

3. 电路的模型

是由理想电路元件组成的电路。各元件及其性质如表 1.1 所示。

- (1) 电源元件: 电压源(U_s, R_0)、电流源(I_s, R_0)、受控电源。
 (2) 负载元件: 电阻元件 R (线性电阻、非线性电阻)、电感元件 L (线性电感、非线性电感)、电容元件 C 。
 (3) 中间环节: 开关(只有通、断两种状态)、电压表($R_v = \infty$)、电流表($R_A = 0$)等。

表 1.1

元件 性质	电阻 R/Ω	电感 L/H	电容 C/F
电路符号			
参数意义	$R = \frac{U_R}{i_R}$ $= \rho \frac{l}{S}$	$L = \frac{N\Phi}{i_R}$ $= \frac{\mu SN^2}{l}$	$C = \frac{Q}{U_C}$ $= \frac{\epsilon S}{d}$
电流-电压关系式	$U_R = i_R R$	$U_L = L \frac{di_L}{dt}$	$i_C = C \frac{dU_C}{dt}$
能量关系	消耗电能 $W = U_R \cdot i_R t$	储存磁场能 $W = \frac{1}{2} Li^2$	储存电场能 $W = \frac{1}{2} CU^2$
直流稳态下的特点	欧姆定律	短路	开路

4. 电源有载工作, 开路与短路

如表 1.2 所示。

表 1.2

工作状态	有载状态	空载(开路)	短路
电路图			
负载电阻	R_L	∞	0
电流	$I_L = \frac{U_s}{R_0 + R_L}$	$I_L = 0$	$I_s = \frac{U_s}{R_0}$ 很大 $I_L = 0$
电源输出功率	$P_s = U_s I_L$	$P_s = 0$	$P_s = U_s I_s$ 很大
负载消耗功率	$P_L = UI_L = I_L^2 R_L$ $= U^2 / R_L$	$P_L = 0$	$P_L = 0$
电源端电压	$U = U_s - I_L R_0$	$U_0 = U_s$	$U = 0$
电源内阻上功耗	$P_{R_0} = I_L^2 R_0$	$P_{R_0} = 0$	$P_{R_0} = I_s^2 R_0$ 很大
平衡关系	$P_s = P_L + P_{R_0}$	$P_s = P_L + P_{R_0} = 0$	$P_s = P_{R_0}$ 烧坏电源

5. 欧姆定律

定律: 电阻中的电流与其两端的电压成正比, 即 $R = \frac{U}{I}$ 。

推广: 全电路欧姆定律: $I = \frac{\epsilon}{R_0 + R_{\text{外}}}$, R_0 为电源内阻, $R_{\text{外}}$ 为总的外阻, ϵ 为电动势。

6. 电路中电位的概念及计算

(1) 电位: 电路中某点电位等于该点与参考点(零电位点)之间的电压。

(2) 计算方法: 电路中某点电位可通过求该点与参考点之间的电压来获得, 必须注意的是: 参考点不同, 电位值不同。电位高低是相对的, 但两点电压值是绝对的。

二、基尔霍夫定律

1. 基尔霍夫电流定律

(1) 概念: 支路, 电路中的每一分支称为支路; 结点, 电路中三条或三条以上的支路相连接的点, 称为结点。

(2) 定律: 流入结点的电流之和等于流出该结点的电流之和, 即 $\sum I_{\text{入}} = \sum I_{\text{出}}$ 或 $\sum I = 0$

(3) 广义结点电流定律: 对于一个封闭曲面包围的部分电路而言, 流入电流之和等于流出电流之和。

2. 基尔霍夫电压定律

(1) 概念: 回路及其循环方向: 回路是由一条或多条支路所组成的闭合电路, 其循环方向是从回路中任意一点出发, 以顺时针方向或逆时针方向沿回路循环一周。

(2) 定律: 沿闭合回路循环一周, 电位升之和等于电位降之和, 即 $\sum E = \sum(RI)$

(3) 符号: 参考方向与循环方向一致的电动势取正, 反之取负; 参考方向与循环方向一致的电流在电阻上产生的电压降取正, 反之取负。

若电动势 E 用源电压 U_s 表示, 则可写成 $\sum U = 0$, 此时凡源电压参考方向与循环方向一致都取负号, 而相反则取正号。

考点: 欧姆定律、基尔霍夫电压定律和基尔霍夫电流定律的应用。

1.2 练习与思考题解答

1.3.1 【解题过程】 U_{ab} 是指 a, b 两点间的参考方向为 a 点“+”, b 点“-”。但题中给出 $U_{ab} = -5V < 0$, 即 a, b 两点间电压的实际方向是 a 点“-”, b 点“+”, 即 b 点电位高, a 点电位低。

1.3.2 【解题过程】 按图中给定的参考方向计算有 $U_{ab} = U_1 - U_2 = -6V - 4V = -10V$

1.3.3 【解题过程】 U_{ab} 只表示 a 端电位参考极性高于 b 端电位参考极性。实际两点电位哪点高, 要看 $U_{ab} > 0$ 还是 $U_{ab} < 0$, 若 $U_{ab} > 0$, 则 a 端电位高于 b 端电位, 反之亦然。

1.4.1 【解题过程】 根据欧姆定律, $R = 2k\Omega$, $I = 2mA$, 则电阻两端电压为

$$U = IR = 2 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^3 = 4V$$

电压方向与电流方向一致。

1.4.2 【解题过程】(a) 根据欧姆定律 $I = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{-6}{3 \times 10^3} = -2\text{mA}$

表明电流参考方向与实际方向相反。

(b) 根据欧姆定律及两点间电压的概念有

$$U_{ab} = U_{ad} + U_{db} = I_1 \times 5 + I_2 \times 5 = 2 \times 5 + (-1) \times 5 = 5\text{V}$$

$$U_{bc} = U_{bd} + U_{dc} = -U_{db} - U_{cd} = -I_2 \times 5 - I_3 \times 5 \\ = -(-1) \times 5 - (-3) \times 5 = 20\text{V}$$

$$U_{ca} = U_{cd} + U_{da} = U_{cd} - U_{ad} = I_3 \times 5 - I_1 \times 5 \\ = (-3) \times 5 - 2 \times 5 = -25\text{V}$$

1.4.3 【解题过程】S 闭合时, $U_{ab} = 0$

电路电流为

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_{cd}} = \frac{6}{0.5 + 5.5} = 1\text{A}$$

$$U_{cd} = \varepsilon - RI = 6 - 1 \times 0.5 = 5.5\text{V}$$

S 断开时, 电路无电流, 有

$$U_{ab} = 6\text{V}, U_{cd} = 0$$

1.4.4 【解题过程】如题 1.4.4 图所示, 正确连接时, 有

$$R + R_0 = \frac{U}{I} = \frac{220}{0.7} \approx 314.3\Omega$$

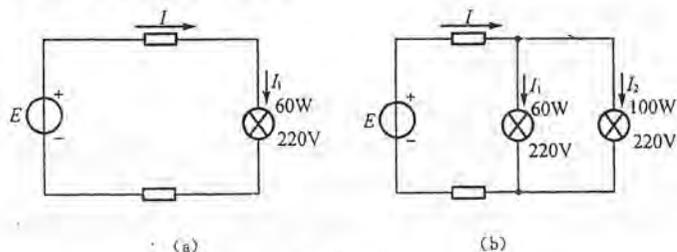
线圈电阻 $R = 314.3 - 0.4 = 313.9\Omega$

若将电流表并联在电源上, 则流过电流表的电流

$$I_A = \frac{220}{0.4} = 550\text{A} \gg 1\text{A}$$

电流表中游丝将立即被烧断, 电流表损坏。

1.5.1



题 1.5.1 图

【解题过程】

(1) 开关 S 闭合前: 由于 $R_0 \approx 0$, 所以电源端电压为 $U \approx E = 220\text{V}$, 白炽灯获得额定电压 220V 。

各灯电阻为 $R_{60} = \frac{U_N^2}{P_N} = \frac{220^2}{60} \approx 807\Omega$

$$R_{100} = \frac{U_N^2}{P_N} = \frac{220^2}{100} = 484\Omega$$

题 1.5.1 图(a) 中, $I_2 = 0, I = I_1 = \frac{E}{R_{60}} = \frac{220}{807} = 0.273\text{A}$

题 1.5.1 图(b) 中, R_{60} 与 R_{100} 并联, 总电阻

$$R = R_{60} // R_{100} = \frac{R_{60} \cdot R_{100}}{R_{60} + R_{100}} = \frac{1}{\frac{60}{220^2} + \frac{100}{220^2}} = \frac{220^2}{160}$$

$$I = \frac{E}{R} = \frac{220}{\frac{220^2}{160}} = 0.727\text{A}$$

$$I_1 = \frac{E}{R_{60}} \approx 0.273\text{A}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_{100}} = I - I_1 \approx 0.454\text{A}$$

S 闭合时, I_1 并未被分去一些, 因为各灯中电流取决于它们所获得的端电压, 端电压不变则电流不变。

(2) 如果电源内阻 R_0 不能忽略不计, 则电源端电压 U 将低于电动势 E , 且随电路总电流增大而下降。闭合 S 接入 100W 白炽灯后, 总电流增大, 电源电压将小于 220V , 60W 白炽灯中电流将减小, 但并非被 100W 白炽灯分去。同样, 100W 白炽灯中电流也将小于上题计算结果。

(3) 据(1) 计算 $R_{60} = 807\Omega, R_{100} = 484\Omega$

(4) 由于每秒消耗的电能数值上等于功率, 但二者单位、量纲不同。 100W 白炽灯每秒消耗的能为 $W = P \cdot t = 100 \times 1 = 100\text{J}$

(5) 电源额定功率表示了电源提供电能的能力, 但负载上消耗的功率与二者电压相同时, 只要低于电源的额定功率即可。

电源额定功率 125kW 表示电源所具有的能力, 它所输出的实际功率则取决于负载大小。白炽灯所获得的功率取决于它获得的端电压和电阻值, 端电压为额定值 220V , 所获得的功率则为 60W , 并不取决于电源额定功率为多大, 所以不会被烧毁。

(6) 根据电荷守恒定律(电流流过电灯后不减少)。因为电流是连续的, 不会因为流过用电设备而减少, 而电源正、负极的电荷的绝对值相等。

(7) 100W 灯两线碰触而短路, 当 S 闭合时将造成电源短路, 电流过大而烧断熔断器中的熔丝。 100W 灯的灯丝中没有电流流过, 不会烧断。

1.5.2 【解题过程】 电流 100A 只表示发电机所具有的能力, 实际输出电流大小取决于负载, 当负载只用 60A , 发电机也只发出 60A , 并不存在 40A 的多余电流。

1.5.3 【解题过程】 电阻的额定值用额定功率 P_N 和额定电阻值 R_N 表示, 其额定电压 U_N 和额定电流 I_N 分别为

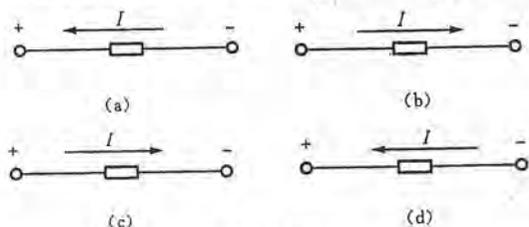
$$U_N = \sqrt{P_N \cdot R_N} = \sqrt{1 \times 100} = 10\text{V}$$

$$I_N = \sqrt{\frac{P_N}{R_N}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = 0.1\text{A}$$

使用时不得超过上述额定值。

1.5.4 【解题过程】 方法一

实际方向如题 1.5.4 图所示,所以(a)和(d)为电源,(b)和(c)为负载。



题 1.5.4 图

方法二

方向一致:

(a) $P = 220 \times (-1) < 0$, 电源

(d) $P = 220 \times (-1) < 0$, 电源

方向相反:

(b) $P = 220 \times (-1) < 0$, 负载

(c) $P = -220 < 0$, 负载

方法三

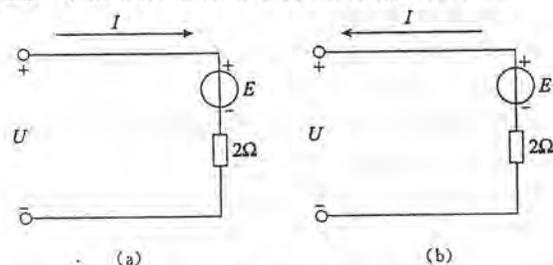
(a) $P = 220 \times (-1) < 0$, 电源

(b) $P = 220 \times [-(-1)] = 220\text{W} > 0$, 负载(固定 U)

(c) $P = 220 \times [-(-1)] = 220\text{W} > 0$, 负载(固定 U)

(d) $P = 220 \times (-1) < 0$, 电源

1.5.5 【解题过程】 如题 1.5.5 图(a)所示设电流方向为顺时针,有



题 1.5.5 图

$$U = E + IR$$

$$I = \frac{U - E}{R} = \frac{3 - 5}{2} = -1\text{A}$$

即题 1.5.5 图(a)所示电流 I 为负值,实际电流方向与题 1.5.5(a)所示电流方向相反,电流应为逆时针方向。

电流实际方向由电池“+”极流出,且电流电动势 E 大于端电压 U ,故电池作电源供电。

如题 1.5.5 图(b)所示设电流方向为逆时针,有

$$E = U + IR$$

$$I = \frac{E - U}{R} = \frac{3 - 5}{2} = -1\text{A}$$

即题 1.5.5 图(b)所示电流 I 为负值,实际电流方向与题 1.5.5 图(b)所示电流方向相反,电流应是顺时针方向。

电流实际方向由电流“+”极流入,且电池外加端电压 U 高于电池电动势 E ,故电池作负载充电。

1.5.6 【解题过程】 铭牌所标的数值即为额定值,此处即 $P_N = 40\text{kW}$, $U_N = 230\text{V}$, $I_N = 174\text{A}$

当发电机输出端未接负载,电流 $I = 0$,输出功率 $P = 0$ 时,称为空载运行。由于一般发电机均有内阻 R_0 ,空载端电压 U 等于其电动势 E ,将大于额定端电压 U_N 。

当发电机接上负载,但电流 $I < I_N$,输出功率 $P < P_N$ 时,称为轻载运行。此时端电压将略高于 U_N 。

当发电机负载电流、电压及功率均等于发电机额定值 I_N 、 U_N 和 P_N 时,称为满载运行。而当负载电流大于 I_N 时,称为过载运行。在允许的过载范围内(例如 $I = 120\% I_N$),其输出功率也将大于额定功率。

一般负载大小是指发电机实际输出的电流或功率大小。

1.5.7 【解题过程】 方法一:公式 $P_1 = \frac{U_1^2}{R}$, $P_2 = \frac{U_2^2}{R}$, 所以 $\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2$, 即 $P_2 = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 \cdot P_1$

又因为 $P_1 = 1000\text{W}$, $U_1 = 220\text{V}$ 和 $U_2 = 110\text{V}$, 所以

$$P_2 = \left(\frac{110}{220}\right)^2 \cdot 1000\text{W} = \frac{1000}{4} = 250\text{W}$$

方法二:电热器的额定电阻可由电压 U 和功率 P 求得

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{1000} = 48.4\Omega$$

当接到 110V 电源上时,取用的功率

$$P = \frac{U^2}{R_N} = \frac{110^2}{48.4} = 250\text{W}$$

可见取用功率与电压平方成正比,功率只有原先的四分之一。

1.5.8 【解题过程】 由于深夜大多数人关灯休息,工地停工,使电源的负载大大减轻,电源内阻和导线电阻电压降大大减小,电灯端电压比黄昏时高,所以电灯要亮一些。

1.5.9 【解题过程】 当 S 处于位置 1 时,测得的电路 $U_1 = 10\text{V}$ 为电源开路电压

当 S 处于位置 2 时,电压表被短路, $I_2 = 5\text{mA} = \frac{U_1}{R_0}$ (R_0 为电源内阻), 则

$$R_0 = \frac{U_1}{I_2} = \frac{10}{5 \times 10^{-3}} = 2\text{k}\Omega$$

则 S 处于 3 时, $I_3 = \frac{U_1}{R_0 + R} = \frac{10}{(3 + 2) \times 10^3} = 2\text{mA}$

$$U_3 = I_3 R = 2 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^3 = 6\text{V}$$

1.5.10 【解题过程】 当 S 闭合时, $I_1 = -\frac{E}{R} = -\frac{12}{3} = -4\text{A}$, $I_2 = \frac{E}{R} = 4\text{A}$, $I_3 = -\frac{E}{R} = -4\text{A}$ 。

当 S 断开时,由基尔霍夫定律列写方程:

$$\begin{cases} I_2 = I_1 + I_3 \\ E - I_1 R = E + I_2 R \\ E + I_2 R = E - I_3 R \end{cases}$$

联立解得, $I_1 = I_2 = I_3 = 0$

因此,当 S 断开时, $I_1 = I_2 = I_3 = 0$

当 S 闭合时, $I_1 = -4\text{A}, I_2 = 4\text{A}, I_3 = -4\text{A}$ 。

1.6.1 【解题过程】 根据基尔霍夫电流定律推导结果有

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

上列三式相加,便得

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

可见这三个电流不可能全为正值。

1.6.2 【解题过程】 流入结点 a 的电流: $I_{in} = I_1 + I_5$

流出结点 a 的电流: $I_{out} = I_2 + I_3 + I_4$

由基尔霍夫电流定律可知 $I_1 + I_5 = I_2 + I_3 + I_4$

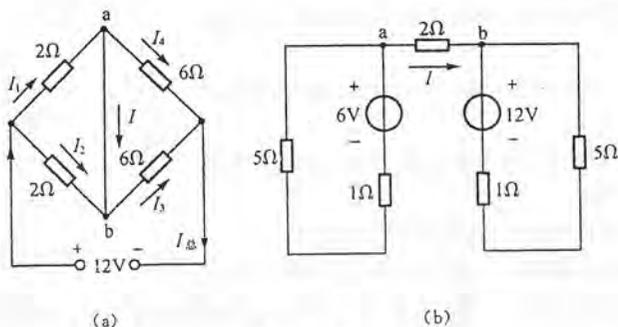
故 $I_5 = I_2 + I_3 + I_4 - I_1 = -2 + 1 - 3 - 4 = -8\text{A}$

1.6.3 【解题过程】 根据广义基尔霍夫电流定律的推广应用,4个电阻组成的闭合回路可看成一个广义结点,因此有

$$I_a + I_b + I_c + I_d = 0$$

故 $I_d = -(I_a + I_b + I_c) = -(1 + 10 + 2) = -13\text{mA}$

1.6.4



题 1.6.4 图

【解题过程】 (a) 图中有 6 条支路和 4 个结点,但 a 和 b 之间为短路线, $U_{ab} = 0$, a, b 为等电位点,也可认为只有 3 个结点。短路线中电流 $I = 0$ 。

在题 1.6.4 图(a)中,因为 $I_a = \frac{12}{\frac{2 \times 2}{2+2} + \frac{6 \times 6}{6+6}} = 3\text{A}$

$$I_B = I_1 + I_2 = I_4 + I_3$$

2Ω 与 2Ω 并联

$$I_1 = I_2 = \frac{1}{2} I_B = 1.5\text{A}$$

同理

$$I_3 = I_4 = 1.5\text{A}$$

$$I = I_1 - I_4 = 0\text{A}$$

若将右下臂的 6Ω 改为 3Ω ,则由分流原理

$$I_3 = \frac{6}{3+6} I_B = 2\text{A}$$

$$I_4 = \frac{3}{3+6} I_B = 1\text{A}$$

由

$$I_1 = I + I_4$$

所以 $I = I_1 - I_4 = 1.5 - 1 = 0.5\text{A}$

$$U_{ab} = 0$$

在题 1.6.4 图(b)中,电流 I 无闭合回路,故 $I = 0$,由欧姆定律 $U_{ab} = 2 \times I = 0\text{V}$,即 a 和 b 也为等电位点,因此只有两个独立的单回路,没有结点也没有分支。

1.6.5 【解题过程】 由 $\sum E = \sum RI$

得出 $E_1 - E_2 - E_3 + E_4 + I_1 R - I_2 R - I_4 R + I_3 R = 0$

则 $E_1 - E_2 - E_3 + E_4 = I_2 R + I_4 R - I_3 R - I_1 R$

1.6.6 【解题过程】 $I_1 = 10 + 5 = 15\text{A}, I_1 + I_2 = 3\text{A}$,则 $I_2 = -12\text{A}$

而 $10 + I_2 + I_R = 0$,则 $I_R = 10 - (-12) = 2\text{A}$

$I = 3 + I_R = 3 + 2 = 5\text{A}$

$U = 4I_2 - 2I_1 = 4 \times (-12) - 2 \times 15 = -78\text{V}$

$U_R = 4I_2 + 3 \times 20 = 12\text{V}, R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{12}{2} = 6\Omega$

综上, $I = 5\text{A}, U = -78\text{V}, R = 6\Omega$ 。

1.7.1 【解题过程】 (a) R_1, R_2 串联,故由分压公式:

$$U_{AB} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} E = \frac{4}{6} \times 6 = 4\text{V}$$

$$U_{BC} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{2}{6} \times 6 = 2\text{V}$$

$$V_A = U_{AB} + U_{BC} + V_C$$

由于 $V_C = 0$,所以 $V_A = 6\text{V}, V_B = U_{BC} = 2\text{V}$

(b) $V_B = 0$ 时,由(a)可以得到 $V_A = U_{AB} + V_B = U_{AB}$

故 $V_A = 1 \times 4 = 4\text{V}$

同理 $V_C = V_B - U_{BC}$

故 $V_C = -1 \times 2 = -2\text{V}$

1.7.2 【解题过程】 (1) 零电位参考点在正负电源之间的C点, 电路如题1.7.2图所示。

(2) 解法一: 当 R_p 滑动触点向下滑时, 电路总电阻增大, 电流减少, A点电位 $V_A = 12 - IR_1$

将升高, 而B点电位 $V_B = IR_3 - 12$ 将下降。

解法二: 当 R_p 向下滑动触点时, 滑动电阻 R_p 的有效值 R_p 增大。

由串联电路的分压公式 $U_{BD} = \frac{R_3}{R_1 + R_p + R_3} \times (12 + 12)$

故 $V_B = U_{BD} + V_{DC} = \frac{24R_3}{R_1 + R_p + R_3} - 12V$

因此, R_p 增大, 则 V_B 降低。

同理: $U_{AE} = \frac{R_1}{R_1 + R_p + R_3} \times 24V$

$$V_A = U_{AE} + U_{EC} = \left(\frac{24R_1}{R_1 + R_p + R_3} + 12 \right) V$$

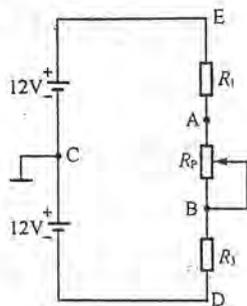
则由于 R_p 增大, V_A 应有所上升。

1.7.3 【解题过程】 S 断开时, 电阻中均无电流, 所以 $V_A = +6V$; 当 S 闭合时, $V_B = 0$, 电源不对 A 和 B 间电阻提供电流, 则 A 点电位 $V_A = 0$ 。

1.7.4 【解题过程】 24Ω 的电阻上无电流, 故 12Ω 和 36Ω 两电阻串联, 故由分压公式:

$$U_{AB} = \frac{12}{36 + 12} \times (-24) = -6V$$

故 A 点电位为 $V_A = U_{AB} = -6V$



题 1.7.2 图

1.3 课后习题全解

A 选择题

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1.5.1 (1) | 1.5.2 (2) | 1.5.3 (3) | 1.5.4 (3) | 1.5.5 (1) |
| 1.5.6 (2) | 1.5.7 (2) | 1.6.1 (2) | 1.6.2 (3) | 1.7.1 (2) |
| 1.7.2 (3) | | | | |

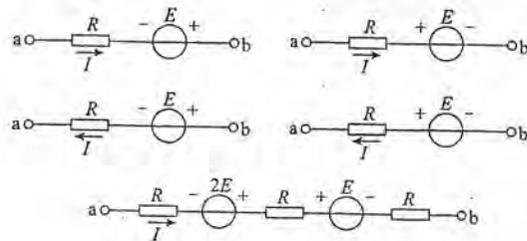
B 基本题

1.5.8 在题1.5.8图所示的各段电路中, 已知 $U_{ab} = 10V, E = 5V, R = 5\Omega$, 试求 I 的表达式及其数值。

【知识点窍】 电压和电流参考方向, 基尔霍夫定律。

【解题过程】 (1) 如图 $a \text{---} R \text{---} E \text{---} b$ 中所示得 $I = \frac{U_{ab} + E}{R} = \frac{15}{5} = 3A$

(2) 如图 $a \text{---} R \text{---} E \text{---} b$ 中所示得 $I = \frac{U_{ab} - E}{R} = \frac{10 - 5}{5} = 1A$



题 1.5.8 图

(3) 如图 $a \text{---} R \text{---} E \text{---} b$ 中所示得 $U_{ab} = -IR - E \Rightarrow I = \frac{-E - U_{ab}}{R} = \frac{-5 - 10}{5} = -3A$

(4) 如图 $a \text{---} R \text{---} E \text{---} b$ 中所示得 $U_{ab} = E - RI \Rightarrow I = \frac{E - U_{ab}}{R} = \frac{5 - 10}{5} = -1A$

(5) 如图 $a \text{---} R \text{---} 2E \text{---} R \text{---} E \text{---} R \text{---} b$ 中所示得 $U_{ab} = 3RI - 2E + E \Rightarrow I = \frac{U_{ab} + E}{2R} = 1A$

1.5.9 在题1.5.9图中, 5个元器件代表电源或负载。电流和电压的参考方向如图中所示。通过实验测量得知

$I_1 = -4A$	$I_2 = 6A$	$I_3 = 10A$
$U_1 = 140V$	$U_2 = -90V$	$U_3 = 60V$
$U_4 = -80V$	$U_5 = 30V$	

(1) 试标出各电流的实际方向和各电压的实际极性(可另画一图)。

(2) 判断哪些元器件是电源? 哪些是负载?

(3) 计算各元器件的功率, 电源发出的功率和负载取用的功率是否平衡?

【知识点窍】 电流、电压实际方向的判别、电源与负载的判别、功率公式 $P = UI$ 。

【逻辑推理】 (1) 实际方向的差别, 根据参考方向和电流、电压值的正负而定。

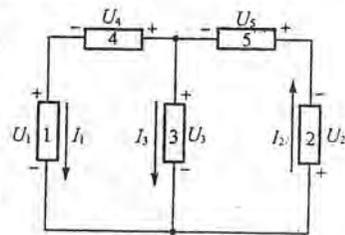
(2) 判断电路元件是电源还是负载的方法有三种。

1) 按电流、电压的实际方向。一致时为负载, 相反时为电源。这是因为电源中存在电动势, 对电荷作正功, 提升电位, 电流由低电位流向高电位。

2) 利用参考方向, 计算功率:

① 电流、电压参考方向一致时, $P = UI > 0$, 则为负载, $P = UI < 0$, 为电源; ② 电流、电压参考方向相反时, $P = UI > 0$, 为电源, $P = UI < 0$, 为负载。

3) 改变一个参考方向, 使二者相同也相应改变该参考方向的物理量的“+”和“-”。得到新的 U' 和 I' , 则 $P' = U'I' > 0$, 为负载, $P' = U'I' < 0$, 为电源。

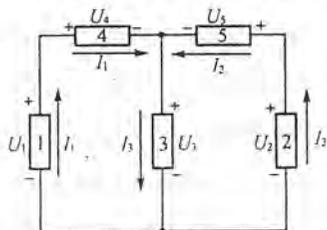


题 1.5.9 图

(3) 可用 $P = UI$ 计算各元件功率, 根据能量转化和守恒定律, 电源发出的总功率和总的负载取用功率一致。

【解题过程】 (1) I_1, U_2, U_4 均为负值, 所以实际方向与参考方向相反; 其他的物理量参考方向与实际方向相同。电流、电压实际方向与极性标在图解 1.5.9 中。

(2) 根据图解 1.5.9 所示, 按电流、电压实际方向判断是电源或是负载, 在元件 1、2 中, 两方向相反, 3、4、5 中方向一致, 于是得到元件 1、2 为电源, 元件 3、4、5 为负载。



图解 1.5.9

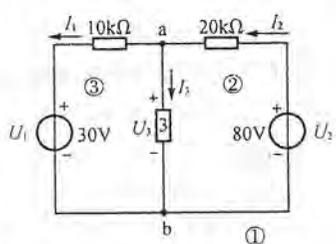
- | | |
|---|------|
| $P_1 = U_1 I_1 = -560\text{W} < 0$ | 发出功率 |
| $P_2 = U_2 I_2 = -90 \times 6 = -540\text{W} < 0$ | 发出功率 |
| $P_3 = U_3 I_3 = 60 \times 10 = 600\text{W} > 0$ | 吸收功率 |
| $P_4 = U_4 I_1 = -80 \times (-4) = 320\text{W} > 0$ | 吸收功率 |
| $P_5 = U_5 I_2 = 30 \times 6 = 180\text{W} > 0$ | 吸收功率 |

电源发出功率 $P_E = P_1 + P_2 = 560 + 540 = 1100\text{W}$

负载吸收功率 $P_L = P_3 + P_4 + P_5 = 600 + 320 + 180 = 1100\text{W}$

二者相等, 功率平衡。

1.5.10 在题 1.5.10 图中, 已知 $I_1 = 3\text{mA}, I_2 = 1\text{mA}$, 试确定电路元件 3 中的电流 I_3 和其两端电压 U_3 , 并说明它是电源还是负载。校验整个电路的功率是否平衡。



题 1.5.10 图

【知识点窍】 基尔霍夫电流定律, 功率平衡。

【逻辑推理】 首先用 KCL 定律针对元件 3 上结点 a 列方程, 可求出 I_3 ; 在题 1.5.10 图中共三个闭合回路 ①②③, 其中 ② 和 ③ 中都有元件 3, 可以利用 KVL 定律, 如 $U_2 = I_2 \times 20\text{k} + U_3$ 或 $U_1 + I_1 \times 10\text{k} = U_3$, 得出 U_3 。然后根据实际方向和功率正负来判断是负载还是电源。根据能量守恒定律, 电源输出和负载消耗功率绝对值应相等。

【解题过程】 令元件 3 上端结点为 a, 下端结点为 b。根据基尔霍夫电流定律, 对 a 点有

$$I_2 = I_3 + I_1$$

得 $I_3 = I_2 - I_1 = 1 - 3 = -2\text{mA}$

对于回路 ②

$$U_2 = I_2 \times 20\text{k} + U_3$$

$$U_3 = U_2 - 20\text{k} \times I_2 = 80 - 20 \times 1 = 60\text{V}$$

根据参考方向计算元件 3 的功率

$$P_3 = U_3 I_3 = 60 \times (-2) = -120\text{mW} < 0 \quad \text{发出功率}$$

可见元件 3 是一个电源。

或用 $U_3 > 0$, 实际方向与参考方向一致, $I_3 < 0$, 实际方向与参考方向相反, 所以 U_3, I_3 实际方向相反, 是电源。

电压源功率:

$$P_1 = U_1 I_1 = 30 \times 3 = 90\text{mW}, \text{是负载。}$$

$$P_2 = -U_2 I_2 = -80 \times 1 = -80\text{mW}, \text{是电源。}$$

电阻功率:

$$P_{R_1} = I_1 \times (U_3 - U_1) = 3 \times (60 - 30) = 90\text{mW}$$

$$P_{R_2} = I_2 \times (U_2 - U_3) = 1 \times (80 - 60) = 20\text{mW}$$

因此, 各电源发出功率 $P_E = |P_2 + P_3| = |-80 - 120| = 200\text{mW}$

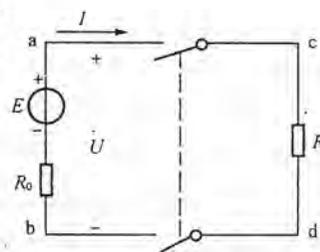
各负载吸收功率 $P_L = P_1 + P_{R_1} + P_{R_2} = 90 + 90 + 20 = 200\text{mW}$

故 $P_E = P_L$, 功率平衡。

1.5.11 有一直流电源, 其额定功率 $P_N = 200\text{W}$, 额定电压 $U_N = 50\text{V}$, 内阻 $R_0 = 0.5\Omega$, 负载电阻 R 可以调节, 其电路如题 1.

5.11 图所示, 试求:

- (1) 额定工作状态下的电流及负载电阻。
- (2) 开路状态下的电源端电压。
- (3) 电源短路状态下的电流。



题 1.5.11 图

$U = IR$ 。

【逻辑推理】 题 1.5.11 图, 如图解 1.5.11 所示。

- (1) 额定工作状态: 电源在额定电压条件下输出额定电流, 于是由 $P_N = U_N I_N$, 可求物理量。
- (2) 开路状态, 电流为 0, 故全电路为一个等势体, 电源正极上的电路处处等电位, 负极上亦然。

(3) 短路时, 仅 R_0 为负载, 故电流极大, 可能使电源烧坏。

【解题过程】

(1) 由额定电流、电压、功率关系式 $P_N = U_N I_N$

$$\text{额定电流 } I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{200}{50} = 4\text{A}$$

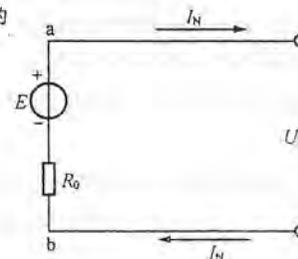
$$\text{由欧姆定律 } U_N = I_N R_N$$

$$\text{负载电阻 } R = \frac{U_N}{I_N} = \frac{50}{4} = 12.5\Omega$$

(2) 开路状态下端电压 U_0 等于电源电动势 E 。根据额定电压、额定电流, 计算电动势 E , 如图解 1.5.11 所示, 由全电流欧姆定律

$$E = U_N + I_N R_0 = 50 + 4 \times 0.5 = 52\text{V}$$

(3) 短路状态下 $E = I_3 R_0$ 故



图解 1.5.11

$$I_s = \frac{E}{R_0} = \frac{52}{0.5} = 104 \text{ A}$$

1.5.12 有一台直流稳压电源,其额定输出电压为 30V,额定输出电流为 2A,从空载到额定负载,其输出电压的变化率为千分之一(即 $\Delta U = \frac{U_0 - U_N}{U_N} = 0.1\%$),试求该电源的内阻。

【知识点窍】 电路的工作状态,全电路欧姆定律 $U_0 = U_N + I_N R_0$ 。

【逻辑推理】 额定工作状态下,如题 1.5.12 图(a),当空载时,

如题 1.5.12 图(b)。

输出电压由 $U_0 \sim U_N$ 。

又因为 $U_0 = U_N + I_N R_0$ (全电路欧姆定律),所以 $U_0 - U_N = I_N R_0$ 。可以看出,电压变化的原因是内阻 R_0 上产生电压降。

【解题过程】 由 $\Delta U = \frac{U_0 - U_N}{U_N} = 0.1\%$

$$U_0 - U_N = 0.1\% U_N$$

$$\text{所以, } 0.1\% U_N = U_0 - U_N = I_N R_0$$

$$\Delta U \cdot U_N = 0.1\% U_N = I_N R_0$$

$$\text{则 } R_0 = \frac{0.1\% U_N}{I_N} = \frac{30 \times 0.001}{2} = 0.015 \Omega$$

1.5.13 在题 1.5.13 图所示的两个电路中,要在 12V 的直流电源上使 6V/50mA 的电珠正常发光,应该采用哪一个连接电路。

【知识点窍】 欧姆定律 $U = IR$ 。

【逻辑推理】 在(a)中应先求出分电路电阻,再用 12V 电压除以总电阻即可得到电路电流;在(b)中得到电路总电流后还要求出电路上的分电流。(a)、(b)分为串联和并联,要使电珠正常发光,必须保证电珠获得 6V 电压与 50mA 电流。

【解题过程】 根据题可知电珠额定电流、电压 I_N 和 U_N 分别为

$$U_N = 6 \text{ V}, I_N = 50 \text{ mA} = 0.05 \text{ A}$$

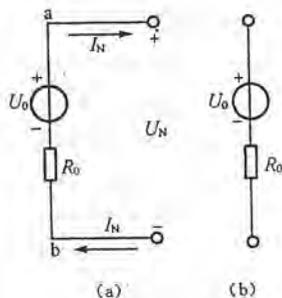
$$\text{电珠电阻 } R = \frac{6}{0.05} = 120 \Omega$$

$$\text{题 1.5.13 图(a)中 } I_a = \frac{12}{120 + 120} = 50 \text{ mA}$$

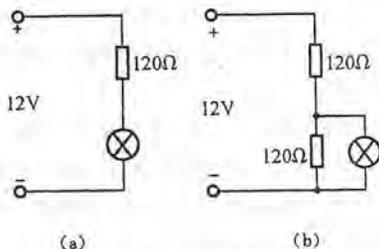
$$\text{电珠上电压 } U = 12 - 120 \times I_a = 12 - 6 = 6 \text{ V}$$

即为额定电压,故题 1.5.13 图(a)中,电珠可正常发光。

题 1.5.13 图(b)中,电珠并联后再串联 120Ω 电阻。



题 1.5.12 图



题 1.5.13 图

$$\text{电路总电阻 } R_a = 120 + \frac{120 \times 120}{120 + 120} = 180 \Omega$$

$$\text{电路总电流 } I = \frac{12}{180} \approx 66.7 \text{ mA}$$

$$\text{电珠端电压 } U = 12 - 66.7 \times 10^{-3} \times 120 = 4 \text{ V}$$

$$\text{电珠中电流 } I' = \frac{1}{2} I = \frac{1}{2} \times 66.7 \text{ mA} \approx 33.3 \text{ mA} < 50 \text{ mA}$$

电珠电压将低于 6V,电流将小于 50mA,不能正常发光。

所以应采用题 1.5.13 图(a) 连接电路。

1.5.14 题 1.5.14 图的电路可用来测量电源的电动势 E 和内阻 R_0 。图中, $R_1 = 2.6 \Omega$, $R_2 = 5.5 \Omega$ 。当将开关 S_1 闭合时,电流表读数为 2A;断开 S_1 ,闭合 S_2 后,读数为 1A。试求 E 和 R_0 。

【知识点窍】 基尔霍夫电压定律 $\sum E = \sum IR$ 。

【逻辑推理】 分别闭合 S_1 和 S_2 , 构成两个不同回路,可以列出方程组求 E 和 R_0 。

【解题过程】 设二回路方向如图,为顺时针。

当开关 S_1 闭合时,回路①中有电流,回路②断路,由 KCL 方程,得到

$$E = I_1 R_0 + I_1 R_1$$

当开关 S_1 断开, S_2 闭合时,回路②导通,回路①断路。根据 KVL 方程,得到

$$E = I_2 R_0 + I_2 R_2$$

代入数据联立求解

$$\begin{cases} E = 2 \times R_0 + 2 \times 2.6 \\ E = 1 \times R_0 + 1 \times 5.5 \end{cases}$$

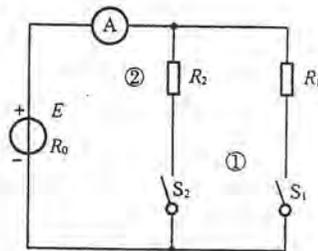
$$\text{可得 } E = 5.8 \text{ V}, R_0 = 0.3 \Omega$$

1.5.15 题 1.5.15 题(a) 所示是电阻应变仪中的测量电桥的原理电路。 R_x 是电阻应变片,粘在被测零件上。当零件发生变形(伸长或缩短)时, R_x 的阻值随之改变,这反映在输出信号 U_0 上。在测量前如果把各个电阻调节到 $R_x = 100 \Omega$, $R_1 = R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 100 \Omega$, 这时满足 $\frac{R_x}{R_3} = \frac{R_1}{R_2}$ 的电桥平衡条件, $U_0 = 0$ 。在进行测量时,如果测出(1) $U_0 = +1 \text{ mV}$, (2) $U_0 = -1 \text{ mV}$, 试计算两种情况下的 ΔR_x 。 U_0 极性的改变反映了什么? 设电源电压 U 是直流 3V。

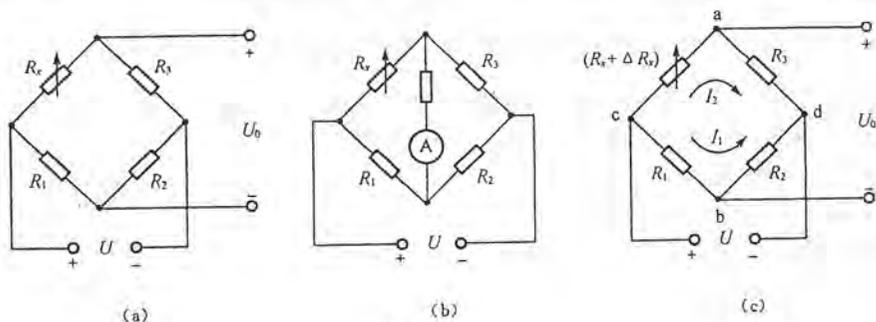
【知识点窍】 欧姆定律 $U = IR$, 基尔霍夫电压定律 $E = IR$ 。

【逻辑推理】 电桥的作用主要是精确测量电阻值。一般通过调节 U_0 (伏特表) 或者接一个大电阻和安培表串联支路来调节安培表为 0 即可(如题 1.5.15 图(b) 所示)。

【解题过程】 方法一: 利用串联的分压作用。



题 1.5.14 图



题 1.5.15 图

$$U_s = \frac{R_3}{R_1 + R_2} \cdot U = \frac{R_3}{(R_x + \Delta R_x) + R_3} \cdot U$$

又因为并联不改变二端电压 $U_s = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$

$$\begin{aligned} U_0 &= U_s - U_0 \\ &= \frac{R_3}{(R_x + \Delta R_x) + R_3} U - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U \\ &= \frac{3 \times 100}{100 + \Delta R_x + 100} - \frac{3 \times 200}{200 + 200} \\ &= \pm 1 \text{ mV} = \pm 0.001 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta R_x &= \frac{300}{1.4 \pm 0.001} - 200 \\ &= \mp 0.133 \Omega \\ &= \begin{cases} -0.133 \Omega, U_0 = 1 \text{ mV} \\ +0.133 \Omega, U_0 = -1 \text{ mV} \end{cases} \end{aligned}$$

方法二:运用 KVL 定律,可以计算 ΔR_x 。

电路由两条并联支路组成,重画电路如题 1.5.15 图(c) 所示,利用分压公式,可得:

$$U_{bd} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

$$U_{ad} = \frac{R_3}{(R_x + \Delta R_x) + R_3} U$$

根据基尔霍夫电压定律有

$$U_0 = U_{ad} - U_{bd} = \frac{U}{(R_x + \Delta R_x) + R_3} \times R_3 - \frac{U}{R_1 + R_2} \times R_2$$

代入已知数据,得

$$U_0 = \frac{3 \times 100}{100 + \Delta R_x + 100} - \frac{3 \times 200}{200 + 200} = \pm 10^{-3} \text{ V}$$

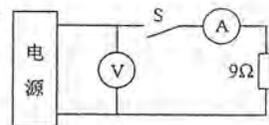
整理可得

$$\Delta R_x = \frac{300}{1.5 \pm 10^{-3}} - 200 \approx \mp 0.133 \Omega$$

$$\Delta R_x = \begin{cases} -0.133 \Omega, U_0 = 1 \text{ mV} \\ +0.133 \Omega, U_0 = -1 \text{ mV} \end{cases}$$

U_0 极性的改变,反映了零件的缩短或伸长,引起电阻应变片阻值减小或增大,当 $U_0 > 0$ 时,零件被压缩;当 $U_0 < 0$ 时,零件被拉伸。

1.5.16 如题 1.5.16 图所示,当开关 S 断开时,电压表读数为 18V;当开关 S 闭合时,电流表读数为 1.8A。试求电源的电动势 E 和内阻 R_0 ,并求 S 闭合时电压表的读数。



题 1.5.16 图

【知识点窍】 欧姆定律。

【逻辑推理】 由电源开路、短路知识应用公式求解。

【解题过程】 当开关 S 断开时,电压表读数 18V 就是电源电动势,即 $E = 18 \text{ V}$ 。

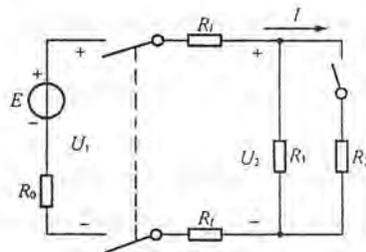
当 S 闭合时,电流表读数为 I 值,即 $I = 1.8 \text{ A}$;由 $E = I(R + R_0)$,其中 R_0 为电源内阻, $R = 9 \Omega$

$$\text{所以 } R_0 = \frac{E}{I} - R = 10 - 9 = 1 \Omega$$

则当 S 闭合时电压表的读数为 $U = E - IR_0 = 18 - 1.8 \times 1 = 16.2 \text{ V}$

故 S 闭合时,电压表的读数为 16.2V。

1.5.17 题 1.5.17 图是电源有载工作的电路,电源的电动势 $E = 220 \text{ V}$,内阻 $R_0 = 0.2 \Omega$;负载电阻 $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 6.67 \Omega$;线路电阻 $R_l = 0.1 \Omega$ 。试求负载电阻 R_2 并联前后:(1) 电路中电流 I;(2) 电源端电压 U_1 和负载端电压 U_2 ;(3) 负载功率 P。当负载增大时,总的负载电阻、线路中电流、负载功率、电源端和负载端的电压是如何变化的?



题 1.5.17 图

【知识点窍】 电源及内阻、功率、负载等概念的理解。

【逻辑推理】 理解相关概念的基础上应用欧姆定律、KCL 定律解题。

【解题过程】 R_2 并联前,电路总电阻

$$R = R_0 + 2R_l + R_1 = (0.2 + 2 \times 0.1 + 10) \Omega = 10.4 \Omega$$

(1) 电路中电流 $I = \frac{E}{R} = \frac{220}{10.4} = 21.2 \text{ A}$

(2) 电源端电压 $U_1 = E - R_0 I = 220 - 0.2 \times 21.2 = 216 \text{ V}$

负载端电压 $U_2 = R_1 I = 10 \times 21.2 = 212 \text{ V}$

(3) 负载功率 $P = U_2 I = 212 \times 21.2 = 4490 \text{ W} = 4.49 \text{ kW}$

R_2 并联后,电路总电阻

$$R = R_0 + 2R_l + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 0.2 + 2 \times 0.1 + \frac{10 \times 6.67}{10 + 6.67} = 4.4 \Omega$$

$$(1) \text{ 电路中电流 } I = \frac{E}{R} = \frac{220}{4.4} = 50 \text{ A}$$

$$(2) \text{ 电源端电压 } U_1 = E - R_0 I = 220 - 0.2 \times 50 = 210 \text{ V}$$

$$\text{负载端电压 } U_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{10 \times 6.67}{10 + 6.67} \times 50 = 220 \text{ V}$$

$$(3) \text{ 负载功率 } P = U_2 I = 200 \times 50 = 10000 \text{ W} = 10 \text{ kW}$$

可见,当负载增大后,电路总电阻减小,电路中电流增大,负载功率增大,电源端电压和负载端电压均降低。

1.5.18 计算下列两只电阻元件的最大允许电压和最大允许电流:(1)1W/1kΩ;

(2) $\frac{1}{2}$ W/500Ω。能否将两只 $\frac{1}{2}$ W/500Ω 的电阻元件串联起来代替一只 1W/1kΩ 的电阻?

【知识点窍】 额定值与实际值相关知识运用。

【解题过程】 (1)1W/1kΩ, 设其最大允许电压为 U_1 , 电流为 I_1 ,

$$\text{则 } U_1 = \sqrt{P_1 R_1} = \sqrt{1 \times 10^3} = 10 \sqrt{10} \text{ V} \approx 31.62 \text{ V}, I_1 = \frac{P}{U_1} = 0.316 \text{ A}$$

(2) $\frac{1}{2}$ W/500Ω, 设其最大允许电压为 U_2 , 电流为 I_2 ,

$$\text{则 } U_2 = \sqrt{P_2 R_2} = 5 \sqrt{10} = 15.81 \text{ V}, I_2 = \frac{P_2}{U_2} = 0.032 \text{ A}$$

不可以将两只 $\frac{1}{2}$ W/500Ω 的电阻元件串联起来代替一只 1W/1kΩ 的电阻, 因为串联后 $\frac{1}{2}$ W/500Ω 的电阻元件最大允许电流仍为 $0.032 \text{ A} < 0.316 \text{ A}$ 。

1.5.19 有一电源设备, 额定输出功率 $P_N = 400 \text{ W}$, 额定电压 $U_N = 110 \text{ V}$, 电源内阻 $R_0 = 1.38 \Omega$ 。(1) 当负载电阻 R_L 分别为 50Ω 和 10Ω 时, 试求电源输出功率 P , 是否过载?(2) 当发生电源短路时, 试求短路电流 I_s , 它是额定电源的多少倍?

【知识点窍】 电动势相关概念。

【逻辑推理】 $E = U + IR_0, P_N = U_N I_N, P = I_2 R_L, I_1 = \frac{E}{R}$ 。

【解题过程】 (1) 由 $P_N = U_N I_N \Rightarrow I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{400 \text{ W}}{110 \text{ V}} = 3.636 \text{ A}$

根据 $U_N = E - I_N R_0$

$$\text{得 } E = U_N + I_N R_0 = 110 + 1.38 \times \frac{40}{11} = 115.018 \text{ V}$$

当负载电阻 $R_{L1} = 50 \Omega$ 时, 电路中电流 $I_{L2} = \frac{E}{R_{L1} + R_0} = \frac{115.018}{50 + 1.38} = 2.2386 \text{ A}$

输出功率 $P_{L1} = I_{L1}^2 R_{L1} = 250.88 \text{ W}$

当负载电阻 $R_{L2} = 10 \Omega$ 时, 电路中电流 $I_{L2} = \frac{E}{R_{L2} + R_0} = \frac{115.018}{11.38} = 10.107 \text{ A}$

输出功率 $P_{L2} = I_{L2}^2 R_{L2} = 1022.12 \text{ W}$

(2) 电源短路时电流 $I_s = \frac{E}{R_0} = 83.33 \text{ A}$, I_s 是 I_N 额定电源的倍数为 $\frac{I_s}{I_N} = \frac{83.33}{3.636} \approx 23$ (倍)

故发生短路时, 短跑电流 $I_s = 83.33 \text{ A}$, 是额定电流的 23 倍。

1.6.3 在题 1.6.3 图中, 已知 $I_1 = 0.01 \mu\text{A}$, $I_2 = 0.3 \mu\text{A}$,

$I_3 = 9.61 \mu\text{A}$, 试求电流 I_4, I_5 和 I_6 。

【知识点窍】 基尔霍夫电流定律 $\sum I = 0$ 。

【逻辑推理】 由题 1.6.3 图中, 共三个结点, 故由 KCL 方程, 设流入为正, 流出为负。

$$\text{结点 a: } I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{b: } I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$\text{c: } I_6 - I_2 - I_4 = 0$$

由 KCL 推广定律, 圈内为广义结点

$$I_6 + I_1 - I_5 = 0$$

【解题过程】 由题 1.6.3 图所示电路中有三个结点, 根据基尔霍夫电流定律有

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0.01 + 0.3 = 0.31 \mu\text{A}$$

$$I_3 + I_4 = I_5$$

$$I_4 = I_5 - I_3 = 9.61 - 0.31 = 9.3 \mu\text{A}$$

$$I_6 = I_2 + I_4 = 0.3 + 9.3 = 9.6 \mu\text{A}$$

也可利用广义基尔霍夫电流定律来对 I_6 进行求解, 将中间三条支路圈成一个广义结点如题 1.6.3 图所示, 则有

$$I_6 + I_1 = I_5$$

$$I_6 = I_5 - I_1 = 9.61 - 0.01 = 9.6 \mu\text{A}$$

1.6.4 在题 1.6.4 图所示的部分电路中, 计算电流 I_2, I_4 和 I_5 。

【知识点窍】 基尔霍夫电流定律。

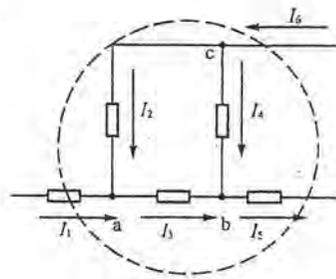
【逻辑推理】 直接应用公式求解。

【解题过程】 根据圆圈圈起来的广义支路, 对其列写广义基尔霍夫电流方程得:

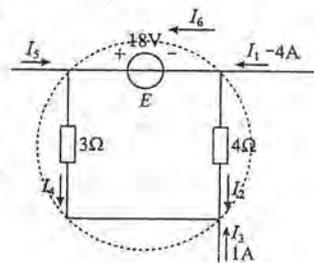
$$I_5 + I_1 + I_3 = 0, \text{ 而 } I_1 = -4 \text{ A}, I_3 = 1 \text{ A}, \text{ 则 } I_5 = 4 - 1 = 3 \text{ A}$$

$$\text{求解 } \begin{cases} E = 3I_4 - 4I_2 \\ I_3 + I_2 + I_4 = 0 \end{cases} \text{ 解得 } I_2 = -3 \text{ A}, I_4 = 2 \text{ A}$$

$$\text{因此 } I_2 = -3 \text{ A}, I_4 = 2 \text{ A}, I_5 = 3 \text{ A}$$

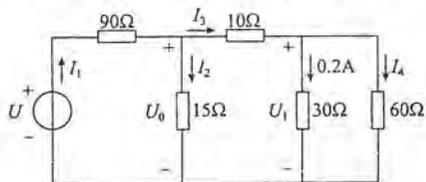


题 1.6.3 图



题 1.6.4 图

1.6.5 计算如题 1.6.5 图所示电路中的 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 和电压 U_0 。



题 1.6.5 图

【知识点窍】 基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律。

【解题过程】 如图 $U_1 = (30 \times 0.2)V = 6V$

$$I_4 = \frac{6V}{60\Omega} = 0.1A$$

由基尔霍夫电流定律得 $I_3 = I_4 + 0.2A = 0.3A$

则 $U_0 = 10I_3 + U_1 = (3 + 6)V = 9V$

$$I_2 = \frac{U_0}{15} = 0.6A$$

由基尔霍夫电流定律得 $I_1 = I_3 + I_2 = (0.3 + 0.6)A = 0.9A$

则 $U = 90I_1 + U_0 = (9 + 84)V = 90V$

所以 $I_1 = 0.9A, I_2 = 0.6A, I_3 = 0.3A, I_4 = 0.1A, U = 90V$

1.7.3 试求题 1.7.3 图所示电路中 A、B、C、D 各点电位。

【知识点窍】 电位相关概念、欧姆定律、基尔霍夫定律。

【解题过程】 设定 I_1, I_2 如图题 1.7.3 图, $3A = 1A + I_1$, 则 $I_1 = 2A$

由 $I_1 + I_2 = 3A$, 得 $I_2 = 1A$

则各点电位 $V_A = 12 - 10I_2 = 2V$

$V_B = 2I_1 + 6 + V_A = 4 + 6 + 2 = 12V$

$V_C = -2 + V_B = 10V$

$V_D = -3 + V_B = 9V$

所以, $V_A = 2V, V_B = 12V, V_C = 10V, V_D = 9V$ 。

1.7.4 试求题 1.7.4 图所示电路中 A 点和 B 点的电位。如将 A、B 两点直接连接或接一电阻, 对电路工作有无影响?

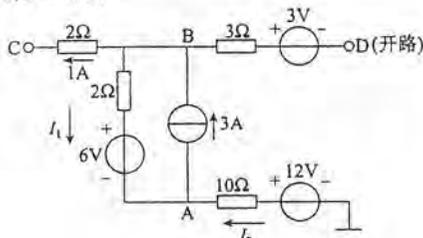
【知识点窍】 串联电阻分压。

【逻辑推理】 A、B 所在两个回路, 可分别求出 U_A, U_B , 若 $U_{AB} = 0$, 则接一电阻无影响, 否则将改变电路中电流大小、方向。

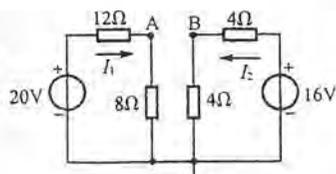
【解题过程】 左边回路有 $I_1 = \frac{20}{12+8} = 1A$

所以 $V_A = 8 \times I_1 = 8V$

右边回路有 $I_2 = \frac{16}{4+4} = 2A$



题 1.7.3 图



题 1.7.4 图

于是 $V_B = 4 \times I_2 = 8V$

左、右两边电位相等, 直接连接或接一电阻对电路工作无任何影响。

1.7.5 在题 1.7.5 图中, 在开关 S 断开和闭合的两种情况下试求 A 点的电位。

【知识点窍】 欧姆定律 $U = IR$ 。

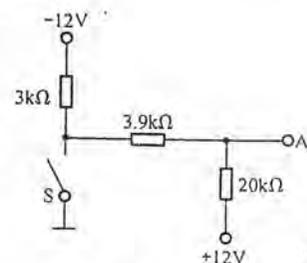
【逻辑推理】 对这些回路进行分析, 反复运用欧姆定律则可以得到所要求的电位。S 断开时, 仅一回路; S 闭合时, 为三个回路。

【解题过程】 当开关 S 断开时, 可将电路改画成如图解 1.7.5(a) 所示电路。

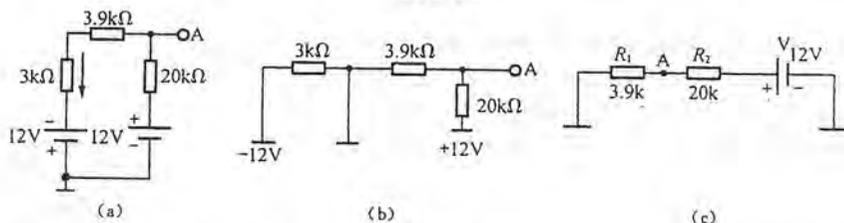
由 KVL 定律, 电流 $I = \frac{12+12}{3+3.9+20} \approx 0.892mA$

A 点电位 $V_A = -I \times 20 + 12 = -5.84V$

当开关 S 闭合时, 可将电路改画成如图解 1.7.5(b) 所示电路, 进一步简化为如图解 1.7.5(c) 所示电路, A 点电位只取决于右边回路, 电流 $I = \frac{V}{R_1 + R_2}$



题 1.7.5 图

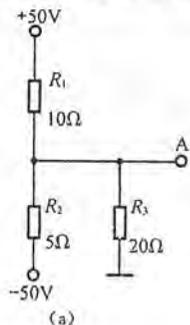


图解 1.7.5

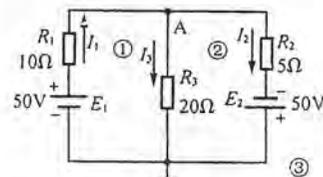
于是 $I = \frac{12}{20+3.9} \approx 0.502mA$

A 点电位 $V_A = I \times 3.9 = -1.96V$

1.7.6 在题 1.7.6 图(a)中, 求 A 点电位 V_A 。



(a)



(b)

题 1.7.6 图

【知识点窍】 基尔霍夫电压定律 $\sum E = \sum IR$ 、基尔霍夫电流定律 $\sum I = 0$ 。

【逻辑推理】 本题将同时使用 KCL 和 KVL 定律。

列出方程组, 求 I_1, I_2, I_3, V_A 但 $I_1 \sim I_3$ 是中间变量无须求出其值。

【解题过程】 将题 1.7.6 图(a) 改画成题 1.7.6 图(b) 所示电路。根据基尔霍夫电压定律有

对回路 ①: $E_1 = I_1 R_1 + V_A$

对回路 ②: $E_2 = I_2 R_2 - V_A$

已知 $V_A = I_3 R_3$, 由 KCL 定律, 对结点 A: $I_3 = I_1 - I_2$, I_2, I_3 方向如题 1.7.6 图(b) 所示, 因此

$$E_1 = I_1 R_1 + (I_1 - I_2) R_3 = I_1 (R_1 + R_3) - I_2 R_3$$

$$E_2 = I_2 R_2 - (I_1 - I_2) R_3 = I_2 (R_2 + R_3) - I_1 R_3$$

代入数据:
$$\begin{cases} 50 = 30I_1 - 20I_2 \\ 50 = -20I_1 + 25I_2 \end{cases}$$

因此, 可求得

$$I_1 = \frac{45}{7} \text{A}, I_2 = \frac{50}{7} \text{A}$$

$$V_A = (I_1 - I_2) R_3 = \frac{-5}{7} \times 20 = -\frac{100}{7} \approx -14.3 \text{V}$$

C 拓宽题

1.6.6 在题 1.6.6 图所示的电路中, 欲使指示灯上的电压 U_3 和电流 I_3 分别为 12V 和 0.3A, 试求电源电压 U 应为多少?

【知识点窍】 基尔定律相关知识应用。

【解题过程】 由 $U_3 = 12 \text{V}, I_3 = 0.3 \text{A}$, 得 $20I_4 = 12$, 则 $I_4 = 0.6 \text{A}$

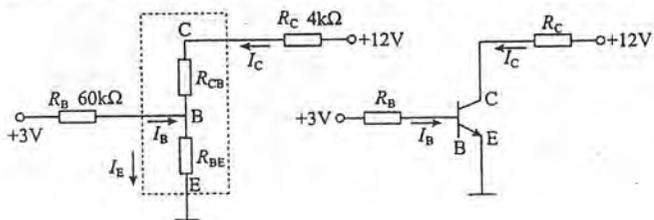
因 $I_2 = I_3 + I_4$, 得 $I_2 = 0.9 \text{A}$

由基尔电压定律 $U_{ab} = 10I_2 + U_3 = 15 \text{V}$

得 $I_5 = 1.4 \text{A}$, 而 $I_1 = I_2 + I_5$, 得 $I_1 = 2.3 \text{A}$

则 $U = 10I_1 + U_{ab} = 23 + 9 + 12 = 44 \text{V}$

1.7.7 题 1.7.7 图所示是某晶体管静态(直流)工作时的等效电路, 图中 $I_C = 1.5 \text{mA}, I_B = 0.04 \text{mA}$ 。试求 CB 间和 BE 间的等效电阻 R_{CB} 和 R_{BE} , 并计算 C 点和 B 点的电位 V_C 和 V_B 。



题 1.6.6 图

【知识点窍】 电位的相关知识运用。

【解题过程】 由 $I_C = 1.5 \text{mA}, I_B = 0.04 \text{A}$

得 $I_E = I_C + I_B = 1.54 \text{mA}$

由基尔电压定律 $V_B = 3 - I_B R_B = 0.6 \text{V}$

$$V_C = 12 - I_C R_{CB} = 12 - 4 \times 10^3 \times 1.5 \times 10^{-3} = 6 \text{V}$$

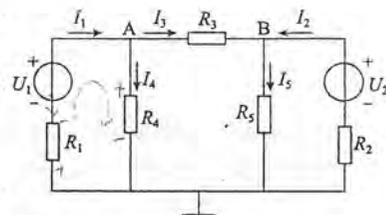
$$\text{则 } R_{CB} = \frac{V_C - V_B}{I_C} = 3.6 \text{k}\Omega$$

$$R_{BE} = \frac{V_B}{I_E} = 390 \Omega$$

1.7.8 在题 1.7.8 图所示的电路中, 已知 $U_1 = 12 \text{V}, U_2 = -12 \text{V}, R_1 = 2 \text{k}\Omega, R_2 = 4 \text{k}\Omega, R_3 = 1 \text{k}\Omega, R_4 = 4 \text{k}\Omega, R_5 = 2 \text{k}\Omega$ 。试求: (1) 各支路电流 I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 ; (2) A 点和 B 点的电位 V_A 和 V_B 。

【知识点窍】 基尔定律, 电位相关知识运用。

【解题过程】 由基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律得



题 1.7.8 图

$$\begin{cases} U_1 - R_1 I_1 + R_4 I_4 = 0 & U_1 = I_4 R_4 + I_1 R_1 \\ I_1 = I_3 + I_4 \\ R_4 I_4 = R_3 I_3 + R_5 I_5 \\ I_2 + I_3 = I_5 \\ U_2 - R_2 I_2 = R_5 I_5 \end{cases}$$

$$\text{联立解得 } \begin{cases} I_1 = 4.18 \text{mA} \\ I_2 = -3.09 \text{mA} \\ I_3 = 3.27 \text{mA} \\ I_4 = 0.9 \text{mA} \\ I_5 = 0.81 \text{mA} \quad 0.18 \text{mA} \\ V_A = R_4 I_4 = 3.64 \text{V} \\ V_B = R_5 I_5 = 0.364 \text{V} \end{cases}$$

第2章

电路的分析方法

本章是全书的重点之一,主要掌握支路电流法、电源等效互换法、戴维宁定理法及结点电压法。叠加原理作为线性电路的一种特性,应深刻理解。本章难点在于分析题型选择合适的方法。

本章以直流电路为例,介绍几种常用的电路分析方法,它们不仅适用于直流电路,也适用于交流电路及其他电路,是电工学课程学习的基础。

2.1 重点内容提要

一、电阻串并联连接的等效变换

(1) 电阻的串联。

- 1) 特点:首尾相接,通过同一电流。
- 2) 总电阻为各电阻值之和,即 $R = \sum R_i$ 。
- 3) 电压分配关系: $U_i = \frac{R_i}{R} U_s$, R 为总电阻。

4) 各电阻取用功率: $P_i = I^2 R_i$,各电阻消耗功率与电阻值成正比。

(2) 电阻的并联。

- 1) 特点:首首相接,尾尾相接,承受同一电压。
- 2) 总等效电阻为: $R = 1 / \sum \left(\frac{1}{R_i} \right)$
- 3) 各支路电流与电阻值成反比: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ 。

对两电阻并联有分流公式: $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_s$ 及 $I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_s$,其中 I_s 为总电流。

在恒压源电路中并联电阻不影响原有电阻中的电流,并联电阻数愈多,总电阻愈小,总电流愈大。

4) 各电阻取用功率 $P_i = \frac{U^2}{R_i}$,电阻愈小,功率愈大,消耗功率与电阻值成反比,即所谓“负载电阻减小,负载增大”。

二、电阻星形联结与三角形联结的等效变换

(1) 设已知 Δ 形网络的电阻为 R_{AB}, R_{BC}, R_{CA} ,则与之等效的 Y 形网络电阻为

$$R_A = \frac{R_{AB} R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_B = \frac{R_{BC} R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_C = \frac{R_{CA} R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

(2) 设已知 Y 形网络电阻为 R_A, R_B, R_C ,则与之等效的 Δ 形网络的电阻为

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C}$$

$$R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B R_C}{R_A}$$

$$R_{CA} = R_C + R_A + \frac{R_A R_C}{R_B}$$

三、电源的两种模型及其等效变换

用电压源与电流源的等效互换将电路化简,以求出电路各支路电流及电压的方法。以下为方法要点,如图 2.1 所示。

(1) 变换前后电源外特性相同,互为反函数,即对外电路等效。互换关系为:

$$\left. \begin{array}{l} \text{电压源变电流源: } I_s = \frac{U_s}{R_0} \\ \text{电流源变电压源: } U_s = I_s R_0 \end{array} \right\} \text{内阻 } R_0 \text{ 不变。}$$

(2) 变换前后方向和极性一致。

(3) 与恒压源串联的任何电阻或与恒流源并联的任何电阻均可视作它们的内阻参与变换。

(4) 理想电压源 ($R_0 = \infty$) 和理想电流源 ($R_0 = 0$) 不能作等效变换。

(5) 与恒压源并联的电阻、恒流源或除恒压源以外的任意支路,在作等效变换时不起作用,可以去掉。

(6) 与恒流源串联的电阻、恒压源或任何部分电路,在变换时不起作用,可以去掉(短接)。

(7) 用电源等效变换法求解电路时,应至少保留一条支路始终不参与变换,作为外电路存在。求出该支路电流后再放回原电路中求其他支路电流。

(8) 变换前后功率保持平衡,负载功率保持不变,电源内部功率则不相同。

(9) 只对外电路等效,对电源内部不等效。

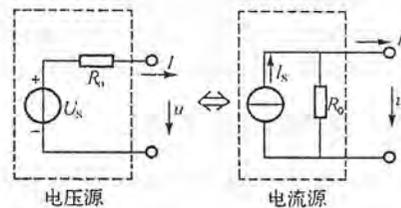


图 2.1

四、支路电流法

这是基于基尔霍夫电流定律及电压定律对电路结点和回路列出方程。以下为方法要点(x——电

路中的支路数; n ——电路中结点数):

- (1) 以支路电流为未知量,首先应标明各支路电流的参考方向。
- (2) 用基尔霍夫电流定律对独立结点 $[(n-1)$ 个]列电流方程式。
- (3) 用基尔霍夫电压定律对独立回路 $[(x-n+1)$ 个]列电压方程式。

独立回路的选取原则如下:

- 1) 可以网孔为回路。
- 2) 每个回路应包含一个其他回路中没有的“新支路”。
- 3) 将全部独立方程式联立求解,可得各支路电流值。
- 4) 验算:用非独立结点电流方程验算各支路电流。

五、结点电压法

结点电压法只适用于两结点的电路,以下为方法要点:

- (1) 从两结点中任意选参考结点,设为 B ,令其电位为零。
- (2) 列写结点 A 电位(压)方程: $V_A \cdot \sum(\frac{1}{R}) = \sum I_s$ 。

其中 $\sum(\frac{1}{R})$ 是各支路电导之和,但恒流源支路串联的电阻不构成电导(等于0),不包括在内。

$\sum I_s$ 是各支路源电流之和,包括电压源支路的等效源电流($\frac{E}{R}$)和恒流源支路的源电流 I_s ,凡源电流方向指向结点 A 者取正,反之取负。

- (3) 求解各支路电流,用广义基尔霍夫电压定律或有源电路欧姆定律求解。
- (4) 验算:只能用基尔霍夫电流定律进行。

六、叠加原理

叠加性和相似性是线性电路的一个重要特性。

叠加原理是线性电路的基本特性,也是分析线性电路的重要方法之一。

原理:由多个电源作用的线性电路中,任何一条支路的电流等于各个电源单独作用在该支路中产生的电流的代数和。

以下为解题步骤:

- (1) 标定各支路电流、电压的参考方向。
- (2) 分解电路:将电路分解为各理想电源单独作用的分电路(保留所有电阻及一个理想电源,将其他理想电源除源,理想电压源短接,理想电流源开路),标出各分电路中电流的参考方向(可不同于总电路中电流参考方向,视解题方便而定)。

(3) 计算:各分电路中各支路电流,分电路均属简单电路,可用电阻等效变换法及分压、分流公式求解,各分电路可自行规定电流、电压正方向。

(4) 计算总电压、电流(叠加合成):求各分电路电流代数和,凡分电流参考方向与总电流参考方向一致者取加号,反之取减号,但保留分电流本身的符号。

注意:功率与电流平方成正比,不是线性关系,所以功率不能叠加。

七、戴维宁定理与诺顿定理

1. 二端网络

具有两个出线端的部分电路称为二端网络,二端网络分为无源二端网络和有源二端网络。所谓有源二端网络,就是具有两个出线端的部分电路,其中含有电源。有源二端网络对所要计算的支路而言可以化简为一个等效电源。

2. 戴维宁定理

定理:任何一个有源二端线性网络可以等效为一个电压源,电压源的源电压 U_s (或电动势 E)等于该二端网络的开路电压 U_0 ,内阻 R_0 等于该二端网络“除源”后的无源二端网络的等效电阻(或称输入电阻),所谓“除源”,即将理想电压源短接,理想电流源开路。

以下为解题方法要点:

(1) 当一个复杂电路只须求解其中一条支路的电流或电压时,可将此支路断开去掉,而将剩余部分电路看作一个有源二端网络。

(2) 应用戴维宁定理,首先求该二端网络的开路电压 U_0 ,则 $U_s = U_0$ 。

(3) 将上述有源二端网络除源,求所得无源二端网络的等效电阻 R_0 ,则 $R_0 = R_i$ 。

(4) 用 U_s 和 R_0 串联组成等效电压源,接在待求支路两端,形成单回路简单电路,求出其中电流或电压,即为所求。

(5) 适用范围:对于一个具有多结点和多支路的复杂电路,只求一条支路的电流或电压。

3. 诺顿定理

定理:任何一个有源二端线性网络可以等效为一个电流源,电流源的源电流 I_s 等于该二端网络端口短路时的短路电流,内阻 R_0 也等于该二端网络除源后的无源二端网络的等效电阻。

以下为解题方法要点:

(1) 当一个复杂电路只求其中一条支路的电流或电压时,可将该支路去掉,剩余部分看成一个有源二端网络。

(2) 将该二端网络端口短接,求短路电流 I_s ,即为等效电流源的源电流。

(3) 将二端网络除源,求所得无源二端网络的等效电阻 R_0 ,即为等效电流源的内阻。

(4) 将 I_s 与 R_0 并联后接到待求支路两端,用分流公式求出待求支路电流即为所求。

4. 用开路—短路法求除源二端网络等值电阻 R_0 。

对某些较复杂的除源二端网络,往往不能用电阻串、并联等效变换法求出其等效电阻 R_0 。根据电压源与电流源的等效关系,则有 $R_0 = \frac{U_0}{I_s}$ 。

因此,可先用开路法求出有源二端网络的开路电压 U_0 ,再用短路法求出有源二端网络的短路电流 I_s ,那么等效电阻 $R_0 = \frac{U_0}{I_s} = \frac{U_0}{I_s}$ 。

八、受控电源电路的分析

(1) 受控电压源的电压和受控电流源的电流不是时间的函数,而是受电路中某部分的电流或电

压控制,是非独立源。

(2) 分类:电压控制电压源(VCVS),电压控制电流源(VCCS),电流控制电压源(CCVS),电流控制电流源(CCCS)。

(3) 注意:在用叠加原理分割电路时,不能把受控源看作独立源进行除源,应保留在电路中。

九、非线性电阻电路

1. 非线性电阻的伏安特性

$I = f(U)$ 或 $U = f(I)$ 均为非线性,有时甚至无法精确用数学关系进行表示,只能通过实验曲线来表示。

2. 静态电阻与动态电阻

(1) 静态电阻:工作点上电压与电流的比值

$$R = \frac{U}{I}$$

(2) 动态电阻:工作点附近电压和电流微变量的比值的极限

$$r = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI}$$

3. 含非线性电阻电路的图解法

图解法用于求含非线性电阻电路的静态值,以下为方法要点:

(1) 将非线性电阻除去,剩余电路看成一个有源二端网络 N,如图 2.2 所示。用戴维宁定理可求得该网络 N 的等效电压源参数 U_s, R_0 。

(2) 电路变为线性和非线性两部分,如图 2.3 所示。对线性电路部分, $U = U_s - IR_0$, 在 $U-I$ 平面上作出相应的 MN 直线;对非线性电阻部分,在 $U-I$ 平面上作出 $I(U)$ 曲线,如图 2.4 所示。

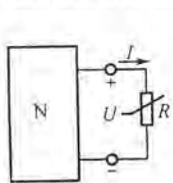


图 2.2

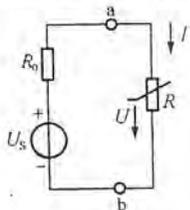


图 2.3

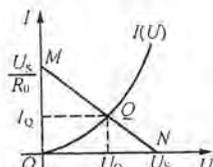


图 2.4

$$\begin{cases} I = f(U) & \text{元件伏安特性} \\ U = U_s - IR_0 & \text{电压源外特性} \end{cases}$$

其中 $I = f(U)$ 由实验得出,电压源外特性是直线 MN,在纵坐标截距为 $\frac{U_s}{R_0}$,在横坐标上截距为 U_s ,斜率 $\tan\alpha = -\frac{1}{R_0}$ 取决于等效电源内阻, α 为 MN 与 I 轴正向的夹角。

(3) 直线 MN 与 $I(U)$ 曲线的交点 Q 所对应的 U_Q, I_Q 即为电路的解。

4. 含非线性电阻电路的近似解析法

某些非线性电阻元件可写出其电压-电流近似方程式,如

$$I = f(U) = K\sqrt{U}$$

只要联立求解方程组即可,如图 2.5 所示电路有方程组。

$$\begin{cases} I = \frac{U_s}{R_1} - \frac{U}{R_1} \\ I = K\sqrt{U} \end{cases}$$

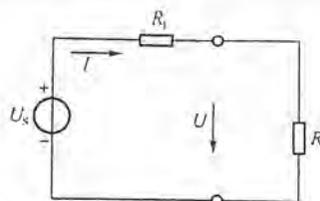


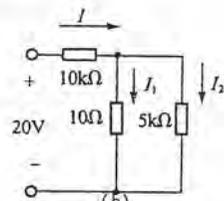
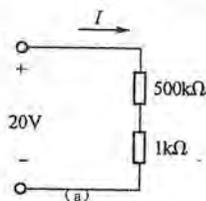
图 2.5

式中, K 为已知值,解方程组不难求得 I 和 U 的值。

考点:电压源和电流源的等效变换、叠加原理、戴维宁定律、诺顿定理。结点电压法在求解两结点电路问题时常用,非线性电路图解法一般用于电子电路的分析中。

2.2 练习与思考题解答

2.1.1



题 2.1.1 图

【解题过程】 对题 2.1.1 图(a),两个电阻串联,总电阻为两阻之和,但 $500\text{k}\Omega \gg 1\text{k}\Omega$,故可将 $1\text{k}\Omega$ 电阻忽略不计,于是

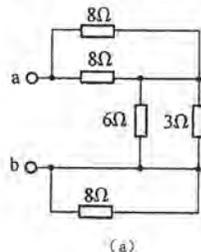
$$I \approx \frac{20}{500 + 1} = \frac{20}{500} = 0.04\text{mA}$$

对题 2.1.1 图(b),两个电阻并联,但由于 $10\Omega \ll 5\text{k}\Omega$,可将 $5\text{k}\Omega$ 忽略不计,或 $I_2 \ll I_1$,可忽略 I_2 ,于是有 $I \approx I_1$,电路近似为 10Ω 电阻与 $10\text{k}\Omega$ 电阻串联,又可将 10Ω 电阻忽略不计,这样,电路中电流

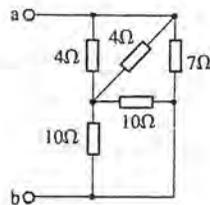
$$I = \frac{20}{10 + 5 \parallel 0.01} = \frac{20}{10 + \frac{0.05}{5 + 0.01}} = \frac{20}{10.01} \approx 2.0\text{mA}$$

2.1.2 【解题过程】 日常所用电源均为电压源,其端电压基本不变,因此电灯都是并联连接的。灯开得愈多则并联电阻数愈多,总电阻愈小。

2.1.3



(a)



(b)

题 2.1.3 图

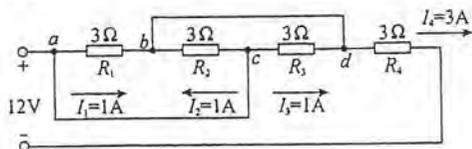
【解题过程】 题 2.1.3 图(a) 所示上两个 8Ω 电阻并联,中间 6Ω 和 3Ω 并联,所以

$$R_{ab} = 4 + 2 + 0 = 6\Omega$$

对题 2.1.3 图(b) 所示电路,两个 4Ω 电阻与两个 10Ω 电阻分别并联,然后将它们串联后再与 7Ω 电阻并联,结果总电阻

$$R_{ab} = \frac{(2+5) \times 7}{2+5+7} = 3.5\Omega$$

2.1.4



题 2.1.4 图

【解题过程】 由于 b 和 d、a 和 c 分别等电位,则重画电路图如图解 2.1.4 所示。

$$\text{则总电阻 } R = (R_1 // R_2 // R_3) + R_4 = \left(\frac{3}{3} + 3\right)\Omega = 4\Omega$$

$$\text{所以有 } I = \frac{U}{R} = \frac{12}{4} = 3A, I_4 = I = 3A$$

$$\text{于是 } I_1 = \frac{U - I_4 R_4}{R_1} = \frac{12 - 3 \times 3}{3} = 1A, I_2 = I_1 = 1A, I_3 = I_1 = 1A$$

