



概述

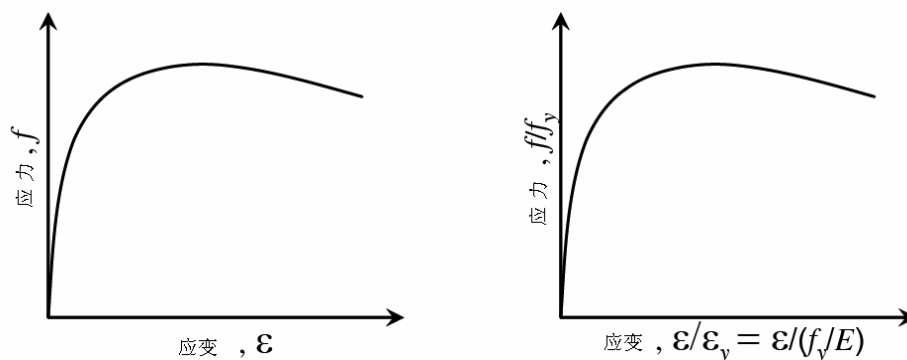
所有类型的材料都具有应力-应变曲线, 应力-应变曲线由用户指定一系列的应力-应变点构成。对应混凝土、钢筋、结构钢材、钢束材料具有几种参数化的应力-应变关系。对于混凝土材料, 可用简化和 Mander 参数定义应力应变关系; 对于钢筋, 可用简化和 Park 参数定义; 对于结构钢材, 可用简化参数定义; 对于钢束, 可用 250Ksi 和 270Ksi 的绞线定义。

自定义应力-应变曲线

对于对任何材料均可定义应力-应变曲线, 应力-应变曲线由一系列的应力-应变点 (ϵ , f) 构成, 这些点中必须包含原点 (0, 0)。自定义曲线以标准方式或者归一化的形式输入或查看。归一化的曲线显示 f/f_y 与 ϵ/ϵ_y 的关系, 式中 $\epsilon_y = f_y/E$ 。程序以归一化的形式保存用户自定义的应力-应变曲线。因此, 如果材料的 E 或者 f_y 发生改变, 那么材料的应力-应变曲线会自动更新。

钢筋的应力-应变参数化曲线

对于钢筋, 用户可以使用两类参数定义应力-应变曲线, 即简化和 Park 参数, 两者基本一致, 除了在应变强化区: 简化曲线为抛物线形式, 而 Park 曲线为试验线形。下列参数定义了钢筋参数化的应力-应变曲线:



标准曲线

归一化曲线

图 1 应力—应变曲线

ε = 钢筋应变

f = 钢筋应力

E = 弹性模量

f_y = 钢筋屈服应力

f_u = 钢筋极限应力

ε_{sh} = 钢筋初始应变强化处的应变

ε_u = 钢筋极限应变

钢筋的屈服应变 ε_y 通过 $\varepsilon_y = f_y / E$ 计算。

应力-应变曲线分为三个段：弹性段、理想塑性段、应变强化段。在每一段内使用不同的等式来定义应力—应变曲线。

钢筋参数化的应力—应变曲线通过下列等式定义：

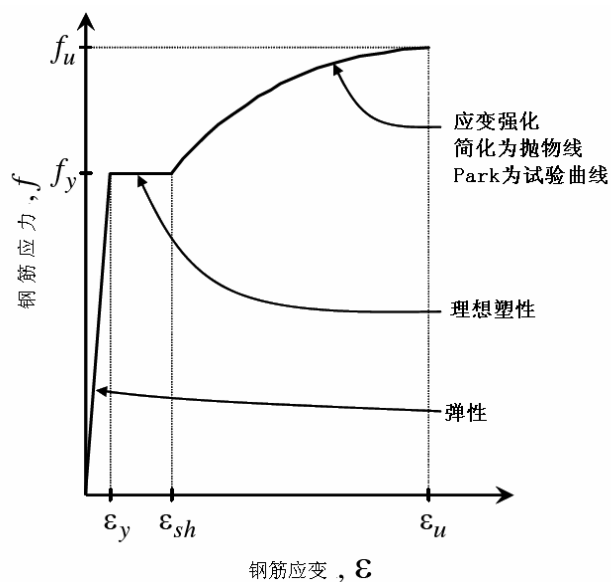


图 2 钢筋参数化的应力—应变曲线

对于 $\varepsilon \leq \varepsilon_y$ (弹性段)

$$f = E\varepsilon$$

对于 $\varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_{sh}$ (理想塑性段)

