

算例 2-006

壳 – 静载下的 SCORDELIS-Lo 屋面

问题描述

本例分析了重力荷载下的一个单跨、柱面拱顶。将自由边中心的竖向位移与已发表的理论解进行了比较。另外，将支座和中心截面处的位移和弯矩与已发表的结果进行了比较。

MacNeal and Harder 1985 一书给出了模型的几何特性、属性和荷载。该屋面厚 3in.，支撑之间的跨度为 50ft.。在其弯曲端简支（约束了 U_x 和 U_z 自由度），其直边为自由边。屋面的半径为 25ft.，中心角为 40 度。按照 MacNeal and Harder 1985 一书的建议，只对其四分之一进行建模。

对四分之一屋面进行 6x6 剖分。模型的对称性通过约束节点 44 到 49 的 U_y 和 R_x 自由度、约束节点 1、8、15、22、29 和 36 的 U_x 和 R_y 自由度以及节点 43 的 U_x , U_y , R_x 和 R_y 自由度实现。

荷载

本例的重力荷载为 90psf，即在面上作用-Z 方向的 90psf 的均布荷载。为了测试不同类型的荷载，三种不同工况的荷载按照三种不同方式输入，如下表所示。

荷载工况	荷载类型
SELF	自重荷载
GRAV	重力荷载
UNIF	均布荷载

将混凝土的单位重量设置为 360 lb/ft^3 ，以使重力荷载为 90psf。在重力方向（-Z）指定了 90psf 的均布荷载。

几何特性和属性

Software Verification

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

材料属性

$E = 432,000,000 \text{ lb/ft}^2$

$\nu = 0.0$

$G = 216,000,000 \text{ lb/ft}^2$

截面属性

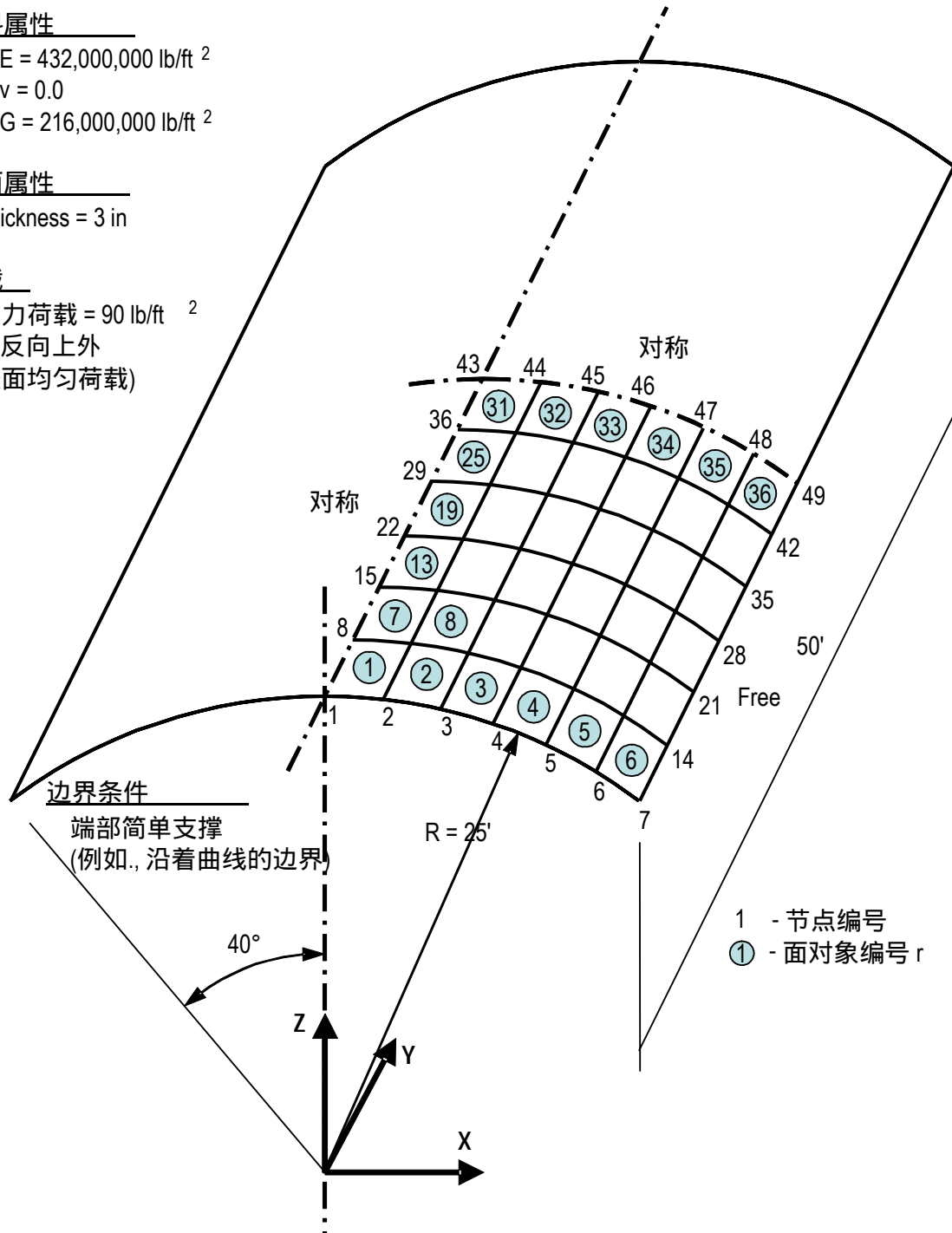
Thickness = 3 in

荷载

重力荷载 = 90 lb/ft^2

(Z 反向上外)

表面均匀荷载)



所测试的 SAP2000 技术要点：

- 采用壳元的三维分析
- 施加于壳元的自重荷载
- 施加于壳元重力荷载
- 施加于壳元的均布荷载

结果比较