综上,分析电阻串并联要先简化电路。

2.1.5 【解题过程】 (1) 当 $R_2 = 30k\Omega$ 时,

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{20}{(10 + 30) \times 10^3} = 0.5mA$$

$$U_1 = IR_1 = 0.5 \times 10 = 5V$$

$$U_2 = IR_2 = 30 \times 0.5 = 15V$$

(2) 当 $R_2 = \infty$ 时, $I = \frac{U}{R_1 + R_2} = 0, U_1 = U_2 = 0$ (R_1 断路)

(3) 当 $R_2 = 0$ 时, $I = \frac{U}{R_1} = \frac{20}{10 \times 10^3} = 2mA,$

$$U_2 = 0, U_1 = U = 20V$$

此种情况 R_2 被短接, R_2 上无电压无电流,如图 2.1.5 所示。

2.1.6 【解题过程】 (1) 当 S 闭合时,当滑动触点在 a 点时, $U_0 = 10V$

当触点在 c 时, $R_1 = R_2 = 0.5k\Omega$, 则 $R_2 // 2 = \frac{2 \times 0.5}{0.5 + 2} = 0.4k\Omega$

$$\text{由 } \frac{U_1}{U_0} = \frac{R_1}{0.4} = \frac{0.5}{0.4} = \frac{5}{4}, \text{ 则 } U_0 = \frac{4}{9} \times 10 = 4.44V$$

当触点在 b 时, $2k\Omega$ 电阻被短接, $U_0 = 0V$

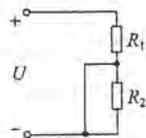


图 2.1.5

综上,闭合时,在 a 时, $U_0 = 10V$; 在 b 时, $U_0 = 0V$; 在 c 时, $U_0 = 4.44V$ 。

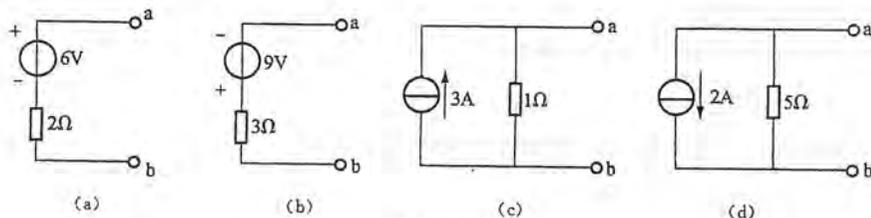
(2) 当 S 断开时,在 a 时, $U_0 = 10V$; 在 b 时, $U_0 = 0V$; 在 c 时, $U_0 = 5V$ 。 $\left(\frac{U_1}{U_0} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{1}\right)$

2.1.7 【解题过程】 当 S 闭合后, $\frac{R_1}{R_2} = \frac{U_1}{U_0} = \frac{U_1}{2}$, 而 $U_1 + U_0 = 10V$

$$\text{则 } U_1 = 10 - 2 = 8V, \text{ 那么 } \frac{R_1}{R_2} = \frac{8}{2} = \frac{4}{1}$$

因 $R_P = 1k\Omega$, 所以 $R_1 = \frac{4}{5}R_P = 0.8k\Omega, R_2 = 0.2k\Omega$ 。

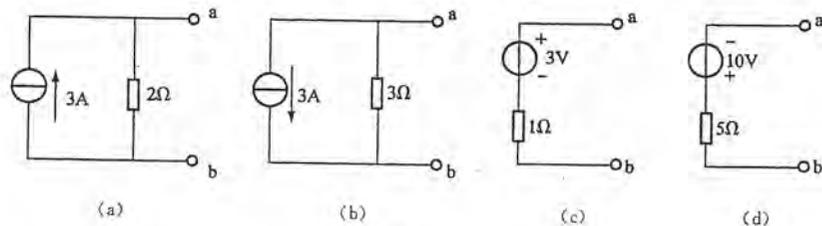
2.3.1



题 2.3.1 图

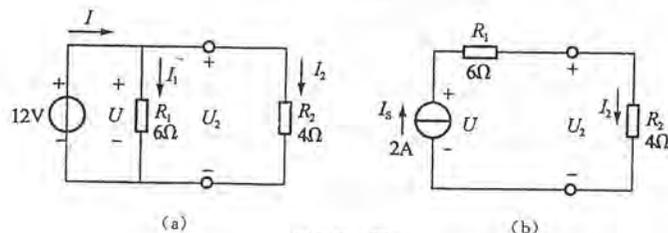
【解题过程】 对题 2.3.1 图(a) 和题 2.3.1 图(b), 根据诺顿定理 $I_s = \frac{E}{R_0}$ 求等效电流源的源电流, 对题 2.3.1 图(c) 和(d), 根据 $E = I_s R_0$ 求等压源的电动势(或称源电压 U_s)。注意: 变换前后, ab 端电压方向不变。

等效图分别如图解 2.3.1(a)、(b)、(c) 和(d) 所示。



图解 2.3.1

2.3.2



题 2.3.2 图

【解题过程】(1) R_1 不是电源的内阻,因为在题 2.3.2 图(a)、(b)中 R_1 分别与恒压源并联,恒流源串联。

(2) 对题 2.3.2 图(a): $U_2 = U = 12V$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{12}{4} = 3A$$

对题 2.3.2 图(b): $I_2 = I_S = 2A$

$$U_2 = I_2 R_2 = 2 \times 4 = 8V$$

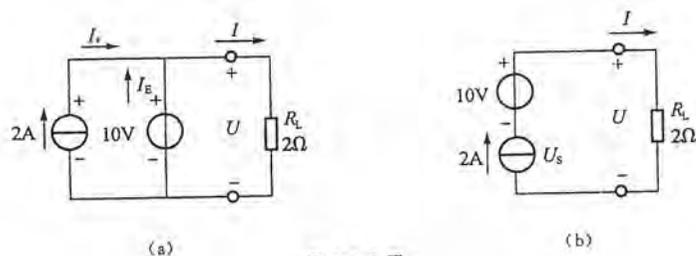
(3) 由(2)可知, I_2 、 U_2 和 R_1 , 改变 R_1 对 I_2 和 U_2 均无影响。

(4) 对题 2.3.2 图(a): $I = \frac{U}{R_1} + I_2 = \frac{12}{6} + 3 = 5A$

对题 2.3.2 图(b): $U = I_S R_1 + U_2 = 2 \times 6 + 8 = 20V$

(5) 改变 R_1 对(4)中的 I 和 U 均有影响, R_1 增大则 I 减小, U 增大。

2.3.3



题 2.3.3 图

【解题过程】

(1) 方向如图,对题 2.3.3 图(a)

$$I = \frac{U}{R_L} = \frac{10}{2} = 5A, U = 10V$$

对题 2.3.3 图(b)

$$I = 2A, U = IR_L = 2 \times 2 = 4V$$

显然,题 2.3.3 图(a)中除去与理想电压源并联的电流源,对计算结果无任何影响;题 2.3.3 图

(b)中除去与理想电流源串联的理想电压源,对计算结果无也任何影响。

(2) 对题 2.3.3 图(a),理想电压源中电流为

$$I_E = I - I_S = 5 - 2 = 3A$$

方向由“+”端流出,所以两个理想电源均为电源。

对题 2.3.3 图(b),理想电流源端电压为

$$U_S = U - 10 = 4 - 10 = -6V$$

参考方向为上端“+”,下端“-”。由于 10V 电压源中电流、电压方向匹配,因此该电源作为负载。

(3) 对题 2.3.3 图(a)

$$P_E = EI_E = 10 \times 3 = 30W(\text{电源})$$

$$P_S = I_S U_S = 2 \times 10 = 20W(\text{电源})$$

$$P_{R_L} = IU = 5 \times 10 = 50W(\text{负载})$$

因此 $P_E + P_S = P_{R_L}$

对题 2.3.3 图(b)

$$P_E = EI_S = 10 \times 2 = 20W(\text{电源})$$

$$P_S = U_S I_S = -6 \times 2 = -12W(\text{负载})$$

$$P_{R_L} = UI = 4 \times 2 = 8W(\text{负载})$$

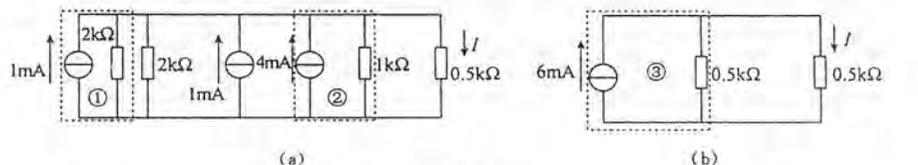
因此 $P_E + P_S = P_{R_L}$ 或 $P_E = P_{R_L} + (-P_S)$

2.3.4 【解题过程】 变换过程图如图:

(1) 在题 2.3.4 图中的 2V 电压源与 2kΩ 电阻串联等效于题 2.3.4 图(a)中 ① 区域中 1mA 电流源与 2kΩ 电阻并联,同理题 2.3.4 图中的 4V 电压源与 1kΩ 电阻串联等效于题 2.3.4 图(a)中 ② 区域中 4mA 电流源与 1kΩ 电阻并联。

$$R' = (2 \parallel 2 \parallel 1)k\Omega = 0.5k\Omega$$

$$I_S = 1 + 1 + 4 = 6mA$$



题 2.3.4 图

(2) 由图解 2.3.4(a),可画出其等效电路图图解 2.3.4(b)

(3) 与(1)同理,图解 2.3.4(c)中 ④ 区域电路等效于图解 2.3.4(b)中 ③ 区域电路,即如图解 2.3.4(c)所示 3V 电压源与 2 个 0.5kΩ 的电阻串联。

$$\text{综上所述, } I = \frac{3}{(0.5 + 0.5) \times 10^3} = 3mA.$$

(c) 图解 2.3.4

2.4.1 【解题过程】 对于题 2.4.1 图所示的电路,由基尔霍夫电压定律,左边网孔

$$E_1 = R_1 I_1 + R_3 I_3$$

$$\text{右边网孔 } E_2 = R_2 I_2 + R_3 I_3$$

$$\text{外网孔 } E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2$$

这三个回路电压方程并不是独立的,第三个方程可由前两个方程相减得到,故由这三个方程无法求出三个支路电流。

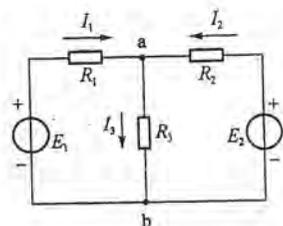
本题可由 Y-Δ 变换电路来计算,有兴趣的同学可以尝试。

2.4.2 【解题过程】 根据题 2.4.1 的分析,并有 $U_{ab} = I_3 R_3$, 可知上述 4 个式子中只有第 4 式

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2}$$

是正确的,其余都是错误的。

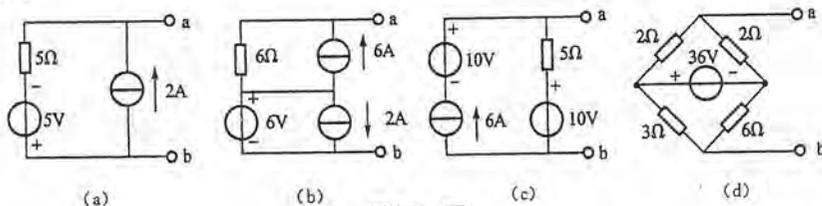
2.4.3 【解题过程】 支路电流法是以各支路电流作未知量,列出相应的独立方程组,求解出各支路电流后,再求各元件的电压和功率,其步骤如下:



题 2.4.1 图

- (1) 分析电路有几条支路,几个结点和几个回路。
- (2) 标出各支路电流的参考方向。
- (3) 根据基尔霍夫电流定律列出 $(n-1)$ 个独立结点电流方程式。
- (4) 根据基尔霍夫电压定律列出 $[b-(n-1)]$ 个独立回路电压方程式。
- (5) 联立求解方程组,求得各支路电流,若电流数值为负,说明电流实际方向与标定的参考方向相反。
- (6) 用非独立的结点电流方程验算结果是否正确,或用非独立的回路电压方程验算,也可用功率平衡关系进行验算。

2.7.1



题 2.7.1 图

【解题过程】 对题 2.7.1 图(a) 所示电路,重画题 2.7.1 图(a) 如图 2.7.1A(a) 所示。

(1) 用诺顿定理:先将图解 2.7.1A(a) 中 R_0, U_0 支路转化为电流源,然后交替使用戴氏定理和诺顿定理,如图解 2.7.1A(b)、(c) 所示,可以求出等效电流源。

$$I_s = 2 - \frac{5}{5} = 1A$$

等效内阻 $R_0 = 5\Omega$

(2) 用戴维宁定理,如图解 2.7.1A(d) 所示 $U_s = I_s \cdot R_0 = 1 \times 5 = 5V$

等效内阻 $R_0 = 5\Omega$

画二者等效电路图如图解 2.7.1A(e) 所示。

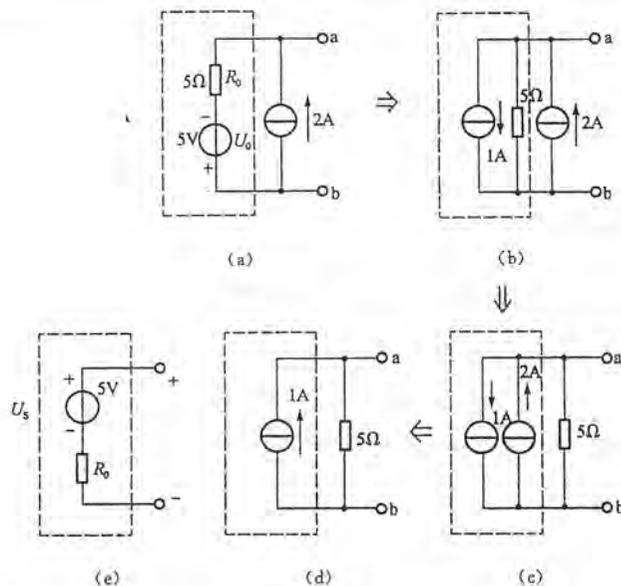
对题 2.7.1 图(b) 所示电路,重画题 2.7.1 图(b) 如图解 2.7.1B(a) 所示。

(1) 用戴维宁定理:首先对 6A 电流源进行戴维宁等效,如图解 2.7.1B(b) 所示。

故 $U'_s = 6 \times 6 = 36V$

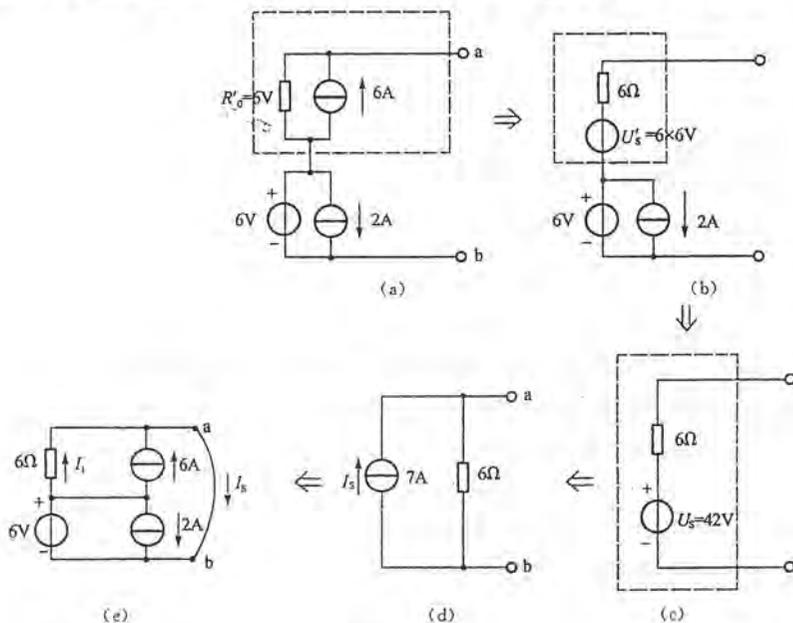
由于 $U_s = U'_s + 6 = 6 \times 6 + 6 = 42V$

等效内阻 $R_0 = 6\Omega$,等效电路图如图解 2.7.1B(c) 所示。



图解 2.7.1A

注意:该题中 2A 恒流源与 6V 恒压源并联,对 a、b 两端的负载无影响,可以去掉。



图解 2.7.1B

(2) 用诺顿定理:对题 2.7.1 图(b) 进行分析,交替使用诺顿定理和戴维宁定理可得电路如图解 2.7.1B(d) 所示,故有

$$I_s = \frac{U_s}{R_0} = \frac{42}{6} = 7A \quad \text{等效内阻} \quad R_0 = 6\Omega$$

画二者等效电路如图解 2.7.1B(e) 所示。

对题 2.7.1 图(c) 所示电路,重画题 2.7.1 图(c),如图解 2.7.1C(a) 所示。

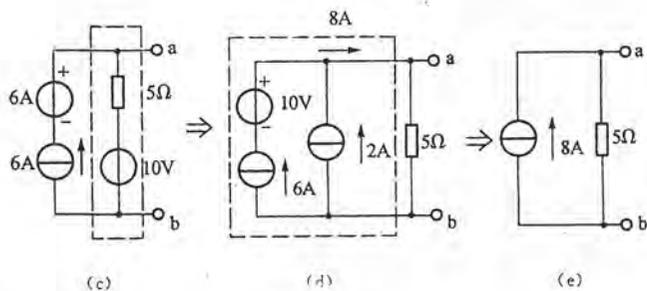
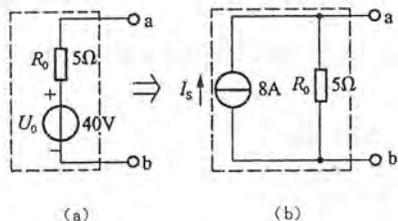
(1) 用戴维宁定理:求开路电压

$$U_0 = 6 \times 5 + 10 = 40V \quad \text{等效内阻} \quad R_0 = 5\Omega$$

(2) 用诺顿定理:将 a, b 两端短路,求短路电流

$$I_s = 6 + \frac{10}{5} = 8A$$

等效内阻 $R_0 = 5\Omega$ 。画等效电路图如图解 2.7.1C(b) 所示,或用直接法可变换得到相同结果(如图解 2.7.1C(c)、(d)、(e) 所示)。



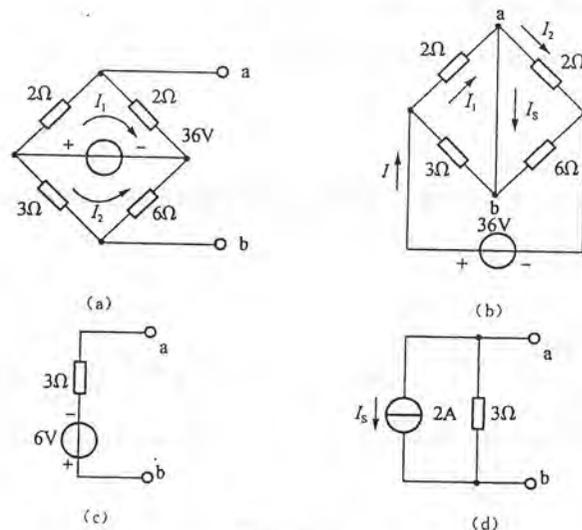
图解 2.7.1C

对题 2.7.1 图(d) 所示电路,由于电路较复杂,不宜用直接法。

(1) 用戴维宁定理:求开路电压,重画电路如图解 2.7.1D(a) 所示。

$$U_0 = I_1 \times 2 - I_2 \times 6 = \frac{36}{2+2} \times 2 - \frac{36}{3+6} \times 6 = 6V$$

$$\text{等效内阻} \quad R_0 = \frac{2 \times 2}{2+2} + \frac{3 \times 6}{3+6} = 3\Omega$$



图解 2.7.1D

(2) 用诺顿定理,将 a, b 两端短路,电路如图解 2.7.1D(b) 所示。

$$I = \frac{36}{2 // 3 + 2 // 6} = \frac{36}{\frac{2 \times 3}{2+3} + \frac{2 \times 6}{2+6}} = \frac{40}{3}A$$

因此可以得到

$$I_1 = \frac{3}{2+3} \times \frac{40}{3} = 8A$$

$$I_2 = \frac{6}{2+6} \times \frac{40}{3} = 10A$$

所以

$$I_s = I_1 - I_2 = 8 - 10 = -2A$$

等效内阻 $R_0 = 3\Omega$ 。

画二者等效电路如图解 2.7.1D(c)、(d) 所示。

2.7.2 【解题过程】 方法一:定义法:(1) 用戴维宁定理求解:将 $8k\Omega$ 电阻断开,开路电压:

$$U_0 = \frac{36}{12+6} \times 6 = 12V$$

等效内阻为

$$R_0 = \frac{12 \times 6}{12+6} = 4k\Omega$$

等效电路如图解 2.7.2A(a) 所示,由此可求 $8k\Omega$ 电阻中的电流

$$I = \frac{U_0}{R_0 + 8} = \frac{12}{4 + 8} = 1\text{mA}$$

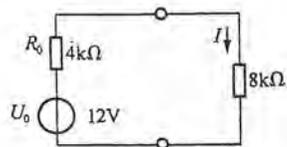
(2) 用诺顿定理求解: 将 $8\text{k}\Omega$ 电阻短路, 短路电流

$$I_s = \frac{36}{12} = 3\text{mA}$$

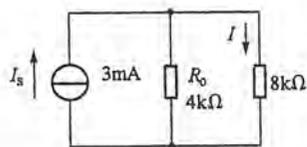
等效内阻为 $R_0 = 4\text{k}\Omega$

画等效电路如图解 2.7.2A(b) 所示, 由此可用分流公式求出 $8\text{k}\Omega$ 电阻中的电流

$$I = \frac{4}{4 + 8} \times 3 = 1\text{mA}$$



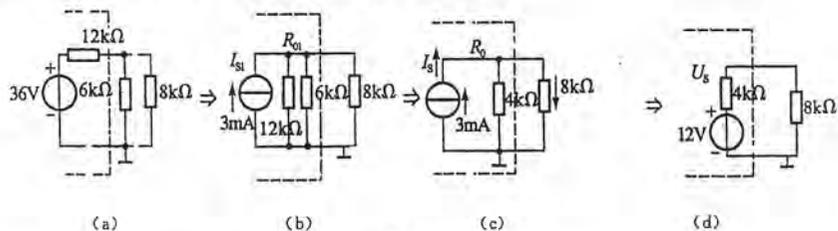
(a)



(b)

图解 2.7.2A

方法二: 直接法求等效电源, 如图解 2.7.2B 所示。



图解 2.7.2B

(1) 对 36V 电压源支路进行诺顿等效, 如图解 2.7.2B(b) 所示。

等效电流源 $I_{s1} = \frac{36}{12} = 3\text{mA}$

等效电阻 $R_{01} = 12\text{k}\Omega$

将 $6\text{k}\Omega$ 的电阻作为电源内阻, 则 $R_0 = 12 // 6 = 4\text{k}\Omega$

故可得诺顿等效电路如图解 2.7.2B(c) 所示。

于是负载电流 $I = \frac{4}{4 + 8} I_s = \frac{1}{3} I_s = 1\text{mA}$

(2) 由图解 2.7.2B(c) 可直接得到戴维宁等效电路, 如图解 2.7.2B(d) 所示。

等效电压源 $U_s = I_s \times R_0 = 3 \times 4 = 12\text{V}$

故负载电流 $I = \frac{U_s}{4 + 8} = \frac{12}{12} = 1\text{mA}$

2.7.3 【解题过程】(1) 重画例图 2.7.1 的电路图, 如图解 2.7.3A 所示。将已知数据标明在图上, 并将 a、b 两点用短路线连接, 求短路电流 I_s 。

对结点 a: $I_s = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} = \frac{140}{20} + \frac{90}{5} = 25\text{A}$

$$U_{ab} = \frac{5}{20 + 5} \times (140 - 90) + 90 = 100\text{V}$$

开路电压 $U_0 = 100\text{V}$, 故

$$R_0 = \frac{U_0}{I_s} = \frac{100}{25} = 4\Omega$$

结果与例 2.7.1 中一样。

(2) 重画例图 2.7.2 的电路图如图解 2.7.3B(a) 所示, 求短路电流 I_s ; 设 a、b 之间短路, 其上电流为 I_s , 方向如图所示。

由于 ab 短路后, R_1 、 R_3 并联, R_2 、 R_4 并联, 然后二者串联, 于是 $R_{\text{外}} = R_1 // R_3 + R_2 // R_4$, 如图解 2.7.3B(b) 所示。

由全电路欧姆定律 $E = IR$, 于是有

$$\begin{aligned} I &= \frac{E}{R_1 // R_3 + R_2 // R_4} \\ &= \frac{E}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}} \\ &= \frac{12}{\frac{5 \times 10}{5 + 10} + \frac{5 \times 5}{5 + 5}} = \frac{72}{35}\text{A} \end{aligned}$$

由并联电路分流公式:

$$I_3 = \frac{R_1}{R_1 + R_3} \times I = \frac{5}{5 + 10} \times \frac{72}{35} = \frac{24}{35}\text{A}$$

$$I_4 = \frac{R_2}{R_2 + R_4} \times I = \frac{5}{5 + 5} \times \frac{72}{35} = \frac{36}{35}\text{A}$$

对于结点 b, 由 KCL 定律:

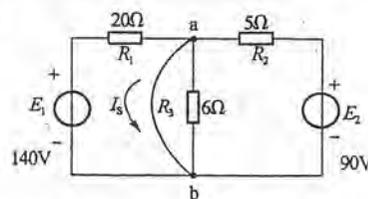
$$I_s + I_3 = I_4$$

$$I_s = I_4 - I_3 = \frac{36}{35} - \frac{24}{35} = \frac{12}{35}\text{A}$$

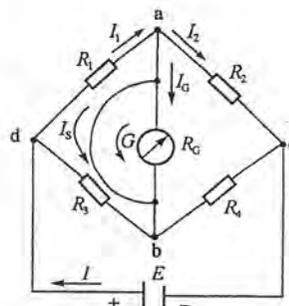
然后求开路电压: a、b 开路时

$$U_a = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{5}{5 + 5} \times 12 = 6\text{V}$$

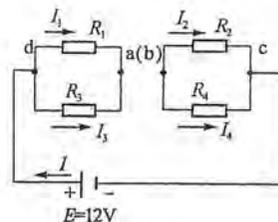
$$U_b = \frac{R_4}{R_3 + R_4} E = \frac{5}{10 + 5} \times 12 = 4\text{V}$$



图解 2.7.3A



(a)



(b)

图解 2.7.3B

所以,开路电压

$$U_0 = U_{ab} = U_a - U_b = 6 - 4 = 2V$$

$$\text{故 } R_0 = \frac{U_0}{I_s} = \frac{2}{\frac{12}{35}} = \frac{35}{6} \approx 5.83\Omega$$

结果与例 2.7.2 中一样。

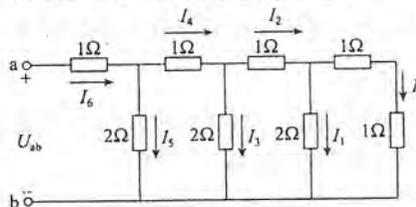
2.3 课后习题全解

A 选择题

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 2.1.1 (1) | 2.1.2 (1) | 2.1.3 (3) | 2.1.4 (2) |
| 2.1.5 (2) | 2.1.6 (3) | 2.1.7 (2) | 2.3.1 (2) |
| 2.3.2 (2) | 2.3.3 (1) | 2.3.4 (3) | 2.5.1 (2) |
| 2.6.1 (3) | 2.6.2 (2) | 2.7.1 (3) | 2.7.2 (1) |

B 基本题

2.1.8 在题 2.1.8 图所示电路中,试求等效电阻 R_{ab} 和电流 I , 已知 U_{ab} 为 16V。



题 2.1.8 图

【知识点窍】 等效电阻、电阻的串并联相关知识。

【解题过程】 支路电流标识如图所示,分别为 $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$;

由电阻串并联知: $R_{ab} = \{[(1+1)112+1]+1\}112+1 = 2\Omega$

由并联电压相等 $2I_1 = 2I$, 则 $I_1 = I, I_2 = I_1 + I = 2I$

而 $2I_3 = I_2 \times 1 + 2I_1 = 2I + 2I = 4I$, 则 $I_3 = 2I$

同理, $I_4 = I_3 + I_2 = 4I, 2I_5 = I_4 + 2I_3 = 4I + 4I = 8I$, 则 $I_5 = 4I$

$I_6 = I_5 + I_4 = 8I$, 则 $U_{ab} = I_6 \times 1 + 2 \times I_5 = 8I + 8I = 16I = 16V$, 即 $I = 1A$

所以, $R_{ab} = 2\Omega, I = 1A$

2.1.9 题 2.1.9 图所示是一衰减电路,共有四挡,当输入电压 $U_1 = 16V$ 时,试计算各挡输出电压 U_2 。

【知识点窍】 电阻的串、并联。

【逻辑推理】 由于电阻的实际数值与所示数值可能存在 5% 的误差,所以实际计算中,只要估计即可。

【解题过程】 用工程近似算法,接触在不同挡时的等效电路如图解 2.1.9 所示。

由分压公式: 当在 d 挡时,

$$U_2 = U_d = \frac{5}{45+5} \times U_c = \frac{1}{10} U_c$$

$$\text{在 c 挡时, } U_2 = U_c = \frac{5.5 // 50}{45+5.5 // 50} U_b \approx \frac{1}{10} U_b$$

$$\text{在 b 挡时, } U_b = \frac{5.5 // [45+5.5 // 50]}{45+5.5 // [45+5.5 // 50]} U_a$$

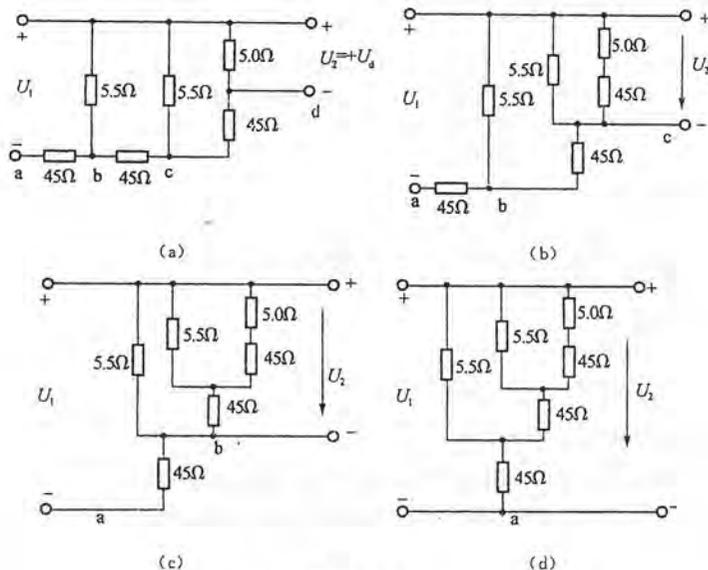
$$\approx \frac{1}{10} U_a$$

在 a 挡时, $U_a = U_1 = 16V$

所以,将数据反向代入以上各式,可得 $U_b \approx \frac{16}{10} = 1.6V$

$$U_c \approx \frac{1.6}{10} = 0.16V$$

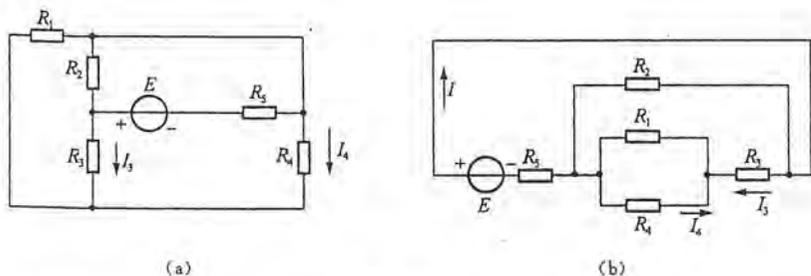
$$U_d = \frac{0.16}{10} = 0.016V$$



图解 2.1.9

即: 对 a 点 $U_2 = 16V$, 对 b 点 $U_2 = 1.6V$, 对 c 点 $U_2 = 0.16V$, 对 d 点 $U_2 = 0.016V$, 依次衰减为原来的 $\frac{1}{10}$ 。

2.1.10 在题 2.1.10 图(a)的电路中, $E = 6\text{V}$, $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 3\Omega$, $R_5 = 1\Omega$. 试求 I_3 和 I_4 .



题 2.1.10 图

【知识点窍】 电阻的串联、并联, 欧姆定律。

【逻辑推理】 题 2.1.10 图(a) 所示电路中只有一个电压源, 属于简单电路, 可用电阻串、并联等效变换法求解, 学习判断串并联的方法, 如题 2.1.10 图(b) 所示。

【解题过程】 设电源电流为 I , 参考方向与电源电动势一致, 则有

$$I = \frac{E}{R_5 + R_2 // (R_3 + R_1 // R_4)}$$

$$\text{即有 } I = \frac{E}{R_5 + \frac{R_2 \times (R_3 + \frac{R_1 \times R_4}{R_1 + R_4})}{R_2 + R_3 + \frac{R_1 \times R_4}{R_1 + R_4}}} = \frac{6}{1 + \frac{3 \times (4 + \frac{6 \times 3}{6 + 3})}{3 + 4 + \frac{6 \times 3}{6 + 3}}} = 2\text{A}$$

用分流公式可求得电流 I_3

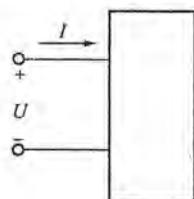
$$I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3 + \frac{R_1 \times R_4}{R_1 + R_4}} \times I = \frac{3}{3 + 4 + \frac{6 \times 3}{6 + 3}} \times 2 = \frac{2}{3}\text{A}$$

再用分流公式可求得 I_4

$$I_4 = -\frac{R_1}{R_1 + R_4} \times I_3 = -\frac{6}{6 + 3} \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{9}\text{A}$$

I_4 参考方向与实际方向相反, 故为负值。

2.1.11 有一无源二端电阻网络(如题 2.1.11 图所示), 通过实验测得: 当 $U = 10\text{V}$ 时, $I = 2\text{A}$; 并已知该电阻网络由四个 3Ω 的电阻构成, 试问这四个电阻是如何连接的?



题 2.1.11 图

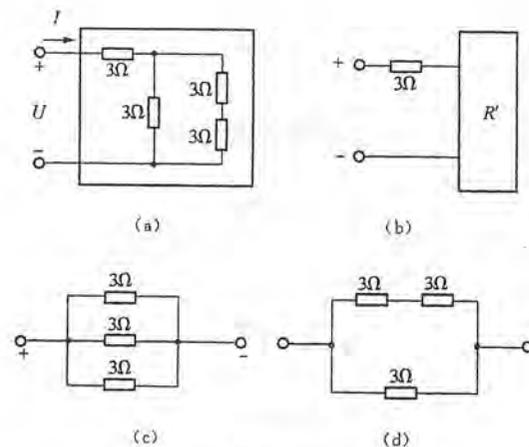
【知识点窍】 欧姆定律, 二端网络的定义。

【逻辑推理】 因为电阻个数较少, 故可用假设法与分配方法相结合, 如下解题过程所示。

【解题过程】 方法一: 据题意 $U = 10\text{V}$, $I = 2\text{A}$, 则该电阻网络的输入电阻为

$$R = \frac{U}{I} = \frac{10}{2} = 5 = 3 + 2 = (3 + 3 // 6)\Omega$$

即为 3Ω 与 2Ω 的串联, 而 3Ω 与 6Ω 并联时电阻为 2Ω , 所以该网络的内部连接方法如图解 2.1.11(a) 所示。



图解 2.1.11

方法二: 排除法, 由已知条件: $U = 10\text{V}$, $I = 2\text{A}$, 可以得网络输入电阻为

$$R = \frac{U}{I} = 5\Omega$$

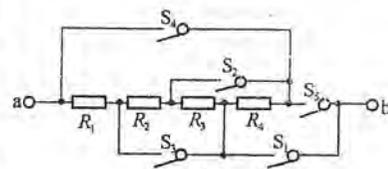
如果有两个 3Ω 串联, 那么总电阻 $R = 6\Omega > 5\Omega$, 不可能; 如果没有串联电阻, 即全是并联, 由并联定义可知, 总电阻 $R < 3\Omega$, 即任意一条支路电阻, 所以亦不可能。

于是, 必定有一个串联电阻为 3Ω , 即

$R' = 2\Omega$, 如图解 2.1.11(b) 由 3 个 3Ω 组成, 所以只有并联为以下几种形式, 如图解 2.1.11(c)、(d)。 $R' = 1\Omega$ 或 $R' = 6 // 3 = 2\Omega$ 满足条件。

所以, 4 个电阻的连接方式如图解 2.1.11(a) 所示。

2.1.12 题 2.1.12 图所示的是直流电动机的一种调速电阻, 它由四个固定电阻串联而成, 利用几个开关的闭合或断开, 可以得到多种电阻值。设四个电阻都是 1Ω , 试求在下列三种情况下 a、b 两点间的电阻值: (1) S_1 和 S_5 闭合, 其他断开; (2) S_2 , S_3 和 S_5 闭合, 其他断开; (3) S_1 , S_3 和 S_4 闭合, 其他断开。



题 2.1.12 图

【知识点窍】 电阻的串联、并联。

【逻辑推理】 弄清楚在开关闭合时, 电阻之间的串、并联关系, 此题就很简单。

【解题过程】 (1) S_1 和 S_5 闭合时, R_4 短路, R_1 , R_2 , R_3 串联, 故有

$$R_{ab} = R_1 + R_2 + R_3 = 1 + 1 + 1 = 3\Omega$$

(2) S_2, S_3 和 S_5 闭合时, R_2, R_3, R_4 并联后与 R_1 串联, 故有

$$R_{ab} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}} = \frac{4}{3} \approx 1.33 \Omega$$

(3) 当 S_1, S_3 和 S_4 闭合时, R_2 和 R_3 短路, R_1 和 R_4 并联, 故有

$$R_{ab} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} = \frac{1 \times 1}{1 + 1} = 0.5 \Omega$$

2.1.13 在题 2.1.13 图中, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 300 \Omega, R_5 = 600 \Omega$. 试求开关 S 断开和闭合时 a 和 b 之间的等效电阻。

【逻辑推理】此题较为简单, 只要弄清电阻之间串、并联的关系即可。

【解题过程】如图解 2.1.13(a), 当开关 S 断开时, R_1 与 R_3 串联后与 R_5 并联, R_2 与 R_4 串联后再与 R_5 并联, 故有

$$\begin{aligned} R_{ab} &= R_5 \parallel (R_1 + R_3) \parallel (R_2 + R_4) \\ &= \frac{1}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_2 + R_4}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{600} + \frac{1}{300 + 300} + \frac{1}{300 + 300}} \\ &= 200 \Omega \end{aligned}$$

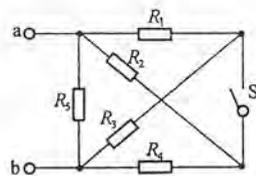
如图解 2.1.13(b), 当开关 S 闭合时, R_1 与 R_2 并联, R_3 与 R_4 并联, 然后二者串联后再与 R_5 并联, 故有

$$\begin{aligned} R_{ab} &= (R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4) \parallel R_5 \\ &= \frac{1}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2 \parallel R_1 + R_4 \parallel R_3}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{600} + \frac{1}{\frac{300 \times 300}{300 + 300} + \frac{300 \times 300}{300 + 300}}} = 200 \Omega \end{aligned}$$

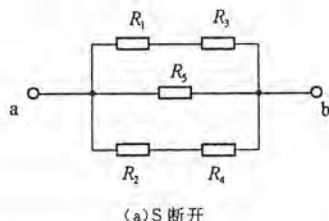
2.1.14 图题 2.1.14 图所示的是用变阻器 R 调节直流电机励磁电流 I_f 的电路, 设电机励磁绕组的电阻为 315Ω , 其额定电压为 220V , 如果要求励磁电流在 $0.35 \sim 0.7 \text{A}$ 的范围内变动, 试在下列三个变阻器中选择一个合适的: (1) $1000 \Omega / 0.5 \text{A}$; (2) $200 \Omega / 1 \text{A}$; (3) $350 \Omega / 1 \text{A}$ 。

【知识点窍】欧姆定律。

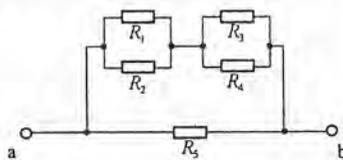
【逻辑推理】根据 $U = IR$, 由 I_f 在 $0.35 \sim 0.7 \text{A}$, 可知电机上的压降范围, 再求 R 上的分压和电流范围。



题 2.1.13 图

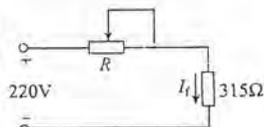


(a) S 断开



(b) S 闭合

图解 2.1.13



题 2.1.14 图

【解题过程】 $U_{fmin} = 0.35 \times 315 = 110.25 \text{V}$

$$U_{fmax} = 0.7 \times 315 = 220.5 \text{V}$$

所以, R 上分压为 $0 \leq U_R \leq 220 - 110.25 = 109.75 \text{V}$

$$U_{Rmax} \approx 110 \text{V 时}, I_f = I_{fmin} = 0.35 \text{A}, R_{max} \approx \frac{110}{0.35} = 314 \Omega, R_{min} = 0$$

而 $I_{fmax} = 0.7 \text{A} > 0.5 \text{A}$, 则应选(3)。

2.1.15 题 2.1.15 图所示的是由电位器组成的分压电路, 电位器的电阻 $R_P = 270 \Omega$, 两边的串联电阻 $R_1 = 350 \Omega, R_2 = 550 \Omega$. 设输入电压 $U_1 = 12 \text{V}$, 试求输出电压 U_2 的变化范围。

【逻辑推理】由电阻分压性质可知, 当 R_P 的滑动触头在最下方时, U_2 取得最小值, 触头在最上方时, U_2 取得最大值。学习滑动变阻器以及串联的分压作用。

【解题过程】 U_2 最低值为

$$\begin{aligned} U_{2min} &= \frac{R_2}{R_1 + R_P + R_2} U_1 \\ &= \frac{550}{350 + 270 + 550} \times 12 \approx 5.64 \text{V} \end{aligned}$$

U_2 的最高值为

$$\begin{aligned} U_{2max} &= \frac{R_P + R_2}{R_1 + R_P + R_2} U_1 \\ &= \frac{270 + 550}{350 + 270 + 550} \times 12 \approx 8.41 \text{V} \end{aligned}$$

或者用欧姆定律: 电路的总电流

$$I = \frac{U_1}{R_1 + R_2 + R_P} = 1.02 \text{mA}$$

当 R_P 在最下端时

$$U_{2min} = IR_2 = 1.02 \times 550 \times 10^{-3} \approx 5.6 \text{V}$$

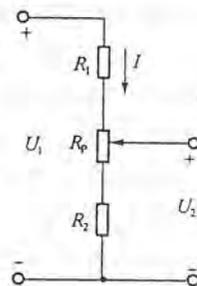
当 R_P 在最大端时

$$U_{2max} = I(R_2 + R_P) = 1.02 \times (550 + 270) \times 10^{-3} \approx 8.4 \text{V}$$

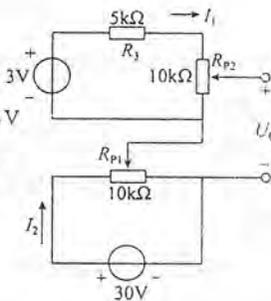
2.1.16 题 2.1.16 图所示是一直流电压信号输入电路, 调节电位器 R_{P1} (粗调) 和 R_{P2} (细调) 滑动触点的位置即可改变输出电压 U_0 的大小, 试分析:

(1) 调节 R_{P1} 和 R_{P2} , 电压 U_0 的变化范围是多少?

(2) 当 R_{P1} 的滑动触点在中点位置, 调节 R_{P2} 时电压 U_0 的变化范围又是多少?



题 2.1.15 图



题 2.1.16 图

【知识点窍】 欧姆定律 $U = IR$, 基尔霍夫定律。

【逻辑推理】 分别求两电阻变化的范围。

【解题过程】 (1) $I_1 = \frac{3V}{(10+5)k\Omega} = 0.2mA, I_2 = \frac{30V}{10k\Omega} = 3mA$

则 $U_{Omax} = 10I_1 + 10I_2 = 32V, U_{Omin} = 0V$, 所以 U_O 变化范围 $0 \sim 32V$

(2) 当 R_{P1} 的滑动触点在中间位置, $U_2 = I_2 R_{P1} = 3 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^3 V = 15V$

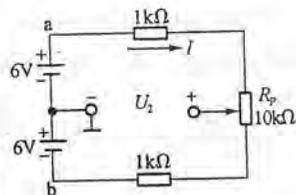
而 R_{P2} 的电压变化范围是 $0 \sim 2V$, 所以调节 R_{P2} 时, 电压 U_O 的变化范围是 $15 \sim 17V$ 。

2.1.17 试用两个 6V 的直流电源、两个 $1k\Omega$ 的电阻和一个 $10k\Omega$ 的电位器连成调压范围为 $-5V \sim +5V$ 的调压电路。

【知识点窍】 基尔霍夫电压定律 $E = IR$ 。

【逻辑推理】 引入电位器, 就是引入了滑动变阻器, 可利用接入电路的阻值的不同即改变相应的电压大小, 得到调压电路。

【解题过程】 电路图如图解 2.1.17 所示, 将两个电源串联后中间接地, 每个电源串联一个 $1k\Omega$ 电阻, 将电位器 $R_P = 10k\Omega$ 串联在两个 $1k\Omega$ 电阻之间, 由电位器滑动触点与接地点引出电压 $U_2, U_1 = 6V, U_b = -6V$ 。电路总电流为 $I = \left(\frac{6+6}{1+10+1}\right) mA = 1mA$ 。



图解 2.1.17

当滑动触点在电位器上端时

$$U_a = U_2 + I \times 1k$$

$$U_2 = U_a - I \times 1k = 6 - 1 = 5V$$

当滑动触点在电位器下端时

$$U_b = U_2 - I \times 1k$$

$$U_2 = U_b + I \times 1k = 1 \times 1 - 6 = -5V$$

当滑动触点在电位器中间时 $U_2 = 0$ 。

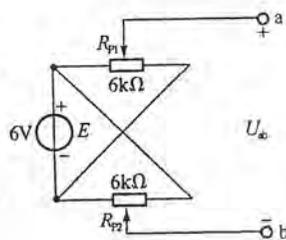
2.1.18 在题 2.1.18 图所示的电路中, R_{P1} 和 R_{P2} 是同轴电位器, 试问当活动触点 a、b 移到最左端、最右端和中间位置时, 输出电压 U_a 各为多少伏?

【知识点窍】 电阻的串联。

【逻辑推理】 串联电路的分压作用的学习, 电阻之比和电压之比相等。

【解题过程】 同轴电位器的两个电位器的活动触点固定在同一转轴上, 转动转轴时两个活动触点同时左移或右移。

1) 当活动触点 a、b 在最左端时, a 点与电源正极相接, b 点与电源负极相接, 故 $U_{ab} =$



题 2.1.18 图

$E = +6V$ 。

2) 当活动触点在最右端时, a 点接电源负极, b 点接电源正极, 故 $U_{ab} = -E = -6V$ 。

3) 当活动触点 a、b 在中间位置时, 两点电位相等, $U_{ab} = 0$ 。

2.1.19 一只 $110V/8W$ 的指示灯, 现在要接在 $380V$ 的电源上, 问要串联多大阻值的电阻? 该电阻应选用多大瓦数的?

【知识点窍】 功率公式 $P = UI = I^2 R$, 欧姆定律 $U = IR$ 。

【解题过程】 由已知额定值, 求出额定指示灯电流 I_N 及电阻 R_N ,

$$I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{8}{110} \approx 0.073A$$

$$R_N = \frac{U_N^2}{P_N} = \frac{(110)^2}{8} = 1512.5\Omega$$

串入电阻 R 使用 $380V$ 电源时, 指示灯两端电压仍维持 $U_N = 110V$ 工作, 则

$$R = \frac{U_O - U_N}{I_N} = \frac{380 - 110}{0.073} \approx 3710\Omega$$

该电阻工作电流 $I_N = 0.073A$, 故额定功率

$$P_N = I_N(U_O - U_N) = 0.073 \times (380 - 110) \approx 19.6W$$

因此, 可选用额定值 $3.7k\Omega, 20W$ 的电阻。

2.1.20 有两只电阻, 共额定值分别为 $40\Omega/10W$ 和 $200\Omega/40W$, 试问它们允许通过的电流是多少? 如将两者串联起来, 其两端最高允许电压可加多大? 如将两者并联起来, 允许流入的最大电流为多少?

【知识点窍】 功率公式及其相关应用。

【解题过程】 设两只电阻电流分别为 I_{N1} 和 I_{N2} , 功率分别为 P_{N1}, P_{N2} , 令 $R_1 = 40\Omega, R_2 = 200\Omega$, 由 $P_N = I_N^2 R$ 推出

$$I_{N1} = \sqrt{\frac{P_{N1}}{R_1}} = \sqrt{\frac{10}{40}} = 0.5A, I_{N2} = \sqrt{\frac{P_{N2}}{R_2}} = \sqrt{\frac{40}{200}} = 0.447A$$

R_1 允许通过的电流为 $0.5A, R_2$ 允许通过的电流为 $0.447A$, 当 R_1, R_2 串联, 允许通过的电流为 I_{N2} , 故其两端最高允许电压

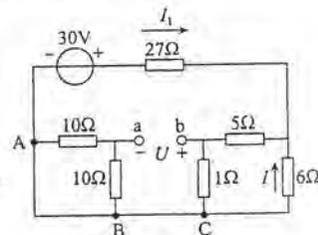
$$U = (R_1 + R_2) I_{N2} = (40 + 200) \times 0.447 \approx 107V$$

2.1.21 如题 2.1.21 图所示电路中的电流 I 和电压 U 。

【知识点窍】 欧姆定律 $U = IR$, 电阻的串、并联。

【解题过程】 由图知电路的总电阻 $R = 27 + (6 // 6) + 0 = 27 + 3 = 30\Omega$

$$\text{得出 } I_1 = \frac{30}{30} = 1A$$



题 2.1.21 图

而 $I = -\frac{I_1}{2} = -0.5A$

其中, A、B、C 三点等电位, 则 $U = U_{bc} = 1 \times (\frac{I}{2}) = 1 \times 0.5 = 0.5V$

所以 $I = -0.5A, U = 0.5V$

2.3.5 在题 2.3.5 图所示的电路中, 求各理想电流源的端电压、功率及各电阻上消耗的功率。

【知识点窍】 基尔霍夫电流定律 $\sum I = 0$, 基尔霍夫电压定律 $\sum E = \sum (IR)$, 功率公式 $P = UI = I^2R$, 也可利用戴维宁等效方法求解。

【逻辑推理】 先由 KCL、KVL 求出端电压, 或者戴维宁等效法简化电路求出端电压, 再利用功率公式直接求出各功率。

【解题过程】 方法一: KCL、KVL 方程法。根据基尔霍夫电流定律, 对于结点 a

$$I_1 + I_3 = I_2$$

$$I_3 = I_2 - I_1 = 2 - 1 = 1A$$

故 $U_1 = I_3 R_1 = 1 \times 20 = 20V$

根据基尔霍夫电压定律

$$U_2 = U_1 + I_2 R_2 = 20 + 2 \times 10 = 40V$$

各理想电流源的功率为

$$P_1 = U_1 I_1 = 20 \times 1 = 20W$$

$$P_2 = -I_2 U_2 = -2 \times 40 = -80W$$

各电阻消耗功率为

$$P_{R_1} = I_3^2 R_1 = 1^2 \times 20 = 20W$$

$$P_{R_2} = I_2^2 R_2 = 2^2 \times 10 = 40W$$

方法二: 戴维宁等效法。

如图解 2.3.5 所示, 1A 电流源可等效为电压源。

$$U_S = I_1 \times R_1 = 1 \times 20 = 20V$$

方向如图所示, 所以 $R_1 R_2$ 上电压分别为

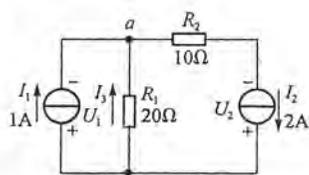
$$U_{R_1} = I_2 \times R_1 = 40V$$

$$U_{R_2} = I_2 \times R_2 = 20V$$

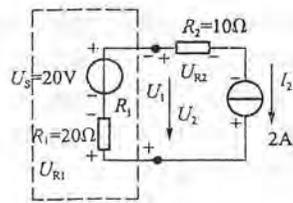
故 $U_1 = U_{R_1} - U_S = 40 - 20 = 20V$

$$U_2 = U_1 + U_{R_2} = 20 + 20 = 40V$$

分为二电流源上的端电压。



题 2.3.5 图



图解 2.3.5

各电流源上的功率:

$$P_1 = U_1 I_1 = 20W$$

$$P_2 = U_2 I_2 = 40 \times 2 = 80W$$

U_2 和 I_2 方向不匹配, 故电流源 I_2 为电源; U_1, I_1 方向匹配, 则说明电流源为负载。

各电阻上的吸收功率:

$$P_{R_2} = I_2^2 R_2 = 2^2 \times 10 = 40W$$

$$P_{R_1} = P_2 - P_1 - P_{R_2} = 80 - 20 - 40 = 20W$$

2.3.6 电路如题 2.3.6 图所示, 试求 I, I_1, U_S , 并判断 20V 的理想电压源和 5A 的理想电流源是电源还是负载?

【知识点窍】 欧姆定律, 基尔霍夫电流定律, 电流源及电压源的特点。

【逻辑推理】 理想电压源两端电压是恒定的, 流过理想电流源的电流也是恒定的; 判断是电源或是负载, 要看理想电流源或理想电压源的输出功率 P , 若 P 的表达式中 U 和 I 的方向不匹配, 则为电源; 若方向匹配, 则为负载。

【解题过程】 由 KCL 得

$$I = I_1 - \frac{20}{10}$$

欧姆定律得 8Ω 两端电压为 $8I$, 再由电流源、电压源性质, 则

$$8I = 20 + [-2(I+5)] = 20 - 2I - 10 = 10 - 2I$$

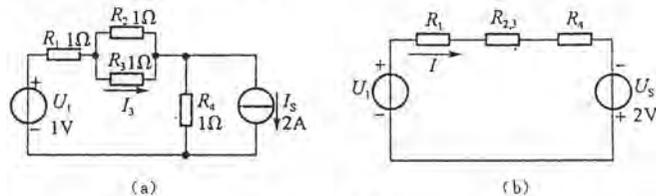
将 $I = 1A$ 代入 ① 式, 得 $I_1 = 3A$

而 $\frac{U_S + 50}{2} + 5 = -I$

则 $U_S = -62V$

20V 电压源上的功率 $P = 20I = 60W$, I_1 和电压源两端电压 20V 方向不匹配, 故 20V 电压源为电源。5A 电流源的输出功率 $P = (-U_S) \times 5 = 62 \times 5 = 310W$, U_S 和电流源的电流方向也不匹配, 故 5A 电流源为电源。

2.3.7 计算题 2.3.7 图(a)中的电流 I_3 。



题 2.3.7 图

【知识点窍】 电阻等效变换法,欧姆定律。

【逻辑推理】 同时有电压源和电流源,可以用电源等效变换法,把电流源变为电压源,或电压源变为电流源,但这里显然将电流源变电压源较为简单。

【解题过程】 用电源等效变换法将电流源变换成电压源,将并联电阻 R_2 和 R_3 合并成电阻 $R_{2,3}$, 其中

$$R_{2,3} = R_2 // R_3 = 1 // 1 = 0.5 \Omega$$

$$U_s = I_s \times R_4 = 2 \times 1 = 2V$$

参考方向如题 2.3.7 图(b)所示,求电路中电流

$$I = \frac{U_1 + U_s}{R_1 + R_{2,3} + R_4} = \frac{1+2}{1+0.5+1} = 1.2A$$

I 即为原电路中 R_1 上流过的电流,用分流公式可求原电路中

$$I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \times I = \frac{1}{1+1} \times 1.2 = 0.6A$$

2.3.8 计算题 2.3.8 图中的电压 U_s 。

【知识点窍】 戴维宁定理,诺顿定理。

【逻辑推理】 通过戴维宁定理和诺顿定理,将两个电压源转换为一个电源,即得到一个简单电路进行计算。

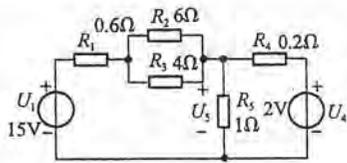
【解题过程】 用等效变换法,将并联电阻 R_2, R_3 合并成

$$R_{2,3} = R_2 // R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 2.4 \Omega$$

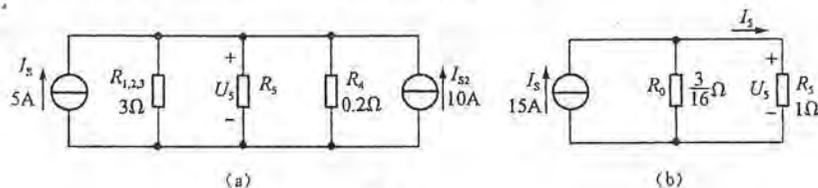
再与 R_1 串联,合并成

$$R_{1,2,3} = R_1 + R_{2,3} = 3 \Omega$$

将电压源 $U_1, R_{1,2,3}$ 变换成电流源 $I_{s1} = 15/3 = 5A$, 内阻 $R_{01} = R_{1,2,3} = 3 \Omega$; 将电压源 U_4, R_4 变换成电流源 $I_{s2} = 2/0.2 = 10A$, 内阻 $R_{02} = R_4 = 0.2 \Omega$ 。画出电路图如图解 2.3.8A(a) 所示。再将两个电流源合并成 $I_s = I_{s1} + I_{s2} = 5 + 10 = 15A$, 内阻 $R_0 = \frac{R_{01} R_{02}}{R_{01} + R_{02}} = \frac{3 \times 0.2}{3 + 0.2} = \frac{3}{16} \Omega$, 画出电路如图解 2.3.8A(b) 所示,最后用分流公式求电流 I_s 及电压 U_s 。



题 2.3.8 图

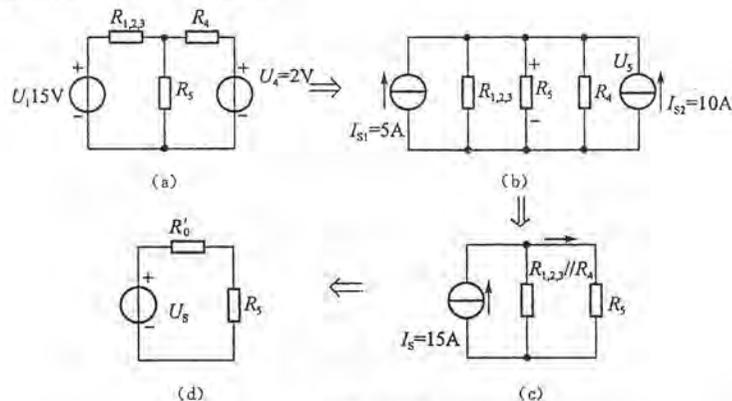


图解 2.3.8A

$$I_s = \frac{R_0}{R_0 + R_5} \times I_s = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{3}{16} + 1} \times 15 = \frac{45}{19} A$$

$$U_s = I_s \times R_5 = \frac{45}{19} \times 1 \approx 2.37V$$

或用直接法,如图解 2.3.8B 所示。



图解 2.3.8B

由图解 2.3.8B(b)

$$U_s = (I_{s1} + I_{s2})(R_{1,2,3} // R_5 // R_4)$$

$$\text{则 } U_s = 15 \times 3 \left(\frac{3}{16} // 1 \right) = 15 \times \frac{1}{\frac{16}{3} + 1} \frac{45}{19} \approx 2.37V$$

或者图解 2.3.8B(c) 中

$$I_s = I_{s1} + I_{s2} = 5 + 10 = 15A$$

$$R'_0 = R_{1,2,3,4} = R_{1,2,3} // R_4 = \frac{3}{16} \Omega$$

图解 2.3.8B(d) 中,由分压公式

$$U_s = \frac{R_5}{R_5 + R'_0} U_s = 2.37V$$

2.3.9 试用电压源与电流源等效变换的方法计算题

2.3.9 图中 2Ω 电阻中的电流 I 。

【知识点窍】 电源等效变换法,全电路欧姆定律 $E = U_{\text{外}} + IR$, 欧姆定律。

【逻辑推理】 电源等效变换对外电路无影响,这里 R_{ab} 可看作负载,变换后再利用全电路欧姆定律求出 I_0 。

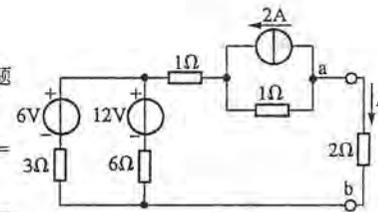
【解题过程】 首先将左边两个电压源变换成电流源,再将电路中两个电流源加以合并后,变换成电压源,其等效电路如图解 2.3.9(a) 所示。

在图解 2.3.9(a) 中

$$U_{s1} = I_{s1} \times R_{01} = 2 \times 1 = 2V$$

$$I_{s2} = U_{s2} / R_{02} = 12 / 6 = 2A$$

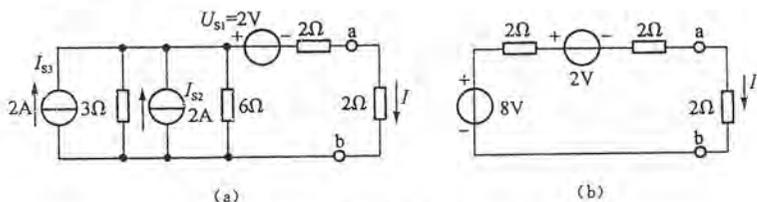
$$I_{s3} = U_{s3} / R_{03} = 6 / 3 = 2A$$



题 2.3.9 图

由全电路欧姆定律,对图解 2.3.9(b) 有

$$I = \frac{8-2}{2+2+2} = 1\text{A}$$

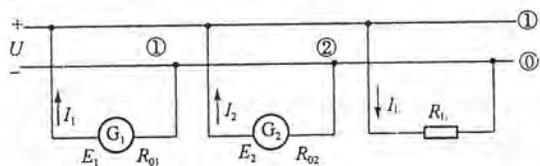


图解 2.3.9

2.4.1 题 2.4.1 图是两台发电机并联运行的电路。已知 $E_1 = 230\text{V}$, $R_{01} = 0.5\Omega$, $E_2 = 226\text{V}$, $R_{02} = 0.3\Omega$, 负载电阻 $R_L = 5.5\Omega$, 试分别用支路电流法和结点电压法求各支路电流。

【知识点窍】 结点电压法, 支路电流法。

【逻辑推理】 此题实际上就是利用 KCL 和 KVL 定律得到电流和电压的关系, 再分别求解。



题 2.4.1 图

【解题过程】 (1) 用支路电流法: 各支路电流参考方向已画在题 2.4.1 图中。对网孔 ①、② 分别列支路电流方程:

$$\begin{cases} I_1(R_{01} + R_{02}) - I_L R_{02} = E_1 - E_2 & \text{①} \\ I_L(R_L + R_{02}) - I_1 R_{02} = E_2 & \text{②} \end{cases}$$

代入数据可得

$$\begin{cases} 0.8I_1 - 0.3I_L = 4 \\ 5.8I_L - 0.3I_1 = 226 \end{cases}$$

可以求得: $I_1 = 20\text{A}$, $I_L = 40\text{A}$

由 KCL 定律:

$$I_2 = I_L - I_1 = 40 - 20 = 20\text{A}$$

(2) 用结点电压法。因为仅有一个结点, 设 0 为参考结点, 则 U 有

$$\left(\frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{02}} + \frac{1}{R_L}\right)U = \frac{E_1}{R_{01}} + \frac{E_2}{R_{02}}$$

所以

$$U = \frac{\frac{E_1}{R_{01}} + \frac{E_2}{R_{02}}}{\frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{02}} + \frac{1}{R_L}}$$

代入数据, 则

$$U = \frac{\frac{230}{0.5} + \frac{226}{0.3}}{\frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.3} + \frac{1}{5.5}} = 220\text{V}$$

由欧姆定律

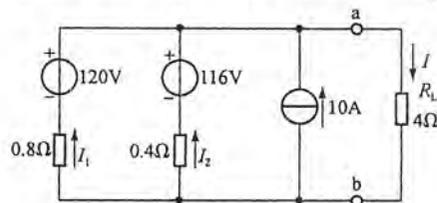
$$I_1 = \frac{E_1 - U}{R_{01}} = \frac{230 - 220}{0.5} = 20\text{A}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U}{R_{02}} = \frac{226 - 220}{0.3} = 20\text{A}$$

$$I_L = \frac{U}{R_L} = \frac{220}{5.5} = 40\text{A}$$

结果与上相同。

2.4.2 试用支路电流法或结点电压法求题 2.4.2 图所示电路中的各支路电流, 并求三个电源的输出功率和负载电阻 R_L 取用的功率。0.8Ω 和 0.4Ω 分别为两个电压源的内阻。



题 2.4.2 图

【知识点窍】 支路电流法, 结点电压法。

【逻辑推理】 二结点的电路, 可用结点电压法求。本题也可用电源等效法来化简计算, 显然结点电压法计算更为简单。

【解题过程】 (1) 用支路电流法求解。各支路电流参考方向已标明在图上。

用基尔霍夫电流定律列独立结点电流方程

$$I = I_1 + I_2 + 10 \quad \text{①}$$

用基尔霍夫电压定律列独立回路电压方程, 令 a, b 两端电压为 U_{ab} , 参考方向为 a“+”, b“-”。

则有

$$120 = 0.8I_1 + 4I \quad \text{②}$$

$$116 = 0.4I_2 + 4I \quad \text{③}$$

①, ②, ③ 三式联立。

解得结果为

$$I_1 \approx 9.38\text{A}, I_2 \approx 8.75\text{A}, I \approx 28.1\text{A}$$

$$V_A = \frac{50}{50} - \frac{10}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} \approx -14.3V$$

代入数据求得 A 点的电位

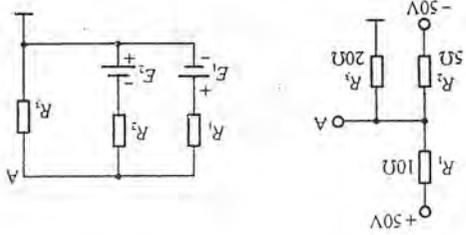
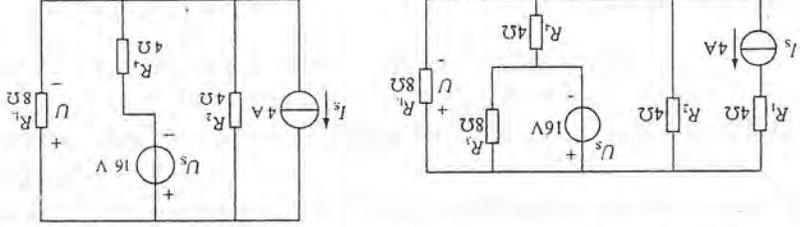


图 2.5.3 (a) (b)

2.5.4 电路如图 2.5.4 图(a)所示,试用结点电压法求电压 U , 并计算理想电流源的功率。



题 2.4.5 图

【知识点窍】 结点电压公式 $U = \frac{\sum E}{\sum \frac{1}{R}}$ 及功率公式 $P = UI$ 。

【逻辑推理】 将与 4Ω 理想电流源串联的 4Ω 电阻除去(短接)和与 $16V$ 理想电压源并联的 8Ω 电阻除去(断开),并不影响电阻 R_1 上的电压 U 。

【解题过程】 电路简化后见图 2.5.4 图(b)。

由结点电压公式得

$$U = \frac{4 + \frac{16}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{8}} = 12.8V$$

计算理想电流源的功率时,不能除去与之串联的 4Ω 电阻,其上电压 $U_1 = 4 \times 4V = 16V$, 并由此可得理想电流源上电压 $U_S = U_1 + U = 16 + 12.8 = 28.8V$

理想电流源的功率为

$$P_S = 28.8 \times 4 = 115.2W$$

2.6.3 在题 2.6.3 图中,(1)当将开关 S 合在 a 点时,求电流 I_1 、 I_2 和 I_3 ;(2)当将开关 S 合在 b 点时,利用(1)的结果,用叠加原理计算电流 I_1 、 I_2 和 I_3 。

【知识点窍】 结点电压法,叠加原理。

【逻辑推理】 可以利用结点电压公式求出结点电压,再利用欧姆定律求出各支路电流;也可以将电路进行分解,利用叠加原理来

求解。

【解题过程】 (1)当开关 S 合在 a 点时,电路可画成图解 2.6.3A 所示形式。

用结点电压法求解。

即

$$U_{ab} = \frac{E_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{E_1 + E_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$U_{ab} = \frac{E_1/R_1 + E_2/R_2}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3}$$

于是

$$U_{ab} = \frac{130 + \frac{120}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = 100V$$

电流参考方向如图解 2.6.3A 所示。

各支路电流为

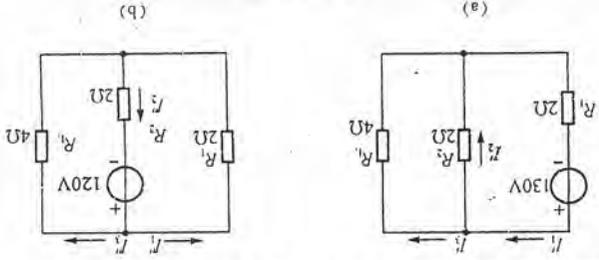
$$I_1 = \frac{130 - U_{ab}}{2} = \frac{130 - 100}{2} = 15A$$

$$I_2 = \frac{120 - U_{ab}}{2} = \frac{120 - 100}{2} = 10A$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{4} = \frac{100}{4} = 25A$$

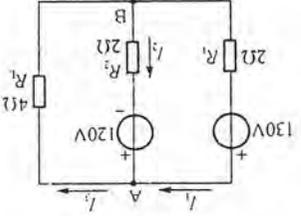
用叠加原理求解。

电路可分解为图解 2.6.3B(a)、(b) 所示两个电路,分别求解各支路电流。

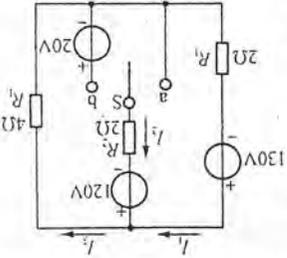


图解 2.6.3B

图解 2.6.3A



题 2.6.3 图



对图解 2.6.3B(a) 用支路电流法:

$$\begin{cases} R_1 I_1' + R_2 (I_1' - I_2') = 130V \\ R_1 I_2' - R_2 (I_1' - I_2') = 0 \end{cases}$$

代入数据, 可得

$$\begin{cases} 4I_1' = 2I_2' = 130 \\ 6I_2' - 2I_1' = 0 \end{cases}$$

于是可以解得

$$I_1' = 39A$$

$$I_2' = 13A$$

$$I_2' = I_2' - I_1' = 13 - 39 = -26A$$

对图解 2.7.3B(b) 用支路电流法:

$$\begin{cases} R_1 I_1'' + R_2 (I_1'' + I_2'') = 120 \\ R_1 I_2'' + R_2 (I_1'' + I_2'') = 120 \end{cases}$$

代入数据, 有

$$\begin{cases} 4I_1'' + 2I_2'' = 120 \\ 6I_2'' + 2I_1'' = 120 \end{cases}$$

可得

$$I_1'' = 24A, I_2'' = 12A$$

$$I_2'' = I_1'' + I_2'' = 36A$$

由叠加原理合成

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 39 - 24 = 15A$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' = 36 - 26 = 10A$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 13 + 12 = 25A$$

(2) 当开关合在 b 点时, 可将电路分解为图解 2.6.3B(a)(b) 所示两个电路的叠加, 利用(1)中的计算结果, 只需求出图解 2.6.3C 所示电路中各支路电流即可。

由支路电流方程:

$$\begin{cases} R_1 I_{10} + R_2 (I_{10} + I_{30}) = 20 \\ R_1 I_{30} + R_2 (I_{10} + I_{30}) = 20 \end{cases}$$

代入数据, 则

$$\begin{cases} 4I_{10} + 2I_{30} = 20 \\ 6I_{30} + 2I_{10} = 20 \end{cases}$$

解得

$$I_{10} = 4A, I_{30} = 2A$$

$$I_{20} = I_{10} + I_{30} = 2 + 4 = 6A$$

$$I_{12} = I_1 - I_{10} = 15 - 4 = 11A$$

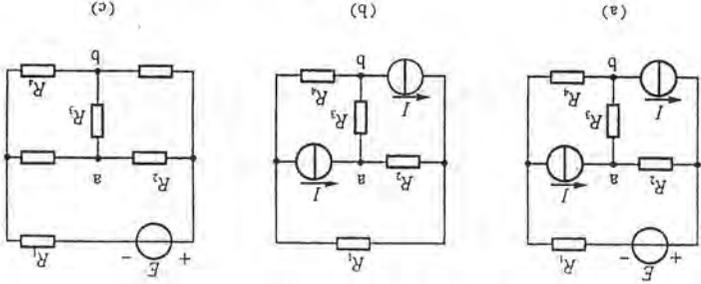
合成: 令总电流分别为 I_{12} 、 I_{22} 和 I_{32} , 方向与图解 2.6.3A 所示相同, 由叠加原理, 有

$$I_{22} = I_2 + I_{20} = 10 + 6 = 16A$$

$$I_{32} = I_3 + I_{30} = 25 + 2 = 27A$$

2.6.4 电路如图 2.6.4 图(a)所示, $E = 12V$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$, $U_{ab} = 10V$, 若将理想电压

源除去后(见图 2.6.4 图(b)), 试问这时 U_{ab} 等于多少?