$$f = f_y$$

对于 $\varepsilon_{sh} < \varepsilon \leq \varepsilon_u$ (应变强化段)

$$\text{对于简化曲线, } f = f_y + (f_u - f_y) \sqrt{\frac{\varepsilon - \varepsilon_{sh}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{sh}}};$$

$$\text{对于 Park 曲线, } f = f_y \left(\frac{m(\varepsilon - \varepsilon_{sh}) + 2}{60(\varepsilon - \varepsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\varepsilon - \varepsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right)$$

$$\text{式中 } r = \varepsilon_u - \varepsilon_{sh}, \quad m = \frac{(f_u / f_y)(30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2}$$

简化曲线和 Park 曲线都可以使用默认的 Caltrans 应变参数:

$$\varepsilon_u = 0.090, \quad \text{当 } A_s \leq 1.40 \text{ in}^2$$

$$\varepsilon_u = 0.060, \quad \text{当 } A_s > 1.40 \text{ in}^2$$

$$\varepsilon_{sh} = 0.0150, \quad \text{当 } A_s \leq 0.85 \text{ in}^2$$

$$\varepsilon_{sh} = 0.0125, \quad \text{当 } 0.85 < A_s \leq 1.15 \text{ in}^2$$

$$\varepsilon_{sh} = 0.0115, \quad \text{当 } 1.15 < A_s \leq 1.80 \text{ in}^2$$

$$\varepsilon_{sh} = 0.0075, \quad \text{当 } 1.80 < A_s \leq 3.00 \text{ in}^2$$

$$\varepsilon_{sh} = 0.0050, \quad \text{当 } A_s > 3.00 \text{ in}^2$$

根据钢筋的典型尺寸, 默认值如下:

$$\#10(\#32m) \text{ 及较小直径的钢筋: } \varepsilon_u = 0.090$$

$$\#11(\#36m) \text{ 及较大直径的钢筋: } \varepsilon_u = 0.060$$

$$\#8(\#25m) \text{ 钢筋: } \varepsilon_u = 0.0150$$

$$\#9(\#29m) \text{ 钢筋: } \varepsilon_u = 0.0125$$

$$\#10(\#32m) \text{ 和 } \#11(\#36m) \text{ 钢筋: } \varepsilon_u = 0.0115$$

$$\#14(\#43m) \text{ 钢筋: } \varepsilon_u = 0.0075$$

$$\#18(\#57m) \text{ 钢筋: } \varepsilon_u = 0.0050$$

简化的结构钢的应力-应变参数化曲线

简化的结构钢的应力-应变参数化曲线包含四个明显的区段：弹性段、理想塑性段、应变强化段、软化段。

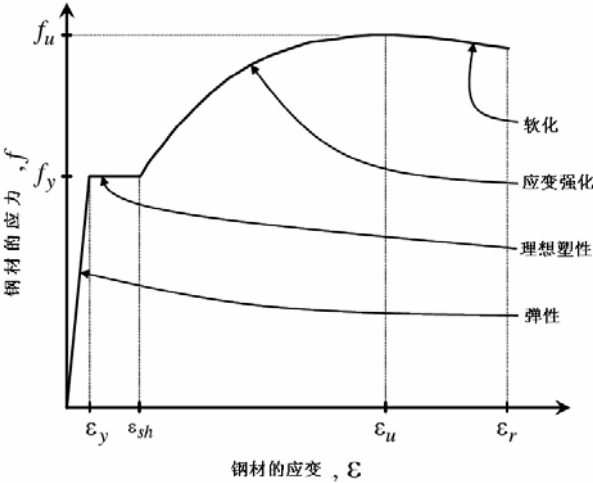


图 3 简化的结构钢的应力-应变参数化曲线

下列参数定义了简化的应力-应变曲线：

ε = 钢材的应变

f = 钢材的应力

E = 弹性模量

f_y = 钢材的屈服应力

f_u = 钢材的极限应力

ε_{sh} = 钢材初始应变强化处的应变

ε_u = 钢材的极限应变

ε_r = 钢材的破坏应变

钢材的屈服应变 ε_y 通过 $\varepsilon_y = f_y / E$ 计算。

钢材参数化的应力-应变曲线通过下列等式定义：

对于 $\varepsilon \leq \varepsilon_y$ （弹性段）

$$f = E\varepsilon$$

对于 $\varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_{sh}$ （理想塑性段）

$$f = f_y$$

对于 $\varepsilon_{sh} < \varepsilon \leq \varepsilon_u$ (应变强化段及软化段)

$$f = f_y \left(r \left(\frac{f_u}{f_y} - 1 \right) e^{(1-r)} \right); \text{ 式中 } r = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{sh}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{sh}}$$

