

算例 1-003

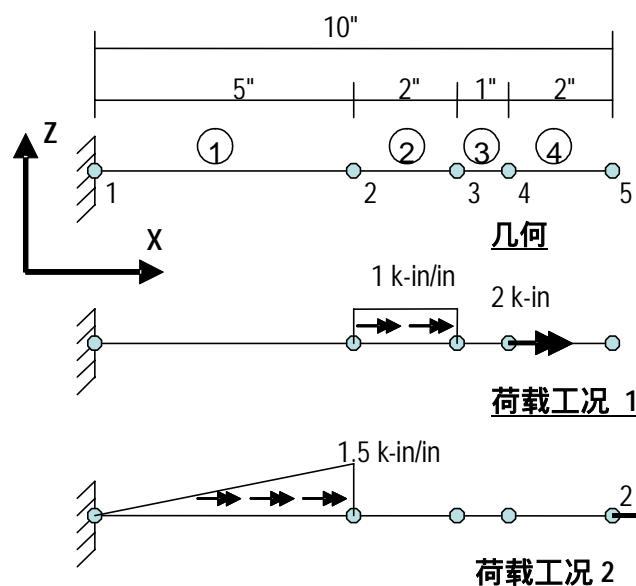
框架 – 分布和集中弯矩

算例描述

本例通过为一个杆施加弯矩，测试了框架对象上施加的分布和集中弯矩。在 SAP2000 中，用户可以为框架单元施加分布（均匀、梯形、三角形）和集中弯矩。

在本例中，为一个一端固接的、直径为 1 in 的圆形截面杆在两种不同荷载工况下施加了不同类型的弯矩。将程序计算出的固定支座反弯矩和杆上两节点的旋转与独立的手算结果进行了比较。

几何特性、属性和荷载



材料属性

$E = 28,990 \text{ k/in}^2$
 $\nu = 0.3$
 $G = 11,150$

截面属性

$J = 0.09817 \text{ in}^4$

荷载工况

荷载工况 1: 在框架单元 2 的 1 k-in/in 分布扭矩，及在框架单元 3 节点 4 的 2k-in 扭矩

荷载工况 2: 在框架单元 1 的最大值为 1.5k-in/in 的三角形扭矩，和在框架单元 4 节点 5 的 2k-in 扭矩

所测试的 SAP2000 技术要点：

- 框架对象上分布（均匀、梯形、三角形）弯矩的施加
- 框架单元上集中弯矩的施加

结果比较

独立结果是基于 Cook and Young 1985 一书第 284 页公式 8.1.3 手算得出的。

荷载 工况	输出参数	SAP2000	独立结果	差值百分比
1	M_x (节点 1) k-in	-4.0	-4.0	0%
	R_x (节点 3) rad.	0.02375	0.02375	0%
	R_x (节点 5) rad.	0.02558	0.02558	0%
2	M_x (节点 1) k-in	-5.75	-5.75	0%
	R_x (节点 3) rad.	0.02421	0.02421	0%
	R_x (节点 5) rad.	0.02969	0.02969	0%

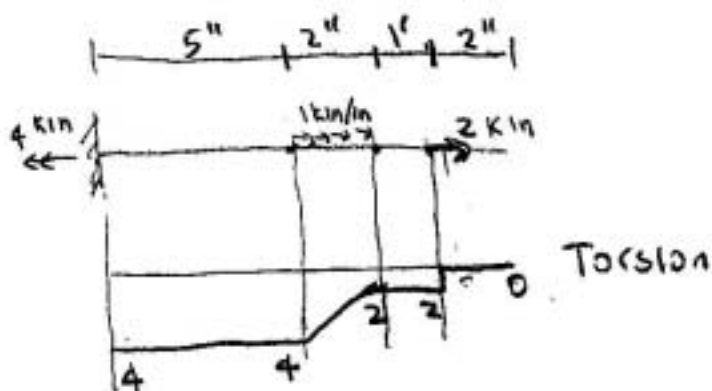
计算模型文件: Example 1-003

结论

SAP2000 的结果和独立计算的结果精确地吻合。 .

手算过程：

Load Case 1



$$d\theta = \frac{Tdx}{GJ}$$

$$\theta_3 = \int_0^5 \frac{4}{GJ} dx + \int_5^7 \frac{9-x}{GJ}$$

$$\theta_3 = \frac{4}{GJ} x \Big|_0^5 + \frac{9}{GJ} x \Big|_5^7 - \frac{1}{2GJ} x^2 \Big|_5^7$$

$$\theta_3 = \frac{20}{GJ} + \frac{63}{GJ} - \frac{45}{GJ} - \frac{47}{2GJ} + \frac{25}{2GJ}$$

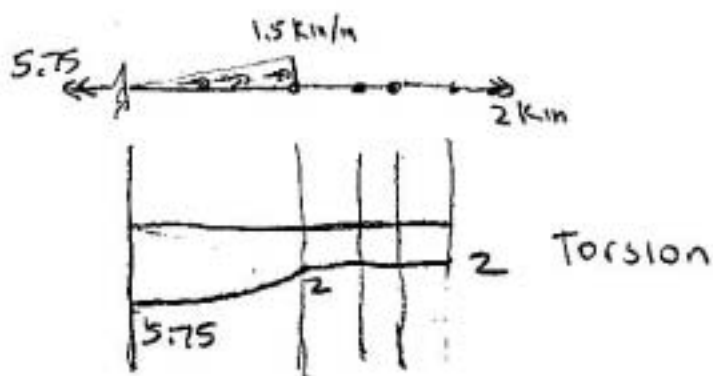
$$\theta_3 = \frac{26}{GJ} = \frac{26}{11150 \times 0.07817}$$

$$\theta_3 = 0.02375$$

$$\theta_5 = \theta_3 + \frac{2 \times 1}{11150 \times 0.07817}$$

$$\theta_5 = 0.02558$$

Load Case 2



$$\begin{aligned}\theta_3 &= \frac{1}{GJ} \left[\int_0^5 (5.75 - 0.15x^2) dx + \int_5^7 2 dx \right] \\ &= \frac{1}{GJ} \left[5.75x \Big|_0^5 - 0.05x^3 \Big|_0^5 + 2x \Big|_5^7 \right] \\ &= \frac{1}{GJ} [28.75 - 6.25 + 14 - 10] \\ &= \frac{26.5}{GJ} = \frac{26.5}{11150 \times 0.09917}\end{aligned}$$

$$\boxed{\theta_3 = 0.02421}$$

$$\theta_5 = \theta_3 + \frac{2 \times 3}{11150 \times 0.09917}$$

$$\boxed{\theta_5 = 0.02969}$$