【知识点窍】 叠加原理。

【逻辑推理】 逆向使用叠加原理, 分别求出 E 和 I 对电路的作用, 根据叠加原理来分割电路, 电源、电流源看作断开。

【解题过程】 将题 2.6.4 图(a)所示电路分解为题 2.6.4 图(b)(c)所示两个电路的叠加, 令题

2.6.4 图(b)中 $U_{ab} = U_{ab}' = U_{ab}''$, 题 2.6.4 图(c)中 $U_{ab} = U_{ab}''$, 则应有 $U_{ab} = U_{ab}' + U_{ab}''$

而由题 2.6.4 图(c)所示电路中, 即为 $R_1 \sim R_4$ 串联, 由分压公式, 可得

$$U_{ab}'' = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \times E$$

$$= \frac{1}{4} \times 12 = 3V$$

于是 $U_{ab}' = U_{ab} - U_{ab}'' = 10 - 3 = 7V$

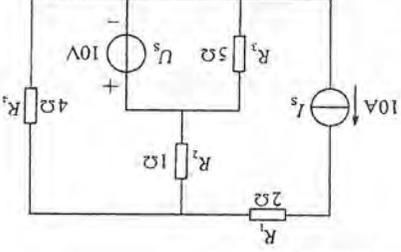
2.6.5 应用叠加原理计算题 2.6.5 图所示电路中各

支路电流和各元件(电源和电阻)两端的电压, 并说明功

率平衡关系。

【知识点窍】 叠加原理, 基尔霍夫电流定律 $\sum I =$

题 2.6.5 图



【逻辑推理】 因电路较为复杂, 故可利用叠加原理先将电路分解, 利用各种电路定律求出分路

中的电流和电压, 再进行叠加得到结果。

【解题过程】 (1) 求各支路电流和各元件两端电压, 当电压源单独作用时(见图解 2.6.5(b)):

$$I_1 = 0$$

$$I_2 = I_4 = I_4' = \frac{U_s}{R_2 + R_4} = \frac{10}{1+4} A = 2A$$

$$I_3 = \frac{R_5}{R_5} = \frac{5}{5} A = 2A$$

$$\begin{aligned}
 I' &= I' + I'' = (2+2)A = 4A \\
 U'_1 &= I'_1 \cdot R_1 = (0 \times 2)V = 0V \\
 U'_2 &= I'_2 \cdot R_2 = (2 \times 1)V = 2V \\
 U'_3 &= I'_3 \cdot R_3 = (2 \times 5)V = 10V \\
 U'_4 &= I'_4 \cdot R_4 = (2 \times 4)V = 8V \\
 U'' &= -U''_2 + U''_3 = (-2+10)V = 8V
 \end{aligned}$$

当电流源单独作用时(见图解 2.5.5(c)):

$$\begin{aligned}
 I'_1 &= I_1 = 10A \\
 I''_2 &= -\frac{R_2 + R_4}{R_1 + R_4} I_1 = \left(-\frac{2+4}{1+4} \times 10\right)A = -8A \\
 I''_3 &= 0 \quad (R_3 \text{ 被短路}) \\
 I''_4 &= \frac{R_2}{R_2 + R_4} \cdot I_1 = \left(\frac{1}{1+4} \times 10\right)A = 2A
 \end{aligned}$$

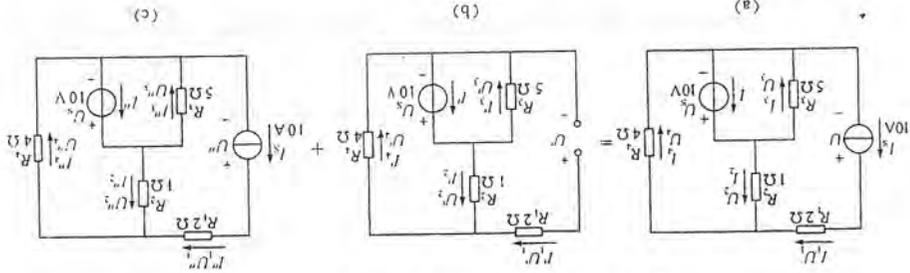
$$\begin{aligned}
 I'' &= I''_2 + I''_3 = (-8+0)A = -8A \\
 U''_1 &= I''_1 \cdot R_1 = (10 \times 2)V = 20V \\
 U''_2 &= I''_2 \cdot R_2 = (-8 \times 1)V = -8V \\
 U''_3 &= I''_3 \cdot R_3 = (0 \times 5)V = 0V \\
 U''_4 &= I''_4 \cdot R_4 = (2 \times 4)V = 8V
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U'' &= U''_1 + U''_4 = (20+8)V = 28V \\
 I'' &= I''_1 + I''_2 = (2+2)A = 4A
 \end{aligned}$$

当电压源和电流源共同作用时(见图解 2.5.5(a)),由叠加定理可得:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I'_1 + I''_1 = (0+10)A = 10A \\
 I_2 &= I'_2 + I''_2 = [2+(-8)]A = -6A \\
 I_3 &= I'_3 + I''_3 = (2+0)A = 2A \\
 I_4 &= I'_4 + I''_4 = (2+2)A = 4A \\
 I &= I' + I'' = [4+(-8)]A = -4A \\
 U_1 &= U'_1 + U''_1 = (0+20)V = 20V \\
 U_2 &= U'_2 + U''_2 = [2+(-8)]V = -6V \\
 U_3 &= U'_3 + U''_3 = (10+0)V = 10V
 \end{aligned}$$

图解 2.5.5



$$\begin{aligned}
 U_1 &= U'_1 + U''_1 = (8+8)V = 16V \\
 U &= U' + U'' = (8+28)V = 36V
 \end{aligned}$$

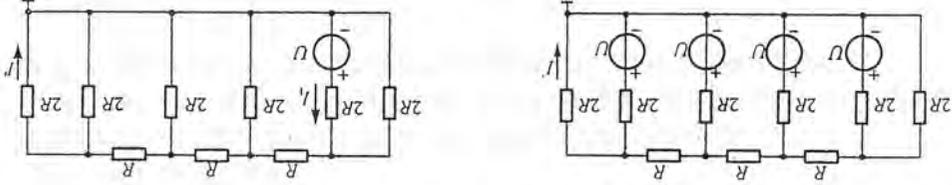
(2) 求各元件的功率。

$$\begin{aligned}
 \text{电流源 } I_1: P_{I_1} &= U \cdot I_1 = (36 \times 10)W = 360W \text{ (发出)} \\
 \text{电压源 } U_1: P_{U_1} &= U_1 \cdot I = [10 \times (-4)]W = -40W \text{ (发出 } -40W, \text{ 实为吸收 } 40W) \\
 \text{电阻 } R_1: P_{R_1} &= I_1^2 \cdot R_1 = (10^2 \times 2)W = 200W \text{ (吸收)} \\
 \text{电阻 } R_2: P_{R_2} &= I_2^2 \cdot R_2 = [(-6)^2 \times 1]W = 36W \\
 \text{电阻 } R_3: P_{R_3} &= I_3^2 \cdot R_3 = (2^2 \times 5)W = 20W \text{ (吸收)} \\
 \text{电阻 } R_4: P_{R_4} &= I_4^2 \cdot R_4 = (4^2 \times 4)W = 64W \text{ (吸收)} \\
 \sum P_{\text{发}} &= \sum P_{\text{吸}}
 \end{aligned}$$

功率平衡。

2.5.6 题 2.5.6图(a)所示的是用于电子技术数模转换中的R-2R梯形网络,试用叠加定理求输出端电流I为:

$$I = \frac{3R \times 2^i}{U} (2^i - 2^{i-1} + 2^{i-2} - \dots + 2^1 + 2^0)$$



题 2.5.6 图

【知识点窍】 叠加原理,电阻的串、并联,欧姆定律 $U = IR$ 。

【逻辑推理】 本题是模拟的数模转换器,令四个电压源分别作用,求出相应的输入电流,最后进行叠加。

【解题过程】 用叠加原理从左至右看每一个电压源U单独作用的电路,这里只画出最左边一个电压源U单独作用的电路,如题 2.5.6图(b)所示,分析该电路可知

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 2R + 2R \parallel [R + 2R \parallel [R + 2R \parallel 2R]] \\
 &= 2R + 2R \parallel [R + 2R \parallel (R + R)] \\
 &= 2R + 2R \parallel (R + R) = 3R \\
 I_1 &= \frac{U}{3R}
 \end{aligned}$$

将 I_1 用分流公式分配到 I' 时经过了4次分流,每次折半,即

$$I' = \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2^4}$$

按同样方法分析,可知左边第二个理想电压源单独作用时,总电流为

$$I_2 = \frac{U}{3R}$$

但向输出端分流时只作了3次分流,即

$$I'' = \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2^3}$$

第三个理想电压源在输出端产生的电流

$$I''' = \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2^2}$$

第四个理想电压源在输出端产生的电流

$$I'''' = \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2}$$

由叠加原理,总输出电流

$$I = I' + I'' + I''' + I''''$$

$$= \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2} + \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2} + \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2} + \frac{U}{3R} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3R \times 2^2}{3R} (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3)$$

得证。

2.7.3 应用戴维宁定理计算题 2.6.5 图中 1Ω 电阻中的电流。

【知识点窍】戴维宁定理。

【逻辑推理】本题重点在于学习求等效内阻 R_0 的方法和戴维宁定理的使用。

【解题过程】重画题 2.6.5 图所示电路,标出 1Ω 电阻中的电流 I ,如图解 2.7.3(a) 所示,用戴维宁定理将 1Ω 电阻除去(断开),得有源二端网络 ab,如图解 2.7.3(b) 所示,求网络开路电压

$$U_0 = U_1 - U_2 = I_5 \times 4 - U_3$$

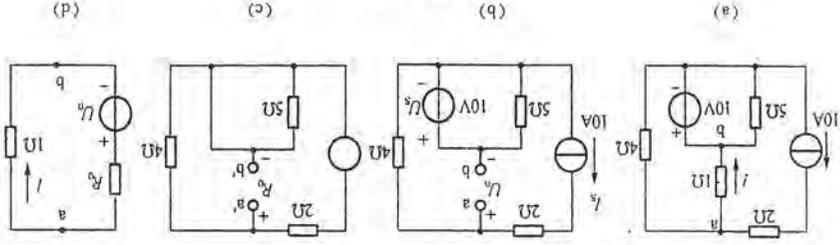
$$U_0 = 10 \times 4 - 10 = 30V$$

除去二端网络 ab 中所有电源(断开 10A 理想电流源,短接 10V 理想电压源),保留所有电阻,得除源二端网络 a'b',如图解 2.7.3(c) 所示,求等效内阻

$$R_0 = 4\Omega$$

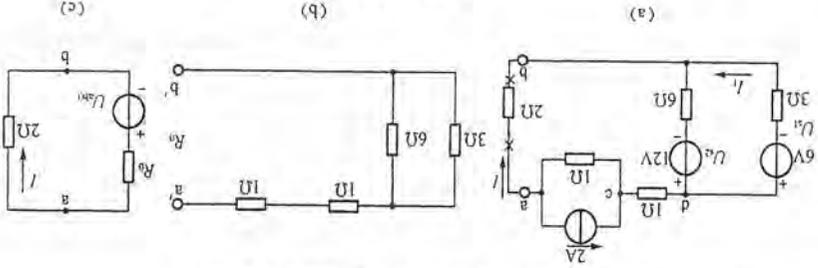
画出戴维宁等效电路,如图解 2.7.3(d) 所示,所以负载 1Ω 电阻中的电流

$$I = \frac{U_0}{R_0 + 1} = \frac{30}{4 + 1} = 6A$$



图解 2.7.3

2.7.4 应用戴维宁定理计算题 2.7.4 图(a) 中 2Ω 电阻中的电流 I_0 。



题 2.7.4 图

【知识点窍】戴维宁定理。

【逻辑推理】断开负载 2Ω 电阻,求出开路电压 U_{00} 及等效电阻 R_0 ,再利用欧姆定律即可求出电流 I_0 。

【解题过程】重画题 2.3.9 图如题 2.7.4 图(a) 所示,将 2Ω 电阻断开(图中以 × 表示),得一有源二端网络 ab,求开路电压 U_{00} ,由图可得

ab 断开时,cd 之间仅一条支路不构成回路,所以 $V_c = V_d$ 。

$U_{s1} = 6V, U_{s2} = 12V$ 所在的 bd 之间有两条支路,构成回路。

所以

$$U_{s2} - U_{s1} = I_1(6 + 3)$$

$$12 - 6 = I_1 \times 9$$

$$I_1 = \frac{12 - 6}{3 + 6} = \frac{3}{2} A$$

ac 回路中

$$U_{ac} = -I_5 \times 1 = -2 \times 1 = -2V$$

$$U_{ab} = U_{s1} + I_1 \times 3 = 6 + \frac{3}{2} \times 3 = 8V$$

所以 $U_{00} = U_{ac} + U_{cb} + U_{ba} = -2 + 0 + 8 = 6V$

将二端网络 ab 除源,得无源二端网络 a'b',如图 2.7.4 图(b) 所示,求等效电阻

$$R_0 = 1 + 1 + \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 4\Omega$$

画出戴维宁等效电路如图 2.7.4 图(c) 所示,电流 I 不难求得

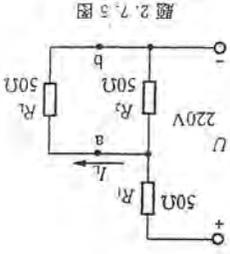
$$I = \frac{U_{00}}{R_0 + 2} = \frac{6}{4 + 2} = 1A$$

2.7.5 题 2.7.5 图所示是常见的分压电路,试用戴维宁定理和诺顿定理分别求负载电流 I_0 。

【知识点窍】戴维宁定理,诺顿定理。

【逻辑推理】此题可以断开负载或短路负载来求出开路电压或短路

电流及等效内阻来构造等效电路,也可以直接进行等效。



题 2.7.5 图

【解题过程】 方法一,等效电阻法;
(1)用戴维宁定理求解:将 R_L 支路断开,得一有源二端网络 ab ,求开路电压 U_{ab} 。

$$U_{ab} = \frac{50}{50+50} \times 220 = 110V$$

将二端网络除源,求等效内阻

$$R_0 = \frac{50 \times 50}{50+50} = 25\Omega$$

由此可画出等效电压源电路如图解 2.7.5A(a) 所示。于是由欧姆定律:

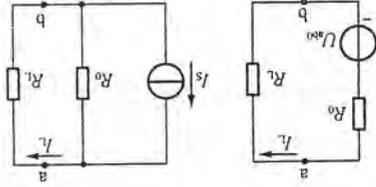
$$I_L = \frac{U_{ab}}{R_0 + R_L} = \frac{110}{25+50} \approx 1.47A$$

(2)用诺顿定理求解:将 R_L 支路短路,求有源二端网络的短路电流 I_s 。

$$I_s = \frac{U}{R_1} = \frac{220}{50} = 4.4A$$

用同上方法求等效内阻 $R_0 = 25\Omega$ 。由此可画出等效电流源电路,如图解 2.7.5A(b) 所示。于是

$$I_L = \frac{R_0}{R_0 + R_L} \times I_s = \frac{25}{25+50} \times 4.4 \approx 1.47A$$



图解 2.7.5A

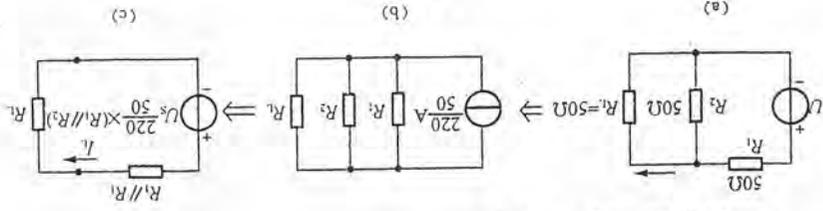
方法二,直接等效法:

(1)戴维宁等效,如图解 2.7.5B(c) 中

$$U_s = \frac{50}{220} \times (R_1 // R_2) = 25 \times \frac{50}{220} = 110V$$

由欧姆定律得

$$I_L = \frac{U_s}{R_1 // R_2 + R_L} = \frac{110}{50+25} \approx 1.47A$$



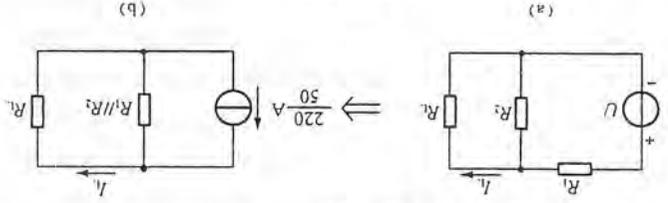
图解 2.7.5B

(2)诺顿等效:如图解 2.7.5C(b) 中

$$I_s = \frac{U_0}{R_1} = \frac{220}{50} = 4.4A$$

所以,由欧姆定律

$$I_L = \frac{R_1 // R_2}{R_1 // R_2 + R_L} I_s = \frac{25}{25+50} \times \frac{220}{50} \approx 1.47A$$



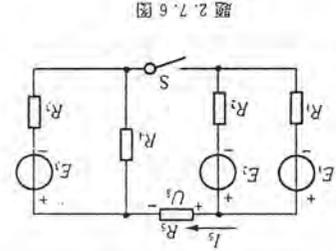
图解 2.7.5C

2.7.6 在题 2.7.6 图中,已知 $E_1 = 15V, E_2 = 13V, E_3 = 4V, R_1 = R_2 = R_3 = 1\Omega, R_4 = 10\Omega, R_5 = 1\Omega$ 。当开关 S 断开时,试求电阻 R_5 上的电压 U , 和电流 I_5 。 (1) 当开关 S 断开,试用戴维宁定理计算 I_5 。

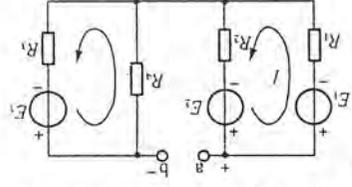
【知识点窍】 戴维宁定理,欧姆定律 $U = IR$ 。

【逻辑推理】 断开时电路右边没有构成回路,闭合后可将 R_5 断开,求出相应的开路电压及等效内阻,再利用欧姆定律即可求出 I_5 。

【解题过程】



题 2.7.6 图



(2)如图解 2.7.6(b),当开关 S 闭合时, R_5 开路时的开路电

$$U_s = U_a - U_b$$

$$U_s = \frac{E_2}{R_1 + R_2} \times R_1$$

$U_s = E_2 - I \times R_2, I$ 的方向如图解 2.7.6 所示。

$$I = \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2}$$

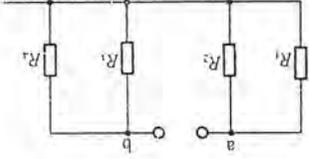
$$\text{所以 } U_s = E_2 - \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2} \times R_2$$

$$U_{s0} = \left(E_2 - \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2} \times R_2 \right) - \frac{E_3}{R_1 + R_4} \times R_4$$

$$= \left(13 + \frac{1+1}{15-13} \times 1 \right) - \frac{1+1}{4} \times 1$$

$$= 12V$$

经除源之后,得等效内阻:



图解 2.7.6

$$R_0 = R_1 // R_2 + R_3 // R_4$$

于是

$$R_0 = \frac{1 \times 1}{1+1} + \frac{1 \times 1}{1+1} = 1 \Omega$$

$$\text{于是 } I_5 = \frac{U_{50}}{R_0 + R_2} = \frac{1+10}{12} = \frac{1+10}{11} \approx 1.09 \text{ A}$$

2.7.7 用戴维宁定理计算题 2.7.7 图所示电路中的电流 I_5 。已知: $R_1 = R_2 = R_3 = 6 \Omega, R_4 = R_5 = 3 \Omega, R = 1 \Omega, U = 18 \text{ V}, I_5 = 4 \text{ A}$ 。

【知识点窍】叠加定理,戴维宁定理应用。

【解题过程】如图解 2.7.7(a) 所示,设 R 两端断开后 $U_a = E, R_0$ 为将电源除去后 a, b 两端之间的等效电阻。

先求 U_a , 应用叠加定理 $U_a = U_1^{(1)} + U_1^{(2)}$

由图解 2.7.7(b) 得 $I_1 = I_2 = \frac{3}{18} = \frac{1}{6} = 2 \text{ A}$,

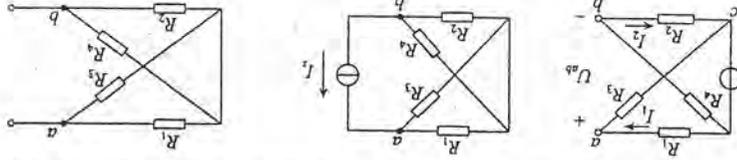
$$\text{则 } U_1^{(1)} = U_a + U_{a0} = R_3 I_1 + (-I_2) R_2 = 3 \times 2 - 2 \times 6 = -6 \text{ V}$$

由图解 2.7.7(b) 得

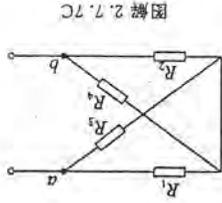
$$U_a = I_5 [(R_1 // R_3) + (R_2 // R_4)] = (2+2) \times 4 = 16 \text{ V}$$

$$\text{则 } U_a = U_1^{(1)} + U_1^{(2)} = 10 \text{ V}$$

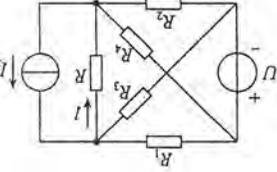
而 a, b 两端输入电阻, 由图解 2.7.7(c) 得 $R_0 = (R_1 // R_3) + (R_2 // R_4) = 2+2 = 4 \Omega$



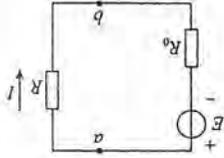
图解 2.7.7 (a) 求 $U_a^{(1)}$ 电路 (b) $U_a^{(2)}$ 等效电路



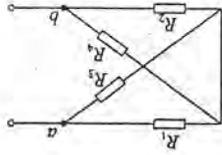
图解 2.7.7(c)



题 2.7.7 图



图解 2.7.7(a)



图解 2.7.7(c)

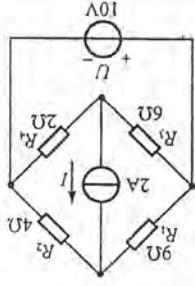
$$\text{则 } I = \frac{E}{R_0 + R} = \frac{U_a}{R_0 + R} = \frac{10 \text{ V}}{5 \Omega} = 2 \text{ A}$$

故 $I = 2 \text{ A}$ 。

2.7.8 用戴维宁定理和诺顿定理分别计算题 2.7.8 图所示桥式电路中电阻 R_1 上的电流。

【知识点窍】戴维宁定理,诺顿定理。

【逻辑推理】将 R_1 支路断开, 分别求开路电压、短路电流及等效内阻, 很容易得到结果。



题 2.7.8 图

【解题过程】(1) 用戴维宁定理求解。将 R_1 支路断开, 得有源二端网络 ab 如图解 2.7.8(a) 所示, 求开路电压 U_{50} , 由图可知

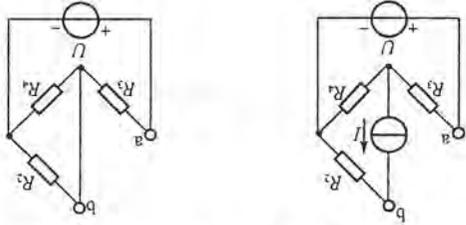
$$U_{50} = U - IR = 10 - 2 \times 4 = 2 \text{ V}$$

将有源二端网络除源, 得无源二端网络如图解 2.7.8(b) 所示, R_2, R_3, R_4 短路, 则等效内阻为

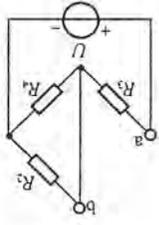
$$R_0 = R_2 = 4 \Omega$$

于是可求电阻 R_1 支路的电流为, 如图解 2.7.8(c) 所示。

$$I_1 = \frac{U_{50}}{R_0 + R_1} = \frac{2}{4+9} = \frac{2}{13} \approx 0.154 \text{ A}$$

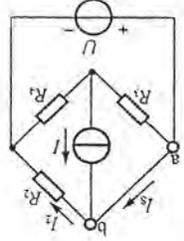


图解 2.7.8(a)



(b)

(c)



图解 2.7.8(b)

(2) 用诺顿定理求解, 将 R_1 支路短路, 可得图解 2.7.8B 所示电路, 求短路电流 I_5 , 由图可知:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{4}{10} = 2.5 \text{ A}$$

由 KCL 定律, $I_5 = I_2 - I = 2.5 - 2 = 0.5 \text{ A}$

于是电阻 R_1 中电流内阻 $R_0 = 4 \Omega$, 由分流公式:

$$I_1 = \frac{R_0}{R_0 + R_1} \times I_5 = \frac{4}{4+9} \times 0.5 = \frac{2}{13} \approx 0.154 \text{ A}$$

2.7.9 在题 2.7.9 图中, (1) 试求电流 I_1 ; (2) 计算理想电压源和理想电流源的功率, 并说明是取用的还是发出的功率。

【知识点窍】戴维宁定理, 基尔霍夫电流定律 $\sum I = 0$, 功率公式 $P = UI$ 。

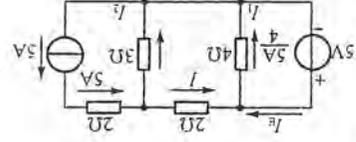
【逻辑推理】只求一个支路的电流, 应用戴维宁定理或诺顿定理, 戴维宁定理更适合本题的电路。

【解题过程】(1) 当 I 支路断开时, 剩下两个单回路组成一个有源二端网络(见图解 2.7.9), 其开路电压 U_0 不难求得

$$U_0 = 3 \times 5 - 5 = 10 \text{ V}$$

图解 2.7.9 中 U_0 两端短路时

$$I_1 = \frac{4}{5} = 1.25 \text{ A}$$



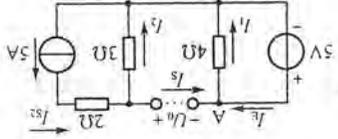
题 2.7.9 图

$$= -\frac{25}{12} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{3}{5} \text{ A}$$

$$\text{由 KCL 定律 } I_e + I_{s_2} = I_1 + I_2$$

$$I_e = I_1 + I_2 - I_{s_2} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} - 5 = \frac{7 \times 5 - 12 \times 5}{12}$$



图题 2.7.9

$$\text{短路电流 } I_s = I_1 - I_e = \frac{5}{5} + \frac{12}{25} = \frac{4}{5} + \frac{12}{25} = \frac{40}{25} + \frac{12}{25} = \frac{52}{25} \text{ A}$$

$$\text{等效内阻 } R_0 = \frac{U_0}{I_0} = 3 \Omega$$

$$\text{于是待求电流 } I = \frac{U_0}{R_0 + 2} = \frac{10}{3 + 2} = 2 \text{ A}$$

(2) 如图题 2.7.9 所示,理想电压源中电流(参考方向选定由“+”端流出)对 A 点列 KCL 方程,可得

$$I_e + I = I_1$$

$$I_e = \frac{4}{5} - I = 1.25 - 2 = -0.75 \text{ A}$$

其功率 $P_e = 5 \times (-0.75) = -3.75 \text{ W}$ (取用)

3Ω 电阻中电流(参考方向向下),由 KCL 定律可用,

$$I_2 = 5 - I = 5 - 2 = 3 \text{ A}$$

理想电流源端电压(参考方向取电流流出端为“+”)

$$U_s = 5 \times 2 + I_2 \times 3 = 10 + 3 \times 3 = 19 \text{ V}$$

其功率 $P_{I_s} = U_s \times 5 = 19 \times 5 = 95 \text{ W}$ (发出)

2.7.10 电路如图 2.7.10 所示,试计算电阻 R_L 上的电流 I_L 。

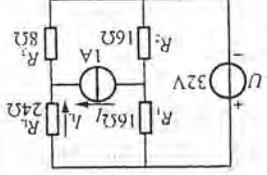


图 2.7.10 图

其等效变换中等效电源法。

【解题过程】

(1) 用戴维宁定理求解,将 R_L 支路断开,得有源二端网络 a,b ,如图题 2.7.10(a)所示,求开路电

压 U_{ab} 。

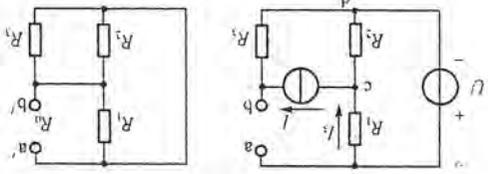
$$U_{ab} = U - R_1 I = 32 - 8 \times 2 = 16 \text{ V}$$

将有源二端网络除源得无源二端网络 $a'b'$,如图题 2.7.10(b)所示,则等效电阻 $R_0 =$

$$R_0 = 8 \Omega (R_1, R_2 \text{ 被短路})$$

由戴维宁定理等效电路(图略)可求

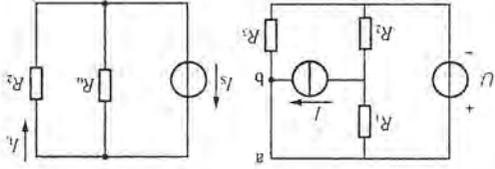
$$I_L = \frac{U_{ab}}{R_{ab} + R_L} = \frac{16}{8 + 24} = 0.5 \text{ A}$$



图题 2.7.10A

(2) 用诺顿定理求解,将 R_L 支路短路,画出电路如图题 2.7.10B(a)所示。

图题 2.7.10B(b) 为诺顿定理的等效电路。



图题 2.7.10B

由图题 2.7.10B(a) 分析得

$$I_s = I_{as} = \frac{U}{R_1} - I = \frac{32}{8} - 2 = 2 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{R_{ab}}{R_{ab} + R_L} \cdot I_{as} = \frac{8}{8 + 24} \times 2 = 0.5 \text{ A}$$

2.7.11 电路如图 2.7.11 图所示,当 $R = 4 \Omega$ 时, $I = 2 \text{ A}$,求当 $R = 9 \Omega$ 时, I 等于多少?

【知识点窍】戴维宁定理。

【逻辑推理】断开 R 利用戴维宁定理可得到有源二端网

路 a,b 的等效电压源电路,根据 $R = 4 \Omega$ 时, $I = 2 \text{ A}$ 这一条件确

定开路电压 U_0 ,再根据欧姆定律求出 $R = 9 \Omega$ 时的 I_0 。

【解题过程】将负载 R 开路,可将 a,b 左边看为一电压源。

其等效电压源电路如图题 2.7.11(a) 所示,有源二端网络的除

$$R_0 = \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1 \Omega$$

因为在图题 2.7.11(a) 所示等效电路中,根据已知条件当 $R = 4 \Omega$ 时, $I = 2 \text{ A}$,已经可求得

$$U_0 = I(R_0 + R) = 2 \times (1 + 4) = 10 \text{ V}$$

故当 $R = 9 \Omega$ 时有

$$I = \frac{U_0}{R_0 + R} = \frac{10}{1 + 9} = 1 \text{ A}$$

或者由结点电压法,其中 I_s 支路为恒流源,因此结点电压方程为

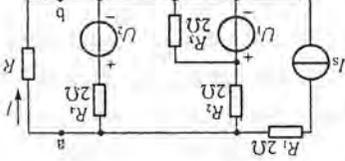
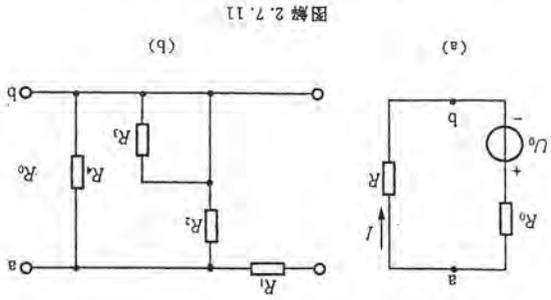


图 2.7.11 图



图题 2.7.11

$$\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R}\right)U_{ab} = \frac{R_2}{U_1} + \frac{R_2}{U_2} + I_S$$

$$U_{ab} = \frac{1 + \frac{1}{R}}{\frac{U_1}{2} + \frac{U_2}{2} + I_S}$$

因此,由欧姆定律: $I = \frac{U_{ab}}{R}$

当 $R = 4\Omega$ 时

$$I = \frac{\frac{U_1}{2} + \frac{U_2}{2} + I_S}{\left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 4} = \frac{\frac{5}{2} \times 4}{\frac{U_1}{2} + \frac{U_2}{2} + I_S} = 2A$$

当 $R = 9\Omega$ 时

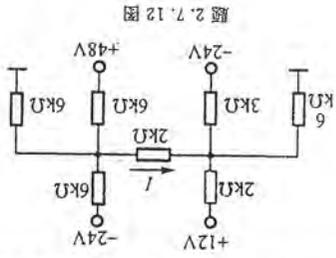
$$I = \frac{\frac{U_1}{2} + \frac{U_2}{2} + I_S}{9 + 1} = 1A$$

2.7.12 试求题 2.7.12 图所示电路中的电流 I 。

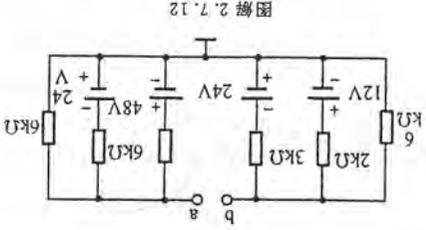
【知识点窍】戴维宁定理。

【逻辑推理】将 I 支路断开,利用结点电路法求出两端电位,从而可得到开路电压,等效内阻由路左右两边的电阻先并联后再串联得到。再利用欧姆定律求出电流 I_0 。

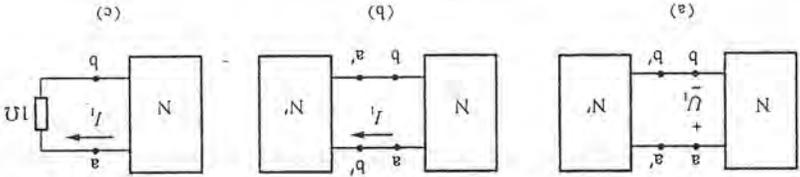
【解题过程】用戴维宁定理,将 I 支路断开,得一有源二端网络 ab ,并将电路改画成习惯画法。如图解 2.7.12 所示,用结点电压法求 a 点和 b 点的电位 V_a 和 V_b 。



题 2.7.12 图



图题 2.7.12



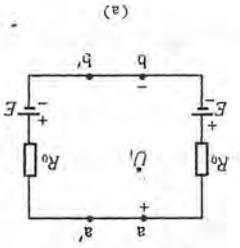
题 2.7.13 图

【知识点窍】二端网络的分析方法。

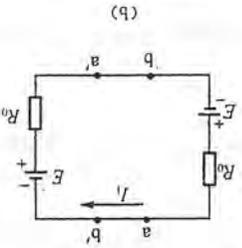
【逻辑推理】对于二端网络可将之等效为电压源电路,化未知为已知再来解题。

【解题过程】将两个有源二端网络都用其等效电压源代替,对应题 2.7.13 图所示三种连接可画出如图解 2.7.13 所示三个电路。因为两个有源二端网络完全相同,由图题 2.7.13(a) 所示电路可

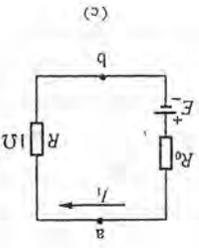
知电路中电流为 0,端电压 $U_1 = E = 4V$ 。



(a)



(b)



(c)

图题 2.7.13

由图题 2.7.13(b) 所示电路可知 $I_1 = \frac{2E}{2R_0} = \frac{E}{R_0}$

于是,内阻 $R_0 = \frac{E}{I_1} = \frac{4}{1} = 4\Omega$

因此,由图题 2.7.13(c) 所示电路可得 $I_1 = \frac{E}{R_0 + R} = \frac{4}{4 + 1} = 0.8A$

2.8.1 用叠加定理求题2.8.1图所示电路中的电流 I_1 。

【知识点窍】 叠加原理,受控源的性质。
【逻辑推理】 用叠加原理对含有受控电源的电路进行分解时,不能将受控源看作一般电源作除源处理,应加以保留。

【解题过程】 这是一个含受控电源的电路,题2.8.1图所示电路中含
有一个电流控制电压源,因此题2.8.1图所示电路可分解为图解2.8.1(a)、
(b)所示两个分电路。

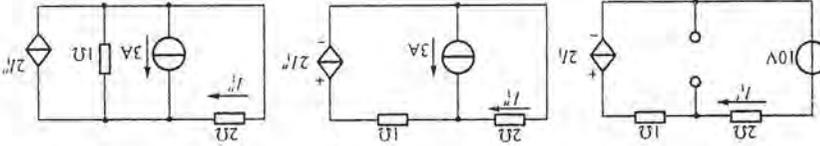
对图解2.8.1(a)所示电路有

$$I_1' = \frac{10 - 2I_1'}{2 + 1}$$

$$\text{因此, } I_1' = \frac{5}{10} = 2\text{A}$$

对图解2.8.1(b)所示电路,可应用电源等效变换法将受控电压源变换成受控电流源画出变换
后的电路如图解2.8.1(c)所示,将两个理想电流源合并后再用分流公式求 I_1'' 。

戴维宁等效定理:



图解 2.8.1

根据叠加原理合成,可得 $I_1 = I_1' + I_1'' = 2 - 0.6 = 1.4\text{A}$

2.8.2 试求题2.8.2图所示电路的戴维宁等效电路和诺

顿等效电路。

【知识点窍】 戴维宁原理,诺顿定理,基尔霍夫电压定律

$E = IR$, 基尔霍夫电流定律 $\sum I = 0$ 。

【逻辑推理】 先求开路电压 U_0 , 短路电流, 再求出等效电阻,

此时注意对受控源的处理。

【解题过程】 先求开路电压 U_0 , 此时 $I = 0$, 故 $U_0 = 10\text{V}$ 。

再求短路电流 I_s : 将电路输出端短路, 设定短路电流 I_s 方向向下, 如图解2.8.2A所示, 则

$$I = -I_s$$

由 KCL 定律, 对于 A 点:

$$I_1 + I_2 = I_s \text{ 方向如图解 2.8.2A 所示。}$$

因为 $I_2 = 0.5I_1$ 方向如图解2.8.2A所示。

所以, $I_1 = 0.5I_2$

由 KVL 定理

$$E = I_2 \times 1k + I_1 \times 1k$$

$$= I_2 \times 1k + 0.5I_2 \times 1k$$

$$= 10\text{V}$$

$$10 = I_2 \times 1.5 \times 10^3$$

$$I_2 = \frac{1}{150}\text{A}$$

求等效内阻 R_0 。由于受控源不能除源, R_0 的求法有如下两种:

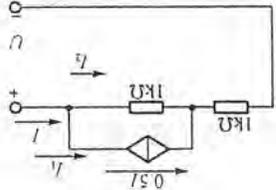
(1) 用开路电压 U_0 与短路电流 I_s 相除, 则

$$R_0 = \frac{U_0}{I_s} = \frac{10}{\frac{1}{150}} = 1500\Omega = 1.5k\Omega$$

(2) 将独立电源除源, 保留受控源, 设输出端上有电压 U , 电路如

图解2.8.2B所示, 于是

由 KCL 定律: $I = I_1 + I_2$, 因为 $I_1 = 0.5I$, 所以 $I_2 = 0.5I$, 方向如



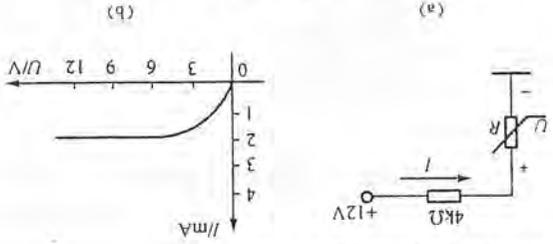
图解 2.8.2B

$$(I - 0.5I) \times 1k\Omega + I \times 1k\Omega = U(0.5 \times 10^3 + 10^3) \cdot I = U$$

$$R_0 = \frac{U}{I} = 1.5 \times 10^3 = 1500\Omega = 1.5k\Omega$$

2.9.1 试用图解法计算图题2.9.1图(a)所示电路中非线性电阻元件 R 中的电流 I 及其两端电

压 U 。题2.9.1图(b)是非线性电阻元件的伏安特性曲线。



题 2.9.1 图

【知识点窍】 非线性电阻电路的图解法, 欧姆定律 $U = IR$, 基尔霍夫电压定律 $E = IR$ 。

【逻辑推理】 先由 KVL 定理得到 (I, U) 关系式, 再确定 (I, U) 直线与此非线性电阻元件伏安特

性曲线的交点, 交点的 (I, U) 即为所要求的量。

【解题过程】 根据图题2.9.1图(a)所示电路, 由 KVL 定律可知: $U = 12 - 4 \times I$

显然, (I, U) 满足该直线上的点。

又因为: (I, U) 满足曲线题2.9.1图(b), 所以, R 上 I 和 U 的值是两条曲线的公共点。

首先,用两点确定 $U = 12 - 4I$ 所在直线。

当 $U = 0$ 时,欧姆定律: $I = \frac{U}{R}$

$$I = \frac{4}{12} = 3\text{mA}$$

当 $I = 0$ 时, $U = 12\text{V}$ 。

直线过坐标点(3,0)和(0,12)两点,故可得伏安特性曲线如图

解 2.9.1 所示,过(0,12)和(3,0)两点作直线,得交点 Q 的坐标为 I

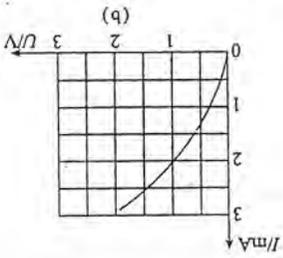
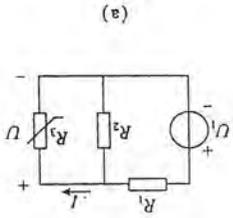
= 1.5mA, $U = 6\text{V}$ (近似值),即为非线性电阻上的电流和端电压的

近似值。

2.9.2 在题 2.9.2 图(a)所示电路中,已知 $U_1 = 6\text{V}$, $R_1 = 6\text{k}\Omega$, $R_2 = 2\text{k}\Omega$,非线性电阻元件 R_3 的估

安特性曲线如题 2.9.2 图(b)所示。试求:(1)非线性电阻元件 R_3 中的电流 I 及其两端电压 U ;(2)工

作点 Q 处的静态电阻和动态电阻。

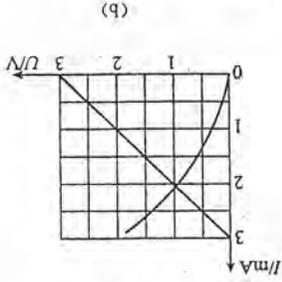
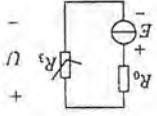


题 2.9.2 图

【知识点窍】非线性电阻电路的分析。

【逻辑推理】应用图解法求解。

【解题过程】(1)由戴维宁定理,电路可等效为图解 2.9.2(a)。



$$\text{其中, } E = \frac{U_1}{R_1 + R_2} \cdot R_2 = \frac{4 \times 10^3}{6} \times 2 \times 10^3 = 3\text{V}$$

图解 2.9.2

$$R_0 = R_1 // R_2 = 1\text{k}\Omega$$

则 $U = E - R_0 I$, 做出其曲线如图解 2.9.2(b), 横轴、纵轴截距均为 3, 与 R_3 的伏安特性曲线交

于点 Q(1.2)。

$$\text{故 } I = 2\text{mA}, U = 1\text{V}$$

$$(2) \text{ 工作点 Q 处的静态电阻 } R_0 = \frac{U}{I} = 0.5\text{k}\Omega, \text{ 动态电阻 } r_0 = \left. \frac{\Delta U}{\Delta I} \right|_{m.0} = \frac{dU}{dI} = 1\text{k}\Omega$$

C 拓展题

2.1.22 某次修理仪表发现一个 $2\text{W}/5\text{k}\Omega$ 的电阻烧了, 手边没有这种电阻, 只有几个其他电阻: $\frac{1}{2}/2.5\text{k}\Omega$ 两个, $1\text{W}/2.5\text{k}\Omega$ 一个, $\frac{1}{2}\text{W}/5\text{k}\Omega$ 两个, $1\text{W}/15\text{k}\Omega$ 三个。试问应选哪几个电阻组合起来代

用最为合适? 如果通过的电流是原来电路的额定值, 问组合后每个电阻上的电压是多少?

【知识点窍】电阻的串并联, 欧姆定律。

【解题过程】计算它们的额定电流

$$2\text{W}/5\text{k}\Omega \quad I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{2/5 \times 10^3} \text{A} = 0.02\text{A}$$

$$\frac{1}{2}\text{W}/2.5\text{k}\Omega \quad I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{0.5 \times 10^{-3}}{2.5}} = 0.014\text{A}$$

$$1\text{W}/2.5\text{k}\Omega \quad I_2 = \sqrt{\frac{P_2}{R_2}} = 0.02\text{A}$$

$$\frac{1}{2}\text{W}/5\text{k}\Omega \quad I_3 = 0.01\text{A}$$

$$1\text{W}/15\text{k}\Omega \quad I_4 = 0.0082\text{A}$$

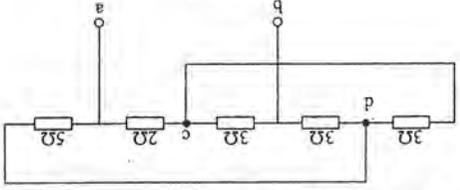
综上所述可知, 用两个 $\frac{1}{2}\text{W}/5\text{k}\Omega$ 电阻并联, 再串联一个 $1\text{W}/2.5\text{k}\Omega$ 电阻 a, 如图解 2.1.22 所示。

$$R_0 = R = 5\text{k}\Omega, \text{ 且均运行在额定电流下, } I = 0.02\text{A}$$

$$1\text{W}/2.5\text{k}\Omega \text{ 上的电压 } U_2 = (0.02 \times 2.5 \times 10^3)\text{V} = 5\text{V}$$

$$\frac{1}{2}\text{W}/5\text{k}\Omega \text{ 上的电压 } U_1 = I_1 R_1 = \frac{2}{5} R_1 = 0.01 \times 5 \times 10^3 = 50\text{V}$$

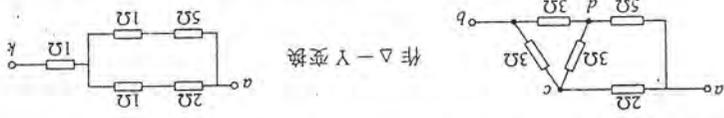
2.2.1 试求题 2.2.1 图所示电路的等效电阻 R_{ab} 。



题 2.2.1 图

【知识点窍】 电阻的串联,电阻的 Δ -Y变换。

【解题过程】 根据题2.2.1图中a、b、c、d四点将电路图作等效变换如图解2.2.1所示。



作 Δ -Y变换

图解2.2.1

$$R_Y = \frac{R_2}{3} = \frac{1\Omega}{3}, \text{ 则 } R_m = (3 \parallel 6) + 1 = \frac{3 \times 6}{3+6} + 1 = 3\Omega, R_m = 3\Omega$$

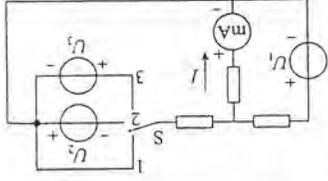
2.6.7 电如图解2.6.7图所示,当开关S合在位置1时,毫安表的读数为40mA;当S合在位置2时,毫安表的读数为-

60mA;当S合在位置3时,毫安表的读数为多少?已知 $U_2 = 4V$,

$$U_3 = 6V.$$

【知识点窍】 叠加定理。

【解题过程】 当 U_1 单独作用时,即开关S合在位置1的电



题2.6.7图

路,此时毫安表读数 $I_1 = 40\text{mA}, I = I_1 = 40\text{mA}$

当S合在位置2时, U_1 和 U_2 共同作用, $I = I_1 + I_2 = -60\text{mA}$,则 $I_2 = -100\text{mA}$

当S合在位置3时, U_1 和 U_2 共同作用,而 $U_3 = 6V, U_2 = 4V$,则 $-\frac{U_2}{U_3} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_2}{4} = \frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$ (因为

U_3 与 U_2 参考方向相反)

推出 $I_2 = -1.5I_1 = -1.5 \times (-100) = 150\text{mA}$ 。

因此,当在位置3时, $I = I_1 + I_2 = (150 + 40)\text{mA} = 190\text{mA}$

2.7.14 在题2.7.14图中, $I_S = 2\text{A}, U = 6\text{V}, R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega$ 。

如果:

(1) 当 I_S 的方向如图题2.7.14图中所示时电流 $I = 0$ 。

(2) 当 I_S 的方向与图示相反时,则电流 $I = 1\text{A}$ 。

试求有源二端网络的戴维宁等效电路。

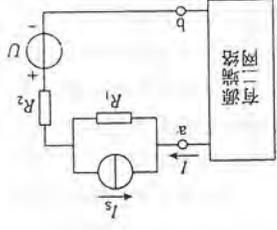
【知识点窍】 戴维宁定理,叠加原理。

【解题过程】 将二端口等效为图解2.7.14。

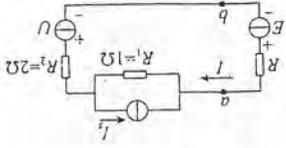
$$(1) \text{ 当 } E \text{ 单独作用时, } I_1 = \frac{E}{R_0 + R_1 + R_2} = \frac{E}{R_0 + 3}$$

$$(2) \text{ 当 } U \text{ 单独作用时, } I_2 = -\frac{U}{R_0 + R_1 + R_2} = -\frac{U}{R_0 + 3}$$

(3) 当 I_S 方向如图作用时,由 $I_3 = \frac{R_0 + 2}{[(R_0 + 2) \parallel R_1]} I_S$ 求得



题2.7.14图



图解2.7.14

$$I_3 = -\frac{R_0 + 3}{2}$$

(4) 当 I_S 反向时, $I_3 = \frac{R_0 + 3}{2}$

由 I_1 方向如图时, $I = 0$ 得

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{R_0 + 3}{6} - \frac{R_0 + 3}{2} - \frac{R_0 + 3}{2} = 0$$

$E - 8 = 0 \dots \dots \textcircled{1}$

I_1 反向时, $I = 1\text{A}$ 得

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{R_0 + 3}{6} + \frac{R_0 + 3}{2} - \frac{R_0 + 3}{2} = 1$$

$E - 4 = R_0 + 3 \dots \dots \textcircled{2}$

由 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 得 $E = 8\text{V}, R_0 = 1\Omega$

等效电路如图解2.7.14所示。

第3章 电路的暂态分析

3.1 重点内容提要

本章将讨论含有动态元件的一阶动态电路和RLC二阶动态电路等。
 电容与电感元件是储能元件,具有“记忆”功能,其两端电流与电压关系可以用微分方程加以表征。在任一时刻元件的电压或电流不取决于同一时刻激励的电流或电压值,而是与激励比较的全部状态有关。

一、电阻元件、电感元件与电容元件

1. 电阻元件
 电阻元件的参数 $R = \frac{u}{i}$ (u 和 i 的参考方向相同,如图 3.1 所示),电阻具有对电流起阻碍作用的物理性质,另外它还是耗能元件。

2. 电感元件

(1) 电感元件的参数

$$L = \frac{\Phi}{i}$$

式中 L —— 自感线圈电感,单位为亨利(H)、毫亨(mH);

N —— 线圈匝数;

Φ —— 电感元件中磁通,单位为韦[伯](Wb);

i —— 电感元件中通过的电流。

(2) 电感元件上电压 $u = L \frac{di}{dt}$,参考方向如图 3.2 所示。

(3) 电感元件储存的磁场能量为 $\frac{1}{2} Li^2$ 。

当电流减小时,磁场能量减小,磁场转换为电能,即电感元件向电源还能量;反之当电流增大时,磁场能量增大,电能转换为磁能。电

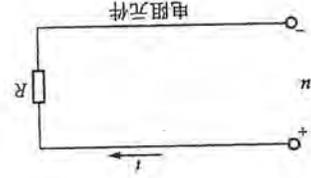


图 3.1

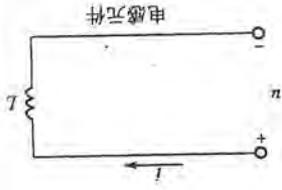


图 3.2

感元件为储能元件。

(4) 电感元件中通过恒定电流时,其上电压 u 为零,故电感元件可视为短路。

3. 电容元件

(1) 电容元件参数

$$C = \frac{q}{u}$$

式中 C —— 电容,单位为法拉(F),微法(μF),皮法(pF);

q —— 电容元件上电荷(量);

u —— 电容两端电压。

(2) 如图 3.3 所示, $i = C \frac{du}{dt}$

在 i, u 参考方向不同的情况下,要加一负号即

$$i = -C \frac{du}{dt}$$

(3) 电容元件中的电场能量为 $\frac{1}{2} C u^2$

当电容元件上的电压增高时,电场能量增大,电容吸取能量(充电);当电压降低时,电场能量减小,电容向电源还能量(放电)。电容元件也是储能元件。

(4) 当电容元件两端加恒定电压时,其中电流 i 为零,故电容元件可视为开路。

二、过渡过程

1. 过渡过程及其产生原因

稳定状态:电路中的电流和电压在给定条件下已达到某一个稳定值,该稳定状态亦称稳态。

过渡过程:从一个稳定状态过渡到另一个稳定状态的中间过程称为过渡过程,亦称暂态过程。

过渡过程产生的原因:

(1) 系统中的能量不能发生跃变,即电路中的电场能和磁场能不能跃变。

(2) 开关接通、断开,电路参数变化,电源电压变化等。

2. 研究电容暂态过程的实际意义

(1) 产生特定波形的电信号,如锯齿波,三角波,尖脉冲波等。

(2) 防止电路产生过电压过电流损坏用电设备。

3. 换路定则与电容电压、电流初始值的确定

换路定则:

(1) 电感中电流不能跃变: $i_L(0_+) = i_L(0_-)$ 。

(2) 电容两端电压不能跃变: $u_C(0_+) = u_C(0_-)$ 。

三、RC 电路的响应

1. RC 电路的零输入响应

即电容器放电过程。

$$u_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + i_C = -\frac{R}{L} U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中 $U_0 = u_C(0_+) = u_C(0_-) = u_C(0_-)$, $\tau = RC$, R 为换路后的电路中除去电容后所得无源二端网络的等效

电阻。

2. RC 电路的零状态响应

即电容器的充电过程。

$$u_C = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$i_C = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中 U 为换路后的电路除去电容后所得有源二端网络的等效电压源电压, R 为该等效电压源的内

阻(应用戴维宁定理求得), $\tau = RC$ 。

3. RC 电路的全响应

电容器具有初始储能状态下的充电或有电源激励状态下的放电。

$$u_C = U + (U_0 - U)e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ (稳态分量与暂态分量之和)}$$

或 $u_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ (零输入响应与零状态响应之和)

其中 $U = u_C(\infty)$, $U_0 = u_C(0_+)$, $\tau = RC$, R 为换路后的电路除去电容后的有源二端网络的等效

电压源内阻。

四、一阶线性电路暂态分析的三要素法

三要素: 稳态值 $f(\infty)$, 初始值 $f(0_+)$, 时间常数 τ_0 。

“三要素法”的简要步骤如下:

(1) 求稳态值 $f(\infty)$ 。

取换路后的电路, 将其中电感视作短路, 电容视作开路, 获得直流电阻性电路, 求出各支路电流

和各元件端电压, 即为它们的稳态值 $f(\infty)$ 。

(2) 求初始值 $f(0_+)$ 。

1) 若换路前电路处于稳态, 可用求稳态值的方法求出电感中的电流 $i_L(0_-)$ 或电容两端电压

$u_C(0_-)$, 其他元件的电压、电流可不必求解。由换路定理有 $i_L(0_+) = i_L(0_-)$, $u_C(0_+) = u_C(0_-)$, 即为

它们的初始值。

2) 若换路前电路处于前一个暂态过程中, 则可将换路时间 t_0 代入前一过程 $i_L(t)$ 或 $u_C(t)$, 即得

$i_L(t_0_-)$ 或 $u_C(t_0_-)$, 由换路定理有 $i_L(t_0_+) = i_L(t_0_-)$, $u_C(t_0_+) = u_C(t_0_-)$, 即为它们的初始值。

3) 取换路后的电路, 将电路中的电感用其 $i_L(0_+)$ 作为理想电流源代替, 将电路中的电容用其

$u_C(0_+)$ 作为理想电压源代替, 获得直流纯电阻电路, 求出各支路电流和元件端电压, 即为初始值

$f(0_+)$ 。

(3) 求时间常数 τ 。

对含有电容的一阶电路: $\tau = RC$

对含有电感的一阶电路: $\tau = \frac{L}{R}$

τ 具有时间量纲, 单位为秒(s), 毫秒(ms), 微秒(μ s), 纳秒(ns)。

τ 的大小反映了电路中能量储存或释放的速度, τ 愈大则暂态过程时间愈长, 它是暂态分量 $f(t)$

$= [f(0_+) - f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$ 衰减到其原值 $[f(0_+) - f(\infty)]$ 的 36.8% 所需的时间(或衰减掉原值的 63.2% 所需的时间)。

其中 R 是换路后的电路除去电源和储能元件后在储能元件两端所得无源二端网络的等效电阻。

(4) 将结果代入公式

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

即为所求暂态过程电压、电流随时间的变化规律。

这种方法只适用于含有一个储能元件的一阶电路在阶跃(或直流)信号激励下的过程分析。

五、RC 电路的应用

微分电路: 输出电压波形与输入电压波形之间的关系成微分关系的电路, 如图 3.4 所示。

RC 微分电路中输出电压与输入电压的关系为 $u_o = \frac{du_i}{dt}$ 。

积分电路: 输出电压波形与输入电压波形之间的关系成积分关系的电路, 如图 3.5 所示。积分电

路满足两个条件:

(1) $\tau \gg t_p$ 。

(2) 从电容器两端输出如图 3.5 所示, $u_o = \frac{1}{RC} \int u_i dt$ 。

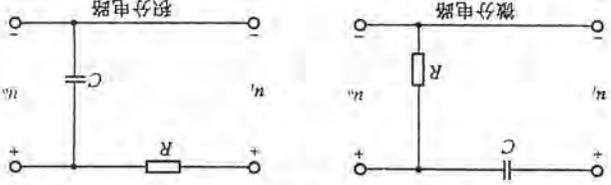


图 3.4

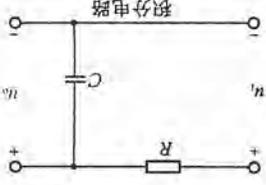


图 3.5

六、RL 电路的响应

1. RL 电路的零输入响应

由直流电路中断开大电流电感线圈时磁场能量的释放电路、电路图略。

$$i_L = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, u_L = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中 $I_0 = i_L(0_+) = i_L(0_-) = i_L(0_-)$, $\tau = \frac{L}{R}$, R 为释放电路总电阻, 即换路后的电路除去电感 L 所得二端网络

等效内阻。

2. RL 电路零状态响应

电感线圈接入直流电路的过程。

$$i_L = \frac{U}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), u_L = Ue^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中 U 为换路后的电路除去电感后所得有源二端网络的等效电压源电压, R 为等效电压源内

$$\text{阻}, \tau = \frac{L}{R}.$$

3. RL 电路的全响应

$$i_L = \frac{U}{R} + (I_0 - \frac{U}{R})e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ (稳态分量与暂态分量之和)}$$

$$\text{或 } i_L = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{U}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ (零输入响应与零状态响应之和)}$$

4. 应用

(1) 注意由直流电路中断开线圈产生过电压损坏用电设备。

(2) 镇流器。

考点: 换路定则、三要索法。

3.2 练习与思考题解答

3.1.1 【解题过程】 电感元件的储能公式为: $W = \frac{1}{2}Li^2$, 其中 L 为电感元件的电感, i 为流过它的瞬时电流, 电感元件的端电压

$$u = L \frac{di}{dt}$$

当 $u = 0$ 时, 表明 $\frac{di}{dt} = 0$ 而 i 不一定为 0, 即电感元件的储能不一定为零。

同理: 电容元件储能公式为 $W = \frac{1}{2}Cu^2$

C 为元件电容值, u 为元件两端的瞬时电压, 流过电容的电流公式

$$i = C \frac{du}{dt}$$

当 $i = 0$ 时即 $\frac{du}{dt} = 0$, 而 u_C 不一定等于 0, 故其储能不一定为零。

3.1.2 【解题过程】 电感元件的电感量 L 取决于线圈的尺寸, 匝数及其周围介质的性质即 $L = \frac{\mu SN^2}{l}$ 与通入何种电流无关。在恒定电流情况下, 因为 $\frac{dI}{dt} = 0$, 故 $u_L = 0$, 可视作短路, 而 $L \neq 0$ 。

电容元件的电容量 C 取决于其极板的尺寸、距离及中间介质的性质, 即 $C = \frac{\epsilon S}{d}$ 与施加何种电压无关,

在恒定电压作用下, 因为 $\frac{dU}{dt} = 0$, 故 $I_C = 0$, 可视作开路, 而 $C \neq 0$ 。

3.2.1 【解题过程】 换路前

$$i_L(0_-) = i(0_-) = \frac{6}{2+4} = 1\text{A}$$

$$U_L(0_-) = 0\text{V} (L \text{ 相当于短路})$$

$$i_S(0_-) = 0\text{A}$$

换路后, 由换路定则

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1\text{A}$$

$$i(0_+) = \frac{6}{2} = 3\text{A}$$

$$i_S(0_+) = i(0_+) - i_L(0_+) = 3 - 1 = 2\text{A}$$

3.2.2 【解题过程】 开关 S 断开前电容 C 开路, 电容器的电压

$$u_C(0_-) = \frac{4}{2+4} \times 6 = 4\text{V}$$

开关 S 断开后的初始瞬间电容电压不能跃变, 因此

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 4\text{V}$$

$$i_1(0_+) = i_C(0_+) = \frac{6 - u_C(0_+)}{2} = \frac{6 - 4}{2} = 1\text{A}$$

$$i_2(0_+) = 0$$

3.2.3 【解题过程】 换路前电流, 电感对直流电源被短路, 因此

$$i_L(0_-) = \frac{U}{R} = \frac{4}{2} = 2\text{A}$$

电感中电流不突变, 因此换路后

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 2\text{A}$$

$$u_V = -i_L(0_+) \times R_V = -2 \times 2.5 = -5\text{kV}$$

因此, 电压表可能被损坏。

3.3.1 【解题过程】 由于电容 C 原先无储能, 因此充电过程为零状态响应, 因此

$$\begin{aligned} u_C &= U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 20(1 - e^{-\frac{t}{7 \times 10^3 \times 0.47 \times 10^{-6}}}) \\ &= 20(1 - e^{-\frac{t}{3.3 \times 10^{-3}}}) = 20(1 - e^{-304t})\text{V} \end{aligned}$$

零状态响应电流公式为

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{20}{7 \times 10^3} e^{-304t} \approx 2.86 e^{-304t} \text{mA}$$

因此, $u_R = iR = U e^{-\frac{t}{\tau}} = 20 e^{-304t} \text{V}$

$$u_C(t) = 20(1 - e^{-304t}) = 12.64\text{V}$$

$$t = \tau \ln \frac{20}{20 - 12.64} = 3.3 \ln \frac{20}{20 - 12.64} \approx 3.3 \text{ms}$$

S 合上瞬间 $u_C = 0$, $u_R = 20\text{V}$, $i = 2.86\text{mA}$ 。

3.3.2 【解题过程】 由于是 RC 零输入响应, 因此放电电流为

$$i_C = -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

当 $t = 0.01\text{s}$ 时

$$i_C(0.01) = -0.736 \times 10^{-3} = \frac{-20}{10 \times 10^3} e^{-\frac{0.01}{\tau}}$$

因此可求得电容

$$C = \frac{0.01}{20} \ln \frac{10 \times 10^3 \times 0.736 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 10^3}{20} = 1 \mu\text{F}$$

3.3.3 【解题过程】 $i(t) = -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = -1 \times 10^{-3}$

$$\text{因此 } R = \frac{i(0)}{U_0} = \frac{1 \times 10^{-3}}{10} = 10 \text{ k}\Omega$$

$$\tau = 0.02 \text{ s}$$

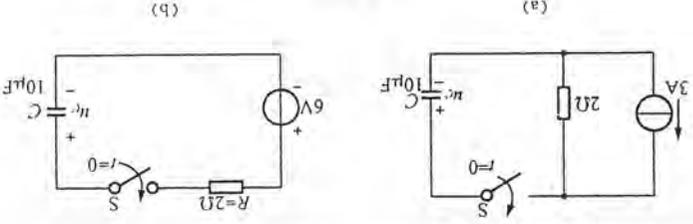
于是,电容为

$$C = \frac{0.1}{10} \times 10 \times 10^3 = 2 \mu\text{F}$$

$$i(t) = -\frac{10}{10} e^{-\frac{t}{0.02}} = -e^{-50t} \text{ mA}$$

3.3.4 【解题过程】 将电流源换成等效电压源为 6 V 、 2Ω , 如图题 3.3.4 图(b)所示, 由于 $u_C(0) = 0$, 因此为零状态响应过程, 故有

$$u_C = 6(1 - e^{-\frac{t}{2 \times 10 \times 10^{-6}}}) = 6(1 - e^{-0.5 \times 10^7 t}) \text{ V}$$



题 3.3.4 图

3.3.5 【解题过程】 因为 $u_C(0) \neq 0$, 所以是全响应过程, 根据全响应过程电压公式

$$u_C = u + [u_C(0) - u(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $U_C(\infty) = E = 6 \text{ V}$, 因为, 当 $u_C(0) = 2 \text{ V}$ 时

$$u_C = 6 + (2 - 6) e^{-\frac{t}{20 \times 10^{-6}}} = (6 - 4e^{-\frac{t}{20 \times 10^{-6}}}) \text{ V}$$

$$= (6 - 4e^{-0.5 \times 10^7 t}) \text{ V}$$

当 $u_C(0) = 8 \text{ V}$ 时

$$u_C = 6 + (8 - 6) e^{-\frac{t}{20 \times 10^{-6}}} = (6 + 2e^{-\frac{t}{20 \times 10^{-6}}}) \text{ V}$$

$$= (6 + 2e^{-0.5 \times 10^7 t}) \text{ V}$$

3.3.6 【解题过程】 用万用表检查电容器实际上是利用表内电池通过表的内电阻 R 向电容充电的过程, 而万用表表头则指示充电电流的大小。

(1) 指针满偏转说明电容器漏电流很大, 可能内部绝缘已击穿损坏, 造成电容器被短路所致, 但若稍后指针能返回原处, 则只是因电容量大, 充电电流太大。

(2) 指针不动说明充电电流为 0, 电容器断线了。

(3) 开始充电电流大, 然后逐渐减小, 当充电结束时电流为 0, 故指针返回原刻度(∞) 处, 说明该电容器是好的。

(4) 指针不能返回原处说明存在漏电流, 该电容器质量已不好, 漏电流较小(指针接近 ∞ 刻度处) 尚可使用, 否则应报废。

(5) 指针返回速度很慢说明电容量很大, 充电时间常数大, 电流减小很慢, 只要经一定时间后指针能返回原处, 电容便是好的。

3.3.7 【解题过程】 C 通过 R 放电即为 RC 电路零输入响应,

当电容电压降到一半, 即 $U_C = \frac{U_0}{2}$, 由方程求解, $\frac{U_0}{2} = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\text{则 } e^{-\frac{t}{\tau}} = 0.5$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln 0.5$$

$$t = -\ln 0.5 = 0.7\tau$$

3.3.8 【解题过程】 $U_C(0_+) = U_C(0_-) = U_0$

$$\text{则 } \frac{1}{10} U_0 e^{-\frac{t}{RC}} = 0.1$$

$$\text{所以 } -\frac{0.1}{RC} = \ln 0.1 = -2.3$$

$$\text{则 } RC = \frac{0.1}{2.3} = 0.0435$$

$$\text{而 } R = 2.5 \text{ k}\Omega$$

$$\text{则 } C = \frac{2.5 \times 10^3}{0.0435} = 17.4 \mu\text{F}$$

3.4.1 【解题过程】 由题 3.4.1 图所示可知初始值 $u_C(0_+) = -5 \text{ V}$, 稳态值 $u_C(\infty) = -15 \text{ V}$ 由全响应过程公式

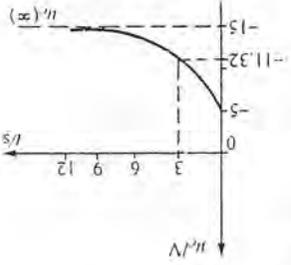
$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

当 $t = 3 \text{ s}$ 时, $u_C(3) = -11.32 \text{ V}$, 代入公式得

$$-11.32 = -15 + [-5 - (-15)] e^{-\frac{3}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{\ln \frac{10}{15 - 11.32}}{3} = 3 \text{ s}$$

于是可写出 $u_C(t)$ 的表达式



题 3.4.1 图

$$u_C(t) = -15 + [-5 - (-15)]e^{-\frac{t}{3}}$$

$$= (-15 + 10e^{-\frac{t}{3}}) \text{ V}$$

3.4.2 【解题过程】 $U_C(0_-) = 6 \times \frac{6}{5} = 5 \text{ V}$

所以 $U_C(0_+) = U_C(0_-) = 5 \text{ V}$

$$R = \frac{1 \times 5}{1 + 5} = \frac{6}{5} \Omega$$

$$U_C(\infty) = 6 \text{ V}$$

$$T = RC = 10 \times 10^{-6} \times \frac{6}{5} = 8.33 \times 10^{-6}$$

则 $U_C(t) = U_C(\infty) + [U_C(0_+) - U_C(\infty)]e^{-\frac{t}{T}}$

$$= 6 + (5 - 6)e^{-\frac{t}{8.33 \times 10^{-6}}}$$

$$= [6 - e^{-10.12 \times 10^5 t}] \text{ V}$$

综上所述, $t \geq 0$ 时, $U_C = 6 - e^{-0.12 \times 10^5 t} \text{ V}$ 。

3.6.1 【解题过程】 由题 3.6.1 图可知, 由于电感上电流

不突变, L 的初始状态

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 电感短路, 因此

$$i_L(\infty) = \frac{3}{15} \times \frac{3 + \frac{6 \times 3}{3+6}}{3+6} = 1 \text{ A}$$

时间常数

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{\frac{6}{1} + \frac{3 \times 3}{3+6}} = 0.133 \text{ s}$$

于是零状态响应应为

$$i_L(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = (1 - e^{-7.5t}) \text{ A}$$

3.6.2 【解题过程】 (1) 确定 i 的初值

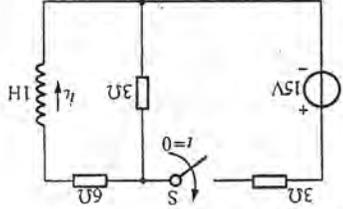
$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.5}{2.5} = 0.2 \text{ s}$$

$$R = (5 // 5) = 2.5 \Omega$$

(3) 确定稳态值

$$i_L(\infty) = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ A}$$



题 3.6.1 图

$$i_L(t) = 1 + (0 - 1)e^{-\frac{t}{0.1}} \text{ A} = (-1 - e^{-10t}) \text{ A}$$

$$U_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = 2.5e^{-10t} \text{ V}$$

3.6.3 【解题过程】 (1) 确定初值

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{10}{10} = 1 \text{ A}$$

(2) 确定电路时间常数

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{\frac{(10+10) \times 20}{10+10+20}} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ s}$$

$$\text{则 } i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 + (1 - 0)e^{-10t} = e^{-10t} \text{ A}$$

$$U_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = (-10e^{-10t}) \text{ V}$$

3.6.4 【解题过程】 由题意可知电路的时间常数 $\tau = 0.1 \text{ s}$, 而 $\tau = \frac{R}{L}$, 故线圈的电感

$$L = R\tau = 0.1 \times 50 = 5 \text{ H}$$

3.6.5 一个线圈的电感 $L = 0.1 \text{ H}$, 通有直流 $I = 5 \text{ A}$, 现将此线圈短路, 经过 $t = 0.01 \text{ s}$ 后, 线圈

中电流减小到初始值的 36.8%, 试求线圈的电阻 R 。

【解题过程】 由初始值 $I = 5 \text{ A}$ 衰减到它的 36.8%, 即衰减掉 63.2%, 经过的时间应为 $\tau =$

$$0.01 \text{ s}。 \text{ 由 } \tau = \frac{L}{R}, \text{ 可得 } R = \frac{L}{\tau} = \frac{0.1}{0.01} = 10 \Omega$$

3.3 课后习题全解

A 选择题

3.1.1 (2) 3.1.2 (2) 3.2.1 (2) 3.2.2 (2)

3.2.3 (3) 3.2.4 (2)

3.3.1 (2) 3.3.2 (2)

3.6.1 (2) 3.6.2 (2)

B 基本题

3.2.5 题 3.2.5 图所示各电路在换路前都处于稳态, 试求换路后电流 i 的初始值 $i(0_+)$ 和稳态值 $i(\infty)$ 。

【逻辑推理】 对于电容换路前为开路; 对于电感, 换路前为短路, 由此可求出换路前的电压和电

流值, 换路后, 初始值不变, 稳态时电感短路, 电容开路, 由此得到纯阻的电路, 可求出稳态值 $i(\infty)$ 。

【解题过程】 对题 3.2.5 图(a) 所示电路:

(1) 求初始值。

换路前, L 导通短路

$$i_L(0_-) = \frac{2}{6} = 3A$$

换路后, i_L 不发生跳变, 因此

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 3A$$

$$i_L(0_+) = \frac{2}{2} i_L(0_+) = 1.5A$$

(2) 求稳态值: L 短路。

$$i_L(\infty) = \frac{1}{1} i_L(\infty) = \frac{2}{6} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{2} = 3A$$

对题 3.2.5 图(b) 所示电路:

(1) 求初始值。

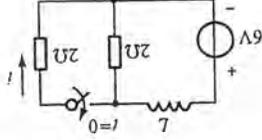
换路前, 电容开路

$$u_C(0_-) = 6V$$

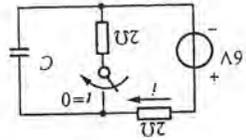
换路后 U_C 不发生跳变

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 6V$$

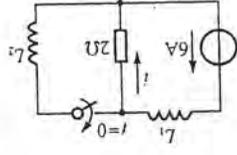
$$i_C(0_+) = \frac{6 - u_C(0_+)}{2} = \frac{6 - 6}{2} = 0A$$



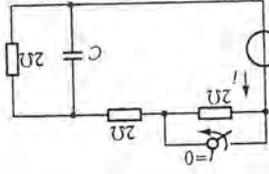
(a)



(b)



(c)



(d)

题 3.2.5 图

(2) 求稳态值: C 开路。

$$i_C(\infty) = \frac{6}{2+2} = 1.5A$$

对题 3.2.5 图(c) 所示电路:

(1) 求初始值: L_1 短路。

换路前 $i_{L_1}(0_-) = 6A, i_{L_2}(0_-) = 0$

换路后 $i_{L_1}(0_+) = i_{L_1}(0_-) = 6A$

$$i_{L_2}(0_+) = i_{L_2}(0_-) = 0$$

$$i_L(0_+) = i_{L_1}(0_+) - i_{L_2}(0_+) = 6 - 0 = 6A$$

(2) 求稳态值: L_1, L_2 短路, 故电源被短路。

$$i(\infty) = 0$$

对题 3.2.5 图(d) 所示电路:

(1) 求初始值。

换路前 $u_C(0_-) = \frac{2}{2+2} \times 6 = 3V$

换路后 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 3V$

$$i_C(0_+) = \frac{6 - 3}{2} = 0.75A$$

(2) 求稳态值: C 开路, 3 个 2Ω 串联。

$$i_C(\infty) = \frac{6}{2+2+2} = 1A$$

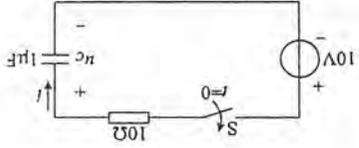
3.3.3 在题 3.3.3 图所示电路中, $u_C(0_-) = 0$, 试求: (1) $t \geq 0$ 时的 u_C 和 i ; (2) u_C 到达 5V 所需

要的时间。

【知识点窍】 RC 电路响应。

【逻辑推理】 零状态响应 $u_C = U(1 - e^{-t/\tau})V$

【解题过程】 (1) 由于 $u_C(0_-) = 0$ 可知, 此问题为零状态



题 3.3.3 图

$$\tau = RC = 10 \times 1 \times 10^{-6} = 10^{-5}s$$

$$u_C = 10(1 - e^{-t/\tau}) = 10(1 - e^{-10^5 t})V$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = 10^{-5} \times (-10) \times (-10^5) e^{-10^5 t} = 10(e^{-10^5 t})A$$

$$\text{故 } u_C = 10(1 - e^{-10^5 t})V, i_C = i_C = 10(e^{-10^5 t})A$$

(2) 当 $u_C = 5 = 10(1 - e^{-10^5 t})$ 时, 化简得 $e^{-10^5 t} = 0.5 - 10^{-5} \times t = \ln 0.5 = -0.693$

$$\text{则 } t = 6.93 \times 10^{-5}s = 6.93\mu s$$

$$\text{故 } u_C \text{ 到达 } 5V \text{ 所需时间为 } t = 6.93\mu s$$

3.3.4 在题 3.3.4 图所示电路中, $U = 20V, R_1 = 12k\Omega, R_2 = 6k\Omega, C_1 = 10\mu F, C_2 = 20\mu F$, 电

容元件原先均未储能。当开关闭合后, 试求电容元件两端电压 u_C 。

【知识点窍】 零状态响应相关公式。

【逻辑推理】 由“电容元件原先未储能”为零

状态响应; 知道串联电容的等效电容求法进而得出

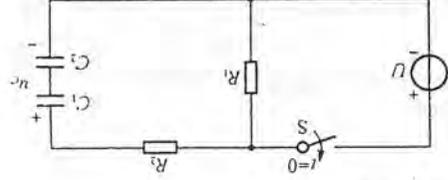
$\tau = RC$ 等效。

【解题过程】 两电容元件串联时等效电容值

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{10 \times 20}{10 + 20} = 5.67\mu F$$

开关 S 闭合后, 除电容元件外的二端网络开路

电压 $u_C = E = 20V$, 等效内阻 $R_2 = 6k\Omega$, 故有电容元件电压的零状态响应



题 3.3.4 图

$$u_C = u_0(1 - e^{-R_2 t}) = 20(1 - e^{-\frac{6 \times 10^3 \times 6.7 \times 10^{-6}}{3}}) = 20(1 - e^{-0.14}) \text{ V}$$

3.3.5 在题 3.3.5 图所示电路中, $I = 10 \text{ mA}$, $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 3 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 6 \text{ k}\Omega$, $C = 2 \mu\text{F}$, 在开

关 S 闭合前电路已处于稳态, 求在 $t \geq 0$ 时 u_C 和 i_1 , 并作出它们随时间变化的曲线。

【知识点窍】 换路定则及 RC 电路的零输入响应公式。

【逻辑推理】 熟悉相关公式及等效电阻的求法, 本题不难解答。

【解题过程】 $u_C(0_+) = u_C(0_-)$

$$= R_3 I = 6 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-3} = 60 \text{ V}$$

与电容元件串联的等效电阻

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 3 + \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 5 \text{ k}\Omega$$

时间常数

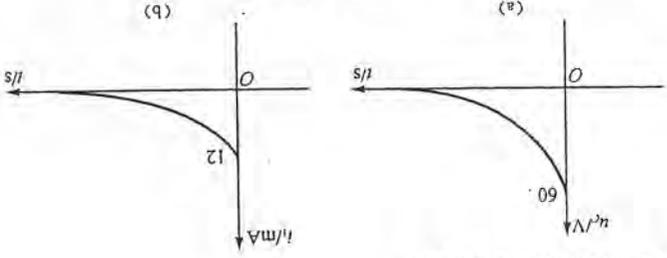
$$\tau = RC = 5 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6} = 0.01 \text{ s}$$

本题求的是零输入响应(电流源已被短接), 故得

$$u_C = u_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 60 e^{-\frac{t}{0.01}} = 60 e^{-100t} \text{ V}$$

$$i_1 = -C \frac{du_C}{dt} = \frac{u_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{60}{5 \times 10^3} e^{-100t} = 12 e^{-100t} \text{ mA}$$

u_C, i_1 的变化曲线如图解 3.3.5 所示。



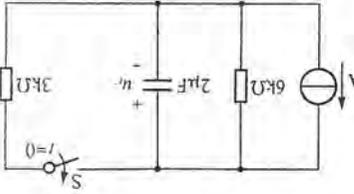
图解 3.3.5

3.3.6 电路如图 3.6 图所示, 在开关 S 闭合前电路已处于稳态, 求开关 S 闭合后的电压 u_C 。

【知识点窍】 RC 电路全响应。

【逻辑推理】 开关闭合前电路已有储能, 故此为一全响应问题可分别求出暂态分量与稳态分量, 代入全响应定义式即可得到 u_C 。

【解题过程】 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 6 \times 10^3 \times 9 \times 10^{-3} = 54 \text{ V}$



题 3.3.6 图

本题是求全响应 u_C : 先令 9 mA 理想电流源断开求零

$$\tau = \frac{6 \times 3}{6 + 3} \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-5} \text{ s}$$

$$u'_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 54 e^{-\frac{t \times 10^5}{4}} = 54 e^{-250t} \text{ V}$$

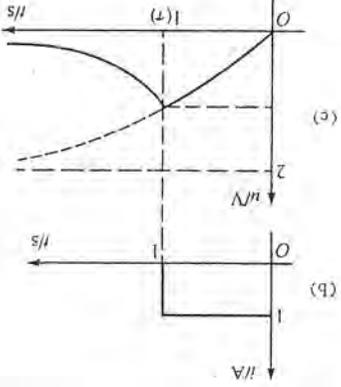
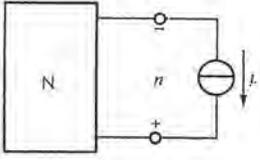
$$u''_C = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 18(1 - e^{-250t}) \text{ V}$$

式中 $U = u_C(\infty) = \frac{3 \times 6}{3 + 6} \times 10^3 \times 9 \times 10^{-3} \text{ V} = 18 \text{ V}$

$$u_C = (18 + 36 e^{-250t}) \text{ V}$$

3.3.7 有一线性无源二端网络 N, 如图 3.7 图(a)所示, 其中储能元件未储能, 当输入电流 i 后, 其波形如图 3.7 图(b)所示, 其两端电压 u 的波形如图 3.7 图(c)所示。(1) 写出 u 的指数

式; (2) 画出该网络的电路, 并确定元件的参数值。



题 3.3.7 图

【知识点窍】 无源二端网和分析。

【逻辑推理】 $0 \leq t \leq \tau$ 时, 有激励源, 为零状态响应过程; $t > \tau$ 时, 无激励源, 为零输入响应过

程; 针对不同过程用不同的电压定义式。

【解题过程】 由题 3.3.7 图(b)和(c)所示可以得到 u 的响应方程为:

$$\begin{cases} u_1 = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 2(1 - e^{-t}) & 0 \leq t \leq \tau \\ u_2 = 0.632U e^{-\frac{t}{\tau}} = 1.264 e^{-t} & t \geq \tau \end{cases}$$

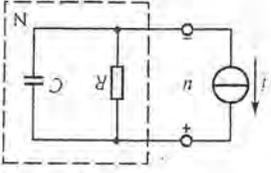
设 N 内部电路如图解 3.3.7 所示。

则可由稳态时的关系式 $U = IR$ 求得

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{2} = 2 \Omega$$

时间常数

图解 3.3.7



$$\tau = RC, C = \frac{R}{\tau} = 0.5F$$

电路如图解 3.3.7 所示。

3.4.1 电路如图 3.4.1 图所示, $u_c(0_-) = U_0 = 40V$, 试问闭合开关 S 后需多长时间 u_c 才能增长到 80V?

