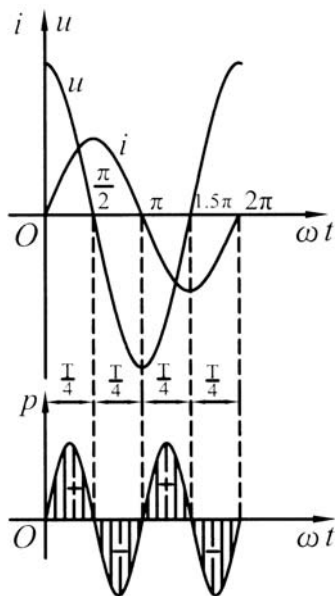


图 5-14

平均功率：

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T U_L \cdot I_L \cdot \sin 2\omega t dt \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

表明，电感元件不消耗电能。 $P > 0$  时吸收功率， $P < 0$  时释放功率，因此电感是一种储能元件。

将电感元件上电压的有效值与电流的有效值的乘积叫做电感元件的无功功率。用  $Q_L$  表

示。

$$Q_L = U_L \cdot I_L = I_L^2 \cdot X_L = \frac{U_L^2}{X_L} \quad (5-12)$$

无功功率的单位为“乏”(var)，工程上也常用“千乏”(kvar)。

**例 5-7** 已知电感  $L=320 \text{ mH}$ ，接在  $U_L=220\sqrt{2}\sin(314t-60^\circ)$  的电源上，试求：

- (1) 电感的感抗  $X_L$ ；
- (2) 流过电感的电流  $i_L$ ；
- (3) 电感上的无功功率  $Q_L$ 。

**解：**

$$(1) \text{ 电感的感抗 } X_L = \omega \cdot L = 314 \times 320 \times 10^{-3} \approx 100 \Omega$$

$$(2) \dot{I} = \frac{\dot{U}}{jX_L} = \frac{220\angle -60^\circ}{100\angle 90^\circ} = 2.2\angle -150^\circ (\text{A})$$

$$\therefore i_L = 2.2\sqrt{2}\sin(314t-150^\circ) (\text{A})$$

$$(3) Q_L = U_L \times I_L = 220 \times 2.2 = 484 (\text{var})$$

## 5.5 正弦电路中的电容元件

### 5.5.1 电容元件上电压与电流的关系

在电容元件的两端加上正弦交流电压，电容上流过交流电流。如图 5-15 所示。

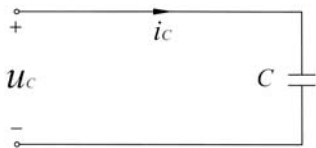


图 5-15

$$\text{设 } u_c = U_{cm} \cdot \sin(\omega t + \theta)$$

$$\begin{aligned} \text{则 } i_c &= C \cdot \frac{du_c}{dt} \\ &= C \cdot \frac{d[U_{cm} \cdot \sin(\omega t + \theta)]}{dt} \\ &= \omega C \cdot U_{cm} \cdot \cos(\omega t + \theta) \end{aligned}$$



$$= \omega C \cdot U_{cm} \cdot \sin(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2})$$

$$= I_{cm} \cdot \sin(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2})$$

由此表明:

$$I_{cm} = \omega C \cdot U_{cm}$$

或

$$U_{cm} = \frac{1}{\omega C} \cdot I_{cm}$$

令  $X_c = \frac{1}{\omega C}$  称为容抗,

$$\text{则 } U_{cm} = X_c \cdot I_{cm}$$

容抗是用来描述电容对交流电流阻碍作用的物理量。交流电的频率越高,容抗越小;频率越低,容抗越大。通常认为电容元件具有通交流、阻直流、通高频、阻低频的特性。

容抗的单位为欧姆,用  $\Omega$  表示

对应的相量形式为:

$$\dot{U}_c = U_c \angle \theta$$

$$\dot{I}_c = I_c \angle (\theta + \frac{\pi}{2}) = \omega C \cdot U_c \angle (\omega + \frac{\pi}{2})$$

$$= \omega C \angle \frac{\pi}{2} \cdot U_c \angle \theta = j\omega C \cdot \dot{U}_c$$

$$\therefore \dot{U}_c = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_c \quad (5-13)$$

相量图如图 5-16 所示。

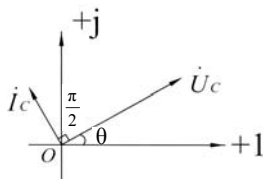


图 5-16

结论: (1) 电容上电压与电流同频, 但不同相。

(2) 电容上电流超前电压  $90^\circ$  (或  $\frac{\pi}{2}$ )。

(3) 电容元件上存在容抗, 其值为  $X_L = \frac{1}{\omega C}$ 。

(4) 在电容元件上应用欧姆定律时有两种形式。

$$U_c = \frac{1}{\omega C} \cdot I_c \quad \dot{U}_c = \frac{1}{j\omega C} \cdot \dot{I}_c$$

### 5.5.2 电容元件的功率

设  $u_c = U_{cm} \cdot \sin \omega t$

则

$$i_c = I_{cm} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$p_c = u_c \cdot i_c = U_{cm} \cdot I_{cm} \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$= U_{cm} \cdot I_{cm} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t$$

$$= \frac{1}{2} U_{cm} \cdot I_{cm} \cdot \sin 2\omega t$$

$$= U_c \cdot I_c \cdot \sin 2\omega t$$

图 5-17 为电容元件上电压电流瞬时功率的波形图, 瞬时功率  $p$  是一正弦函数, 频率为  $2\omega$ 。

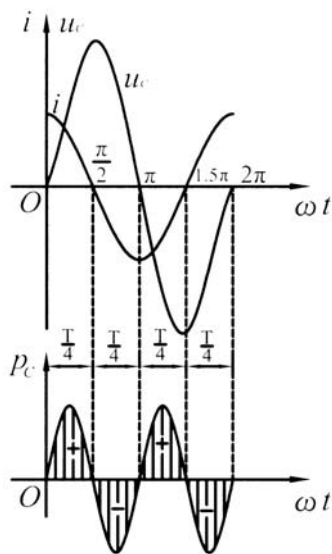


图 5-17

则平均功率:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{T} \int_0^T p dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T U_c \cdot I_c \cdot \sin 2\omega t \cdot dt \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

表明：电容元件不消耗电能。 $p > 0$  时，吸收功率； $p < 0$  时，释放功率。因此电容也是一种储能元件。

电容元件上电压的有效值与电流有效值乘积的负值，称为电容的无功功率，用  $Q_c$  表示。

$$Q_c = -U_c \cdot I_c = -I_c^2 \cdot X_c = -\frac{U_c^2}{X_c} \quad (5-14)$$

电容无功功率的单位是乏(var)或千乏(kvar)。

通常认为： $Q_c > 0$  称电容元件吸收无功功率；

$Q_c < 0$  称电容元件发出无功功率。

**例 5-8** 已知：电容  $C = 63.7 \mu\text{F}$  接到  $U_c = 220\sqrt{2}\sin(314t - 60^\circ)$  电源上，试求：

- (1) 电容的容抗  $X_c$ ；
- (2) 流过电容的电流  $i_c$ ；
- (3) 电容上的无功功率  $Q_c$ 。

**解：**

- (1) 容抗： $X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \times 63.7 \times 10^{-6}} = 50(\Omega)$
- (2)  $\dot{I}_c = \frac{1}{j\omega C} \dot{U}_c = \frac{1}{j50} \times 220 \angle -60^\circ = \frac{220 \angle -60^\circ}{50 \angle 90^\circ}$   
 $= 4.4 \angle -150^\circ (\text{A})$   
 $\therefore i_c = 4.4\sqrt{2}\sin(314t - 150^\circ)$
- (3)  $Q_c = -U_c I_c = -220 \times 4.4 = -968(\text{var})$

## 思考题

1. 图 5-18 电路当交流电压  $u$  的有效值不变，频率增高时，电阻元件，电感元件，电容元件上的电流将如何变化？

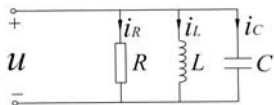


图 5-18

2. 解答上题的根据是否是在正弦交流电路中, 频率越高, 则感抗越大, 容抗越小, 而电阻不变?

3. 指出下列各表达式正确与否?

$$(1) R = \frac{U}{i}$$

$$(2) X_L = \frac{u}{\omega L}$$

$$(3) jX_C = \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C}$$

$$(4) -jX_C = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_C}$$

$$(5) X_C = \frac{U_C}{I_C}$$

$$(6) \dot{I}_L = \frac{\dot{U}_L}{jX_L}$$

$$(7) \dot{I}_L = \frac{\dot{U}_L}{-jX_L}$$

$$(8) \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{jX_C}$$

$$(9) \dot{U}_L = jX_L \cdot \dot{I}_L$$

## 5.6 相量形式的基尔霍夫定律

### 5.6.1 相量形式的基尔霍夫定律

基尔霍夫电流定律的实质是电流的连续性原理。在交流电路中, 任一瞬间电流总是连续的, 因此, 基尔霍夫定律 (KCL) 也适用于交流电路的任一瞬间, 使电路某一节点的电流代数和等于零。即

正弦交流电路中各电流都是同频率的正弦量, 把这些同频率的正弦量用相量表示即得:

$$\sum \dot{I} = 0 \quad (5-15)$$

### 5.6.2 相量形式的基尔霍夫电压定律

根据能量守恒定律, 基尔霍夫电压定律 KVL 也同样适用于交流电路的任一瞬间。即同一瞬间, 电路的任一个回路中各段电压瞬时值的代数和等于零 即:

$$\sum u = 0$$

正弦交流电路中各电压都是同频率的正弦量, 把这些同频率的正弦量用相量表示即得:

$$\sum \dot{U} = 0 \quad (5-16)$$

**例 5-9** 电路如图 5-19, 已知电流表  $\textcircled{A}_1$ ,  $\textcircled{A}_2$ ,  $\textcircled{A}_3$  的读数都是 10 A, 求电路中电流表的  $\textcircled{A}$  读数。

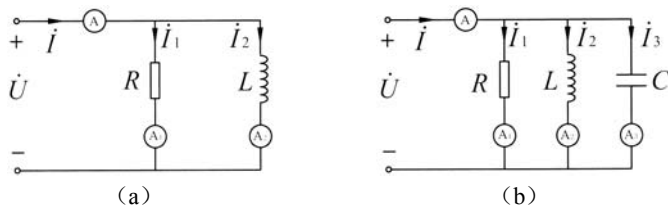


图 5-19

解:

- (a) 设  $\dot{U} = U\angle 0^\circ$ , (由于元件是并联的, 所以电压相同)  
 则  $\dot{I}_1 = 10\angle 0^\circ$  (与电压同相)  
 $\dot{I}_2 = 10\angle -90^\circ$  (电压超前电流  $90^\circ$ )

其相量图如图 5-20 (a) 所示。

由 KCL 得:

$$\begin{aligned}\dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 10\angle 0^\circ + 10\angle -90^\circ \\ &= 10\sqrt{2}\angle -45^\circ (\text{A})\end{aligned}$$

$\therefore$  电流表Ⓐ的读数为  $10\sqrt{2}$  A

- (b) 设  $\dot{U} = U\angle 0^\circ$ ,  
 则  $\dot{I}_1 = 10\angle 0^\circ$ ,  $\dot{I}_2 = 10\angle -90^\circ$ ,  $\dot{I}_3 = 10\angle 90^\circ$

其相量图如图 5-20 (b) 所示。

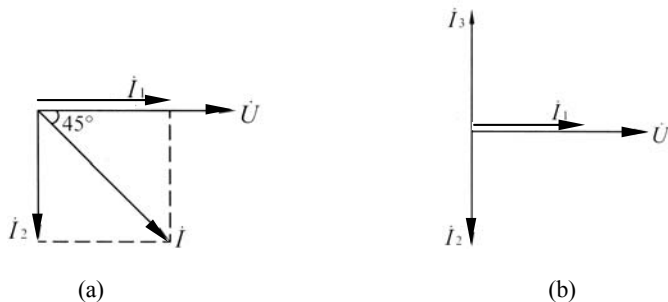


图 5-20

由 KCL 得:

$$\begin{aligned}\dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 \\ &= 10 + 10\angle -90^\circ + 10\angle 90^\circ \\ &= 10 - j10 + j10 \\ &= 10\angle 0^\circ (\text{A})\end{aligned}$$

$\therefore$  电流表Ⓐ的读数为 10A。

**例 5-10** 电路如图 5-21 所示, 已知电压表  $\text{V}_1$ 、 $\text{V}_2$ 、 $\text{V}_3$  的读数都是 10 V, 试分别求各电压表  $\text{V}$  的读数。

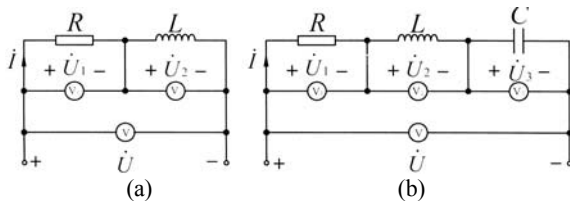


图 5-21

**解:**

(a) 由于电路中元件是以串联方式连接, 因此电流相等。

设  $\dot{I} = I \angle 0^\circ$ ,

则  $\dot{U}_1 = 10 \angle 0^\circ (\text{V})$

$\dot{U}_2 = 10 \angle 90^\circ (\text{V})$

$$\begin{aligned} \therefore \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 10 \angle 0^\circ + 10 \angle 90^\circ \\ &= 10\sqrt{2} \angle 45^\circ (\text{V}) \end{aligned}$$