应变强化和软化的表达式来自 Holzer et al.(1975)

250Ksi钢绞线应力-应变曲线

下列参数定义了 250Ksi 的应力-应变曲线:

ε = 钢束的应变

f = 钢束的应力

E = 弹性模量

ε_y = 钢束的屈服应变

ε_u = 钢束的极限应变

钢束的极限应变 ε_u 取为 0.03。钢束的屈服应变 ε_y 由下面二次等式确定:

$$E\varepsilon_y^2 - 250\varepsilon_y + 0.25 = 0 \quad \text{式中 } E \text{ 是以 ksi 为单位, 计算后使用 } \varepsilon_y \text{ 的较大值。}$$

应力-应变曲线通过下列等式定义:

对于 $\varepsilon \leq \varepsilon_y$

$$f = E\varepsilon$$

对于 $\varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_u$

$$f = 250 - \frac{0.25}{\varepsilon}$$

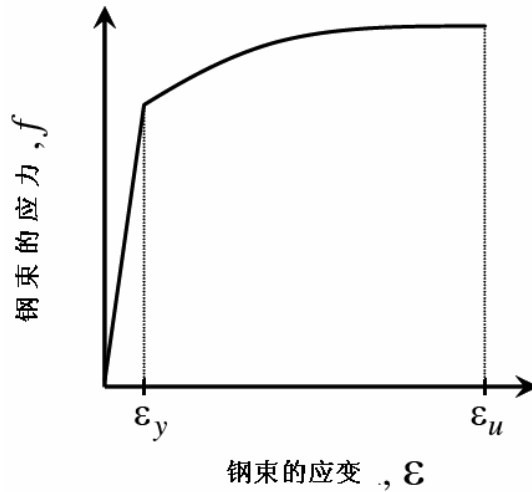


图 4 250Ksi 钢绞线的应力-应变曲线

270Ksi钢绞线应力-应变曲线

下列参数定义了 270Ksi 的应力-应变曲线：

ε = 钢束的应变

f = 钢束的应力

E = 弹性模量

ε_y = 钢束的屈服应变

ε_u = 钢束的极限应变

钢束的极限应变 ε_u 取为 0.03。钢束的屈服应变 ε_y 由下面二次等式确定：

$$E\varepsilon_y^2 - (270 + 0.007E)\varepsilon_y + 1.93 = 0 \quad \text{式中 } E \text{ 是以 ksi 为单位, 计算后使用 } \varepsilon_y \text{ 的较大值。}$$

应力-应变曲线通过下列等式定义：

对于 $\varepsilon \leq \varepsilon_y$

$$f = E\varepsilon$$

对于 $\varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_u$

$$f = 270 - \frac{0.04}{\varepsilon - 0.007}$$

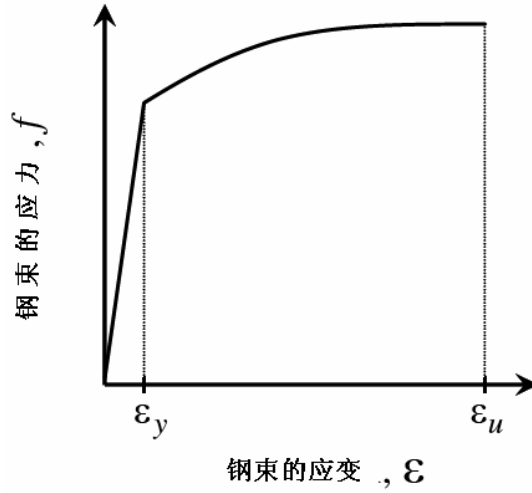


图 5 270Ksi 钢绞线的应力-应变曲线

简化的混凝土的应力-应变参数化曲线

简化的混凝土的应力-应变参数化曲线受压部分由抛物线部分和直线部分构成。下列参数定义了混凝土的应力-应变曲线：

ε = 混凝土的应变

f = 混凝土的应力

f_c' = 混凝土抗压强度

$\varepsilon_c' = f_c'$ 的应变

ε_u = 混凝土的极限应变

应力-应变曲线通过下列等式定义：

对于 $\varepsilon \leq \varepsilon_c'$ （抛物线部分）

$$f = f_c' \left\{ 2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c'} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c'} \right)^2 \right\}$$