【知识点窍】 RC 电路的金响应问题。

【逻辑推理】 一阶电路暂态分析三要素法

【解题过程】 $\tau = RC = 2 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-6} = 1 \times 10^{-3}s = 1ms$

而 $u_c(0_+) = u_c(0_-) = U_0 = 40V, u_c(\infty) = 120V$

则 $u_c(t) = u_c(0_+) + [u_c(\infty) - u_c(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}} = 120 + (40 - 120)e^{-10^3 t}$

当 $u_c(t) = 80V$ 时, 代入得 $e^{-10^3 t} = 0.5$

$$-10^3 t = \ln(0.5) = -0.693$$

$$t = 0.693 \times 10^{-3}s = 0.693ms$$

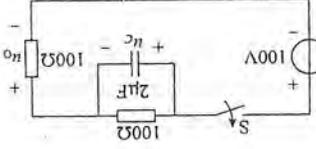
3.4.2 电路如图 3.4.2 图所示, $u_c(0_-) = 10V$, 试求 $t \geq 0$ 时的 u_c 和 u_a , 并画出它们的变化曲线。

曲线。

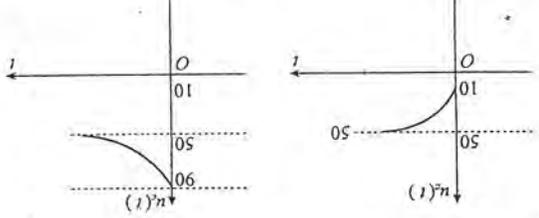
【知识点窍】 RC 电路金响应。

【逻辑推理】 由三要素法求解。

【解题过程】 $u_c(0_+) = u_c(0_-) = 10V, U_c$ 和 U_a 变化曲线图



题 3.4.2 图



图解 3.4.2

由图解 3.4.2 知电容两端等效电阻 $R = (100 // 100) = \frac{100}{2} = 50\Omega$

$$\tau = RC = 50 \times 2 \times 10^{-6} = 10^{-4}s$$

$$u_c(\infty) = \frac{100 + 100}{100} \times 100 = 50V$$

故 $u_c(t) = u_c(\infty) + [u_c(0_+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

代入得 $u_c(t) = (50 - 40e^{-10^4 t})V$

$$u_0(t) = 100 - u_c(t) = (50 + 40e^{-10^4 t})V$$

3.4.3 在题 3.4.3 图(a)所示

的电路中, u 为一阶跃电压, 如题

3.4.3 图(b)所示, 试求 i_1 和 u_c 。设

$u_c(0_-) = 1V$ 。

【知识点窍】 RC 电路分析阶跃

电压。

【逻辑推理】 本题可用两种

方法:

(1) 列电路微分方程求解。

(2) “三要素”法求解。

【解题过程】 阶跃电压如图 3.4.3 图(b) 可写为

$$u = \begin{cases} 4V, & t \geq 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

方法一: 由结点电压法, 因为 C 是非线性元件, 因此将 b 作为一个结点, 于是对 a、b 列方程:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) u_a - \frac{1}{R_2} u_b = \frac{R_1}{R_1}$$

$$u_b = \frac{1}{C} \int_0^t i_2 dt + u_c(0_-)$$

$$i_2 = \frac{u_a - u_b}{R_2}$$

代入数据

$$2 \times 10^{-3} u_a - 10^{-3} u_b = \frac{2 \times 10^3}{1} = 2 \times 10^3$$

$$u_b = 10^6 \int_0^t i_2 dt + 1$$

$$i_2 = \frac{u_a - u_b}{1 \times 10^3}$$

解方程可以求得

$$u_b = u_c = 2 - e^{-\frac{t}{2 \times 10^{-3}}} = (2 - e^{-0.5 \times 10^3 t})V$$

$$u_a = (2 - 0.5e^{-\frac{t}{2 \times 10^{-3}}})V$$

$$i_2 = \frac{u_a}{1} = (1 - \frac{1}{4}e^{-0.5 \times 10^3 t})mA$$

方法二: 用“三要素”法求解。

(1) 求初始值。

$$u_c(0_-) = u_c(0_+) = 1V$$

$$\begin{cases} (R_1 + R_2)i_1(0_+) - R_2i_2(0_+) = U - u_C(0_+) \\ (R_2 + R_3)i_2(0_+) - R_2i_1(0_+) = u_C(0_+) \\ 3 \times 10^3 i_3(0_+) - 10^3 i_2(0_+) = 4 - 1 \\ 3 \times 10^3 i_3(0_+) - 10^3 i_1(0_+) = 1 \end{cases}$$

解方程可得

$$i_3(0_+) = \frac{4 - 1 + 3}{4 - 1 + 3} = \frac{4}{3} \text{ mA}$$

(2) 求 τ : 除去电容 C, 再将电路除源, 得到等效电阻

$$R = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 1 \times 10^3 + \frac{2 \times 2}{2 + 2} \times 10^3 = 2 \times 10^3 \Omega$$

时间常数 $\tau = RC = 2 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-6} = 2 \text{ ms}$

(3) 求稳态值: C 开路, 则有

$$u_C(\infty) = \frac{R_3}{R_1 + R_3} U = \frac{2}{2 + 2} \times 4 = 2 \text{ V}$$

$$i_3(\infty) = \frac{U}{R_1 + R_3} = \frac{2 \times 10^3 + 2 \times 10^3}{4} = 1 \text{ mA}$$

由全响应定义, 列出 u_C 和 i_3 如下:

$$u_C = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 2 - e^{-\frac{t}{2 \times 10^{-3}}} = (2 - e^{-0.5 \times 10^3 t}) \text{ V}$$

$$i_3 = i_3(\infty) + [i_3(0_+) - i_3(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 1 + \left(\frac{4}{3} - 1\right)e^{-\frac{t}{2 \times 10^{-3}}}$$

$$= 1 - 0.25e^{-\frac{t}{2 \times 10^{-3}}} = (1 - 0.25e^{-0.5 \times 10^3 t}) \text{ mA}$$

3.4.4 电路如图 3.4.4 图所示, 求 $t \geq 0$ 时, (1) 电容电压 u_C ;

(2) B 点电位 V_B 和 A 点电位 V_A 的变化规律, 换路前电路处于稳态。

【知识点窍】 RC 电路分析, 基尔霍夫电压定律。

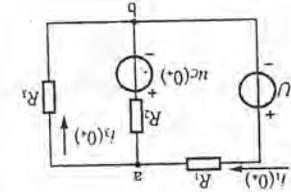
【逻辑推理】 利用换路定则得到电容上电压的初始值, 再由

KVL 定理可得到 A、B 点的初始电压, 电路处于稳态时电容开路, 由

KVL 定理可得到 A、B 点及电容 C 上的电压, 求出时间常数 τ 后, 将初始值、稳态值及 τ 代入全响应定义式即可得到各点电压表达式。

【解题过程】 用“三要素”法求解。

求 $t = 0_+$ 时的初始值



图解 3.4.3

为了求 $i_3(0_+)$, 可将 $u_C(0_+)$ 看成一个电压源, 画出相应电路图如图解 3.4.3 所示。由支路电流法:

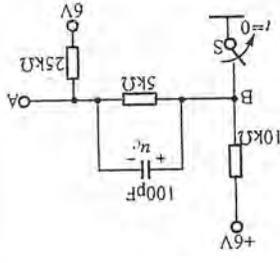


图 3.4.4 图

$$u_C(0_-) = \frac{5}{5 + 25} \times 6 = 1 \text{ V}$$

故

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 1 \text{ V}$$

将 $u_C(0_+)$ 看成恒压源, 则 $V_A(0_+)$ 和 $V_B(0_+)$ 分成

$$V_B(0_+) = 6 - \frac{6 + 6 - 1}{10 + 25} \times 10 \approx 2.86 \text{ V}$$

$$V_A(0_+) = V_B(0_+) - u_C(0_+) = 2.86 - 1 = 1.86 \text{ V}$$

在 $t = \infty$ 时电路达到稳态, 电容 C 开路, 由 KVL 定理, 可得

$$V_B(\infty) = 6 - \frac{6}{10 + 5 + 25} \times 10 = 3 \text{ V}$$

$$u_C(\infty) = \frac{6 + 6}{10 + 5 + 25} \times 5 = 1.5 \text{ V}$$

$$V_A(\infty) = V_B(\infty) - u_C(\infty) = 3 - 1.5 = 1.5 \text{ V}$$

求时间常数 τ : 除源网络等效电阻

$$R = \frac{5 \times (10 + 25)}{5 + 10 + 25} \times 10^3 = 4.375 \text{ k}\Omega$$

$$\tau = RC = 4.375 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-12} = 0.4375 \mu\text{s}$$

由全响应过程的定义式, 可得

$$u_C = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 1.5 + [1 - 1.5]e^{-\frac{t}{0.4375 \times 10^{-6}}}$$

$$= (1.5 - 0.5e^{-2.29 \times 10^6 t}) \text{ V}$$

$$V_B = V_B(\infty) + [V_B(0_+) - V_B(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 3 + [2.86 - 3]e^{-2.29 \times 10^6 t}$$

$$= (3 - 0.14e^{-2.29 \times 10^6 t}) \text{ V}$$

$$V_A = V_A(\infty) + [V_A(0_+) - V_A(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 1.5 + [1.86 - 1.5]e^{-2.29 \times 10^6 t}$$

$$= (1.5 + 0.36e^{-2.29 \times 10^6 t}) \text{ V}$$

3.4.5 电路如图 3.4.5 图(a)所示, 换路前已处于稳态, 试求换路后 $t \geq 0$ 的 u_C 。

【知识点窍】 RC 电路的全响应。

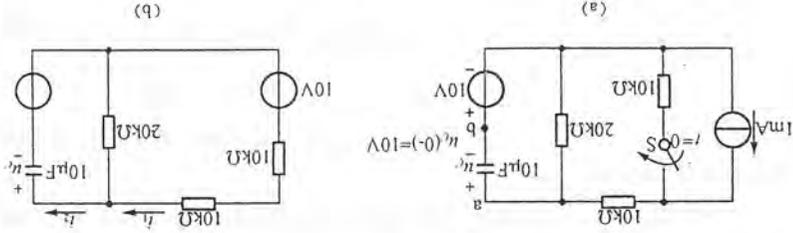
【逻辑推理】 求出电容电压换路后的初始值及稳态值, 代入全响应定义式即可。

【解题过程】 换路前 ($t = 0_-$) 时

$$u_C(0_-) = 1 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^3 - 10 = 10 \text{ V}$$

换路后

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 10 \text{ V}$$



题 3.4.5 图

到达稳定($t = \infty$)时,电容 C 开路

$$u_C(\infty) = 1 \times 10^{-2} \times \frac{10 + 10 + 20}{10 + 10 + 20} \times 20 \times 10^3 - 10 = -5 \text{ V}$$
 时间常数

$$\tau = \frac{(10 + 10) \times 20}{(10 + 10 + 20)} \times 10^3 \times 10 \times 10^{-6} = 0.1 \text{ s}$$
 于是,由 RC 电路全响应定义

$$u_C = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= -5 + [10 - (-5)]e^{-\frac{t}{0.1}}$$

$$= (-5 + 15e^{-10t}) \text{ V}$$

方法二:换路前($t = 0_-$)时, $u_C(0_-) = 10 \text{ V}$

换路后

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 10 \text{ V}$$

由维宁定理可将电路等效为如图题 3.4.5 图(b) 所示。

由支路电流法,可得

$$\begin{cases} (10 + 10) \times 10^3 i_1 + 20 \times 10^3 i_2 = 10 \\ u_C + 10 = 20 \times 10^3 (i_1 - i_2) \\ u_C = -10 \times 10^{-6} \frac{du_C}{dt} \end{cases}$$

解以上方程组可得

$$\begin{cases} 40 \times 10^3 i_1 + 20 \times 10^{-2} \frac{du_C}{dt} = 10 \\ u_C + 10 = 20 \times 10^3 (i_1 + 10^{-6} \frac{du_C}{dt}) \end{cases}$$

即

$$\frac{1}{10} \frac{du_C}{dt} - 2u_C - 10 = 0$$

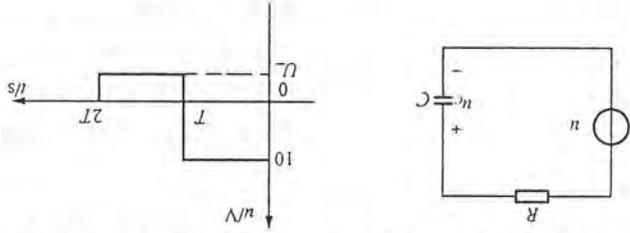
因此,可求出

$$u_C = (-5 + 15e^{-10t}) \text{ V}$$

3.4.6 有一 RC 电路,如图题 3.4.6 图(a) 所示,其输入电压如图题 3.4.6 图(b) 所示。设脉冲宽度 $T = RC$, 试求负脉冲的幅度 U_- 等于多大才能在 $t = 2T$ 时使 $u_C = 0$ 。设 $u_C(0) = 0$ 。

【知识点窍】 RC 电路分析。

【逻辑推理】 u_C 是分段函数,先充电,后放电, n 的大小影响 u_C 放电的快慢。



题 3.4.6 图

【解题过程】 由 $t = 0$ 到 $t = T$ 期间 u_C 为

$$u_C = U_+ (1 - e^{-\frac{t}{T}})$$

是 RC 电路零状态响应过程。

$$u_C(T) = 10(1 - e^{-1}) = 6.32 \text{ V}$$

由 $t = T$ 到 $t = 2T$ 时的 u_C 为全响应过程,可得:

$$u'_C = U_+ + [u_C(T) - U_+]e^{-\frac{t-T}{T}}$$

当 $t = 2T$ 时 $u'_C = 0$,代入上式

$$U_- + [u_C(T) - U_-]e^{-\frac{2T-T}{T}} = 0$$

$$U_- = -3.68 \text{ V}$$

3.6.3 在题 3.6.3 图所示电路中, $U_1 = 24 \text{ V}$, $U_2 = 20 \text{ V}$, $R_1 = 60 \Omega$, $R_2 = 120 \Omega$, $R_3 = 40 \Omega$, $L = 4 \text{ H}$ 。换路前电路已处于稳态,试求换路后的电流 i_L 。

【知识点窍】 RL 电路响应问题。

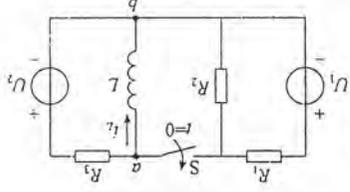
【逻辑推理】 一阶电路暂态分析三要素法。

【解题过程】 该电路可等效如图解 3.6.3, 其中 E, R 分别为戴维宁等效变换后的电压、电阻。

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U_2}{R_3} = \frac{20}{40} = 0.5 \text{ A}$$

$$R = R_1 // R_2 // R_3 = 20 \Omega$$

题 3.6.3 图



所以 $\tau = \frac{L}{R} = \frac{4}{20} = 0.2s$

由结点电压法求 U_{ab} , 由(1)知, $U_{ab} = \frac{U_1 + U_2}{\frac{R_1}{1} + \frac{R_2}{1} + \frac{R_3}{1}} = 18V$,

$E = U_{ab} = 18V$

从而 $i_L(\infty) = \frac{E}{R} = \frac{18}{20} = 0.9A$

由三要素法

$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

$= 0.9 + (0.5 - 0.9)e^{-\frac{t}{0.2}} = (0.9 - 0.4e^{-5t})A$

所以, 换路后的电流 $i_L = (0.9 - 0.4e^{-5t})A$

3.6.4 在题3.6.4图所示电路中, $U = 15V, R_1 = R_2 = R_3 = 3\Omega, L = 2H$. 换路前电路已处于稳态, 试求当将开关S从位置

1合到位置2后($t \geq 0$)的电流 i_1, i_2, i_3 .

【知识点窍】RL电路的零输入响应问题.

【逻辑推理】先将 $i_L(0+)$ 时间常数 τ 求出, 根据RL电路的

零输入响应公式 $i_L(t) = i_L(0+)e^{-\frac{t}{\tau}}$ 求解.

【解题过程】由电路题3.6.4图知 $i_L(0+) = i_L(0-) = \frac{U}{R_2} = \frac{15}{3} = 0.5A$

当S从位置1合到位置2后, 求出等效电阻 $R = (R_1 + R_2) // R_3 = 20\Omega$

$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{20} = 0.1s$

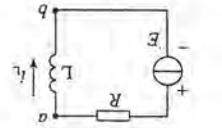
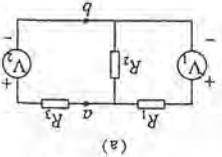
由RL电路零输入响应公式 $i_L(t) = i_L(0+)e^{-\frac{t}{\tau}} = 0.5e^{-\frac{t}{0.1}} = (0.5e^{-10t})A$

$i_L \frac{d}{dt} = L \frac{di_L}{dt} = 2 \times 0.5 \times (-10) \times e^{-10t} = (-10e^{-10t})V$

$i_3(t) = \frac{U_L}{R_3} = -\frac{1}{3}e^{-10t} = (-0.333e^{-10t})A$

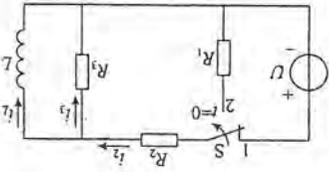
$i_2(t) = i_L(t) + i_3(t) = (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})e^{-10t} = (0.167e^{-10t})A$

所以 $t \geq 0$ 时, $i_1 = (0.5e^{-10t})A, i_2 = (0.167e^{-10t})A, i_3 = (0.333e^{-10t})A$



(b)

图解 3.6.3



题 3.6.4 图

【解题过程】由电路题3.6.4图知 $i_L(0+) = i_L(0-) = \frac{U}{R_2} = \frac{15}{3} = 0.5A$

当S从位置1合到位置2后, 求出等效电阻 $R = (R_1 + R_2) // R_3 = 20\Omega$

$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{20} = 0.1s$

由RL电路零输入响应公式 $i_L(t) = i_L(0+)e^{-\frac{t}{\tau}} = 0.5e^{-\frac{t}{0.1}} = (0.5e^{-10t})A$

$i_L \frac{d}{dt} = L \frac{di_L}{dt} = 2 \times 0.5 \times (-10) \times e^{-10t} = (-10e^{-10t})V$

$i_3(t) = \frac{U_L}{R_3} = -\frac{1}{3}e^{-10t} = (-0.333e^{-10t})A$

$i_2(t) = i_L(t) + i_3(t) = (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})e^{-10t} = (0.167e^{-10t})A$

所以 $t \geq 0$ 时, $i_1 = (0.5e^{-10t})A, i_2 = (0.167e^{-10t})A, i_3 = (0.333e^{-10t})A$

3.6.5 在题3.6.5图所示电路中, R_L 为电磁线圈, R' 为泄放电阻, R_1 为限流电阻. 当电磁铁未吸合时, 时间继电器的触点KT是闭合的, R_1 被短接, 使电源电压全部加在电磁线圈上以增大吸力. 当电磁铁吸合后, 触点KT断开, 接入电路以减小线圈中的电流. 试求触点KT断开后线圈中的电流 i_L 的变化规律. 设 $U = 200V, L = 200H, R = 25\Omega, R_1 = 50\Omega, R' = 500\Omega$.

【知识点窍】RL电路分析.

【逻辑推理】求出电流在KT断开后的初始值及稳态值, 代入全

响应定义式即可.

【解题过程】未吸合时线圈中电流, L短路

$i_L(0-) = \frac{U}{R} = \frac{200}{50} = 4A$

KT断开瞬间 $i_L(0+) = i_L(0-) = 4A$, 达到稳态后

$i_L(\infty) = \frac{U}{R'} = \frac{200}{500 + 50} \times \frac{R_1}{R_1 + R'} = \frac{200}{500 + 50} \times \frac{50}{50 + 50} \approx 1.9A$

$\tau = \frac{L}{R + R'} = \frac{200}{500 + 50} \approx 0.26s$

于是, 时间常数

$R_0 = R + R_1 + R'$

$\tau = \frac{L}{R + R_1 + R'} = \frac{200}{50 + 500 + 50} \approx 0.26s$

于是, 利用“三要素”法, 可得全响应过程表达式为:

$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = 1.9 + [4 - 1.9]e^{-\frac{t}{0.26}}$

$= (1.9 + 2.1e^{-\frac{t}{0.26}})A$

3.6.6 电路如题3.6.6图所示, 试用三要素法求 $t \geq 0$ 时的 i_1, i_2 及 i_L . 换路前电路处于稳态.

【知识点窍】RL电路分析.

【逻辑推理】瞬态中, 可将电感看作电流源来计算.

【解题过程】开关S闭合前电感L中的电流

$i_L(0-) = \frac{6}{12} = 2A$

开关S闭合后各电流初始值 $i_L(0+) = i_L(0-) = 2A$. 将电感L用

恒流源 $i_L(0+)$ 代替, 求 $i_1(0+)$ 和 $i_2(0+)$.

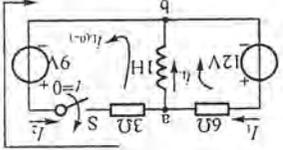
闭合后, 由支路电流法, 可列方程为

$(6+3)i_1 - 3i_2 = 12 - 9$

$i_1 + i_2 = i_L(0+)$

于是有

$\begin{cases} 9i_1 - 3 \times 2 = 3 \\ i_1 + i_2 = 2 \end{cases}$



题 3.6.6 图

因此 $i_1(0_+) = 1\text{A}, i_2(0_+) = 2 - 1 = 1\text{A}$

开关 S 闭合后各电流的稳态值, ab 短路

$$i_1(\infty) = \frac{6}{12} = 2\text{A}, i_2(\infty) = \frac{3}{9} = 3\text{A}$$

对结点 a 而言

$$i_1(\infty) = i_1(\infty) + i_2(\infty) = 2 + 3 = 5\text{A}$$

求电路时间常数为:

$$\tau = \frac{L}{I} = \frac{3 \times 6}{1} = 0.5\text{s}$$

因此,由“三要素”法得到

$$i_1 = i_1(\infty) + [i_1(0_+) - i_1(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = 2 + (1 - 2)e^{-\frac{t}{0.5}} = (2 - e^{-2t})\text{A}$$

$$i_2 = 3 + (1 - 3)e^{-\frac{t}{\tau}} = (3 - 2e^{-2t})\text{A}$$

$$i_3 = 5 + (2 - 5)e^{-2t} = (5 - 3e^{-2t})\text{A}$$

3.6.7 当具有电阻 $R = 1\Omega$ 及电感 $L = 0.2\text{H}$ 的电磁继电器线圈(见图 3.6.7 图)中的电流 $i = 30\text{A}$ 时,继电器即动作而将电源切断。设负载电阻和线路电阻分别为 $R_L = 20\Omega$ 和 $R_1 = 1\Omega$, 直流电源

电压 $U = 220\text{V}$, 试问当负载被短路后,需要经过多少时间继电器才能将电源切断?

【知识点窍】 RL 电路分析。

【逻辑推理】 先求出短路后电流的稳态值及初始值,得到电流的全响应表达式,则可由 $i = 30\text{A}$

时得到相应的时间。

【解题过程】 负载被短路前电路的电流

$$i = i_L(0_+) = \frac{U}{R_1 + R_L + R} = \frac{220}{1 + 20 + 1} = 10\text{A}$$

短路后电流的稳态值

$$i_L(\infty) = \frac{R + R_1}{R + R_1 + L} = \frac{1 + 1}{220} = 110\text{A}$$

短路开始瞬间回路电流的初始值

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 10\text{A}$$

电路时间常数

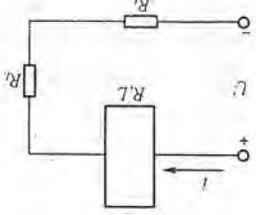
$$\tau = \frac{L}{R + R_1} = \frac{0.2}{1 + 1} = 0.1\text{s}$$

由“三要素”法可得:短路后电路电流为:

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 110 + [10 - 110]e^{-\frac{t}{0.1}}$$

$$= (110 - 100e^{\frac{t}{0.1}})\text{A}$$



题 3.6.7 图

当 $i = 30\text{A}$ 时,解方程

$$30 = 110 - 100e^{-10t}$$

$$100e^{-10t} = 80$$

$$\text{于是 } t = \frac{1}{10} \ln(1.05) \approx 0.0223\text{s} = 22.3\text{ms}$$

C 拓宽题

3.3.8 题 3.3.8 图所示电路为一测子弹速度的设备示意图。如已知 $U = 100\text{V}, R = 6\text{k}\Omega, C = 0.1\mu\text{F}, l = 3\text{m}$ 。设测速时电路已处于稳态,子弹先将开关 S_1 打开,经一段路程 l 飞至 $S_2 - S_3$ 连锁开关,将 S_2 打开, S_3 同时闭合,使电容 C 和电荷测定计 G 连上,若此时测出的电容电荷 Q 为 $3.45\mu\text{C}$,试求子弹速度。

【知识点窍】 RC 电路的零输入响应。

【逻辑推理】 子弹将 S_1 打开, RC 回路时电容放电,当 S_2 打开, S_3 同时闭合,此时放电停止,由给出的电容电荷量求出电压值,再由

$u_C(t)$ 和此电压值相等,求出子弹运行时间 t ,从而 $v = \frac{l}{t}$ 。

【解题过程】 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 100\text{V}$

当子弹将 S_1 打开, RC 回路中, $\tau = RC = 6 \times 10^3 \times 0.1 \times 10^{-6} = 6 \times 10^{-4}\text{s}$

$$u_C(t) = u_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = 100e^{-\frac{6 \times 10^4 t}{1}} = (100e^{-\frac{60000}{1}t})\text{V}$$

当 S_2 打开时, $C = \frac{Q}{u_C}$, 则 $u_C = \frac{Q}{C} = \frac{3.45 \times 10^{-6}}{0.1 \times 10^{-6}} = 34.5\text{V}$

即 $u_C(t) = 34.5$

解得 $t = 6.385 \times 10^{-4}\text{s}$

$$\text{则 } v = \frac{l}{t} = \frac{3}{6.385 \times 10^{-4}} = 4698.5\text{m/s, 所以子弹速度 } v = 4698.5\text{m/s}$$

3.4.7 在题 3.4.7 图所示电路中,开关 S 先合在位置 1,电路处于稳态, $t = 0$ 时,将开关从位置

1 合到位置 2,试求 $t = \tau$ 时 u_C 之值,在 $t = \tau$ 时,又将开关合到位置

2,试求 $t = 2 \times 10^{-2}\text{s}$ 时 u_C 之值,此时再将开关合到 2,作出 u_C 的变

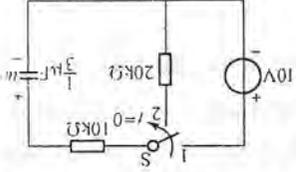
化曲线。充电电路和放电电路的时间常数是否相等?

【知识点窍】 RC 电路分析。

【逻辑推理】 S 选择不同,就有两个回路,时间常数由于 R 的不

同而不同。

【解题过程】 $t = 0$ 时, $u_C(0_-) = 10\text{V} = u_C(0_+)$



题 3.4.7 图

合到2的位置后,没有激励电源,是0输入响应过程。

$$u_{C1} = u_{C1}(0_+)e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 10e^{-0.1t} \text{ V}$$

$$\text{总电阻为 } R = 10 + 20 = 30 \text{ k}\Omega$$

于是时间常数

$$\tau_1 = 30 \times 10^3 \times \frac{1}{1} \times 10^{-6} = 0.01 \text{ s}$$

$$\text{当 } t = \tau_1 \text{ 时, } u_{C1}(\tau_1) = 3.68 \text{ V}$$

$$\text{合到位置1时, } u_{C2}(\tau_1 +) = u_{C2}(\tau_1) = u_{C1}(\tau_1)$$

$$\text{稳态时, } u_{C2}(\infty) = u_{C1}(\infty) = 10 \text{ V}$$

$$u_{C2} = 10 + (3.68 - 10)e^{-\frac{t}{\tau_2}} = [10 - 6.32e^{-300(t-0.01)}] \text{ V}$$

$$R = 10 \text{ k}\Omega$$

$$\text{于是 } \tau_2 = 10 \times 10^3 \times \frac{1}{1} \times 10^{-6} = \frac{1}{3} \times 10^{-2} \text{ s}$$

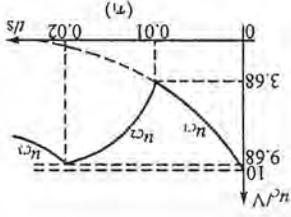
$$\approx 0.33 \times 10^{-2} \text{ s}$$

$$\text{当 } t = 2 \times 10^{-2} \text{ s 时, } u_{C2}(0.02) = 10 - 6.32e^{-3} \approx 9.68 \text{ V}$$

此时再合到2,时间常数仍为 $\tau_1 = 0.01 \text{ s}$

$$u_{C2} = 9.68e^{-\frac{t-0.02}{0.01}} = 9.68e^{-100(t-0.02)} \text{ V}$$

其中充、放电时间常数分别为 $\tau_1 = 0.01 \text{ s}$ 和 $\tau_2 = 0.0033 \text{ s}$ 不相等。



图解 3.6.7

3.6.8 在题3.6.8图所示电路中, $R_1 = 2 \Omega, R_2 = 2 \Omega, L_1 = 0.01 \text{ H}, L_2 = 0.02 \text{ H}, U = 6 \text{ V}$ 。(1) 试求 S_1 闭合后电路中电流 i_1 和 i_2 的变化规律;(2) S_1 闭合后电路达到稳定状态时再闭合 S_2 , 试求 i_1 和 i_2 的变化规律。

【知识点窍】RL 电路分析。

【逻辑推理】 S_1 闭合前电路无储能, 故在 S_1 闭合后电路为零状

态响应; 电路稳定后 S_2 闭合, 要将电路分成两个回路来考虑, 如题

3.6.8图所示, 对回路 I, S_2 闭合前电路已有储能, 故此时为全响应过

程, 对回路 II, S_2 闭合后电路无激励源, 故此时为零输入响应。

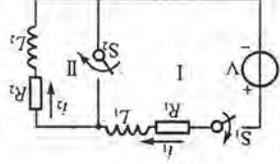
【解题过程】当 S_1 闭合前电路无电流, 即 $i_1(0_-) = i_2(0_-) = 0$ 。

S_1 闭合后两个线圈串联, 总电阻及电感为 $(S_1$ 闭合是充电过程)

$$R = R_1 + R_2, L = L_1 + L_2$$

问题是求 RL 电路的零状态响应, 由定义有 $i_1 = i_2 = \frac{U}{R_1 + R_2}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$\text{时间常数 } \tau_1 = \frac{L_1 + L_2}{R_1 + R_2} = \frac{0.01 + 0.02}{2 + 1} = 0.01 \text{ s}$$



题 3.6.8 图

路。

$$i_1 = \frac{-3}{-3} = -1.8 \text{ A}$$

$$i_2 = i_1 \times \frac{2+1}{2} = 1.2 \text{ A}$$

$$i_2(0_-) = -1.2 \text{ A}$$

开关 S 合到 2 时, $i_L(0_+) = i_L(0_-) = -1.2 \text{ A}$ (换路定律), 将 $i_L(0_+)$ 当作恒流源代替电感 L, 并与

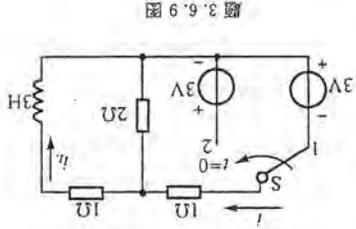
2Ω 电阻组成电流源, 由戴维宁定理, 该电流源可等效为 $-2.4 \text{ V}, 2 \Omega$ 的电压源, 其参考方向为下“+”

上“-”, 由此可得

$$i(0_+) = \frac{3 + (-2.4)}{3 + \frac{1+2}{2}} = 0.2 \text{ A}$$

$$\text{除源} + 3 \text{ V 后, 得 } R_0 = (1 + \frac{2 \times 1}{2+1}) \Omega$$

$$\text{于是, 时间常数 } \tau = \frac{L}{R} = \frac{1 + \frac{2 \times 1}{2+1}}{3} = \frac{1 + \frac{2}{3}}{3} = 1.8 \text{ s}$$



题 3.6.9 图

求 i_L 和 i , 并作出它们的变化曲线。

【知识点窍】RL 电路全响应。

【逻辑推理】利用换路定则求出电流初始值, 再由欧姆

定律求出电流稳态值, 再代入全响应定义即可。

【解题过程】当开关 S 处于 1 位置时的稳态值时, L 短

$$i_2 = 2e^{-\frac{t}{\tau_2}} = 2e^{-30t} \text{ A}$$

对回路 II, 无激励源, 是 0 输入响应, 于是有

$$i_1 = 3 + (2 - 3)e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 3 - e^{-\frac{t}{0.005}} = (3 - e^{-200t}) \text{ A}$$

对回路 I, 是全响应过程

$$\tau_2 = \frac{L_2}{R_2} = \frac{1}{0.02} = 0.02 \text{ s}$$

$$\tau_1 = \frac{L_1}{R_1} = \frac{0.01}{2} = 0.005 \text{ s}$$

两个电路的时间常数分别为

$$S_2 \text{ 闭合后到达稳态时 } i_1(\infty) = \frac{U}{R_1} = \frac{3}{6} = 3 \text{ A}, i_2(\infty) = 0$$

$$S_2 \text{ 闭合后, } i_1(0_+) = i_2(0_+) = 2 \text{ A}$$

$$\text{电路达到稳定时 } L_1, L_2 \text{ 短路 } i_1(\infty) = i_2(\infty) = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{1+2}{6} = 2 \text{ A}$$

$$i_1 = i_2 = \frac{2+1}{6}(1 - e^{-\frac{t}{0.01}}) = 2(1 - e^{-100t}) \text{ A}$$

$$\text{当 } t = \infty \text{ 到达稳态时, } L \text{ 短路 } i(\infty) = \frac{3}{1 + \frac{2 \times 1}{2 + 1}} = 1.8 \text{ A}$$

$$i_L(\infty) = \frac{2}{2 + 1} \times i(\infty) = \frac{2}{3} \times 1.8 = 1.2 \text{ A}$$

于是,由全响应公式可得,总电流为

$$i = i(\infty) + [i(0_+) - i(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 1.8 + [0.2 - 1.8]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= (1.8 - 1.6e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ A}$$

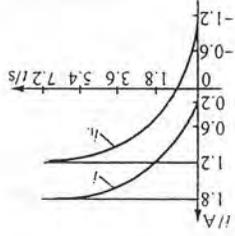
电感电流为

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 1.2 + [-1.2 - 1.2]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= (1.2 - 2.4e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ A}$$

i 和 i_L 的变化曲线如图解 3.6.9 所示。



图解 3.6.9

第 4 章 正弦交流电路

4.1 重点内容提要

本章系统地介绍正弦交流电路的基本概念及其相量表示方法,基尔霍夫定律和元件的电压电流关系的相量形式,正弦电路中各种功率的概念,用相量法分析计算正弦交流电路。

一、正弦电压与电流

(1) 周期与频率:正弦量交变一次所需的时间 T 为周期,频率 $f = \frac{1}{T}$,单位:Hz,kHz,MHz。

角频率:每秒变化的弧度 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$,单位为 rad/s。

(2) 幅值或最大值:用 U_m 、 E_m 、 I_m 表示。

$$\text{有效值} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{幅值}$$

瞬时值:用 u 、 i 、 e 表示。

(3) 初相位:正弦量的相位角 $\alpha = \omega t + \psi$, ψ 称初相位。

相位差:两个同频率的正弦量的相位之差等于初相位之差,例如

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

则 $\varphi = \psi_u - \psi_i$

频率、幅值和初相位是确定正弦量的三要素。

二、正弦量的相量表示法

(1) 三角函数表示法:也称瞬时值表示法。

(2) 正弦波形图表示法。

(3) 相量(复数)表示法: $i = I e^{j\omega t}$ 、 $U = U e^{j\omega t}$ 、 $E = E e^{j\omega t}$,或写成 $i = I/\sqrt{2} e^{j\omega t}$ 、 $U = U/\sqrt{2} e^{j\omega t}$ 、 $E = E/\sqrt{2} e^{j\omega t}$ 。

(4) 相量图表示法:相量有方向,带箭头,称为时间向量。

三、单一参数的交流电路

电阻元件、电感元件及电容元件的交流电路如表 4.1 所示。

表 4.1

元件名称	电阻 R	电感 L	电容 C
电路图			
基本规律	$U_R = RI$	$U_L = L \frac{di}{dt}$	$i = C \frac{du}{dt}$
在直流电路中	$U_R = RI$	相当于短路	相当于开路
阻抗	R	$X_L = \omega L$ $= 2\pi fL$	$X_C = \frac{1}{\omega C}$ $= \frac{1}{2\pi fC}$
有效值关系	$U_R = RI$	$U_L = X_L I$	$U_C = X_C I$
相位关系	U_R 与 i 同相	U_L 超前 i 90°	U_C 滞后 i 90°
相量关系	$\dot{U} = iR$	$\dot{U}_L = jX_L I$	$U_C = -jX_C I$
相量图			
瞬时值表达式	$i = \sqrt{2} I \sin \omega t$ $U_R = \sqrt{2} I R \sin \omega t$	$i = \sqrt{2} I \sin \omega t$ $U_L = \sqrt{2} I X_L \sin(\omega t + 90^\circ)$	$i = \sqrt{2} I \sin \omega t$ $U_C = \sqrt{2} I X_C \sin(\omega t - 90^\circ)$
平均功率	$P_R = U_R I = I^2 R = \frac{U_R^2}{R}$	$P_L = 0$	$P_C = 0$
无功功率	$Q_R = 0$	$Q_L = U_L I = I^2 X_L = \frac{U_L^2}{X_L}$	$Q_C = U_C I = I^2 X_C = \frac{U_C^2}{X_C}$

四、电阻、电感与电容元件串联的交流电路

电阻、电感与电容元件串联的交流电路如图 4.1 所示。

1. 瞬时值关系

$$u = u_R + u_L + u_C = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

$$= I_m R \sin(\omega t) + I_m \omega L \sin(\omega t + 90^\circ) + I_m \frac{1}{C} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$= U_m \sin(\omega t) + U_{Lm} \sin(\omega t + 90^\circ) + U_{Cm} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

2. 相量关系

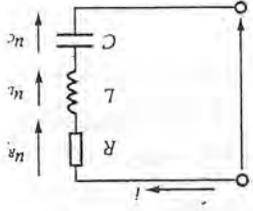


图 4.1

在正弦交流电路中

$$\begin{aligned} \dot{I} &= I \angle 0^\circ \text{ A} \\ \dot{U} &= iR + jI X_L - jI X_C \\ &= I [R + j(X_L - X_C)] = I \cdot Z \\ \dot{I} &= \frac{\dot{U}}{Z} \end{aligned}$$

欧姆定律相量形式

由此可画出电压三角形,如图 4.2 所示。

阻抗

$$Z = R + j(X_L - X_C) = R + jX = |Z| \angle \varphi$$

阻抗模

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

幅角(阻抗角)

$$\varphi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} = \arctan \frac{U_L - U_C}{U_R}$$

由此可得阻抗三角形,如图 4.3 所示。电压瞬时值可得

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

串联电路的相量形式如图 4.4 所示。

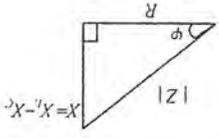


图 4.3

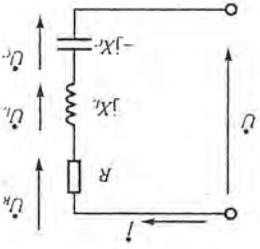


图 4.4

3. 有效值关系

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \\ I &= \frac{|Z|}{U} = \frac{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}{U} \end{aligned}$$

$$\text{相位差 } \varphi = \arctan \frac{U_L - U_C}{U_R} = \arctan \frac{X_L - X_C}{R}, \text{ 即阻抗角。}$$

4. 功率关系

(1) 瞬时功率: $p = ui$ 。

(2) 平均功率(有功功率): $P = UI \cos \varphi = I^2 R_{\text{av}}$ 。

(3) 无功功率: $Q = UI \sin \varphi = I^2 (X_L - X_C) = (Q_L - Q_C)_{\text{var}}$ 。

(4) 视在功率: $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ V} \cdot \text{A}$ 。

五、阻抗的串联与并联

1. 阻抗串联

$$Z = \sum Z_1 = Z_1 + Z_2 + \dots$$

$$Z = R + jX = \sum R_1 + j(\sum X_1 - \sum X_2) = |Z| \angle \varphi$$

$$|Z| = \sqrt{(\sum R_1)^2 + (\sum X_1 - \sum X_2)^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{\sum X_1 - \sum X_2}{\sum R_1}$$

2. 阻抗的并联

$$Z = 1 / (\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots) = 1 / \sum (\frac{1}{Z_i})$$

两个阻抗并联, 则有 $Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$

分流公式

$$i_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} i_s, i_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} i_s$$

$$i_s = i_1 + i_2$$

六、交流电路的频率特性

1. RC 电路的频率特性

(1) 低通电路。

网络函数: $H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega CR}$, $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ 为截止频率, $\omega_c = \frac{1}{RC}$, 如图 4.6 所示。

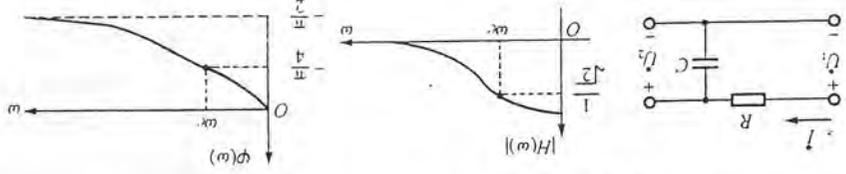


图 4.6 (a) (b) (c)

(2) 高通电路。

网络函数: $H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1}$, 截止频率: $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$, $\omega_c = \frac{1}{RC}$, 如图 4.7 所示。

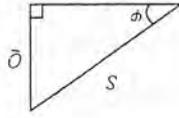


图 4.5

由此可画出功率三角形如图 4.5 所示。

或

$$X_c = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2}$$

$$I_c = I_p = I_1 \sin \varphi_1, I = I_r = I_1 \cos \varphi_1$$

(1) 谐振条件:

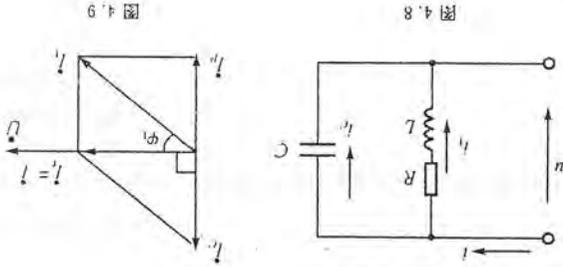


图 4.8

图 4.9

电路图如图 4.8 所示, 相量图如图 4.9 所示。

3. 串联谐振

2) 通频带: $\Delta f = f_H - f_L$, f_H 和 f_L 由 $I = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0$ 确定。

$$1) \text{ 品质因数: } Q = \frac{U_L}{U_C} = \frac{\omega L}{R} = \frac{U}{I_c} = \frac{R}{\omega_0 C}$$

(4) 品质因数与通频带。

$$(3) \text{ 谐振频率: } f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

4) 电路功率 $S = P$, $Q = 0$, 但 $Q_L = Q_C = 0$, 电源不输出无功功率, 电感与电容间有能量交换。

3) 电路局部过电压, 当 $X_L = X_C \gg R$ 时, $U_L = U_C = U$, 也称为电压谐振。

2) 电流最大, 且与电源电压同相: $I_0 = \frac{U}{R}$, $\varphi = 0$ 。

1) 阻抗最小, 呈电阻性, $Z = R$ 。

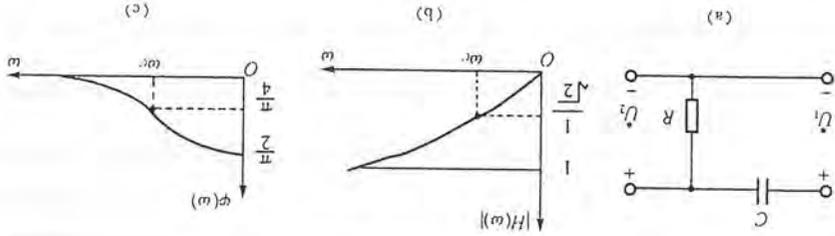
(2) 电路特点:

(1) 谐振条件: $X_L = X_C$ 。

电路如图 4.7(a) 所示。

2. 串联谐振

图 4.7



若 $R = 0$, 则 $X_C = X_L$.

(2) 电路特点:

1) 阻抗最大, 呈电阻性; 谐振阻抗 $Z_0 = \frac{L}{RC}$. 若 $R = 0$, 则 $Z_0 = \infty$.

2) 电流最小, 且与电压同相; $I_0 = I = \frac{U}{Z_0}$, $\varphi = 0$. 当 $R = 0$ 时, $I_0 = 0$.

3) $I_C = I_p = \frac{R_L}{X_L} I_0$. 当 $X_L \gg R$ 时, $I_C \gg I_0$, $I_L \gg I_0$, 又称电流谐振. 当 $R = 0$ 时,

$I_C = I_L = \frac{U}{X_C} \neq I_0 = 0$, 称为自激振荡.

(3) 谐振频率与品质因数:

谐振频率: $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{L})^2}$

品质因数: 当 $\omega L \gg R$ 时, $f_0 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$, $Q = \frac{R}{\omega L}$

七、功率因数的提高

1. 功率因数 $\cos\varphi$

$\cos\varphi = \frac{S}{P}$, 其大小取决于负载性质和参数, 大多数是感性负载, 功率因数在 $0.5 \sim 0.8$ 左右.

(1) 交流电源(发电机、变压器等)容量得不到充分利用; 电源容量 $S_N = U_N I_N$, 实际输出功率

$$P_N = U_N I_N \cos\varphi = S_N \cos\varphi < S_N$$

(2) 电源内阻及线路电阻功率损失加大; 若电源内阻及线路电阻总和为 r , 当供给负载的有功功率为 P 时, 损失功率

$$\Delta P = I^2 r = (\frac{P}{U \cos\varphi})^2 \cdot r = \frac{P^2}{U^2} \cdot r \cdot \frac{1}{\cos^2\varphi}$$

$\cos\varphi$ 愈低, ΔP 愈大.

2. 提高功率因数 $\cos\varphi$ 的要求和条件

通常要求 $\cos\varphi = 0.9 \sim 0.95$, $\cos\varphi > 0.95$ 则要求电容量大大增加, 设备投资增加, 引起电力网共

振.

提高 $\cos\varphi$ 的条件: 保持负载工作状态不变.

3. 提高功率因数 $\cos\varphi$ 的方法

(1) 并联电容

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

式中 φ_1 —— 提高前的功率因数角.

φ —— 提高后的功率因数角.

(2) 采用同步电动机.

八、非正弦周期电压和电流

常见的矩阵波电压、矩形波电压、锯齿波电压、三角波电压及全波整流电压等虽然是非正弦量, 却是周期性变化的, 它们都可以展开为傅里叶级数(见教材式 4.9.1).

了解相关概念并知道其计算公式, 如: 周期电流 i 的有效值 I 定义为

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad \text{①}$$

其中 $i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k - \varphi_k)$

代入 ① 中: $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$

非正弦周期电流: 的平均值指

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i d(\omega t)$$

考点: 正弦量与相量的互相变换, 单一参数电路的基本电路, R 、 L 、 C 串并联电路的分析, 相量图的画法.

4.2 练习与思考题解答

4.1.1 【解题过程】(1) 角频率 $\omega = 6280 \text{ rad/s}$, 根据 $\omega = 2\pi f$ 有

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6280}{2\pi} \approx 1000 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1000} = 1 \text{ ms}$$

$$I_m = 100 \text{ mA}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} \approx 70.7 \text{ mA}$$

初相位 $\psi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ 或 -45°

(2) 波形如图 4.1.1 图中实线所示.

(3) 若参考方向相反

$$i = 100 \sin(6280t + \pi - \frac{\pi}{4})$$

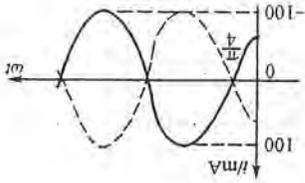
$$= 100 \sin(6280t + \frac{3}{4}\pi) \text{ mA}$$

波形图如图 4.1.1 中虚线所示. 故除了相位, 其他都与实线波形相同.

4.1.2 【解题过程】(1) $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 1000 \approx 6280 \text{ rad/s}$

初相位 $\varphi_1 = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}\pi \text{ rad}$ 或 135° .

题 4.1.1 图



$$i = 100\sin(2000\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ mA}$$

$$= 100\sin(2000\pi \times 0.375 \times 10^{-3} - \frac{\pi}{4})$$

$$= 100\text{mA}$$

$$(2)? i = 100\sin(1.25\pi - 0.25\pi) = 0$$

$$(3)? i = 100\sin(90^\circ - 45^\circ) \approx 70.7\text{mA}$$

$$(4)? i = 100\sin(\frac{7}{2}\pi \times \frac{1}{7}T - \frac{\pi}{4}) = -100\text{mA}$$

4.1.3 【解题过程】(1) 相位差 $\varphi = \psi_1 - \psi_2 = 45^\circ - (-30^\circ) = 75^\circ$

(2) 波形图如图解 4.1.3 所示。

(3) 相位上 i_1 超前于 i_2 75° , 或 i_2 滞后于 i_1 75° 。

4.1.4 【解题过程】 相位比较只可在同频的波形上比较。

因为

$$\psi_1 = \omega_1 t + \psi_{10} \cdot \psi_2 = \omega_2 t + \psi_{20}$$

相位差

$$\psi_1 - \psi_2 = (\omega_1 - \omega_2)t + (\psi_{10} - \psi_{20})$$

当 $\omega_1 \neq \omega_2$ 时, $\psi_1 - \psi_2$ 是 t 的函数, 故是变化的, 不能比较。

一般相位差为 ω ; 当 ω_2 时 $\psi_{10} - \psi_{20}$ 的值。所以本题不能

比较。

4.1.5 【解题过程】 标准形式:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi)$$

I 是有效值, I_m 是幅值, 故不能混用。

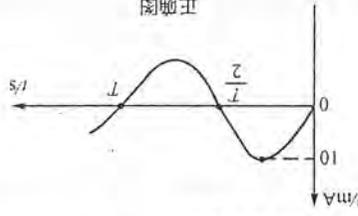
4.1.6 【解题过程】 令 $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$, 当 $t = 0$ 时, $u = U_m \sin\psi = U_m \sin 45^\circ = 220\text{V}$

$$U_m = \frac{u}{\sin 45^\circ} = \frac{220}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 311\text{V}$$

有效值

$$U = U_m / \sqrt{2} = 311 / \sqrt{2} = 220\text{V}$$

4.1.7 【解题过程】 (1) 电流 i 轴和时间 t 轴无单位。(2) 横坐标为时间 t , 不能用 π 或 2π 表示相位, 只能用周期 T 表示, 正确图如图解 4.1.7 所示。



图解 4.1.7

4.2.1 【解题过程】 $A + B = -8 + j6 + 3 + j4 = -5 + j10$

$$A - B = -8 + j6 - 3 - j4 = -11 + j2$$

$$AB = (-8 + j6)(3 + j4) = 10e^{j143.1^\circ} \times 5e^{j53.1^\circ}$$

$$= 50e^{j196.2^\circ} = -48 - j13.95$$

$$A/B = \frac{-8 + j6}{3 + j4} = \frac{10e^{j143.1^\circ}}{5e^{j53.1^\circ}} = 2e^{j90^\circ} = j2$$

4.2.2 【解题过程】

$$i_1 = 2\sqrt{3} + j2 = 4\sqrt{30^\circ} \text{ A}$$

$$i_2 = -2\sqrt{3} + j2 = 4\sqrt{150^\circ} \text{ A}$$

$$i_3 = 4\sqrt{2}\sin(\omega t + 150^\circ) \text{ A}$$

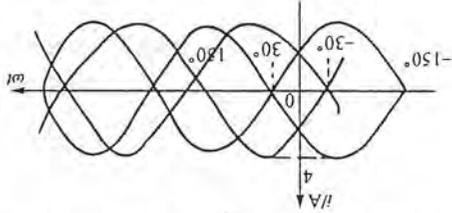
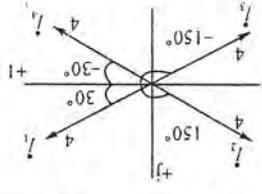
$$i_4 = -2\sqrt{3} - j2 = 4\sqrt{-150^\circ} \text{ A}$$

$$i_5 = 4\sqrt{2}\sin(\omega t - 150^\circ) \text{ A}$$

$$i_6 = 2\sqrt{3} - j2 = 4\sqrt{-30^\circ} \text{ A}$$

$$i_7 = 4\sqrt{2}\sin(\omega t - 30^\circ) \text{ A}$$

4.2.3 【解题过程】 相量图如图解 4.2.3(a) 所示。波形图如图解 4.2.3(b) 所示。



图解 4.2.3

4.2.4 【解题过程】 $u = U_m \sin(\omega t + \varphi) \text{ V}; U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \text{ V}$

$$(1) u = 10\sin \omega t \text{ V}; U_1 = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ V} = 5\sqrt{2} \text{ V} = 5\sqrt{2}/0^\circ \text{ V} = 5\sqrt{2} \text{ V}$$

$$(2) u = 20\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \text{ V}; U_2 = \frac{20}{\sqrt{2}} \text{ V} = 10\sqrt{2}/90^\circ \text{ V} = 10\sqrt{2}/90^\circ \text{ V}$$

$$(3) u = 10\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \text{ V}; U_3 = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ V} = 5\sqrt{2}/-90^\circ \text{ V} = 5\sqrt{2}/-90^\circ \text{ V}$$

$$(4) u = 10\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{3\pi}{4}) \text{ V}; U_1 = 10\sqrt{2}/-135^\circ \text{ V}$$

画出相量图如图解 4.2.4 所示。

$$U_1 + U_2 = 10\sqrt{2}/-45^\circ \text{ V}$$

$$U_1 + U_2 + U_3 = 10\sqrt{2}/-90^\circ \text{ V}$$

$$\text{则 } U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 0 \text{ V}$$

4.2.5 【解题过程】(1) 此题有两处错误: ① 正弦量不等于相量; ② 相量大小要用有效值。正

确写法应为

$$i = 5\sin(\omega t - 30^\circ) \text{ A}, I = \frac{\sqrt{2}}{5}e^{-j150^\circ} \text{ A}$$

(2) 此题也有两处错误: ① 有效值不等于相量; ② 相量不等于正弦量。正确表示法应为

$$U = 100 \text{ V}, \dot{U} = 100e^{j45^\circ} \text{ V}$$

$$u = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ) \text{ V}$$

(3) 此题缺少单位。

(4) 此题将有效值与相量划等号, 应写成

$$I = 10\sqrt{30^\circ} \text{ A}$$

(5) 此题指数上缺少 j , 应写成 $I = 20e^{j20^\circ} \text{ A}$ 。

4.2.6 【解题过程】用相量形式表示

$$I_1 = \frac{\sqrt{2}}{8}/60^\circ \text{ A}, I_2 = \frac{\sqrt{2}}{6}/-30^\circ \text{ A}$$

$$\text{求和: } I = I_1 + I_2 = \frac{\sqrt{2}}{8}/60^\circ + \frac{\sqrt{2}}{6}/-30^\circ$$

$$= 4\sqrt{2}(\cos 60^\circ + j\sin 60^\circ) + 3\sqrt{2}(\cos 30^\circ - j\sin 30^\circ)$$

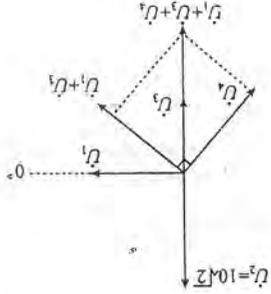
$$= 2\sqrt{2} + j2\sqrt{6} + \frac{3\sqrt{2}}{2} - j\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\approx 6.5 + j2.78 = 7.07\sqrt{23.1^\circ} \text{ A}$$

$$i = 7.07\sqrt{2}\sin(\omega t + 23.1^\circ) = 10\sin(\omega t + 23.1^\circ) \text{ A}$$

相量图如图解 4.2.6 所示。

4.3.1 【解题过程】(1) 当 $t = 7\sqrt{2}\sin(\omega t) \text{ A}$ 时,



图解 4.2.4

4.2.5 【解题过程】(1) 此题有两处错误: ① 正弦量不等于相量; ② 相量大小要用有效值。正

确写法应为

$$i = 5\sin(\omega t - 30^\circ) \text{ A}, I = \frac{\sqrt{2}}{5}e^{-j150^\circ} \text{ A}$$

(2) 此题也有两处错误: ① 有效值不等于相量; ② 相量不等于正弦量。正确表示法应为

$$U = 100 \text{ V}, \dot{U} = 100e^{j45^\circ} \text{ V}$$

$$u = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ) \text{ V}$$

(3) 此题缺少单位。

(4) 此题将有效值与相量划等号, 应写成

$$I = 10\sqrt{30^\circ} \text{ A}$$

(5) 此题指数上缺少 j , 应写成 $I = 20e^{j20^\circ} \text{ A}$ 。

4.2.6 【解题过程】用相量形式表示

$$I_1 = \frac{\sqrt{2}}{8}/60^\circ \text{ A}, I_2 = \frac{\sqrt{2}}{6}/-30^\circ \text{ A}$$

$$\text{求和: } I = I_1 + I_2 = \frac{\sqrt{2}}{8}/60^\circ + \frac{\sqrt{2}}{6}/-30^\circ$$

$$= 4\sqrt{2}(\cos 60^\circ + j\sin 60^\circ) + 3\sqrt{2}(\cos 30^\circ - j\sin 30^\circ)$$

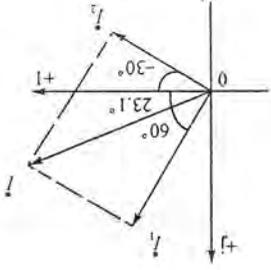
$$= 2\sqrt{2} + j2\sqrt{6} + \frac{3\sqrt{2}}{2} - j\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\approx 6.5 + j2.78 = 7.07\sqrt{23.1^\circ} \text{ A}$$

$$i = 7.07\sqrt{2}\sin(\omega t + 23.1^\circ) = 10\sin(\omega t + 23.1^\circ) \text{ A}$$

相量图如图解 4.2.6 所示。

4.3.1 【解题过程】(1) 当 $t = 7\sqrt{2}\sin(\omega t) \text{ A}$ 时,



图解 4.2.6

$$u = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$= 2\pi f L I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$= 2\pi \times 50 \times 100 \times 10^{-2} \times 7\sqrt{2}\sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$= 220\sqrt{2}\sin(\omega t + 90^\circ) \text{ V}$$

$$(2) \dot{U} = 127\sqrt{2}/-30^\circ \text{ V 时}$$

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \times 50 \times 100 \times 10^{-2} \approx 31.4 \Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{jX_L} = \frac{127\sqrt{2}/-30^\circ}{j31.4} \approx 4.04\sqrt{2}/-120^\circ \text{ A}$$

相量图如图解 4.3.1 所示。

4.3.2 【解题过程】(1) 当 $u = 220\sqrt{2}\sin(\omega t) \text{ V}$ 时

$$i = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \sin(\omega t + 90^\circ) = 2\pi f C U_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$= 2\pi \times 50 \times 4 \times 10^{-6} \times 220\sqrt{2}\sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$\approx 0.276\sqrt{2}\sin(\omega t + 90^\circ) \text{ A}$$

或者由相量法: $\dot{U} = 220\sqrt{2}/0^\circ \text{ V}$, 于是

$$\dot{I} = j\omega C \dot{U} = 220\omega C \sqrt{2}/90^\circ = 220 \times 4 \times 10^{-6} \times 50 \sqrt{2}/90^\circ$$

$$\approx 0.276\sqrt{2}/90^\circ$$

$$i = 0.276\sqrt{2}\sin(\omega t + 90^\circ) \text{ A}$$

(2) 当 $I = 0.1\sqrt{2}/-60^\circ \text{ A}$ 时

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{2\pi f C}{1} = \frac{2\pi \times 50 \times 4 \times 10^{-6}}{1} = 796 \Omega$$

$$-jZ_C = Z_C/-90^\circ$$

于是

$$\dot{U} = -jX_C \dot{I} = -j796 \times 0.1\sqrt{2}/-60^\circ = 79.6\sqrt{2}/-150^\circ \text{ V}$$

相量图如图解 4.3.2 所示。

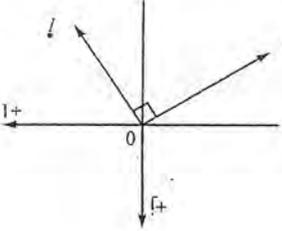
4.3.3 【解题过程】(1)、(2)、(3)、(7)、(8) 错误, (4)、(5)、

(6) 正确。

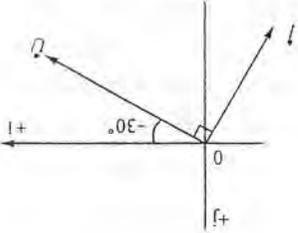
(1) 感抗只是电压与电流的幅值或有效值之比, 而不是瞬时值之比, 即 $\frac{t}{n} \neq X_L$ 。

$$(2) \frac{I}{U} = \omega L \quad (3) \frac{I}{U} = jX_L$$

图解 4.3.2



图解 4.3.1



(4) $i = -j \frac{U}{\omega L}$, 正确

(5) $u = L \frac{di}{dt}$ 是 L 的表达式, 正确

(6) $\frac{U}{I} = X_C$, 正确

(7) $\frac{U}{I} = X_C = \frac{\omega C}{I}$

(8) $U = -jX_C I = \frac{j\omega C}{I}$

4.3.4 【解题过程】 $X_C = \frac{1}{I} = \frac{1}{3.18 \times 10^{-3}} \approx \frac{6280 \times 50 \times 10^{-6}}{1} \approx 3.18 \Omega \ll R$, 故 i_R 可忽略不计, $i_C \approx i$ 。

由有效值公式, 得

$$U = I_C X_C \approx \frac{\sqrt{2}}{2} \times 3.18 \times 10^{-3} \approx 4.5 \text{ mV}$$

4.3.5 【解题过程】 $I_1 = \frac{R}{U} = \frac{R}{U/4}$

所以与频率变化时, I_1 不变。

而 $I_2 = \frac{j\omega L}{U}$

所以当频率升高时, W 变大 ($f = \frac{W}{2\pi}$), 则 I_2 读数变小; 当频率降低时, W 减小, 则 I_2 读数变大。

而 $I_3 = \frac{-j}{U} = \frac{j\omega C}{U}$

所以当 f 升高时, W 变大, I_3 变大; 当 f 降低时, W 减小, I_3 减小。

4.4.1 【解题过程】 交流电路中欧姆定律形式和基尔霍夫电压定律形式的问题, 它们可用三种

表示方法。

(1) 瞬时值表示法: 如 $u = u_R + u_C$ 和 $i = i_R + i_C$ 是对的。

(2) 相量表示法: 如 $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C$ 和 $\dot{U}_C = -j \frac{1}{\omega C} \dot{U}$ 是对的。

(3) 有效值表示法: 如 $I = \frac{U}{|Z|}$ 和 $U_R = \frac{\sqrt{R^2 + X_C^2}}{R} U$ 是对的。

其余各式都是错误的, 其中式 $i = \frac{U}{R - j\omega C}$ 是将容抗 $X_C = \frac{1}{\omega C}$ 写成了 $X_C = \omega C$, 其他均属概念性

错误。

4.4.2 【解题过程】 因为 $Z = R + jX_L$, 所以电阻 $R = 4 \Omega$, 感抗 $X_L = 3 \Omega$ 。

由定义, 电路的功率因数

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{\sqrt{4^2 + 3^2}}{4}$$

电压与电流间相位差

$$\varphi = \arctan \frac{X_L}{R} = \arctan \frac{3}{4} = 36.9^\circ$$

如图解 4.4.2 所示, 电流滞后于电压 36.9° 。

4.4.3 【解题过程】 (1) $i = \frac{U}{Z} = \frac{10 \angle 30^\circ}{5 + j5} = \sqrt{2} \angle -15^\circ$

由功率定义 $P = UI \cos \varphi = 10 \times \sqrt{2} \times \frac{5}{\sqrt{5^2 + 5^2}} = 10 \text{ W}$

$R = 5 \Omega$, $X_L = 5 \Omega$, 电感性。

(2) $Z = \frac{U}{I} = \frac{30 \angle 15^\circ}{-j \frac{3}{\sqrt{2}} \angle -165^\circ} = 10 \angle 0^\circ = 10 \Omega$

即 $R = 10 \Omega$, $X = 0$, 纯电阻电路。

$$P = I^2 R = 3^2 \times 10 = 90 \text{ W} = UI \cos \varphi = UI$$

(3) $Z = \frac{U}{I} = \frac{-100 \angle 30^\circ}{\frac{5e^{-j60^\circ}}{100 \angle -150^\circ}} = \frac{5 \angle -60^\circ}{20 \angle -90^\circ} \Omega = -j20 \Omega$

即 $R = 0$, $X_C = X_L = 20 \Omega$, 纯电容电路, $P = 0$ 或 $P = UI \cdot \cos(-90^\circ) = 0$

4.4.4 【解题过程】 根据阻抗公式 $Z = R + jX_L - jX_C$, 有

$$Z = 10 + j10 - j10 = 10 \Omega$$

为纯电阻, 故

$$U = IR = 1 \times 10 = 10 \text{ V}$$

4.4.5 【解题过程】 由于 $Z = R + j(X_L - X_C)$ 所以

$$\cos \varphi = \frac{R}{|Z|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \leq 1$$

可见 $\cos \varphi$ 不一定小于 1, 也可等于 1。

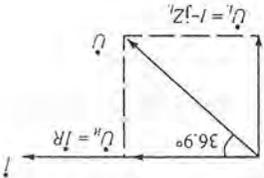
4.4.6 【解题过程】 例 4.4.1 为 RLC 串联交流电路, 流过同一电流 $I = 4.4 \text{ A}$, 而阻抗 $|Z| =$

50Ω , 小于容抗 $X_C = 80 \Omega$, 故总电压 $U = I|Z| < U_C = IX_C$ 。(由于 X_L 可能大于 $|Z|$, 所以可能有

$U_L > U$, 因为 $R \leq |Z|$, 不会出现 $U_R > U$ 。)

4.4.7 【解题过程】 $Z = R - jX_C = 4 - j3 = 5 \angle -36.9^\circ \Omega$

$$i = \frac{U}{Z} = \frac{100 \angle 0^\circ}{5 \angle -36.9^\circ} = 20 \angle 36.9^\circ \text{ A}$$



图解 4.4.2

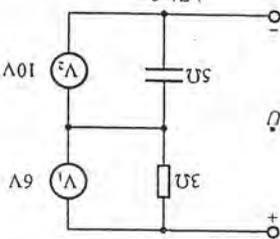
4.5.1 【解题过程】 对图解 4.5.1(a) 所示电路

$$|Z| = \sqrt{3^2 + 5^2} \approx 5.83\Omega \neq 8\Omega$$

$$U = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = \sqrt{6^2 + 10^2} \approx 11.66\text{V} \neq 16\text{V}$$

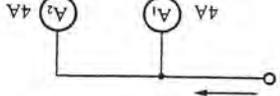
错误

对图解 4.5.1(b) 所示电路



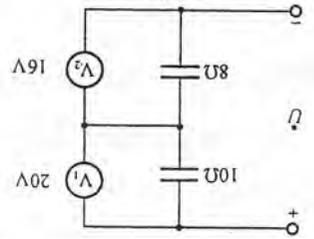
$$|Z| = 8\Omega$$

$$U = 16\text{V}$$



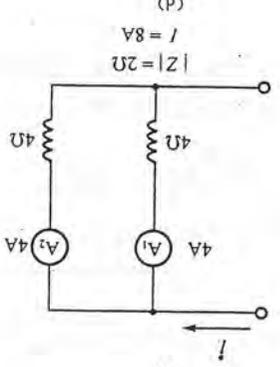
$$|Z| = 2\Omega$$

$$I = 8\text{A}$$



$$|Z| = 18\Omega$$

$$U = 36\text{V}$$



$$|Z| = 2\Omega$$

$$I = 8\text{A}$$

图解 4.5.1

$$|Z| = X_{C1} + X_{C2} = 10 + 8 = 18\Omega, \text{正确。}$$

$$U = U_{C1} + U_{C2} = V_1 + V_2 = 20 + 16 = 36\text{V}, \text{正确。}$$

对图解 4.5.1(c) 所示电路

$$I = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}\text{A} \neq 8\text{A}, \text{错误。}$$

$$U = 4 \times 4 = 16\text{V}$$

$$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{16}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\Omega \neq 2\Omega, \text{错误。}$$

对图解 4.5.1(d) 所示电路

$$I = 4 + 4 = 8\text{A}, \text{正确。}$$

$$Z = \frac{j4 \times j4}{j4 + j4} = j2\Omega, |Z| = 2\Omega, \text{正确。}$$

4.5.2 【解题过程】 对题 4.5.2 图(a) 所示电路

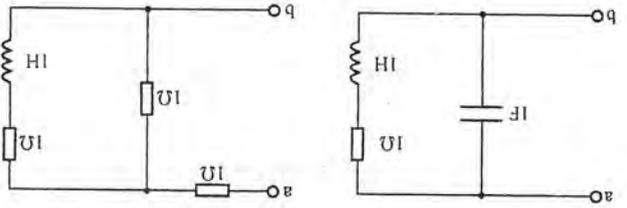
$$Z_{ab} = jX_L // (R + (-jX_C))$$

$$\text{于是 } Z_{ab} = \frac{-j1 \times (1 + j1)}{-j1 + (1 + j1)} = 1 - j = \sqrt{2} / -45^\circ \Omega$$

$$Z_{ab} = R + R // (R + jX_L)$$

对题 4.5.2 图(b) 所示电路

$$\text{于是 } Z_{ab} = 1 + \frac{1 \times (1 + j)}{1 + (1 + j)} = 1.6 + j0.2 \approx 1.61 / 7.13^\circ \Omega$$



题 4.5.2 图

4.5.3 【解题过程】 对题 4.5.3 图(a) 所示电路 $Z = R - j\frac{1}{\omega C}$

i 超前于 u 90° , 相量图如图解 4.5.3(a) 所示。

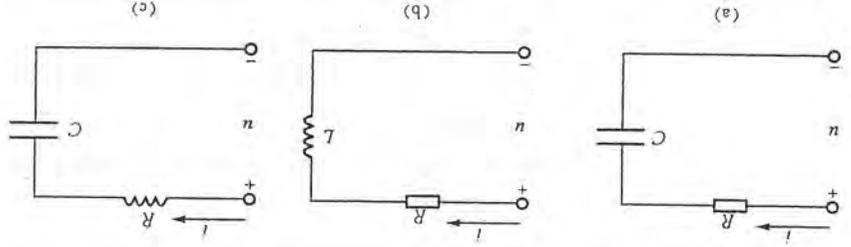
对题 4.5.3 图(b) 所示电路

$$Z = R + j\omega L,$$

u 超前于 i 90° , 相量图如图解 4.5.3(b) 所示。

对题 4.5.3 图(c) 所示电路

$$Z = j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$$



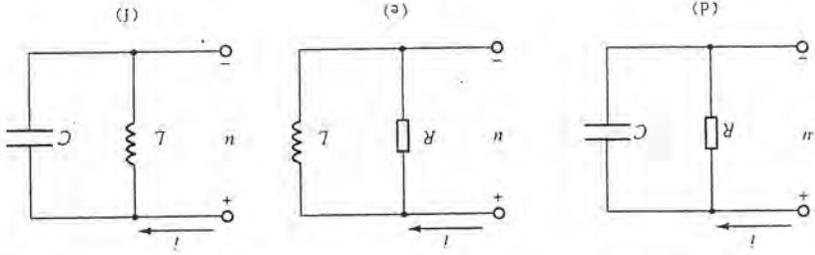
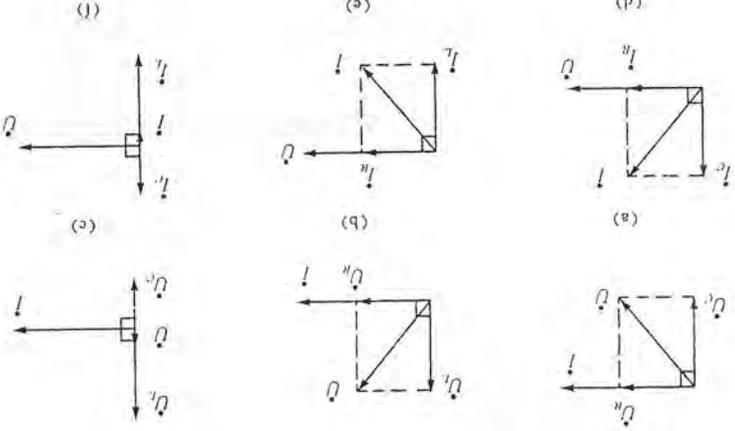


图 4.5.3 题 4.5.3 图

i 与 u 的相位差为 $\frac{\pi}{2}$ 。若 $\omega L > \frac{1}{\omega C}$, 则 i 滞后于 u ; 若 $\omega L < \frac{1}{\omega C}$, 则 i 超前于 u , 相量图如图解 4.5.3(c) 所示。

4.5.3(c) 所示, 当 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ 即 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 时, 发生串联谐振。



图解 4.5.3

这里, X 为正值题 4.5.3 图(d) 所示电路

$$Z = R // (-jX_C)$$

$$\text{于是, } Z = \frac{R(-j\frac{1}{\omega C})}{R + j\frac{1}{\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

i 超前于 u , 相量图如图解 4.5.3(d) 所示。

对题 4.5.3 图(e) 所示电路

$$Z = R // (-jX_L)$$

$$\text{于是 } Z = \frac{Rj\omega L}{R + j\omega L}$$

$$Z = jX_L // (-jX_C) \\ Z = \frac{j\omega L(-j\frac{1}{\omega C})}{j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{1}{j(\omega C - \frac{1}{\omega L})} = -j\frac{\omega L}{\omega^2 LC - 1}$$

i 滞后于 u , 相量图如图解 4.5.3(e) 所示。

对题 4.5.3 图(f) 所示电路

i 与 u 相位差为 $\frac{\pi}{2}$ 。当 $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ 时, i 超前于 u ; 当 $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ 时, i 滞后于 u , 相量图如图解 4.5.3(f) 所示。

4.5.4 【解题过程】 因为 $X_L = X_C = R$, 承受同一电压, 故有效值 $I_L = I_R = I_C$, 而且总阻抗

$$I = I_R + I_L + I_C = I_R + jI_C - jI_L = I_R = 3A$$

电流表 A_3 的读数为 $I_C = I_R = 3A$

电流表 A_2 中

$$I_2 = I_R + jI_C$$

$$I_2 = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = 3\sqrt{2}A$$

电流表 A_2 的读数为 $3\sqrt{2}A$ 。

4.7.1 【解题过程】 从电磁感应原理分析, 由天线接收的天线信号经接收线圈在 L 中产生的感应电动势 e 则和线圈电感 L 及电阻串联后再接到电容器 C 上, 对感应电动势 e 来说, R, L 和 C 是串联的, 其等效电路如图解 4.7.1 所示。

4.7.2 【解题过程】 电路发生谐振(串联谐振或并联谐振)时, 电源供给能量只消耗在电阻上, 而与电感及电容间不发生能量交换。对串联谐振, 电感和电容的电压大小相等, 相位相反; 对并联谐振, 电感和电容中电流大小相等, 相位相反。

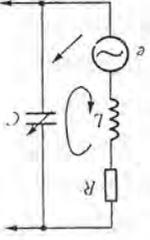
因此电感中储存的磁场能量和电容中储存的电场能量大小相等, 互相交换。当电感释放磁场能量时, 电容则储存电场能量; 当电容释放电场能量时, 电感则储存磁场能量。二者互相补偿, 与电源无关。

4.7.3 【解题过程】 串联时

$$Z = R + j\omega L + (-j\frac{1}{\omega C}) = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$\text{谐振频率 } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

当 $f > f_0$ 时, 即 $\omega > \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\omega^2 > \frac{1}{LC}$, $\omega^2 LC > 1$, $I_m(Z) < 0$ 容性;



图解 4.7.1

当 $f < f_0$ 时, 即 $\omega < \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\omega^2 < \frac{1}{LC}$, $\omega^2 LC < 1$, $I_m(Z) > 0$ 感性。

4.7.4 【解题过程】 如题 4.7.4 图所示电路, 当电路谐振时

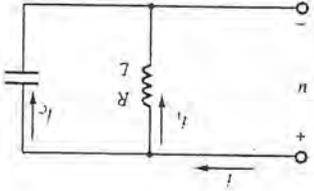
$$(1) \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, |Z_0| = \frac{RC}{L}$$

当 $R \rightarrow 0$ 时

$$(2) I = \frac{U}{\omega_0 L}, I_C = \frac{1}{\omega_0 C}$$

阻抗 $Z_0 \rightarrow \infty, I_1 = -I_C, I \rightarrow 0$ 。

题 4.7.4 图



4.8.1 【解题过程】 这样连接电容器时, 只是减小了电源的无功电流而输电线的电流并不改变, 因此, 不能取得较佳效果。

4.8.2 【解题过程】 瓦时计是计量负载所消耗的电能, 而电能与有功功率 $P = UI \cos\phi$ 成正比, 电路中功率因数 $\cos\phi$ 升高后, 总电流虽然下降了, 但 $I \cos\phi$ 乘积没有变化, 即有功功率不变, 故瓦时计的转速和以前一样, 不会减慢。

4.8.3 【解题过程】 电网上, 大量感性负载的存在使得线路电流总是滞后于电压, 若欲使电压超前于电压须大量电容器并联, 倘若并联电容的容量过大, 所取电流大于负载电路的无功分量, 则总电流相应增大, 反而降低了总的功率因数, 并且投入这么多的电容器也是不经济的。

4.9.1 【解题过程】 非正弦周期电压或电流的例子很多, 实际应用中以下几种:

(1) 矩形波电压。

(2) 锯齿波电压。

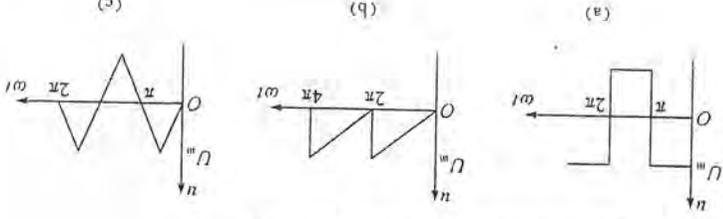
(3) 三角波电压。

(4) 窄脉冲电压。

(5) 半波整流电压。

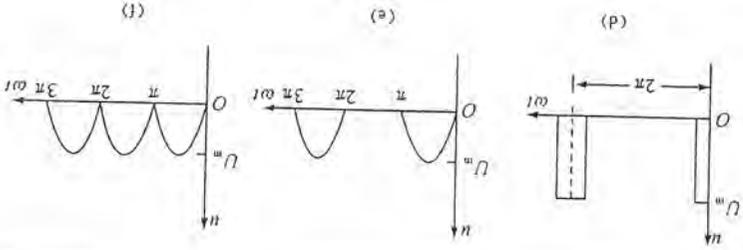
(6) 全波整流电压。

它们的波形如图解 4.9.1(a)、(b)、(c)、(d)、(e) 和 (f) 所示。

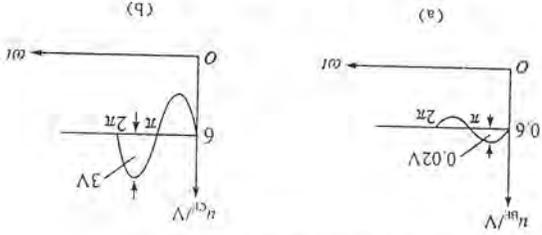


4.9.2 【解题过程】

图解 4.9.1



(1) u_{BE} 和 u_{CE} 的波形如图解 4.9.2(a)、(b) 所示。



图解 4.9.2

(2) u_{BE} 和 u_{CE} 的交流分量之间的关系

① 大小关系: $K_{me} = \frac{K_{mbe}}{3} = \frac{0.02}{3} = 150$

② 相位关系: 由波形图可见, 两个交流分量相位相反。

4.9.3 【解题过程】 平均值

$$U_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_m \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{U_m}{\pi} V$$

$$\text{有效值 } U = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u^2 d(\omega t)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_m^2 \sin^2(\omega t) d(\omega t)} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} V$$

4.3 课后习题全解

A 选择题

- 4.1.1 (2)
- 4.2.3 (2)
- 4.4.1 (2)
- 4.7.1 (3)
- 4.1.2 (2)
- 4.3.1 (1)
- 4.4.2 (3)
- 4.5.1 (4)
- 4.7.2 (3)
- 4.2.1 (2)
- 4.3.2 (3)
- 4.4.3 (2)
- 4.5.2 (1)
- 4.2.2 (3)
- 4.3.3 (3)
- 4.4.4 (1)
- 4.5.3 (2)

B 基本题

4.2.4 某实验中,在双踪示波器的屏幕上显示出两个同频率正弦电压 u_1 和 u_2 的波形,如题 4.2.4 图所示。

(1) 求电压 u_1 和 u_2 的周期和频率;

(2) 若时间起点 ($t=0$) 选在图示位置,试写出 u_1 和 u_2 的三角函数式,并用相量式表示。

【知识点窍】 周期、频率定义,正弦量的相量表示法。

【解题过程】 (1) 由题 4.2.4 图可知,

$$T_1 = T_2 = 10\text{ms}, T_1 = 1.25 \times 8 = 10\text{ms}, T_2 = 1.25 \times 8 = 10\text{ms} = 10^{-2}\text{s}$$

$$f_1 = f_2 = \frac{1}{10^{-2}} = 100\text{Hz}$$

$$(2) u_1 = U_{1m} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) = 4 \sin\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{而 } \omega_1 = 2\pi f_1 = 200\pi, \varphi_1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$$

$$\text{所以 } u_1 = 4 \sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{因 } u_2 = U_{2m} \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$$

$$\text{而 } \varphi_2 = 0, U_{2m} = 2\text{V}, \omega_2 = 2\pi f_2 = 200\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{即 } u_2 = 2 \sin(200\pi t)$$

4.2.5 已知正弦量 $U = 220e^{j30^\circ}\text{V}$ 和 $I = (-4 - j3)\text{A}$, 试分别用三角函数式、正弦波形及相量图表示它们, 如果 $I = (4 - j3)\text{A}$, 则又如何?