相量图如图 5-22(a)

$\therefore$  电压表  $\text{V}$  的读数为  $10\sqrt{2} \text{ V}$ 。

(b) 设  $\dot{I} = I \angle 0^\circ$

则  $\dot{U}_1 = 10 \angle 0^\circ$  .  $\dot{U}_2 = 10 \angle 90^\circ$  .  $\dot{U}_3 = 10 \angle -90^\circ$  .

$$\begin{aligned} \therefore \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 \\ &= 10 \angle 0^\circ + 10 \angle 90^\circ + 10 \angle -90^\circ \\ &= 10 (\text{V}) \end{aligned}$$

相量图如图 5-22(b)

$\therefore$  电压表的读数为 10 V。

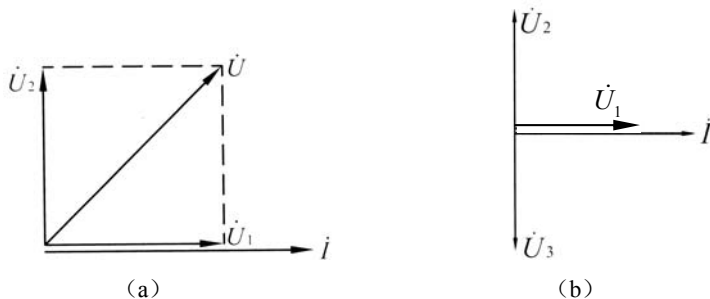


图 5-22

## 5.7 RLC 串联电路

### 5.7.1 电压与电流的关系

图 5-23 电路是 RLC 串联电路，电路中流过的电流为正弦交流电，设  $i = I_m \sin \omega t$ ，则其相量为：

$$\dot{I} = I \angle 0^\circ$$

$$\text{则 } \dot{U}_R = R\dot{I}$$

$$\dot{U}_L = jX_L \cdot \dot{I} = X_L \cdot I \angle 90^\circ$$

$$\dot{U}_C = -jX_C \dot{I} = X_C \cdot I \angle -90^\circ$$

由 KVL 可得：

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R\dot{I} + jX_L \dot{I} - jX_C \dot{I} \\ &= [R + jX_L - jX_C] \cdot \dot{I} \end{aligned}$$

$$\text{设 } \dot{U} = Z \cdot \dot{I}$$

则

$$Z = R + j(X_L - X_C) = R + jX \quad (5-17)$$

称  $Z$  为串联电路的阻抗。其中  $R$  为电阻， $X$  为电抗。

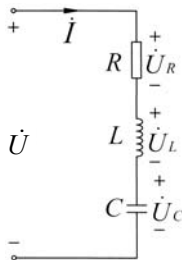


图 5-23

### 5.7.2 电路的性质

(1) 电感性电路：  $X_L > X_C$

此时  $X > 0$ ， $\dot{U}_L > \dot{U}_C$ ，阻抗角  $\varphi = \arctg \frac{X}{R} > 0$ 。

以电流  $\dot{I}$  为参考方向， $\dot{U}_R$  和电流  $\dot{I}$  同相， $\dot{U}_L$  超前于  $\dot{I}$   $90^\circ$ ， $\dot{U}_C$  滞后于  $\dot{I}$   $90^\circ$ ，将各相量相加，得总电压  $\dot{U}$ 。

相量图如图 5-24 (a)。

从相量图中可以看出, 电压超前于电流  $\varphi$  角。

(2) 电容性电路:  $X_L < X_C$

此时  $X < 0$ ,  $\dot{U}_L < \dot{U}_C$ , 阻抗角  $\varphi < 0$ , 从相量图中可以看出, 电压滞后于电流  $\varphi$  角。相量图如图 5-24 (b)。

(3) 电阻性电路:  $X_L = X_C$

此时,  $X = 0$ ,  $\dot{U}_L = \dot{U}_C$ , 阻抗角  $\varphi = 0$ 。从相量图可以看出, 此时电压与电流同相。相量图如图 5-24 (c)。

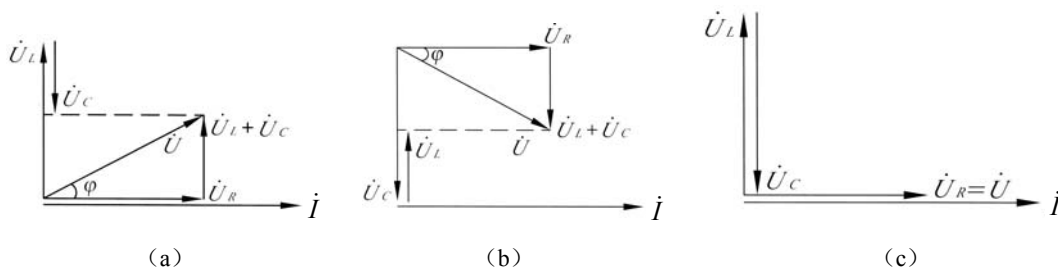


图 5-24

(4) 功率关系

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = Z \cdot \dot{I}$$

$$\therefore Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{U}_R}{\dot{I}} + \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}} + \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}} = Z_R + Z_L + Z_C$$

$$Z_R = R$$

$$Z_L = jX_L$$

$$Z_C = -jX_C$$

构建阻抗三角形, 电压三角形如图 5-25。

$$Z = R + jX_L - jX_C = R + j(X_L - X_C)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$$

阻抗三角形与电压三角形完全相似, 但电压三角形为矢量三角形, 且每边均为阻抗三角形的边乘以相量  $\dot{I}$  所得。若将电压三角形再每边乘以电流  $\dot{I}$  的有效值, 则得到完全相似的功率三角形。其中  $P$  称为有功功率,  $Q$  称为无功功率,  $S$  称为视在功率。视在功率的单位是 VA (伏安) 或 kVA (千伏安)。



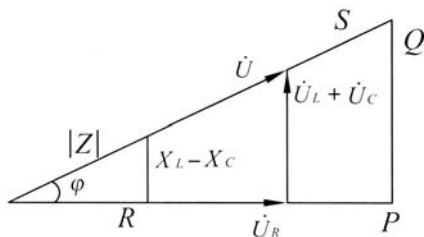


图 5-25

$$P = U_R \cdot I = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (5-18)$$

$$Q = U_L \cdot I - U_C \cdot I = U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (5-19)$$

$$S = U \cdot I \quad (5-20)$$

且

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (5-21)$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (5-22)$$

$\varphi$  称为阻抗角,  $\cos \varphi$  称为功率因数, 描述了有功功率占视在功率的份额。

**例 5-11** 电路如图 5-23, 已知: 电源电压  $u = 311 \cdot \sin(314t + 30^\circ)$ ,  $R = 20 \Omega$ ,  $L = 207\text{mH}$ ,  $C = 63.7\mu\text{F}$ , 求:

- (1) 电流的瞬时值  $i$  及有效值;
- (2) 求各部分电压的瞬时值及有效值;
- (3) 求  $P$  和  $Q$ 。

**解:**

(1)

$$X_L = \omega L = 314 \times 207 \times 10^{-3} \approx 65(\Omega)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \times 63.7 \times 10^{-6}} = 50(\Omega)$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 20 + j(65 - 50) = 20 + j15$$

$$Z = |Z| \angle \varphi = 25 \angle \arctg \frac{3}{4}$$

$$|Z| = 25, \quad \varphi = 37^\circ$$

$$\therefore \dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220 \angle 30^\circ}{25 \angle 37^\circ} = 8.8 \angle -7^\circ (\text{A})$$

$$i = 8.8\sqrt{2} \sin(314t - 7^\circ)$$

$$I = 8.8 \text{ (A)}$$

(2)

$$\dot{U}_R = R \cdot \dot{I} = 20 \times 8.8 \angle -7^\circ = 176 \angle -7^\circ \quad (\text{A})$$

$$\dot{U}_L = jX_L \cdot \dot{I} = j65 \times 8.8 \angle -7^\circ = 572 \angle 90^\circ - 7^\circ = 572 \angle 83^\circ \quad (\text{V})$$

$$\dot{U}_C = -jX_C \cdot \dot{I} = 50 \angle -90^\circ \times 8.8 \angle -7^\circ = 440 \angle -97^\circ \quad (\text{V})$$

$$u_R = 176\sqrt{2} \sin(314t - 7^\circ)$$

$$u_L = 572\sqrt{2} \sin(314t + 83^\circ)$$

$$u_C = 440\sqrt{2} \sin(314t - 97^\circ)$$

(3)

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 220 \times 8.8 \cos 37^\circ = 1548.8 \quad (\text{W})$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 220 \times 8.8 \times \sin 37^\circ = 1161.6 \quad (\text{var})$$

### 思考题

判断下列表达式是否正确。(对于  $RLC$  串联电路)

$$(1) \quad U = U_R + U_L + U_C$$

$$(2) \quad U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

$$(3) \quad \dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$

$$(4) \quad Z = R + X_L - X_C$$

$$(5) \quad Z = R + jX_L - jX_C$$

## 5.8 阻抗的串联与并联

需要说明的是, 阻抗不是一个相量, 而仅仅是一个复数形式的数学表达式。

其表达式为:

$$Z = R + jX = |Z| \cdot \angle \varphi \quad (5-23)$$

阻抗的实部为“阻”, 虚部为“抗”, 它表达了电路中的电压与电流之间的关系。阻抗的辐角  $\varphi$  表示了电压与电流的相位差。

$|Z|$  称为阻抗模, 它为电路中电压与电流的有效值之比。

### 5.8.1 阻抗的串联

图 5-26 为两个阻抗元件的串联电路。

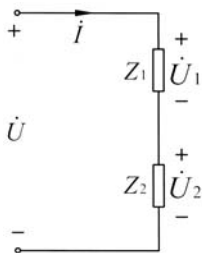


图 5-26

由 KVL 可得：

$$\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = Z_1 \cdot \dot{i} + Z_2 \cdot \dot{i} \\ &= (Z_1 + Z_2) \dot{i}\end{aligned}$$

故两个阻抗串联可用一个等效阻抗来代替，即

$$Z = Z_1 + Z_2 \quad (5-24)$$

通常情况下，交流电路中， $U_1 + U_2 \neq U$  ( $\dot{U}_1 + \dot{U}_2 = \dot{U}$ )。

同样： $|Z| \neq |Z_1| + |Z_2|$  ( $Z = Z_1 + Z_2$ )。

可见，在阻抗串联电路中，等效阻抗是所有阻抗之和，即

$$Z = \sum Z_k = \sum R_k + j \sum X_k$$

而阻抗模之和不等于等效阻抗的模。

$$|Z| \neq \sum |Z_k|$$

上式  $X_k$  中的  $X_L$  为正值， $X_C$  为负值。

### 5.8.2 阻抗的并联

图 5-27 为两个阻抗元件的并联电路。

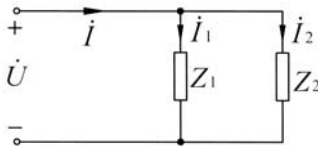


图 5-27

由 KCL 可得

$$i = i_1 + i_2 = \frac{\dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{U}}{Z_2} = \dot{U} \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)$$

故两个阻抗并联可用一个等效阻抗来代替, 即

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

或

$$Z = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (5-25)$$

通常情况下, 正弦交流电路中,  $I \neq I_1 + I_2$

因此

$$\frac{U}{|Z|} \neq \frac{U}{|Z_1|} + \frac{U}{|Z_2|}$$

所以

$$\frac{1}{|Z|} \neq \frac{1}{|Z_1|} + \frac{1}{|Z_2|}$$

可见, 在阻抗并联电路中, 只有等效阻抗的倒数才等于各个阻抗的倒数之和。即:

$$\frac{1}{Z} = \sum \frac{1}{Z_k}$$

从上面的推导可知, 阻抗的串并联等效, 其换算方法与纯电阻的串并联等效的换算是相近似的。不同的是阻抗是一种复数运算, 而纯电阻是一种实数运算。

**例 5-12** 电路如图 5-28, 已知:  $\dot{U} = 100\angle 0^\circ$ ,  $Z_1 = \frac{3}{14} + j\frac{3}{14}$ ,  $Z_2 = 3 + j4$ ,  $Z_3 = 4 + j3$ 。试求等效阻抗  $Z$  和各支路电流。

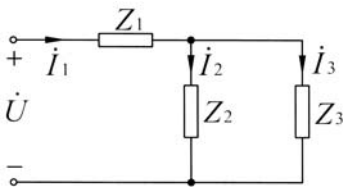


图 5-28

**解:**

(1)

$$Z_1 = \frac{3}{14} + j\frac{3}{14} = \frac{3}{14}\sqrt{2}\angle 45^\circ (\Omega)$$

$$Z_2 = 3 + j4 = 5\angle 53^\circ (\Omega)$$

$$Z_3 = 4 + j3 = 5\angle 37^\circ (\Omega)$$

$$\begin{aligned} Z &= Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{3}{14} + j\frac{3}{14} + \frac{5\angle 53^\circ \times 5\angle 37^\circ}{3 + j4 + 4 + j3} \\ &= \frac{3}{14} + j\frac{3}{14} + \frac{25\angle 90^\circ}{7\sqrt{2}\angle 45^\circ} \\ &= \frac{3}{14} + j\frac{3}{14} + \frac{25}{14}\sqrt{2}\angle 45^\circ \\ &= \frac{3}{14} + j\frac{3}{14} + \frac{25}{14} + j\frac{25}{14} = 2 + j2 \\ &= 2\sqrt{2}\angle 45^\circ (\Omega) \end{aligned}$$

(2)

