算例 1-016

框架 – 使用 P-△分析的拉力刚度加强

例题注释

在本例当中，使用了一个具有较大轴向力作用下的梁来验证 SAP2000 中使用 P－△分析进行拉力刚度增加计算。

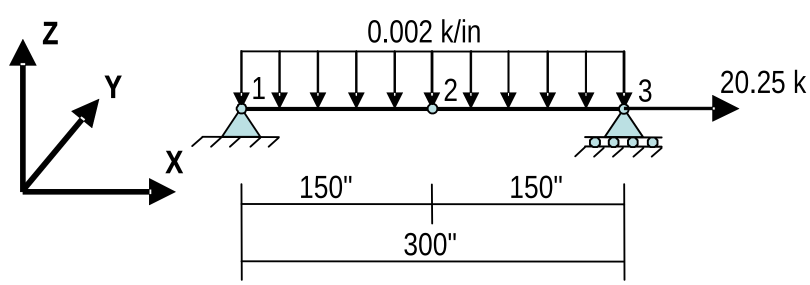
在本例当中一个简单的支撑, 截面 3in 正方形, 具有较大轴力较小横向均布荷载的钢梁。横向（全局坐标 Z 方向）的变形是因为拉力使刚度加强而减小的。有无拉力使刚度加强影响的跨中位置的变形和弯矩被计算出来而且与使用 Timoshenko 1956 发表的手算方法得出结果进行了比较。

使用了两种方法实施了拉力刚度加强。在第一种方法中，一个与指定拉力相等的 P－△力被施加给梁。然后对梁进行了横向荷载的静力线性分析。在第二种方法中，拉力施加给一个在考虑 P－△效应的非线性静力分析中的梁。然后梁进行了横向荷载下的静力分析工况的分析。第二种分析工况是用来计算静力非线性结束时的刚度值的。

梁模型是由两个对象组成的，以便于这里有一个中间节点用于位移输出。算例中使用不同的框架剖分细度建立了几个模型。

重要注释: 本例通过设定框架属性修改系数中抗剪截面面积为 0 来忽略剪切变形。

几何、属性和荷载参数



材料属性

E = 30,000 k/in^2

截面属性

b = 3 in

d = 3 in

I = 6.75 in^4

校验的 SAP2000 的技术特色

- 框架对象中 P－△ 力的指定
- 使用 P－△选项的静力非线性分析
- 框架对象自动细分

结果对比

手算解是使用 Timoshenko 1956 中 28 页等式 23 和 43 页等式 43 和 45 进行的。

无拉力刚度加强

模型	细分程度	输出参数	SAP2000	手算解	差异百分比
A	1	U_z (midpt) in	-1.04167	-1.04167	0%
		M_y (midpt) k-in	22.500	22.500	0%

有拉力刚度加强-使用 P－△方法

模型	细分程度	输出参数	SAP2000	手算解	差异百分比
B	1	U_z (midpt) in	-0.54555	-0.54330	+0.41%
		M_y (midpt) k-in	11.453	11.498	-0.39%
C	2	U_z (midpt) in	-0.54343	-0.54330	+0.02%
		M_y (midpt) k-in	11.495	11.498	-0.03%
D	16	U_z (midpt) in	-0.54330	-0.54330	0%
		M_y (midpt) k-in	11.498	11.498	0%

有拉力刚度加强-使用 P－△方法

模型	细分程度	输出参数	SAP2000	手算解	差异百分比
E	1	U_z (midpt) in	-0.54555	-0.54330	+0.41%
		M_y (midpt) k-in	11.453	11.498	-0.39%
F	2	U_z (midpt) in	-0.54343	-0.54330	+0.02%
		M_y (midpt) k-in	11.495	11.498	-0.03%
G	16	U_z (midpt) in	-0.54330	-0.54330	0%
		M_y (midpt) k-in	11.498	11.498	0%

计算模型文件: Example 1-016a, Example 1-016b, Example 1-016c, Example 1-016d, Example 1-016e, Example 1-016f, Example 1-016g

结论

SAP2000 得到的结果说明了程序结果与手算结果在框架构件细分足够的情况下的差异是可以接受的或完全一致。两种分析方法给出了相同的结果。

总体上，我们推荐用户使用非线性静力分析方法来解决拉力刚度加强问题。

手算过程

The following equations come from Timoshenko, 1956.

Equation 23, page 28:

$$\frac{SL^2}{4EI} = U^2$$

Equation 43, page 43:

$$Y_{max} = \frac{5wL^4}{384EI} \cdot \frac{\frac{1}{\cosh u} - 1 + \frac{U^2}{2}}{\frac{5}{24}U^4}$$

Equation 45, page 43:

$$M_{max} = \frac{wL^2}{8} \cdot \frac{2(\cosh u - 1)}{U^2 \cosh u}$$

where

S = axial tension
L = length
E = modulus of Elasticity
I = moment of inertia
w = uniform load
U = factor defined in Equation 23

Without stiffening

$$\Delta = \frac{5wL^4}{384EI} = \frac{5(-0.002)\times 300^4}{384\times 30000\times 6.75} = \underline{\underline{-1.041666667 \text{ in}}}$$

$$M = \frac{wL^2}{8} = \frac{0.002\times 300^2}{8} = \underline{\underline{22.5 \text{ K-in}}}$$

With stiffening

$$U = \sqrt{\frac{SL^2}{4EI}} = \sqrt{\frac{20.25\times 300^2}{4\times 30000\times 6.75}} = 1.5$$

$$\Delta = -1.041666667 \cdot \frac{\frac{1}{\cosh u} - 1 - \frac{U^2}{2}}{\frac{5}{24}U^4}$$

$$= -1.041666667 \cdot \frac{\frac{1}{\cosh 1.5} - 1 + \frac{1.5^2}{2}}{\frac{5}{24}(1.5)^4} = 0.5215725$$

$$\Delta = \underline{\underline{-0.5433047 \text{in}}}$$

$$M = 22.5 \cdot \frac{2(\cosh u - 1)}{U^2 \cosh u} = 22.5 \times \frac{2((\cosh 1.5) - 1)}{(1.5)^2 * \cosh 1.5}$$

$$M = \underline{\underline{11.49908 \text{ K-in}}}$$