【知识点窍】 三角函数式、正弦波形、相量图与复数式之间的关系。

【解题过程】 三角函数式为

$$u = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)\text{V}$$

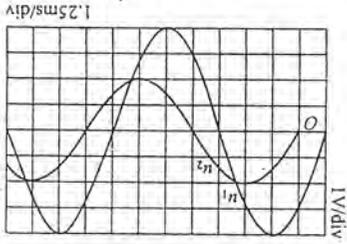
$$i = 5\sqrt{2} \sin(\omega t - 143.1^\circ)\text{A}$$

$$i' = 5\sqrt{2} \sin(\omega t - 36.9^\circ)\text{A}$$

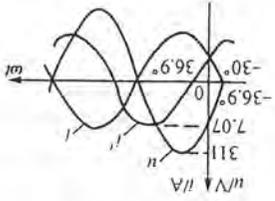
正弦波形图如图解 4.2.5(a) 所示, 相量图如图解 4.2.5(b) 所示。

4.3.4 已知通过线圈的电流 $i = 10\sqrt{2} \sin 314t\text{A}$, 线圈的电感 $L = 70\text{mH}$ (电阻忽略不计), 设电源电压 u , 电流 i 及感应电动势 e_L 的参考方向如图 4.3.4 图所示, 试分别计算在 $t = T/6, t = T/4$ 和 $t = T/2$ 瞬间的电流、电压及电动势的大小, 并在电路上标出它们在该瞬间的实际方向, 同时用正弦波形表示出三者之间的关系。

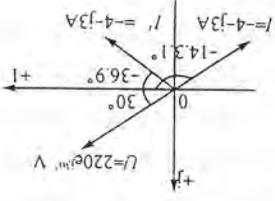
【知识点窍】 电感电路中的电压电流关系。



题 4.2.4 图



(a)



(b)

图解 4.2.5

【逻辑推理】 利用电感电路中的电压电流关系 $u = L \frac{di}{dt}$ 求出 u 的表达式, 再代入相应时间即可求得所求量。

【解题过程】 根据 $i = 10\sqrt{2} \sin 314t\text{A}$, 电感上电压为

$$u = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \sin(314t + 90^\circ)$$

代入数据, 则

$$u = 314 \times 70 \times 10^{-3} \times 10\sqrt{2} \sin(314t + 90^\circ)$$

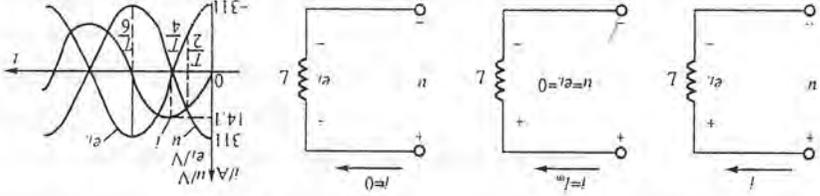
$$= 220\sqrt{2} \sin(314t + 90^\circ)\text{V}$$

电感电动势的参考方向与实际方向相反, 因此

$$e_L = -u = 200\sqrt{2} \sin(314t - 90^\circ)\text{V}$$

$$\text{当 } t = \frac{T}{6} \text{ 时, } i = 5\sqrt{2}\text{A} \approx 12.2\text{A}, u = 110\sqrt{2}\text{V} \approx 156\text{V}, e_L = -156\text{V}$$

实际方向标明在图解 4.3.4(a) 上。



(a) (b) (c) (d) 图解 4.3.4

$$\text{当 } t = \frac{T}{2} \text{ 时, } i = 10\sqrt{2}\text{A} \approx 14.1\text{A}, u = 0, e_L = 311\text{V}$$

实际方向标明在图解 4.3.4(b) 上。

$$\text{当 } t = \frac{T}{2} \text{ 时, } i = 0, u = -220\sqrt{2} \approx -311\text{V}, e_L = 311\text{V}$$

实际方向标明在图解 4.3.4(c) 上。波形图如图解 4.3.4(d) 所示。

4.3.5 在电容为 $64\mu\text{F}$ 电容器两端加一正弦电压 $u = 220\sqrt{2}\sin 314t\text{V}$, 设电压和电流的参考方向如图解 4.3.5 图所示, 试计算在

$$t = T/6, t = T/4 \text{ 和 } t = T/2 \text{ 瞬间的电流和电压的大小。}$$

【知识点窍】 电容电路中电压电流的关系。

【逻辑推理】 利用电容电路中的电压电流的关系式 $i = C \frac{du}{dt}$ 求

出 i 的表达式, 代入相应时间即可得到所求值。

【解题过程】 由 $u = 220\sqrt{2}\sin 314t\text{V}$

$$\text{根据 } i = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \sin(314t + 90^\circ)$$

$$\text{可得 } i = 314 \times 64 \times 10^{-6} \times 220\sqrt{2} \sin(314t + 90^\circ)$$

$$\approx 4.416\sqrt{2} \sin(314t + 90^\circ)\text{A}$$

$$\text{当 } t = \frac{T}{6} \text{ 时, } u = 110\sqrt{6} \approx 269\text{V}, i = 2.208\sqrt{2} \approx 3.12\text{A}$$

$$\text{当 } t = \frac{T}{4} \text{ 时, } u = 220\sqrt{2} \approx 311\text{V}, i = 0$$

$$\text{当 } t = \frac{T}{2} \text{ 时, } u = 0, i = -4.416\sqrt{2} \approx -6.244\text{A}$$

4.4.6 有一由 R, L, C 元件串联的交流电路, 已知 $R = 10\Omega, L = \frac{1}{31.4}\text{H}, C = \frac{10^6}{3140}\mu\text{F}$ 。在电容

元件两端并联一短路开关 S 。(1) 当电源电压为 220V 的直流电压时, 试分别计算在短路开关闭合和

断开两种情况下电路中的电流 I 及各元件上的电压 U_R, U_L, U_C ;(2) 当电源电压为正弦电压 $u = 220\sqrt{2}\sin 314t\text{V}$ 时, 试分别计算在上述两种情况下电流及各电压的有效值。

【知识点窍】 欧姆定律, 相量图。

【逻辑推理】 正弦交流电路的分析方法。

(1) 相量运算法。

1) 先作相量变换, 将所有电压、电流及电路元件均以相量及复数形式表示。

2) 选定参考相量。

3) 用欧姆定律及基尔霍夫定律的相量形式进行计算。

4) 作相量反变换, 求得正弦电流及电压。此法适用于任何题型。

(2) 借助于相量图有效值进行计算; 根据题意, 先画出定性的相量图; 根据图中的几何关系找出待求电压、电流的相互关系(大小、相位); 用有效值及阻抗的模进行计算。

(3) 在相量概念指导下, 直接用有效值进行计算。

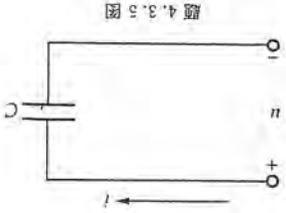


图 4.3.5 题 4.3.5 图

(4) 某些情况下还可直接用相量图求解。

【解题过程】 电路如图解 4.4.6 所示。

(1) 电源电压为直流 220V 时。

当开关 S 闭合时

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220}{10} = 22\text{A}$$

$$U_R = U = 220\text{V}$$

$$U_L = 0, U_C = 0$$

当开关 S 断开时

$$I = 0, U_R = 0, U_L = 0, U_C = U = 220\text{V}$$

(2) 当电源电压为正弦电压 $u = 220\sqrt{2}\sin 314t\text{V}$ 时。

当开关 S 闭合时

$$Z = R + jZ_L$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{\sqrt{R^2 + X_L^2}}{220} = \frac{\sqrt{10^2 + (314 \times \frac{1}{31.4})^2}}{220} = 11\sqrt{2}\text{A}$$

$$U_R = IR = 11\sqrt{2} \times 10 = 110\sqrt{2}\text{V}$$

$$U_L = IX_L = 11\sqrt{2} \times 314 \times \frac{1}{31.4} = 110\sqrt{2}\text{V}$$

$$U_C = 0$$

当开关 S 断开时

$$X_L = \omega L = 314 \times \frac{1}{31.4} = 10\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\frac{1}{314} \times 10^6 \times 10^{-6}} = 10\Omega$$

阻抗

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 10 + j(10 - 10) = 10\Omega, \text{ 呈纯阻性。}$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{10} = 22\text{A}$$

$$U_R = IR = 22 \times 10 = 220\text{V}$$

$$U_L = IX_L = 22 \times 10 = 220\text{V}$$

4.4.7 有一 $CJ0-10\text{A}$ 交流接触器, 其线圈数据为 $380\text{V } 30\text{mA } 50\text{Hz}$, 线圈电阻 $1.6\text{k}\Omega$, 试求线圈电感。

【逻辑推理】 由定义进行代数计算即可。

【解题过程】 接触器线圈可等效为电阻与电感串联的电路。总阻抗为

$$|Z| = |R + jX_L| = \frac{U_N}{I_N} = \frac{380}{30 \times 10^{-3}} \approx 12.7\text{k}\Omega$$

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{220}{\sqrt{12.7^2 - 1.6^2}} \approx 40\text{H}$$

4.4.8 一个线圈接在 $U = 120\text{V}$ 的直流电源上, $I = 20\text{A}$; 若接在 $f = 50\text{Hz}$, $U = 220\text{V}$ 的交流电源上, 则 $I = 28.2\text{A}$ 。试求线圈的电阻 R 和电感 L 。

【知识点窍】 交流阻抗和直流电阻的区别。

【解题过程】 接在直流电源上时电感 L 不起作用, 故电阻

$$R = \frac{U}{I} = \frac{120}{20} = 6\Omega$$

接在交流电源上时线圈的阻抗为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \frac{U}{I} = \frac{220}{28.2} \approx 7.8\Omega$$

$$\text{故电感 } L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \frac{1}{2\pi \times 50} \sqrt{7.8^2 - 6^2} \approx 15.9\text{mH}$$

4.4.9 有一 J27 型中间继电器, 其线圈数据为 380V 50Hz , 线圈电阻 $2\text{k}\Omega$, 线圈电感 43.3H , 试

求线圈电流及功率因数。

【知识点窍】 阻抗定义, 欧姆定律, 功率因数公式。

【逻辑推理】 直接用欧姆定律来运算。

【解题过程】 线圈阻抗为

$$Z = R + j\omega L = 2 \times 10^3 + j2\pi \times 50 \times 43.3 = 2 \times 10^3 + j13.6 \times 10^3$$

$$\approx 13.75 \times 10^3 \angle 81.6^\circ \Omega$$

线圈电流(有效值)为

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{380}{13.75 \times 10^3} \approx 27.6\text{mA}$$

$$\text{功率因数 } \cos\varphi = \cos 81.6^\circ \approx 0.15$$

4.4.10 日光灯管与镇流器串联接到交流电压上, 可看作 RL 串联电路, 如已知某灯管的等效电

阻 $R_1 = 280\Omega$, 镇流器的电阻和电感分别为 $R_2 = 20\Omega$, $L = 1.65\text{H}$, 电源电压 $U = 220\text{V}$, 试求电路中的电流和灯管两端与镇流器上的电压。这两个电压加起来是否等于 220V ? 电源频率为 50Hz 。

【知识点窍】 欧姆定律。

【解题过程】 电路总阻抗为

$$\begin{aligned} Z &= (R_1 + R_2) + j\omega L \\ &= (280 + 20) + j2\pi \times 50 \times 1.65 \\ &\approx 300 + j518 \approx 599 \angle 59.9^\circ \Omega \end{aligned}$$

电流为

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{220}{599} \approx 0.367\text{A}$$

灯管上电压为

$$U_R = IR_1 = 0.367 \times 280 \approx 103\text{V}$$

镇流器的阻抗为

$$Z_2 = R_2 + j\omega L = 20 + j518 \approx 518 \angle 87.8^\circ \Omega$$

镇流器电压为

$$U_{Z_2} = I |Z_2| = 0.367 \times 518 \approx 190\text{V}$$

$$U_R + U_{Z_2} = 103 + 190 = 293\text{V} > 220\text{V} = U$$

4.4.11 在题 4.4.11 图所示电路中, 已知 $u = 100\sqrt{2}\sin 314t\text{V}$, $i = 5\sqrt{2}\sin 314t\text{A}$, $R = 10\Omega$, $L = 0.032\text{H}$ 。试求无源网络内等效串联电路的元件

参数值, 并求该电路的功率因数、有功功率和无功率。

【知识点窍】 有功功率 $P = UI\cos\varphi$ 。无功功率 $Q = UI\sin\varphi$

【逻辑推理】 这里 u, i 同相, 电路呈阻性, 设无源网络内阻抗为 Z'

$$\text{【解题过程】 由于 } u, i \text{ 同相, 则 } Z = \frac{100\angle 0^\circ}{5\sqrt{2}\angle 0^\circ} = 20\Omega$$

$$Z = R + jX_L + Z' = 20$$

$$X_L = \omega L = 314 \times 0.032 = 10.048\Omega$$

$$Z' = 20 - 10 - j \times (10.048) = (10 - j10.048)\Omega = R' - j\frac{1}{\omega C}$$

$$\text{则 } R' = 10\Omega, \frac{1}{\omega C} = \frac{314C}{1} = 10.048,$$

$$\text{即 } C = 318.5\mu\text{F}$$

$$\text{由于 } \varphi = 0, \text{ 故 } \cos\varphi = 1$$

$$P = UI\cos\varphi = 100 \times 5 \times 1 = 500\text{W}, Q = 0$$

因此, $R' = 10\Omega$, $C = 318.5\mu\text{F}$ 为两元件参数值

$$P = 500\text{W}, Q = 0$$

4.4.12 有一 RC 串联电路, 电源电压为 u , 电阻和电容上的电

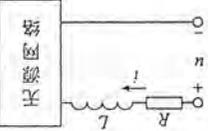
压分别为 u_R 和 u_C , 已知电路阻抗模为 2000Ω , 频率为 1000Hz , 并设 u

与 u_C 之间的相位差为 30° , 试求 R 和 C , 并说明在相位上 u_C 比 u 超前

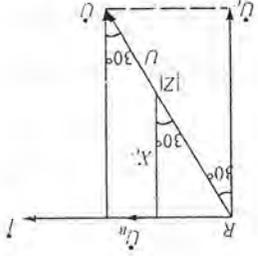
还是滞后。

【知识点窍】 相量图。

【逻辑推理】 利用阻抗三角形与电压三角形相似的原理作出相



题 4.4.11 图



图解 4.4.12

量图来求解。

【解题过程】由于阻抗三角形与电压三角形相似,可画出两个三角形如图解 4.4.12 所示。由图

$$\text{可知 } R = \frac{2}{1} |Z| = \frac{2000}{1000} \Omega = 2 \Omega$$

$$\text{容抗 } X_C = 1000\sqrt{3} \Omega = 1732 \Omega$$

$$\text{电容 } C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi \times 1000 \times 1000\sqrt{3}} \approx 0.092 \mu\text{F}$$

u_C 相位滞后于 u 30° 。

4.4.13 题 4.4.13 图是一移相电路。如果 $C = 0.01 \mu\text{F}$, 输入电压

$u_1 = \sqrt{2} \sin 6280t \text{V}$, 今欲使输出电压 u_2 在相位上前移 60° , 问应配多大的

电阻 R ? 此时输出电压的有效值 U_2 等于多少?

【知识点窍】相量图。

【逻辑推理】利用相量图和阻抗三角形作图求解。

【解题过程】此题和 4.4.12 相似,其相量和阻抗三角形如图解

4.4.13 所示。由此可得

$$\frac{X_C}{R} = \tan 60^\circ$$

$$R = \frac{1}{\omega C \tan 60^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \times 6280 \times 0.01 \times 10^{-6}}{1}$$

$$\approx 9.2 \text{ k}\Omega$$

$$U_2 = \frac{R}{R - jX_C} U_1$$

$$= \frac{9.2 \times 10^3}{9.2 \times 10^3 - j \frac{6280 \times 0.01 \times 10^{-6}}{1}} \times 1 \angle 0^\circ = 0.5 \angle 60^\circ \text{ V}$$

输出电压 u_2 的有效值为 0.5V 。

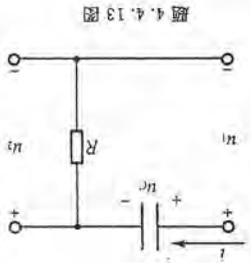
4.4.14 在题 4.4.14 图所示 R, X_L, X_C 串联电路中,各电压表的读数为多少?

【知识点窍】相量运算。

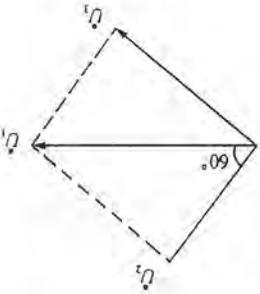
【逻辑推理】电压表测得的为元件的有效值。令 $\dot{I} = 1 \angle 0^\circ \text{A}$ 。

【解题过程】④测量 R 两端电压,则 $U_2 = R \cdot I = 10 \times 1 = 10 \text{V}$, ⑤读数 10V 。

⑥测 L, C 串联后的电压, $U_3 = j(X_L - X_C)I = 0 \text{V}$, ⑦读数 0V 。



题 4.4.13 图



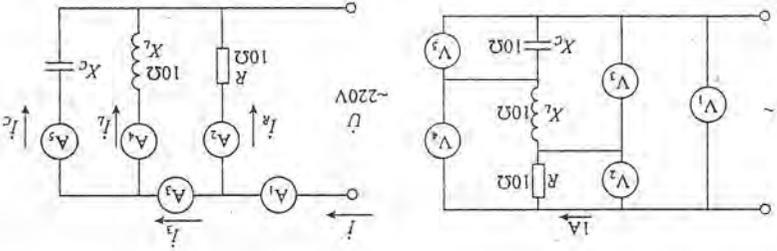
图解 4.4.13

④测 R, L 串后电压, $U_1 = (R + jX_L)I = (10 + j10) \angle 0^\circ = 10\sqrt{2} \angle 45^\circ \text{V}$ 。

⑤测电容两端电压, $U_3 = -jX_C I = -j10 \times \sqrt{2} \angle 0^\circ = 10\sqrt{2} \angle -90^\circ \text{V}$ 。

⑥为 U_2 与 U_3 的和, $U_1 = U_2 + U_3 = 10 \text{V}$, ⑦读数为 10V 。

4.4.15 在题 4.4.15 图所示 R, X_L, X_C 并联电路中,各电流表的读数为多少?



题 4.4.14 图

题 4.4.15 图

【逻辑推理】电流表测得的数值为有效值, 设 $U = 220 \angle 0^\circ \text{V}$ 。

【解题过程】流过 A_3 的电流 $i_C = \frac{U}{jX_C} = \frac{220 \angle 0^\circ}{j10} = 22 \angle -90^\circ \text{A}$, 则 A_3 读数为 22A 。

流过 A_1 的电流 $i_L = \frac{U}{jX_L} = \frac{220 \angle 0^\circ}{j10} = 22 \angle -90^\circ \text{A}$, 则 A_1 读数为 22A 。

流过 A_2 的电流 $i_R = \frac{U}{R} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10} = 22 \angle 0^\circ \text{A}$, 则 A_2 读数为 22A 。

流过 A_4 的电流 $i_3 = i_L + i_C = 22 \angle 90^\circ + 22 \angle -90^\circ = 0$, 则 A_4 读数为 0 。

流过 A_1 的电流 $i_1 = i_R + i_3 = 22 \angle 0^\circ \text{A}$, 则 A_1 读数为 22A 。

4.4.16 有一 $220 \text{V}, 600 \text{W}$ 的电炉, 不得不用在 380V 的电源上。欲使电炉的电压保持在 220V 的

额定值, (1) 应和它串联多大的电阻? (2) 应和它串联感抗为多大的电感线圈(其电阻可忽略不计)?

(3) 从效率和功率因数上比较上述两法。串联电容器是否也可以? 电源频率 50Hz 。

【逻辑推理】利用串联分压与电流的性质, 先求出阻抗上的电压电流值, 再利用欧姆定律求出

阻抗即可。

【解题过程】(1) 电炉的额定电流为 $I_N = \frac{600}{220} \approx 2.73 \text{A}$

串联电阻时其端电压 U_R 与电炉电压同相位, 所以 $U_R = 380 - 220 = 160 \text{V}$

$$\text{由欧姆定律 } R = \frac{U_R}{I_N} = \frac{160}{2.73} \approx 58.6 \Omega$$

(2) 电炉的电阻值为 $R_L = \frac{U_N}{I_N} = \frac{220}{2.73} \approx 80.7 \Omega$

为保持电炉的额定值 I_N 不变,测串联电感线圈后电路总阻抗

$$|Z| = \frac{U}{I_N} = \frac{380}{2.73} \approx 139.3 \Omega$$

因此线圈感抗 $X_L = \sqrt{|Z|^2 - R_L^2} = \sqrt{(139.3)^2 - (80.7)^2} \approx 114 \Omega$

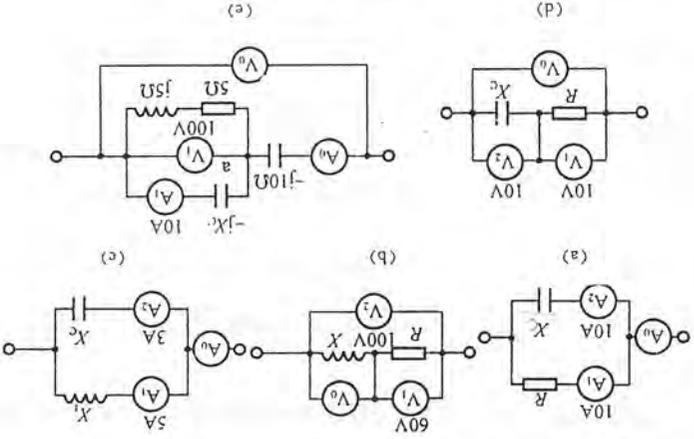
(3) 串联电阻时 $\cos \varphi = 1$ 不变,效率 $\eta = \frac{P_N}{P_N + P_R} = \frac{600}{(2.73)^2 \times 58.7 + 600} \approx 0.58$

串联电感线圈效率 $\eta = 1$ 不变,而功率因数 $\cos \varphi = \frac{R_L}{|Z|} = \frac{80.7}{139.3} \approx 0.58$

后者更节约电能,也可以使用串联电容的方法,可以提供无功功率,从而提高 $\cos \varphi$ 的值。

4.5.4 在题 4.5.4 图所示的各电路图中,除 A_0 和 V_0 外,其余电流表和电压表的读数在图上都

已标出(都是正弦量的有效值),试求电流表 A_0 或电压表 V_0 的读数。



题 4.5.4 图

【知识点窍】相量图法。

【逻辑推理】根据 \dot{U} 与 i 的超前、滞后关系

$$\dot{U}_C = i(-j\frac{1}{\omega C}) = -j i(\frac{1}{\omega C})$$

$$\dot{U}_L = j i \omega L$$

可由相量图法计算电压、电流。

【解题过程】对题 4.5.4 图(a)所示电路,由于并联,二端 \dot{U} 相位作为参考,如图解 4.5.4(a)

$$I_0 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ A} \approx 14.1 \text{ A}$$

对图题 4.5.4 图(b)所示电路,串联,取 i 作为参考,所以 X_L 上有相移,如图解 4.5.4(b)

$$V_1^2 + V_2^2 = V_3^2$$

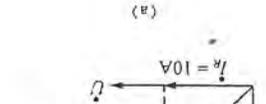
$$V_0 = \sqrt{V_1^2 - V_2^2} = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80 \text{ V}$$

对图题 4.5.4 图(c)所示电路,C 和 L 并联,取 \dot{U} 为参考,如图解 4.5.4(c)

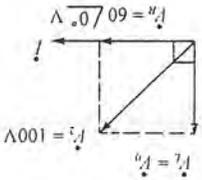
$$A_0 = A_1 - A_2 = 5 - 3 = 2 \text{ A}$$

$$I_L = 10/\sqrt{90^\circ} \text{ A}$$

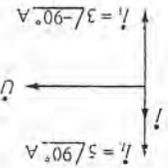
$$I = 10\sqrt{2}/45^\circ \text{ A}$$



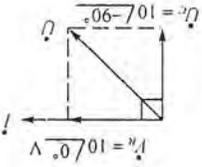
(a)



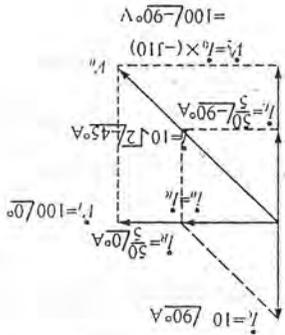
(b)



(c)



(d)



(e)

图解 4.5.4

对题 4.5.4 图(d)所示电路,串联,以 i 为参考,相量图如图解 4.5.4(d)所示。

$$V_0 = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ V} \approx 14.1 \text{ V}$$

对题 4.5.4 图(e)所示电路,复杂电路,由 KCL 定理,如图解 4.5.4(e) 对点 a,有

$$A_0 = I_1 + \frac{V_1}{5 + j5} = j10 + \frac{100/\angle 0^\circ}{5 + j5}$$

$$= j10 + 10\sqrt{2}/\angle -45^\circ$$

$$= j10 + 10 - j10 = 10 \text{ A}$$

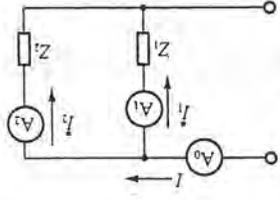
即 $A_0 = 10 \text{ A}$

由 KVL 定理

$$V_0 = -j10A_0 + V_1 = -j10 \times 10 + 100/\angle 0^\circ = 100\sqrt{2}/\angle -45^\circ \text{ A}$$

即 $V_0 = 100\sqrt{2} \approx 141 \text{ V}$

4.5.5 在题4.5.5图中,电流表 A_1 和 A_2 的读数分别为 $I_1 = 3A, I_2 = 4A$ 。(1) 设 $Z_1 = R, Z_2 = -jX_C$, 则电流表 A_0 的读数应是多少?(2) 设 $Z_1 = R$, 问 Z_2 为何种参数才能使电流表 A_0 的读数最大?此读数应是多少?(3) 设 $Z_1 = jX_L$, 问 Z_2 为何种参数才能使电流表 A_0 的读数最小?此读数应是多少?



题4.5.5图

【知识点窍】 相量加法,有效值。
【逻辑推理】 由平行四边形法则,可直接由相量加法求得结果。

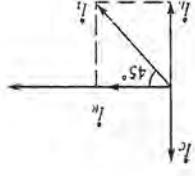
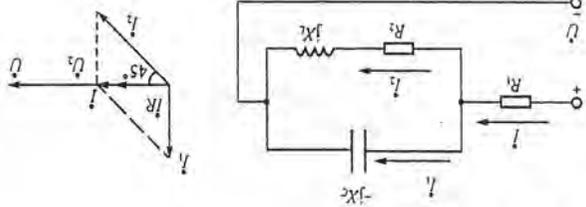
【解题过程】 $A_0 = |I_1 + I_2|$

(1) $A_0 = |3 + j4| = 5A$

(2) 当 Z_2 也为电阻时, $A_0 = 3 + 4 = 7A$ 为最大。

(3) 当 Z_2 为 $-jX_C$ 时, $A_0 = |-j3 + j4| = 1A$ 为最小。

4.5.6 在题4.5.6图(a)所示电路中, $I_1 = 10A, I_2 = 10A, I_3 = 10\sqrt{2}A, U = 200V, R = 5\Omega, R_2 = X_L$, 试求 I, X_C, X_L 及 R_2 。



题4.5.6图

【知识点窍】 相量图,基尔霍夫电压定律。

【逻辑推理】 求解此题可借助于相量图。故先画出该电路的相量图如题4.5.6图(b)所示。以 U_2 为参考相量,其中 U_2 为电容器两端电压, $U_2 = U_2 \angle 0^\circ V$, 因为 $R_2 = X_L$, 所以 I_2 滞后于 U_2 $45^\circ, I_1$ 超前于 U_2 90° 。

【解题过程】 由于 $R_2 = X_L$, 如题4.5.6图(c)所示, 因为并联以 U_2 为参考 I_2 相位不变, I_1 提前 90° 相位, 所以

$$I_3 = I_1 + I_2 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{2} \cdot I_1 = 10\sqrt{2}A$$

$$I_2 = 10\sqrt{2} \angle -45^\circ A$$

$$I = I_1 + I_2 = j10 + 10 - j10 = 10A$$

由KVL方程: $U = U_R + U_2 = IR + U_2 = 10 \times 5 + U_2 = 220V$

$$U_2 = 200 - 50 = 150V$$

$$X_C = \frac{U_2}{I_2} = \frac{150}{10} = 15\Omega$$

$R_2 = X_L$, 于是

$$R_2 + jX_L = R_2(1 + j)$$

$$|R_2 + jX_L| = \sqrt{2}R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{150}{10} = 15\sqrt{2}\Omega$$

$$R_2 = X_L = 7.5\Omega$$

4.5.7 在题4.5.7图所示电路中, $I_1 = I_2 = 10A, U = 100V, \alpha$ 与 i 同相, 试求 I, R, X_C 及 X_L 。

【逻辑推理】 要对电容、电感、电阻和串、并联电路进行求解, 故可用相量图, 也可直接对电路进行分析, 用欧姆定律求解。

【解题过程】 以 I_2 为参考相量, 画出电路的相量图如图解4.5.7所示。

$U_R = I_2 R$, 与 I_2 同相位, $I_1 = \frac{-jX_C}{U_R}$, 超前于 U_R (或 I_2) 90° 。

二者相加, 得 $I = I_1 + I_2 = 10 + j10 = 10\sqrt{2} \angle 45^\circ A$

$$I = 10\sqrt{2} \approx 14.1A$$

因为 $U_L = jX_L I$, 故超前于 I 90° , 而 U 与 I 同相位, 且

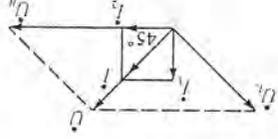
$U = U_L + U_R$, 根据作图可得

$$U_R = \sqrt{2}U = 100\sqrt{2}V, U_L = U = 100V$$

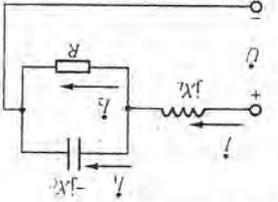
$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{100\sqrt{2}}{10} = 10\sqrt{2} \approx 14.1\Omega$$

$$X_C = \frac{U_R}{I_1} = \frac{100\sqrt{2}}{10} \approx 14.1\Omega$$

$$X_L = \frac{U_L}{I_1} = \frac{100}{10} = 10\Omega$$



题4.5.7图



图解4.5.7

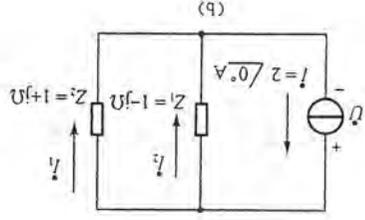
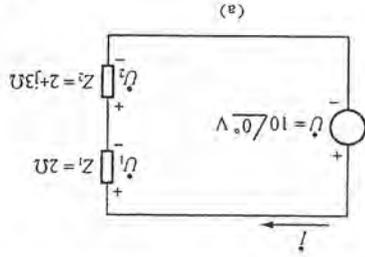
4.5.8 计算题4.5.8图(a)所示电路中的电流 I 和各阻抗元件上的电压 U_1 与 U_2 , 并作相量图; 计算题4.5.8图(b)所示电路中各支路电流 I_1 与 I_2 和电压 U , 并作相量图。

【知识点窍】 全电路欧姆定律相量图。

【逻辑推理】 直接利用全电路欧姆定律即可求解。

【解题过程】 对题4.5.8图(a)所示电路, 由全电路欧姆定律可得

$$I = \frac{U}{Z_1 + Z_2} = \frac{10 \angle 0^\circ}{2 + 2 + j3} = 2 \angle -36.9^\circ A$$

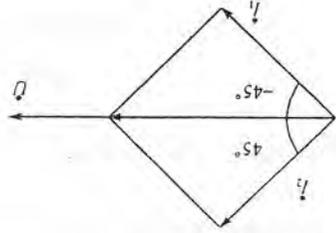
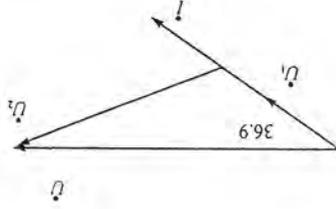


题 4.5.8 图

相量图如图解 4.5.8(a) 所示。

$$U_1 = I_1 Z_1 = 2 / \sqrt{-36.9^\circ} \times 2 = 4 \sqrt{-36.9^\circ} \text{ V}$$

$$U_2 = I_2 Z_2 = 2 / \sqrt{-36.9^\circ} (2 + j3) = 2 \sqrt{-36.9^\circ} \times \sqrt{13/56.3^\circ} \approx 7.21 \sqrt{19.4^\circ} \text{ V}$$



图解 4.5.8

对图解 4.5.8(b) 所示电路

$$I_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} I = \frac{1 - j}{1 + j + 1 - j} \times 2 \angle 0^\circ = 1 - j = \sqrt{2} \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} I = \frac{1 + j}{1 + j + 1 - j} \times 2 \angle 0^\circ = 1 + j = \sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ A}$$

$$U = I_1 Z_1 = \sqrt{2} \angle -45^\circ \times \sqrt{2} \angle 45^\circ = 2 \text{ V}$$

相量图如图解 4.5.8(b) 所示。

4.5.9 在题 4.5.9 图所示电路中,已知 $U = 220 \text{ V}$, $R_1 = 10 \Omega$, $X_1 = 10\sqrt{3} \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, 试求各

个电流和平均功率。

【知识点窍】欧姆定律,功率公式 $P = UI \cos \varphi$

【逻辑推理】利用欧姆定律求出各电流,再利用功率公式求出功率。

【解题过程】令 $\dot{U} = U \angle 0^\circ \text{ V}$ 为参考相量。

由欧姆定律: $I_2 = \frac{\dot{U}}{R_2} = \frac{220 \angle 0^\circ}{20} = 11 \angle 0^\circ \text{ A}$

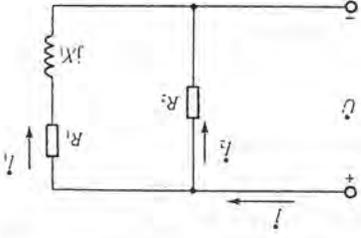
$$I_1 = \frac{\dot{U}}{R_1 + jX_1} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 + j10\sqrt{3}} = \frac{20 \angle 60^\circ}{20 \angle 60^\circ}$$

$$= 11 \angle -60^\circ \text{ A}$$

KCL 定理:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 11 \angle -60^\circ + 11 \angle 0^\circ = \frac{11}{2} - j \frac{11\sqrt{3}}{2}$$

题 4.5.9 图



由功率公式 $P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = UI \cos 30^\circ = 11\sqrt{3} \times 220 \cos 30^\circ = 3630 \text{ W}$

4.5.10 在题 4.5.10 图所示电路中,已知

$$u = 220\sqrt{2} \sin 314t \text{ V}, i_1 = 22 \sin(314t - 45^\circ) \text{ A},$$

$$i_2 = 11\sqrt{2} \sin(314t + 90^\circ) \text{ A}, \text{ 试求各仪表读数及电}$$

路参数 R, L 和 C 。

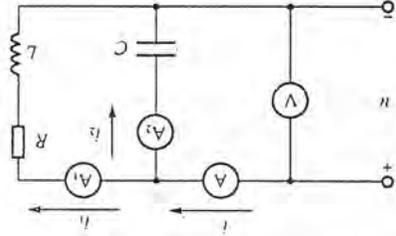
【知识点窍】欧姆定律。

【逻辑推理】注意仪表显示的读数为有效值。

【解题过程】 \dot{U} 的读数为 $U = 220 \text{ V}$, A_1 的读数

为 $11\sqrt{2} \text{ A}$, A_2 的读数为 11 A 。

题 4.5.10 图



$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 11\sqrt{2} \angle -45^\circ + 11 \angle 90^\circ = 11 \angle 0^\circ$$

故 A 的读数为 11 A 。

对于 R_1 支路:

$$Z_1 = R + j\omega L = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_1} = \frac{220 \angle 0^\circ}{11 \sqrt{2} \angle -45^\circ} = 10\sqrt{2} \angle 45^\circ \Omega = 10 + j10 \Omega$$

$$\text{所以 } R = 10 \Omega, L = \frac{10}{314} \text{ H} \approx 31.8 \text{ mH}.$$

对 C 支路

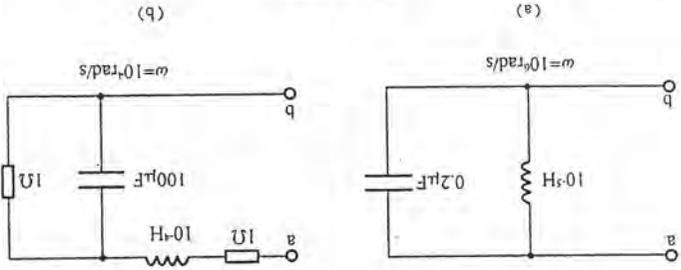
$$X_C = \frac{U}{I_2} = \frac{220}{11} = 20 \Omega, C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \times 20} \approx 159 \mu\text{F}$$

4.5.11 求题 4.5.11 图所示电路的阻抗 Z_{ab} 。

【知识点窍】串、并联阻抗的计算。

【逻辑推理】题 4.5.11 图(a) 中为电容电感并联,图 4.54(b) 中为电源电阻并联后再与电感电

阻串联。



【解题过程】 对题 4.5.11 图(a)

$$Z_{ab} = j\omega L // (-j \frac{1}{\omega C}) = \frac{j\omega L (-j \frac{1}{\omega C})}{j\omega L - j \frac{1}{\omega C}}$$

$$= \frac{j10^4 \times 10^{-5} \times (-j \frac{1}{10^5 \times 0.2 \times 10^{-6}})}{j10^4 \times 10^{-5} - j \frac{1}{10^5 \times 0.2 \times 10^{-6}}} = -j10 \Omega$$

对于题 4.5.11 图(b)

$$Z_{ab} = R + j\omega L + \frac{R(-j \frac{1}{\omega C})}{R - j \frac{1}{\omega C}}$$

$$= 1 + j10^4 \times 10^{-5} + \frac{1 \times (-j \frac{1}{10^5 \times 100 \times 10^{-6}})}{1 - j \frac{1}{10^4 \times 100 \times 10^{-6}}}$$

$$= 1 + j + j0.5 - j0.3$$

$$= 1.5 + j0.5 \approx 1.58 \angle 18.4^\circ \Omega$$

4.5.12 求题 4.5.12 图所示(a)(b) 两图中的电流 I 。

【知识点窍】 分流公式。

【逻辑推理】 直接利用分流公式求解。

【解题过程】 对题 4.5.12 图(a) 所示电路, 由分流公式

$$I = \frac{5}{5-j5} \times 2e^{j\omega t} = \sqrt{2}e^{j45^\circ} \text{ A}$$

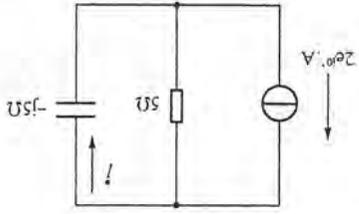
对题 4.5.12 图(b) 所示电路, 由分流公式

$$I = \frac{-j4}{3+j4-j4} \times 30e^{-j\omega t} = 40e^{-j\omega t} \text{ A}$$

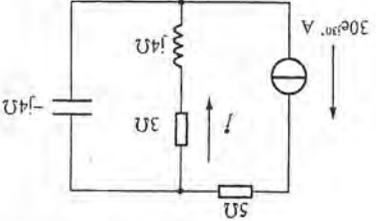
题 4.5.11 图

(b)

(a)



(a)



(b)

题 4.5.12 图

4.5.13 计算上题中理想电流源两端的电压。

【知识点窍】 欧姆定律, 基尔霍夫电压定律。

【解题过程】 设电压参考方向上“+”下“-”。

对题 4.5.12 图(a) 所示电路, 由欧姆定律

$$U = I \cdot (-j5) = \sqrt{2} \angle 45^\circ \times 5 \angle -90^\circ = 5\sqrt{2} \angle -45^\circ \text{ V}$$

对题 4.5.12 图(b) 所示电路, 由欧姆定律

$$U = I \cdot R_1 + I Z_M$$

由 KVL 定理

$$U = 30 \angle 30^\circ \times 5 + I(3 + j4)$$

$$= 150 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + j150 \times \frac{1}{2} + 40 \angle -60^\circ \times 5 \angle 53.1^\circ$$

$$\approx 328 + j51 \approx 332 \angle 8.83^\circ \text{ V}$$

4.5.14 在题 4.5.14 图所示的电路中, 已知 $U_C = 1 \angle 0^\circ \text{ V}$, 求 U 。

【解题过程】 由欧姆定律, 并联支路上电容和电阻电流分别为

$$i_C = \frac{-j2}{1} = -j2 = j0.5 \text{ A}$$

$$i_R = \frac{U_C}{2} = 0.5 \text{ A}$$

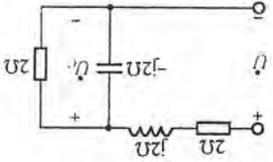
$$I = i_C + i_R = 0.5 + j0.5 = 0.5\sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ A}$$

根据 KVL 定理

$$U = I(2 + j2) + U_C = 0.5\sqrt{2} \angle 45^\circ \times 2\sqrt{2} \angle 45^\circ + 1$$

$$= 1 + 2j = \sqrt{5} \angle 63.4^\circ \text{ V}$$

4.5.15 在题 4.5.15 图所示的电路中, 已知 $U_a = U_b = U_c, R = 10 \Omega, X_C = \frac{1}{\omega C} = 10 \Omega, Z_{ab} = R +$



题 4.5.14 图

jX_L , 试求 \dot{U} 和 \dot{I} 同相时 Z_{ab} 等于多少?

【逻辑推理】故 $Z_{bc} + Z_b$ 的结果应为一实数, 即 Z_a 与 Z_{bc}

【解题过程】令 bc 间阻抗为 Z_{bc} , 则

$$Z_{bc} = R // (-j\frac{1}{\omega C}) = \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = \frac{10(-j10)}{10 - j10}$$

$$= 5\sqrt{2}/-45^\circ = 5 - j5\Omega$$

要使 $U_a = U_{bc}$, 就有

$$|Z_{ab}| = |Z_{bc}| = 5\sqrt{2}\Omega$$

要使 \dot{U} 和 \dot{I} 同相, 则 Z_a 与 Z_{bc} 是共轭复数, 即

$$R = 5\Omega, X_L = 5\Omega$$

$$\text{因此 } Z_{ab} = (5 + j5)\Omega$$

4.5.16 某教学楼装有 220V/40W 日光灯 100 支和 220V/40W 白炽灯 20 个, 日光灯的功率因数为 0.5。日光灯和镇流器串联接到交流电源上可看作 RL 串联电路。(1) 试求电源向电路提供的电

流 \dot{I} , 并画出电压和各个电流的相量图, 设电源电压 $U = 220\sqrt{2}\angle 0^\circ$ V; (2) 若全部照明灯点亮 4h, 共耗电

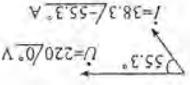
多少 kW·h?

【知识点窍】正弦交流电路的分析与计算。

【逻辑推理】由功率因数求得日光灯的阻抗, 从而求电流 \dot{I} 。

$$\frac{(220)^2}{R} = \frac{40}{20} = \frac{20}{R} \quad (1) R_n = \frac{20}{R} = 60.5\Omega$$

$$Z_n = \frac{1}{1} \angle |\arccos 0.5| = \frac{1}{100} \times \frac{100}{(220)^2} \times \sqrt{60^2} = 12.1\sqrt{60^\circ} \Omega$$



图解 4.5.16

元件和联接方式才能得到: (1) 20Ω, (2) $10\sqrt{2}\Omega$, (3) $\frac{\sqrt{2}}{10}\Omega$, (4) 5Ω, (5) 0Ω, (6) ∞ 的阻抗模。

4.5.17 设有 R, L 和 C 元件若干, 每一元件均为 10Ω。每次选两个元件串联或并联, 问如何选择

$$(2) P = UI \cos \phi = 220 \times 38.3 \times 0.5 = 4213W$$

相量图如图解 4.5.16 所示。

$$\dot{I} = \frac{U}{R_n + Z_n} = 38.3\sqrt{-55.3^\circ} \text{ A}$$

【逻辑推理】可由图解向量, $Z_c = R = R = 10\Omega$ 阻抗的串、并联电路分析的基本方法是相量运

算法。

【解题过程】(1) 任意两个同类元件串联, 可得总阻抗为 20Ω, 如两个 R 串联或两个 L 串联, 或两个 C

串联。

(2) 一个电阻 R 和一个电感 L 串联, 或一个 R 和一个 C 串联, 均可得 $10\sqrt{2}\Omega$ 阻抗。

(3) 一个 R 和一个 L 并联或一个 R 和一个 C 并联, 总阻抗为 $\frac{10}{\sqrt{2}}\Omega$ 。

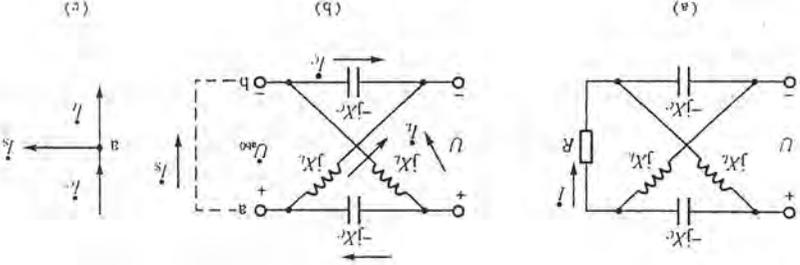
(4) 两个同类元件并联可得总阻抗为 5Ω。

(5) 一个 L 和一个 C 串联总阻抗为 0。

(6) 一个 L 和一个 C 并联总阻抗为 ∞。

4.6.1 在题 4.6.1 图(a)所示的电路中, 已知 $\dot{U} = 100\sqrt{2}\angle 0^\circ$ V, $X_C = 500\Omega, X_L = 1000\Omega, R =$

2000Ω, 求电流 \dot{I} 。



题 4.6.1 图

【逻辑推理】在交流正弦电源电路中也可用戴维宁定理。

【解题过程】方法一: 由诺顿定理, 将 ab 短接, 则总电流

$$\dot{I}_1 = \frac{2[jX_L // (-jX_C)]}{U} = \frac{j2000}{100\sqrt{2}\angle 0^\circ} = 0.05\sqrt{-90^\circ} \text{ A}$$

由分流公式

$$\dot{I}_C = \frac{jX_L}{-jX_C + jX_L} \dot{I}_1 = 2 \times 0.05\sqrt{-90^\circ} = 0.1\sqrt{-90^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_L = \frac{-jX_L}{-jX_C + jX_L} \dot{I}_1 = -1 \times 0.05\sqrt{-90^\circ} = 0.05\sqrt{90^\circ} \text{ A}$$

由 KCL 定律:

$$\dot{I}_S = \dot{I}_C - \dot{I}_L = 0.15\sqrt{-90^\circ} \text{ A}$$

由于等效阻抗为 $Z_{ab} = -j2000\Omega$, 所以

$$\dot{I} = \frac{Z_{ab}}{R + Z_{ab}} \dot{I}_S \approx 106\sqrt{45^\circ} \text{ mA}$$

方法二: 将 R 支路开路, 得有源二端网络如图 4.6.1 图(b)(c)所示。求开路电压 U_{ab} , 用分压公式

可求 a, b 两点电位 \dot{V}_a 和 \dot{V}_b (以电源“-”端为参考点)。

由分压公式

$$\dot{V}_a = \frac{-jX_C + jX_L}{j1000} \times 100\angle 0^\circ = 200\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{V}_b = \frac{-jX_C}{-j500} \times 100\angle 0^\circ = 100\angle 180^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{V}_a - \dot{V}_b = 200\angle 0^\circ - 100\angle 180^\circ = 300\angle 0^\circ \text{ V}$$

等效阻抗

$$Z_{ab} = 2 \times \frac{jX_L(-jX_C)}{j1000 + (-j500)} = 2 \times \frac{j1000 \times (-j500)}{j1000 - j500} = -j2000\Omega$$

$$\text{于是 } i = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab} + R} = \frac{300\angle 0^\circ}{2000 - j2000} \approx 106\angle 45^\circ \text{ mA}$$

4.6.2 分别用结点电压法和叠加定理计算教材例 4.6.1 中的电流 I_3 。

【知识点窍】 结点电压法、叠加原理。

【逻辑推理】 令 U_1, U_2 单独作用分别求出相应电流, 再叠加合成 I_3 。

【解题过程】 重画题 4.6.1 图 (a) 所示电路, 如图解 4.6.2A 所示。已知题中数据为:

$$\dot{U}_1 = 230\angle 0^\circ \text{ V}, \dot{U}_2 = 227\angle 0^\circ \text{ V}, Z_1 = 0.1 + j0.5\Omega, Z_2 = 0.1 + j0.5\Omega, Z_3 = 5 + j5\Omega$$

$$(1) \text{ 用结点电压法。} \dot{U}_{ab} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + Z_2} + \frac{\dot{U}_2}{Z_1 + Z_2}$$

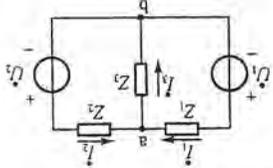
$$\text{因此 } \dot{U}_{ab} = \frac{\dot{U}_1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} + \frac{\dot{U}_2}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}}$$

$$\text{代入数据: } \dot{U}_{ab} = \frac{230\angle 0^\circ}{\frac{1}{0.1 + j0.5} + \frac{1}{0.1 + j0.5}} + \frac{227\angle 0^\circ}{\frac{1}{0.1 + j0.5} + \frac{1}{0.1 + j0.5}} = \frac{222\angle -1.1^\circ \text{ V}}{5 + j5}$$

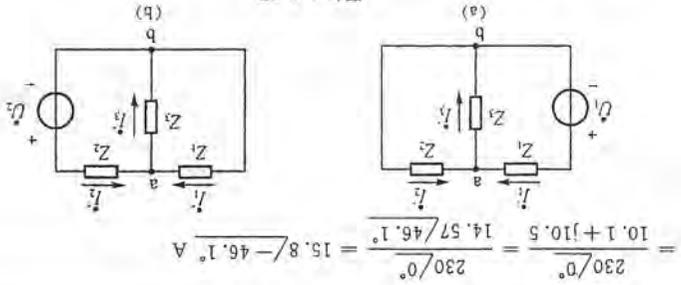
$$\text{由欧姆定律: } I_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_3} = \frac{222\angle -1.1^\circ}{5 + j5} = 31.4\angle -46.1^\circ \text{ A}$$

(2) 用叠加法。如图解 4.6.2B(a) 所示, 当 U_1 单独作用时, $Z = Z_1 + Z_2 // Z_3$, 由欧姆定律和分流

$$\text{公式 } I_3' = \frac{\dot{U}_1}{Z_1} = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} \cdot \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \times \frac{230\angle 0^\circ}{(0.1 + j0.5)(0.1 + j0.5) + (0.1 + j0.5)(5 + j5) + (0.1 + j0.5)(5 + j5)}$$



图解 4.6.2A



图解 4.6.2B

如图解 4.6.2B(b) 所示, 当 U_2 单独作用时, 由于 $Z_1 = Z_2$, 即

$$I_3'' = \frac{\dot{U}_2}{Z_1} = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_1 + Z_2} \cdot \frac{\dot{U}_2}{Z_1 + Z_2} = 15.6\angle -46.1^\circ \text{ A}$$

由叠加合成

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 15.8\angle -46.1^\circ + 15.6\angle -46.1^\circ = 31.4\angle -46.1^\circ \text{ A}$$

4.7.3 某收音机输入电路的电感约为 0.3mH , 可变电容器的调节范围为 $25\text{pF} \sim 360\text{pF}$ 。试问

能否满足收听中波段 $535\text{kHz} \sim 1605\text{kHz}$ 的要求。

【知识点窍】 谐振频率公式 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

【逻辑推理】 由频率公式可求出收音机电路的上下限频率, 将之与中波段的上下限进行比较即可得出结论。

【解题过程】 根据 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 可得

$$\text{上限频率 } f_u = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.3 \times 10^{-3} \times 25 \times 10^{-12}}} \approx 1838\text{kHz} > 1605\text{kHz}$$

$$\text{下限频率 } f_L = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.3 \times 10^{-3} \times 360 \times 10^{-12}}} \approx 484\text{kHz} < 535\text{kHz}$$

可见能满足收听中波段信号的要求。

4.7.4 有一 RLC 串联电路, 它在电源频率 f 为 500Hz 时发生谐振。谐振时电流 I 为 0.2A 数放一起或上或下, 容抗 X_C 为 314Ω , 并测得电容电压 U_C 为电源电压的 20 倍。试求该电路的电阻 R 和电感 L 。

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{U_C}{U} = 20$$

【解题过程】 谐振时, 由品质因子定义

【逻辑推理】 利用谐振时的品质因子、容抗与感抗之间的关系进行求解。

【知识点窍】 电路谐振。

谐振时,有

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} = 314, \text{成立,}$$

$$L = \frac{314}{2\pi f} = \frac{2\pi \times 500}{314} = 0.1\text{H}$$

再由品质因子定义式,得

$$R = \frac{\omega L}{Q} = \frac{314}{20} = 15.7\Omega$$

4.7.5 有一RLC串联电路,接于频率可调的电源上,电源电压保持在10V,当频率增加时,电流从10mA(500Hz)增加到最大值60mA(1000Hz)。试求:(1)电阻R,电感L和电容C的值;(2)在谐振时电容器两端的电压 U_C ;(3)谐振时磁场中和电场中所储存的最大能量。

【知识点窍】 欧姆定律、能量公式。

【逻辑推理】 利用欧姆定律和能量公式求解。

【解题过程】 (1) $R = \frac{U}{I_0} = \frac{60 \times 10^{-3}}{10} \approx 167\Omega$

当 $f_1 = 500\text{Hz}$ 时

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C})^2} = \frac{U}{I} = \frac{10}{10 \times 10^{-3}} = 1000\Omega$$

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \sqrt{1000^2 - 167^2} \approx 986\Omega$$

又因为

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \times 500\text{rad/s}$$

所以,可列出方程组

$$\begin{cases} 2\pi \times 500L - \frac{1}{2\pi \times 500C} = 986\Omega \\ f_0 = 1000\text{Hz} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ (谐振频率)} \end{cases}$$

解方程组,可以得到

$$L = 0.105\text{H}, C = 0.242\mu\text{F}$$

$$(2) U_C = I_0 X_C = 60 \times 10^{-3} \times \frac{2\pi \times 1000 \times 0.242 \times 10^{-6}}{1} \approx 39.5\text{V}$$

(3) 电感最大储能应在 $I = I_0$ 时,即

$$W_L = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} \times 0.105 \times (6 \times 10^{-2})^2 \approx 1.89 \times 10^{-4}\text{J}$$

电容最大储能应在 $U = U_0$ 时,即

$$W_C = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} \times 0.242 \times 10^{-6} \times (39.5)^2 \approx 1.89 \times 10^{-4}\text{J}$$

4.7.6 在题4.7.6图所示的电路中, $R_1 = 5\Omega$, 今调节电容C值使电流I为最小,并此时测得, $I_1 = 10\text{A}$, $I_2 = 6\text{A}$, $U_2 = 113\text{V}$, 电路总功率 $P = 1140\text{W}$, 求阻抗Z。

【逻辑推理】 当总电流最小时,即所有输出电流都在R上消耗有功分量,所以这时是谐振状态, i_1 中包含两部分,其一是谐振电流,其二是外电流 i_2 。

【解题过程】 由KCL定理, $i = i_2 + i_1$

当总电流I为最小时,并联电路达到谐振状态, i_1 的无功分量 $I_L = I_2$, 总电流I的有功分量 I_1 , 因为 i 是有功分量, 而 i_2 和 i_1 中的谐振电流不做功, 所以 i 和 i_1 应正交, 于是

$$I = \sqrt{I_1^2 - I_2^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{A}$$

$$\text{阻抗 } |Z| = \frac{U_2}{I_2} = \frac{113}{6} \approx 14.1\Omega$$

由有功功率

$$P = I^2 R + I_2^2 R_1 = 8^2 R + 10^2 \times 5 = 1140\text{W}$$

可以得到

$$R = (1140 - 500) \times \frac{1}{8^2} = 10\Omega$$

$$\text{所以 } X = \pm \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \pm \sqrt{14.1^2 - 10^2} \approx \pm 10\Omega$$

因此可知

$$Z = 10 \pm j10\Omega$$

4.7.7 电路如题4.7.7图所示,已知 $R = R_1 = R_2 = 10\Omega$, $L = 31.8\text{mH}$, $C = 318\mu\text{F}$, $f = 50\text{Hz}$, $U = 10\text{V}$, 试求并联支路端电压 U_a 及电路的 P , Q , S 及 $\cos\varphi$ 。

【逻辑推理】 先利用串、并联电阻关系求出总电阻,再套用公式即可。

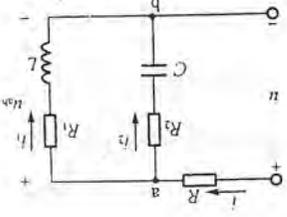
【解题过程】 因为 $Z_a = [(R_2 + j(-\frac{1}{\omega C})) \parallel (R_1 + j\omega L)]$

$$\text{而且 } X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 31.8 \times 10^{-3} \approx 10\Omega$$

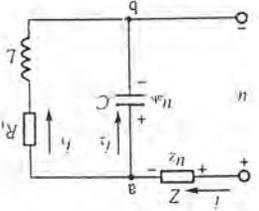
$$\text{所以 } Z_a = \frac{(R_1 + jX_L)(R_2 - jX_C)}{(R_1 + jX_L) + (R_2 - jX_C)} = \frac{(10 + j10)(10 - j10)}{10 + j10 + 10 - j10} = 10\sqrt{0^\circ}\Omega$$

$$\text{总阻抗 } Z = R + Z_a = 10 + 10\sqrt{0^\circ} = 20\sqrt{0^\circ}\Omega$$

$$\text{由欧姆定律: } i = \frac{U}{Z} = \frac{10\sqrt{0^\circ}}{20\sqrt{0^\circ}} = 0.5\sqrt{0^\circ}\text{A}$$



题4.7.7图



题4.7.6图

$$U_b = 1 | Z_b | = 0.5 \times 10 = 5V$$

因此有功功率

$$P = UI \cos\varphi = 10 \times 0.5 = 5W$$

无功功率

$$Q = UI \sin\varphi = 0$$

$$S = UI = 10 \times 0.5 = 5VA$$

功率因数

$$\cos\varphi = 1$$

4.8.1 今有40W的日光灯一个,使用时灯管与镇流器(可近似地把镇流器看作纯电感)串联后接在电压为220V、频率为50Hz的电源上。已知灯管工作时属于纯电阻负载,灯管两端的电压等于110V,试求镇流器的感抗与电感,这时电路的功率因数等于多少?若将功率因数提高到0.8,则应并

联多大电容?

【逻辑推理】并联电容可以提高功率,利用功率因数提高公式即可求出所要并联的电容大小。

【解题过程】消耗在灯管上的有功功率 $P = U_{n1} I$, 故 $I = \frac{P}{U_{n1}} = \frac{40}{110} \approx 0.36A$

电感上电压为

$$U_L = \sqrt{U^2 - U_{n1}^2} = \sqrt{220^2 - 110^2} \approx 190V$$

因此,感抗为

$$X_L = \frac{U_L}{I} = \frac{190}{0.36} \approx 528\Omega$$

$$\text{电感为 } L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{528}{2\pi \times 50} = 1.68H$$

$$\text{功率因数 } \cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{40}{220 \times 0.36} \approx 0.5$$

为了提高功率因数,并联电容为

$$C = \frac{P}{2\pi f U^2} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

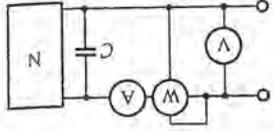
$$= \frac{40}{2\pi \times 50 \times 220^2} [\tan(\arccos 0.5) - \tan(\arccos 0.8)]$$

$$\approx 2.58\mu F$$

4.8.2 用题4.8.2图所示的电路测得无源线性二端网络N的

数据如下: $U = 220V, I = 5A, P = 500W$ 。又知当与N并联一个适当的电容C后,电流I减小,而其他读数不变。试确定该网络的性质(电阻性、电感性或电容性),等效参数及功率因数, $f = 50Hz$ 。

【知识点窍】无源线性二端网络。



题4.8.2图

【逻辑推理】直接利用所求各量的定义公式进行求解。

【解题过程】网络的性质应属感性,只有感性负载并联电容后电路总电流减小,而有功率及电压均不变。

网络的功率因数

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{500}{220 \times 5} \approx 0.45$$

网络的阻抗

$$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{220}{5} = 44\Omega$$

网络的电阻

$$R = |Z| \cos\varphi = 44 \times 0.45 \approx 20\Omega$$

网络的等效感抗

$$X_L = \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \sqrt{44^2 - 20^2} \approx 39.2\Omega$$

网络的等效电感

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{39.2}{2\pi \times 50} \approx 0.125H$$

4.8.3 在题4.8.3图所示电路中, $U = 220V, f = 50Hz, R_1 = 10\Omega, X_1 = 10\sqrt{3}\Omega, R_2 = 5\Omega, X_2 = 5\sqrt{3}\Omega$ 。(1)求电流表的读数I和电路功率因数 $\cos\varphi_1$ 。(2)欲使电路

的功率因数和提高到0.866,则需要并联多大电容?(3)并联电容后电流表的读数为多少?

【知识点窍】功率因数提高公式,欧姆定律。

【逻辑推理】先求出支路电流,相加即得所求电流,利用功率因数

提高公式可直接求出并联电容的大小。

【解题过程】(1)令 $U = U \angle 0^\circ V$, 电路并联,由欧姆定律有

$$\dot{I}_1 = \frac{U}{R_1 + jX_1} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 + j10\sqrt{3}} = 11 \angle -60^\circ = 5.5\sqrt{3}A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{U}{R_2 + jX_2} = \frac{220 \angle 0^\circ}{5 + j5\sqrt{3}} = 22 \angle -60^\circ = 22\sqrt{-60^\circ} A = (11 - j11\sqrt{3}) A$$

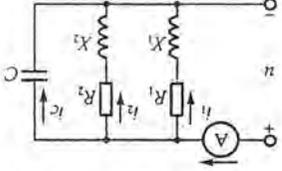
由KCL定律:

$$I = I_1 + I_2 = 5.5 - j5.5\sqrt{3} + 11 - j11\sqrt{3} = 16.5 - j16.5\sqrt{3} = 33 \angle -60^\circ A$$

故可知电流表读数为33A,电路功率因数

$$\cos\varphi_1 = \cos(-60^\circ) = 0.5$$

(2)为了提高功率因数,并联电容C



题4.8.3图

$$C = \frac{P}{2\pi fU^2} [\tan(\arccos 0.5) - \tan(\arccos 0.866)]$$

因为 $P = UI \cos\varphi = 220 \times 33 \cos 60^\circ = 3630 \text{ W}$, 为有功功率。

$$\text{所以 } C = \frac{2\pi \times 50 \times 220^2}{3630} \times (1.732 - 0.577) \approx 276 \mu\text{F}$$

(3) 并联电容后有有功功率 P 及电压不变, $\cos\varphi$ 提高到 0.866, 则电流表读数

$$I = \frac{P}{U \cos\varphi} = \frac{3630}{220 \times 0.866} \approx 19.1 \text{ A}$$

4.8.4 在 380V 50Hz 的电路中, 接有感性负载, 其功率为 20kW, 功率因数为 0.6, 试求电流。

如果在负载两端并联电容电路电容值为 $374 \mu\text{F}$ 的一组电容器, 问线路电流和整个电路的功率因数等于多大?

【知识点窍】功率公式 $P = UI \cos\varphi$

【解题过程】(1) 由 $P = UI \cos\varphi$, $U = 380 \text{ V}$, $\cos\varphi = 0.6$, $P = 20 \times 10^3 \text{ W}$ 代入得

$$I = \frac{P}{U \cos\varphi} = \frac{20 \times 10^3}{380 \times 0.6} = 87.7 \text{ A}$$

$$(2) \varphi = \arccos 0.6 = 53.13^\circ$$

$$I_1 = \frac{U}{R + jX_L} = 87.7 \angle 53.13^\circ \text{ A}$$

当并联电容后, 电路图如图解 4.8.4 所示。

$$I_2 = \frac{U}{-jX_C} = WC \dot{U} (+j) = 2\pi f * C \dot{U} (+j)$$

$$= 380 \angle 0^\circ \times 374 \times 10 = 6 \times 314 \times \sqrt{+90^\circ}$$

$$= 44.6 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 87.7 \angle 53.13^\circ + 44.6 \angle 90^\circ = 52.62 - j25.56$$

$$\text{而 } \cos\varphi' = \cos(-25.9^\circ) = 0.9$$

所以线路电流为 58.5A, 功率因数等于 0.9。

4.8.5 某照明电源的额定容量为 10kV·A, 额定电压为 220V, 频率为 50Hz, 今接有 40W/220V、功率因数为 0.5 的日光灯 120 支。(1) 试问日光灯的总电流是否超过电源的额定电流?

(2) 若并联若干电容后将电路功率因数提高到 0.9, 试问这时还可接入多少个 40W/220V 的日光灯?

【知识点窍】功率公式 $P = UI \cos\varphi$

【解题过程】(1) 由于 $P = 10 \text{ kV} \cdot \text{A}$, $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$

$$\text{则额定电流 } I_N = \frac{P}{U} = \frac{10 \times 10^3}{220} = 45.45 \text{ A}$$

$$\text{而 } I_N = \frac{P'}{U \cos\varphi} = \frac{220 \times 0.5}{40} = 0.363 \text{ A}$$

即 $I_\Sigma = 120 I_N = 43.6 \text{ A} < 45.45 \text{ A}$, 未超过

$$(2) \text{ 当 } \cos\varphi'' = 0.9 \text{ 时, } I_{N'} = \frac{P'}{U \cos\varphi''} = \frac{220 \times 0.9}{40} = \frac{198}{40} = 0.202 \text{ A}$$

而 $I_\Sigma = 120 I_{N'} = 24.2 \text{ A}$

$$I = \frac{P}{U \cos\varphi} = \frac{220 \times 0.9}{10^4} = 50.51 \text{ A}$$

$$C = \frac{P}{U^2} (\tan\varphi - \tan\varphi'') = 821 \mu\text{F}$$

$$I_1 = jWC \dot{U} = 56.715 \angle 96^\circ \text{ A}$$

$$\text{则 } I = 24.2 \angle 25.84^\circ + 56.72 \angle 96^\circ \Rightarrow |I| = 24.84 \text{ A}$$

$$\text{即 } n = \frac{|I|}{0.202} = \frac{24.84}{0.202} = 123 \text{ 个}$$

4.8.6 某交流电源的额定容量为 10kV·A, 额定电压为 220V, 频率为 50Hz, 接有感性负载, 其功率为 8kW, 功率因数为 0.6, 试问:

(1) 负载电流是否超过电源的额定电流?

(2) 欲将电路的功率因数提高到 0.95, 需要并联多大的电容?

(3) 功率因数提高后线路电流多大?

(4) 并联电容后电源还能提供多少有功功率?

【知识点窍】功率公式 $P = UI \cos\varphi$ $S_N = U_N I_N$

【解题过程】(1) $I_N = \frac{S_N}{U_N} = \frac{10 \times 10^3}{220} = 45.45 \text{ A}$

负载功率为 $P_1 = 8 \text{ kW}$, 功率因数为 $\cos\varphi_1 = 0.6$

$$\text{则 } I_1 = \frac{P_1}{U \cos\varphi_1} = \frac{8 \times 10^3}{220 \times 0.6} = 60.61 \text{ A}$$

超过变压器额定电流。

$$(2) \text{ 由例 4.8.1 公式, } C = \frac{P}{WU^2} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi''), \text{ 而 } \varphi_1 = \arccos 0.6 = 53.13^\circ$$

$$\tan\varphi_1 = 1.3333 + \tan\varphi = \tan(\arccos 0.95) = 0.32868$$

$$\text{即 } C = \frac{8 \times 10^3 (1.004)}{2\pi \times 50 \times 220^2} = 532 \mu\text{F}$$

$$(3) I = \frac{P_1}{U \cos\varphi'} = \frac{8 \times 10^3}{220 \times 0.95} = 38.28 \text{ A}$$

(4) 并联电容后有有功功率 $P' = UI \cos\varphi = 220$

4.9.1 有一电容元件, $C = 0.01 \mu\text{F}$, 在其两端加一三角波形的周期电压, 如题 4.9.1 图 (b) 所

示。(1)求电流*i*;(2)作出*i*的波形;(3)计算*i*的平均值及有效值。

【知识点窍】 $i = C \frac{du_C}{dt}$; *i*的平均值及有效值公式。

【解题过程】(1)由题4.9.1图(b)和*i* = $C \frac{du_C}{dt}$ 可写出

$$0 \leq t \leq 0.05s, u = 20t, i = 0.2\mu A$$

$$0.05s \leq t \leq 0.15s, u = 2 - 20t, i = -0.2\mu A$$

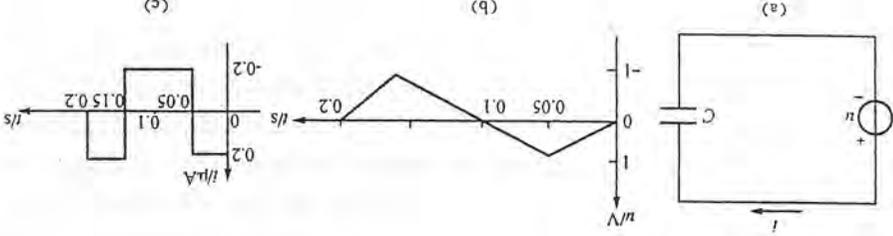
$$0.15s \leq t \leq 0.2s, u = -4 + 20t, i = 0.2\mu A$$

(2)*i*的波形如题4.9.1图(c)所示。

(3)*i*的平均值 $I_0 = 0$ 。

其有效值为

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{0.2} \left[\int_{0.05}^{0.15} (0.2)^2 dt + \int_{0.15}^{0.2} (-0.2)^2 dt + \int_{0.2}^{0.25} (0.2)^2 dt \right]} = 0.2\mu A$$



题4.9.1图

4.9.2 题4.9.2图所示为一滤波电路,要求四次谐波电流能传至负载电阻*R*,而基波电流不能到达负载。如果 $C = 1\mu F, \omega = 1000\text{rad/s}$, 求 L_1 和 L_2 。

【知识点窍】谐波相关概念及谐振相关公式。

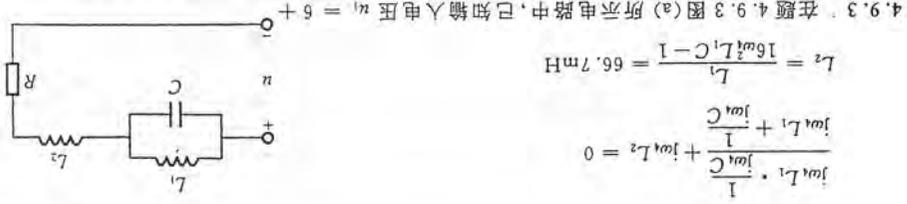
【逻辑推理】基波不能到达负载,则 L_1, C 对基波发生并联谐振;四次谐波不能到达负载,则电路对四次谐波发生串联谐振。

【解题过程】根据逻辑推理结果, L_1, C 并联电路对基波发生并联谐振,即

$$\omega L_1 = \frac{1}{\omega C}$$

$$L_1 = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(10^3)^2 \times 10^{-6}} = 1\text{H}$$

电路对四次谐波发生串联谐振,即



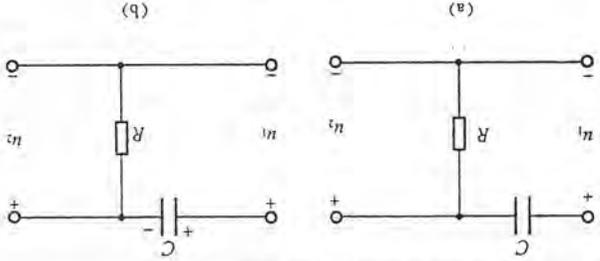
题4.9.2图

$\sqrt{2}\sin 6280t\text{V}$, 若 $R \gg X_C$, 试求:

(1)输出电压 u_2 ; (2)电容器两端电压,并标出极性。

$$L_2 = \frac{1}{16\omega^2 L_1 C - 1} = 66.7\text{mH}$$

$$\frac{j\omega L_1 \cdot \frac{j\omega C}{1} + j\omega L_2 = 0}{j\omega L_1 + \frac{j\omega C}{1}}$$



题4.9.3图

【解题过程】(1)因为 $R \gg X_C = \frac{1}{\omega C}$, 所以电容充放电速度很慢, 电容上的电压很小, 可以认为电阻上的电压接近输入电压

$$u_1 = u_C + u_R \approx u_R = u_2$$

$$\text{即 } u_2 \approx \sqrt{2}\sin 6280t\text{V}$$

(2) $U_C = 6\text{V}$, 左“+”右“-”, 电容上交流分量不计, 电容的隔直作用, 使电阻无直流量。

4.9.4 某电路的电压和电流分别为

$$u = (5 + 14.14\sin \omega t + 7.07\sin 3\omega t)\text{V}$$

$$i = [10\sin(\omega t + 60^\circ) + 2\sin(3\omega t - 135^\circ)]\text{A}$$

试求:(1)电压和电流的有效值;(2)平均功率。

【解题过程】(1)非正弦周期电流的有效值等于恒定分量的平方与各次谐波有效值平方之和的平方根

$$u = \sqrt{5^2 + (14.14/\sqrt{2})^2 + (7.07/\sqrt{2})^2} = 12.25\text{V}$$

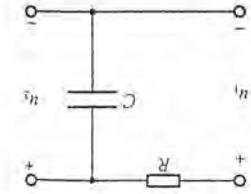
$$I = \sqrt{(10/\sqrt{2})^2 + (2/\sqrt{2})^2} = 7.2\text{A}$$

(2)平均分布 = 各次谐波平均功率代数和恒性分量均成的功率

$$P = 5 \times 0 + \frac{14.14}{10} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 60 + \frac{7.07}{10} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 135 = 30.35\text{W}$$

C 拓展题

4.4.17 题4.4.17图所示是一移相电路。已知 $R = 100\Omega$, 输入信号频率为 500Hz 。如要求输出



题4.4.17图

【解题过程】 $u_2 = \frac{-j\omega C}{R - j\frac{1}{\omega C} + j\omega C} u_1 = \frac{-j\omega C}{\omega RC - j} u_1$

【知识点窍】 相量法。直接用代数法计算即可。

何不同?