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{100\angle 0^\circ}{2\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 25\sqrt{2}\angle -45^\circ (\text{A})$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \cdot \dot{I} = \frac{5\angle 37^\circ}{7\sqrt{2}\angle 45^\circ} \times 25\sqrt{2}\angle -45^\circ \\ &= \frac{125}{7}\angle -53^\circ (\text{A}) \end{aligned}$$

### 思考题

1. 计算图 5-29 中两电路的等效阻抗。

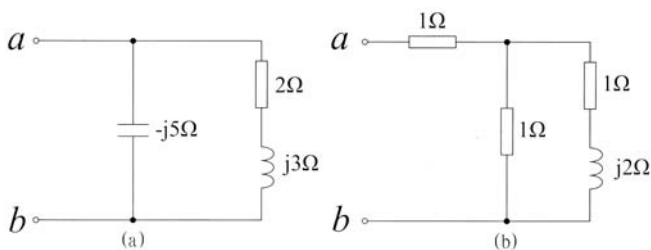


图 5-29

2. 电路如图 5-30。已知：  $R = X_L = X_C$ ，电流表  $\textcircled{A}_1$  的读数为 3 A，求  $\textcircled{A}_1$ ， $\textcircled{A}_2$  的读数。

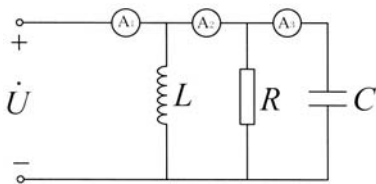


图 5-30

## 5.9 电路的谐振

在含有电容与电感的电路中，一般情况下其等效阻抗均为复数。当等效阻抗为实数时，我们称电路发生了谐振。此时，端口电压与端子电流的相位相同。

### 5.9.1 串联谐振

串联电路（如图 5-31）的阻抗为

$$\begin{aligned} Z &= R + j(X_L - X_C) \\ &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \end{aligned}$$

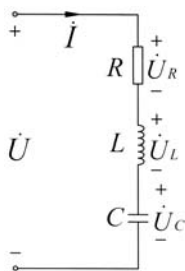


图 5-31

当  $X_L = X_C$  时，电源电压与电流同相。电路发生谐振。此时电路的频率称为谐振频率，用  $f_0$  表示。

$$X_L = X_C \text{ 即 } \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\therefore \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5-26)$$

电路发生串联谐振时的特点:

(1) 电路的阻抗模最小, 电流达到最大。

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$$

(2) 电路对电源呈电阻性。

(3)  $U_L = U_C$  且相位相反, 相互抵消, 对整个电路不起作用。电容与电感上能量相互转换, 电源与电路之间不发生能量的互换。但  $U_L$  和  $U_C$  的单独作用往往不可忽略。

当  $X_L = X_C > R$  时, 电容上电压和电感上电压都高于电源电压, 甚至可能超过许多倍, 因此, 串联谐振又称为电压谐振。由于电容、电感元件上的电压可能会远远高于电源电压, 在很多场合, 要避免谐振的发生, 如在电力系统中, 过高的电压可能击穿电气设备的绝缘, 造成设备的损坏引起系统故障。

### 5.9.2 并联谐振

并联电路的阻抗通常也是复数。当阻抗为实数时, 电路发生谐振。谐振时的特点是:

(1) 电阻的阻抗模最大, 电流最小。

(2) 电路对电源呈电阻性。

(3)  $I_L = I_C$  并联谐振又称为电流谐振。

### 5.9.3 功率因数的提高

$$Z = R + jX = |Z| \angle \varphi$$

称为阻抗角,  $\cos\varphi$  称为电路的功率因数。

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

在纯电阻电路中, 阻抗为实数, 阻抗角为 0。功率因数  $\cos\varphi = 1$ 。而在交流电路中, 一般负载多为电感性负载。例如常用的交流感应电动机、日光灯等。通常它们的功率因数都比较低。交流感应电动机在额定负载时功率因数约在 0.8~0.85, 轻载时只有 0.4~0.5, 空载时更低, 仅为 0.2~0.3, 不装电容器的日光灯的功率因数为 0.45~0.60 左右。功率因数低会引起下述不良后果。

(1) 电源设备的容量不能得到充分的利用

电源设备(如变压器、发电机)的容量也就是视在功率, 是依据其额定电压与额定电流设计的。例如一台 800kVA 的变压器, 若负载功率因数  $\cos\varphi=0.9$  时, 变压器可输出 720kW 的有功功率; 若负载的功率因数  $\cos\varphi=0.5$  时, 则变压器就只能输出 400kW 的有功功率。因此,

负载的功率因数低时, 电源设备的容量就得不到充分的利用。

(2) 增加了线路上的功率损耗和电压降

若用电设备在一定电压与一定功率之下运行, 当功率因数高时, 线路上电流就小, 反之, 当功率因数低时, 线路上电流就大, 线路电阻中与设备绕组中的功率损耗也就越大, 同时线路上的电压降也就增大, 会使负载上电压降低, 从而影响负载的正常工作。

因此提高用户的功率因数对国民经济有着十分重要的意义。

我国供电规则中要求: 高压供电企业的功率因数应不低于 0.95, 其他用电单位不低于 0.9。

提高功率因数可以从两个方面加以考虑, 一方面提高自然功率因数, 主要办法有改进电动机的运行条件, 合理选择电动机的容量, 或采用同步电动机等措施。另一方面是采用人工补偿, 也叫无功补偿, 即在感性电路中, 人为地并联电容性负载, 利用电容性负载的超前电流来补偿滞后的电感性电流, 从而达到提高功率因数的目的。

## 5.10 对称三相电路

三相电路是由三个振幅和频率均相同而初相各差  $120^\circ$  的正弦交流电源所组成的供电系统。与单相交流电路相比较, 三相交流电在发电、输电和用电等方面具有许多优点。例如, 在尺寸相同的情况下, 三相发电机输出的功率比单相发电机的功率要大。传输电能时, 在电气指标相同的情况下, 三相电路比单相电路可节省 25% 的有色金属。因此, 目前世界各国电力系统采用的供电方式几乎都是三相制。

### 5.10.1 三相电源的连接

三相交流发电机由三个绕组共同绕制在一个电枢上, 每个绕组称为一相, 每相电源的有效值均相同, 称为相电压, 用  $U_P$  表示, 每相电源的频率也相同, 相位差各相差  $120^\circ$ , 这三个相电压的瞬时值表达式为:

$$\begin{cases} u_a(t) = \sqrt{2}U_P \cdot \sin \omega t \\ u_b(t) = \sqrt{2}U_P \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) \\ u_c(t) = \sqrt{2}U_P \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) \end{cases} \quad (5-27)$$

这一组电压为三相对称电压。其相量表达式为:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= U_P \angle 0^\circ \\ \dot{U}_b &= U_P \angle -120^\circ \\ \dot{U}_c &= U_P \angle 120^\circ \end{aligned} \quad (5-28)$$



图 5-32 (a) 为三相对称电源。(b) 为三相对称电压的相量图。

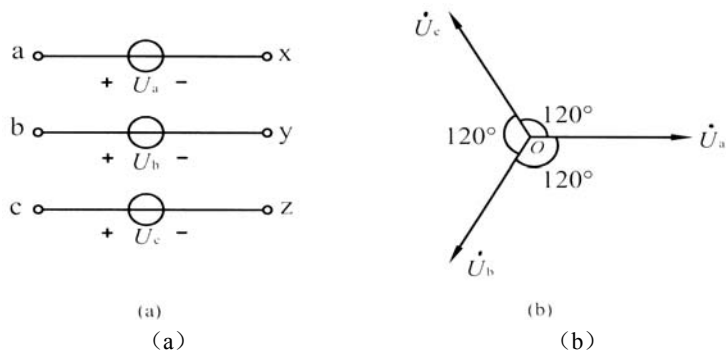


图 5-32

### (1) 三相电源的 Y 形连接方式

将三个绕组的末端  $x$ 、 $y$ 、 $z$  连接在一起成为公共点  $O$ ，称为中点，由中点引出的线称为中线（也称为零线）由始端  $a$ 、 $b$ 、 $c$  引出的三根线与输出线相连接，称为端线，或相线（俗称火线）。如图 5-33。

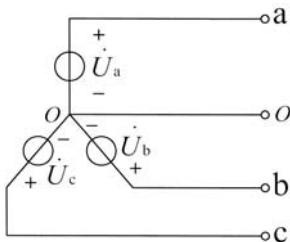


图 5-33

端线与中线之间的电压叫相电压，用  $U_a$ 、 $U_b$ 、 $U_c$  表示。

端线与端线之间的电压叫线电压，用  $U_{ab}$ 、 $U_{bc}$ 、 $U_{ca}$  表示。

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b = U_p \angle 0^\circ - U_p \angle -120^\circ = \sqrt{3}U_p \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{U}_b - \dot{U}_c = \sqrt{3}U_p \angle -90^\circ$$

$$\dot{U}_{ca} = \dot{U}_c - \dot{U}_a = \sqrt{3}U_p \angle 150^\circ$$

由此可见：相电压是对称的，同样线电压也是对称的。

线电压的有效值是相电压有效值的  $\sqrt{3}$  倍。

$$U_l = \sqrt{3} U_p \quad (5-29)$$

相电压与线电压的相量图，如图 5-34。

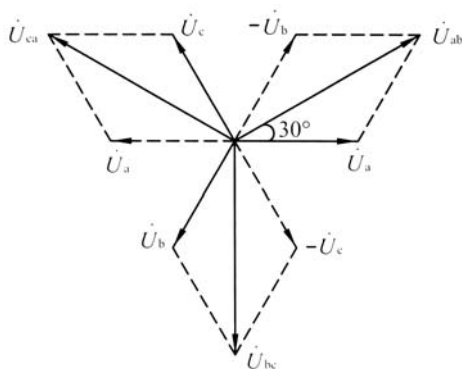


图 5-34

### (2) 三相电源的△形连接方式

将三个绕组的始末端顺次相连接, 即 x 与 b, y 与 c, z 与 a 相连接, 这样就得到一个闭合回路。再从这三个连接点引出 3 条端线 (称为火线) 就构成△形连接。如图 5-35 所示。

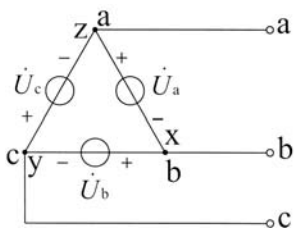


图 5-35

$$\dot{U}_a = \dot{U}_{ab}, \quad \dot{U}_b = \dot{U}_{bc}, \quad \dot{U}_c = \dot{U}_{ca}$$

此时, 线电压等于相电压, 即

$$U_l = U_p \quad (5-30)$$

### 5.10.2 三相对称负载的连接

三相电路的负载由三部分组成, 其中每一部分称为一相负载。若三相负载具有相同的参数, 则称为对称三相负载。由对称三相电压和对称三相负载所组成的三相电路称为对称三相电路。

与三相电源一样, 三相负载也有 Y 形和△形两种连接方式。

#### (1) 负载的 Y 形连接

图 5-36 所示为三相四线制 Y—Y 系统。

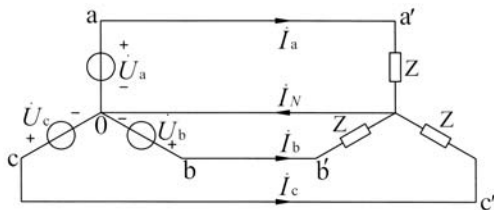


图 5-36

设负载阻抗  $Z = |Z| \angle \varphi$ ,

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z} = \frac{\dot{U}_p \angle 0^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_p}{|Z|} \angle -\varphi$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{Z} = \frac{\dot{U}_p \angle -120^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_p}{|Z|} \angle -120^\circ - \varphi$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{Z} = \frac{\dot{U}_p \angle 120^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_p}{|Z|} \angle 120^\circ - \varphi$$

Y—Y 连接的对称三相电路中。其各相都是彼此独立的。可以分别进行计算。由于三相电源和三相负载都是对称的，因而三相电流也是对称的，只需分析其中任何一相，其他两相可直接写出。

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

中线电流为零。

各相负载吸收的功率为：

$$P_1 = U_p \cdot I_p \cdot \cos \varphi = \frac{U_l}{\sqrt{3}} \cdot I_l \cdot \cos \varphi \quad (5-31)$$

三相负载吸收的总功率为：

$$P = 3P_1 = 3U_p \cdot I_p \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \cos \varphi$$

(2) 负载的△形连接

图 5-37 所示为三相三线制 Y—△系统。

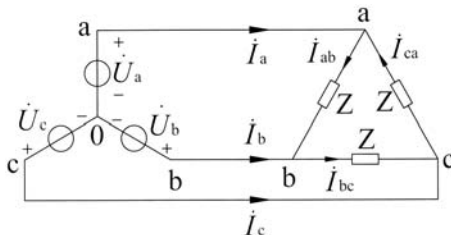


图 5-37

设负载阻抗

$$\begin{aligned}
 Z &= |Z| \angle \varphi \\
 \dot{U}_{ab} &= U_l \angle 0^\circ \\
 \dot{U}_{bc} &= U_l \angle -120^\circ \\
 \dot{U}_{ca} &= U_l \angle 120^\circ \\
 \therefore \dot{I}_{ab} &= \frac{\dot{U}_{ab}}{Z} = \frac{\dot{U}_l \angle 0^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_l}{|Z|} \angle -\varphi \\
 \dot{I}_{bc} &= \frac{\dot{U}_{bc}}{Z} = \frac{\dot{U}_l \angle -120^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_l}{|Z|} \angle -120^\circ - \varphi \\
 \dot{I}_{ca} &= \frac{\dot{U}_{ca}}{Z} = \frac{\dot{U}_l \angle 120^\circ}{|Z| \angle \varphi} = \frac{U_l}{|Z|} \angle 120^\circ - \varphi
 \end{aligned}$$