对于 $\varepsilon_c' < \varepsilon \leq \varepsilon_u$ （直线部分）

$$f = f_c' \left\{ 1 - 0.2 \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_c'}{\varepsilon_u - \varepsilon_c'} \right) \right\}$$

简化混凝土曲线的屈服拉应力取为 $7.5\sqrt{f_c'}$ psi。

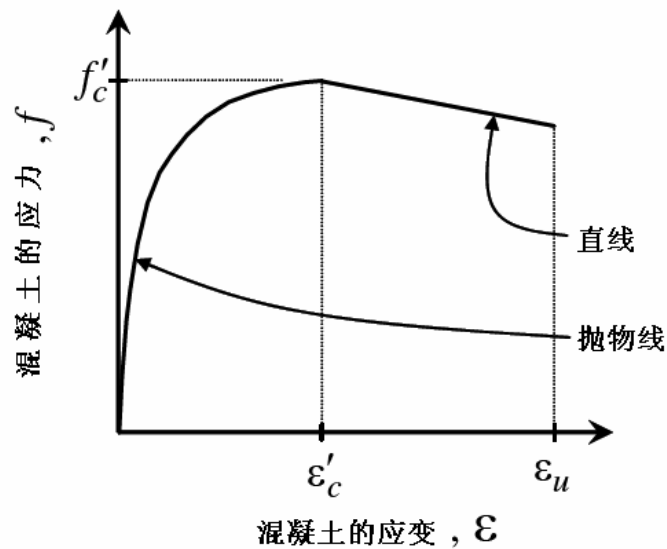


图 6 简化的混凝土的应力-应变参数化曲线

Mander混凝土的应力-应变参数化曲线

Mander 混凝土应力-应变曲线参照下列文献：

Mander, J.B., M.J.N. Priestley, and R. Park 1984. *Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete*. Journal of Structural Engineering. ASCE. 114(3). 1804-1826.

Mander 混凝土应力-应变曲线计算了抗压强度和极限应变，这两个参数均是钢管（横向钢筋）的函数。可绘制下列类型的 Mander 应力-应变曲线：

Mander—无约束混凝土

Mander—约束混凝土，矩形截面

Mander—约束混凝土，圆形截面

Mander 无约束混凝土应力-应变曲线可以通过材料属性数据生成。Mander 约束混凝土应力-应变曲线不仅需要材料属性数据，也需要截面属性数据。下面两种框架截面对 Mander 约束混凝土具有合适的属性数据：

矩形截面

圆形截面

截面设计器中下列截面对 Mander 约束混凝土是适合的：

矩形填充截面

圆形填充截面

多变形

Caltrans 六边形

Caltrans 八边形

Caltrans 圆形

Caltrans 矩形

当一个具有 Mander 应力-应变曲线的材料指定给一个截面，且此截面对 Mander 约束混凝土具有合适的属性数据时，此截面 Mander 的应力-应变曲线属性由截面属性数据测定。但截面不具备合适的属性数据时，则总使用 Mander 无约束混凝土应力-应变曲线。

Mander 无约束混凝土应力-应变曲线

Mander 无约束混凝土的应力-应变参数化曲线受压部分由曲线部分和直线部分构成。下列参数定义了 Mander 无约束混凝土的应力-应变曲线：

ε = 混凝土的应变

f = 混凝土的应力

E = 弹性模量

f_c' = 混凝土抗压强度

$\varepsilon_c' = f_c'$ 的应变

ε_u = 混凝土的极限应变

Mander 无约束混凝土应力-应变曲线通过下列等式定义：

对于 $\varepsilon \leq 2\varepsilon_c'$ （曲线部分）

$$f = \frac{f_c' x r}{r - 1 + x^r}$$

式中 $x = \varepsilon / \varepsilon_c'$

$$r = \frac{E}{E - (f_c' / \varepsilon_c')}$$

对于 $2\varepsilon_c' < \varepsilon \leq \varepsilon_u$ （直线部分）

$$f = \left(\frac{2f_c' r}{r - 1 + 2^r} \right) \left(\frac{\varepsilon_u - \varepsilon}{\varepsilon_u - 2\varepsilon_c'} \right)$$