分别列出了采用薄板选项和厚板选项时的 SAP2000 的结果。MacNeal and Harder 1985 发表了自由边中心竖向位移的手算解。根据 Zienkiewicz 1977 的图形结果按比例得到了支座和中心截面处的位移和弯矩，该图形结果是 Zienkiewicz 1977 一书中按照 Scordelis and Lo 1964 的原理得到的。

采用薄板选项时 - 自由边中心的竖向位移

输出参数	SAP2000	手算解	差值百分比
U_z (节点 49) ft	-0.3068	-0.3086	-1%

采用薄板选项时- 支座处的轴向变形

角度	输出参数	SAP2000	手算解	差值 百分比**
0°	U_y (节点 1) ft	0.0000	0.0004	-3%
6.67°	U_y (节点 2) ft	0.0005	0.0010	-4%
13.33°	U_y (节点 3) ft	0.0018	0.0021	-2%
20°	U_y (节点 4) ft	0.0029	0.0030	-1%
26.67°	U_y (节点 5) ft	0.0024	0.0021	+2%
33.33°	U_y (节点 6) ft	-0.0017	-0.0025	-6%
40°	U_y (节点 7) ft	-0.0118	-0.0125	-6%

* 根据 Zienkiewicz 1977 第 350 页图 13.11c 按比例（估计）得出该手算解。

** 差值百分比是基于最大手算解 0.0125 得出的。

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

采用薄板选项时 - 支座处的扭曲弯矩

角度	输出参数	SAP2000	手算解	差值 百分比**
0°	M _{xy} (节点 1) lb-ft/ft	92	0	+7%
6.67°	M _{xy} (节点 2) lb-ft/ft	362	370	-1%
13.33°	M _{xy} (节点 3) lb-ft/ft	703	700	0%
20°	M _{xy} (节点 4) lb-ft/ft	993	990	0%
26.67°	M _{xy} (节点 5) lb-ft/ft	1190	1210	-2%
33.33°	M _{xy} (节点 6) lb-ft/ft	1260	1310	-4%
40°	M _{xy} (节点 7) lb-ft/ft	1261	1280	-1%