Y— $\Delta$ 连接的对称三相电路中，其各相负载的相电压等于电源的线电压。由于电源的线电压是对称的，因而各相负载的电流也是对称的，只需分析其中一相，其他两相可直接写出。

三相负载对于 $\Delta$ 形电源也有两种连接方式，即 $\Delta$ —Y系统和 $\Delta$ — $\Delta$ 系统，这里不再赘述，同学们可参阅相关资料进一步学习。

## 5.11 本章小结

1. 正弦交流电的基本概念，瞬时值表达式。
2. 正弦交流电的三要素：最大值，角频率，初相位。
3. 有效值与初相位的概念，超前、滞后的判别。

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m, I = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m$$

$\pi > \Delta\varphi > 0$  超前

$-\pi < \Delta\varphi < 0$  滞后

$\Delta\varphi = 0$  或  $2\pi$  同相

$\Delta\varphi = \pi$  或  $-\pi$  反相

4. 相量表示法，相量的运算

$$\dot{I} = I \angle \varphi$$

$$\dot{U} = U \angle \varphi$$

相量的相加减可采用代数相加减，也可用平行四边形法则运算。相量相乘除，可以

使用指数形式或极坐标形式进行运算。

### 5. 相量形式的欧姆定律

$$\begin{aligned}\dot{U}_R &= R\dot{I}_R \\ \dot{U}_L &= jX_L\dot{I}_L \\ \dot{U}_C &= -jX_C\dot{I}_C\end{aligned}$$

其中,  $X_L = \omega L$ ,  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ , 分别称为感抗和容抗。

### 6. $R$ 、 $L$ 、 $C$ , 元件上交流电压与电流的关系

$$\begin{aligned}R: u_R &\text{ 与 } i_R \text{ 同频同相} \\ L: u_L &\text{ 与 } i_L \text{ 同频, } u_L \text{ 超前 } i_L \text{ } 90^\circ \\ C: u_C &\text{ 与 } i_C \text{ 同频, } u_C \text{ 滞后 } i_C \text{ } 90^\circ\end{aligned}$$

### 7. 有功功率, 无功功率, 视在功率, 功率因数

$$\begin{aligned}P &= U_R \cdot I_R, \quad Q_L = U_L \cdot I_L, \quad Q_C = U_C \cdot I_C \\ Q &= Q_L - Q_C \\ S &= \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \cos \varphi &= \frac{P}{S}\end{aligned}$$

### 8. 电路的谐振

当电路中的阻抗变为纯电阻时, 电路就发生了谐振。

$$Z = R + jX \quad X \rightarrow 0$$

此时,  $X_L = X_C$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad f_0 \text{ 称为谐振频率}$$

### 9. 三相电路

三相电源的连接有 Y 形和  $\Delta$  形。

三相负载的连接有 Y 形和  $\Delta$  形。

相电压与线电压的关系

$$\text{Y 形电源} \quad U_l = \sqrt{3}U_l \quad I_l = I_p$$

$$\Delta \text{形电源} \quad U_l = U_p \quad I_l = \sqrt{3}I_p$$

$$\text{三相负载功率 } P = 3P_1 = 3 \cdot U_p \cdot I_p \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \cos \varphi$$

## 习 题 五

1. 已知一正弦电压的最大值为  $311\text{ V}$ ，频率为  $50\text{ Hz}$ ，初相位为  $-\frac{\pi}{4}$ ，试写出其解析式，并绘出该正弦电压的波形图。

2. 已知一正弦电流的解析式为： $i = 10\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{3})$ ，试写出其振幅，角频率，频率，周期和初相位。

3. 已知  $u = 220\sqrt{2} \sin(314t + \frac{\pi}{3})$ 。当纵坐标向左移  $\frac{\pi}{6}$  或向右移  $\frac{\pi}{6}$  时，其初相位各为多少？

4. 已知  $i = 100 \sin(\omega t + 30^\circ)$ ， $u = 220 \sin(\omega t - 30^\circ)$ ，试求它们的最大值和有效值。

5. 将下列复数写成极坐标形式：

(1)  $3 + j4$

(2)  $-4 + j3$

(3)  $6 - j8$

(4)  $-10 - j10$

(5)  $j10$

(6)  $10$

6. 写出下列各正弦量对应的相量。

(1)  $u_1 = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ)$

(2)  $i_1 = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ)$

7. 已知正弦交流电的频率为  $f=50\text{ Hz}$ ，写出下列相量对应的正弦量的表达式

(1)  $\dot{U} = 100 \angle \frac{\pi}{6} (\text{V})$

(2)  $\dot{I} = 10 \angle -50^\circ (\text{A})$

8. 已知两复数  $Z_1=8+j6$ ， $Z_2=10 \angle -60^\circ$ ，求： $Z_1+Z_2$ ， $Z_1 \cdot Z_2$ ， $Z_1/Z_2$ 。

9. 图 1 电路中，已知  $i_1 = 20 \sin \omega t$ ， $i_2 = 20 \sin(\omega t + 90^\circ)$ ，

求：(1)  $\dot{I}_1$ ， $\dot{I}_2$ ， $\dot{I}_3$ ；

(2) 各电流表的读数。

(3) 画出电流相量图。

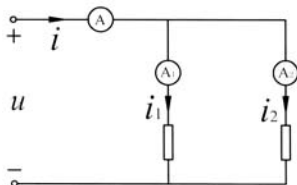


图 1

10. 已知： $u_1 = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ V}$ ， $u_2 = 220\sqrt{2} \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$ ，试作  $\dot{U}_1$  和  $\dot{U}_2$  的相量

图, 并求  $\dot{U}_1 + \dot{U}_2$ ,  $\dot{U}_1 - \dot{U}_2$ 。

11. 两个同频率的正弦电压的有效值分别为 30V 和 40V,

试问: (1) 什么情况下,  $\dot{U}_1 + \dot{U}_2$  的有效值为 70V?

(2) 什么情况下,  $\dot{U}_1 + \dot{U}_2$  的有效值为 50V?

(3) 什么情况下,  $\dot{U}_1 + \dot{U}_2$  的有效值为 10V?

12. 在电阻  $R = 20 \Omega$  的两端施加电压  $u = 100\sin(314t + 60^\circ)$ , 写出电阻上电流的解析式, 并作出电压和电流的相量图。

13. 在电感  $L = 0.2 \text{ H}$  的两端施加电压  $u = 220\sqrt{2}\sin(100t - 30^\circ)$ , 选定  $U, I$  参考方向一致, 试求通过电感的电流  $i$ , 并绘出电流和电压的相量图。

14. 在电容  $C = 50 \mu\text{F}$  的两端施加电压  $u = 220\sqrt{2}\sin(1000t + 30^\circ)$ , 选定  $U, I$  参考方向一致, 试求通过电容的电流  $i$ , 并绘出电流和电压的相量图。

15. 图 2 所示电路中, 已知电流表  $\textcircled{A}_1$ ,  $\textcircled{A}_2$  的读数均为 20A, 求电路中电流表  $\textcircled{A}$  的读数。

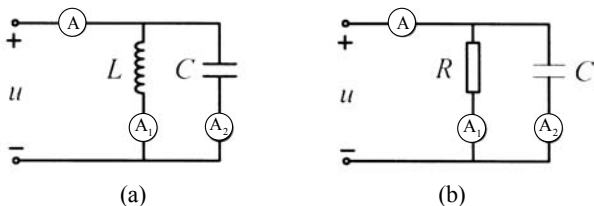


图 2

16. 在  $RLC$  串联电路中, 已知  $R=10\Omega$ 、 $X_L=5\Omega$ 、 $X_C=15\Omega$ , 电源电压  $u=200\sqrt{2}\sin(\omega t + 30^\circ)$ , 求:

(1) 此电路的复阻抗  $Z$ , 并说明电路的性质。

(2) 电流  $\dot{I}$  和电压  $\dot{U}_R$ 、 $\dot{U}_L$ 、 $\dot{U}_C$ 。

(3) 绘出电压, 电流的相量图。

17. 已知  $RLC$  串联电路中,  $R = 10 \Omega$ 、 $X_L=15 \Omega$ 、 $X_C=5 \Omega$ , 其中电流  $\dot{I} = 2\angle 30^\circ \text{ A}$ , 试求:

(1) 总电压  $\dot{U}$ ;

(2)  $\cos \varphi$ ;

(3) 该电路的功率  $P$ 、 $Q$ 、 $S$ 。

18. 三相正序对称的星形连接电源, 若  $U$  相绕组首, 末端接反了, 如图 3 所示, 则三个相电压的有效值为多少? 三个线电压的有效值为多少? (通过画相量图进行分析)

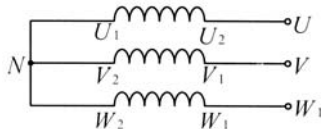


图 3

19. 三相对称负载星形连接, 每相阻抗  $Z = (30 + j40)\Omega$ , 三相对称星形连接电源的线电压为 220V, 求:

- (1) 请画出电路图, 并在图中标出电压、电流的参考方向。
- (2) 求各相负载的相电压、相电流。
- (3) 画出相量图。

20. 三相对称电源的线电压为 380V, 三相对称三角形连接负载的复阻抗  $Z = (90 + j90)\Omega$ 。  
求:

- (1) 三相线电流。
- (2) 各相负载的相电流。
- (3) 各相负载的相电压。



# 第 6 章 耦合电感和理想变压器

## 学习提示:

本章主要介绍耦和电感元件的基本概念、自感、互感的物理意义，耦合电感元件的伏安关系，耦合电感的去耦等效。理想变压器的变压、变流和变换阻抗的性质。最后简单介绍交流铁芯线圈和电磁铁的有关知识。

重点、难点：耦合电感元件的伏安关系；

耦合电感的去耦等效。

## 6.1 耦合电感元件

### 6.1.1 耦合电感的基本概念

图 6-1 所示为一理想电感元件。通过该线圈的电流 $i_1(t)$ 的参考方向与穿过线圈的磁通 $\Phi_1$ 的参考方向符合右手螺旋关系，则电流 $i_1(t)$ 所激发的磁链为 $\psi_1(t) = L_1 \cdot i_1(t)$ ，变化的电流 $i_1(t)$ 将在线圈两端产生感应电压，即自感电压 $u$ 。

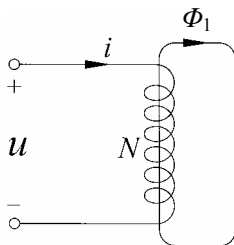


图 6-1

设电流 $i_1(t)$ 与自感电压 $u$ 为关联参考方向。则根据电磁感应定律可得

$$u = \frac{d\psi_1}{dt} = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt}$$

其中 $\Psi_1 = N\phi_1$ （磁链）。

现将单个线圈引申到两个相耦合线圈的情况。

有两个靠得很近的电感线圈,如图 6-2 所示。设线圈 $L_1$ 通过的电流为 $i_1(t)$ ,它所产生磁通为 $\Phi_{11}$ (自磁通),其中一部分磁通 $\Phi_{21}$ ,它不仅穿过线圈 $L_1$ ,同时也穿过线圈 $L_2$ 。

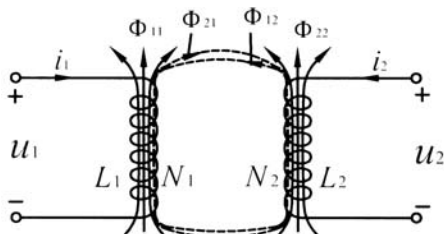


图 6-2

同样,设线圈 $L_2$ 通过的电流为 $i_2(t)$ ,它所激发的磁通为 $\Phi_{22}$ ,其中一部分磁通 $\Phi_{12}$ 、它不仅穿过线圈 $L_2$ ,也穿过线圈 $L_1$ 。

把这种另一个线圈中的电流所激发的磁通穿越本线圈的部分称为互磁通。用线圈匝数乘以互磁通,就得互磁链,即:

$$\begin{aligned}\psi_{12} &= N_1 \cdot \Phi_{12} \\ \psi_{21} &= N_2 \cdot \Phi_{21}\end{aligned}\quad (6-1)$$

仿照自感系数的定义,定义互感系数为:

$$M = \frac{\psi_{21}}{i_1} = \frac{\psi_{12}}{i_2} \quad (6-2)$$

对于线性电感而言, $M$ 为常数,互感系数简称为互感,它的单位也是亨利(H)。

有了互感系数,还不能描述两个耦合电感元件的耦合的松紧程度。为此引入耦合系数的概念。

设两电感线圈的自磁链分别为 $\psi_{11}$ 、 $\psi_{22}$ ,而互磁链分别为 $\psi_{21}$ 、 $\psi_{12}$ ,互磁链与自磁链的比例关系,反映着磁耦合的程度。将这两组比例的几何平均值定义为耦合系数,即:

$$k = \sqrt{\frac{\psi_{21}}{\psi_{11}} \cdot \frac{\psi_{12}}{\psi_{22}}}$$

进一步推导,则

$$k = \sqrt{\frac{\psi_{21}/i_1}{\psi_{11}/i_1} \cdot \frac{\psi_{12}/i_2}{\psi_{22}/i_2}} = \sqrt{\frac{M \cdot M}{L_1 \cdot L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \quad (6-3)$$