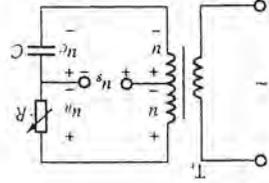
u_2 和 u_1 在相位上差 45° 。

$$1 + j\omega RC = 1 + j\omega RC = 1, C = \frac{1}{\omega R} \approx 3.18\mu\text{F}$$

这里电容上输出,故 u_2 滞后于 u_1 ,而上题由电阻上输入, u_2 超前于 u_1 。

4.4.18 题4.4.18图所示是桥式移相电路。当改变电阻 R 时,

可改变控制电压 u_c 与电源电压 u 之间的相位差 θ ,但电压 u_c 的有效值是变化的,试证明。图中的 T_1 是一变压器。



题4.4.18图

【知识点窍】 相量图,基尔霍夫电压定律。

【逻辑推理】 本题利用相量图法解题,主要利用了其几何性质。

【解题过程】 由 KVL 定律: $\dot{U}_a + \dot{U}_c = 2\dot{U}$,且 \dot{U}_a 与 \dot{U}_c 相差 90° 相位。由于 $\dot{U}_a, \dot{U}_c, 2\dot{U}$ 是交变电压,所以

$$|\dot{U}_a + \dot{U}_c| = \sqrt{U_a^2 + U_c^2} = |2U| = 2U$$

所以 $U_a^2 + U_c^2 = (2U)^2$ 即满足相量图上, U_a 与 U_c 的公共点在以 $2U$ 为直径的圆上。

由 KVL 定律: $\dot{U}_a = \dot{U}_c - \dot{U}$

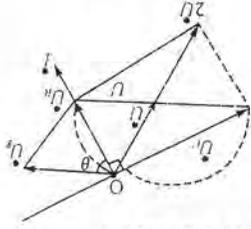
即 \dot{U}_a 相位,显然 $U_a = U$,但相位可改变。

4.6.3 题4.6.3图所示的是在电子仪器中常用的电容分压电路。

试证明当满足 $R_1 C_1 = R_2 C_2$ 时

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

即 U_2 与 U_1 相同,而与频率无关。

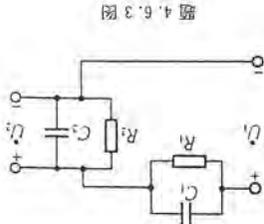


图解4.4.18

【知识点窍】 分压公式。

【逻辑推理】 先由电路图得到 \dot{U}_2 与 \dot{U}_1 之比,再代入 $R_1 C_1 = R_2 C_2$ 进行验证即可。

【解题过程】 设 $Z_1 = R_1 // \frac{1}{j\omega C_1}, Z_2 = R_2 // \frac{1}{j\omega C_2}$, 于是由分压



题4.6.3图

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_2(-j\frac{1}{\omega C_2})}{R_1(-j\frac{1}{\omega C_1}) + R_2(-j\frac{1}{\omega C_2})} + \frac{R_1 - j\frac{1}{\omega C_1}}{R_2 - j\frac{1}{\omega C_2}}$$

$$= \frac{j\omega C_2 R_2 + 1}{\frac{R_1}{R_2} + j\omega C_2 R_1 + 1}$$

化简后,得到 $\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2(j\omega C_1 R_1 + 1)}{R_1(j\omega C_2 R_2 + 1) + R_2(j\omega C_1 R_1 + 1)}$

当 $R_1 C_1 = R_2 C_2$ 时,代入上式则有 $\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

而由 $R_1 C_1 = R_2 C_2$ 可得 $\frac{R_1}{C_1} = \frac{R_2}{C_2}$

于是 $\frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{C_2 + C_1}{C_1}$ 即 $\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1}$, 得证。

4.7.8 试证明题4.7.8图(a)所示电路是一低通滤波电路,题4.7.8图(b)所示电路是一高通

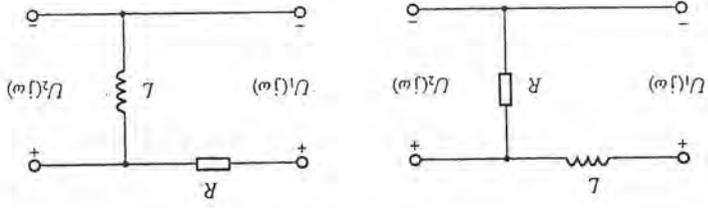
滤波电路,其中 $\omega_0 = \frac{1}{L}$ 。

【知识点窍】 低通与高通的概念。

【逻辑推理】 先由所给电路得到传递函数,由此判定电路的通频带,从而证明电路是高通还是

【解题过程】 对题4.7.8图(a)所示电路,其传递函数

$$T(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}}$$



题 4.7.8 图

$$= \frac{1}{1 + (\omega \frac{L}{R})^2} \sqrt{-\arctan(\frac{R}{\omega L})} = |T(j\omega)| \sqrt{|\varphi(j\omega)|}$$

当 $\omega = 0$ 时, $|T(j\omega)| = 1, \varphi(j\omega) = 0$

当 $\omega \rightarrow \infty$ 时, $|T(j\omega)| = 0, \varphi(j\omega) = -90^\circ$

而当 $\omega = \omega_0 = \frac{1}{L} R$ 时, $|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}, \varphi(j\omega) = -45^\circ$

可见该电路的通频带为 $0 \leq \omega \leq \omega_0$, 即为低通滤波电路。

对题 4.7.8 图(b) 所示电路, 其传递函数

$$T(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{1 - j\frac{R}{\omega L}}{1 + (\frac{\omega L}{R})^2} = \frac{1}{1 + (\frac{\omega L}{R})^2} \sqrt{\arctan \frac{\omega L}{R}}$$

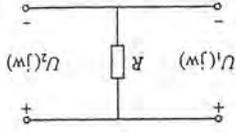
当 $\omega = 0$ 时, $|T(j\omega)| = 0, \varphi(j\omega) = 90^\circ$

当 $\omega = \infty$ 时, $|T(j\omega)| = 1, \varphi(j\omega) = 0$

当 $\omega = \omega_0 = \frac{1}{R} L$ 时, $|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}, \varphi(j\omega) = 45^\circ$

可见该电路的通频带为 $\omega \leq \omega_0$, 即为高通滤波电路。

4.7.9 交流放大电路的级间 RC 耦合电路如题 4.7.9 图所示, 设



题 4.7.9 图

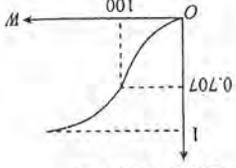
(1) 求该电路的通频带范围; (2) 画出其幅频特性; (3) 若减小电容值, 对通频带有何影响?

【解题过程】(1) $W_0 = \frac{1}{RC} = 100$, 为高通滤波电路

即通频带为 $W_0 = 100 < W$

(2) 如图解 4.7.9 所示, 幅频特性为

(3) 若减小 $C, W_0 = \frac{1}{RC}$ 个, 会减小通频带。

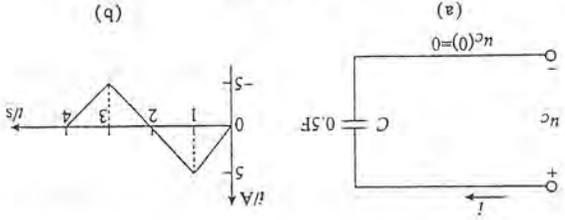


图解 4.7.9

$R = 200\Omega, C = 50\mu F$ 。

4.9.5 有一电容元件, $C = 0.5F$, 今通入一三角形的周期电流 [题 4.9.5 图(b)]. (1) 求电容元件

两端电压 u_C ; (2) 作出 u_C 的波形; (3) 计算 $t = 2.5s$ 时电容元件电场中储存的能量。设 $u_C(0) = 0$ 。



题 4.9.5 图

【知识点窍】电容元件性质, 参数计算。

【逻辑推理】由公式 $i_C(t) = C \frac{du_C}{dt}$ 求解。

【解题过程】(1) 由 $i_C(t) = C \frac{du_C}{dt}$, 则 $U_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$, 而

$$\begin{cases} i_C = 5t & 0 \leq t \leq 1s \\ i_C = 10 - 5t & 1 \leq t \leq 3s \\ i_C = 5t - 20 & 3 \leq t \leq 4s \end{cases}$$

$$U_C = \begin{cases} 5t^2 & 0 \leq t \leq 1s \\ -5t^2 + 20t - 10 & 1 \leq t \leq 3s \\ 5t^2 - 40t + 80 & 3 \leq t \leq 4s \end{cases}$$

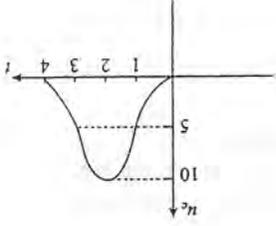
(2) U_C 波形如图解 4.9.5 所示。

$$(3) W = \frac{1}{C} \int u_C i_C dt$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.5 \times [U(2.5)]^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.5 \times (8.75)^2$$

$$= 19.1J$$



图解 4.9.5

第5章 三相电路

5.1 重点内容提要

三相交流电源是目前电力系统采用的主要供电方式。它是由三个幅值相等、频率相同、相位依次相差 120° 的正弦电压源组成。三相交流电路是由三相交流电源供电的。

一、三相电压

1. 三相交流电的概念

三个大小相等、相位差 120° 的正弦电动势组成的电源,即

$$\begin{cases} e_A = E_m \sin(\omega t) \\ e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ) \\ e_C = E_m \sin(\omega t + 120^\circ) \end{cases}$$

2. 三相电源的连接

(1) Y形接法。

如图 5.1 所示,线、相电压的定义。

1) 相电压 U_p

$$\dot{U}_A = U_p \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_B = U_p \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_C = U_p \angle 120^\circ$$

2) 线电压 U_l

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = \sqrt{3}U_p \angle 30^\circ = U_l \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = \sqrt{3}U_p \angle 30^\circ = U_l \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = \sqrt{3}U_p \angle 30^\circ = U_l \angle 120^\circ$$

$$U_l = \sqrt{3}U_p, U_l \text{ 超前于 } U_p \angle 30^\circ$$

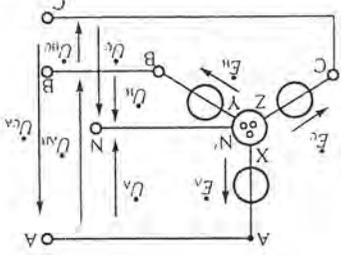


图 5.1

这种电源也称三相四线制电源。

(2) Δ 形接法(如图 5.2 所示)。

只有一种电压:线电压 = 相电压

$$\begin{cases} U_{AB} = U_p \angle 0^\circ = U_l \angle 0^\circ \\ U_{BC} = U_p \angle -120^\circ = U_l \angle -120^\circ \\ U_{CA} = U_p \angle 120^\circ = U_l \angle 120^\circ \end{cases}$$

$E_A + E_B + E_C = 0$, Δ 形内不会有短路电流。

二、负载星形联结的三相电路。

下面讲述三相负载 Y 形连接。

当三个单相负载(或三相负载的每个相)的额定电压均等于三相四线制电源的相电压时,可将三

个负载接在电源的三根相线与零线之间,构成 Y 形连接电路,如图 5.3 所示。

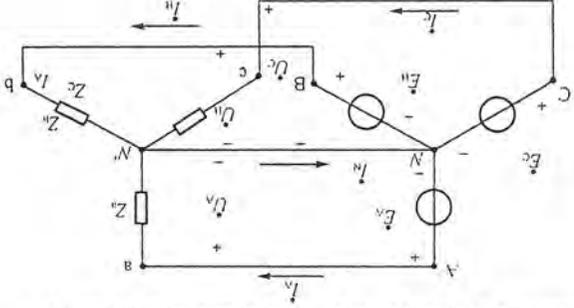


图 5.3

由于有中性线,负载相电压等于电源相电压,总是对称的。各相电流也就是线电流,有

$$i_A = \frac{U_A}{Z_A}; i_B = \frac{U_B}{Z_B}; i_C = \frac{U_C}{Z_C}$$

中性线电流: $i_N = i_A + i_B + i_C$

有几种可能的情况:

(1) 负载对称: $Z_A = Z_B = Z_C = Z$ 或 $|Z_A| = |Z_B| = |Z_C| = |Z|$,

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi$$

由于 $\dot{U}_A = U_p \angle 0^\circ, \dot{U}_B = U_p \angle -120^\circ, \dot{U}_C = U_p \angle 120^\circ$, 可得

$$i_A = \frac{U_p \angle 0^\circ}{|Z_p| \angle \varphi} = I_p \angle -\varphi$$

$$i_B = \frac{U_p \angle -120^\circ}{|Z_p| \angle \varphi} = I_p \angle -120^\circ - \varphi$$

$$\dot{I}_C = \frac{U_p / 120^\circ}{|Z_c| \angle \varphi_c} = I_p / 120^\circ - \varphi$$

可见三相电压和电流都是对称的,因此有

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

所以中性线可以不要,形成三相三线制电路。

(2) 负载不对称, $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$ 。

由于有中性线,负载相电压仍等于电源相电压,即保持对称,但三相电流则不对称,中性线电流

$\dot{I}_N \neq 0$,各相负载正常工作。

(3) 负载不对称且中性线断线:此时负载中点 N' 和电源中点 N 之间将有电压,由结点电压法可得

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\frac{\dot{U}_A}{Z_a} + \frac{\dot{U}_B}{Z_b} + \frac{\dot{U}_C}{Z_c}}{\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c}}$$

负载相电压则为

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N}$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N}$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N}$$

电压相量图如图 5.4 所示。

各相电流为

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_a}{Z_a}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_b}{Z_b}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_c}{Z_c}$$

可见各相电压和电流均不对称,无法正常工作,这是一种故障状态。因此中性线在不对称负载中是不可缺少的,它的作用是平衡三相负载相电压。通常中性线上不允许接开关和保险丝。

三、负载三角形联结的三相电路

当三个单相负载(或三相负载的每个相)的额定电压等于三相源的线电压时,可将三个负载分别接在三根相线之间,构成 Δ 形连接电路,如图 5.5 所示。

负载相电流

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_a}, \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_b}, \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_c}$$

线电流

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$$

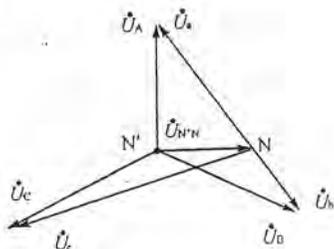


图 5.4

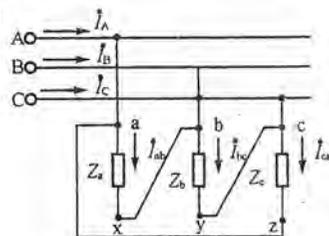


图 5.5

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$$

当负载对称时有

$$\dot{I}_{ab} = \frac{U_l}{|Z|} \angle -\varphi = I_p \angle -\varphi$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{U_l}{|Z|} \angle -120^\circ - \varphi = I_p \angle -120^\circ - \varphi$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{U_l}{|Z|} \angle 120^\circ - \varphi = I_p \angle 120^\circ - \varphi$$

即相电流对称。

线电流

$$\dot{I}_A = \sqrt{3} I_p \angle -30^\circ - \varphi = I_l \angle -30^\circ - \varphi$$

$$\dot{I}_B = \sqrt{3} I_p \angle -150^\circ - \varphi = I_l \angle -150^\circ - \varphi$$

$$\dot{I}_C = \sqrt{3} I_p \angle 90^\circ - \varphi = I_l \angle 90^\circ - \varphi$$

即线电流对称,且 $I_l = \sqrt{3} I_p$, I_l 落后于 I_p 30° 。

四、三相功率

三相电路总功率称为三相功率,它等于各相功率之和。

(1) 瞬时功率 $p = p_a + p_b + p_c$

$$p = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \text{——Y形接法}$$

$$p = u_{AB} i_{ab} + u_{BC} i_{bc} + u_{CA} i_{ca} \text{——}\Delta\text{形接法}$$

(2) 有功功率 $P = P_a + P_b + P_c$

$$P = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c \text{——Y形}$$

$$P = U_{AB} I_{ab} \cos \varphi_a + U_{BC} I_{bc} \cos \varphi_b + U_{CA} I_{ca} \cos \varphi_c \text{——}\Delta\text{形}$$

$$P = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi \text{——对称负载}$$

(3) 无功功率 $Q = \sum Q_L - \sum Q_C$

$$Q = U_a I_a \sin \varphi_a + U_b I_b \sin \varphi_b + U_c I_c \sin \varphi_c \text{——Y形}$$

$$Q = U_{AB} I_{ab} \sin \varphi_a + U_{BC} I_{bc} \sin \varphi_b + U_{CA} I_{ca} \sin \varphi_c \text{——}\Delta\text{形}$$

$$Q = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi \text{——对称负载}$$

(4) 视在功率 $S = \sqrt{P^2 + Q^2} \neq S_a + S_b + S_c$

$$S = \sqrt{3} U_l I_l \text{——对称负载}$$

(5) 功率因数 $\cos \varphi$: 对于三相对称负载,三相负载的功率因数即一相负载的功率因数, φ 角是一

相负载阻抗角,或相电流与相电压的相位差角。一般情况下 $\cos \varphi = \frac{P}{S}$ 。

5.2 练习与思考题解答

制不对称电路分析,三相对称负载与单相负载的组合电路分析。

考点:对称三角负载(Y形和△形)中的电压—电流关系及功率关系,中性线的作用,三相四线

5.1.1 【解题过程】不可以,此时三个电压为

$$U_1 = U_m \sin \omega t$$

$$V_1 = U_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$W_1 = -W_1 = U_m \sin(\omega t - 240^\circ + 180^\circ) = U_m \sin(\omega t - 60^\circ)$$

这三个电动势大小相等,频率相同,但彼此相位差

不相等,因此 $U_1 + V_1 + W_1 \neq 0$ 不是对称的三相电压。

5.1.2 【解题过程】如题5.1.2图所示,相量化

$$U_{12}, \text{得 } U_{12} = 380 \sqrt{-30^\circ} \text{ V}$$

由几何关系

$$U_1 = U_{12} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times 2 = \frac{\sqrt{3}}{3} U_{12} = 220 \text{ V}$$

出线、相电压相位关系

$$\varphi_1 = \varphi_{12} - 30^\circ = -60^\circ$$

$$\text{故 } U_{12} = 220 \sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ V}$$

5.2.1 【解题过程】必须使用三相电源的负载

称三相负载。只需使用单相电源的负载称单相负载。将单相负载适当分配后接到三相电源的三个

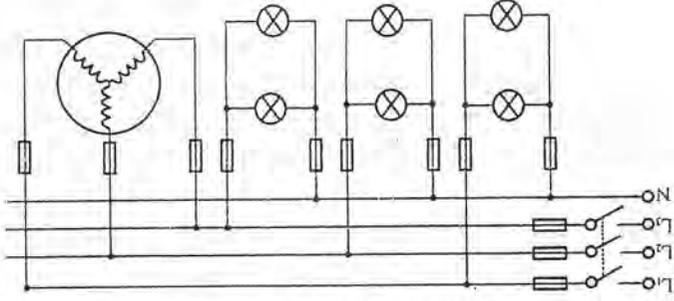
上,称为单相负载的三相连接。电灯的两根电源线间只需接入单相电源便能工作,故为单相负载。

5.2.2 【解题过程】因为在题5.2.2图所示电路中,不仅有电动机这样的三相对称负载,还有由

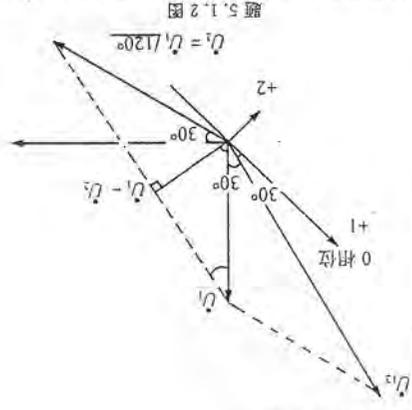
电灯组成的单相负载的三相连接电路,它们经常处于不对称工作状态,当中性线上接入开关或熔断器

时,一旦开关断开或熔丝烧断,将造成三相电压不对称,某相电压过高可能烧坏灯泡,某相电压过低,日

光灯无法起辉,这是不允许的。因此三相四线制电路中中性线上一般不允许接开关或熔断器。



题 5.2.2 图



题 5.1.2 图

5.3 课后习题全解

A 选择题

- 5.2.1 (3) 5.2.2 (3) 5.3.1 (3)
5.2.4 (3) 5.2.3 (3) 5.4.1 (2)

B 基本题

5.2.5 题5.2.5图所示的是三相四线制电路,电源线电压 $U_l = 380 \text{ V}$ 。三个电阻性负载接成星

形,其电阻为 $R_1 = 22 \Omega$ 。(1)试求负载相电压、相电流及中性线电流,并作出它们的

相量图;(2)如无中性线,求负载相电压及中性点电压;(3)如无中性线,当 L_1 相短路时求各相电压和

电流,并作出它们的相量图;(4)如无中性线,当 L_2 相断路时求另外两相的电压和电流;(5)在(3),

(4)中如有中性线,则又如何?

【知识点窍】星形负载连接。

【逻辑推理】有中性线时各相电压对称,无中性线时,则

要针对各电压不同情况单独考虑。

【解题过程】(1)有中性线时,各相电压对称, $U_{lN} = 0$,Y形

连接相位与线电压关系式为

$$U_p = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$$

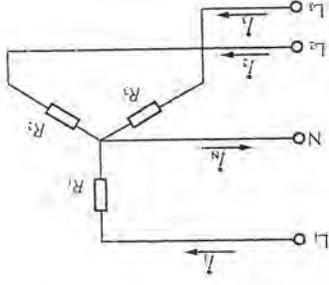
各相相电流

$$I_1 = \frac{U_p}{R_1} = \frac{220}{220} = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_p}{R_2} = \frac{220}{220} = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_p}{R_3} = \frac{220}{220} = 1 \text{ A}$$

题 5.2.3 图



其中 I_N 为中性线中电流,中性线中既然没电流通过,中性线就不需要了。

称的,即 $I_N = I_1 + I_2 + I_3 = 0$

5.2.5 【解题过程】由于相电压是对称的,并且三相负载也是对称的,所以负载的相电流也是对

称的,即 $I_N = I_1 + I_2 + I_3 = 0$

$$I_1 = \frac{22 \times 100}{220} = 10 \text{ A}$$

5.2.3 【解题过程】可将66个电灯分成三组,每组22个相互并联后接入三相电源的一个相的

相线与中性线间,获得相电压220V。当负载对称时,线电流

以 $\dot{U}_1 = U_1 \angle 0^\circ$ 为参考相量, 则三相电压分为

$$\dot{U}_1 = 220 \angle 0^\circ \text{ V}, \dot{U}_2 = 220 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_3 = 220 \angle 120^\circ \text{ V}$$

根据欧姆定律可得各相电流为

$$\dot{i}_1 = 20 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{i}_2 = 10 \angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{i}_3 = 10 \angle 120^\circ \text{ A}$$

由 KCL 定理, 中性线电流

$$\begin{aligned} \dot{i}_N &= \dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dot{i}_3 \\ &= 20 \angle 0^\circ + 10 \angle -120^\circ + 10 \angle 120^\circ \\ &= 10 \angle 0^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

相量图如图解 5.2.5A 所示。

(2) 无中性线时, 仅有两个结点, 故可用结点电压法:

$$\begin{aligned} \dot{U}_N &= \frac{\frac{\dot{U}_1}{R_1} + \frac{\dot{U}_2}{R_2} + \frac{\dot{U}_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \\ &= \frac{\frac{220 \angle 0^\circ}{11} + \frac{220 \angle -120^\circ}{22} + \frac{220 \angle 120^\circ}{22}}{\frac{1}{11} + \frac{1}{22} + \frac{1}{22}} \\ &= 55 \angle 0^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

由 KVL 定理

$$\dot{U}'_1 = \dot{U}_1 - \dot{U}_N = 220 \angle 0^\circ - 55 \angle 0^\circ = 165 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}'_2 = \dot{U}_2 - \dot{U}_N = 220 \angle -120^\circ - 55 \angle 0^\circ = 252 \angle -131^\circ \text{ V}$$

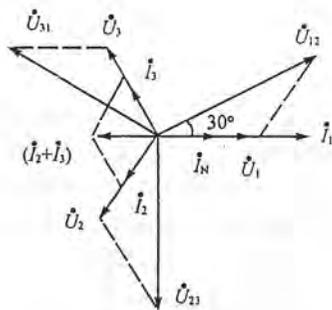
$$\dot{U}'_3 = \dot{U}_3 - \dot{U}_N = 220 \angle 120^\circ - 55 \angle 0^\circ = 252 \angle 131^\circ \text{ V}$$

(3) 无中性线且 L_1 相短路时, 如图解 5.2.5B 所示, \dot{U}'_1 和 \dot{i}'_1 为参考相量无中性线, 且 L_1 相短接, 则 $\dot{U}'_1 = 0$ 。

$$\dot{U}'_2 = \dot{U}'_1 + \dot{U}'_{21} = 0 - \dot{U}'_{12} = -\dot{U}'_{12}$$

(L_1, L_2 之间线电压为 \dot{U}'_{12})

由线电压与相电压之间公式



图解 5.2.5A

$$\dot{U}'_{12} = \dot{U}'_1 - \dot{U}'_2 = \sqrt{3}U_p \angle \varphi_1 + 30^\circ$$

所以 $\dot{U}'_2 = \sqrt{3}U_p \angle \varphi_1 + 30^\circ = 380 \angle -150^\circ \text{ V}$

同样 $\dot{U}'_3 = \dot{U}'_1 + \dot{U}'_{31}$

$$\begin{aligned} &= \dot{U}'_{31} = \sqrt{3}U_p \angle \varphi_2 + 30^\circ \\ &= 380 \angle 150^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

由欧姆定律

$$\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}'_2}{R_2} = \frac{380 \angle -150^\circ}{22}$$

$$= 17.3 \angle -150^\circ \text{ A}$$

$$\dot{i}_3 = \frac{\dot{U}'_3}{R_3} = \frac{380 \angle 150^\circ}{22}$$

$$= 17.3 \angle 150^\circ \text{ A}$$

由 KCL 定理

$$\begin{aligned} \dot{i}_1 &= -(\dot{i}_2 + \dot{i}_3) \\ &= -(17.3 \angle -150^\circ + 17.3 \angle 150^\circ) \\ &= 30 \angle 0^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

相量图如图解 5.2.5C 所示。

(4) 无中性线 L_3 相断线时, R_1 和 R_2 串连接在线电

压 \dot{U}'_{12} 上, 同(3)中分析, 由欧姆定律

$$\dot{i}_1 = -\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}'_{12}}{R_1 + R_2} = \frac{380 \angle 30^\circ}{11 + 22} = 11.5 \angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}'_1 = \dot{i}_1 R_1 = 11.5 \angle 30^\circ \times 11 = 127 \angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}'_2 = \dot{i}_2 R_2 = -11.5 \angle 30^\circ \times 22 = 253 \angle -150^\circ \text{ V}$$

(5) 对(3)中有中性线时, L_1 相短路, 电流过大, 烧断断路器熔丝。 L_2 相和 L_3 相不受影响, 电流、电压与(1)中相同。

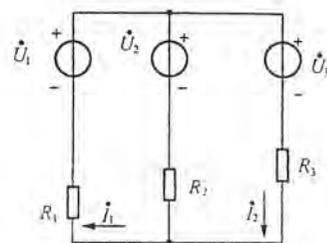
对(4)中有中性线时, L_1, L_2 两相不受影响, 电流、电压与(1)中相同, L_3 相无电压和电流。

5.2.6 有一次某楼电灯线路发生故障, 第二层和第三层楼的所有电灯突然都暗淡下来, 而第一层楼的电灯亮度未变, 试问这是什么原因? 这楼的电灯是如何连接的? 同时又发现第三层楼的电灯比第二层楼的还要暗些, 这又是什么原因? 画出电路图。

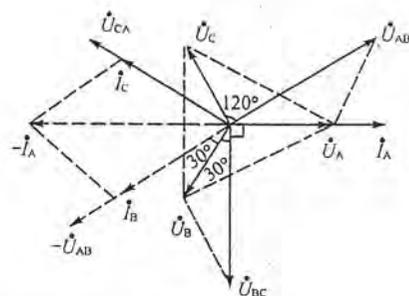
【知识点窍】 实际电路的分析。

【逻辑推理】 二层楼各自把火线接在三个相上, 灯的亮暗与其上电压成正比。

【解题过程】 电路如图解 5.2.6 所示, 当中性线在图中“×”点断线时, 接在 A 相的第一层楼不受

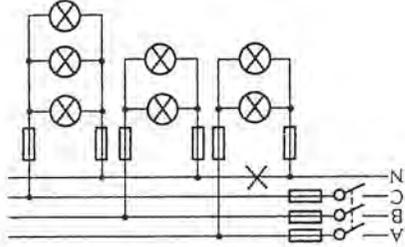


图解 5.2.5B



图解 5.2.5C

影响,电灯亮度不变,而第二层与第三层接在 B 相和 C 相上,无中性线时两层楼的电灯串联在线电压 U_{BC} 上,电灯电压不足 220V,故而暗淡下来。其中第三层楼开的灯多些,总电阻 $R_C < R_B$,故第三层楼电压 $U'_C < U'_B$,因此显得更暗些。



图解 5.2.6

5.2.7 有一台三相发电机,其绕组接成星形,每相额定电压为 220V。在一次试验中,用电压表量得相电压 $U_1 = U_2 = U_3 = 220V$,而线电压为 $U_{12} = U_{31} = 220V, U_{23} = 380V$,试问这种现象是如何造成的?

【知识点窍】星形负载连接。

【逻辑推理】由 U_{123} 和 U_{23} 可知,问题在 L_1 相上。由相量图(如图解 5.2.7 所示), $U_3 = U_1 = U_{13}, U_2 = U_1 = U_{21}$, 则构成 Δ 连接,因为 U_2, U_3 正确, U_1 必定反相了。

【解题过程】这是由于 L_1 相绕组接反所致,结果由 KVL 定

律可知

$$\begin{aligned} U_{12} &= -U_1 - U_2 \\ &= -220\angle 0^\circ - 220\angle -120^\circ \\ &= 220\sqrt{2}\angle -120^\circ \text{ V} \\ U_{31} &= U_3 + U_1 \\ &= 220\sqrt{2}\angle 120^\circ + 220\angle 0^\circ \\ &= 220\sqrt{60^\circ} \text{ V} \end{aligned}$$

$$U_{23} = U_2 - U_3 = 220\sqrt{2}\angle 120^\circ - 220\sqrt{2}\angle -90^\circ \text{ V}$$

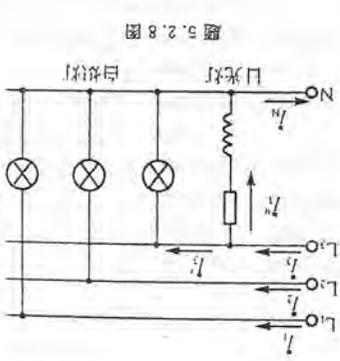
5.2.8 在题 5.2.8 图所示的电路中,三相四线制电源的电压为 380/200V,接有对称星形连接的白炽灯负载,其总功率为 180W,此外,在 L_1 相上接有额定电压为 220V,功率为 40W,功率因

数 $\cos\varphi = 0.5$ 的日光灯一只,试求电流 $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ 及 \dot{I}_N 。设 $U_1 = 220\angle 0^\circ \text{ V}$ 。

【知识点窍】功率公式,基尔霍夫电流定律。

【逻辑推理】对白炽灯而言其为纯电阻电路,而日光灯中就含有电感,故二者的功率公式也不相同,前者为 $P = UI$,后者为 $P = UI\cos\varphi$,根据功率公式分别求出电流值。

【解题过程】设 $U_1 = 220\angle 0^\circ \text{ V}$,则对白炽灯负载,每相功率为 60W,其电流由 $\dot{I} = \frac{P}{U}$



题 5.2.8 图

由于存在电感,对日光灯,其电流作功 $P = UI_3\cos\varphi$,于是

$$I_3 = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{40}{220 \times 0.5} = 0.364\sqrt{60^\circ} \text{ A}$$

$$= 0.364\sqrt{120^\circ - 60^\circ} = 0.364\sqrt{60^\circ} \text{ A}$$

由 KCL 定理

$$I_1 = I'_3 + I''_3 = 0.273\sqrt{120^\circ} + 0.364\sqrt{60^\circ} = 0.553\sqrt{85.30^\circ} \text{ A}$$

又由 KCL 定理,中性线上电流为

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3 = 0.273\sqrt{0^\circ} + I_3 = 0.273\sqrt{0^\circ} + 0.553\sqrt{85.3^\circ} = I''_3$$

5.3.2 在线电压为 380V 的三相电源上,接两组

电阻性对称负载,如图 5.3.2 图所示,试求线路电流 I_1 。星形及三角形负载混合连接。

【逻辑推理】先求 Y 形电阻和 Δ 形电阻上各自相电流和线电流,每一个线电流也为其上的相电流 I_Y 和线电流 I_{Δ} 之和。

【解题过程】星形负载电流 ($I_1 = I_Y$)

$$I_Y = \frac{220}{10} = 22 \text{ A}$$

与相电压同相位。

Δ 形负载相电流,与线电压同相位

$$I_{\Delta} = \frac{380}{38} = 10 \text{ A}$$

Δ 形负载线电流,相位上滞后于相电流 30°

$$I_{\Delta} = \sqrt{3}I_{\Delta} = 10\sqrt{3} \text{ A}$$

相电压滞后于线电压 30° ,因此 I_Y 与 I_{Δ} 同相位,于是有

$$I = I_Y + I_{\Delta} = 22 + 10\sqrt{3} = 39.3 \text{ A}$$

5.4.1 有一三相异步电动机,其绕组接成三角形,接在线电压 $U_1 = 380 \text{ V}$ 的电源上,从电源所取用的功率 $P_1 = 11.43 \text{ kW}$,功率因数 $\cos\varphi = 0.87$,试求电动机的相电流和线电流。

【知识点窍】有功功率公式 $P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$ 。

【逻辑推理】先根据有功功率公式求出线电流,再由相电流与线电流的关系求出相电流。

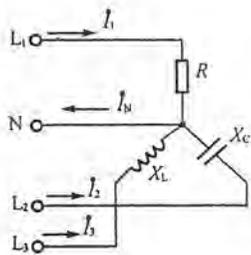
【解题过程】根据有功功率公式 $P_1 = \sqrt{3}UI_1\cos\varphi$,所以线电流

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_1\cos\varphi} = \frac{11.43 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.87} \approx 20 \text{ A}$$

相电流

$$I_p = \frac{I_l}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \approx 11.5 \text{ A}$$

5.4.2 在题 5.4.2 图所示电路中,电源线电压 $U_l = 380 \text{ V}$ 。(1) 如果图中各相负载的阻抗模都等于 10Ω , 是否可以说明负载是对称的?(2) 试求各相电流, 并用电压与电流的相量图计算中性线电流。如果中性线电流的参考方向选定得同电路图上所示的方向相反, 则结果有何不同?(3) 试求三相平均功率 P 。



题 5.4.2 图

【知识点窍】 欧姆定律, 三相负载电路, 基尔霍夫电流定律, 平均功率公式 $P = UI$ 。

【逻辑推理】 利用欧姆定律及 KCL 定律求解出各相电流, 再用功率公式即可得三相平均功率。

【解题过程】 (1) 虽然各相负载阻抗的模相等, 但幅角并不相同, 故负载不对称的。

(2) 令 $\dot{U}_1 = \frac{U_l}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V} = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$ 则

$$\dot{U}_2 = 220 \angle -120^\circ \text{ V}, \dot{U}_3 = 220 \angle 120^\circ \text{ V}$$

则有 $\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{R} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10} = 22 \angle 0^\circ \text{ A}$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{-jX_C} = \frac{220 \angle -120^\circ}{-j10} = 22 \angle -30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{jX_L} = \frac{220 \angle 120^\circ}{j10} = 22 \angle 30^\circ \text{ A}$$

因此 $\dot{I}_N = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 22 \angle 0^\circ + 22 \angle -30^\circ + 22 \angle 30^\circ$
 $= 22\sqrt{3} + 22 = 60.1 \angle 0^\circ \text{ A}$

可画相量图如图解 5.4.2 所示。

若中性线电流参考方向与电路图中相反, 则 \dot{I}'_N 的相位将差 180° , $\dot{I}'_N = 60.1 \angle 180^\circ \text{ A}$, 如图解 5.4.2 所示。

(3) 由于 $U_1 = U_2 = U_3, I_1 = I_2 = I_3$

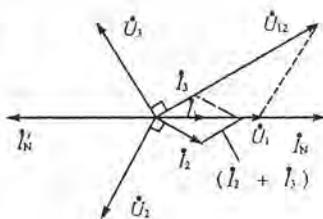
于是三相平均功率 $P = U_l I_l = 220 \times 22 = 4840 \text{ W}$ 。

5.4.3 在题 5.4.3 图所示电路中, 对称负载联成三角形。

已知电源电压 $U_l = 220 \text{ V}$, 电流表读数 $I_l = 17.3 \text{ A}$, 三相功率 $P = 4.5 \text{ kW}$ 。试求:(1) 每相负载的电阻和感抗;(2) 当 $L_1 L_2$ 相断开时, 图中各电流表的读数和总功率 P ;(3) 当 L_1 线断开时, 图中各电流表的读数和总功率 P 。

【知识点窍】 欧姆定律, 基尔霍夫电流定律。

【逻辑推理】 先由相电流与线电流的关系可得到相电流, 再由功率与线电流的关系可得到功率因数, 利用欧姆定律可求出负载模值, 二者结合则得到每相负载的电阻与感抗。 $L_1 L_2$ 相路开时, L_1, L_2 间只有单个负载 Z , 利用欧姆定律可求出 I_{L_1} , 则 I_{L_2} 对于 I_{L_1} 只有 60° 相移, 则由 KCL 易得 I_{L_3} 。 L_1 线路开时, 电路状态为 $Z_{L_1 L_2}$ 与 $Z_{L_1 L_3}$ 串联。



图解 5.4.2

【解题过程】 (1) 如题 5.4.3 图所示, Δ 形负载中, 由相电流和线电流的线性关系可知:

$$\text{相电流 } I_p = \frac{1}{\sqrt{3}} I_l = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 17.3 \approx 10 \text{ A}$$

由功率和线电流关系 $P = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi$, 所以功率因数

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3} U_l I_l} = \frac{4.5 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 220 \times 17.3} = 0.683$$

由 $I_l = I_{L_1} = I_{L_2} = I_{L_3}$, 且三负载是对称的, 又因为 Δ 形负载电路 $U_p = U_l$ 。

所以 $|Z| = \frac{U_p}{I_p} = \frac{U_l}{I_p} = \frac{220}{10} = 22 \Omega$

根据 $Z = R + jX_L$, 于是 $\frac{R}{|Z|} = \cos \varphi, \frac{X_L}{|Z|} = \sin \varphi$, 即

$$R = |Z| \cos \varphi = 22 \times 0.683 = 15 \Omega$$

$$X_L = |Z| \sin \varphi = 22 \times \sin(\arccos 0.683) = 16.1 \Omega$$

(2) $I_{L_1} = \frac{U_{L_1 L_2}}{|Z|} = \frac{U_{L_3}}{|Z|} = \frac{220}{22} = 10 \text{ A}$

$$I_{L_2} = 10 \text{ A}$$

以 \dot{I}_{L_1} 为参考相量: $\dot{I}_{L_2} = \dot{I}_{L_1} \angle 60^\circ$ 于是

$$\dot{I}_{L_3} = \dot{I}_{L_1} + \dot{I}_{L_2}$$

$$I_{L_3} = \frac{\sqrt{3}}{2} I_{L_1} \times 2 = \sqrt{3} I_{L_1} = 17.3 \text{ A}$$

L_2 相、 L_3 相相电压, 相电流不变, 取用的功率也不变, 于是总功率 P

$$P = \frac{2}{3} P_0 = \frac{2}{3} \times 4.5 = 3 \text{ kW}$$

(3) 当 L_1 线断开时, $Z_{L_1 L_2}$ 与 $Z_{L_3 L_1}$ 串连接在 $U_{L_2 L_3}$ 上, 流过电流为 $\frac{1}{2} I_p = 5 \text{ A}$, 且与 $I_{L_2 L_3}$ 同相, 故 $I_{L_2} = I_{L_3} = 15 \text{ A}, I_{L_1} = 0$ 。

总吸收功率

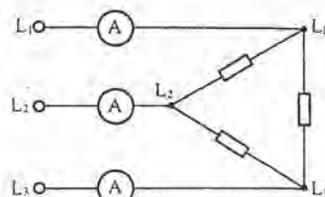
$$P = I_p^2 R + \left(\frac{1}{2} I_p\right)^2 \times 2R = 10^2 \times 15 + 5^2 \times 30 = 2250 \text{ W}$$

5.4.4 在题 5.4.4 图所示电路中, 电源线电压 $U_l = 380 \text{ V}$, 频率 $f = 50 \text{ Hz}$, 对称电感性负载的功率 $P = 10 \text{ kW}$, 功率因数 $\cos \varphi_1 = 0.5$ 。为了将线路功率因数提高到 $\cos \varphi = 0.9$, 试问在两图中每相关联的补偿电容器的电容值各为多少? 采用哪种连接(三角形或星形)方式较好? [提示: 每相电容 $C = \frac{P}{3\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi)$, 式中 P 为三相功率, ω, U 为每相电容上所加电压。]

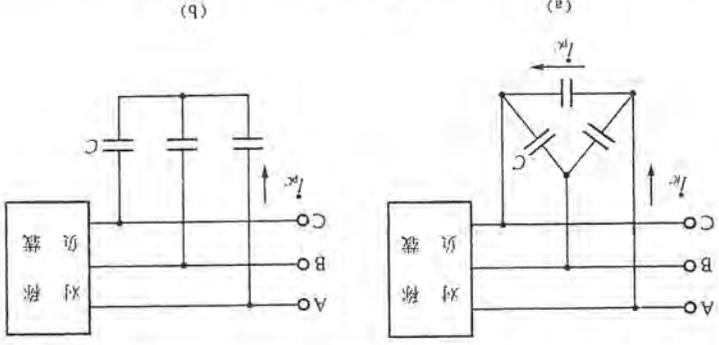
【知识点窍】 功率因数提高公式。

【逻辑推理】 本题是比较两种负载电容接法对提高功率因数的作用, 仍符合功率因数提高电容的定义表达式。

【解题过程】 对题 5.4.4 图(a) 所示电路



题 5.4.3 图



题 5.4.4 图

$$C = \frac{P}{3\omega U_l^2} (\tan\varphi - \tan\varphi_c) = \frac{3 \times 2\pi \times 50 \times 380^2}{10 \times 10^7} [\tan(\arccos 0.5) - \tan(\arccos 0.9)] \approx 92 \mu\text{F}$$

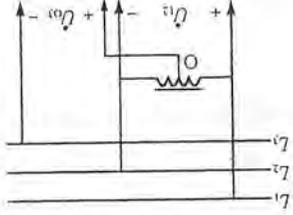
对题 5.4.4 图(b) 所示电路,同理可以得到

$$C = \frac{P}{3\omega U_l^2} (\tan\varphi - \tan\varphi_c) = \frac{3 \times 2\pi \times 50 \times 220^2}{10 \times 10^7} [\tan(\arccos 0.5) - \tan(\arccos 0.9)] \approx 274 \mu\text{F}$$

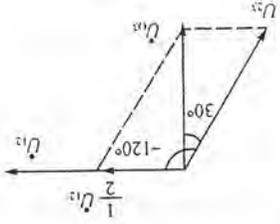
采用 Δ 形连接能节省电容器,但电容器的额定电压应选择较高些。

C 拓展题

5.2.9 题 5.2.9 图所示是两相异步电动机(见第 9 章)的电源分相电路, O 是铁心线圈的中心抽头,试用相量图说明 \dot{U}_{12} 和 \dot{U}_{13} 之间相位差为 90° 。



题 5.2.9 图



图解 5.2.9

【知识点窍】相量图、基尔霍夫电压定律。

【逻辑推理】直接由 KVL 定律可得证。

【解题过程】相量图如图解 5.2.9 所示,其中由 KVL 定理

$$\dot{U}_{13} = \frac{1}{2}\dot{U}_{12} + \dot{U}_{13} = \frac{1}{2}U_l \angle 0^\circ + U_l \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_{13} = -j0.866U_l + 0.866U_l \angle 90^\circ \text{ V}$$

得证。

5.2.10 题 5.2.10 图所示是小功率星形对称电阻性负载从单相电源获得三相对称电压的电路。已知每相负载电阻 $R = 10 \Omega$, 电源频率 $f = 50 \text{ Hz}$, 试求所需的 L 和 C 的值。

【知识点窍】星形负载连接, 欧姆定律、基尔霍夫电流定律。

【逻辑推理】由三相对称性, 可知: $\dot{I}_1 = I_l \angle 0^\circ = I_p \angle 0^\circ$, $\dot{I}_2 = I_p \angle 120^\circ$, $\dot{I}_3 = I_p \angle -120^\circ$ 。

【解题过程】令 $\dot{U}_{10} = U_{10} \angle 0^\circ = I_l R \angle 0^\circ$

$$\dot{U}_{10} = I_l R \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_{10} = I_l R \angle 120^\circ$$

于是, 由线、相电压关系式

$$\dot{U}_{12} = \sqrt{3} I_l R \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{21} = \sqrt{3} I_l R \angle -90^\circ$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{12}}{I_l} - \frac{\dot{U}_{21}}{I_l} = \frac{\sqrt{3} I_l R \angle 30^\circ}{\sqrt{3} I_l R \angle -90^\circ} - \frac{-j X_C}{-j X_C}$$

$$= \frac{\sqrt{3} R \angle -60^\circ - \sqrt{3} R \angle 0^\circ}{\sqrt{3} R} = \frac{\sqrt{3} R}{\sqrt{3} R} \times 0.5 - j \frac{X_C}{\sqrt{3} R} \times 0.866 - \frac{X_C}{\sqrt{3} R}$$

又因为

$$\frac{1}{I_l} R \angle -120^\circ = \frac{1}{I_l} R \angle -120^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3} R}{\sqrt{3} R} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3} R}{\sqrt{3} R} - j \frac{X_C}{\sqrt{3} R} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -0.5 - j0.866$$

于是

由于复数相等, 即虚、实部分别相等

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} R \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 0.866 \quad \text{即 } X_L = \sqrt{3} R = 10\sqrt{3} \Omega$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} R \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3} R}{\sqrt{3} R} = -0.5 \quad \text{即 } X_C = \sqrt{3} R = 10\sqrt{3} \Omega$$

于是由 X_L, X_C 的定义, 可以得到

$$L = \frac{\omega}{X_L} = \frac{10\sqrt{3}}{2\pi \times 50} \approx 55 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 10\sqrt{3}} \approx 184 \mu\text{F}$$

5.4.5 在题 5.4.5 图所示电路中, 已知电源线电压 $U_l = 380 \text{ V}$, 三角形三相负载每相阻抗 $Z = (3 + j6) \Omega$, 输电线路阻抗 $Z_l = (1 + j0.2) \Omega$, 试计算: (1) 三相负载的线电流和线电压; (2) 三相电源输出的平均功率。

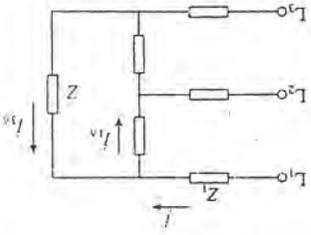
【解题过程】如图解 5.4.5 所示, 将原电路题 5.4.5 图等效

对称 Y-Y 电路

$$Z' = \frac{Z}{3} = 1 + j2 \Omega$$

每一相阻抗 $Z = Z_l + Z' = 2 + j2.2$

题 5.4.5 图



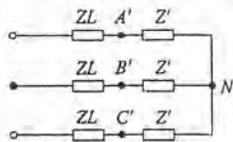
根据一相计算电路有 $I = \frac{u}{|Z_l + Z'|} = \frac{220}{\sqrt{2^2 + 2.2^2}} = 74 \text{ A}$

$$u_{A'N'} = I \cdot Z' = 74 \times |1 + j2| = 165.5 \text{ V}$$

$$u_{A'B'} = \sqrt{3} u_{A'N'} = 286.6 \text{ V}$$

输出的平均功率 $P = 3 u_{A'N'} \cdot I \cdot \cos\varphi$

$$= 3 \times 286.6 \times 74 \times \frac{1}{\sqrt{1+2^2}} = 28.5 \text{ kW}$$



图解 5.4.5

5.4.6 如果电压相等,输送功率相等,距离相等,线路功率损耗相等,则三相输电线(设负载对称)的用铜量为单相输电线的用铜量的 $\frac{3}{4}$ 。试证明之。

【知识点窍】 三相功率公式 $P = \sqrt{3}UI \cos\varphi$, 电阻公式 $R = \rho \frac{l}{S}$ 。

【逻辑推理】 先利用输送功率相等的条件求出三相与单相输电线之间电阻的关系,再利用电阻率公式可得到二导线横截面积之间的关系从而由体积公式可得二线体积,也就是用铜量之间的关系。

【解题过程】 在电压相等和输送功率相等的条件下,三相输电电流应比单相输电电流大 $\sqrt{3}$ 倍,因此三相功率 $P = \sqrt{3}UI_l \cos\varphi$, 由题意

$$P_3 = \sqrt{3}UI_l \cos\varphi = 3P_{\phi} = 3UI_p \cos\varphi$$

$$I_l = \sqrt{3}I_p$$

令三相输电线每根导线电阻为 R_1 , 单相输电线每根导线电阻为 R_2 , 则线路功率损失分别为:

$$\text{三相输电 } 3I_l^2 R_1 = 3(\sqrt{3}I_p)^2 R_1$$

$$\text{单相输电 } 6I_p^2 R_2$$

$$9I_p^2 R_1 = 6I_p^2 R_2$$

$$\text{故有 } R_1 = \frac{2}{3}R_2$$

$$\text{由电阻率公式 } R_1 = \rho \frac{l}{S_1}, R_2 = \rho \frac{l}{S_2}$$

$$\text{可以得 } S_1 = 1.5S_2$$

因此,令三相导线体积为 V_1 , 单相所有铜导线体积为 V_2 , 所以 $V_1 = 3S_1 l, V_2 = 6S_2 l$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{3S_1 l}{6S_2 l} = \frac{S_1}{2S_2} = \frac{1.5S_2}{2S_2} = \frac{3}{4}$$

第 6 章

磁路与铁心线圈电路

本章介绍磁场、磁路和磁路定律,并对无分支磁路和有分支磁路的计算作简要介绍。另外还简要介绍铁磁物质的磁化过程和铁心损耗以及磁饱和对电流和磁通极性的影响。最后介绍铁心线圈的电路模型和分析。

6.1 重点内容提要

6.1.1 磁路及其分析方法

1. 磁场的基本物理量

磁场是一种特殊物质,有电流的地方就会伴随着磁场的存在。

(1) 磁感应强度 B : 表征磁场中某点的磁性强弱和方向的矢量, $B = \frac{F}{Il}$ 。方向符合右螺旋定则。单位: 特[斯拉](T), $1\text{T} = 1\text{Wb}/\text{m}^2$ 。

(2) 磁通 Φ : 穿过垂直于 B 方向的面积 S 中的磁力线总数, $\Phi = B \cdot S$ 。磁力线是闭合曲线,磁通是连续的。单位: 韦[伯](Wb), $1\text{Wb} = 1\text{V} \cdot \text{s}$

(3) 磁场强度 H : 安培环路定律 $\oint H dl = \sum I$

均匀磁场中 $Hl = IN, H = \frac{IN}{l} = \frac{F}{l}$, 其中 F 为磁通势; Hl 为磁压降。单位: A/m

(4) 磁导率 μ : $\mu = \frac{B}{H}$, 表征磁场中媒质特性。单位: 亨·米(H/m)。真空中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H}/\text{m}$ 。

任意媒质中 $\mu = \mu_r \mu_0, \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{B}{B_0}$ 称为相对磁导率。

B_0 —— 真空中磁感应强度, B —— 媒质中磁感应强度。

2. 磁性物质的磁性能

(1) 高导磁性: 外磁场的磁力线穿过磁性物质时,因物质被磁化而使磁场大大增强,磁力线集中于磁性物质中穿过,如电流穿过导体一样,磁性物质也能导磁,且具有很高的导磁性。

磁化过程中 B 和 H 的关系曲线称为磁化曲线。图 6.1 中画出了 ① 非磁性物质的磁化曲线,是一条直线; ② 磁性物质的磁化曲线; ③ 附加磁场 B_j 曲线; ④ 磁导率 μ 的变化曲线。

(2) 饱和性:由图 6.1 所示曲线 ② 可见,过拐点 A 以后, B 随 H 增长很少,与真空中类似,这是由于几乎所有磁畴区方向均已偏转到与外加磁场方向一致了,附加磁场不再增长所致。这种现象称为饱和。

(3) 磁滞性:当线圈中通交流电产生交变外磁场时,线圈中的磁性物质则被交变磁场反复磁化, B-H 曲线形成闭合回线,称为磁滞回线,如图 6.2 所示。曲线上有两个特殊点:① 当 H=0 时, B=B_r≠0, 称为剩磁感应强度,简称剩磁;② 若要使 B=0, 必须加反向外磁场 H_c, 称为矫顽磁力。磁滞回线的形成是由于磁畴区偏转方向时遇到摩擦阻力所致,因此磁滞回线的面积反映了克服摩擦阻力所消耗的功率,称为磁滞功率损失,它使磁性材料内部发热。

3. 磁路的分析方法
(1) 磁路:由于磁性物质具有高导磁性,可以用来构成磁力线的集中通路,称为磁路。

(2) 磁路欧姆定律

根据 $\oint H dl = \sum I$ 可得磁路欧姆定律:

$$\Phi = \frac{NI}{R_m}$$

其中,磁阻 $R_m = \frac{l}{\mu S}$, 磁势 $F = NI$, l 为磁路平均长度, S 为磁路截面积。

(3) 磁路的基尔霍夫定律:对图 6.3 所示的分段均匀磁路有

$$\sum HI = IN$$

或

$$\frac{l_1}{\mu_1 S_1} \Phi + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} \Phi + \frac{l_0}{\mu_0 S} \Phi = IN$$

$$\text{或 } R_{m1} \Phi + R_{m2} \Phi + R_{m0} \Phi = IN$$

$$\sum R_m \Phi = F$$

$$\Phi = \frac{F}{\sum R_m}$$

式中 μ 不是常数,因此公式并不能用于计算磁路,只可作定性分析用。

(4) 磁路的分析:磁路分析有“正面向分析”和“反面向分析”两类,①“正面向分析”是指已知要求的磁

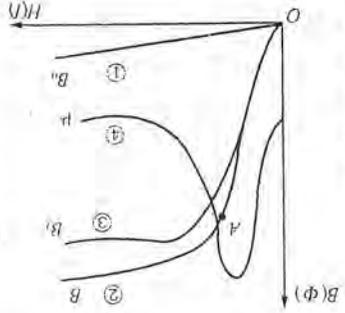


图 6.1

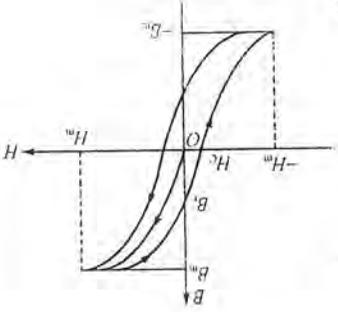


图 6.2

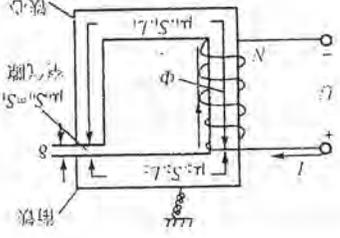


图 6.3

通 Φ 求所需的磁通势 IN ; ②“反面向分析”是指已知磁通势求所能产生的磁通量,“反面向分析”只能借助“正面向分析”用试算法进行。“正面向分析”步骤如下:

$$\left. \begin{aligned} \text{查 } B-H \text{ 曲线} & \rightarrow H_1 \rightarrow H_{l1} \\ \text{查 } B-H \text{ 曲线} & \rightarrow H_2 \rightarrow H_{l2} \\ \text{查 } B-H \text{ 曲线} & \rightarrow H_0 \rightarrow H_{l0} \end{aligned} \right\} \sum HI = IN$$

对交流磁路则可按幅值进行分析,即:

$$\text{已知 } \Phi_m \rightarrow B_m = \frac{\Phi_m}{S_0} = \frac{\Phi_m}{K_1 S} \rightarrow \text{查 } B-H \text{ 曲线} \rightarrow H_m \rightarrow \sum H_m l = I_m N \rightarrow I = \frac{1}{K_2} \sqrt{\frac{I_m N}{K_1}}$$

系数。

二、交流铁心线圈电路

1. 电势关系

铁心线圈中通入交流电流 i 时,在铁心线圈中产生交变磁通,参考方向用右手螺旋定则确定,绝大部分磁通穿过铁心中闭合,称为主磁通 Φ ,少量磁通由空气中穿过,称为漏磁通 Φ_0 。这两部分交变磁通分别产生感应电动势 e 和 e_0 ,其大小和方向可用法拉第一楞次电磁感应定律和右手螺旋定则确定,如图 6.4 所示。

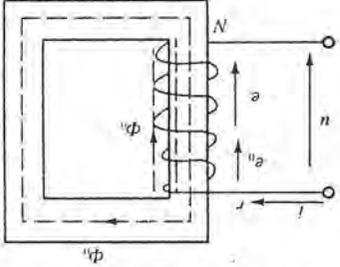


图 6.4

$$u = iR - e - e_0 = iR - e + L_0 \frac{di}{dt}$$

$$U = iR + j\omega L_0 I - E = i(R + j\omega L_0) - E \approx -E$$

$$E = -j4.44 f N \Phi_m$$

$$U \approx E = 4.44 f N \Phi_m$$

$$X_0 \approx 2\pi f L_0 \text{——漏抗}$$

3. 功率损耗

在交流铁心线圈中功率损失有两部分。

(1) 铜损: $P_{cu} = I^2 R$, 即线圈电阻功率损失。

(2) 铁损 P_{Fe} 。

(1) 磁滞损失 ΔP_h : 取决于磁滞回线的面积。

2) 涡流损失 ΔP_e : 在交变磁通作用下在与磁通方向垂直的截面中产生旋涡状的感应电动势和电流, 称为涡流, 由涡流产生的功率损失称涡流损失。

3) 减小铁损的方法: ① 在铁碳合金中加入硅元素, 制成硅钢, 可使磁滞回线面积变小, 减小磁滞损失; ② 将材料顺磁通方向切成互相绝缘的薄层和加入硅元素均可使涡流的电阻大大增加, 以减小涡流损失。电路总功率为

$$P = P_{Cu} + P_{Fe} = P_{Cu} + \Delta P_h + \Delta P_e$$

4. 公式 $U \approx E = 4.44fN\Phi_m$ 的意义

(1) U_N 一定则 Φ_m 一定, $U > U_N$, 则 $\Phi_m \uparrow \rightarrow I_m \uparrow \uparrow$, 即电压超过额定电压时励磁电流将大大增加, 从而使线圈发热, 原因是磁路饱和和所致。

(2) 当 U_N 一定时, $f \downarrow \rightarrow \Phi_m \uparrow \rightarrow I_m \uparrow \uparrow \rightarrow$ 发热。

(3) 当 U_N 一定时, $N \downarrow \rightarrow \Phi_m \uparrow \rightarrow I_m \uparrow \uparrow \rightarrow$ 发热。

三、变压器

1. 变压器的工作原理

图 6.5 所示是变压器的原理性结构图。它只比铁心线圈电路多了一个二次绕组 N_2 , 工作原理分析与交流铁心线圈类似。

(1) 电压电流关系。

1) 原绕组。

$$u_1 = i_1 R_1 - e_{e1} - e_1 = i_1 R_1 + L_{e1} \frac{di_1}{dt} - e_1$$

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} = 2\pi f N_1 \Phi_m \sin(\omega - 90^\circ)$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 R_1 + j\dot{I}_1 X_1 - \dot{E}_1 \approx -\dot{E}_1 = j4.44fN_1 \dot{\Phi}_m$$

$$\dot{U}_1 \approx -\dot{E}_1 = j4.44fN_1 \dot{\Phi}_m$$

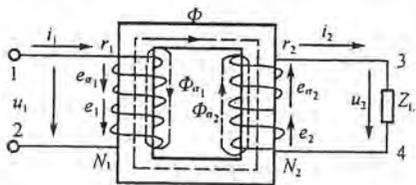


图 6.5

2) 副绕组。

$$u_2 = e_2 + e_{e2} - i_2 R_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} - L_{e2} \frac{di_2}{dt} - i_2 R_2$$

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 R_2 - j\dot{I}_2 X_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 (R_2 - jX_2)$$

$$\dot{E}_2 \approx -j4.44fN_2 \dot{\Phi}_m$$

(2) 基本变换关系(或变换功能)。

1) 变电压。

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_{20}} \approx \frac{-\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = -\frac{N_1}{N_2} = -K$$

或 $\frac{U_1}{U_{20}} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = K$

其中 U_{20} 为二次绕组空载电压 ($U_{20} = E_2$), K 为变(压)比。

2) 变电流: 由磁通势平衡关系有

$$\dot{I}_1 N_1 + \dot{I}_2 N_2 = \dot{I}_{10} N_1 \approx 0$$

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \approx -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{K} \text{ 或 } \frac{I_1}{I_2} \approx \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{K}$$

3) 变阻抗: 由 $\dot{U}_1 = -K\dot{U}_2, \dot{I}_1 = -\frac{1}{K}\dot{I}_2$ 可得

$$Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{-K\dot{U}_2}{-\frac{1}{K}\dot{I}_2} = K^2 Z_L$$

$$Z_1 = R_1 + jX_1 = K^2(R_L + jX) = K^2 R_L + jK^2 X$$

$$R_1 = K^2 R_L, X_1 = K^2 X$$

其中 R_L 和 X 是负载阻抗 Z_L 中的电阻和电抗, X 可以是感抗也可以是容抗。

2. 变压器的外特性

当电源电压 U_1 和负载功率因数 $\cos\varphi_2$ 为常数时, U_2 和 I_2 的变化即为变压器的外特性。一般 U_2 随 I_2 的增加而下降, 通常希望 U_2 的变化愈小愈好。

$$\Delta U = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} \times 100\% \text{ —— 电压变化率}$$

3. 变压器的损耗与效率

功率损失:

$$\text{铜损: } P_{Cu} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$$

$$\text{铁损: } P_{Fe} = \Delta P_h + \Delta P_e$$

$$\text{变压器效率: } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} \times 100\%$$

额定值: U_{1N} 和 U_{2N} 分别为原、副绕组额定电压;

I_{1N} 和 I_{2N} 分别为原、副绕组额定电流;

$S_N = U_{2N} I_{2N} \approx U_{1N} I_{1N}$ 为容量, 即额定视在功率;

$P_N = S_N \cos\varphi_L$ 为额定输出有功功率。

4. 特殊变压器

自耦变压器和电流互感器等。

5. 变压器绕组的极性

在相同的磁通参考方向下,由右螺旋定则确定的各绕组电流

的流入端(或流出端),或各绕组中感应电动势的同极性端称为变

压器的同名端(或同极性端),常标以“·”或“*”,如图 6.6 所示为

理想变压器。

四、电磁铁

1. 直流电磁铁

(1) 结构:铁心是整块软磁材料,线圈通直流电流,导线较粗。

$$(2) \text{吸力: } F = \frac{1}{2} \frac{\Phi_m^2}{l_0 S_0} = \frac{10^7}{8\pi} B_m^2 S_0 [\text{N}]$$

其中 Φ_m 是穿过空气隙的磁通量(Wb), S_0 是空气隙的截面积(m^2); $l_0 = \pi \times 10^{-7} \text{H/m}$, F 是每个

空气隙中的吸力。

2. 交流电磁铁

(1) 结构:铁心用硅钢片叠成,极靴上有短路铜环以防止震动。线圈通交流电,导线较细。

$$(2) \text{吸力: } F = \frac{1}{2} \frac{\Phi_m^2}{l_0 S_0} = \frac{10^7}{16\pi} B_m^2 S_0 [\text{N}]$$

其中 Φ_m 是穿过空气隙的磁通幅值, B_m 是气隙中的磁感应强度幅值, F 是每个空气隙中的

吸力。

考点:变压器的变按功能,交直流电磁铁比较,交流电机与电器的分析。

6.2 练习与思考题解答

6.2.1 【解题过程】 对空心线圈:接到直流电源上时,电流 $I_0 = \frac{U}{R}$; 接到交流电源上时电流

$$I_0 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \text{。显然 } I_0 < I_m \text{。消耗功率 } P = I_0^2 R > I^2 R \text{。}$$

插入铁心后:接到直流电源上,磁通不变化,电流和功率也不变,即

$$I_0 = \frac{U}{R}, P = I_0^2 R$$

接到交流电源上由楞次定律,因为磁通增大,感抗 X_L 增大,且铁心发生磁滞,涡流损失,使电路

电阻也略有增大,所以电流大大减小,功率也减小。

6.2.2 【解题过程】 不可以,因为绝缘不能隔断涡流,故钢片之间仍有涡流损失,所以不可能

减小涡流损失。

6.2.3 【解题过程】 由于电感 $L = \frac{\mu S N^2}{l}$, 空心线圈中介质磁导率为常数 μ_0 , 而铁心线圈中介

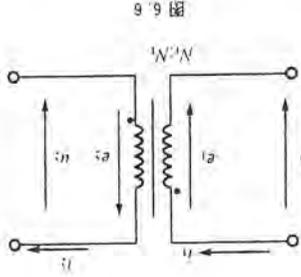


图 6.6

质磁导率 $\mu = \mu_0 \cdot \mu_0$, 大小和线圈电流大小有关,所以铁心线圈电感不是常数。

6.2.4 【解题过程】 由于铁心有剩磁,可制造永久磁铁,例如永磁直流电机,但若剩磁没了,则

交流电机和电器则产生磁滞损失,机械手表(全钢)有剩磁则影响走时准确性。

交流电机、电器的铁心中有涡流造成功率损失,使铁心发热,影响电机、电器的工作性能,利用涡

流可以对金属加热,实现冶炼和淬火加工。

6.2.5 【解题过程】 恒定电流,仅在铜电阻上产生功率损耗,直流电磁铁不存在铁心的磁滞和

涡流损耗,故无铁损。

6.3.1 【解题过程】 由于变压器一次绕组中主磁电动势远远大于由线圈电阻和漏抗所产生的

压降,因此 $U_1 \approx E_1$, 那么电流

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{220}{10} = 22 \text{A}$$

6.3.2 【解题过程】 在 U_1 不变条件下,因为 $U_1 \approx 4.44 f N_1 \Phi_m$, 所以匝数 N_1 增加一倍则磁通

Φ_m 减小 $\frac{1}{2}$, 那么励磁电流也将减小,由于磁化曲线是非线性的,电流减小将大于 $\frac{1}{2}$, 将减小到原来的

$\frac{1}{4}$ 。具体分析过程: $N_1' = 2N_1$, $U_1 f$ 不变 $\Phi_m' = \frac{1}{2} \Phi_m \rightarrow B_m' = \frac{1}{2} B_m \rightarrow H_m' = \frac{1}{2} H_m \rightarrow I_1' = \frac{1}{4} I_1$

$$H_m' I_1' = \frac{1}{4} H_m I_1 = \frac{1}{2} I_1 N_1 \text{ (安培定则)} \rightarrow I_1' = \frac{I_1 N_1}{2 N_1'} = \frac{1}{4} I_1$$

6.3.3 【解题过程】 根据 $U_1 \approx 4.44 f N_1 \Phi_m$ 和 $U_2 \approx 4.44 f N_2 \Phi_m$, 若将 N_1 和 N_2 均减少为原

来的 $\frac{1}{5}$, 则磁通将增加 5 倍,因此励磁电流将大大增加,但因磁路饱和,电流将远远超过额定值而将

绕组绝缘烧坏。

6.3.4 【解题过程】 $U_1 = 4.44 f N_1 \Phi_m$, 对应于 220V ; $U_2 = 4.44 f N_2 \Phi_m$, 对应于 110V ; $N_2 =$

$N_1/2$, 低电压绕组接在 220V 电源上, $N_2 = N_1/2$; $U_2 = 220 \text{V}$; 于是 $\Phi_m' = 2\Phi_m$, 造成磁路饱和,励磁

电流大大增加,烧坏低压绕组。

6.3.5 【解题过程】 变压器的额定容量是指其允许输出的视在功率 S_N , 故用“千伏·安”表

示,它等于额定电压 U_N 与额定电流 I_N 的乘积。

6.3.6 【解题过程】 变压器的额定频率为 60Hz , 加

50Hz 的交流电路中,不能正常工作。

与额定工作相比,主磁通 Φ_m 变大,励磁 I_0 变大,铁损

ΔP_{Fe} 下降,铜损 ΔP_{Cu} 变大,空载时二次侧电压 U_2 不变。

6.3.7 【解题过程】 两根线的电流方向相反,产生的磁

通互相抵消,所以电流表上不会有任何读数。

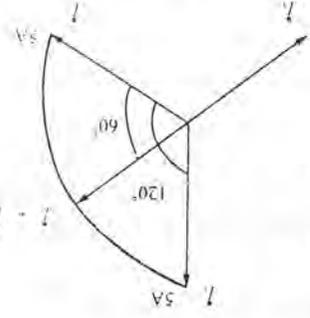
6.3.8 【解题过程】 如题 6.3.8 图展开

(1) 一根线时,线电流为 5A , 即示数为 5A 。

(2) 二根线时,由于线电流各相差 120° , 大小均为 5A , 如图由

相量加法可知 $I_1 + I_2 = I_1 \angle -60^\circ$, 于是电流表示数为 5A 。

题 6.3.8 图



(3) 三线相连 $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$ 。

6.3.9 【解题过程】 调压器的4,5两端为其输出端,若将220V电源接在4,5两端,则将造成电源短路。若手轮不在零位,则将可能因调压器绕组过电压而烧坏调压器,接在原边的设备也将因过电压而损坏。

6.3.10 【解题过程】 (1) 调压器手轮不在零位,则调压器将带负载断电,可能产生过渡过程,引起电路过电压或过电流,(2) 若不在零位,下次使用时有可能使设备过电压。

6.4.1 【解题过程】 若将直流电磁铁接到交流电源上使用,则励磁电流和磁通及吸力均将大大减小,电磁铁吸合不上,若将交流电磁铁接到直流电源上使用,则励磁电流将大大增加,犹如电路短路,将烧坏线圈。

6.4.2 【解题过程】 由磁阻定义 $R_m = \frac{\delta}{\mu_0 S}$,当 δ 减小, R_m 也将减小。

由于 U 不变,根据 $U = 4.44fN\Phi_m$ 的定义可知, Φ_m 也不变。

由 Φ_m 的定义 $\Phi_m = \frac{IN}{R_m + R_m}$,所以,随着 R_m 减小, I 也减小。

由线圈电感 $L = N \frac{d\Phi}{di}$ 随着 i 减小, Φ 不变,于是 L 增大。

6.4.3 【解题过程】 直流电磁铁线圈电流 $I = \frac{U}{R}$,不受气隙影响。当气隙减小时磁路磁阻减小 ($R_m = \frac{\delta}{\mu_0 S}$),因 IN 不变,由 $\Phi_m = \frac{IN}{R_m + R_m}$ 故磁通将增大,线圈电感 $L = N \frac{d\Phi}{di}$ 增大。

6.4.4 【解题过程】 吸力的平均值 $F = \frac{10^7}{16\pi} B_m^2 A$ 。

(1) U 减小, f 和 N 不变, F 减小

(2) f 增加, U 和 N 不变, F 不变

(3) N 减小, U 和 f 不变, F 减小

6.4.5 【解题过程】 当将380V的交流接触器误接在220V电源上时,根据 $U \approx 4.44fN\Phi_m$ 可知磁通 Φ_m 将减小为 $\frac{1}{\sqrt{3}}$,于是吸力 $F = \frac{10^7 \Phi_m^2}{16\pi S_0} \approx \frac{1}{3} \frac{10^7 \Phi_m^2}{16\pi S_0}$ 也将大大减小,从而吸合不上。同时铁损 ΔP_F , 则因 Φ_m 减小而减小,线圈电流 I 也将减小,但因吸不上气隙增大,励磁电流相对增大,以致电流 I 减小不多。

反之,当将220V电磁铁接到380V电源上时,由于磁通 Φ_m 大大增加为原来的 $\sqrt{3}$ 倍,使磁路饱和,则励磁电流大大增加,铜损 ΔP_C 和铁损 ΔP_F 均将大大增加,烧坏电磁铁。

6.3 课后习题全解

A 选择题

6.1.1 (2)

6.1.2 (1)

6.2.1 (3)

6.2.2 (2)

6.2.3 (2)

6.2.4 (3)

6.2.5 (2)

6.2.6 (2)

6.3.1 (3)

6.3.2 (3)

6.4.1 (2);(3);(1);(1);(2);(3)

6.4.2 (2);(1);(1);(3);(1)

B 基本题

6.1.3 有一线圈,其匝数 $N = 1000$,绕在由铸钢制成的闭合铁心上,铁心的截面积 $S_{Fe} = 20\text{cm}^2$,铁心的平均长度 $l_{Fe} = 50\text{cm}$,如要在铁心中产生磁通 $\Phi = 0.002\text{Wb}$,试问线圈中应通入多大的直流电流?

【知识点窍】 磁感应强度 $B = \Phi/S$,安培环路定律 $IN = Hl$ 。

【逻辑推理】 直接利用已知条件运用上述公式求解。

$$B = \frac{\Phi}{S_{Fe}} = \frac{0.002}{20 \times 10^{-4}} = 1\text{T}$$

【解题过程】 查铸钢的磁化曲线可得匀强磁场中,由安培环路定律得 $IN = Hl_{Fe}$,可得

$$I = \frac{Nl_{Fe}}{N} = \frac{0.7 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-2}}{1000} = 0.35\text{A}$$

6.1.4 如果上题的铁心中含有一长度为 $\delta = 0.2\text{cm}$ 的空气隙(与铁心柱垂直),由于空气隙较短,磁通的边缘扩散可忽略不计,试问线圈中的电流必须多大才可使铁心中的磁感应强度保持上题中的数值?

