

算例 2-005

壳 – 静载下的矩形板

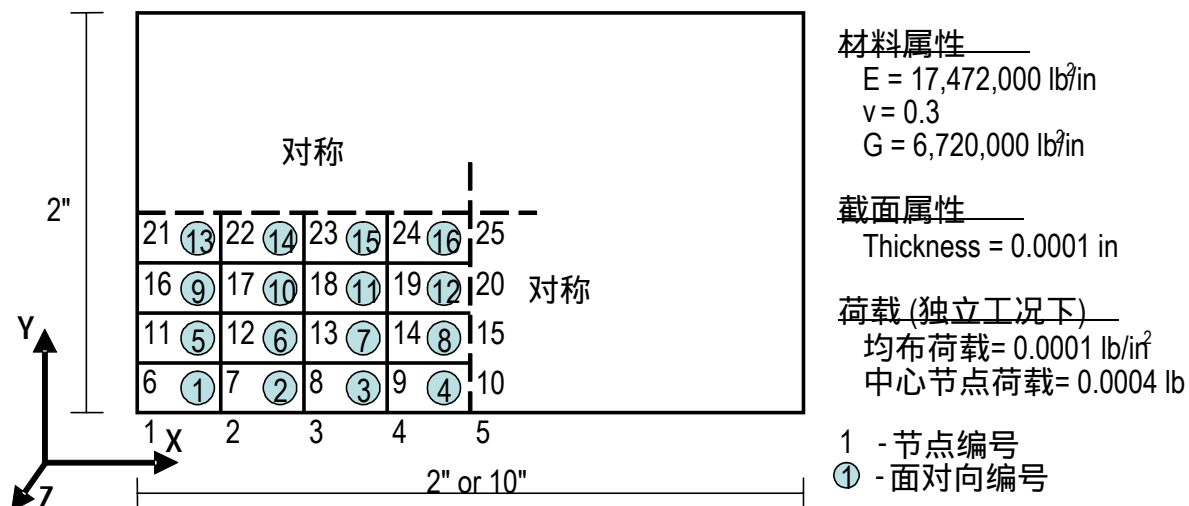
算例描述

本例模型为一个由壳元模拟的矩形板，承受面内（Z 向）均布荷载和面外中心集中荷载。均布荷载和集中荷载工况不同。将板中心荷载方向的各工况下的位移与手算结果进行了对比。

MacNeal and Harder 1985 一书给出了模型的几何特性、属性和荷载。该板宽为 2in.，长为 2in.和 10in.。按照 MacNeal and Harder 1985 的建议，只对其四分之一部分进行了建模。将该四分之一板剖分分别为 4 乘 4 和 10 乘 10 的网格。

在该模型中，只有 U_z 、 R_x 和 R_y 活动自由度。在 4x4 剖分时，模型的对称性通过约束节点 22、23 和 24 的 R_x 、约束节点 10、15、20 R_y 自由度以及节点 25 R_x 和 R_y 自由度实现。16x16 剖分的模型也施加了类似的对称约束。注意：只对板的四分之一部分建模，所以在板中心的节点 25 只施加了四分之一的集中荷载。

几何特性、属性和荷载



本例模型概要

下表列出了所用的各模型的信息。

模型	整个板的尺寸	模型尺寸	模型剖分	边部支撑
A-Thin A-Thick	2" x 2"	1" x 1"	4 x 4	简支
B-Thin B-Thick	2" x 2"	1" x 1"	4 x 4	固接
C-Thin C-Thick	2" x 10"	1" x 5"	4 x 4	简支
D-Thin D-Thick	2" x 10"	1" x 5"	4 x 4	固接
E-Thin E-Thick	2" x 2"	1" x 1"	16 x 16	简支
F-Thin F-Thick	2" x 2"	1" x 1"	16 x 16	固接
G-Thin G-Thick	2" x 10"	1" x 5"	16 x 16	简支
H-Thin H-Thick	2" x 10"	1" x 5"	16 x 16	固接

所测试的 SAP2000 技术要点：

- 采用壳元时的板弯曲分析
- 壳元上施加的分布荷载
- 节点荷载施加

结果比较

分别列出了采用薄板选项和厚板选项时的 SAP2000 的结果。采用 Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959 一书中第 5 页公式 3、第 20 页表 8、第 143 页公式 147 和表 23、第 202 页表 35 和第 206 页表 37。MacNeal and Harder 1985 一书中也给出了手算解。

采用薄板选项时 - 均布荷载 - 2" x 2" 板

边部支撑	剖分	模型	输出参数	SAP2000	手算解	差值百分比
简支	4x4	A	U _z , in 板中心	4.06	4.06	0%
	16x16	E		4.06		0%
固接	4x4	B		1.32	1.26	+5%
	16x16	F		1.27		+1%

采用薄板选项时 - 均布荷载 - 2" x 10" 板

边部支撑	剖分	模型	输出参数	SAP2000	手算解	差值百分比
简支	4x4	C	U _z , in 板中心	12.86	12.97	-1%
	16x16	G		12.96		0%
固接	4x4	D		2.60	2.60	0%
	16x16	H		2.60		0%

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

采用薄板选项时 - 中心集中荷载 - 2" x 2" 板

边部支撑	剖分	模型	输出参数	SAP2000	手算解	差值百分比
简支	4x4	A	U _z , in 板中心	11.94	11.60	+3%
	16x16	E		11.63		0%
固接	4x4	B		5.90	5.60	+5%
	16x16	F		5.64		+1%