耦合系数 $k$ 反映了耦合电感磁耦合的程度。

式(6-3)中, $0 \leq k \leq 1$ 。当 $k=0$ 时,表明 $L_1$ 与 $L_2$ 之间无耦合关系, $k=1$ 时,表明 $L_1$ 与 $L_2$ 之间完全耦合,即  $\psi_{21} = \psi_{11}$ ,  $\psi_{12} = \psi_{22}$ 。

### 6.1.2 耦合电感元件的伏安关系

当两个相互耦合的电感元件上都通有电流时, 穿越每一线圈的磁链可以看成是自磁链与互磁链之和。如图 6-3 所示, 每个线圈内自磁通与互磁通的参考方向一致, 则有:

$$\psi_1 = \psi_{11} + \psi_{12} = L_1 \cdot i_1 + M \cdot i_2$$

$$\psi_2 = \psi_{22} + \psi_{21} = L_2 \cdot i_2 + M \cdot i_1$$

设两个线圈上电压, 电流参考方向关联, 根据电磁感应定律可得:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{d\psi_1}{dt} = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= \frac{d\psi_2}{dt} = L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \quad (6-4)$$

上式中, 自感电压与互感电压两项的符号均为正, 表明自磁通与互磁通的方向一致, 我们称这两个线圈的绕制方式相同, 也称同名端, 用 “.” 标识。

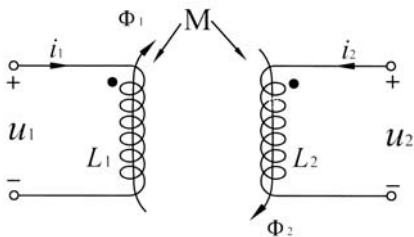


图 6-3

若两个线圈在绕制方式上不相同, 即是异名端, 如图 6-4 所示, 两个线圈内自磁通与互磁通方向相反, 则

$$\psi_1 = \psi_{11} - \psi_{12} = L_1 i_1 - M i_2$$

$$\psi_2 = \psi_{22} - \psi_{21} = L_2 i_2 - M i_1$$

$$u_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \quad (6-5)$$

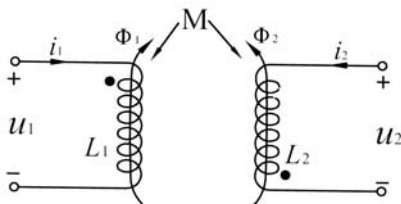


图 6-4

由上述分析可见, 具有耦合电感的两线圈上的端电压, 在设其参考方向与线圈上电流参考方向关联的条件下, 自感电压项符号均为正, 而互感电压项符号可正可负, 原因就在于两个线圈的相对绕向是否相同。

在实际情况下, 互感线圈往往是密封的, 看不见线圈及绕向, 况且在电路图中真实地绘出线圈的绕向也不方便。为了解决这一矛盾, 常用标注同名端的方法来说明。

## 思考题

1. 两个线圈之间的互感值  $M$  大, 能否说明两个线圈间的耦合系数  $k$  一定大? 为什么?
2. 图 6-5 中两个互感线圈, 试判别同名端。

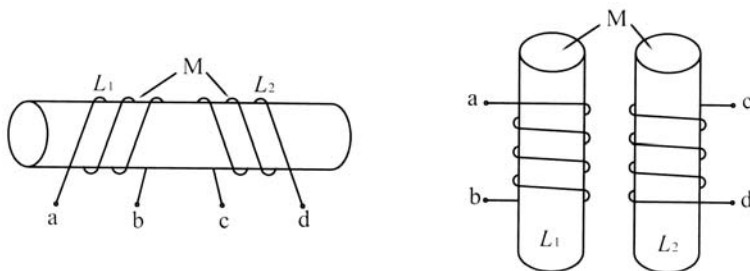


图 6-5

## 6.2 耦合电感的去耦等效模型

### 6.2.1 耦合电感的串联等效

所谓去耦等效, 是指将耦合电感元件中的互感作用化归为等效的自感作用。

图 6-6 所示电路为两个互感线圈串联。

由于  $L_1$  与  $L_2$  各自独立, 所以

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} \end{aligned}$$

其中  $i_1 = i_2 = i$

$$u = u_1 + u_2 = (L_1 + M + L_2 + M) \cdot \frac{di}{dt}$$

将图 6-6 电路等效为图 6-7。

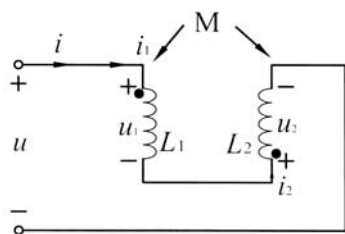


图 6-6

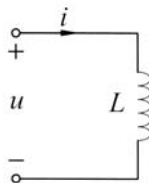


图 6-7

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

∴ 等效电感  $L = L_1 + L_2 + 2M$

(6-6)

图 6-8 所示电路为两个互感线圈串联。

根据互感线圈的定义可知

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} \end{aligned}$$

其中  $i_1 = i, i_2 = -i$

$$\begin{aligned} \therefore u_1 &= L_1 \cdot \frac{di}{dt} - M \cdot \frac{di}{dt} \\ u_2 &= -L_2 \cdot \frac{di}{dt} + M \cdot \frac{di}{dt} \\ u &= u_1 - u_2 \\ &= L_1 \cdot \frac{di}{dt} - M \cdot \frac{di}{dt} + L_2 \cdot \frac{di}{dt} - M \cdot \frac{di}{dt} \\ &= (L_1 + L_2 - 2M) \cdot \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

将图 6-8 电路等效为图 6-9。

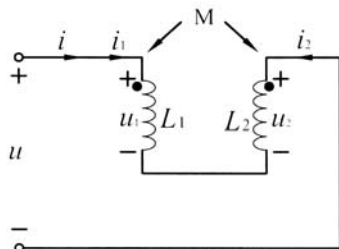


图 6-8

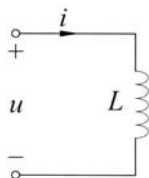


图 6-9

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

∴ 等效电感为  $L = L_1 + L_2 - 2M$  (6-7)

由此可见, 两个互感线圈等效后的电感量  $L = L_1 + L_2 \pm 2M$ , 我们称图 6-6 为  $L_1$  与  $L_2$  顺串。而称图 6-8 为  $L_1$  与  $L_2$  反串。

## 6.2.2 耦合电感的 T 型等效

图 6-10 所示互感电路。将其等效为图 6-11 所示 T 型电路。

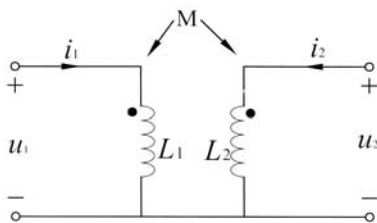


图 6-10

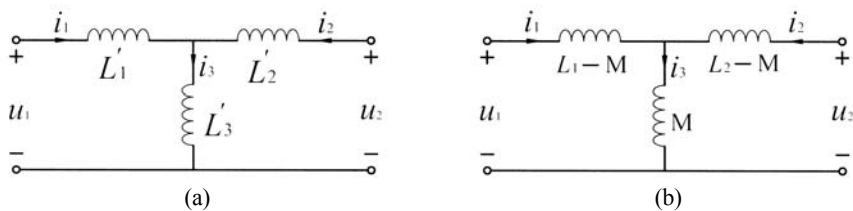


图 6-11

由图 6-10 可知:

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt} \end{aligned}$$

由图 6-11 可知:

$$\begin{aligned} u_1 &= L'_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + L'_3 \cdot \frac{di_3}{dt} \\ u_2 &= L'_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + L'_3 \cdot \frac{di_3}{dt} \end{aligned}$$

由于  $i_3 = i_1 + i_2$ ,  
所以

$$u_1 = L'_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + L'_3 \frac{di_1}{dt} + L'_3 \cdot \frac{di_2}{dt} = (L'_1 + L'_3) \frac{di_1}{dt} + L'_3 \cdot \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L'_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + L'_3 \frac{di_2}{dt} + L'_3 \cdot \frac{di_1}{dt} = (L'_2 + L'_3) \frac{di_2}{dt} + L'_3 \cdot \frac{di_1}{dt}$$

设图 6-10 电路与图 6-11 等效,

则

$$\begin{cases} L'_1 + L'_3 = L_1 \\ L'_2 + L'_3 = L_2 \\ L'_3 = M \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} L'_1 = L_1 - L'_3 = L_1 - M \\ L'_2 = L_2 - L'_3 = L_2 - M \\ L'_3 = M \end{cases}$$

由于去耦等效模型中不再出现互感的作用, 所以这种找出去耦等效模型的方法称为互感化除法。图 6-12 耦合电感可等效为图 6-13 电路, 该等效电路中出现一负电感即该支路的自感量为负值。

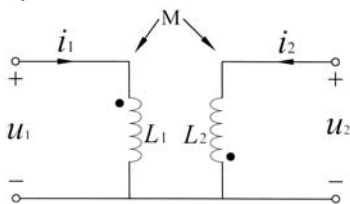


图 6-12

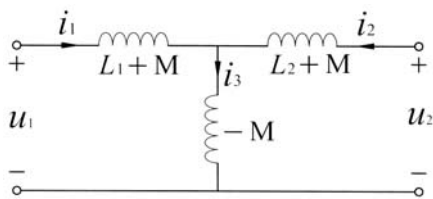


图 6-13

## 思考题

求图 6-14 的等效电感。

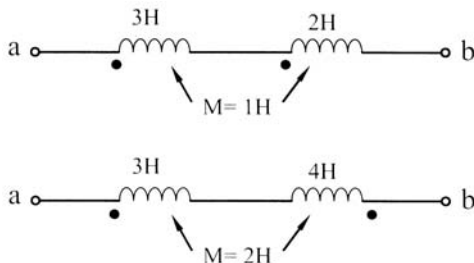


图 6-14

## 6.3 理想变压器

### 6.3.1 理想变压器的伏安关系

理想变压器也是一种耦合元件，它是从实际变压器抽象出来的，具有惟一的一个参数，即匝数比。

匝数比是指理想变压器的初级线圈（也称原线圈）的绕组匝数 $N_1$ 与次级线圈（也称副线圈）的绕组匝数 $N_2$ 之比，表示为 $N_1 / N_2$ 或 $n$ 。

理想变压器的模型如图 6-15。

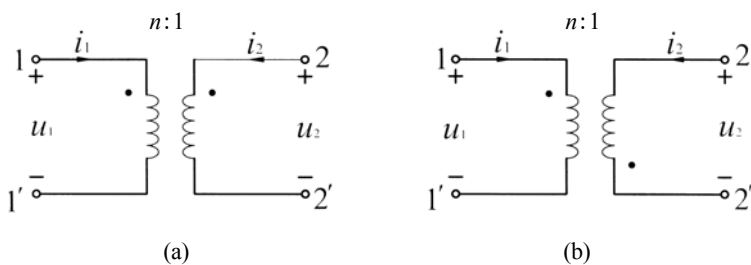


图 6-15

理想变压器可以实现变压或交流的作用，具体分析如下：

对于图 6-15 (a) 有：

$$\begin{aligned}\frac{u_1}{u_2} &= \frac{N_1}{N_2} = n \\ \frac{i_1}{i_2} &= -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{n}\end{aligned}\quad (6-9)$$

用相量形式表示为：

$$\begin{aligned}\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} &= \frac{N_1}{N_2} = n \\ \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} &= -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{n}\end{aligned}\quad (6-10)$$

对于图 6-15 (b) 有

$$\begin{aligned}\frac{u_1}{u_2} &= -\frac{N_1}{N_2} = -n \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{n}\end{aligned}$$



用相量形式表示为:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = -\frac{N_1}{N_2} = -n$$

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{n}$$

### 6.3.2 理想变压器元件的阻抗变换性质

根据理想变压器变换电压和变换电流的特性,可以推导出理想变压器具有变换阻抗的特性。

图 6-16 所示电路,理想变压器的次级接有复阻抗 $Z_L$ ,则从理想变压器的初级(输入端)看进去的输入阻抗是:

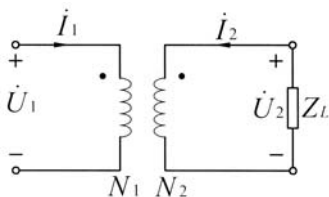


图 6-16

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

$$\dot{U}_1 = \frac{N_1}{N_2} \dot{U}_2 = n \dot{U}_2$$

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{n}$$

$$\dot{I}_1 = -\frac{N_2}{N_1} \dot{I}_2 = -\frac{1}{n} \dot{I}_2$$

$$Z_L = \frac{\dot{U}_2}{-\dot{I}_2}$$

$$Z_{in} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{n \dot{U}_2}{-\frac{1}{n} \dot{I}_2} = n^2 \frac{\dot{U}_2}{-\dot{I}_2} = n^2 Z_L \quad (6-11)$$

$Z_{in}$ 称为次级阻抗对初级的映射阻抗。在实际应用中一定的电阻负载 $R_L$ 接在变压器的次级

上, 在变压器的初级相当于接入 $n^2 R_L$ 的电阻, 如果 $n$ 改变, 则输入电阻 $n^2 R_L$ 也改变, 所以可通过改变变压器的匝数来改变输入电阻, 从而实现与电源匹配使负载上获得最大功率。收音机的输出变压器就是为此目的而设计的。