【知识点窍】 安培环路定律 $IN = Hl$ 。

【逻辑推理】 求线圈中的电流,故用安培环路定律。

【解题过程】 因为 B 不变,所以铁心中的 H 也不变, $H = 0.7 \times 10^3\text{A/m}$,由安培环路定律得

$$IN = Hl_{Fe} + H_0\delta$$

空气隙中磁场强度满足: $B_0 = \mu_0 H_0$,

$$\text{则 } H_0 = \frac{B_0}{\mu_0}$$

$$I_N = Hl_{Fe} + \frac{B_0}{\mu_0}\delta = 0.7 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-2} + \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} \times 0.2 \times 10^{-2} \approx 1942\text{A}$$

$$I = \frac{IN}{N} = \frac{1942}{1000} = 1.94\text{A}$$

6.1.5 在题6.1.1中,如将线圈中的电流调到2.5A,试求铁心中的磁通。

【知识点窍】 安培环路定律 $IN = Hl$ 。

【逻辑推理】 均强磁场中, $IN = Hl_{Fe}$, $B = \frac{\Phi}{S_{Fe}}$,于是可求 Φ 。

【解题过程】 由安培环路定律: $Hl_{Fe} = IN$ 可得

$$H = \frac{IN}{l_{Fe}} = \frac{2.5 \times 1000}{50 \times 10^{-2}} = 5000\text{A/m}$$

查铸钢磁化曲线可得 $B \approx 1.58\text{T}$

因此,磁通

$$\Phi = B \cdot S_{Fe} = 1.58 \times 20 \times 10^{-4} \approx 0.0032\text{Wb}$$

4. 特殊变压器

自耦变压器和电流互感器等。

5. 变压器绕组的极性

在相同的磁通参考方向下,由右螺旋定则确定的各绕组电流的流入端(或流出端),或各绕组中感应电动势的同极性端称为变压器的同名端(或同极性端),常标以“·”或“*”。如图 6.6 所示为理想变压器。

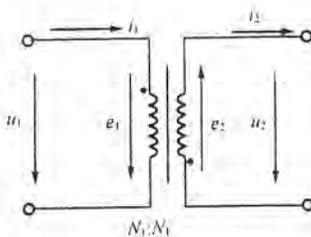


图 6.6

四、电磁铁

1. 直流电磁铁

(1) 结构:铁心是整块软磁材料,线圈通直流电流,导线较粗。

$$(2) \text{吸力: } F = \frac{1}{2} \frac{\Phi_0^2}{\mu_0 S_0} = \frac{10^7}{8\pi} B_0^2 S_0 [\text{N}]$$

其中 Φ_0 是穿过空气隙的磁通量(Wb), S_0 是空气隙的截面积(m^2), $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$, F 是每个空气隙中的吸力。

2. 交流电磁铁

(1) 结构:铁心用硅钢片叠成,极靴上有短路铜环以防止震动。线圈通交流电,导线较细。

$$(2) \text{吸力: } F = \frac{1}{4} \frac{\Phi_{0m}^2}{\mu_0 S_0} = \frac{10^7}{16\pi} B_{0m}^2 S_0 [\text{N}]$$

其中 Φ_{0m} 是穿过空气隙的磁通幅值, B_{0m} 是气隙中的磁感应强度幅值, F 是每个空气隙中的吸力。

考点:变压器的变换功能,交直流电磁铁比较,交流电机与电器的分析。

6.2 练习与思考题解答

6.2.1 【解题过程】 对空心线圈:接到直流电源上时,电流 $I_0 = \frac{U}{R}$;接到交流电源上时电流

$$I_L = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}. \text{显然 } I_L < I_0, \text{消耗功率 } P = I_L^2 R > I_0^2 R.$$

插入铁心后,接到直流电源上,磁通不变化,电流和功率也不变,即

$$I_0 = \frac{U}{R}, P = I_0^2 R$$

接到交流电源上由楞次定理,因为磁通增大,感抗 X_L 增大,且铁心发生磁滞、涡流损失,使电路电阻也略有增大,所以电流大大减小,功率也减小。

6.2.2 【解题过程】 不可以,因为绝缘不能隔断涡流,故钢片之间仍有涡流损失,所以不可能减小涡流损失。

6.2.3 【解题过程】 由于电感 $L = \frac{\mu S N^2}{l}$,空心线圈中介质磁导率为常数 μ_0 ,而铁心线圈中介

质磁导率 $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$,大小和线圈电流大小有关,所以铁心线圈电感不是常数。

有铁心时, $\mu \geq \mu_0$,所以电感大。铁心达到饱和时磁导率大大下降,因此电感也减小。

6.2.4 【解题过程】 由于铁心有剩磁,可制造永久磁铁,例如水磁直流电机。但若剩磁大了,对交流电机和电器则产生磁滞损失,机械手表(全钢)有剩磁则影响走时准确性。

交流电机、电器的铁心中有涡流造成功率损失,使铁心发热,影响电机、电器的工作性能。利用涡流可以对金属加热,实现冶炼和淬火加工。

6.2.5 【解题过程】 恒定电流,仅在铜电阻上产生功率损耗直流电磁铁不存在铁心的磁滞和涡流损耗,故无铁损。

6.3.1 【解题过程】 由于变压器一次绕组中主磁电动势远远大于由线圈电阻和漏抗所产生的压降,因此 $U_1 \approx E_1$,那么电流

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{220}{10} = 22 \text{A}$$

6.3.2 【解题过程】 在 U_1 不变条件下,因为 $U_1 \approx 4.44 f N_1 \Phi_m$,所以匝数 N_1 增加一倍则磁通 Φ_m 减小 $\frac{1}{2}$,那么励磁电流也将减小,由于磁化曲线是非线性的,电流减小将大于 $\frac{1}{2}$,将减小为原来的

$$\frac{1}{4}. \text{具体分析过程: } N_1' = 2N_1, \frac{U_1, f \text{ 不变}}{f \text{ 不变}} \rightarrow \Phi_m' = \frac{1}{2} \Phi_m \rightarrow B_m' = \frac{1}{2} B_m \rightarrow H_m' = \frac{1}{2} H_m \rightarrow I_1' = \frac{1}{4} I_1$$

6.3.3 【解题过程】 根据 $U_1 \approx 4.44 f N_1 \Phi_m$ 和 $U_{20} \approx 4.44 f N_2 \Phi_m$,若将 N_1 和 N_2 均减少为原来的 $\frac{1}{5}$,则磁通将增加 5 倍,因此励磁电流将大大增加,但因磁路饱和,电流将远远超过额定值而将绕组绝缘烧坏。

6.3.4 【解题过程】 $U_1 = 4.44 f N_1 \Phi_m$,对应于 220V; $U_{20} = 4.44 f N_2 \Phi_m$,对应于 110V, $N_2 = N_1/2$;低电压绕组接在 220V 电源上, $N_2 = N_1/2, U_{20} = 220\text{V}$;于是 $\Phi_m' = 2\Phi_m$,造成磁路饱和,励磁电流大大增加,烧坏低压绕组。

6.3.5 【解题过程】 变压器的额定容量是指其允许输出的视在功率 S_N ,故用“千伏·安”表示。它等于额定电压 U_N 与额定电流 I_N 的乘积。

6.3.6 【解题过程】 变压器的额定频率为 60Hz,加 50Hz 的交流电路中,不能正常工作。

与额定工作时相比,主磁通 Φ_m 变大,励磁 I_0 变大,铁损 ΔP_w 下降,铜损 ΔP_{cu} 变大,空载时二次侧电压 U_{20} 不变。

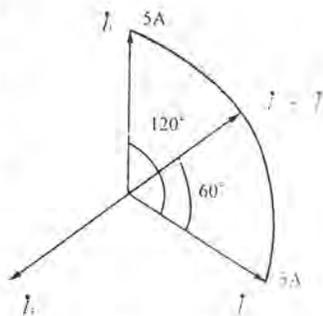
6.3.7 【解题过程】 两根线的电流方向相反,产生的磁通互相抵消,所以电流表上不会有任何读数。

6.3.8 【解题过程】 如题 6.3.8 图展开

(1) 一根线时,线电流为 5A,即示数为 5A。

(2) 二根线时,由于线电流各相差 120° ,大小均为 5A,如图由

相量加法可知 $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_1 \angle -60^\circ$,于是电流表示数为 5A。



题 6.3.8 图

6.1.6 有一铁心线圈,试分析铁心中的磁感应强度、线圈中的电流和铜损 I^2R 在下列几种情况下将如何变化:

(1) 直流励磁——铁心截面积加倍,线圈电阻和匝数以及电源电压保持不变;

(2) 交流励磁——同(1);

(3) 直流励磁——线圈匝数加倍,线圈电阻及电源电压保持不变;

(4) 交流励磁——同(3);

(5) 交流励磁——电流频率减半,电源电压的大小保持不变;

(6) 交流励磁——频率和电源电压的大小减半。

假设在上述各种情况下工作点在磁化曲线的直线段,在交流励磁的情况下,设电源电压与感应电动势在数值上近于相等,且忽略磁滞和涡流。铁心是闭合的,截面均匀。

【知识点窍】 交流铁心线圈电压, $U \approx 4.44fN\Phi_m$; 安培环路定律 $IN = HI$ 。

【逻辑推理】 直流激励时,线圈电流固定;交流激励时,由电压和 Φ_m 、 N 、 f 的关系,以及安培环路定律可以进行分析。

【解题过程】 (1) 直流励磁:线圈电流 $I = \frac{U}{R}$ 不变;由于 $\Phi = \frac{IN}{R_m + R_m} = \frac{IN}{R_m}$, 所以 $B = \frac{\Phi}{S_{Fe}} = \frac{1}{S_{Fe}} \frac{IN}{R_m} = \frac{IN}{S_{Fe} l_{Fe}} = \frac{IN\mu}{l_{Fe}}$ 不变;铜损 I^2R 也不变,磁通 Φ 增大了。

(2) 交流励磁: $U \approx 4.44fN\Phi_m$, 所以 Φ_m 不变, $B_m = \frac{\Phi_m}{S_{Fe}}$ 减小为原来的 $\frac{1}{2}$; 在磁化曲线线性段 H_m 减小一半,由安培环路定律,匀强磁场中, $H_m l_{Fe} = I_m N$, I_m 减小为原来的 $\frac{1}{2}$, 则 $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ 减小为原来的 $\frac{1}{2}$; I^2R 减小为原来的 $\frac{1}{4}$ 。

(3) 直流励磁: $I = \frac{U}{R}$ 不变;铜损 I^2R 不变; N 增加一倍,则 IN 增加一倍,磁阻 R_m 不变, Φ 增加一倍, B 也增加一倍。

(4) 交流励磁: $U \approx 4.44fN\Phi_m$, 当 Φ_m 减小为原来的 $\frac{1}{2}$ 时, B_m 减小为原来的 $\frac{1}{2}$, 于是, $H_m = \frac{B_m}{\mu}$ 也减小为原来的 $\frac{1}{2}$, 由安培环路定律得 $I_m N = H_m l_{Fe}$ 也减小为原来的 $\frac{1}{2}$, 因为匝数加倍, 于是电流也减小为 $\frac{1}{4}$; 铜损 I^2R 也减小为原来的 $\frac{1}{16}$ 。

(5) 交流励磁: $U \approx 4.44fN\Phi_m$, Φ_m 增加一倍, B_m 也增加一倍; H_m 增加一倍, 电流 I_m 和 I 均增加一倍; I^2R 也增大为原来的 4 倍。

(6) 交流励磁: $U \approx 4.44fN\Phi_m$, Φ_m 不变, B_m 不变; H_m 不变, I_m 不变; 则铜损 I^2R 也不变。

6.2.7 为了求出铁心线圈的铁损,先将它接在直流电源上,从而测得线圈的电阻为 1.75Ω ; 然后接在交流电源上,测得电压 $U = 120V$, 功率 $P = 70W$, 电流 $I = 2A$, 试求铁损和线圈的功率因数。

【知识点窍】 铜损、铁损的定义和功率因数的定义。

【解题过程】 线圈的铜损 $\Delta P_{Cu} = I^2R = 2^2 \times 1.75 = 7W$

线圈的铁损

$$\Delta P_{Fe} = P - \Delta P_{Cu} = 70 - 7 = 63W$$

线圈的功率因数

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{70}{120 \times 2} \approx 0.29$$

6.2.8 有一交流铁心线圈,接在 $f = 50Hz$ 的正弦电源上,在铁心中得到磁通的最大值 $\Phi_m = 10^{-3}Wb$,现在在此铁心上再绕一个线圈,其匝数为 200,当此线圈开路时,求其两端电压。

【知识点窍】 交流铁心线圈电路。

【逻辑推理】 由端电压和绕组线圈、磁通及频率的关系 $U \approx 4.44fN\Phi_m$ 。

【解题过程】 一次侧和二次侧,磁通 Φ_m 相等,频率 f 相同,于是二次电压为

$$U_{20} \approx 4.44fN_2\Phi_m = 4.44 \times 50 \times 200 \times 2.25 \times 10^{-3} \approx 100V$$

6.2.9 将一铁心线圈接于电压 $U = 100V$, 频率 $f = 50Hz$ 的正弦电源上,其电流 $I_1 = 5A$, $\cos\varphi_1 = 0.7$,若将此线圈中的铁心抽出,再接于上述电源上,则线圈中电流 $I_2 = 10A$, $\cos\varphi_2 = 0.05$,试求此线圈在具有铁心时的铜损和铁损。

【知识点窍】 铜损、铁损的功率。

【逻辑推理】 由铜损、铁损功率的定义式,可解本题。

【解题过程】 空心线圈取用的有功功率

$$P_2 = UI_2 \cos\varphi_2 = 100 \times 10 \times 0.05 = 50W$$

因为空心线圈取用的有功功率即为铜损 I_2^2R , 于是线圈电阻

$$R = \frac{P_2}{I_2^2} = \frac{50}{10^2} = 0.54\Omega$$

于是铁心线圈的铜损

$$\Delta P_{Cu} = I_1^2R = 5^2 \times 0.5 = 12.5W$$

铁心线圈取用的总有功功率

$$P_1 = UI_1 \cos\varphi_1 = 100 \times 5 \times 0.7 = 350W$$

铁心线圈的铁损

$$\Delta P_{Fe} = P_1 - \Delta P_{Cu} = 350 - 12.5 = 337.5W$$

6.3.3 有一单相照明变压器,容量为 $10kV \cdot A$, 电压为 $3300V/220V$, 今欲在二次绕组接 $60W, 220V$ 的白炽灯,如果要变压器在额定情况下运行,这种电灯可接多少个?并求一、二次绕组的额定电流。

【知识点窍】 变压器的性质有功功率 $P = UI \cos\varphi$ 。

【逻辑推理】 由有功功率定义 $P = UI \cos\varphi$, 白炽灯为纯电阻 $\cos\varphi = 1$ 。

【解题过程】 因为白炽灯为纯阻性的, 所以有 $\cos\varphi = 1$, 因此单相照明变压器容量 $10kV \cdot A$ 是有功功率, 即为 $10kW$ 。

$$n = \frac{10kV \cdot A}{60W} \approx 166 \text{ 只}$$

一次绕组额定电流

$$I_{1N} = \frac{S_N}{U_{1N}} = \frac{10 \times 10^3}{3300} \approx 3.03 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{10 \times 10^3}{220} \approx 45.5 \text{ A}$$

二次绕组额定电流

6.3.4 有一台单相变压器,额定容量为 $10 \text{ kV} \cdot \text{A}$,二次侧额定电压为 220 V ,要求变压器在额定负载下运行。

(1) 二次侧能接 $220 \text{ V}/60 \text{ W}$ 的白炽灯多少个?

(2) 若改接 $220 \text{ V}/40 \text{ W}$,功率因数为 0.44 的日光灯,可接多少支?

设每灯镇流器的损耗为 8 W 。

【知识点窍】变压器的性质有功功率 $P = UI \cos \varphi$

【解题过程】(1) 白炽灯为纯电阻, $\cos \varphi = 1$,因此单相照明变压器 $10 \text{ kV} \cdot \text{A}$ 全是有效功率,即为 10 kW ,

$$n = \frac{10 \text{ kV} \cdot \text{A}}{60 \text{ W}} \approx 166 \text{ 个}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{10 \text{ kV} \cdot \text{A}}{220 \text{ V}} = 45.45 \text{ A}$$

则二次侧输出功率 $P_2 = U_{2N} I_{2N} \cos \varphi = 220 \times 45.45 \times 0.44 = 4400 \text{ W}$,而日光灯损耗功率为

$$P' = 40 + 8 = 48 \text{ W} \text{ (附加镇流器的每灯损耗为 } 8 \text{ W)}$$

$$\text{则可接数 } n = \frac{P_2}{P'} = \frac{4400}{48} \approx 91 \text{ (支)}$$

即(1)166个,(2)91支。

6.3.5 有一台额定容量为 $50 \text{ kV} \cdot \text{A}$,额定电压为 $3300/220 \text{ V}$ 的变压器,试求二次侧达到额定

电流,输出功率为 39 kW ,功率因数为 0.8 (滞后)时的电压 U_2 。

$$\text{【解题过程】 } I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{50 \text{ kVA}}{220 \text{ V}} = 227.3 \text{ A}$$

$$\text{因 } P = U_2 I_{2N} \cdot \cos \varphi$$

$$\text{得 } U_2 = \frac{P}{I_{2N} \cos \varphi} = \frac{39 \text{ kW}}{227.3 \text{ A} \cdot 0.8} = 214.8 \text{ V}$$

6.3.6 有一台 $100 \text{ kV} \cdot \text{A}$, $10 \text{ kV}/0.4 \text{ kV}$ 的单相变压器,在额定负载下运行,已知铜损耗为 2270 W ,铁损耗 564 W ,负载功率因数为 0.8 ,试求满载时变压器的效率。

$$\text{【解题过程】 } P_4 = S_N \cos \varphi = 100 \times 0.8 = 80 \text{ kW}$$

$$\text{变压器效率 } \gamma = 1 - \frac{P_2 + \Delta P}{P_4} = 1 - \frac{P_2 + 2.27 + 0.546}{80 + 2.27 + 0.546} = 0.966$$

6.3.7 S1L型三相变压器的铭牌数据如下: $S_N = 180 \text{ kV} \cdot \text{A}$, $U_{1N} = 10 \text{ kV}$, $U_{2N} = 400 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, Y 连接,已知每匝线圈感应电动势为 5.133 V ,核心截面积为 160 cm^2 ,试求:(1)一次、二次绕组每匝匝数;(2)变比;(3)一、二次绕组的额定电流;(4)铁心中的磁感应强度 B_m 。

【知识点窍】变压器的性质。

【逻辑推理】三相变压器中相电压,相电流和三相交流电源相似。

【解题过程】(1) 一、二次绕组额定相电压为

$$U_{1P} = \frac{U_{1N}}{\sqrt{3}} = \frac{10 \times 10^3}{\sqrt{3}} = 5774 \text{ V}$$

$$U_{2P} = \frac{U_{2N}}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}$$

所以,由变压器的变比公式得

$$N_1 = \frac{U_{1P}}{5.133} = \frac{5774}{5.133} = 1125 \text{ 匝}$$

$$N_2 = \frac{U_{2P}}{5.133} = \frac{231}{5.133} = 45 \text{ 匝}$$

(2) 变比

$$K = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} = \frac{10 \times 10^3}{400} = 25$$

(3) 由现在额定功率公式得

$$I_{1N} = \frac{S_N}{U_{1N}} = \frac{\sqrt{3} \times 10 \times 10^3}{180 \times 10^3} = 10.4 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{\sqrt{3} \times 10^3}{180 \times 10^3} = 260 \text{ A}$$

(4) 由磁感应强度定义式: $B = \frac{\Phi}{S}$

$$B_m = \frac{5.133}{4.44 \times 50 \times 160 \times 10^{-4}} \approx 1.45 \text{ T}$$

6.3.8 在题6.3.8图中,将 $R_L = 8 \Omega$ 的扬声器接在输出变压器的二次绕组上,已知 $N_1 = 300$, $N_2 = 100$,信号源电动势 $E = 6 \text{ V}$,内阻 $R_0 = 100 \Omega$,试求信号源输出的功率。

【知识点窍】功率公式 $P = I^2 R$ 及变压器的性质。

【逻辑推理】可将负载等效到一次绕组上,计算电源的电流,从而得到输出功率。

【解题过程】根据阻抗变换原理,变压器一次侧等效负载阻抗为

$$R_L' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_L = \left(\frac{300}{100}\right)^2 \times 8 = 72 \Omega$$

由于信号源的电流

$$I_S = \frac{E}{R_L' + R_0} = \frac{6}{100 + 72} = 34.88 \text{ mA}$$

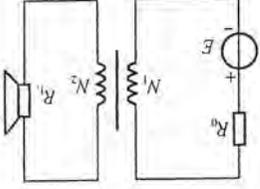
所以,信号源输出功率为

$$P_L = I_S^2 \cdot R_L' = (34.88 \times 10^{-3})^2 \times 72 = 87.6 \text{ mW}$$

6.3.9 在题6.3.9图中,输出变压器的二次绕组有抽头,以便接 8Ω 或 3.5Ω 的扬声器,两者都能达到阻抗匹配,试求二次绕组两部分匝数之比 $\frac{N_1}{N_2}$ 。

【知识点窍】变压器的性质。

【逻辑推理】绕组电阻之比是匝数比的平方,两部分阻抗达到匹配,因此换算在一次绕组上时,阻抗相同,为一次绕组输出阻抗的共轭,即 $Z = Z_m^*$ 。



题6.3.8图

【解题过程】 $Z_1 = (\frac{N_1}{N_2 + N_3})^2 \times 8 = (\frac{N_1}{N_2})^2 \times 3.5$

即 $8N_2^2 = (N_2 + N_3)^2 \times 3.5$

得到 $\frac{N_2}{N_3} = \sqrt{\frac{8}{3.5}} - 1 \approx 0.5$

6.3.10 题 6.3.10 图所示的变压器有两个相同的一次绕组, 每个绕组的额定电压为 110V, 二次绕组的电压为 6.3V。

(1) 试问当电源电压在 220V 和 110V 两种情况下, 一次绕组的四个接线端应如何正确连接? 在这两种情况下, 二次绕组两端电压及其中电流有无改变? 每个一次绕组中的电流有无改变? (设负载一定)

(2) 在图中, 如果把接线端 2 和 4 相连, 而把 1 和 3 接在 220V 的电源上, 试分析这时将发生什么情况。

【解题过程】

(1) 当电源电压为 220V 时, 应将 2 和 3 相连, 1 和 4 接向电源, 即串联形式, 每个绕组电压 110V, 当电源电压为 110V 时, 应将 1 和 3 相连, 2 和 4 相连, 然后接向电源, 即两个绕组并联, 每个绕组电压 110V。在这两种情况下, 二次绕组两端电压和其中电流没有改变, 所以每个一次绕组中电压和电流均没有改变, 但电源供给的电流大小不同, 110V 电源供给的电流比 220V 电源大一倍, 这样输出的视在功率相同。

(2) 若错将 2 和 4 相连, 1 和 3 接向 220V 电源, 则两个一次绕组中电流产生的磁通方向相反, 互相抵消, 感应电动势也互相抵消, 电源电压加在两个绕组的电阻上, 因为这两电阻数值很小, 使电流远超过额定值, 烧坏绕组。

6.3.11 题 6.3.11 图所示的是一电源变压器, 一次绕组有 550 匝, 接 220V 电压。二次绕组有两个: 一个电压 36V, 负载 36W; 一个电压 12V, 负载 24W。两个都是纯电阻负载。试求一次侧电流 I_1 和两个二次绕组的匝数。

【知识点窍】 变压器的性质。

【逻辑推理】 电压之比等于线圈匝数之比, 由此可求出两个二次绕组的匝数, 由功率公式 $P = UI$ 可求出二次绕组的电流, 从而可得到一次侧电流。

【解题过程】 两个二次绕组的匝数

$$N_2 = \frac{U_2}{U_1} N_1 = \frac{36}{220} \times 550 = 90 \text{ 匝}$$

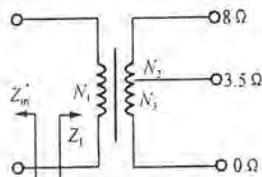
$$N_3 = \frac{U_3}{U_1} N_1 = \frac{12}{220} \times 550 = 30 \text{ 匝}$$

因此, 可得两个二次绕组的电流为

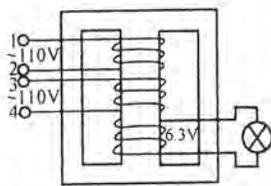
$$I_2 = \frac{P_2}{U_2} = \frac{36}{36} = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{P_3}{U_3} = \frac{24}{12} = 2 \text{ A}$$

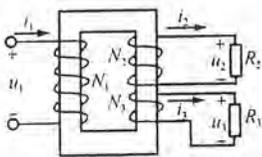
一次侧电流 I_1 为 I_2, I_3 在一次侧等效之和。因此



题 6.3.9 图



题 6.3.10 图



题 6.3.11 图

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 + \frac{N_3}{N_1} I_3 = \frac{90}{550} \times 1 + \frac{30}{550} \times 2 \approx 0.273 \text{ A}$$

6.3.12 题 6.3.12 图是一个有三个二次绕组的电源变压器, 试问能得出多少种输出电压。

【知识点窍】 变压器的性质, 二次绕组不同连接, 可得不同电压值。

- 【解题过程】**
- (1) $3 + 9 - 1 = 11 \text{ V}$
 - (2) $1 + 3 + 9 = 13 \text{ V}$
 - (3) $9 - 3 - 1 = 5 \text{ V}$
 - (4) $1 + 9 - 3 = 7 \text{ V}$
 - (5) 1V
 - (6) 9V
 - (7) 3V
 - (8) $1 + 3 = 4 \text{ V}$
 - (9) $3 + 9 = 12 \text{ V}$
 - (10) $1 + 9 = 10 \text{ V}$
 - (11) $9 - 1 = 8 \text{ V}$
 - (12) $3 - 1 = 2 \text{ V}$
 - (13) $9 - 3 = 6 \text{ V}$

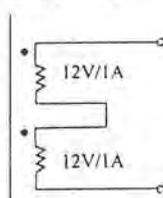
共 13 种电压。

6.3.13 题 某电源变压器各绕组的极性以及额定电压和额定电源如题 6.3.13 图所示, 二次绕组相应如何连接获得以下各种输出?

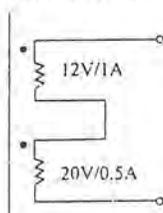
- (1) 24V/1A; (2) 12V/2A; (3) 32V/0.5A; (4) 8V/0.5A

【解题过程】 只画二次绕组

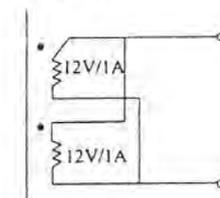
- (1) 24V/1A



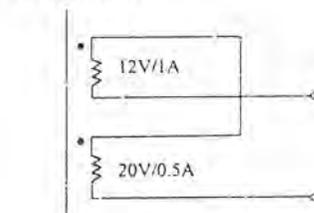
- (3) 32V/0.5A



- (2) 12V/2A

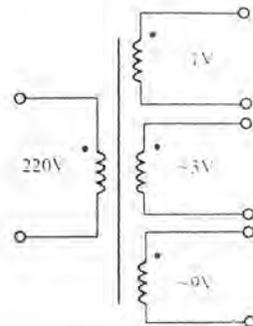


- (4) 8V/0.5A

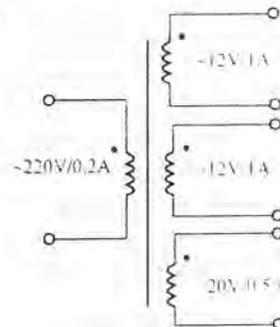


C 拓宽题

6.2.10 题 在习题 6.2.9 中, 试求铁心线圈等效电路的参数 $R, X, \approx G, R$ 及 X



题 6.3.12 图



题 6.3.13 图

【知识点窍】铁损定义。

【逻辑推理】由铁损、无功功率的定义式,可求本题。

【解题过程】由 6.2.3 题可知: $R = 0.5 \Omega$

由铁损定义

$$R_0 = \frac{\Delta P_{Fe}}{I^2} = \frac{337.5}{5^2} = 13.5 \Omega$$

无功功率为

$$Q = U I \sin \varphi_1 = U I_1 \sin(\arccos 0.7) = 100 \times 5 \sin(\arccos 0.7) \approx 357 \text{ var}$$

由无功功率定义可知,感抗为

$$X_0 = \frac{Q}{I^2} = \frac{357}{5^2} = 14.3 \Omega$$

6.3.14 有一单相照明变压器,额定容量为 $10 \text{ kV} \cdot \text{A}$,二次侧额定电压为 220 V ,电流为 0.11 A 的日光灯多少支?设日光灯镇流器消耗功率为 8 W 。

【解题过程】 $\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{40}{220 \times 0.41} = 0.443$

每支日光灯消耗的功率 $P = \frac{40}{8} = 108.35 \text{ W}$

$$\text{即 } n = \frac{5000}{108.35} \approx 46$$

6.4.3 试说明在吸合过程中,交流电磁铁的吸力基本不变,而直流电磁铁的吸力与气隙 δ 的平方成反比。[提示:根据式(6.2.5)和(6.1.3)分析]

6.4.4 有一交流接触器 CD-10A,其线圈电压为 380 V ,匝数为 8750 匝,导线直径为 0.9 mm 。今要在 220 V 的电源上,问应如何改装?即计算线圈匝数和换用直径为多少毫米的导线。[提示:(1)吸合前后吸力不变,磁通最大值 Φ_m 应该保持不变;(2) Φ_m 保持不变,改装前后磁通势应该相等;(3)电流与导线截面积成正比。]

【知识点窍】磁通势 $F = IN$,交流铁心线圈中电压 $U = 4.44 f N \Phi_m$ 。

【逻辑推理】利用公式及改装前后的不变量进行求解。

又因为吸力和磁通均不变,所以

$$N_2 = \frac{U_2}{U_1} N_1 = \frac{220}{380} \times 8750 \approx 5066 \text{ 匝}$$

导线面积 $S_2 = \frac{4}{\pi} d_2^2, S_1 = \frac{4}{\pi} d_1^2$

根据安培环路定理,则有 $I_1 N_1 = I_2 N_2$,设导线电流密度为 J ,则 $I_1 = JS_1, I_2 = JS_2$,即

$$JS_1 N_1 = JS_2 N_2$$

那么 $J \frac{4}{\pi} d_1^2 N_1 = J \frac{4}{\pi} d_2^2 N_2$

$$\text{于是 } d_2 = \sqrt{\frac{N_1}{N_2}} \cdot d_1 = \sqrt{\frac{8750}{5066}} \times 0.09 \approx 0.12 \text{ mm}$$

7.1 重点内容提要

一、三相异步电动机的构造及转动原理

1. 构造

原理性结构图如图 7.1 所示,决定电动机工作原理的核心部件有:

定子:三相对称绕组,每相匝数相同,空间位置互差 120° ,可

接成 Y 形或 Δ 形。

转子:短路绕组分鼠笼式和线绕式两种。

2. 转动原理

定子三相绕组以 Y 形或 Δ 形接法通入三相对称电流,产生旋转磁场,磁力线穿过定子和转子铁心闭合,以转速 n_1 旋转。转子绕组切割旋转磁场磁力线产生感应电动势 e_2 ,并在短路

绕组内形成转子电流 i_2 。转子电流 i_2 又与旋转磁场相互作用产生电磁力 F ,形成转动转矩 T ,使转子以转速 n 跟随旋转磁场转



图 7.1

动,带动机械负载。定子绕组也切割磁力线产生感应电动势 e_1 ,与电源电压 u_1 相平衡,从而将电能转换成机械能。

(1) 三相旋转磁场。

转速 $n_1 = \frac{60}{p} f_1$, f_1 为电源频率, p 为磁极对数,转动方向取决于电流的相序。每极磁通 Φ 正比于

$$U_1 \approx E_1 = 4.44 f_1 N_1 k_f \Phi$$

式中 k_f 为定子绕组分布系数。

第 7 章 交流电动机

学习三相异步电动机的基本构造、转动原理、机械特性和反转、启动、调速及制动的基本原理和方法,熟悉三相异步电动机的铭牌数据和使用。

(2) 转子感应电动势 e_2 和转子电流 i_2 。

$$f_2 = sf_1$$

$$\cos\psi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}}$$

$$E_2 = sE_{20} = s \cdot 4.44 f_1 N_2 k_2 \Phi$$

$$X_2 = 2\pi f_2 L_{e2} = s \cdot 2\pi f_1 L_{e2} = sX_{20}$$

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = \frac{sE_{20}}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}}$$

e_2 和 i_2 的频率: $f_2 = \frac{p\Delta n}{60}$

(3) 转速 n 与转差率 s : 转子转动方向与旋转磁场转动方向相同, 但 $n < n_1$, 故称为“异步”。

$$\text{转差率 } s = \frac{n_1 - n}{n_1}$$

$$\text{转速公式 } n = (1 - s) \frac{60f_1}{p}$$

二、三相异步电动机的转矩与机械特性

主要分析定子电路与转子电路中的电压、电流关系。

1. 电压平衡方程式

(1) 定子电路。

定子三相绕组相对称, 可观察其一相

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 R_1 + j\dot{I}_1 X_1 - \dot{E}_1 \approx -\dot{E}_1 = j4.44 f_1 N_1 k_1 \dot{\Phi}$$

(2) 转子电路。

转子短路, $\dot{U}_2 = 0$

$$\dot{E}_2 = \dot{I}_2 R_2 + j\dot{I}_2 X_2 = -j4.44 f_2 N_2 k_2 \dot{\Phi}$$

式中 $\dot{\Phi}$ 为旋转磁场每极磁通。

2. 磁通势平衡方程式

由于转子电流产生的旋转磁场转速 n_2 等于定子电流产生的旋转磁场转速 n_1 , 二者相对静止, 合成一个旋转磁场。因 $U \approx 4.44 f_1 N_1 k_1 \Phi$, 故当 U 一定时 Φ 基本不变, 即有

$$\dot{I}_1 N_1 k_1 + \dot{I}_2 N_2 k_2 \approx \dot{I}_{10} N_1 k_1$$

$$\text{或 } \dot{I}_1 = \dot{I}'_1 + \dot{I}_{10}$$

$$\dot{I}_{10} \text{ 为 } \text{空载电流}, \dot{I}'_1 = -\frac{N_2 k_2}{N_1 k_1} \dot{I}_2$$

3. 讨论

(1) 转速 $n \downarrow \rightarrow s \uparrow \rightarrow E_2 \uparrow, I_2 \uparrow \rightarrow I_1 \uparrow$ 。

(2) $\Phi \propto U_1$, 和变压器一样, 电压不允许超过额定值, 否则 $U \uparrow \rightarrow \Phi \uparrow \rightarrow I_{10} \uparrow$ 。

三相绕组有两种接法: $U_N = 380\text{V}/220\text{V}$, 接法 Y/Δ 。

额定线电流, 如 $I_N = 1.6\text{A}/2.8\text{A}$, 对应于 Y/Δ 。

4. 输入电功率与电动机功率因数 $\cos\varphi$

$$\text{输入电功率 } P_1 = \sqrt{3}U_1 I_1 \cos\varphi$$

$$\text{额定输入电功率 } P_{1N} = \sqrt{3}U_N I_N \cos\varphi_N$$

式中 U_N, I_N 为额定线电压及额定线电流, $\cos\varphi_N$ 为电动机额定功率因数, φ_N 指额定状态下每相绕组相电压与相电流的相位差角。

注: $\cos\varphi$ 不等于转子电路功率因数 $\cos\varphi_2$ 。

三、三相异步电动机的转矩与机械特性

1. 转矩公式

$$T = K_T I_2 \Phi \cos\psi_2$$

或

$$T = \frac{K'_T s R_2 U_1^2}{R_2^2 + (sX_{20})^2}$$

图 7.2(a) 所示为 $I_2, \cos\psi_2$ 和 T 与 s 的关系曲线。当 $\frac{dT}{ds} = 0$ 时, T 有极值。

$$\text{临界转差率: } s_m = \frac{R_2}{X_{20}}$$

$$\text{临界转矩或最大转矩: } T_m = \frac{K'_T U_1^2}{2X_{20}}$$

分析讨论:

在负载转矩不变情况下, 若电源电压 U 减小, 即 $U_1 \downarrow \rightarrow T \downarrow \rightarrow n \downarrow \rightarrow s \uparrow \rightarrow E_2 \uparrow, I_2 \uparrow \rightarrow I_1 \uparrow$ 。电压不足将使电动机转速下降, 电流增大, 以致发热而烧坏绕组绝缘层。曲线如图 7.2(b) 所示。

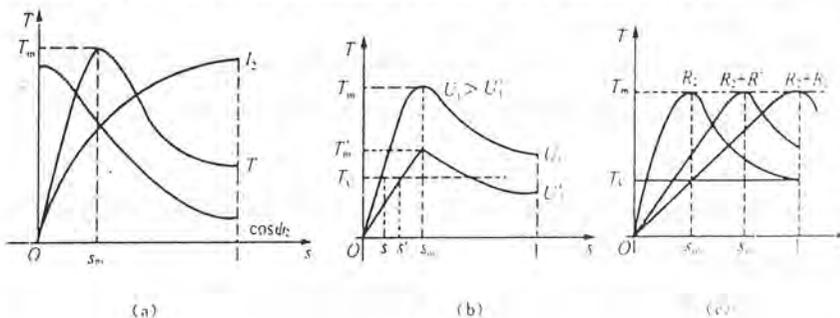


图 7.2

在负载转矩 T_C 不变情况下, $R_2 \uparrow \rightarrow n \downarrow \rightarrow s \uparrow$, 如图 7.2(c) 所示。改变转子附加电阻 R' 可实现调速。

2. 机械特性曲线

$n-T$ 曲线如图 7.3 所示, $n > n_m$ 为稳定工作区, 具有硬特性, $n < n_m$ 为不稳定工作区。

(1) 额定转矩与额定功率。

额定转矩: 额定状态下电动机轴上输出的机械转矩, 用 T_N 表示。

额定转速: 额定状态下电动机的转速用 n_N 表示, 相应的转差率为

额定转差率 s_N 。

额定功率: 额定状态下轴上输出的机械功率, 用 P_N 表示。

$$P_N = \frac{T_N n_N}{9550} \text{ kW}$$

T_N 单位为 $N \cdot m$, 转速单位为 r/min 。

(2) 启动转矩 T_s : $m = 0.3 \sim 0.5 = 1$ 时的转矩称启动转矩, 一般 $T_s = (1 \sim 2.2) T_N$, $T_s > T_N$ 则电动机不能启动, 称为“堵转”, 这种状态下定子电流很大, 时间长了会烧坏, $I_s = (5 \sim 8) I_N$, I_s

$= (1.4 \sim 1.7) I_N$, 空载启动时间短, 不会烧坏电机。

(3) 过载能力: $\lambda = \frac{T_m}{T_N} = 1.8 \sim 2.2$ 。

四、三相异步电动机的启动、调速及制动

1. 启动

$n = 0.5 = 1$, 接通电源。

(1) 启动问题: 启动电流大, 启动转矩小。

$$I_s = (4 \sim 7) I_N, T_s = (1.0 \sim 2.2) T_N$$

存在问题: 由于启动时间短, 不会烧电机, 但会使电网电压下降, 启动转矩下降可能启动不起来, 并影响其他电机工作。

(2) 启动方法。

1) 直接启动: $P_N \leq 10 \text{ kW}$ 或 $P_N \leq 20\% S_N$ (S_N 为电源变压器的容量) 的电动机均可。

2) $Y-\Delta$ 变换法启动: 电压降低 $\sqrt{3}$ 倍, $I_{sY} = \frac{1}{3} I_{s\Delta}$, $I_{sY} = \frac{1}{3} T_{s\Delta}$, 适用于正常工作相接成 Δ 而轻载启动的情况。

3) 自耦变压器降压启动: 电压降低 K 倍, $I'_{sY} = \frac{1}{K^2} I_s$, $T'_{sY} = \frac{1}{K^2} T_s$, K 为变比, 适用于正常工作为 Y 形接法重载启动的情况。

4) 转子串电阻启动: 可获得最小启动电流和最大启动转矩 $T'_s = T_m$ 。

2. 调速

根据 $n = (1-s) \frac{60f_1}{p}$ 可用三种调速方式。

(1) 变频调速: 专用变频调速装置, 可实现无级平滑调速, 且有硬机械特性。

(2) $f_1 < f_N$, 应保持 $\frac{f_1}{f_N}$ 为常数, 为恒转矩调速。

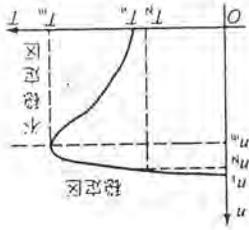


图 7.3

2) $f > f_N$, 应保持 $U_1 = U_{1N}$, 为恒功率调速。

(2) 变极调速: 用于多速电机, 改变绕组接法以改变磁极对数 p , 实现有级调速。

(3) 变 ω 调速: 用于绕线式电机, 转子串电阻可实现无级调速, 机械特性软, 能耗大, 设备简单, 投资少, 用于起重设备。

3. 制动

(1) 能耗制动: 停车时在两个相绕组中通入直流电, 形成恒定磁场, 产生制动转矩, 可实现准确停车, 制动迅速平稳。

(2) 反接制动: 停车时调换电源相序, 制动电流大, 不准确。

(3) 发电反馈制动: 当 $n > n_1$ 时, 转子电流反相, 产生制动转矩, 电能回馈电网, 如吊车下放重物等。

五、三相异步电动机的铭牌数据

三相异步电动机的铭牌数据包括型号、接法、电压、电流、转速、功率与效率、绝缘等级、工作方式等, 要正确使用电动机, 必须看懂铭牌。

六、三相异步电动机的选择

三相异步电动机选择包括功率选择、结构型式选择和电压转速选择三个方面。功率选择原则:

(1) 连续运行电动机, 按额定功率大于负载功率选择。

(2) 短时运行电动机, 按过载能力 λ 选择。

七、单相异步电动机

常用于家用电器, 分为电容分相式和罩极式两种。

(1) 电容分相式: 有工作绕组和启动绕组, 用电容和启动绕组串联, 使电流分相产生两相旋转磁场, 产生启动转矩。

(2) 罩极式: 在磁极上加短路环使磁通分相形成旋转磁场产生启动转矩。

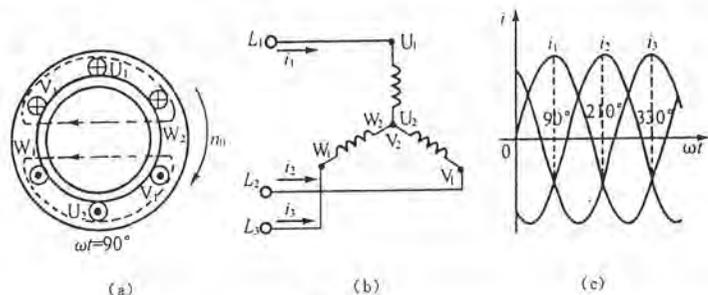
考点: 旋转磁场产生的条件, 转差率与转子电流频率的关系, 电源电压和负载转矩变化对电动机的影响, 启动问题的分析。

7.2 练习与思考题解答

7.2.1 【解题过程】重画题 7.2.1 图(a) 如题 7.2.1 图(b)(c) 所示, 画出 $\omega = 210^\circ$ 和 330° 时的图形, 如图解 7.2.1 所示。

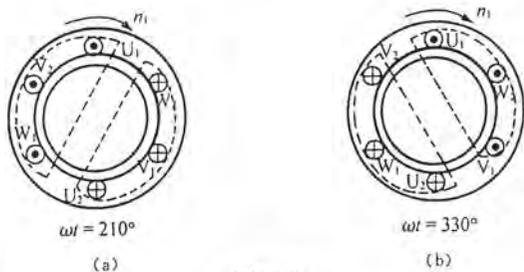
当 $\omega t = 210^\circ$ 时 $i_2 = +I_m$, $i_1 = i_2 = -\frac{1}{2} I_m$, U_1, V_1 端电流流入, 而 U_2, W_2 端电流也为流入, 此时旋转放置旋转磁场轴线恰好与 V_1 相绕组轴线一致。

当 $\omega t = 330^\circ$ 时 $i_2 = +I_m$, $i_1 = i_2 = -\frac{1}{2} I_m$, U_1, V_1 端电流流入, 而 U_2, W_2 端电流也为流入, 此时旋转放置旋转磁场轴线恰好与 V_1 相绕组轴线一致。



题 7.2.1 图

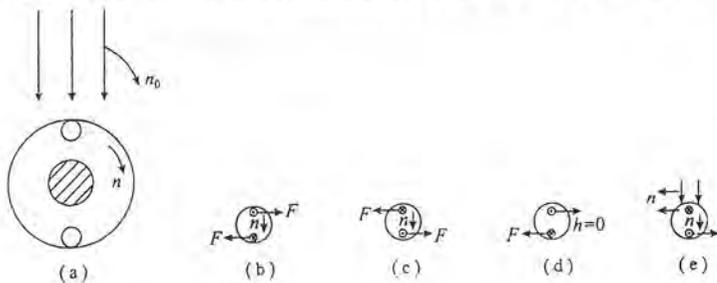
绕组轴线一致。



图解 7.2.1

7.2.2 【解题过程】 三相电源的三个电压在相位上互差 120° , 三个电压出现正幅值的顺序称为相序。三相异步电动机本身没有相序, 但三个绕组位置上有一定顺序, 用 U, V, W 表示。

7.2.3 【解题过程】 (1) $n_0 > n$ 转子转速小于同步转速, 如题 7.2.3 图(b)所示。



题 7.2.3 图

(2) $n_0 < n$ 转子转速大于同步转速, 如题 7.2.3 图(c)所示。

(3) $n_0 = n$ 转子转速等于同步转速, 则

$$F = 0, I = 0$$

(4) $n_0 = 0$ 同步转速为 0

$$\text{故 } F = 0, I = 0$$

(5) $n = 0, n_0 < n$ 转子转速小于同步转速, 如题 7.2.3 图(d)所示。

(6) $n_0 < 0$ 转子转速方向与同步磁场方向相反, 如题 7.2.3 图(e)所示。

7.3.1 【解题过程】 三相异步电动机的定子电路和变压器的一次侧电路基本相同, 由绕组电阻、漏抗和主磁电动势等元件组成。

$$U_1 = i_1 R_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} - e_1$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 R_1 + j \dot{I}_1 X_{\sigma 1} - \dot{E}_1$$

二者的不同在于: 对变压器 $E_1 = 4.44 f_1 N_1 k_1 \Phi_m$; 对异步电动机, 则方程均为 $E_1 = 4.44 f_1 N_1 k_1 \Phi_m$, 这里 k_1 为绕组分布系数。

变压器二次侧与三相异步电动机转子比较, 转子电路电压方程式为

$$\dot{E}_2 = \dot{I}_2 R_2 + j \dot{I}_2 X_2$$

变压器二次侧电压方程式为

$$\begin{aligned} \dot{E}_{20} &= \dot{I}_2 R_2 + j \dot{I}_2 X_2 + \dot{U}_2 \\ &= \dot{I}_2 R_2 + j \dot{I}_2 X_2 + \dot{I}_2 Z_1 \end{aligned}$$

二者的不同点为:

(1) 三相异步电动机的转子电路与变压器二次侧电路不同, 变压器二次绕组是要接负载的。

(2) 变压器二次绕组的电阻和漏抗是定值, 电流频率等于一次侧电路或电源的频率; 异步电动机转子漏抗和电流频率随转差率变化而变化。

7.3.2 【解题过程】 由公式 $I_2 = \frac{\dot{E}_{20}}{\sqrt{R_2^2 + (sX_2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{sE_{20}}\right)^2 + \left(\frac{X_{20}}{E_{20}}\right)^2}}$

$$\leq \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{E_{20}}\right)^2 + \left(\frac{X_{20}}{E_{20}}\right)^2}} \cos \varphi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (sX_2)^2}}$$

启动时 $s = 1$, 为最大, $I_2, \cos \varphi_2$ 分别为最大和最小值。

7.3.3 【解题过程】 由型号 Y280M-2 可知该电动机是两极电机, 磁极对数 $p = 1$, 由此可得旋转磁场转速

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \times 50}{1} = 3000 \text{ r/min}$$

$$\text{转差率 } s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{3000 - 2970}{3000} = 0.01$$

转子电流频率

$$f_2 = s f_1 = 0.01 \times 50 = 0.5 \text{ Hz}$$

7.3.4 【解题过程】 三相异步电动机抽掉转子后, 出现大量空气, 作为原来转子所处的磁路部分, 磁阻大大增加, 因为 $U_1 \approx 4.44 f_1 N_1 k_1 \Phi_m$ 即磁通 Φ_m 正比于电源电压 U_1 , 几乎不变, 所以磁动势及定子电流将大大增加, 可能烧坏定子绕组。

7.3.5 【解题过程】 已知公式 $U_1 \approx 4.44 f_1 N_1 k_1 \Phi_m$, 当频率 f_1 降低时, 则在 U_1, N_1, k_1 不变条

件下,磁通 Φ_m 增大,那么电动机空载磁化电流增大,电动机发热;同时 f_1 减小,旋转磁场转速 $n = \frac{60f_1}{p}$ 也将下降,电动机转速 n 也下降。

7.4.1 【解题过程】 $U_1 \uparrow \rightarrow T(\infty U_1^2) \uparrow \rightarrow n \uparrow \rightarrow s \uparrow \rightarrow I_2 \uparrow \rightarrow I_1 \uparrow \rightarrow T \uparrow \rightarrow T = T_0$

即电动机电磁转矩 T 正比于电压平方 U_1^2 ,当电源电压下降时,电磁转矩减小,使转速下降,转差率增加,转子电流和定子电流都会增大,稳定时电磁转矩等于机械负载转矩,转速降低了,定子电流却增大。

7.4.2 【解题过程】 转子被卡住则 $n = 0, s = 1, E_1, I_2$ 及 I_1 增加,定子电流增大。若不及时排除,会烧坏电机。

7.4.3 【解题过程】 根据异步电动机的机械特性可知,最大转矩 T_{max} 又称临界转矩,它是异步电动机稳定工作区和不稳定工作区的临界点。若异步电动机工作在临界点,当机械负载转矩略有波动,则时大于临界转矩 T_{max} ,时,电动机就会停转而被卡住,以致损坏电机。

7.4.4 【解题过程】 $p = 2, n_1 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \times 50}{2} = 1500r/min$

$$\Delta n = n_1 - n = 1500 - 1460 = 40r/min$$

异步电动机在额定转矩下运行时,机械特性可近似为直线,故额定转矩一半时,转差也近似一

$$s, \Delta n = \frac{1}{2} \times 40 = 20r/min$$

转速约为

$$n = n' - \Delta n' = 1500 - 20 = 1480r/min$$

7.4.5 【解题过程】 (1) 负载增大, $E_2 = sE_{20}, I_2 = s \frac{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}}{E_{20}}$

有 $T \propto T_0 > T \rightarrow n \uparrow \rightarrow s \downarrow \rightarrow E_2, I_2 \uparrow \rightarrow I_1 \uparrow \rightarrow p_1 \rightarrow \sqrt{3}U_1 I_1 \cos\varphi_1 \uparrow \rightarrow$ 过热

$$sT = K_1 I_2 \cos\varphi_2 \uparrow \rightarrow T = T_0 \text{ 平衡}$$

由上可知,负载增大 \rightarrow 转速下降 \rightarrow 电流增大 \rightarrow 发热。

(2) 电压升高,负载转矩 T_0 不变,于是 $T \propto U^2 \rightarrow T \uparrow \rightarrow n \uparrow \rightarrow s \downarrow$

$$E_1 = s_1 I_1 N_1 k_1 \phi, U_1 \uparrow \rightarrow \phi \uparrow \rightarrow \text{磁路饱和} \rightarrow I_0 \uparrow, \phi \uparrow \rightarrow E_{20} \uparrow \rightarrow I_2, I_1 \uparrow$$

于是,电压升高会使电流增大,转速升高。

(3) 频率增高: $\textcircled{1} U_1 = 4.44 f_1 N_1 k_1 \phi, f_1 \uparrow \rightarrow \phi \uparrow \rightarrow I_0 \uparrow \rightarrow T \uparrow; \textcircled{2} \phi \uparrow \rightarrow I_2 \uparrow; \textcircled{3} f_1 \uparrow \rightarrow n_1 \uparrow \rightarrow n \uparrow$ 。

可见 f_1 升高时,转差率基本不变,若负载转矩不变,则电流将增大,因为 $T < T_0 \rightarrow n \uparrow \rightarrow I_1 \uparrow \rightarrow I_2, I_1 \uparrow \rightarrow T = T_0$ 达到平衡,电机超载运行,所以 $f_1 \uparrow$ 时应减小负载转矩。

7.5.1 【解题过程】 三相异步电动机的启动电流和启动转矩是由其本身结构性能决定的,不受外界机械负载影响,其电流和转矩均一样,但满载启动时加速转矩较小,启动时间加长,启动电流维持时间也较长。

7.5.2 【解题过程】 转子串电阻的作用是改变临界转差率 $s_m = \frac{R_2'}{R_1}$,但当 $s_m = \frac{R_2'}{R_1} = 1$ 时, $T_m = T_{max}$,当 $s_m > 1$ 时, $T_m < T_{max}$,所以不是电阻愈大,启动转矩也愈大。

7.8.1 【解题过程】 电动机的额定功率是额定运行状态下输出的机械功率;额定电压是定子电

源线电压,额定电流是额定运行状态下的定子线电流,功率因数 $\cos\varphi$ 的角是定子每相绕组相电流与相电压间的相位差。

7.8.2 【解题过程】 当电压为380V时,电动机应采用星形接法;在电压为220V时,电动机应采用三角形接法,每相绕组额定电流、功率因数、转速等均无改变。星形接法线电压比三角形接法线电压大 $\sqrt{3}$ 倍,而线电流则小 $\sqrt{3}$ 倍。

7.8.3 【解题过程】 若将三角形连接误接成星形,则电动机每相绕组的电压比额定值小了 $\sqrt{3}$ 倍,由于 $T \propto U^2$,则转矩将小3倍。若负载转矩 T_0 不变,电动机转速大大下降,甚至停转,而定子及转子电流则大大增加,电动机将会因发热而烧坏。

若将星形误接成三角形,则每相绕组电压将比额定值大 $\sqrt{3}$ 倍,磁通也大 $\sqrt{3}$ 倍,磁路饱和引起空载磁化电流大大增加,绕组同样会被烧坏。

7.8.4 【解题过程】 (1) 由Y112M-4型可知该电动机磁极对数 $p = 2$,所以旋转磁场转速

$$n_0 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \times 50}{2} = 1500r/min$$

$$\text{则转差率 } s_n = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0.04$$

$$(2) \text{ 额定电流 } I_N = \frac{P_N}{4 \times 10^3} = \frac{\sqrt{3} U_N \cos\varphi}{4 \times 10^3} = \frac{\sqrt{3} \times 380 \times 0.845 \times 0.82}{4 \times 10^3} = 8.77A$$

$$(3) \text{ 启动电流 } I_{s1} = 7 \times I_N = 7 \times 8.77 = 61.4A$$

$$(4) \text{ 额定转矩 } T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N} = 9550 \times \frac{1440}{4} = 26.5N \cdot m$$

$$(5) \text{ 启动转矩 } T_m = 2.2 T_N = 2.2 \times 26.5 = 58.4N \cdot m$$

$$(6) \text{ 最大转矩 } T_{max} = 2.2 T_N = 2.2 \times 26.5 = 58.4N \cdot m$$

$$(7) \text{ 额定输入功率 } P_1 = \frac{P_N}{\eta} = \frac{4 \times 10^3}{0.845} = 4734W$$

7.3 课后习题全解

A 选择题

- 7.2.1 (3) 7.2.2 (1) 7.2.3 (1)
 7.2.4 (2) 7.3.1 (3) 7.3.2 (2); (1)
 7.4.1 (2); (1) 7.4.2 (2); (1) 7.4.3 (1); (1)
 7.4.4 (2); (2) 7.4.5 (1); (1)
 7.4.7 (2) 7.5.1 (3) 7.5.2 (3)
 7.5.3 (1) 7.8.1 (3) 7.8.2 (2)
 7.8.3 (2)

B 基本题

7.3.3 有一四极三相异步电动机,额定转速 $n_N = 1440r/min$,转子每相电阻 $R_2 = 0.02\Omega$,感抗 X_{20}

$= 0.08\Omega$, 转子电动势 $E_{20} = 20\text{V}$, 电源频率 $f_1 = 50\text{Hz}$, 试求该电动机启动时在额定转速运行时的转子电流 I_2 。

【知识点窍】 转子电流公式

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = \frac{sE_{20}}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}}$$

【逻辑推理】 直接由转子电流公式可求出启动时的转子电流, 利用 $s_N = \frac{n_1 - n}{n_1}$ 求出转差率后再由电流公式可求出额定运行时的转子电流。

【解题过程】 $p = 2, n_0 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \times 50}{2} = 1500\text{r/min}$

转差率: $s_N = \frac{n_1 - n}{n_1}$, 于是 $s_N = \frac{1500 - 1440}{1500} = \frac{60}{1500} = 0.04$

启动时, $s = 1$, 则转子电流

$$I_{2s} = \frac{s_N E_{20}}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}} = \frac{E_{20}}{\sqrt{R_2^2 + X_{20}^2}} = \frac{20}{\sqrt{0.02^2 + 0.08^2}} = 243\text{A}$$

额定运行时转子电流

$$I_{2N} = \frac{s_N E_{20}}{\sqrt{R_2^2 + (s_N X_{20})^2}} = \frac{0.04 \times 20}{\sqrt{0.02^2 + (0.04 \times 0.08)^2}} = 39.5\text{A}$$

7.3.4 有一台四极、50Hz、1425r/min的三相异步电动机, 转子电阻 $R_2 = 0.02\Omega$, 感抗 $X_{20} = 0.08\Omega$, $E_1/E_{20} = 10$, 当 $E_1 = 200\text{V}$ 时, 试求: (1) 电动机启动初始瞬间 ($n = 0, s = 1$) 转子每相电路的电动势 E_{20} 、电流 I_{20} 和功率因数 $\cos\varphi_{20}$; (2) 额定转速时的 E_2 、 I_2 和 $\cos\varphi_2$ 。比较在上述两种情况下转子电路的各个物理量(电动势、频率、感抗、电流及功率因数)的大小。

【知识点窍】 电动机启动瞬间和额定状态的比较。

【逻辑推理】 额定状态时, 转子每相电动势 E_2 , 频率 ($f_2 = sf_1 = 0.05 \times 50 = 2.5\text{Hz}$) 转子感抗和转子电流均比起动时小, 而转子电路的功率因数则大大提高。

【解题过程】 (1) 启动瞬间, $\frac{E_1}{E_{20}} = 10$ (已知), 所以

$$E_{20} = \frac{E_1}{10} = \frac{200}{10} = 20\text{V}$$

$s = 1$, 所以转子电流

$$I_{20} = \frac{sE_{20}}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}} = \frac{E_{20}}{\sqrt{R_2^2 + X_{20}^2}} = \frac{20}{\sqrt{0.02^2 + 0.08^2}} \approx 243\text{A}$$

功率因数

$$\begin{aligned} \cos\varphi_{20} &= \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}} = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + X_{20}^2}} \\ &= \frac{0.02}{\sqrt{0.02^2 + 0.08^2}} \approx 0.243 \end{aligned}$$

(2) 在额定状态下, 已知四极电动机, $p = 2$, 所以

$$n_0 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \times 50}{2} = 1500\text{r/min}, n_1 = 1452\text{r/min}$$

于是

$$s_N = \frac{1500 - 1425}{1500} \approx 0.05$$

$$E_2 = s_N E_{20} = 0.05 \times 20 = 1\text{V}$$

将 $s_N = 0.05$ 代入转子激励电流和转子电路功率因数计算式中, 得到

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{sE_{20}}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{0.02^2 + (0.05 \times 0.08)^2}} = 49\text{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos\varphi_2 &= \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}} \\ &= \frac{0.02}{\sqrt{0.02^2 + (0.05 \times 0.08)^2}} \approx 0.98 \end{aligned}$$

7.4.8 已知 Y100L1-4 型异步电动机的某些额定技术数据如下:

2.2kW	380V	Y形连接法
1420r/min	$\cos\varphi = 0.82$	$\eta = 81\%$

试计算: (1) 相电流和线电流的额定值及额定负载时的转矩; (2) 额定转差率及额定负载时的转子电流频率。设电源频率为 50Hz。

【知识点窍】 异步电动机的基本量。

【逻辑推理】 直接利用这些基本量之间的关系式进行求解。

【解题过程】 (1) 由于是 Y 形连接法, $U_1 = \sqrt{3}U_N$ 线电流额定值, 根据额定功率和功率因数的定义

$$I_N = \frac{P_N}{\sqrt{3}U_N \cos\varphi \cdot \eta} = \frac{2.2 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.82 \times 0.81} \approx 5.03\text{A}$$

相电流额定值

$$I_{FN} = I_N = 5.03\text{A}$$

额定转矩

$$T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N} = \frac{9550 \times 2.2}{1420} \approx 14.8\text{N} \cdot \text{m}$$

(2) 由电动机型号可知磁极对数 $p = 2$, 故 $n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \times 50}{2} = 1500\text{r/min}$, 于是有额定转差率

$$s_N = \frac{n_1 - n_N}{n_1} = \frac{1500 - 1420}{1500} \approx 0.053$$

转子电流频率

$$f_2 = s_N f_1 = 0.053 \times 50 \approx 2.67\text{Hz}$$

7.4.9 有三相异步电动机,其额定转速为1470r/min,电源频率为50Hz,在(a)启动瞬间,(b)转子转速为同步转速的 $\frac{3}{2}$ 时,(c)转差率为0.02时三种情况下,试求:(1)定子旋转磁场对定子的转速;(2)定子旋转磁场对转子的转速(提示: $n_2 = n_1, n_2 = n_0$);(4)转子旋转磁场对定子的转速;(5)转子旋转磁场对定子旋转磁场的转速。

【知识点窍】 异步电动机的基本量。

【逻辑推理】 直接利用这些基本量之间的关系式进行求解。

【解题过程】 (a) 由于 $f_1 = 50\text{Hz}, p = 2, n_0 = \frac{60f_1}{2} = 60 \times 50 = 1500\text{r/min}$

定子旋转磁场对定子转速为1500r/min,定子旋转磁场对转子转速为1500r/min,

$$n_2 = \frac{60f_2}{p} = s n_1, \text{ 因为 } s = 1, n_2 = n_0 = 1500\text{r/min}$$

$s = 1$ 时,转子旋转磁场对定子的转速为1500r/min

$$(b) n = n_0 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times 1500 = 1000\text{r/min}$$

$$n_0 = 1500\text{r/min}$$

$$n_0 - n = 1500 - 1000 = 500\text{r/min}$$

转子旋转磁场对定子旋转磁场的转速相同,因此为0。

$$(c) s = 0.02, n = 1470\text{r/min}, n_0 = \frac{60f_1}{p} = 1500\text{r/min}$$

$$\Delta n = 1500 - 1470 = 30\text{r/min}$$

$$n' = n_0 = 1500\text{r/min}$$

转子旋转磁场对定子旋转磁场的转速相同,故为0。

7.4.10 有Y112M-2型和Y160M1-8型异步电动机各一台,额定功率都是4kW,但前者额定转速为2890r/min,后者为720r/min,试比较它们的额定转矩,并由此说明电动机的极数、转速及转矩三者之间的大小关系。

【解题过程】 Y112M-2的额定转矩,由定义可得

$$T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N}, \text{ 所以 } T_N = 9550 \times \frac{4}{2890} \approx 13.2\text{N} \cdot \text{m}$$

$$T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N}$$

$$T_{N2} = 9550 \times \frac{4}{720} \approx 53.1\text{N} \cdot \text{m}$$

比较可知,电动机的磁极数愈多,则转速愈低,在同样额定功率下额定转矩愈大。

7.4.11 Y132S-4型三相异步电动机的额定技术数据如下:

功率/kW	转速/(r/min)	电压/V	效率/%	功率因数	I_N/I_N	T_N/T_N	T_{max}/T_N
5.5	1440	380	85.5	0.84	7	2	2.2

电源频率为50Hz,试求额定状态下的转差率 s_N 、电流 I_N 和转矩 T_N ,以及启动电流 I_N 、启动转矩 T_N 、最大转矩 T_{max} 。

【知识点窍】 异步电动机的额定状态。

【逻辑推理】 利用额定状态下基本量之间的关系进行求解。

【解题过程】 由Y132S-4型号可知磁极对数 $p = 2$,旋转磁场转速

$$n_1 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \times 50}{2} = 1500\text{r/min}$$

于是转差率为

$$s_N = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0.04$$

由于电压为380V,故必要采用Y形接法,于是由功率定义可得

$$I_N = \frac{P_N}{\sqrt{3} U_N \cos \varphi_N} = \frac{\sqrt{3} \times 380 \times 0.84 \times 0.855}{5.5 \times 10^3} \approx 11.64\text{A}$$

则额定转矩

$$T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N} = 9550 \times \frac{5.5}{1440} \approx 36.5\text{N} \cdot \text{m}$$

启动电流

$$I_N = 7I_N = 7 \times 11.64 \approx 81.4\text{A}$$

启动转矩

$$T_N = 2.2T_N = 2.2 \times 36.5 = 80.3\text{N} \cdot \text{m}$$

最大转矩

$$T_{max} = T_N = 80.3\text{N} \cdot \text{m}$$

7.4.12 (1) 试大致画出习题7.4.11中电动机的机械特性曲线 $n = f(T)$;(2) 当电动机在额定状态下运行时,电源电压短时间降低,最低允许降到多少伏?

【解题过程】 (1) $n = f(T)$ 曲线如图解7.4.12所示。

其中 $T_N = 36.5\text{N} \cdot \text{m}$

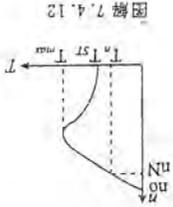
$$T_N = 73\text{N} \cdot \text{m}$$

$$T_{max} = 80.3\text{N} \cdot \text{m}$$

$$T_{max}/T_N = 2.2$$

(2) 对应 T_{max} 时启动电压 $U_{max} = 380\text{V}$

$$T_{st} = k \frac{R_2 U^2}{R_2^2 + X_{2\sigma}^2} \text{ 与启动电压 } U^2 \text{ 成正比}$$



图解 7.4.12

$$\text{则 } \frac{380^2}{U_s^2} = \frac{T_{\max}}{T_N} = 2.2$$

$$\text{即 } U_s \approx 255\text{V}$$

7.4.13 某四级三相异步电动机的额定功率为 30kW, 额定电压为 380V, 三角形接法, 频率为 50Hz。在额定负载下运行时, 其转差率为 0.02, 效率为 90%, 线电流为 57.5A, 试求: (1) 转子旋转磁场对转子的转速; (2) 额定转矩; (3) 电动机的功率因数。

$$\text{【知识点窍】 转差率 } s_N = \frac{n_1 - n_N}{n_1}, \text{ 转矩 } T_N = \frac{P_N}{n_N} 9550, \text{ 功率因数 } \cos\varphi_N = \frac{P_N}{\eta\sqrt{3}U_N I_N}.$$

【逻辑推理】 直接利用公式进行计算。

$$\text{【解题过程】 由于是四级电动机, 故 } p = 2 \text{ 时, 则 } n_0 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \times 50}{2} = 1500\text{r/min}$$

$$n_N = n_1(1 - s_N) = 1500(1 - 0.02) = 1470\text{r/min}$$

(1) 转子旋转磁场对转子的转速即为转差

$$n_2 = \Delta n = 1500 - 1470 = 30\text{r/min}$$

(2) 额定转矩

$$T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N} = 9550 \times \frac{30}{1470} \approx 195\text{N} \cdot \text{m}$$

(3) 功率因数

$$\cos\varphi_N = \frac{P_N}{\eta\sqrt{3}U_N I_N} = \frac{30 \times 10^3}{0.9 \times \sqrt{3} \times 380 \times 57.5} \approx 0.88$$

7.5.4 习题 7.4.13 中电动机的 $T_m/T_N = 1.2$, $I_m/I_N = 7$, 试求: (1) 用 Y- Δ 换接启动时的启动电流和启动转矩; (2) 当负载转矩为额定转矩的 60% 和 25% 时, 电动机能否启动。

【知识点窍】 Y- Δ 负载换接启动。

【逻辑推理】 比较直接启动与 Y- Δ 负载换接启动。

【解题过程】 (1) 直接启动电流为 $I_m = 7I_N = 7 \times 57.5 = 402.5\text{A}$ 。Y- Δ 换接启动时启动电流

$$I_{mY} = \frac{1}{3}I_m = \frac{1}{3} \times 402.5 \approx 134.2\text{A}$$

直接启动时启动转矩

$$T_m = 1.2T_N = 1.2 \times 195 = 234\text{N} \cdot \text{m}$$

Y- Δ 换接起时启动转矩

$$T_{mY} = \frac{1}{3}T_m = \frac{1}{3} \times 234 = 78\text{N} \cdot \text{m}$$

能否启动, 根据 T_C 与 T_m 大小关系, $T_C < T_m$ 时才可以启动。

(2) 当负载转矩为 60% T_N 时

$$\begin{aligned} T_C &= 60\% \times 195 \\ &= 117\text{N} \cdot \text{m} > T_{mY} = 78\text{N} \cdot \text{m} \text{ 不能启动。} \end{aligned}$$

负载转矩 $T_C = 25\% T_N$ 时

$$\begin{aligned} T_C &= 25\% T_N \\ &= 25\% \times 195 \approx 48.75\text{N} \cdot \text{m} < T_{mY} = 78\text{N} \cdot \text{m} \text{ 可以启动。} \end{aligned}$$

7.5.5 在习题 7.4.13 中, 如果采用自耦变压器降压启动, 而使电动机的启动转矩为额定转矩的 85%, 试求: (1) 自耦变压器的变比; (2) 电动机的启动电流和线路上的启动电流各为多少?

【知识点窍】 自耦变压器降压启动。

【逻辑推理】 利用转矩的变化可求出自耦变压器的变比 K , 再利用直接启动与自耦变压器启动时的电流关系求出此时的启动电流。

【解题过程】 (1) 由定义自耦变压器降压启动的转矩为直接启动的 $\frac{1}{K^2}$, 即

$$T'_m = \frac{1}{K^2} T_m$$

又因为直接启动时 $\frac{T_m}{T_N} = 1.2$, 所以得

$$K = \sqrt{\frac{T_m}{T'_m}} = \sqrt{\frac{1.2T_N}{0.85T_N}} = \sqrt{\frac{1.2}{0.85}} \approx 1.19$$

(2) 电动机的自耦变压器启动时, 启动电流比直接启动电流小 K 倍, 即

$$I_{m0} = \frac{I_m}{K} = \frac{402.5}{1.19} \approx 339\text{A}$$

同理, 由变比定义线路上启动电流则为

$$I_{L0} = \frac{1}{K} I_{m0} = \frac{339}{1.19} \approx 285\text{A}$$

7.5.6 (1) Y180L-4 型在相异步电动机, 22kW, $I_m/I_N = 7$; (2) Y250M-4 型在相异步电动机, 55kW, $I_m/I_N = 7$ 。若电源变压器容量为 560kV·A, 试问上列两电动机能否直接启动?

【知识点窍】 异步电机直接启动条件。

【解题过程】 经验公式 $\frac{I_m}{I_N} \leq \left(\frac{3}{4} + \frac{\text{电源总容量(KV} \cdot \text{A)}}{4 \times \text{启动电动机功率(kW)}} \right)$ 判定。

(1) Y180L-4 型电机, 有 $\frac{I_m}{I_N} = 7$ 且 $\frac{3}{4} + \frac{560}{4 \times 22} = 0.75 + 6.364 = 7.1147$, 而 < 7.114 满足条件可直接启动。

(2) Y250M-4 型之相异步电机, 有 $\frac{I_m}{I_N} = 7$ 且 $\frac{3}{4} + \frac{560}{4 \times 55} = 0.75 + 2.55 = 3.3$, 而 > 3.3 不能直接启动。

7.9.1 某一车床, 其加工工件的最大直径为 600mm, 用统计分析法计算主轴电动机的功率。

【知识点窍】 统计分析法。

【逻辑推理】 直接用统计分析公式 $P = 36.5D^{2.31}$ 来代入数据计算。

【解题过程】 由对车床的统计分析, 其功率应为

$$P = 36.5D^{2.31} = 36.5 \times (600 \times 10^{-3})^{2.31} \approx 16.62\text{kW}$$

7.9.2 有一短时运行的三相异步电动机, 折算到轴上的转矩为 130N·m, 转速为 750r/min, 求电动机的功率, 取过载系数 $\lambda = 2$ 。

【知识点窍】 过载系数 $\lambda = \frac{T}{T_N}$, 额定功率 $P = \frac{T_N}{9550}$ 。

【逻辑推理】 直接由公式求得。

【解题过程】 根据过载系数定义, 有 $T_N = \frac{T}{\lambda}$, 于是过载功率

$$P = \frac{9550\lambda}{130 \times 730} = \frac{9550 \times 2}{130 \times 730} \approx 4.97 \text{ kW}$$

可选用 $P_N = 5.5 \text{ kW}$ 的电动机。

7.9.3 有一台三相异步电动机在轻载下运行,已知输入功率 $P_1 = 20 \text{ kW}$, $\cos\varphi = 0.6$,今接入三角形连接的补偿电容,如图 7.9.3 图所示,使其功率因数达到 0.8。又已知电源线电压为 380V,频率为 50Hz,试求:(1)补偿电容器的无功功率;(2)每相电容 C_Δ 。

【知识点窍】无功功率补偿电容。

【逻辑推理】由公式可直接求得。

【解题过程】(1)根据无功功率定义,可以得到补偿电容上的无功功率为

$$Q = P(\tan\varphi - \tan\varphi')$$

$$= P[\tan(\arccos 0.6) - \tan(\arccos 0.8)]$$

$$= 20 \times 0.583 \approx 11.7 \text{ kvar}$$

(2)每相电容值,由于是 Δ 连接, $Q_\Delta = Q/3$,由补偿电容的定义式

$$Q_\Delta = \frac{3\omega U_\Delta^2}{11.7 \times 10^3} = \frac{3 \times 2\pi \times 50 \times 380^2}{11.7 \times 10^3} \approx 86 \mu\text{F}$$

C 拓宽题

7.1.1 一般电动机的空气隙为 0.2~1.0mm,大型电动机为 1.0~1.5mm,试分析空气隙过大或过小对电动机的运行有何影响。

【解题过程】气隙过大将使磁阻(空气对磁通的阻力称为磁阻)增大,因而使励磁电流磁增大,功率因数降低,电动机的性能变坏,如果气隙过小,将会使铁芯、损耗增加,运行时转子铁芯可能与定子铁芯相碰触,甚至难以启动鼠笼式转子,因此异步电动机的空气隙,不得过大和过小。

7.4.14 三相异步电动机能否稳定运行,主要看运行中受到于

一个轴的平衡状态,在题 7.4.14 图中,试分析:(1)电动机原在负载转矩下稳定运行,其工作点在图中所示机械特性曲线 abc 段的 b 点,问在负载转矩增大和减小两种情况下电动机能否稳定运行,工作点和转速有何变化?(2)假设电动机原在 cd 段的 d 点运行,当由于某种原因,负载略有增大和减小时电动机能否稳定运行,最终电动机是否会停止运行?还是能稳定运行?

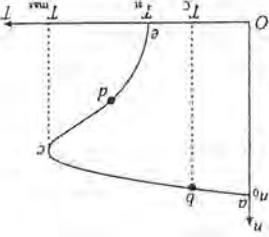


图 7.4.14 图

【解题过程】(1)负载转矩增大时,能稳定运行,工作点 b 沿曲线

向右侧移动,转速下降负载转矩减小时,能稳定运行,工作点由 b 沿曲线向左侧移动,转速上升。

(2)电动机原在 d 点运行,负载增大时,转矩增大,转速也增大,电机不能稳定运行,负载转矩减小

时,转速也减小,电机不能稳定运行。

7.5.7 试从机械特性曲线分析三相异步电动机容量启动的过程,最后在何处稳定运行?

【解题过程】三相异步电动机固有机械特性曲线如图解 7.5.7 空载启动时,负载转矩为 0 最终

子转速接近于同步转速 n_1 ,稳定运行于 n_1 点,空载启动时,转矩不变,转速不断上升。

7.5.8 某工厂的电源容量为 560kV·A,一皮带运输机采用三相笼型异步电动机拖动,其技术数据为:40kW, Δ 形连接, $I_N/I_s = 7$, $T_N/T_s = 1.8$,今要求

带 0.8 T_N 的负载启动,试问应采用什么方法(直接启动、Y- Δ 换接启动、自耦降压启动)启动?

【解题过程】由于 $I_N/I_s = 7$ 启动电流较大,而且带 0.8 T_N 负载故采用 Y- Δ 换接启动方式比较合理。

Y- Δ 启动电流为直接启动的 $\frac{1}{3}$,启动转矩也是直接启动转矩的 $\frac{1}{3}$ 。

自耦降压启动,不能带重载启动,自耦变压器体积大价格高,故不采用。

7.7.1 当三相异步电动机下放重物时,会不会因重力加速度急剧下落而造成危险?

【解题过程】不会有危险,快速下放重物时,重物拖动转子反转,重物受到制动而等速下降此时电动机进入发电机运行状态,将重物的位能转化为电能反馈到电网里去。

7.10.1 某工厂负载为 850kW,功率因数为 0.6(滞后),由 1600kV·A 变压器供电,现添加 400kW 功率的负载,由同步电动机拖动,其功率因数为 0.8(超前),问是否需要加大变压器容量?这时

将工厂的功率因数提高到多少?

【知识点窍】视在功率 S 及功率因数 $\cos\varphi$ 。

【逻辑推理】负载 850kW 为有功功率,其上无功功率 850tan(arccos 0.6),

同理,400kW 为有功功率,400tan(arccos 0.8) 为无功功率。

由无功功率定义: $\theta_1 = \theta_2 = P_1 \tan\varphi_1 - P_2 \tan\varphi_2$ 。

【解题过程】总的视在功率为

$$S = \sqrt{(P_1 + P_2)^2 + (Q_1 - Q_2)^2}$$

$$= \sqrt{(P_1 + P_2)^2 + (P_1 \tan\varphi_1 - P_2 \tan\varphi_2)^2}$$

$$= \sqrt{(P_1 + P_2)^2 + [(P_1 \tan(\arccos 0.6) - P_2 \tan(\arccos 0.8))]^2}$$

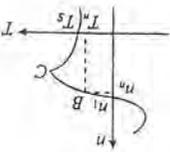
$$= \sqrt{(850 + 400)^2 + (850 \times 1.33 - 400 \times 0.75)^2}$$

$$\approx 1502 \text{ kV} \cdot \text{A} < 1600 \text{ kV} \cdot \text{A}$$

因此不必加大变压器的容量,功率因数

$$\cos\varphi = \frac{P_1 + P_2}{S} = \frac{1502}{850 + 400} \approx 0.83$$

即工厂总功率因数提高到 0.83。



图解 7.5.7

第8章 直流电动机

了解直流电动机的结构、特点、分类及其转动原理,掌握直流电动机的电磁转矩公式、感应电动势公式及电枢电路的电压平衡方程式,并掌握直流电动机的调速原理、调速方法以及起动和反转的方法。

8.1 重点内容提要

一、直流电动机的构造和基本工作原理

1. 构造

原理结构示意图如图 8.1 所示。

定子:磁极及励磁绕组,炭刷。

转子:电枢铁心与电枢绕组,换向器。

2. 工作原理

在直流电动机下,电枢绕组通过电流,在磁场的作用下产生电磁转矩驱使电枢旋转,把电能转换为机械能。电枢绕组通过换向器与外电路相联,换向器的作用是当线圈的有效边从 N 极(或 S 极)下转到 S 极(N 极)下时,改变电流的方向,使 N 极下有效边的电流总是同一方向,转矩也保持同一方向。按励磁方式分为:他励、并励、串励、复励四种。

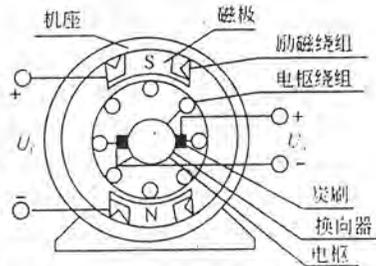


图 8.1

(1) 可逆性:同一台电机既可作电动机,也可作发电机。

(2) 基本物理量关系:

发电机 电源电动势: $E = K_e \Phi n$

阻力转矩: $T = K_T \Phi I_a$, $T_1 = T_0 + T$, E 和 I_a 同方向

电动机 反电动势(电枢电动势): $E_F = K_e \Phi n$

原动转矩: $T = K_T \Phi I_a$, $T = T_2 + T_0$, E_F 与 I_a 方向相反

二、直流电动机的机械特性

1. 电压电流关系

$$\begin{cases} U = E_F + I_a R_a \\ I_a = \frac{U - E_F}{R_a} \\ I_f = \frac{U}{R_f} \\ I = I_a + I_f \end{cases}$$

2. 机械特性

由 $T = K_T \Phi I_a$ 及 $E_F = K_e \Phi n$ 得直流电动机转速公式:

$$n = \frac{E_F}{K_e \Phi} = \frac{U - I_a R_a}{K_e \Phi} = \frac{U}{K_e \Phi} - \frac{R_a}{K_e K_T \Phi^2} T \approx n_0 - \Delta n$$

理想空载转速: $n_0 = \frac{U}{K_e \Phi}$

转速降落: $\Delta n = \frac{R_a}{K_e K_T \Phi^2} T$

K_e ——电动机的电动势系数,是与电机结构有关的常数;

Φ ——磁场磁通;

n ——电机轴上的转速;

K_T ——电动机的转矩系数,与电机结构有关的常数;

I_a ——电枢电流。

机械特性特点:① $n = f(T)$ 是直线;② 具有硬特性。

机械特性如图 8.2 所示。

3. 直流电动机的额定值及功率平衡关系

直流电动机的额定值有: U_N , I_N , n_N , η_N , P_N (轴上输出功率)

功率平衡关系:

输出功率: $P_1 = UI$

输入功率: $P_2 = \frac{T_N n}{9550}$

铜损耗: $P_{Cu} = I_a^2 R_a + I_f^2 R_f$

机械摩擦损耗: $P_{Mx} = \frac{T_b n}{9550}$

空载损耗: $\Delta P_0 = P_{Fe} + P_{Mx} + P_{Cu0} \approx P_{Mx} + I_f^2 R_f$

$P_1 = P_2 + \Delta P_0 + P_{Cu} = P_0 + \Delta P + I_a^2 R_a$

效率: $\eta = \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{P_2 + \Delta P_0 + I_f^2 R_f} \times 100\%$

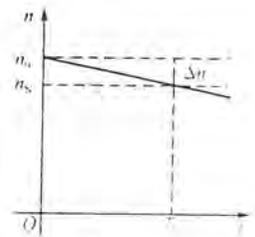


图 8.2

三、并励电动机的起动和反转

1. 起动

(1) 起动问题: 起动电流大($n=0$ 时 $E_F=0, I_a=(10\sim 20)I_N$), 起动转矩也大($T\propto I_a$, 也为(10~20) T_N),

后果: 造成换回困难, 烧坏换向器, 而且产生机械冲击, 将轴扭断。

(2) 起动方法:

① 电枢串电阻起动法。

$$I_a = \frac{U}{R_a + R_{\Omega}} \leq (1.5 \sim 2.5) I_N$$

$$R_{\Omega} = \frac{U}{I_a} - R_a$$

② 降压起动法: 最大起动电压。

$$U = I_a R_a = (1.5 \sim 2.5) I_N R_a$$

2. 反转

由 $T = K_T \Phi I_a$, 可知有两种方法。

(1) 改变电枢绕组极性以改变 I_a 方向, 此法是最常用的。

(2) 改变励磁绕组极性以改变励磁电流方向或磁通方向, 很少用。

3. 特殊使用问题“失磁”

直流并励电动机励磁电路断线, 则 $I_f=0$, 称为“失磁”, 其后果是:

(1) 静止状态: 转矩大小不能起动, 电流过大, 烧坏电枢绕组。

(2) 有载运行状态: 失去转矩而停车, 反电势减小电流过大, 烧坏换向器。

(3) 空载运行状态: 发生“飞车”, 转速过高, 造成机械破坏。

四、并励(他励)电动机的调速

1. 变频调速

保持电枢电压 U 不变, 改变磁通 Φ , 只能上调, 机械特性如图 8.3 所示。

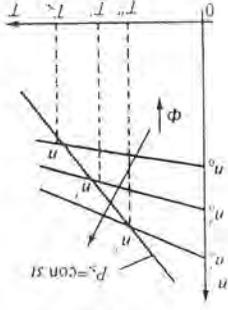
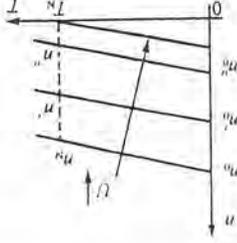


图 8.3



其特点如下:

(1) 调节平滑, 无级。

(2) 设备简单, 电流小, 便于控制。

(3) 机械特性较硬, 稳定性较好。

(4) 调速范围: 专用电机可达 3~4 倍。

过程分析: $I_f \rightarrow \Phi \rightarrow E_F \rightarrow I_a \rightarrow T \rightarrow n \rightarrow E_F \rightarrow I_a \rightarrow T = T_a$ 平衡。

(5) 只能作恒功率调速。

2. 变频调速

保持 I_f 为额定, 改变电枢电压, 调速只能在额定电压以下进行, 即只能降速。机械特性如图 8.4 所示, 其特点如下:

(1) 机械特性硬, 稳定性好。

(2) 调速范围大。

(3) 平滑, 均匀, 无级。

过程分析: $U \rightarrow I_a \rightarrow T \rightarrow n \rightarrow E_F \rightarrow I_a \rightarrow T \rightarrow T$

$= T_a$ 稳定。

(4) 可作恒转矩调速。

考点: 额定值的计算, 起动问题的分析。

8.2 练习与思考题解答

8.2.1 【解题过程】 发电机由磁场中运动物体产生电流、感生电动势, 故用左手定则, 导体中电流所受到磁场所作用力的方向及其形成的转矩方向与转动方向相反, 为阻转矩。

电动机中, 应用右手定则, 可知感生电动势 e 与电流方向相反, 为反电动势。

8.2.2 【解题过程】 因为直流发电机中, N 极下产生的感应电动势方向与 S 极下产生的感应电动势方向相反, 所以导体旋转一周, 感应电动势交变一次。

直流发电机电机中, 共有两个换向器, 一个在 N 极下, 一个在 S 极下; 一个引出电流, 一个引入电流, 其两端电压方向不变, 为了在负载中获得直流电压和电流, 从而起到整流作用。

在电动机中, 外部输入的是直流电, 为了使导体在不同磁极下形成方向不变的电磁转矩, 必须将直流电变成绕组中的交流电, 换向器就是使电压方向在一个周期中改变两次, 具体分析即为直流发电机的逆变过程。

8.4.1 【解题过程】 电动机转动方向与电磁转矩 T 的方向一致, 根据 $T = K_T \Phi I_a$, 可知, 若将电源两根线对调, 则 Φ 和 I_a 方向同时改变, T 的方向不变, 因此不能改变转动方向。

8.4.2 【解题过程】 二者不相同。

起动时, 电动机有转速 $n=0$, 转差率 $s=1$, 由 $I_2 = \frac{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}}{sE_{20}}$ 和 $E_2 = sE_{20}$ 可知, E_{20} 此时为最大, I_2 和 I_1 也很大。

直流电动机起动时, 转速 $n=0$, 使反电势 $E_F=0$, 从而造成起动电流很大。

8.4.3 【解题过程】 不可以, 当电源电压降低时, 电枢电压和励磁电压降低了, 起动转矩减小。

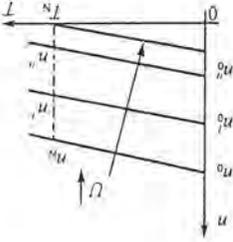


图 8.4

可能无法起动。如果稍有转动,那么因为磁通很小,则反电动势也很小,将出现很大的起动电流长时间维持的情况,因而烧坏换向器及电枢绕组。

8.5.1 【解题过程】 一般只能降低电源电压,从而降低并励电动机耗电电压,不仅电枢电压降低而且励磁电压也降低,即磁通也减小。理想空载时,由于 $n_0 = \frac{U}{K_E \Phi}$, $U = E_F$ 和 Φ 成正比,于是 n_0 不变,当负载转矩不变时, Φ 减小,由 $T = K_T \Phi I_a$ 可知电枢电流 I_a 增大, $\Delta n = \frac{R_a T}{K_E K_T \Phi^2}$ 也增大,特性变软,转速略有下降,达不到变电压调速的目的。

8.5.2 【解题过程】 并励直流电动机的调速方法有:

即改变电枢电压、改变磁通(即改变励磁电流或电压)和在电枢电路中串联调速电阻。

它们调速的优点:平滑、连续调节,调速幅度大,而且有较硬的机械特性(前二种),调节设备简单、经济、维护方便。

而三相异步电动机虽然也有三种调速方法:①变频调速:技术复杂,设备价格高,不便于维护。调速幅度远不如直流机;②变极对数调速法:只用于对专门制造的多速电机进行有级调速;③转子串电阻调速:只适用于绕线式电机,它和直流机电枢串电阻法一样,能耗大、特性软。

8.3 课后习题全解

8.1.1 如何从电动机结构的外貌上来区别直流电动机、同步电动机、笼型异步电动机和绕线转子异步电动机?