采用薄板选项时 - 中心集中荷载 - 2" x 10" 板

边部支撑	剖分	模型	输出参数	SAP2000	手算解	差值百分比
简支	4x4	C	U _z , in 板中心	18.12	16.95	+7%
	16x16	G		17.15		+1%
固接	4x4	D		7.79	7.25	+7%
	16x16	H		7.41		+2%

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

采用厚板选项时 - 均布荷载 - 2" x 2" 板

边部支撑	剖分	模型	输出参数	SAP2000	手算解	差值百分比
简支	4x4	A	U _z , in 板中心	4.03	4.06	-1%
	16x16	E		4.06		0%
固接	4x4	B		1.25	1.26	-1%
	16x16	F		1.27		+1%

采用厚板选项时 - 均布荷载 - 2" x 10" 板

边部支撑	剖分	模型	输出参数	SAP2000	手算解	差值百分比
简支	4x4	C	U _z , in 板中心	12.87	12.97	-1%
	16x16	G		12.97		0%
固接	4x4	D		2.59	2.60	0%
	16x16	H		2.60		0%

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

采用厚板选项时 - 中心集中荷载 - 2" x 2" 板

边部支撑	剖分	模型	输出参数	SAP2000	手算解	差值百分比
简支	4x4	A	U _z , in 板中心	11.61	11.60	0%
	16x16	E		11.61		0%
固接	4x4	B		5.38	5.60	-4%
	16x16	F		5.61		0%

采用厚板选项时 - 中心集中荷载 - 2" x 10" 板

边部支撑	剖分	模型	输出参数	SAP2000	手算解	差值百分比
简支	4x4	C	U _z , in 板中心	16.27	16.95	-4%
	16x16	G		16.92		0%
固接	4x4	D		5.87	7.25	-19%
	16x16	H		7.12		-2%

计算模型文件: Example 2-005a-thick, Example 2-005a-thin,
Example 2-005b-thick, Example 2-005b-thin,
Example 2-005c-thick, Example 2-005c-thin,
Example 2-005d-thick, Example 2-005d-thin,
Example 2-005e-thick, Example 2-005e-thin,
Example 2-005f-thick, Example 2-005f-thin,
Example 2-005g-thick, Example 2-005g-thin,
Example 2-005h-thick, Example 2-005h-thin
Example 2-005i-thick

结论

SAP2000 与手算解的差异是可以接受的。一般而言，进一步剖分模型时，结果间的差异会更小。

模型 D-Thick 中, 采用 4x4 剖分选项和厚板选项, 结果与理论解的差别为 19%。模型 D-Thin 的相应差别为 7%。当剖分为 16x16 时, 两者与理论解的差别都是 2%。采用薄板和厚板选项出现差别的原因在于厚板的扭曲效应对壳元方面比敏感, 而薄板的扭曲效应对壳元方面比不敏感。

将模型 D-Thick 的集中荷载的区域细分将大大改善结果。算例 2-005 将板按右图进行剖分。该模型在集中荷载下的挠度为 6.91in.，与理论的差别为 5%。

一般而言，在应力变化明显（即应力梯度大）的区域，需要将面细分。集中荷载（或任何形式的不连续荷载）附近的区域既是这类区域之一。

手算过程

Using equation 3 on page 5 in Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{1.7472 \times 10^7 \times 0.0001^3}{12(1-0.3^2)}$$

$$D = 0.0000016$$

Case 1: Simply supported, uniform load, 1:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959
Table 8, page 120

$$\Delta = \frac{\alpha q a^4}{D} = \frac{0.00406 \times 10^{-4} \times 2^4}{0.0000016}$$

$$\Delta = 4.06 \text{ in}$$

Case 2: Simply supported, uniform load, 5:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959
Table 8, page 120

$$\Delta = \frac{\alpha q a^4}{D} = \frac{0.01297 \times 10^{-4} \times 2^4}{0.0000016}$$

$$\Delta = 12.97 \text{ in}$$

Case 3: Simply supported, center point load, 1:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky - Krieger 1959

Equation 147 and Table 23 on page 143

$$\Delta = \frac{\alpha P q^2}{D} = \frac{0.01160 \times 4 \times 10^{-4} \times 2^2}{0.0000016}$$

$$\Delta = 11.60 \text{ in}$$

Case 4: Simply supported, center point load, 5:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky - Krieger 1959

Equation 147 and Table 23 on page 143

$$\Delta = \frac{\alpha P q^2}{D} = \frac{0.01695 \times 4 \times 10^{-4} \times 2^2}{0.0000016}$$

$$\Delta = 16.95 \text{ in}$$

Case 5: Fixed Edges, uniform load, 1:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959

Table 35, page 202

$$\Delta = \frac{0.00126 q a^4}{D} = \frac{0.00126 \times 10^{-4} \times 2^4}{0.0000016}$$

$$\Delta = 1.26 \text{ in}$$

Case 6: Fixed edges, uniform load, 5:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959

Table 35, page 202

$$\Delta = \frac{0.00260 q a^4}{D} = \frac{0.00260 \times 10^{-4} \times 2^4}{0.0000016}$$

$$\Delta = 2.60 \text{ in}$$

Case 7: Fixed Edges, Center point load, 1:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959

Table 37, page 206

$$\Delta = \frac{\alpha P a^2}{D} = \frac{0.00560 \times 4 \times 10^{-4} \times 2^2}{0.0000016}$$

$$\Delta = 5.60 \text{ in}$$

Case 8: Fixed Edges, center point load, 5:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959

Table 37, page 206

$$\Delta = \frac{\alpha P a^2}{D} = \frac{0.00725 \times 4 \times 10^{-4} \times 2^2}{0.0000016}$$

$$\Delta = 7.25 \text{ in}$$