

算例 1-017

框架- 拉力作用下线束的振动

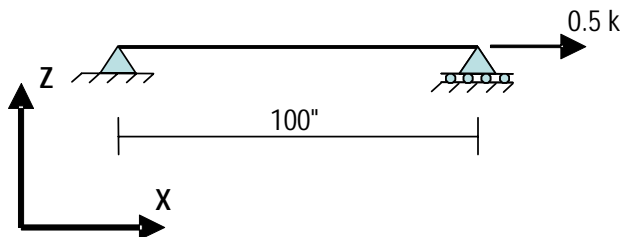
例题注释

一个线束被附加给两个支撑，拉应力为 0.5 kips.。拉力线束的前三个振型被计算并且与使用 Kreyszig 1983 发表的方法进行手算的结果进行了比较。

线束使用了一个框架对象进行了模拟。两个不同的模型被建立并于手算结果进行了比较。第一个把框架对象细分了 10 个单元，第二个是把框架对象细分了 100 个单元。

在 SAP2000 模型中初始拉力是通过指定考虑 P - 效应的非线性分析施加的。为获取周期信息模型进行了第二个分析工况。模型分析工况指定了使用静力非线性分析末端的刚度。

几何、属性和荷载参数



材料属性

$E = 30,000 \text{ k/in}^2$

单位体积质量 = $7.324\text{E-}7 \text{ k-sec}^2/\text{in}^4$

截面属性

1/16" 直径的线束

$A = 0.00306796 \text{ in}^2$

框架对象离散化

模型 A: 每个框架对象细分为 10 个框架单元

模型 B: 每个框架对象细分为 100 个框架单元

校验的 SAP2000 的技术特色

- 使用 P - 选项的拉力刚度加强的静力非线性分析
- 使用特征值法框架模态分析

结果对比

手算解是使用 Kreyszig 1983 发表的线束振动理论行中 506 页至 510 页的方法进行的。

| 模型 | 细分程度 | 输出参数 | SAP2000 | 手算解 | 差异百分比 |
|----|------|----------|---------|--------|--------|
| A | 10 | f_1 Hz | 74.579 | 74.586 | -0.01% |
| | | f_2 Hz | 148.93 | 149.17 | -0.16% |
| | | f_3 Hz | 222.06 | 223.76 | -0.76% |
| B | 100 | f_1 Hz | 74.587 | 74.586 | 0% |
| | | f_2 Hz | 149.18 | 149.17 | +0.01% |
| | | f_3 Hz | 223.80 | 223.76 | +0.02% |

计算模型文件: Example 1-017a, Example 1-017b

CONCLUSION

SAP2000 的结果显示了程序与手算结果之间可接受的误差。注意 SAP2000 分析中，质量是集中在节点位置的，而手算结果是使用的均匀分布质量。当细分程度（单元数量）增加使集中质量接近均匀分布质量时，SAP2000 的结果将收敛于手算结果。

手算过程

See pages 506-510 in Kreyszig 1983

$$\lambda_n = \frac{cn\pi}{L}$$

$$c = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

where, T = tension in string
 ρ = mass per unit length of string
 L = string length
 n = integer 1, 2, 3...
 λ_n = circular frequency

$$P = \frac{\Delta EA}{L} = \frac{0.54325 \times 30000 \times 0.00306796}{100} = 0.5^k$$

$$c = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{0.5}{7.324 \text{ E-}07 \times 0.00306796}} = 14917.1545$$

$$f_n = \frac{\lambda_n}{2\pi} = \frac{cn\pi}{2\pi L} = \frac{cn}{2L} = \frac{14917.1545 n}{2 \times 100} = 74.58577n$$

| n | f_n |
|-----|-----------|
| 1 | 74.58577 |
| 2 | 149.17154 |
| 3 | 223.75731 |