* 根据 Zienkiewicz 1977 第 351 页图 13.12b 按比例 (估计) 得出该手算解。

** 差值百分比是基于最大手算解 1310 得出的。

采用薄板选项时 - 中心截面的竖向位移

角度	输出参数	SAP2000	手算解*	差值 百分比**
0°	U _z (节点 43) ft	0.046	0.048	-1%
6.67°	U _z (节点 44) ft	0.031	0.028	+1%
13.33°	U _z (节点 45) ft	-0.013	-0.015	-1%
20°	U _z (节点 46) ft	-0.078	-0.080	-1%
26.67°	U _z (节点 47) ft	-0.155	-0.157	-1%
33.33°	U _z (节点 48) ft	-0.234	-0.240	-2%
40°	U _z (节点 49) ft	-0.307	-0.315	-3%

* 根据 Zienkiewicz 1977 第 350 页图 13.11b 按比例 (估计) 得出该手算解。

** 差值百分比是基于最大手算解 0.315 得出的。

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

采用薄板选项时 - 中心截面的横向弯矩

角度	输出参数	SAP2000	手算解	差值 百分比**
0°	M _y (节点 43) lb-ft/ft	-2099	-2080	+1%
6.67°	M _y (节点 44) lb-ft/ft	-1978	-1980	0%
13.33°	M _y (节点 45) lb-ft/ft	-1614	-1580	+2%
20°	M _y (节点 46) lb-ft/ft	-1045	-1000	+2%
26.67°	M _y (节点 47) lb-ft/ft	-408	-400	0%
33.33°	M _y (节点 48) lb-ft/ft	36	70	-2%
40°	M _y (节点 49) lb-ft/ft	0	-40	+2%

* 根据 Zienkiewicz 1977 第 351 页图 13.12a 按比例 (估计) 得出该手算解。

** 差值百分比是基于最大手算解 2080 得出的。

采用薄板选项时 - 中心截面的纵向弯矩

角度	输出参数	SAP2000	手算解*	差值 百分比**
0°	M _x (节点 43) lb-ft/ft	-100	-100	0%
6.67°	M _x (节点 44) lb-ft/ft	-63	-90	-4%
13.33°	M _x (节点 45) lb-ft/ft	37	10	+4%
20°	M _x (节点 46) lb-ft/ft	181	140	+6%
26.67°	M _x (节点 47) lb-ft/ft	340	300	+6%
33.33°	M _x (节点 48) lb-ft/ft	502	490	+2%

Software Verification

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

40°	M _x (节点 49) lb-ft/ft	664	700	-5%
-----	---------------------------------	-----	-----	-----

* 根据 Zienkiewicz 1977 第 351 页图 13.12a 按比例 (估计) 得出该手算解。

** 差值百分比是基于最大手算解 700 得出的。

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

采用厚板选项时 - 自由边中心的竖向位移

输出参数	SAP2000	手算解	差值百分比
U_z (节点 49) ft	-0.3073	-0.3086	0%

采用厚板选项时 - 支座的轴向变形

角度	输出参数	SAP2000	手算解*	差值 百分比**
0°	U_y (节点 1) ft	0.0000	0.0004	-3%
6.67°	U_y (节点 2) ft	0.0005	0.0010	-4%
13.33°	U_y (节点 3) ft	0.0018	0.0021	-2%
20°	U_y (节点 4) ft	0.0029	0.0030	-1%
26.67°	U_y (节点 5) ft	0.0024	0.0021	+2%
33.33°	U_y (节点 6) ft	-0.0017	-0.0025	-6%
40°	U_y (节点 7) ft	-0.0118	-0.0125	-6%