## 6.4 交流铁芯线圈

所谓交流铁芯线圈, 是指线圈中加入铁芯, 并在线圈两端施加正弦电压。根据铁芯线圈的励磁电流不同, 把铁芯线圈分为直流铁芯线圈和交流铁芯线圈。

直流铁芯线圈的励磁电流是直流电流。铁芯中产生的磁通是恒定的, 在线圈和铁芯中不会产生感应电动势, 其损耗仅仅是线圈的热损耗 (即 $RI^2$ )。

而交流铁芯线圈则不同, 由于励磁电流是交流电流, 且铁芯中产生的磁通是交变的, 在线圈和铁芯中都会产生感应电动势, 加上铁芯本身存在着磁滞现象、磁饱和现象及涡流和漏磁等因素, 因而交流铁芯的功率损耗比较复杂, 也比较严重。

由于线圈的内阻引起的功率损耗称为热损耗, 有时又称为铜损。

由于铁芯的交变磁化引起的功率损耗称为磁损耗, 有时又称为铁损。铁损主要包括磁滞损耗和涡流损耗两部分。

磁滞损耗是由于铁芯材料的磁滞性产生的。减小磁滞损耗的方法是选用磁滞回线狭小的磁性材料做线圈的铁芯。

涡流损耗是由于铁芯的涡流产生的。交变的电流产生交变的磁通, 一方面在线圈中产生感应电动势, 另一方面也要在铁芯内产生感应电动势和感应电流, 这种感应电流称为涡流。减小涡流损耗的方法是: 将铁芯制作成彼此绝缘的薄片。

涡流是有害的, 它会引起铁芯发热, 因而需要加以限制。但在有些场合我们也可利用它。如利用涡流的热效应进行金属的冶炼等。

## 6.5 电磁铁

电磁铁是利用通有电流的铁芯线圈对铁磁物质产生电磁吸力的装置。电磁铁通常由线圈、铁芯和衔铁三个主要部分组成。

图 6-17 是几种常见的电磁铁的结构形式。

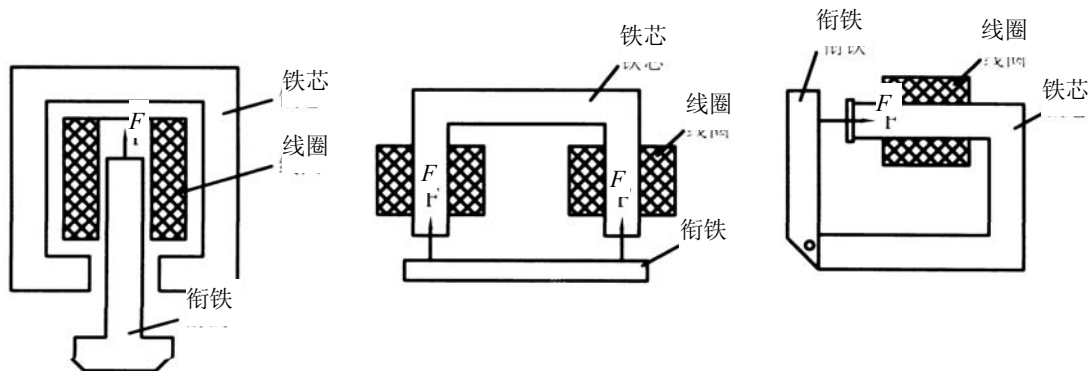


图 6-17

当电磁铁的线圈通电后,电磁铁的铁芯被磁化,在铁芯气隙中产生磁场,吸引衔铁动作,带动其他机械装置发生联动。当线圈断电后,电磁铁铁芯的磁性消失,衔铁带动其他部件被释放。

电磁铁在工业中有较广泛的应用。如继电器、接触器、电磁阀等。利用电磁铁来吸合、分离触点。

电磁铁的一个主要参数是吸力 $F$ ,即由于线圈得电,铁芯被磁化后对衔铁产生的吸引力。它的大小与铁芯和衔铁间空气隙中磁感应强度 $B_0$ 有关。即

$$F = \frac{10^7}{8\pi} \cdot B_0^2 \cdot S_0 \text{ (N)}$$

当交流电通过线圈时,磁感应强度是变化的,此时吸力也发生改变,而吸力的平均值恰好是最大吸力的 $\frac{1}{2}$ 。即

$$F = \frac{1}{2} F_m = \frac{10^7}{16\pi} B_m^2 \cdot S_0 \text{ (N)}$$

## 6.6 本章小结

1. 互感系数:  $M = \frac{\psi_{21}}{i_1} = \frac{\psi_{12}}{i_2}$
2. 耦合系数:  $K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$
3. 同名端耦合电感的伏安关系:

$$u_1 = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt}$$

## 4. 电感串联（顺串）的等效电感

$$L = L_1 + L_2 + 2M$$

## 电感串联（反串）的等效电感

$$L = L_1 + L_2 - 2M$$

## 5. 理想变压器

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = n \quad \frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{n}$$

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} = n \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{n}$$

$$Z_{in} = n^2 Z_L$$

## 6. 交流铁芯线圈的损耗包括铜损和铁损。铁损又包括磁滞损耗与涡流损耗。

## 7. 电磁铁由线圈、铁芯和衔铁三部分组成。

## 习 题 六

## 1. 试确定图 1 所示耦合线圈的同名端，画出其电路模型，并写出元件的伏安关系式。

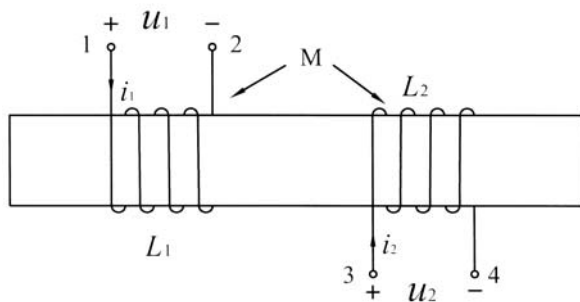


图 1

## 2. 试写出图 2 所示各电路的伏安关系式。

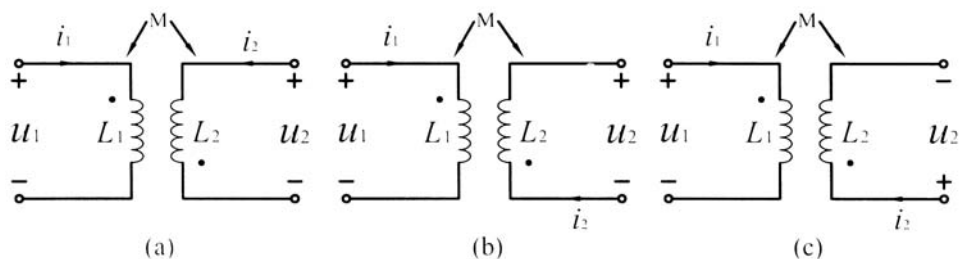


图 2

3. 图 3 所示电路, 设角频率为  $\omega$ , 求  $ab$  端的等效阻抗。

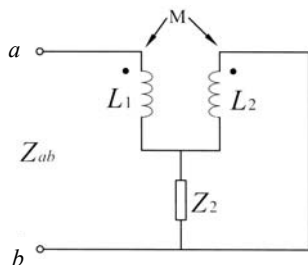


图 3

4. 试问图 4 所示电路中,  $n$  为多大时负载可获最大功率, 并求此最大功率。

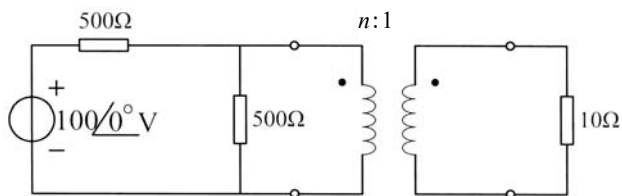


图 4

5. 已知两线圈的自感为  $L_1=5\text{mH}$ ,  $L_2=4\text{mH}$ ,
  - (1) 若  $k=0.5$ , 求互感  $M$ 。
  - (2) 若  $M=3\text{mH}$ , 求耦合系数  $k$ 。
  - (3) 若两线圈全耦合, 求互感  $M$ 。
6. 简述交流铁芯线圈的功率损耗有哪些? 它们是怎样产生的? 如何减少?
7. 简述电磁铁的工作原理, 主要用途及其特点。

# 附录 A 实 验

## 实验一 电阻器、电容器的识别与检测及万用表的使用

### 1. 实验目的

- (1) 熟悉电阻器、电容器的外形，型号命名法。
- (2) 学习用万用表检测电阻器、电容器的方法。
- (3) 学习使用万用表。

### 2. 实验器材

万用表

1 只

不同型号的电阻器、电容器

若干只

### 3. 实验内容和步骤

- (1) 电阻的识别和检测，将结果填入表 A-1 中。

表 A-1 电阻的识别和检测

序号	标 志	识 别				测 量		合格否
		材料	阻值	允许误差	功率	量程	阻值	

- (2) 色环电阻的识别和检测，将结果记录于表 A-2 中。

表 A-2 色环电阻的识别和检测

序号	色环颜色 (按顺序填写)	识 别			测 量		合格否
		阻值	允许误差	功率	量程	阻值	

(3) 电容器的识别和检测，将结果记录于表 A-3 中。

表 A-3 电容器的识别和检测

序号	标 志	识 别			测量漏电电阻		合格否
		材料	容量	耐压	量程	阻值	

(4) 万用表的使用

① 将万用表的功能转换开关旋至交流电压档，按要求测试三相交流电源线电压、相电压值，记录于表 A-4 中。

表 A-4 三相交流电源的电压

项 目 档 位	线 电 压			相 电 压		
	$U_{AB}$	$U_{BC}$	$U_{CA}$	$U_{AN}$	$U_{BN}$	$U_{CN}$
500V						
250V	——	——	——			

② 测量直流电压和电流，按电路图A-1 接好线，测试电源电压，电阻 $R_0$ 的电压及回路中的电流，将结果记录于表A-5 中。

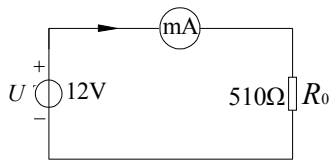


图 A-1

表 A-5 直流电压和电流的测量

电 源 电 压		电 阻 电 压		电 流	
档位	测量值	档位	测量值	档位	测量值

4. 报告要求

- (1) 画出测试电路。
- (2) 整理表中的测试数据。
- (3) 总结万用表的使用方法及注意事项。

实验二 基尔霍夫定律的验证

1. 实验目的

- (1) 练习电路接线，学习电压表、电流表、稳压电源的使用方法。
- (2) 加深对基尔霍夫定律的理解。
- (3) 加深对电压、电流参考方向的理解。

2. 实验器材

直流稳压电源 30 V 可调	1 台
电阻 20、50、100Ω±5% / 1W	各 1 只
直流毫安表 0~500 mA	2 只
0~50~100 mA	1 只
直流电压表 0~15~30 V	1 只



### 3. 实验内容和步骤

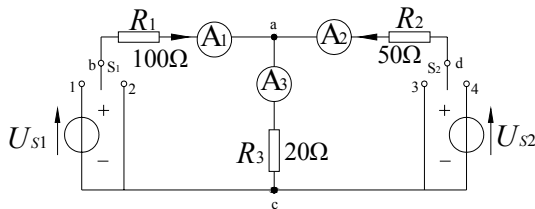


图 A-2

- (1) 电路如图A-2 所示（开关 $S_1$ 、 $S_2$ 均断开），经教师检查无误后，方可进行下一步。
- (2) 调节稳压电源第一组的输出为 15 V 作为  $U_{S1}$ ，第二组的输出电压为 3 V 作为  $U_{S2}$ ，把  $S_1$ 、 $S_2$  分别合向点 1 和点 4。
- (3) 将各电流表读数记入表 A-6 种实测栏内，并验算栏内验算 a 点电流的代数和  $\Sigma I = 0$ 。
- (4) 用电压表分别测量各元件电压  $U_{ab}$ 、 $U_{bc}$ 、 $U_{cd}$  及  $U_{da}$ ，记录于表A-7 中，并验算回路abcda 及 abca 的电压代数和  $\Sigma U = 0$ ？

注意：在电路中串联电流表时，电流表的极性应按图A-2 所标电流参考方向去接，如果表针反偏，则应将电流表“+”“-”接线柱上的导线对换，但其读数应记为负值，这就是参考方向的实际意义，测量电压时也有同样的情况。接线时，必须将电源 $U_{S1}$ 和 $U_{S2}$ 关掉，以免稳压电源因输出端短路烧坏。

表 A-6 数据记录表

电 量 及 有 关 数 值 项 目	数 值 栏			验 算 栏
	$I_1 / \text{mA}$	$I_2 / \text{mA}$	$I_3 / \text{mA}$	节点 a 电流的代数和 $\Sigma I = 0$ ?
理论计算值				
测量值				

表 A-7 数据记录表

电 量 及 有 关 数 值 项 目	数 值 栏					验 算 栏	
	$U_{ab}$	$U_{bc}$	$U_{cd}$	$U_{da}$	$U_{ca}$	回路 abcda $\Sigma U = 0$ ?	回路 abca $\Sigma U = 0$ ?
理论计算值							
测量值							

### 4. 报告要求

- (1) 画出验证电路图，简述实验过程。

- (2) 将各理论计算值及各实测值列表说明。
- (3) 用表 A-6、表 A-7 中的数据，验证基尔霍夫定律的正确性。

实验三 叠加定理的验证

1. 实验目的

- (1) 练习电路接线，学习电压表、电流表、稳压电源的使用方法。
- (2) 加深对叠加定理的理解。
- (3) 加深对电压、电流参考方向的理解。

2. 实验器材

直流稳压电源 30V 可调	1 台
电阻 20、50、100Ω±5% / 1W	各 1 只
直流毫安表 0~500 mA	2 只
0~50~100 mA	1 只
直流电压表 0~15~30 V	1 只