式中 r 含义见曲线段公式。

Mander 无约束混凝土曲线的屈服拉应力取为 $7.5\sqrt{f'_c}$ psi。

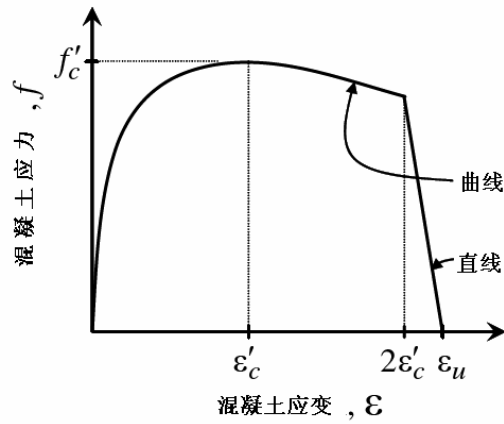


图 7 Mander 无约束混凝土应力-应变曲线

Mander约束混凝土应力-应变曲线

对于 Mander 约束混凝土的应力-应变参数化曲线受压部分，抗压强度和受约束混凝土极限应变取决于钢管（横向钢筋）。下列参数定义了 Mander 约束混凝土的应力-应变曲线：

ε = 混凝土的应变

f = 混凝土的应力

E = 弹性模量（切线模量）

E_{sec} = 弹性割线模量

f'_c = 无约束混凝土抗压强度

f'_{cc} = 约束混凝土抗压强度，取决于截面中约束的钢

$\varepsilon'_c = f'_c$ 的应变

ε_u = 无约束混凝土的极限应变，约束混凝土的剥落应变

$\varepsilon'_{cc} = f'_{cc}$ 的应变

ε_{cu} = 约束混凝土的极限应变，取决于截面中的钢管

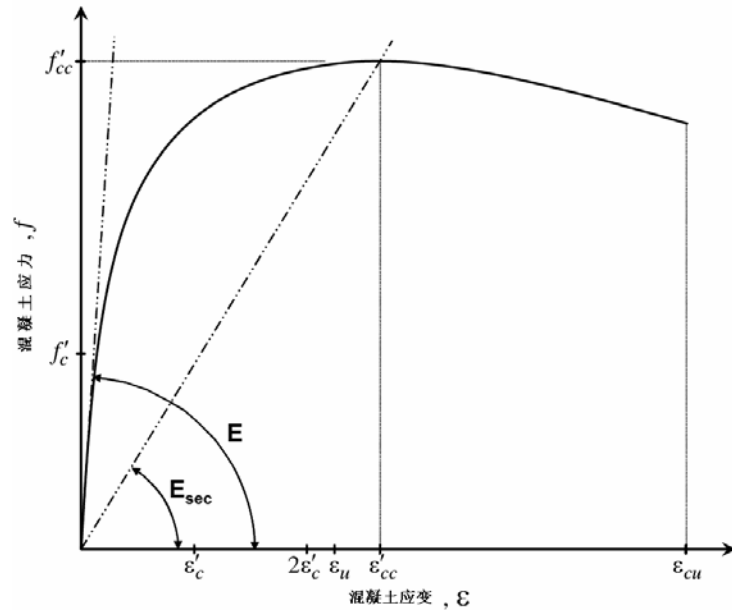


图8 Mander 约束混凝土应力-应变曲线

Mander 约束混凝土应力-应变曲线通过下列等式定义：

$$f = \frac{f'_{cc} x r}{r - 1 + x^r}$$

式中 $x = \varepsilon / \varepsilon'_c$

$$r = \frac{E}{E - E_{\text{sec}}}$$

$$E_{\text{sec}} = f'_{cc} / \varepsilon'_{cc}$$

$$\varepsilon'_{cc} = \left\{ 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1 \right) + 1 \right\} \varepsilon'_c$$

Mander约束混凝土抗压强度 f'_{cc}

下列参数用来解释 f'_{cc} ：

AC=核心混凝土面积，由约束钢箍中心线量测

ACC=扣除纵筋的核心混凝土面积； $ACC=AC(1- \rho_{CC})$

Ae=混凝土有效约束面积

ASC=圆管或螺旋约束钢筋面积

ASL=所有纵向钢筋面积

ASX=沿 x 方向的方钢管肢面积

ASY=沿 y 方向的方钢管肢面积

bC=沿 x 方向方钢管肢中心距

dC=沿 y 方向方钢管肢中心距

ds=圆钢管或螺旋钢筋中心直径

fc'=无约束混凝土抗压强度

fL=由钢管提供的对约束混凝土的侧向压力

fL'=由约束钢提供的对约束混凝土的等效侧向压力

fyh=约束钢的屈服应力

Ke=钢管作用系数

s=螺旋筋纵向中心距

s'=螺旋筋纵向净距

w'=以横向连接相连的相邻纵筋间横向净距

ρ_{cc} =纵向配筋率, $\rho_{cc}=ASL/AC$

ρ_S =横向约束钢筋比核心混凝土的体积配筋率

ρ_x =方钢管 x 方向钢比率, $\rho_x=AS_x/sdc$

ρ_y =方钢管 y 方向钢比率, $\rho_y=AS_y/sbc$

对于圆形核心:

$$\rho_s = \frac{4A_{sc}}{d_s S}$$

$$f_L = \frac{\rho_s f_{yh}}{2}$$

$$A_{cc} = \frac{\pi}{4} d_s^2 (1 - \rho_{cc})$$

$$\text{钢管: } A_e = \frac{\pi}{4} \left(d_s - \frac{s'}{2} \right)^2$$

$$\text{螺旋筋: } A_e = \frac{\pi}{4} d_s \left(d_s - \frac{s'}{2} \right)$$

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}}$$

$$f_L' = K_e f_L$$

$$f_{cc}' = f_c' \left(2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f_L'}{f_c'}} - 2 \frac{f_L'}{f_c'} - 1.254 \right)$$

对于矩形核心：

$$\rho_x = \frac{A_{xx}}{s d_c}$$

$$\rho_y = \frac{A_{yy}}{s b_c}$$

$$f_{Lx} = \rho_x f_{yh}$$

$$f_{Ly} = \rho_y f_{yh}$$

$$A_e = \left(b_c d_c - \sum_{j=1}^n \frac{(w_i')^2}{6} \right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c} \right)$$

$$A_{cc} = b_c d_c$$

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}}$$

$$f_{Lx}' = K_e f_{Lx}$$

$$f_{Ly}' = K_e f_{Ly}$$

f_{Lx}' 和 f_{Ly}' 已知，查前文参考文献 Mander et al. (1984)，查两向侧压力测定多轴破坏标准的表格，得到 f_{cc}' 。

Mander约束混凝土极限应变 ε_{cu}

Mander 约束混凝土的极限应变 ε_{cu} 是约束钢管的函数。下图显示了 Mander 无约束混凝土和约束混凝土的应力-应变曲线。两者不同部分以灰色显示。

图 9 灰色显示区域代表了钢管的约束作用（应变能储备）提供的额外能力。

这块区域面积的极限为约束钢的应力-应变曲线接近钢的极限应变， ε_u 。

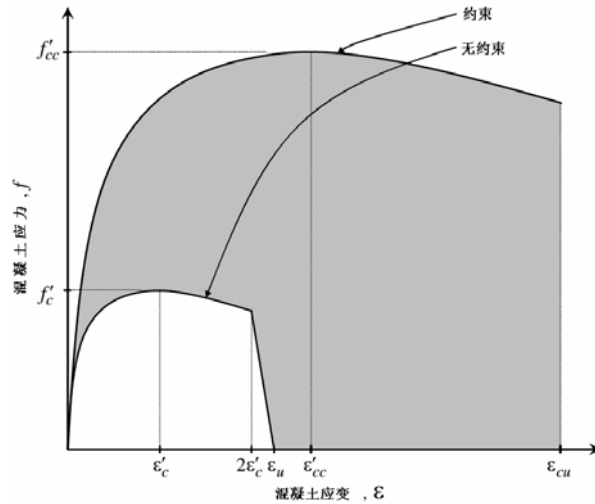


图9 Mander 约束和无约束混凝土应力-应变曲线

假设 A_1 为阴影面积， A_2 为约束钢的应力-应变曲线下面积。另假设 ρ_s 为约束钢比核心混凝土的体积配筋率。混凝土能量与约束钢能量相等： $A_1 = \rho_s A_2$

程序根据上面等式通过反复试验测定约束混凝土的极限应变 ϵ_{cu} 适当的值，当 $A_1 = \rho_s A_2$ 等式满足时，即找到 ϵ_{cu} 的正确值。

Mander 约束混凝土曲线的屈服拉应力取为 $7.5\sqrt{f'_c}$ psi。

参考文献

- Holzer et al. 1975. SINDER. *A Computer Code for General Analysis of Two-Dimensional Reinforced Concrete Structures*. Report. AFWL-TR-74-228 Vol. 1. Air Force Weapons Laboratory, Kirtland, AFB, New Mexico.
- Mander, J.B., M.J.N. Priestley, and R. Park 1984. *Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete*. Journal of Structural Engineering. ASCE. 114(3). 1804-1826.