* 根据 Zienkiewicz 1977 第 350 页图 13.11c 按比例 (估计) 得出该手算解。

** 差值百分比是基于最大手算解 0.0125 得出的。

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

采用厚板选项时 - 支座处的扭曲弯矩

角度	输出参数	SAP2000	手算解*	差值百分比**
0°	M _{xy} (节点 1) lb-ft/ft	1	0	0%
6.67°	M _{xy} (节点 2) lb-ft/ft	362	370	-1%
13.33°	M _{xy} (节点 3) lb-ft/ft	707	700	+1%
20°	M _{xy} (节点 4) lb-ft/ft	1003	990	+1%
26.67°	M _{xy} (节点 5) lb-ft/ft	1211	1210	0%
33.33°	M _{xy} (节点 6) lb-ft/ft	1273	1310	-3%
40°	M _{xy} (节点 7) lb-ft/ft	1255	1280	-2%

* 根据 Zienkiewicz 1977 第 351 页图 13.12b 按比例 (估计) 得出该手算解。

** 差值百分比是基于最大手算解 1310 得出的。

采用厚板选项时 - 中心截面的竖向位移

角度	输出参数	SAP2000	手算解*	差值百分比**
0°	U _z (节点 43) ft	0.046	0.048	-1%
6.67°	U _z (节点 44) ft	0.031	0.028	+1%
13.33°	U _z (节点 45) ft	-0.013	-0.015	-1%
20°	U _z (节点 46) ft	-0.078	-0.080	-1%
26.67°	U _z (节点 47) ft	-0.155	-0.157	-1%
33.33°	U _z (节点 48) ft	-0.234	-0.240	-2%
40°	U _z (节点 49) ft	-0.307	-0.315	-3%

Software Verification

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

- * 根据 Zienkiewicz 1977 第 350 页图 13.11b 按比例（估计）得出该手算解。
- ** 差值百分比是基于最大手算解 0.315 得出的。

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

采用厚板选项时 - 中心截面的横向弯矩

角度	输出参数	SAP2000	手算解*	差值 百分比**
0°	M _y (节点 43) lb-ft/ft	-2097	-2080	+1%
6.67°	M _y (节点 44) lb-ft/ft	-1976	-1980	0%
13.33°	M _y (节点 45) lb-ft/ft	-1616	-1580	+2%
20°	M _y (节点 46) lb-ft/ft	-1056	-1000	+3%
26.67°	M _y (节点 47) lb-ft/ft	-427	-400	+1%
33.33°	M _y (节点 48) lb-ft/ft	16	70	-3%
40°	M _y (节点 49) lb-ft/ft	89	-40	+6%

* 根据 Zienkiewicz 1977 第 351 页图 13.12a 按比例 (估计) 得出该手算解。

** 差值百分比是基于最大手算解 2080 得出的。

采用厚板选项时 - 中心截面的纵向弯矩

角度	输出参数	SAP2000	手算解*	差值 百分比**
0°	M _x (节点 43) lb-ft/ft	-104	-100	+1%
6.67°	M _x (节点 44) lb-ft/ft	-67	-90	-3%
13.33°	M _x (节点 45) lb-ft/ft	33	10	+3%
20°	M _x (节点 46) lb-ft/ft	179	140	+6%
26.67°	M _x (节点 47) lb-ft/ft	342	300	+6%
33.33°	M _x (节点 48) lb-ft/ft	510	490	+3%
40°	M _x (节点 49) lb-ft/ft	672	700	-4%

PROGRAM NAME:	<u>SAP2000</u>
REVISION NO.:	<u>0</u>

- * 根据 Zienkiewicz 1977 第 351 页图 13.12a 按比例（估计）得出该手算解。
- ** 差值百分比是基于最大手算解 700 得出的。

计算模型文件: Example 2-006-thick, Example 2-006-thin

结论

一般而言，对于薄板和厚板，SAP2000 结果与手算解的差别都是可以接受的。SAP2000 的自由边中心的竖向位移与理论解的差别不到 1%。

考虑到手算解是从已发表的图形结果中按比例得到，支座处和中心截面的位移和弯矩结果比较是较好的。

-Z 方向的面上均布荷载是作为自重、重力荷载和均布荷载这三种不同荷载工况输入的。这三种工况的结果一样。