3. 实验内容和步骤

- (1) 验证电路见图A-2 所示。将开关S<sub>1</sub>合到点 1，开关S<sub>2</sub>合到点 4，即电压源U<sub>S1</sub>、U<sub>S2</sub>共同作用在电路的情况，将电流表测出的电流值及电压表测出的电压值填入表A-8 中。
- (2) 将开关S<sub>1</sub>合到点 1，开关S<sub>2</sub>合到点 3，即电压源U<sub>S1</sub>单独作用于电路的情况，将电流表测出的电流值及电压表测出的电压值填入表A-8 中。
- (3) 将S<sub>1</sub>合到点 2，开关S<sub>2</sub>合到点 4，即电压源U<sub>S2</sub>单独作用于电路的情况，也将所测得的电流值和电压值填入表A-8 中。

表 A-8 数据记录表

电量及数值 作用情况	电 流			电 压		
	I <sub>1</sub> / mA	I <sub>2</sub> / mA	I <sub>3</sub> / mA	U <sub>ac</sub> / V	U <sub>ba</sub> / V	U <sub>da</sub> / V
U <sub>S1</sub> 、U <sub>S2</sub> 共同作用						
U <sub>S1</sub> 单独作用						
U <sub>S2</sub> 单独作用						

注意：接线时，必须将电源U<sub>S1</sub>和U<sub>S2</sub>关掉，以免稳压电源因输出端短路烧坏。

#### 4. 报告要求

- (1) 画出验证电路图，简述实验过程。
- (2) 将各理论计算值及各实测值列表说明。
- (3) 用表 A-8 中的数据，验证叠加定理的正确性。

## 实验四 戴维南定理的验证

### 1. 实验目的

- (1) 初步掌握有源线性二端网络的参数的测定方法。
- (2) 加深对戴维南定理的理解。

### 2. 实验器材

双路直流稳压电源	1 台
直流毫安表 0~50~100 mA	1 块
电阻 1kΩ、510Ω、100Ω、2kΩ/0.5W	各 1 只
电位器 470Ω 1W	2 只
数字万用表或指针式万用表	1 块

### 3. 实验技术知识

(1) 线性有源二端网络参数 $U_{oc}$ 的测定方法。 $U_{oc}$ 采用直接测量法：当所用万用表的内阻 $R_v$ 远大于等效电阻 $R_0$ 时，可直接将电压表并联在线性有源二端网络两端，电压表的指示值即为开路电压 $U_{oc}$ ，如图A-3所示。

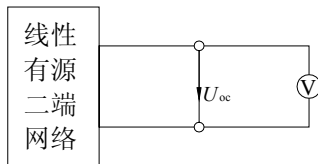


图 A-3

(2)  $R_0$ 的测量方法有：开路短路法、附加电阻法、附加电源法。

- ① 开路短路法：由戴维南定理和诺顿定理知， $R_0 = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}$ ，利用 $RA$ 很小的电流表测出 $I_{sc}$ 。

这种方法不适合不允许直接短路的二端网络, 如图A-4 所示。

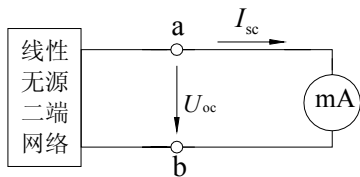


图 A-4

② 附加电阻法: 测出二端网络的开路电压以后, 在端口处接一负载电阻 $R_L$ , 然后测出负载电阻 $R_L$ 两端的电压 $U_{RL}$ , 如图A-5 所示。

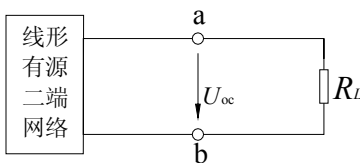


图 A-5

因

$$U_{RL} = \frac{U_{oc}}{R_0 + R_L} \cdot R_L$$

则等效电阻 $R_0$ 为

$$R_0 = \left( \frac{U_{oc}}{U_{RL}} - 1 \right) \cdot R_L$$

③ 附加电源法: 令有源二端网络中的所有独立源置零, 然后在端口处加一个给定电压为 $U$ 的电压源, 测得入口电流 $I$ , 如图 A-6 所示, 则

$$R_0 = \frac{U}{I}$$

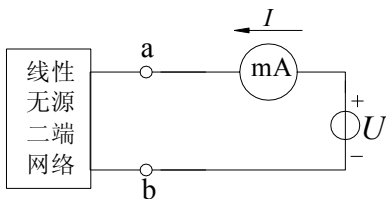


图 A-6

4. 实验内容及步骤

(1) 测试有源二端网络（虚线框内电路）的外特性  $U=f(I)$ 。按图 A-7 接线，调节 RP 的大小，测出电压  $U$  和电流  $I$ ，将数据填入表 A-9 中。

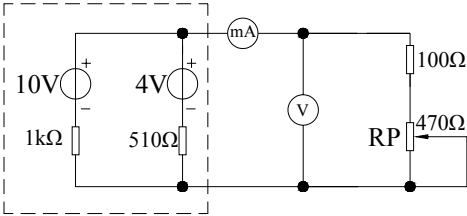


图 A-7

表 A-9 有源二端网络外特性测量数据

$I / \text{mA}$							
$U / \text{V}$							

- (2) 按图A-3 测开路电压  $U_{oc}$  的方法，测出图A-7 中有源二端网络的开路电压  $U_{oc} = \underline{\hspace{1cm}} \text{V}$ 。
- (3) 测量二端网络除源后的等效电阻  $R_0$ 。任选一种测  $R_0$  的方法，并记录  $R_0 = \underline{\hspace{1cm}} \Omega$ 。
- (4) 利用上面测得的  $U_{oc}$  和  $R_0$ ，组成戴维南等效电路如图A-8 所示，调节RP，测定其外特性  $U' = f(I')$ ，将测得的数据填入表A-10 中。

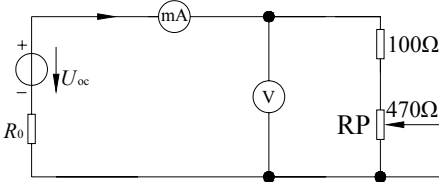


图 A-8

表 A-10 等效二端网络外特性测量数据

$I' / \text{mA}$							
$U' / \text{V}$							

5. 报告要求

- (1) 绘出测试电路图，简述实验过程。
- (2) 根据表 A-9 和表 A-10 的结果，在同一坐标系画出两条外特性曲线，做比较，并分

析产生误差的原因。

## 实验五 日光灯照明电路及功率因数的提高

### 1. 实验目的

- (1) 熟悉日光灯照明电路的接线, 了解日光灯的工作原理。
- (2) 了解提高功率因数的意义和方法。
- (3) 学习用实验的方法求线圈的参数。
- (4) 学习使用功率表。

### 2. 实验器材

日光灯 (40W) 照明电路接线板	1 块
MF—47 万用表	1 块
交流毫安表 0~500mA	3 块
多量程功率表	1 块

### 3. 实验技术知识

#### (1) 日光灯电路的组成

日光灯电路由灯管、镇流器和启辉器三部分组成。

灯管是一根细长的玻璃管。内壁均匀涂有荧光粉。管内充有水银蒸汽和稀薄的惰性气体。在管子的两端装有灯丝, 在灯丝上涂有受热后易发射电子的氧化物。镇流器是一个带有铁芯的电感线圈。

#### (2) 日光灯的启辉过程

当接通电源以后, 由于日光灯没有点亮, 电源电压全部加在启辉器的两端, 使辉光管内两个电极放电, 放电产生的热量使双金属片受热趋向伸直, 与固定触头接通。这时日光灯的灯丝与辉光管的电极、镇流器构成一个回路。灯丝因通过电流而发热, 从而使氧化物发射电子。同时, 辉光管内两个电极接通时电极之间的电压为零, 辉光放电停止。双金属片因温度下降而复原, 两电极脱离。在电极脱开的瞬间, 回路中的电流因突然切断, 立即使镇流器两端感应电压比电源电压高得多。这个感应电压连同电源电压一起加在灯管两端, 使灯管内惰性气体分子分离而产生弧光放电, 管内温度逐渐升高, 水银蒸汽游离, 并猛烈地撞击惰性气体分子而放电, 同时辐射出不可见的紫外线, 而紫外线激发灯管壁的荧光物质发出可见光。

日光灯点亮后两端电压较低, 灯管两端的电压不足以使启辉器辉光放电。因此, 启辉器

只在日光灯启辉时起作用。一旦日光灯点亮，启辉器处于断开状态。此时镇流器、灯管构成一个电流通路，由于镇流器与灯管串联并且感抗很大，因此可以限制和稳定电路的工作电流。

(3) 多量程功率表的使用

功率表的电压线圈，电流线圈标有\*的一端是同极性端，连线时要连在电源的同一端。  
读数方法：功率表上不注明瓦数，只标出分格数，每分格代表的功率值由电压、电流量限 $U_N$ 和 $I_N$ 确定，即分格常数 $C$ 为

$$C = \frac{U_N I_N}{\alpha_m}$$

功率表的指示值  $P=C\alpha$  ( $\alpha$  为指针所指的格数)。

注意：功率表电路中，功率表电流线圈的电流、电压线圈的电压都不能超过所选的量限 $U_N$ 和 $I_N$ 。

4. 实验内容和步骤

(1) 日光灯电路参数的测量

按电路图A-9 接好线。断开电容支路的开关S，点燃日光灯，测量电源电压 $U$ 、灯管两端的电压 $U_R$ 、镇流器两端的电压 $U_{rL}$ 、 $I_1$ 、功率表的指示值 $P$ 等，记入表A-11 中。

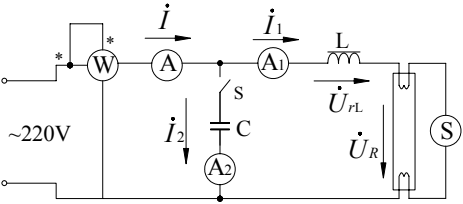


图 A-9

表 A-11 日光灯电路数据记录表

项 目	测 量 数 据					计 算 数 据			
	$U$	$U_{rL}$	$U_R$	$I$	$P$	$\cos\varphi_1$	$R$	$r$	$L$
测量值									

(2) 改善日光灯电路的功率因数

合上电容支路的开关S，将电容从零开始增加，使电路从感性变成容性，每改变电容一次，测出日光灯支路的电流 $I_1$ ，电容支路的电流 $I_2$ ，总电流 $I$ ，电路的功率 $P$ 。记入表A-12 中。

表 A-12 改善功率因数的日光灯电路数据记录表

项 目	给 定		测 量 数 据				计 算 数 据	
	$U$	$C$	$I$	$I_1$	$I_2$	$P$	$\cos\varphi$	$Q$
1	220V	1 $\mu$ F						
2	220V	2 $\mu$ F						
3	220V	3 $\mu$ F						
4	220V	4 $\mu$ F						
5	220V	5 $\mu$ F						

5. 报告要求

- (1) 完成表格中的计算值。
- (2) 做出  $I=f(C)$  曲线，功率因数曲线  $\cos\varphi=f(C)$ 。
- (3) 说明功率因数提高的原因和意义。



## 附录 B 安全用电常识

在生产和生活中，人们经常接触到电气设备，如果不小心触及带电部分，或者触及电气设备的绝缘破损部分，就会发生触电事故。

电流通过人体对人体造成损伤，根据伤害性质不同可分电伤和电击两种情况。电伤是指对人体外部的伤害，如皮肤的灼伤，电的烙印等；电击是指电流通过人体内部组织所引起的伤害，如不及时摆脱带电体，就有生命危险。

### B.1 触 电 事 故

人们使用的电气设备，主要是 220V 单相和 380 / 220V 三相的电气设备。1kV 以上的高压设备只有专业人员才能接近，因此低压触电事故较高压为多。触电事故对人体损伤程度一般与下列因素有关。

#### 1. 安全电压及人体电阻

据有关资料认为，工频交流 10mA 以上，直流在 50mA 以上的电流通过人体心脏时，触电者已不能摆脱电源脱险，有生命危险。在小于上述电流的情况下，触电者能自己摆脱带电体，但时间过长同样也有生命危险。一般情况下，人们触及 36V 以下的电压，通过人体的电流不至于产生危险，故把 36V 的电压作为安全电压。

人体电阻愈高，触电时通过人体的电流愈小，伤害程度也愈轻。人体电阻可达  $10^4 \sim 10^5 \Omega$ 。若皮肤潮湿，如出汗时，人体电阻急剧下降，约为  $1k\Omega$ 。人体电阻还与触电时人体接触带电体的面积及触电电压等有关，接触面积愈大，触电电压愈高，人体电阻愈小。

#### 2. 触电形式

最危险的触电事故是电流通过人的心脏，因此，当触电电流从一只手到另一只手，或由手到脚通过是比较危险的。但并不是说人体其他部分通过电流就没有危险，因为人体任何部位触电都可能引起肌肉收缩和痉挛，以及脉搏、呼吸和神经中枢的急剧失调而丧失意识，造成触电伤亡事故，下面分两种情况分别介绍。

##### (1) 中点不接地的三相三线制供电系统

在三相电源中点不接地的供电系统中,当电路绝缘完好时,人误触一相不会触电,因为三相对地绝缘电阻对称,形成三相负载星形连接,负载端中点与电源中点间中点电压为零,即电源中点对地的电位为零。当一相绝缘破损,人站在地面误触该相绝缘破损处,而其他两相对地的绝缘不良,对地的等效绝缘电阻  $R$  变小,或其中一相接地,人体就有较大的电流通过,发生触电事故。

这时通过人体的电流为:

$$I_{\lambda} \approx \frac{U_p}{R_{\lambda}}$$

式中,  $U_p$  为电源相电压,人体电阻  $R_{\lambda}$  包括人所穿鞋子的电阻及地面潮湿程度。 $R_{\lambda}$  愈小,  $I_{\lambda}$  愈大,触电程度愈重。

### (2) 中点接地的三相供电系统

中点接地的三相供电系统中,  $R_0$  为中点接地电阻。所谓接地,通常是用专用钢管或钢板深埋大地中,并牢固地与中点相接,接地电阻按规定不大于  $4\Omega$ 。如此时人误触一相带电导线时,则流过人体的电流为

$$I_{\lambda} = \frac{U_p}{R_0 + R_{\lambda}} \approx \frac{U_p}{R_{\lambda}}$$

由此可见,上述两种情况下,误触带电导线对人身都是很危险的。常见的有因家用电器绝缘破损而引起的触电伤亡。如果是双线触电则更为危险,可自行分析。

## B.2 安全用电措施

### 1. 保护接地

保护接地多用在三相电源中点不接地的供电系统中。如车间的动力用电与照明用电不共用同一电源时,就采用此种供电系统。将三相用电设备的外壳用接地线和接地电阻相焊接,就是保护接地。

当人们碰到一相因绝缘损坏已与金属外壳短路的电机时,该相电流将分两路入地,所以大部分电流通过接地电阻(它远小于人体电阻)入地,流过人体电流极其微小,可避免触电事故。

### 2. 保护接零

在动力和照明共用的低压三相四线制供电系统中,电源中点接地,这时应采用保护接零(接中线)。保护接零就是把电气设备外壳用导线直接和中线相连。

假定电动机的 C 相绕组碰壳，则 C 相导线即与中线形成短路（C 相电源短路）致使该相熔丝熔断，可以避免触电事故。

单相用电设备使用时的正确接线是，用电设备的外壳用导线接在粗脚接线端上，通过插座与地线相连。一旦漏电碰壳，电流经外壳地线入地，可避免触电事故。有的用户在使用洗衣机、电风扇和电冰箱等电器时不接地线，这是非常不安全的。

电器的电源开关应安装在火线上，开关断开时电器不带电，如果开关接在零线上，开关断开时电器仍然带电，这也容易发生触电事故。

如遇触电事故，应首先切断电源，然后立即采取有效的急救措施。

# 附录 C 部分习题参考答案

## 第 1 章

- 1.1  $U_{ab} = -8\text{V}$ ,  $U_{ac} = 11\text{V}$ ,  $U_{bc} = 19\text{V}$
- 1.2  $U_A = -5\text{V}$
- 1.3  $U_A = -4\text{V}$ ,  $U_B = -4\text{V}$ ,  $U_C = -3\text{V}$
- 1.4 (a)  $U = 10\text{V}$ ,  $I = 2.5\text{A}$ ,  $P_{U_S} = 25\text{W}$ ,  $P_{I_S} = -50\text{W}$ ,  $P_R = 25\text{W}$   
(b)  $U = 50\text{V}$ ,  $I = 5\text{A}$ ,  $P_{U_S} = 25\text{W}$ ,  $P_{I_S} = -275\text{W}$ ,  $P_R = 250\text{W}$
- 1.5 (1)  $I_{N_1} = \frac{4}{11}\text{A}$ ,  $I_{N_2} = \frac{6}{11}\text{A}$   
(2)  $R_1 = \frac{605}{2}\Omega$ ,  $R_2 = \frac{605}{3}\Omega$   
(3) 不能
- 1.6  $U_{AB} = 25\text{V}$
- 1.7 (1)  $100\text{V}$ ,  $1\text{A}$   
(2)  $110\text{V}$ ,  $0\text{A}$   
(3)  $0\text{V}$ ,  $11\text{A}$
- 1.8  $U_S = 6\text{V}$ ,  $R_0 = 0.5\Omega$
- 1.9 (1)  $I_2 = -5\text{A}$   
(2)  $I_2 = 0$
- 1.10  $U_S = 3\text{V}$
- 1.11 (a)  $U = U_S - I \cdot R_0$   
(b)  $U = U_S + I \cdot R_0$
- 1.12  $I_3 = 3\text{A}$ ,  $I_4 = 14\text{A}$ ,  $I_6 = 17\text{A}$

## 第 2 章

- 2.1 (a)  $R_{ab} = 14\Omega$   
(b)  $R_{ab} = 30\Omega$
- 2.2  $R_{ab} = 9\Omega$ ,  $R_{cd} = \frac{8}{3}\Omega$
- 2.3  $R_{ab} = 8\Omega$
- 2.4  $R_{ab} = 10\Omega$
- 2.5 (1)  $U_2 = 176\text{V}$

(2)  $U_2 \approx 173.2\text{V}$

(3) 电流表及电阻 $R_1$ 上的电流均超过其额定值, 会导致其烧毁。

2.6 略

2.7 略

2.8 略

### 第3章

3.1 略

3.2  $I_1 = 1\text{A}$ ,  $I_2 = 1\text{A}$ ,  $I_3 = 0$

3.3  $I = 0.4\text{A}$

3.4  $I = \frac{19}{14}\text{A}$

3.5  $I = -\frac{5}{6}\text{A}$

3.6  $U_A = -0.4\text{V}$ ,  $I_1 = -0.1\text{A}$ ,  $I_2 = -0.1\text{A}$

3.7 
$$U = \frac{U_{S_1} \cdot \frac{1}{R_1} - U_{S_2} \cdot \frac{1}{R_2} + U_{S_3} \cdot \frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

3.8  $I = \frac{30}{11}\text{A}$

3.9 (1)  $I = 5\text{A}$

(2)  $U_S = -9\text{V}$

3.10  $\frac{6}{13}\text{A}$ ,  $\frac{12}{13}\text{A}$ ,  $\frac{18}{13}\text{A}$ ,  $\frac{30}{13}\text{A}$ ,  $\frac{48}{13}\text{A}$

3.11 略

3.12  $I = \frac{30}{11}\text{A}$

3.13 略

3.14  $I = \frac{80}{10+R}$

$R = 10\Omega$  时,  $P_{L\max} = 160\text{W}$

3.15  $R = 8\Omega$  时,  $P_{L\max} = 32\text{W}$

### 第4章

4.1 略

4.2 略

4.3  $t = 0_-$  时,  $i = 0$ ,  $u_R = 0$ ,  $u_C = 4\text{V}$

$$t=0_+ \text{ 时, } i=2\text{A}, u_R=8\text{V}, u_C=4\text{V}$$

$$t=\infty \text{ 时, } i=0, u_R=0, u_C=12\text{V}$$

$$4.4 \quad t=0_- \text{ 时, } i=\frac{6}{8}\text{A}, u_R=\frac{3}{2}\text{V}, u_L=0$$

$$t=0_+ \text{ 时, } i=\frac{6}{8}\text{A}, u_R=\frac{3}{2}\text{V}, u_L=\frac{9}{2}\text{V}$$

$$t=\infty \text{ 时, } i=3\text{A}, u_R=6\text{V}, u_L=0$$

$$4.5 \quad u_C(t)=5+20\cdot e^{-\frac{t}{4}}\text{V}$$

$$4.6 \quad i_L(t)=\frac{9}{4}e^{-\frac{2}{3}t}\text{A}$$

4.7 略

$$4.8 \quad \tau=0.04\text{S}, i_{\max}=8\text{A}$$

$$4.9 \quad i(t)=4\text{A}, i_L(t)=e^{-6t}\text{A}, i_S(t)=4-e^{-6t}\text{A}$$

$$4.10 \quad u_C(t)=10-4\cdot e^{-\frac{t}{4\times 10^{-3}}}\text{V}$$

$$u_R(t)=4\cdot e^{-\frac{t}{4\times 10^{-3}}}\text{V}$$

$$4.11 \quad i(\infty)=10\text{A}, i(0_+)=20\text{A}, \tau=-\frac{1}{100}\text{s}$$

$$4.12 \quad (1) W_C=2.5\times 10^4\text{J}$$

$$(2) i_{\max}=1\text{mA}$$

$$(3) t=5000\ln\frac{10^4}{36}\text{s}$$

## 第 5 章

$$5.1 \quad u=31\text{lsin}(314t-\frac{\pi}{4})\text{V}$$

$$5.2 \quad I_m=10\sqrt{2}\text{A}, \omega=100\pi\text{rad}, f=50\text{Hz}, T=0.02\text{s}, \theta=-\frac{\pi}{3}\text{rad}$$

$$5.3 \quad \theta_1=\frac{\pi}{6}\text{rad}, \theta_2=\frac{\pi}{2}\text{rad}$$

$$5.4 \quad I_m=100\text{A}, I=5\sqrt{2}\text{A}, U_m=220\text{V}, U=110\sqrt{2}\text{V}$$

$$5.5 \quad (1) 5\angle\text{arctg}\frac{4}{3}$$

$$(2) 5\angle\pi - \text{arctg}\frac{4}{3}$$

$$(3) 10\angle - \text{arctg}\frac{4}{3}$$

$$(4) 10\sqrt{2}\angle\frac{5\pi}{4}$$

$$(5) 10\angle\frac{\pi}{2}$$

$$(6) 10\angle 0$$

$$5.6 \quad \dot{U}_1 = 220\angle 120^\circ \text{ V}, \quad \dot{I} = 10\angle 60^\circ \text{ A}$$

$$5.7 \quad u = 100\sqrt{2}\sin(100\pi \cdot t + \frac{\pi}{6}), \quad i = 10\sqrt{2}\sin(100\pi \cdot t - 50^\circ)$$

$$5.8 \quad Z_1 + Z_2 = 13 + j(6 - 5\sqrt{3})$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = 100\angle -23^\circ$$

$$Z_1 / Z_2 = 1\angle 97^\circ$$

$$5.9 \quad (1) \dot{I}_1 = 10\sqrt{2}\angle 0^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_2 = 10\sqrt{2}\angle 90^\circ \text{ A}, \quad \dot{I} = 20\angle 45^\circ \text{ A}$$

$$(2) A_1 \text{ 的读数为 } 14.1 \text{ A}$$

$$A_2 \text{ 的读数为 } 14.1 \text{ A}$$

$$A \text{ 的读数为 } 20 \text{ A}$$

$$(3) \text{ 图略}$$

$$5.10 \quad \text{略}$$

$$5.11 \quad \text{略}$$

$$5.12 \quad i = 5\sin(314t + 60^\circ)$$

$$5.13 \quad i = 11\sqrt{2}\sin(100t - 120^\circ)$$

$$5.14 \quad i = 11\sqrt{2}\sin(1000t + 120^\circ)$$

$$5.15 \quad (a) 0$$

$$(b) 20\sqrt{2} \text{ A}$$

$$5.16 \quad (1) Z = (10 - j10)\Omega, \text{ 容性电路}$$

$$(2) \dot{I} = 10\sqrt{2}\angle 75^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_R = 100\sqrt{2}\angle 75^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_L = 50\sqrt{2}\angle 165^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_C = 150\sqrt{2}\angle -15^\circ \text{ V}$$

$$5.17 \quad (1) \dot{U} = 20\sqrt{2}\angle 75^\circ$$

$$(2) \cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(3) P = 40 \text{ W}, \quad Q = 40 \text{ var}, \quad S = 40\sqrt{2} \text{ VA}$$

$$5.18 \quad \text{略}$$

$$5.19 \quad \text{略}$$

$$5.20 \quad (1) I_l = \frac{19}{9}\sqrt{6} \text{ A}$$

$$(2) I_p = \frac{19}{9}\sqrt{2}\text{A}$$

$$(3) U_p = 380\text{V}$$

## 第 6 章

6.1 1 与 4 端为同名端

$$\begin{cases} u_1 = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} - M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = -M \cdot \frac{di_1}{dt} + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

$$6.2 \quad (a) \quad \begin{cases} u_1 = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} - M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = -M \cdot \frac{di_1}{dt} + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

$$(b) \quad \begin{cases} u_1 = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = -M \cdot \frac{di_1}{dt} - L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

(c) 同 (a)

$$6.3 \quad Z_{ab} = j\omega(L_1 - M) + (j\omega M + Z_2) \parallel j\omega(L_2 - M)$$

6.4  $n=5$  时, 负载获得最大功率

$$6.5 \quad (1) M = \sqrt{5}\text{mH}, \quad (2) k = \frac{3}{10}\sqrt{5}, \quad (3) M = 2\sqrt{5}\text{mH}$$

6.6 略

6.7 略



# 参 考 文 献

- [1] 石生. 电路基本分析. 北京: 高等教育出版社, 2000
- [2] 席时达. 电工技术. 北京: 高等教育出版社, 2000
- [3] 李翰荪. 电路分析. 北京: 中央广播电视大学出版社, 1985
- [4] 白乃平. 电工基础. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001
- [5] 陈小虎. 电工电子技术. 北京: 高等教育出版社, 2000
- [6] 冯满顺. 电工与电子技术. 北京: 电子工业出版社, 2001
- [7] 李树燕. 电工基础. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1995
- [8] 张孝三. 电工学. 北京: 中国劳动社会保障出版社, 2001
- [9] 叶水春. 电工电子实训教程. 北京: 清华大学出版社, 2004
- [10] 李源生. 电工电子技术. 北京: 清华大学出版社, 北京交通大学出版社, 2004