【解题过程】 首先将对象分为直流电机,三相交流电机,则从电源接线端子个数上将直流电机区分开,再将剩下部分分为同步电机与异步电机,由于同步电机转子励磁绕组需要电源,由此可将同步电机区分出,最后两种异步机,转子结构差异很大,笼型电机转子无绕组,所以可再将两者区分开。

8.3.1 他励电动机在下列条件下其转速、电枢电流及电动势是否改变?

- (1) 励磁电流和负载转矩不变,电枢电压降低;
- (2) 电枢电压和负载转矩不变,励磁电流减小;
- (3) 电枢电压和励磁电流不变,负载转矩减小;
- (4) 电枢电压、励磁电流和负载转矩不变,与电枢串联一个适当阻值的电阻 R'_a 。

【知识点窍】 他励电动机。

【逻辑推理】 他励电动机的各基本物理量之间的关系,注意励磁电流和磁通成正比。

【解题过程】 (1) 电枢电压下降时,因励磁电流不变,磁通也不变,因此理想空载转速 n_0 下降,导致转速下降,由于负载转矩不变,由 $E_F = K_E \Phi n$, 所以电枢电流不变,而反电动势则降低。

(2) 励磁电流减小,磁通减小,理想空载转速 $n_0 = \frac{U}{K_E \Phi}$ 升高,由 $n = n_0 - \Delta n$ 导致转速升高;为了维持电磁转矩等于负载转矩不变,电枢电流升高;因为电枢电压不变,反电动势 $E_F = U - I_a R_a$ 将下降,则转速 $n = \frac{U - I_a R_a}{K_E \Phi}$ 也将下降。

(3) 转速增大,电枢电流减小,电动势不变。

(4) 电枢串入电阻 R_a 后,电压增加,使反电动势 E_F 下降;在磁通不变条件下,转速 $n = \frac{E_F}{K_E \Phi}$ 将

下降;因为负载转矩不变,所以电枢电流不变。

8.3.2 一台直流电动机的额定转速 3000r/min,如果电枢电压和励磁电流均为额定值时,试问该电机是否允许在转速为 2500r/min 下长期运行?为什么?

【知识点窍】 直流电动机的机械特性。

【逻辑推理】 由直流电动机的机械特性 $\frac{R_a}{K_E K_T \Phi^2} T = \Delta n$ 可知转矩之比为转速差之比,由此得到实际转矩与额定转矩的关系,再进行分析。

【解题过程】 直流电动机机械特性是硬特性。

于是

$$\frac{T}{T_N} = \frac{n_0 - n}{n_0 - n_N} = \frac{n_0 - 2500}{n_0 - 3000}$$

$$T = \left(1 + \frac{500}{n_0 - 3000}\right) T_N$$

一般, Δn 为 $(5 \sim 10)\% n_N$, 如果 $\Delta n = 10\% n_N = 300 \text{r/min}$, 则 $T = 2.57 T_N$, 电动机严重超载,不能长期运行。

8.3.3 有一 Z2-32 型他励电动机,其额定数据如下: $P_2 = 2.2 \text{kW}$, $U = U_N = 110 \text{V}$, $n = 1500 \text{r/min}$, $\eta = 0.8$; 并已知 $R_a = 0.4 \Omega$, $R_f = 82.7 \Omega$, 试求: (1) 额定电枢电流; (2) 额定励磁电流; (3) 励磁功率; (4) 额定转矩; (5) 额定电流时的反电动势。

【知识点窍】 电动机各物理量的关系。

【逻辑推理】 直接利用这些量之间的关系式求解。

【解题过程】 (1) 额定输入功率

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{2.2}{0.8} = 2.75 \text{kW}$$

$$\text{额定电流 } I_N = \frac{P_1}{U_N} = \frac{2.75 \times 10^3}{110} = 25 \text{A}$$

(2) 额定励磁电流

$$I_{fN} = \frac{U_f}{R_f} = \frac{110}{82.7} \approx 1.33 \text{A}$$

额定电枢电流

$$I_a = I_N - I_{fN} = 25 - 1.33 \approx 23.7 \text{A}$$

(3) 励磁功率

$$P_f = U_f I_{fN} = 110 \times 1.33 = 146.3 \text{W}$$

(4) 额定转矩

$$T_N = 9550 \frac{P_2}{n_N} = 9550 \times \frac{2.2}{1500} = 14 \text{N} \cdot \text{m}$$

(5) 反电动势

$$E_F = U - I_a R_a = 110 - 23.7 \times 0.4 \approx 100.5 \text{V}$$

8.4.1 对习题 8.3.3 的电动机,试求: (1) 起动初始瞬间的起动电流; (2) 如果使起动电流不超过额定电流的 2 倍,求起动电阻,并问起动转矩为多少?

【知识点窍】 欧姆定律。

【逻辑推理】 再利用转矩与电流的关系求出启动转矩。

【解题过程】 (1) 由欧姆定律 $I_N = \frac{U_N}{R_s} = \frac{110}{0.4} = 275\text{A}$

$$(2) R_s = R_u + R_s$$

由 $I_N \leq 2I_N = 2 \times 275 = 550\text{A}$, 由欧姆定律

$$R_u + R_s = \frac{U_N}{I_N} = \frac{215}{275}$$

$$R_u = \frac{U_N}{2I_N} - R_s = \frac{110}{47.4} - 0.4 \approx 1.92\Omega$$

当 ϕ 一定时, $T \propto I$, 于是 $\frac{T_N}{I_N} = \frac{T_s}{I_s}$

$$T_u = \frac{I_s}{I_N} \cdot T_N = 2 \times 14 = 28\text{N} \cdot \text{m}$$

8.5.1 对习题 8.3.3 的电动机, 如果保持额定转矩不变, 试求用下列两种方法调速时的转速: (1) 磁通不变, 电枢电压降低 20%; (2) 磁通和电枢电压不变, 与电枢串联一个 1.6Ω 的电阻; (3) 作出习题

8.3.3 额定运行时以及本题(1)、(2)两种情况时的机械特性曲线并作一比较。

【知识点窍】 反电动势公式 $E_f = K_e \phi n$, 直流电动机转速公式 $n = \frac{U - I_a R_a}{K_e \phi}$ 。

【逻辑推理】 通过电动机反电动势公式和直流电动机机械特性求解。

【解题过程】 (1) 当磁通不变, 并使额定转矩保持不变时, 必有电枢电流不变, 即 $I_a = I_{aN}$ 。

由于 $E_f = K_e \phi n$, 于是 n 与 E_f 成正比。

$$\frac{n}{n_N} = \frac{E_f}{E_{fN}} = \frac{U - I_a R_a}{U_N - I_{aN} R_a} = \frac{U - I_{aN} R_a}{U_N - I_{aN} R_a}$$

则

$$n = \frac{0.8 U_N - I_{aN} R_a}{U_N - I_{aN} R_a} \times n_N = \frac{110 - 23.7 \times 0.4}{110 - 23.7 \times 0.4} \times 1500 = 1170\text{r/min}$$

(2) 当转矩、磁通及电压均不变时, 由 $n = \frac{U - I_a R_a}{K_e \phi}$ 可知, 串联电阻 $R = 1.6\Omega$, 则有

$$\frac{n}{n_N} = \frac{U - I_{aN} (R_a + R)}{U_N - I_{aN} R_a}$$

$$n = \frac{110 - 23 \times (0.4 + 1.6)}{110 - 23.7 \times 0.4} \times 1500 = 900\text{r/min}$$

(3) 略

8.5.2 对习题 8.3.3 的电动机, 允许削弱磁场调到最高转速 3000r/min, 试求当保持电枢电流为额定值的条件下, 电动机调到最高转速后的电磁转矩。

【知识点窍】 电动机各物理量之间的关系。

【逻辑推理】 n 与 ϕ 成正比, T 与 ϕ 成正比, 于是 T 与 n 成正比。

【解题过程】 方法一: I_a 不变, 于是反电动势 $E_f = -I_a R_a + U$ 也不变。

$$E_f = E'_f$$

$$\text{因为 } E_f = K_e \phi n_N, E'_f = K_e \phi' n$$

$$K_e \phi' n = K_e \phi n_N$$

$$\frac{\phi}{\phi_N} = \frac{n}{n_N}$$

又因为 $T = K_T \phi I_a$, 于是

$$\frac{T}{T_N} = \frac{K_T \phi' I_{aN}}{K_T \phi I_{aN}} = \frac{\phi'}{\phi}$$

$$T = (\phi'/\phi) \times T_N = (n_N/n) \times T_N = \frac{1500}{3000} \times 14 = 7\text{N} \cdot \text{m}$$

方法二: 由于 $T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N}$, 在功率不变条件下

$$T_N n_N = T' n' = 9550 \times P_N$$

$$T' = \frac{T_N n_N}{n'} = \frac{1}{3000} \times 14 \times 1500 = 7\text{N} \cdot \text{m}$$

8.5.3 有一台并励电动机, 其额定数据如下: $P_2 = 10\text{kW}$, $U = 220\text{V}$, $I = 53.8\text{A}$, $n = 1500\text{r/min}$; 并已知 $R_a = 0.4\Omega$, $R_f = 193\Omega$ 。今在励磁电路串进励磁调节电阻 $R'_f = 50\Omega$, 采用调磁调速。(1) 如保持额定转矩不变, 试求转速 n 、电枢电流 I_a 及输出功率 P_2 ; (2) 如保持额定电枢电流不变, 试求转速 n 、转矩 T 、输出功率 P_2 。

【知识点窍】 电动机各物理量之间的关系。

【逻辑推理】 ϕ 与 I_f 成正比, ϕ 与 I_a 成反比, 由功率公式 $P = \frac{T \cdot n}{9500}$ 可知, 功率 P 与转矩、转速成正比。

【解题过程】 (1) 励磁电流额定值

$$I_{fN} = \frac{U}{R_f} = \frac{220}{193} \approx 1.14\text{A}$$

串入电阻 R'_f 后励磁电流

$$I'_f = \frac{U}{R_f + R'_f} = \frac{220}{193 + 50} \approx 0.905\text{A}$$

假定磁路工作在磁化曲线的线性段, 则 ϕ 与 I_f 成正比, 于是

$$\frac{\phi}{\phi_N} = \frac{I'_f}{I_{fN}} = \frac{0.905}{1.14} \approx 0.794$$

由于额定转矩保持不变, 则有 $T' = T_N$, 由于

$$T' = K_T \phi' I_a, T_N = K_T \phi I_{aN}$$

$$K_T \phi' I_a = K_T \phi I_{aN}, I_a = I_N = I_N - I_{fN} = 53.8 - 1.14 = 52.66\text{A}$$

于是 $I_a = \frac{\phi}{\phi_N} I_{aN} = \frac{0.794}{1} I_{aN} = \frac{1}{0.794} \times 52.66 \approx 66.3\text{A}$

由反电动势

$$E_f = K_e \phi' n, E_{fN} = K_e \phi n_N$$

又因为 $E_f = U - I_a R_a, E_{fN} = U - I_{aN} R_a$

$$\frac{E_f}{E_{fN}} = \frac{K_e \phi' n}{K_e \phi n_N} = \frac{\phi'}{\phi} \cdot \frac{n}{n_N} = \frac{U - I_a R_a}{U - I_{aN} R_a}$$

于是

$$\text{则转速为 } n = \frac{1}{\phi'/\phi} \cdot \frac{U - I_{aN} R_a}{U - I_a R_a} n_N$$

$$= \frac{1}{0.794} \times \frac{220 - 66.3 \times 0.4}{220 - 52.66 \times 0.4} \times 1500$$

$$\approx 1837 \text{ r/min}$$

输出功率

$$P_2 = \frac{T_N n}{9550} = \frac{n}{9550} \times 9550 \frac{P_{2N}}{n_N}$$

$$= \frac{n}{n_N} P_{2N} = \frac{1837}{1500} \times 10 \approx 12.25 \text{ kW}$$

(2) 当保持 $I_a = I_{aN}$ 不变时,反电动势也不变,则

$$n = \frac{\Phi}{\Phi'} n_N = \frac{1}{0.794} \times 1500 \approx 1889 \text{ r/min}$$

$$\frac{T'}{T_N} = \frac{K_T \Phi' I_{aN}}{K_T \Phi I_{aN}} = \frac{\Phi'}{\Phi}$$

额定转矩为

$$T_N = 9550 \frac{P_{2N}}{P_N}$$

因为转矩为

$$T' = \frac{\Phi'}{\Phi} T_N = 0.794 \times 9550 \frac{P_{2N}}{n_N}$$

$$= 0.794 \times 9550 \times \frac{10}{1500} \approx 50.3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

此时输出功率

$$P_2 = \frac{T' n}{9550} \text{ (转矩定义式)}$$

$$= \frac{1}{9550} \cdot \frac{\Phi'}{\Phi} T_N \cdot \frac{\Phi}{\Phi'} n_N$$

$$= \frac{T_N \cdot n_N}{9550} = P_{2N} = 10 \text{ kW}$$

结论:

(1) 负载转矩不变时,弱磁调速使电枢电流和输出功率增大,造成过载,只能用于空载或轻载。

(2) 电枢电流不变时,弱磁调速使功率不变,而电磁转矩减小。

8.5.4 对习题 8.5.3 的电动机,若由于负载减小,转速升高到 1600 r/min,试求这时的输入电流 I_a 。设磁通保持不变。

【知识点窍】 转速公式 $n = \frac{U - I_a R_a}{K_E \Phi}$ 。

【逻辑推理】 由转速公式可得到转速与电枢电流之间的关系,继而可得到输入电流。

【解题过程】 由于 $n = \frac{E_f}{K_E \Phi} = \frac{U - I_a R_a}{K_E \Phi}$

于是

$$\frac{E_f}{E_{fN}} = \frac{K_E \Phi' n}{K_E \Phi n_N} = \frac{\Phi'}{\Phi} \cdot \frac{n}{n_N} = \frac{U - I_a R_a}{U - I_{aN} R_a}$$

假设磁通 Φ 不变,即 $\Phi' = \Phi$,于是

$$\frac{n}{n_N} = \frac{E_f}{E_{fN}} = \frac{U - I_a R_a}{U - I_{aN} R_a}$$

即 $U - I_a R_a = \frac{n}{n_N} (U - I_{aN} R_a)$

$$I_a R_a = U - \frac{n}{n_N} (U - I_{aN} R_a)$$

所以 $I_a = \frac{1}{R_a} [U - \frac{n}{n_N} (U - I_{aN} R_a)]$

代入数据,则

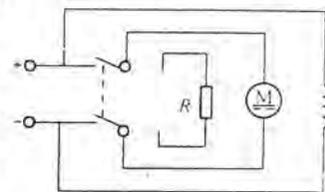
$$I_a = \frac{1}{0.4} [220 - \frac{1600}{1500} \times (220 - 52.66 \times 0.4)] = 19.5 \text{ A}$$

输入电流

$$I = I_a + I_f = 19.5 + 1.14 = 20.64 \text{ A}$$

8.5.5 题 8.5.5 图所示是并励电动机能耗制动的接线图,所谓能耗制动,就是在电动机停车时,将它的电枢从电源断开而接到一个大小适当的电阻 R 上,励磁不变,试分析制动原理。

【解题过程】 在停车时断开电枢电源而将其接到电阻 R 上时,电动机仍以惯性旋转,由于磁通 Φ 不变,产生感生电动势,以及与电动势方向相同的电枢电流,与原来电枢电流方向相反。新的电枢电流流经 R ,将电动机惯性机械能转换成电能消耗在电阻 R 上。由于电流方向与原来相反,产生的电磁转矩方向也与原来相反,是阻止电枢旋转的,故为制动转矩。这就是能耗制动的原理。



题 8.5.5 图

由于转速越来越慢,制动转矩也不断减小。当转速为零时,制动转矩也为零,可准确停车。

8.5.6 试对三相笼型电动机与并励直流电动机在运行(起动、调速、反转、制动)以及适用场所进行比较。

【解题过程】 (1) 三相笼型异步电机:

降压起动方式有:① 定子串接电抗器起动;② $Y-\Delta$ 起动;③ 自耦降压起动。

调速方式有:① 改变定子电压调速;② 转子回路串接电阻调速。

制动方式有:① 能耗制动;② 反接制动;③ 回馈发电反馈制动。

应用场所:主要应用于驱动各种金属切削机床起重机、铸造机械水泵等生产生活场所。

(2) 并励直流电动机:

起动方式有:① 直接起动;② 电枢串电阻起动;③ 降低电源电压起动。

调速方式有:① 改变电枢回路里串联电阻;② 减小气隙磁通中;③ 改变电枢端电压 U_a 。

电磁制动方式有:① 回馈制动;② 能耗制动;③ 反接制动。

应用场所:要求精度高,宽调速电力拖动的场所。

第9章 控制电机

9.1 重点内容提要

本章重点介绍几种常用控制电机的工作原理,主要性能和它们在自动控制系统中的作用。了解自动控制系统的基本组成和性能指标的意义。

一、伺服电机

分为三类:交流伺服电动机、直流伺服电动机、直流力矩电动机。

1. 交流伺服电动机

一种电容分相式两相异步电动机,常用杯形转子,定子有励磁绕组和控制绕组。因转子电阻大,机械特性很软。转速和转动方向由控制电压的大小和相位决定,控制电压为零,电机立即停转。这种电动机常用于工业中记录式仪表自动控制系统中。

2. 直流伺服电动机

结构与普通直流电动机类似,磁极常用永久磁铁,机械特性是线性,较硬;转速大小和方向取决于电枢电压的大小和极性,电压为0则转速为0,从而实现控制目的,用于功率精度大的控制系统中。

二、测速发电机

1. 交流测速发电机

结构与杯形转子交流伺服电动机相同,将控制绕组改换成输出绕组即可。励磁绕组加单相交流电压,产生脉动磁场,转子在被测对象带动下旋转,切割磁场产生感应电流,磁通和感应电动势 U_t (输出电压)。

$U_t \propto \omega \cdot n$,即 U_t 正比于 ω 与 n 的积。

U_t 的相位与转动方向有关, $f_s = f_1$ (电源频率)

2. 直流测速发电机

一种他励式或永磁式直流电机,在被测对象带动下电枢产生感应电动势 $E = K_e \Phi n$,输出电压

$$U = \frac{K_e \Phi}{1 + R_a} n$$

第9章

步进电机是开环控制式数字控制机床的驱动元件,有功率步进电机和步进液压马达两种,前者直接驱动负载按步旋转,后者由步进电机驱动液压马达按步旋转。

三、步进电机

四、自动控制的基本概念

1. 开环控制(见图9.1)

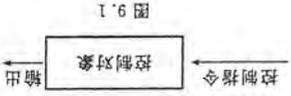


图9.1

2. 闭环控制(见图9.2)

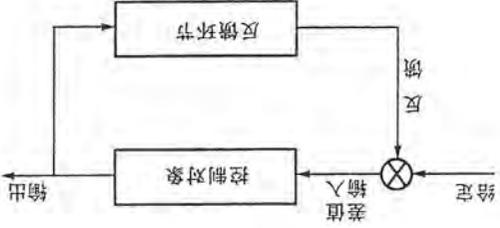


图9.2

3. 反馈控制系统(见图9.3)

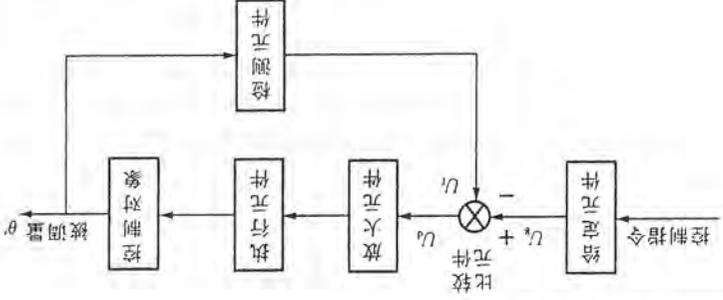


图9.3

考点:基本量的计算。

9.2 课后习题全解

9.1.1 电动机的单相绕组通入直流电流,单相绕组通入交流电流,两相绕组通入两相交流电流

各产生什么磁场?

【解题过程】 单相绕组中,有直流电流产生方向不变的恒定磁场。单相绕组中有交流电流,产生单相脉动磁场,方向和大小都变化,但不旋转。

两相绕组中,两相交流电流,则产生两相旋转磁场。

9.1.2 改变交流伺服电动机的转动方向的方法有哪些?

【解题过程】 方法一:改变控制绕组的极性,或改变控制电压的相位。

方法二:利用伺服励磁绕组的特性。

9.1.3 交流伺服电动机(一对极)的两相绕组通入 400Hz 的两相对称交流电流时产生旋转磁场。(1) 试求旋转磁场的转速 n_0 。(2) 若转子转速 $n = 18000\text{r/min}$,试问转子导条切割磁场的速度是多少?转差率 s 和转子电流的频率 f_2 各为多少?若由于负载加大,转子转速下降为 $n = 12000\text{r/min}$,试求这时的转差率和转子电流的频率。(3) 若转子转向与定子旋转磁场的方向相反时的转子转速 $n = 18000\text{r/min}$,试问这时转差率和转子电流频率各为多少?电磁转矩 T 的大小和方向是否与(2)中 $n = 18000\text{r/min}$ 时一样?

【知识点窍】 伺服机的基本物理量。

【逻辑推理】 由定义可直接求出。交流伺服电机和交流电动机的转速公式、频率、转差率等的定义相同。

【解题过程】 (1) $f_1 = 400\text{Hz}$,由于是一对极, $p = 1$ 。

$$\text{转速 } n_0 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \times 400}{1} = 24000\text{r/min}$$

(2) 转子导条切割磁场的速度

$$\Delta n = n_0 - n = 24000 - 18000 = 6000\text{r/min}$$

$$\text{转差率 } s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{6000}{24000} = 0.25$$

转子电流频率

$$f_2 = sf_1 = 0.25 \times 400 = 100\text{Hz}$$

当 $n = 12000\text{r/min}$ 时

$$s = \frac{24000 - 12000}{24000} = 0.5$$

$$f_2 = sf_1 = 0.5 \times 400 = 200\text{Hz}$$

(3) 转子转向与旋转磁场方向相反时

$$s = \frac{24000 + 18000}{24000} = 1.75$$

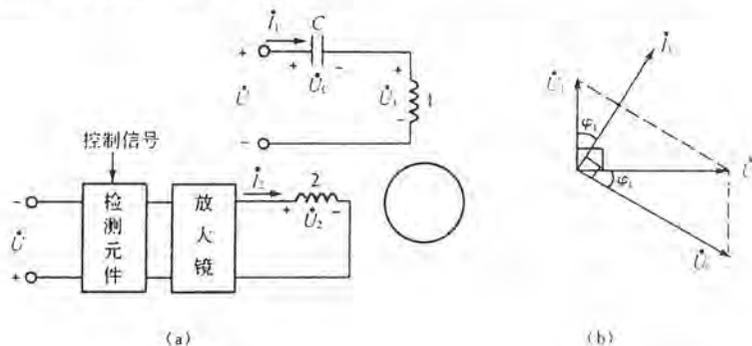
$$f_2 = sf_1 = 1.75 \times 400 = 700\text{Hz}$$

由于转子转向与定子旋转磁场方向相反,所以 T 的大小和方向与(2)中不同。

9.1.4 在题 9.1.4 图(a)所示电路中,要保证励磁电压 \dot{U}_1 较电源电压 \dot{U} 超前 90° ,试证明所需电容值为

$$C = \frac{\sin\varphi_1}{2\pi f |Z_1|}$$

式中, $|Z_1|$ 为励磁绕组的阻抗模, φ_1 为励磁电流 \dot{i}_1 与励磁电压 \dot{U}_1 间的相位差, Z_1 和 φ_1 通常是在 $n = 0$ 时通过实验测得的。



题 9.1.4 图

【解题过程】 由相量题 9.1.4 图(b)可知, \dot{U}_C 滞后于 \dot{i}_1 90° ,这是因为经过电容后,电压相位超过电流相位。

又因为 \dot{U} 滞后 \dot{U}_1 90° ,以及 $\dot{U} = \dot{U}_C + \dot{U}_1$,且 \dot{i}_1 与 \dot{U}_1 夹角为 φ_1 ,于是,由相量图可知

$$U_1 = \sin\varphi_1 \cdot U_C$$

$$U_1 = I_1 \frac{1}{\omega C} = \frac{U_1}{|Z_1|} \cdot \frac{1}{\omega C}$$

于是

$$U_1 = \frac{U_1}{|Z_1|} \cdot \frac{1}{\omega C} \cdot \sin\varphi_1$$

$$C = \frac{\sin\varphi_1}{\omega |Z_1|} = \frac{\sin\varphi_1}{2\pi f |Z_1|}$$

9.1.5 一台 400Hz 的交流伺服电动机,当励磁电压 $U_1 = 110\text{V}$,控制电压 $U_2 = 0$ 时,测得励磁绕组的电流 $I_1 = 0.2\text{A}$ 。若与励磁绕组并联一适当电容值的电容器后,测得总电流 I 的最小值为 0.1A 。(1) 试求励磁绕组的阻抗模 $|Z_1|$ 和 \dot{i}_1 与 \dot{U}_1 间相位差 φ_1 ;(2) 保证 \dot{U}_1 较 \dot{U} 超前 90° ,试计算题 9.1.4 图中所串联的电容值。

【知识点窍】 欧姆定律。

【逻辑推理】 第二问正好可用到上一题的结论。总电流最小,电路发生并联谐振。

【解题过程】 (1) 由欧姆定律

$$|Z_1| = \frac{U_1}{I_1} = \frac{110}{0.2} = 550\Omega$$

由于 I 最小时,电路发生并联谐振,有 \dot{U}_1 和 \dot{i} 同相位,可画作相量图如图解 9.1.5 所示,于是 \dot{i} 和 \dot{U}_1 相位差等于 \dot{i} 和 \dot{i}_1 的相位差。

$$\cos\varphi_1 = \frac{I}{I_1} = \frac{0.1}{0.2} = 0.5, \varphi_1 = 60^\circ, \dot{i}_1 \text{ 滞后 } \dot{U}_1.$$

(2) 利用题 9.1.4 所证公式,则有

$$C = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{2\pi f |Z_L|}{\sin 60^\circ} = \frac{2\pi \times 400 \times 550}{\sin 60^\circ} \approx 0.627 \mu\text{F}$$

9.1.6 当直流伺服电动机的励磁电压 U_f 和控制电压(电枢电压) U_a 不变时,如将负载转矩减小,试问这时电枢电流 I_a , 电磁转矩 T

和转速 n 将怎样变化?

【解题过程】 T_a 减小,由于惯性, n 来不及变化,所以电磁转矩 T

$> T_a$, 电机加速,反电动势 E_b 增加,由 $E_b = K_e \Phi n$ 可知, Φ 增加,由于未变,而 $T = K_T \Phi I_a$, 于是 I_a 电流减小,电磁转矩 $T \propto I_a$ 也减小, $T = T_a$

达到平衡, n 升高, T 和 I_a 均减小。

9.1.7 保持直流伺服电动机的励磁电压一定, (1) 当电枢电压 $U_a = 50\text{V}$ 时,理想空载转速 $n_0 = 3000\text{r/min}$; 当 $U_a = 100\text{V}$ 时, n_0 等于多少? (2) 已知电动机的阻转矩 $T_a = T_0 + T_L = 150\text{g} \cdot \text{cm}$, 且不随

转速大小而变。当电枢电压 $U_a = 50\text{V}$ 时,转速 $n = 1500\text{r/min}$, 试问当 $U_a = 100\text{V}$ 时, n 等于多少?

【知识点窍】 转速降落 $\Delta n = \frac{R_a T}{K_T K_e \Phi^2} = n_0 - n$ 。

【逻辑推理】 保持直流伺服电动机励磁电压一定,说明磁通保持不变,则可看作变压器。

【解题过程】 (1) 由于励磁电压不变,磁通 Φ 则不变,于是电压比 = 匝数比。

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{100}{50} = 2$$

于是 $n_2 = 2n_1 = 2 \times 3000 = 6000\text{r/min}$

(2) 阻转矩 T_a 不变,由 $\Delta n = \frac{R_a T}{K_T K_e \Phi^2}$ 可知, Δn 也不变,

$$\Delta n_1 = n_1 - n_2$$

当 $U_a = 50\text{V}$ 时, $\Delta n_1 = 3000 - 1500 = 1500\text{r/min}$

当 $U_a = 100\text{V}$ 时,已知 $n_2 = 6000\text{r/min}$, 所以 $\Delta n_2 = \Delta n_1 = 1500\text{r/min}$

因此转速为

$$n_2 = n_1 - \Delta n_2 = 6000 - 1500 = 4500\text{r/min}$$

9.2.1 什么是步进电动机的步距角?一台步进电动机可以有两个步距角,例如 $3^\circ/1.5^\circ$, 这是什么意思?什么是单三拍、六拍和双三拍?

【解题过程】 在步进电动机中每输入一个脉冲信号,转子所转过的角度称为步距,即每转一步所转过的角度。

3° 表示单三拍式或双三拍式步距, 1.5° 表示六拍式步距, $3^\circ/1.5^\circ$ 说明可以获得该两种不同

的步距。

所谓单三拍是指三相绕组轮流通电,每次只通一相,三次轮流通入三个相绕组转一周,双三拍则是每次通入两个相绕组,也是三次轮流通入三个组 ($U_1, V_1 \rightarrow V_1, W_1 \rightarrow \dots$) 磁场转一周,若将两种通电方式结合起来,由 $U_1 \rightarrow U_1, V_1 \rightarrow V_1, W_1 \rightarrow W_1 \rightarrow V_1 \rightarrow V_1, U_1 \rightarrow \dots$, 则

磁场转一周要分六次,称为六拍式。

10.1 重点内容提要

一、常用控制电器

1. 手动电器

有闸刀开关,组合开关及按钮等,是用手操作而动作的。

2. 自动电器

种类很多,常用的如下。

(1) 接触器:有交流和直流两类。

结构:由电磁铁吸引线圈和触点系统组成。触点系统包括主触点(常开型)和辅助触点(数对常开

和数对常闭)。

(2) 中间继电器:结构与接触器类似,但无主触点与辅助触点之分。触点数量多,电流小,作为中

间过程信号传递用。

(3) 热继电器:由发热元件、常闭触点和复位按钮组成。具有动作电流整定机构,主要技术数据是

整定电流,按所控制的电动机额定电流选用,作为过载保护用。符号见表 10.1。

(4) 熔断器(保险丝):管式、插式和螺旋式等。

(1) 照明负载;按工作电流选择。

2) 电动机:单台电机, $I_{Nk} \geq \frac{I_N}{2.5}$, 频繁启动机, $I_{Nk} \geq \frac{I_N}{1.6 \sim 2}$

多台电机, $I_{Nk} \geq (1.5 \sim 2.5) I_{N\max} + \sum_{i=1}^m I_{Nd}$ 。

注: I_{Nk} 是额定过载电流。

(5) 自动空气断路器(空气自动开关):手动操作合闸,具有短路(或过载)和失压保护。

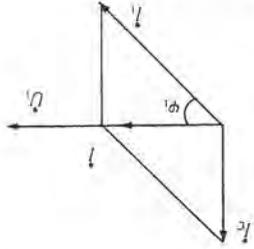
(6) 时间继电器:有通电延时式和断电延时式两类。由吸引线圈(电磁铁)、触点系统和触点延时

机构组成,结构型式有空气式、钟表式和电子式等多种。

继电器接触器控制系统

第 10 章

了解常用控制电器的基本结构、动作原理和控制作用,学会阅读异步电动机简单控制线路图,并能判断正误和分析它们的工作过程,能够根据生产工艺要求,设计并绘制简单的原理线路图。



图解 9.1.5

(7) 行程开关:限位开关,结构与按钮类似,靠机械力碰压而动作,有常开和常闭两类触点。

3. 常用控制电器的图形符号

表 10.1

名称	符号	名称	符号
三相笼型异步电动机		按钮触点	动合
			动断
三相绕线式异步电动机		接触器吸引线圈 继电器吸引线圈	
直流电动机		接触器触点	主触点
			辅助触点
单相变压器		时间继电器触点	动合延时闭合
			动断延时断开
			动合延时断开
			动断延时闭合
三极开关		行程开关触点	动合 动断
熔断器		热继电器	动断触点 热元件
信号灯			

二、笼型电动机直接起动及正反转的控制线路

笼型电动机正反转的控制线路(教材图 10.3.2)必须掌握,尤其在电气控制原理图时,要分清主电路和控制电路。主电路从电源到电动机,其中接有开关(闸刀开关、组合开关等)、熔断器、接触器的主触点、热继电器的发热元件等;控制电路中接有按钮、接触器的线圈和辅助触点(如自锁和互锁触点)、热继电器的动断触点及其他控制电器(如行程开关、时间继电器等)的触点和线圈。

三、行程控制

行程开关的选用,往复运动控制电路分析与简单设计。

四、时间控制

- (1) 时间继电器类型的选择:通电延时式与断电延时式,其特点是设计简单。
- (2) 常用控制电器的图形符号 Y- Δ 延时起动控制电路,控制过程分析。
- (3) 能耗制动控制电路,控制过程分析。

考点:电器符号的识别,三相笼型电动机的直接起动和正反转的控制线路分析及简单控制电路的设计。

10.2 练习与思考题解答

10.2.1 【解题过程】 热继电器是依靠电流通过发热元件加热双金属片使其变形而使触点动作来实现过载保护的,因此,一定的电流下需要一定的动作时间,即使是短路电流通过发热元件,也仍需一定时间触点才能动作,因此立即断电不能起到保护作用。

三相主电路有两个发热元件也可保护过载电路:

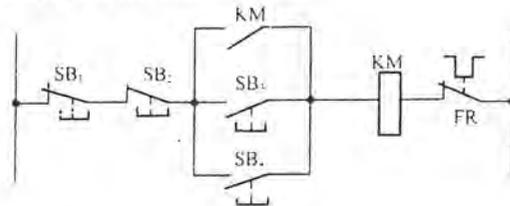
- (1) 机械负载过大时,三相电流因为对称同时增大,两个加热元件同时推动触点,从而达到保护作用。
- (2) 若一相断路,就形成了单相运行,过载时,仍有一个发热元件推动触点,起保护作用。
- (3) 若一相绕组匝间发生短路,三相电流不对称,另二相电流超过正常值,也可起保护作用,因此,两个发热元件即可。

10.2.2 【解题过程】 零压保护,又称失压保护、欠压保护。

因为在控制电路中具有自锁环节,当电源电压为零(或低于接触器释放电压)时,接触器释放而使自锁触点断开,电动机断电停车。当电源电压自动恢复时,若不操作起动按钮,电动机将不会自行起动,以免造成事故。

用闸刀开关控制电动机起、停时,电源失电,电动机停车;电源电压自动恢复,电动机自动起动。可以造成事故,不能起零压保护作用。

10.2.3 【解题过程】 如题 10.2.3 图所示,SB₁ 和 SB₂ 是两个常闭按钮,由于它们串联,任意按下一个,接触器断电,电动机停车,SB₃ 和 SB₄ 也是常闭按钮,而且并联,任意按下一个,接触器通电,电动机起动,所以达到了两处起,两处停的控制目的。



题 10.2.3 图

10.2.4 【解题过程】即使两个继电器型号相同,每一线圈的电压均为电源电压的一半,也不准将两个线圈串联使用,因为两个继电器线圈铁心气隙点会有差异,两个电器通电后就不会同时动作。先吸合的继电器,因为磁路闭合,阻抗增加,该线圈两端电压增加,使另一线圈电压达不到电器的电压值。故两个交流电器需要同时动作时,两个电器的线圈必须用并连接法。

10.5.1 【解题过程】通电延时是时间继电器线圈通电时,其触点延时动作,断电延时则相反,是当时间继电器线圈断电时,其触点延时动作。

四种延时触点动作过程如下:

常开延时闭合触点:当时间继电器线圈通电后,其常开断开的触点延迟一定时间才闭合;断电时该触点立即断开。

常开延时断开触点:当线圈通电后,其平常闭合的触点延迟一定时间才断开,断开时该触点立即闭合。

常开延时闭合触点:当线圈通电时,该触点瞬时闭合,而当线圈断电时,该触点延迟一定时间才断开。

常开延时断开触点:当线圈通电时,该触点立即断开;当线圈断电时,该触点延迟一定时间才闭合。

其中,前两种属于通电延时式,后两种属于断电延时式。

10.3 课后习题全解

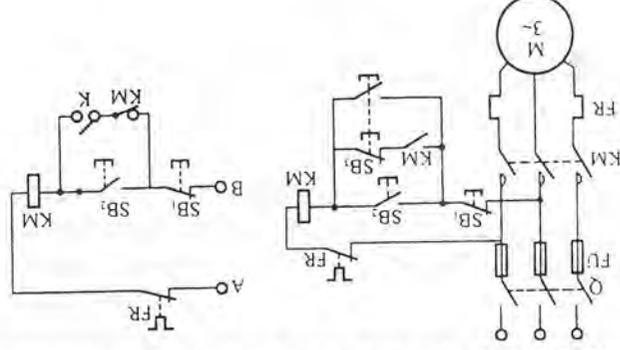
A 选择题

- 10.1.1 (3) 10.1.2 (3) 10.2.1 (c)

B 基本题

10.2.3 试画出三相笼型电动机既能连续工作又能点动工作的继电器控制线路。

【解题过程】(1)题10.2.3图(a)所示SB₁是常闭按钮,SB₂与SB₃并联,SB₂按下后,电动机连续工作,故SB₂为连续工作启动按钮,当按下SB₂时,接触器有电,主触点闭合,电动机启动,使串联在自锁触点支路断开,自锁失效;放开SB₂时,接触器断电,电动机停车,SB₃只可使电动机点动工作。

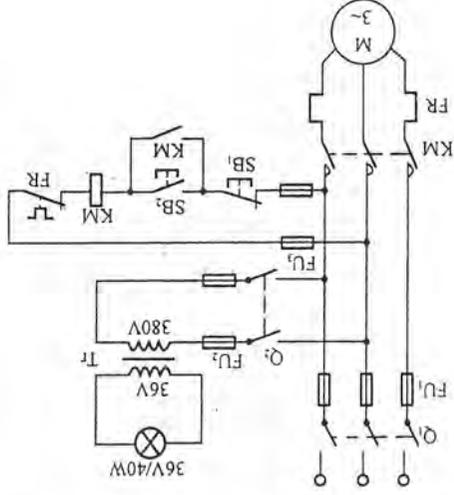


题 10.2.3 图

(2)题10.2.3图(b)所示是用开关控制的点动线路,K闭合时,按SB₂连续工作;K打开时,按SB₂是点动工作。

10.2.4 某机床的主电动机(三相笼型)为7.5kW,380V,15.4A,1440r/min,不需正反转。工作照明灯是36V,40W,要求有短路、零压及过载保护。试绘出控制线路并选用电器元件。

【解题过程】短路、零压及过载保护中,可通过交流接触器实现零压保护,热继电器实现过载保护而短路保护只需在线路上加熔断器即可,SB₁和SB₂实现控制功能,控制线路如图10.2.4图所示,各电器元件参数列于表解10.2.4中。



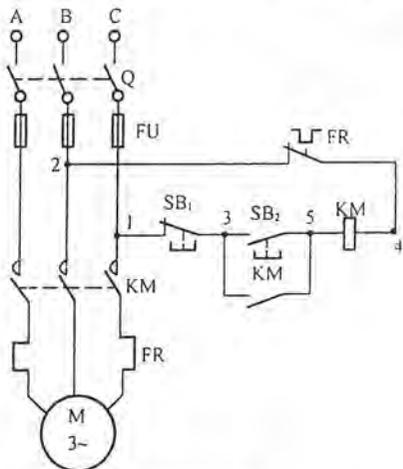
题 10.2.4 图

表解 10.2.4

符号	名称	型号*	规格	数量
Q ₁	三相组合开关	HZ ₂ -25/3	500V 25A	1
Q ₂	单相组合开关	HZ ₂ -5/2	500V 5A	1
FU ₁	熔断器	RL ₁ -15	500V 50A	3
FU ₂	熔断器	RL ₁ -15	500V 3A	2
FU ₃	熔断器	RL ₁ -15	500V 3A	2
KM	交流接触器	CJ10-20	380V 20A	1
FR	热继电器	JR ₂ -1	整定电流 18A	1
Tr	照明变压器	BK-50	50V·A 380V/36V	1
SB ₁	常开按钮	LAY37-	NO,AC 380V,3A	1
SB ₂	常闭按钮	LAY37-	NC,AC 31d80V,3A	1

*型号可有多种选择,仅供参考。

10.2.5 根据题 10.2.5 图 7 接线做实验时,将开关 Q 合上后按下起动按钮 SB₂,发现有下列现象,试分析和处理故障:(1)接触器 KM 不动作;(2)接触器 KM 动作,但电动机不转动;(3)电动机转动,但一松手电动机就不转;(4)接触器动作,但吸合不上;(5)接触器触点有明显颤动,噪声较大;(6)接触器线圈冒烟甚至烧坏;(7)电动机不转动或者转得极慢,并有嗡嗡声。



题 10.2.5 图

【解题过程】(1)接触器不动作有 3 种可能的原因:①1,2 两根线上的熔丝有一个或两个烧断,使控制电路无电源;②热继电器触点跳开后未复位;③4,5 两点有一点(或两点)未接好。

(2)KM 动作,但 M 不转动,可能有两个原因:①A 相熔断器熔丝烧断,电动机单相供电,无起动转矩;②电动机三相绕组上没接通电源。

(3)自锁触点未接通,电动机在点动控制状态。

(4)接触器动作但不吸合可能有 3 个原因:①电源电压不足;②接触器线圈回路(即控制回路)接触电阻过大;③接触器铁心和衔铁间的异物阻挡。

(5)接触器铁心柱上短路。

(6)烧坏接触器可能有 3 个原因:①接触器电源电压与线圈额定电压不符;②接触器长时间吸合不上,因电流过大而烧坏;③接触器线圈绝缘层损坏,有匝间短路。

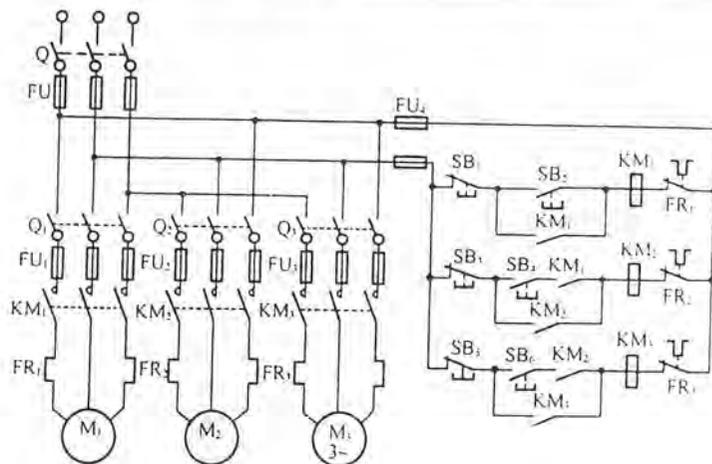
(7)A 相熔丝烧断,电动机单相运行。

10.2.6 今要求三台笼型电动机 M₁, M₂, M₃ 按照一定顺序起动,即 M₁ 起动后 M₂ 才可起动, M₂ 起动后 M₃ 才可起动,试绘出控制线路。

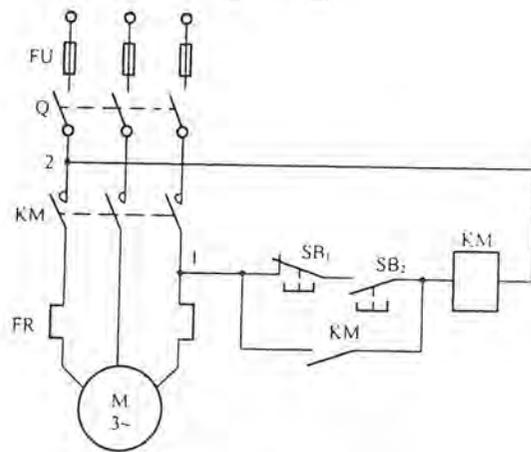
【解题过程】控制线路如题 10.2.6 图所示,控制电路也基本相似,但在 KM₂ 支路中串联了 KM₁ 常开触点,在 KM₃ 支路中串联了 KM₂ 常开触点,保证了电动机的工作顺序。

10.2.7 在题 10.2.7 图所示电路中,有几处错误?请改正。

【解题过程】题 10.2.7 图所示电路图中有 5 处错误:



题 10.2.6 图



题 10.2.7 图

(1)熔断器 FU 应接在组合开关 Q 下方。

(2)联结点 1 应接到主触点 KM 上方,否则不构成回路,控制电路无电源。

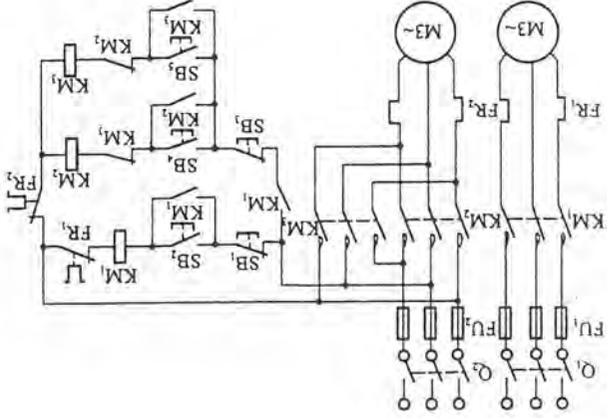
(3)自锁触点 KM 应仅与起动按钮 SB₂ 并联,否则 SB₁ 无法使电动机停车。

(4)控制电路中无熔断器,不能保护控制电路短路。

(5)控制电路中无热继电器触点,不能实现过载保护。

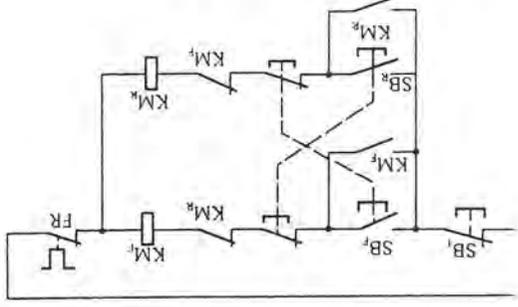
10.3.2 某机床主轴由一台笼型电动机带动,润滑油泵由另一台笼型电动机带动,今要求:(1)主轴必须在油泵开动后,才能开动;(2)主轴要求能用电器实现正反转,并能单独停车;(3)有短路、零压及过载保护。试绘出控制线路。

【解题过程】 电路如图 10.3.2 图所示。其中 M_1 为润滑油泵电动机, SB_1 为直接起动开关, FR_1 作过载保护, 自锁触点 KM_1 作零压保护, FU_1 作短路保护, FU_2 为主轴电动机, M_2 作正反反转控制, M_2 由 FU_2 作短路保护, FR_2 作过载保护, KM_2 和 KM_3 的常闭触点作联锁保护, KM_2 和 KM_3 各自的自锁触点作零压保护, SB_3 可控制主轴电动机单独停车。



题 10.3.2 图

10.3.3 在题 10.3.3 图所示的控制电路中, 如果动断触点 KM_2 闭合不上, 其后果如何? 如何用 (1) 验电笔; (2) 万用表电阻挡; (3) 万用表交流电压挡来查出这一故障。

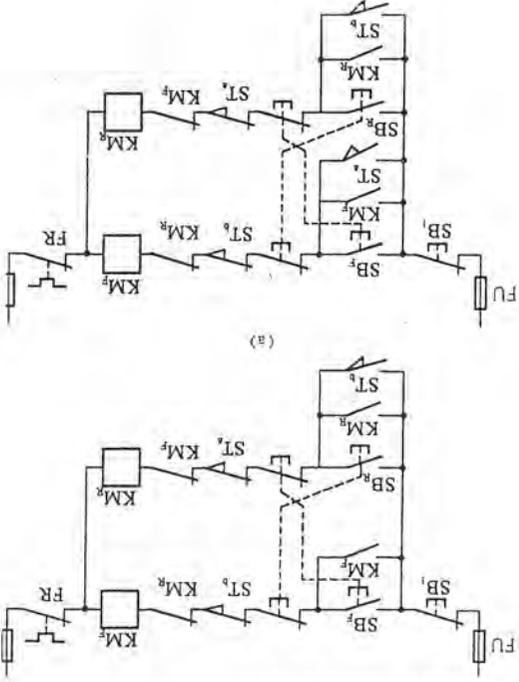


题 10.3.3 图

【解题过程】 若动断触点 KM_2 闭合不上, 则反转不能起动。
 (1) 通电时, 用验电笔测 KM_2 触点, 可发现在右边发光, 而左边不发光, 原因是 KM_1 断开, 反转启动按钮 SB_4 及自锁触点 KM_2 断开。
 (2) 在断电时, 用万用表测量常闭触点 KM_2 两端可用表示数, 电阻将为无穷大。
 (3) 两种方法: ① 在通电情况下用交流电压挡测量 KM_2 两端电压, 若压下 SB_4 有 380V 电压, 松开无电压; ② 将万用表一端接 SB_4 左端, 另一端先接 KM_2 右端, 应有 380V 电压, 再接 KM_2 左端无电压, 原因是 KM_2 闭合不上。

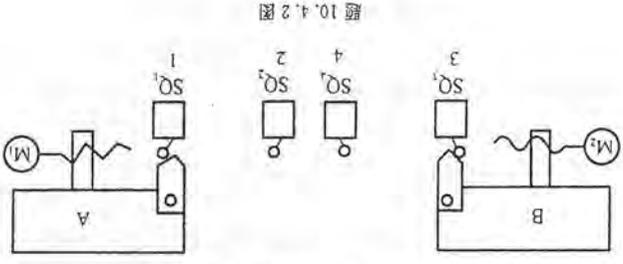
10.4.1 将题 10.4.1 图(a)的控制电路怎样改一下, 就能实现工作台自动往返运动?

【解题过程】 如题 10.4.1 图(b)所示, 为了实现工作台自动往返运动, 把 ST_1 的常开触点并联在工作台前进, 到达终点时压下 ST_2 , 正转停车, 反转起动, 工作台后退, 到达原始位置时压下 ST_3 , 反转车, 同时正转起动, 工作台再次前进, 实现工作台往返运动。



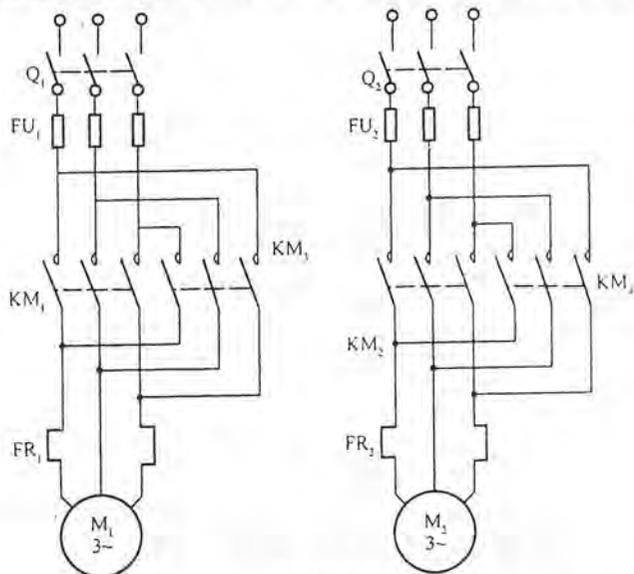
题 10.4.1 图
(b)

10.4.2 在题 10.4.2 图所示电路中, 要求按下起动按钮后能顺序完成下列动作: (1) 运动部件 A 从 1 到 2; (2) 接着 B 从 2 回到 1; (3) 接着 A 从 2 回到 1; (4) 接着 B 从 4 回到 3。试画出控制线路。(提示: 用四个行程开关, 装在原位和终点, 每个有一常开触点和一常闭触点。)



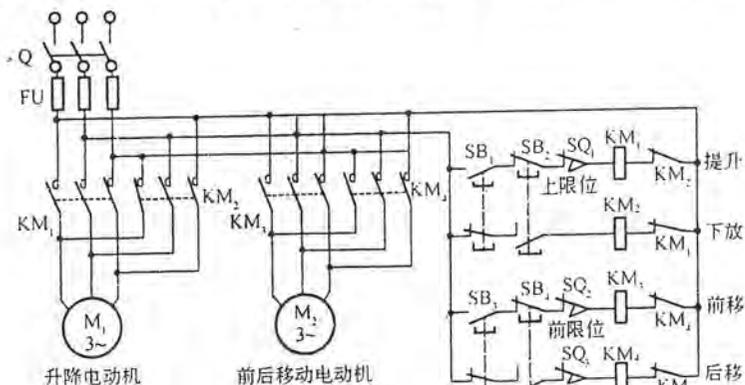
题 10.4.2 图

【解题过程】 电路图如图解 10.4.2 所示。控制电路中两台电动机均有各自的短路、过载、零压及正反转联锁保护。为了实现两台电动机均正反转,必须使用 4 个接触器。 KM_1, KM_2, KM_3 和 KM_4 。并且将 SQ_1, SQ_2, SQ_3, SQ_4 定义为行程开关。 KM_1 控制电动机 M_1 正转起动。压下 SQ_1 , 则 KM_1 断电, M_1 停车。 KM_2 有电, 控制电动机 M_2 正转起动, 使 B 由 3 到 4。若此时压 SQ_1 , 则 KM_2 断电, M_2 停车, 同时 KM_1 有电, 控制电动机 M_1 反转, A 由 2 回到 1。在这个过程中压下 SQ_1 , 使 KM_3 断电, M_1 停车, 同时 KM_4 有电, 控制电动机 M_2 反转, B 由 4 返回 3。如果压下行程开关 SQ_2, KM_4 断电, M_2 停车, 过程结束。



图解 10.4.2

10.4.3 题 10.4.3 图是电动葫芦(一种小型起重设备)的控制线路,试分析其工作过程。



题 10.4.3 图

【解题过程】 两台电动机主电路均为正反转控制。

(1) 按下 SB_1, KM_1 有电, 电动机 M_1 正转起动, 提升重物; 如果在这个过程中按下 SB_2 , 则立即停止上升; 上升有 SQ_1 实行限位, 不致造成事故。

(2) 按下 SB_2 则重物下放。

(3) 按下 SB_3, KM_3 有电, 电动机正转, 电葫芦前移, 有极限位置保护(SQ_2 限位开关控制)。

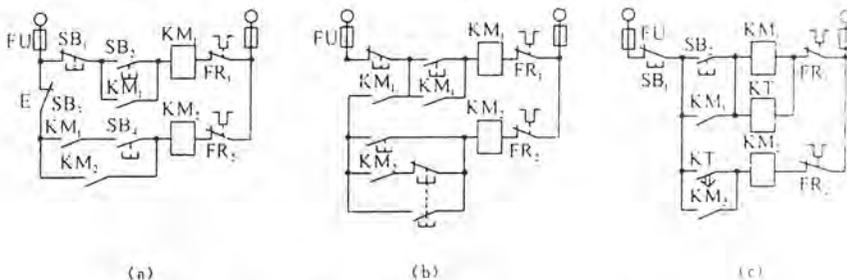
(4) 按下 SB_4 电动机反转, 电葫芦后移, 也有极限位置保护(SQ_3 限位开关控制)。

上升、下降、前后移动都是点动控制, 因为两台电动机均为短时运行, 可用最大转矩工作, 可不加过载保护用热继电器。

10.5.1 根据下列五个要求, 分别绘出控制电路(M_1 和 M_2 都是三相笼型电动机), (1) 电动机 M_1 先起动后, M_2 才能起动, 并 M_2 能单独停车; (2) 电动机 M_1 先起后, M_2 才能起动, 并 M_1 能点动; (3) M_1 先起动, 经过一定延时后 M_2 能自行起动; (4) M_1 先起动, 经过一定延时后 M_2 能自行起动, M_1 起动后, M_1 立即停车; (5) 起动时, M_1 起动后 M_2 才能起动; 停止时, M_2 停车后 M_1 才能停止。

【解题过程】 主电路简单, 而且相同, 故这里仅画控制电路。

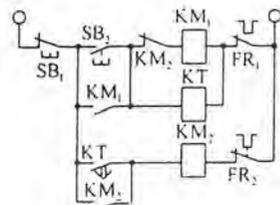
(1) 这是一个顺序起动控制电路, 线路图如图解 10.5.1(a) 所示。



(a)

(b)

(c)



(d)

(e)

图解 10.5.1

(2) 控制线路如图解 10.5.1(b) 所示, 其中 SB_1 为点动按钮。

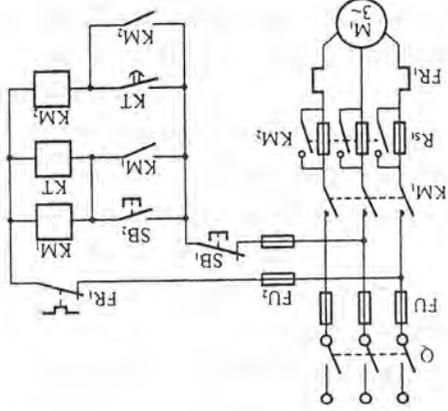
(3) 控制线路如图解 10.5.1(c) 所示, 其中 KT 为通电延时时间继电器, M_1 起动后, KT 的常开触点延时闭合, 接通 KM_2 , 使 M_2 起动。

(4) 控制线路如图解 10.5.1(d) 所示, 只要在 KM_1 线圈支路中, 串联 KM_2 触点。

(5) 控制线路如图解 10.5.1(e) 所示, 在 SB₁ 支路中串联 KM₁ 常开触点, 只有当 KM₁ 有电, 电动机 M₁ 启动后 SB₁ 才能使 M₂ 启动; 在 SB₁ 上并联 KM₁ 常开触点, 只有当 KM₁ 断电, 电动机 M₂ 才能停止按钮作用, 使 M₁ 停车。

10.5.2 试画出笼型电动机定子串联电阻降压启动的控制线路。

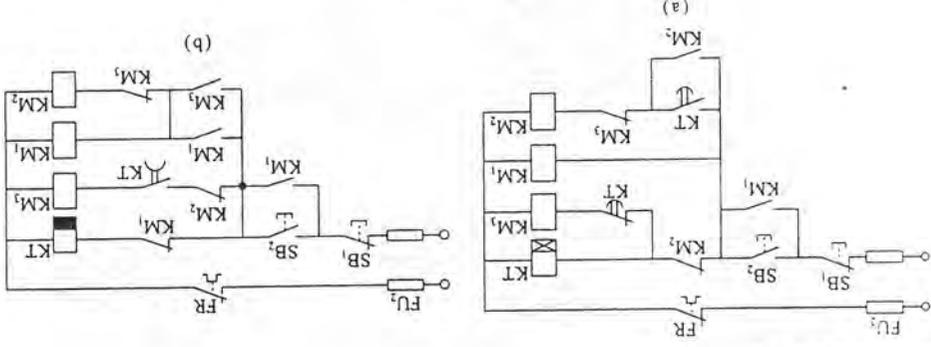
【解题过程】启动时在主电路中串入启动电阻 R₁, 启动后再将电阻切除, 因此应用两个接触器进行控制, 如图解 10.5.2 所示。图中通过时间继电器 KT 自动切除启动电阻 R₁, 启动时间由时间继电器整定, 保证在规定的启动电流范围内迅速切除启动电阻 R₁。



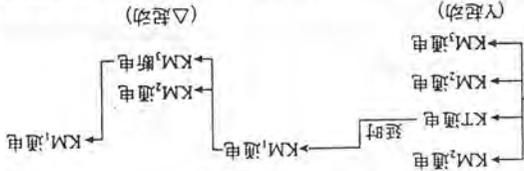
图解 10.5.2

C 拓宽题

10.5.3 题 10.5.3 图所示是常用的两种三相笼型异步电动机 Y-Δ 换接降压启动的控制电路, 请分析其动作次序。



题 10.5.3 图



10.5.4 有一运货小车在 A、B 两处装卸货物, 它由三相笼型异步电动机带动, 请按照下述要求设计电动机的控制电路:

请分析其动作次序。

(1) 电动机可在 A、B 间任何处启动, 启动后正转, 小车行进到 A 处, 电动机自动停转, 装货, 停 5min 后电动机自动反转。

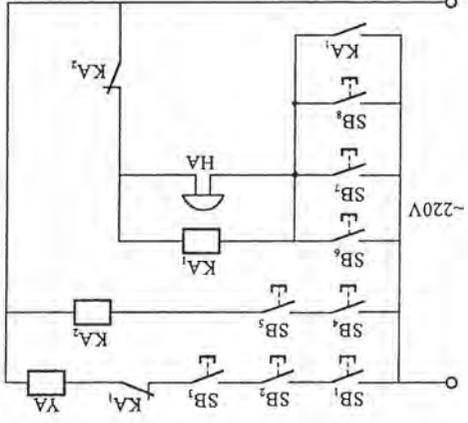
(2) 小车行进到 B 处, 电动机自动停转, 卸货, 停 5min 后电动机自动正转, 小车到 A 处装货。

(3) 有零压、过载和短路保护。

(4) 小车可停在 A、B 间任意位置。

【解题过程】略。

10.6.1 题 10.6.1 图是一密码门锁电路, 当电磁铁线圈 YA 通电后便将门或锁门拉出把门打开。图中 HA 为报警器; KA₁ 和 KA₂ 为继电器; KA₁ 和 KA₂ 为继电器; KA₁ 和 KA₂ 为继电器; KA₁ 和 KA₂ 为继电器。



题 10.6.1 图

【解题过程】当正好先按下 SB₁、SB₂、SB₃ 时 KA 线圈得电将门或锁门拉出把门打开。

假如先按下了 SB₆、SB₇、SB₈ 中的任何一个则 KA₁ 线圈得电, 常开触点 KA₁ 闭合自锁使警铃 HA 报警, 此时若按下 SB₁、SB₂、SB₃ 则 KA₂ 得电, 常闭触点 KA₂ 常闭触点断开, 解除报警。

第 11 章

可编程控制器及其应用

本章介绍 PLC 的内部结构及其工作原理,并且着重介绍 PLC 的一种基本指令系统和编程方法。

11.1 重点内容提要

一、可编程控制器的结构与工作方式

1. 结构

- (1) 主机组成:CPU,系统程序存储器 and 用户程序及数据存储器。
- (2) 输入/输出(I/O)接口。
- (3) 电源(直流开关稳压电源)。
- (4) 编程器。
- (5) 输入/输出扩展接口。
- (6) 外部设备接口。

2. 工作方式

- (1) 扫描周期:循环一次所需时间,分为输入采样、程序执行、输出刷新三个阶段。

1) 输入采样:顺序扫描所有输入端口,将输入信息存入输入状态寄存器,随即关闭输入端口。

2) 程序执行:按用户程序指令顺序扫描执行每条指令,将运算或处理结果存入输出状态寄存器。

3) 输出刷新:程序执行完毕将所有输出结果由输出状态寄存器送入输出锁存器,通过继电器、晶体管或晶闸管驱动控制对象。一个扫描周期也只执行一次输出控制。

- (2) PLC 工作的特点:顺序扫描,不断循环。

3. 主要技术性能

- (1) I/O 点数。
- (2) 用户程序存储器容量:单位为字节(或 K 字节)。
- (3) 扫描速度:扫描 1000 步所需时间(ms/千步)。
- (4) 指令系统条数:指令种类和数量越多,软件功能越强。
- (5) 编程元件种数:输入、输出、辅助继电器,定时器,计数器,通用“字”寄存器,数据寄存器及特殊功能继电器等。

4. 主要功能和特点

(1) 主要功能:开关逻辑控制(代替继电器接触器),定时/计数、步进控制,数据处理,过程控制,运动控制、通信联网等。

(2) 主要特点:

- 1) 可靠性高,抗干扰能力强。
- 2) 功能完善,编程简单,组合灵活,扩展方便。
- 3) 体积小,重量轻,能耗低。

二、可编程控制器的程序编制

1. 编程语言

(1) 梯形图语言。

(2) 指令助记符语言。

FPI-C24 型 PLC 常用指令如表 11.1 所示。

表 11.1 FPI-C24 型 PLC 常用指令

指令	梯形图	编程元件	功能及说明
起始指令 ST		X, Y, R, T, C	接收输入信号,使常开触点 X0 闭合
起始反指令 ST/		X, Y, R, T, C	接收输入信号,使常闭触点 X1 断开
输出指令 OT		Y, R	将程序结果输出给 Y0 线圈
反指令 /		Y, R	将程序结果取反输出给 Y1 线圈
串联(与)指令 AN		X, Y, R, T, C	将常开触点 X1 和 X0 串联,可多个触点串联
串联反指令 AN/		X, Y, R, T, C	将常开触点 X1 和 X0 串联,可串多个
并联(或)指令 OR		X, Y, R, T, C	将常开触点 X1 和 X0 并联,可多次并联
并联反指令 OR/		X, Y, R, T, C	将常闭触点 X1 与 X0 并联,可多次并联

指令	梯形图	编程元件	功能及说明
块串联指令 ANS		无	将 X1 与 X0 并联的指令块 1 与 X2 和 X3 串联的指令块 2 再串联起来
块并联指令 ORS		无	将 X0 与 X1 串联的指令块 1 和 X2 与 X3 串联的指令块 2 并联起来
定时器指令 TM1		T0 ~ T99(每个元件只用 1 次)	TMR, 单位 0.01s TMX: 0.1s TMY: 1s K 值范围: 0 ~ 32767
计数器指令 CT		C100 ~ C143 (每个元件只用 1 次)	递减计数, C 为计数脉冲数, R 为复位 K 值范围: 0 ~ 32767
堆栈指令 PSHS RDS POPS		无	PSHS: 压入堆栈 RDS: 读出堆栈 POPS: 弹出堆栈 PSHS 和 POPS 各出现一次为一组, 不能单独使用, RDS 在二者之间可重复使用
微分指令 DF		无	DF: X0 上升沿接通 Y0 扫描一个周期 DF: X1 下降沿接通 Y1 扫描一个周期
置位指令 SET		Y, R	X0 闭合时 Y0 接通并保持 X1 闭合时 Y0 断开并保持
保持指令 KP		Y, R	S 为置位端, R 为复位端当 S 被触发时, Y0 接通一直保持到 R 被触发
空操作指令 NOP		无	NOP 不作任何操作, R1 闭合 Y0 接通

续表

指令	梯形图	编程元件	功能及说明
移位指令 SR		WR WR0 ~ WR	字寄存器 WR 内数据移位(左移) IN: 数据输入端, C: 移位脉冲输入端, CLR: 复位端
跳转指令 JP		无	X1 闭合时由 JP2 处跳到 LBL2 处运行, JP: 跳转指令, LBL: 跳转标号
主控继电器指令 MCR		无	MCR: 主控继电器, MCE: 主控继电器结束 当 X0 闭合时执行 MCR ~ MCE0 之间程序段
程序结束指令 ED		无	总程序结束

续表

(1) 编程原则。

1) PLC 编程元件的触点在编制程序时的使用次数是无限制的。

2) 梯形图的每一逻辑行(梯级)皆起始于左母线, 终止于右母线。

3) 编制梯形图时应尽量做到“上重下轻、左重右轻”以符合“从左到右、自上而下”的程序执行过程。

4) 梯形图中应避免将触点画在垂直线上, 应改成其他能编程的形式。

5) 避免同一继电器在程序中重复输出。

6) 注意对外部输入设备动断触点的处理。

(2) 编程方法。

1) 分析控制要求, 初步选定编程元件。

2) 确定 I/O 点数并进行具体分配。

3) 根据编程原则和控制流程编写梯形图。为便于调试可在中间插入 NOP 指令。程序结束必须有 ED 指令, 否则程序将无法执行。

4) 根据梯形图写出指令语句表。

三、可编程控制器的应用

应用 PLC 组成控制系统的设计工作, 可参照图 11.1 所示流程图。

1. 分析控制对象, 确定系统控制内容和控制方法

(1) 仔细分析被控对象(生产设备或生产过程)的工作原理及工艺流程。画出工作流程图。

(2) 列出控制系统应具备的所有功能及控制范围(运行时间、动作次数等)。

(3) 拟定可能的控制方案进行比较, 以确定能最大限度的满足控制要求, 并保证系统简单、经济。

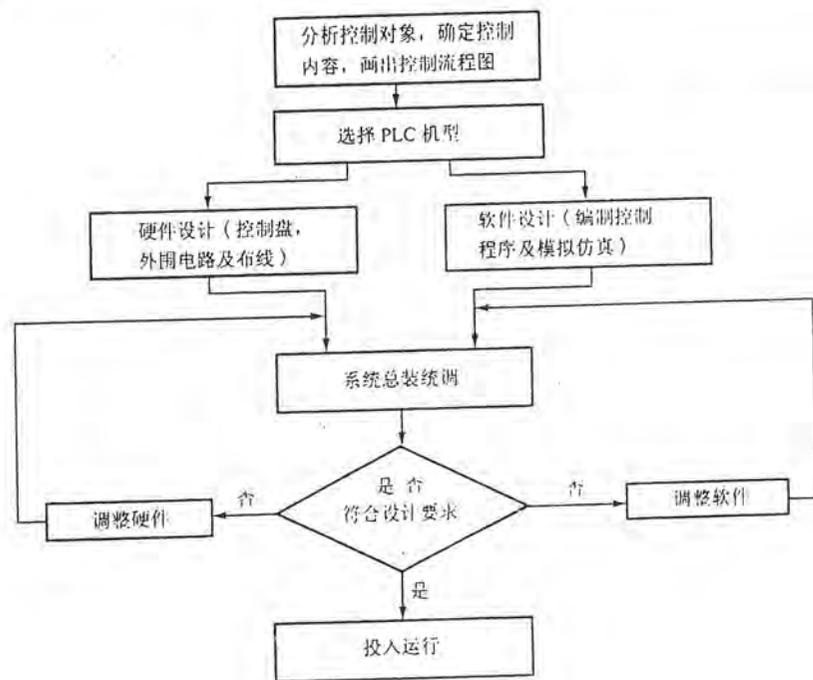


图 11.1

安全、可靠的方案。

2. 选择 PLC 机型及相关的模块和配件

选择 PLC 机型主要从下列几方面考虑:

(1) 确定 I/O 方式及 I/O 点数: 根据被控系统的输入量和输出量的种类和数量选择 I/O 的种类和点数, 留有 10%~15% 的备用量。通常 I/O 都是开关量, 它们又分交流输入和直流输入(对应于不同的 PLC 型号)。输出量又有继电器、晶体管 and 双向晶闸管几类, 若有模拟量输入时应另配模拟输入/输出模块单元。

(2) 确定用户程序存储容量: 以指令步数计算, 对控制系统要求复杂的应留有备用量。

(3) 响应速度: 由输入到输出之间有一定延迟时间, 程序复杂时响应时间也较长, 将影响系统的正常工作。

(4) I/O 的方式及负载能力: 输入量多应外加电源, 输出负载不仅应考虑其电压等级和种类, 还要考虑负载电流大小等。

3. 进行硬件设计, 画出 PLC 外部接线图

对外部输入信号和输出指示信号应设计安装操作台或控制盘, 并考虑输入、输出的连接方式等。

4. 软件设计

(1) 分配和定义 I/O 点。

(2) 根据系统工作流程合理划分模块, 编写梯形图及指令语句表。

5. 系统调试

(1) 利用编程器进行初步模拟调试, 使系统满足控制要求。

(2) 总装联机在线调试, 完成全部设计。

考点: 基本指令的应用与编程。

11.2 练习与思考题解答

11.1.1 【解题过程】 PLC 是按“顺序扫描、周期循环”方式工作的, 循环一次所需的时间称为扫描周期。它包括输入采样、程序执行和输出刷新三个阶段。

影响扫描周期的主要因素: 程序的长短、程序指令的种类及条数, 还有 PLC 的输入、输出通道数量, 外围设备命令等。

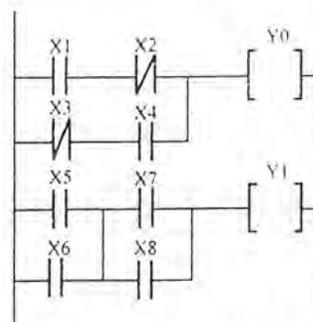
11.1.2 【解题过程】 继电器控制虽然简单, 易掌握, 但存在机械触点多, 接线复杂, 可靠性低, 通用性和灵活性差, 功耗大等许多缺点。PLC 虽然内部结构复杂, 生产、使用、维修技术要求高。但它无触点控制, 可靠性高, 功能强, 通用性和灵活性强, 体积小, 重量轻, 功耗小等许多优点。

11.2.1 【解题过程】 指令语句表如表解 11.2.1 所示。

表解 11.2.1

地址	指令	地址	指令
0	ST X0	7	POPS
1	PSHS	8	AN X3
2	AN X1	9	TMX 0
3	OT Y0		K 50
4	RDS	12	ST T0
5	AN X2	13	OT Y2
6	OT Y1	14	END

11.2.2 【解题过程】 梯形图如图解 11.2.2 所示。

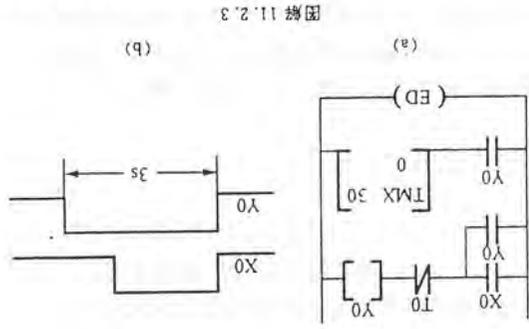


图解 11.2.2

11.2.3 【解题过程】 梯形图如图解 11.2.3(a) 所示,指令语句表如图解 11.2.3(b) 所示,动作时序图如图解 11.2.3(b) 所示。

表解 11.2.3

地址	指令
0	ST X0
1	OR Y0
2	AN/ T0
3	OT Y0
4	ST Y0
5	TMX 0
	K 30
8	ED



图解 11.2.3

11.2.4 【解题过程】 (1) 定时器的定时设置值;定时器指令中的 K 值,是由实际工作要求给定

时器的减 1 计数器设定的初始值。

(2) 定时单位:即定时设置值的单位。

(3) 定时时间:实际工作要求延迟的时间。

三者之间有关系式:定时时间 = 定时设置 K 值 × 定时单位。

11.2.5 定时器和计数器的减 1 计数是如何实现的?什么是时钟脉冲?

【解题过程】 定时器的计数器在 PLC 内部脉冲作用下进行减 1 计数,初始值为定时器的

设置值 K,计数器由设置值状态开始,每接到一个时钟脉冲,便将设置值减 1,直至 0 为止,这时计数器发一个脉冲,将定时器中的常开触点闭合,常闭触点断开。

时钟脉冲是 PLC 内部产生的一个连续脉冲,由定时单位设定。

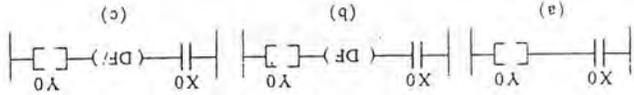
11.3 课后习题全解

A 选择题

- 11.1.1 (2) 11.1.2 (2) 11.1.3 (3)
11.1.4 (3) 11.1.5 (3)

B 基本题

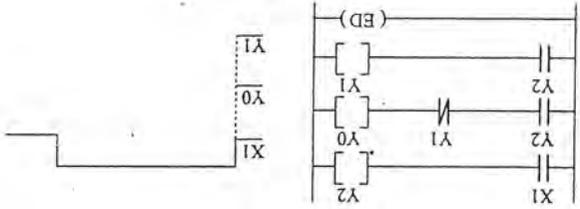
11.2.1 试比较题 11.2.1 图(a),(b),(c) 所示三个梯形图的差异,并用时序图加以说明。



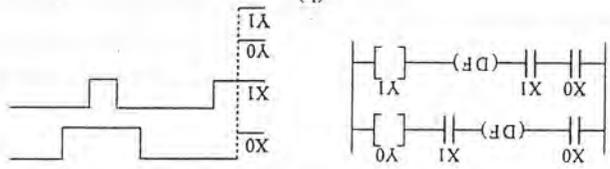
题 11.2.1 图

【解题过程】 (a) 表示接通 X0,输出 Y0

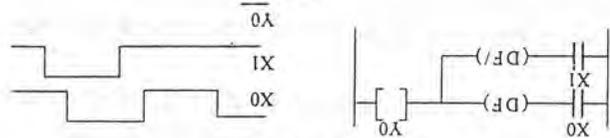
11.2.2 试画出题 11.2.2 图所示各梯形图中 Y0 和 Y1 的动作时序图。



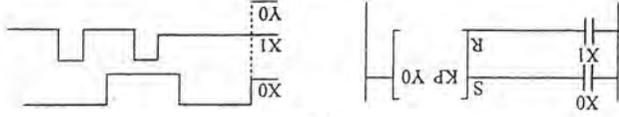
(a)



(b)

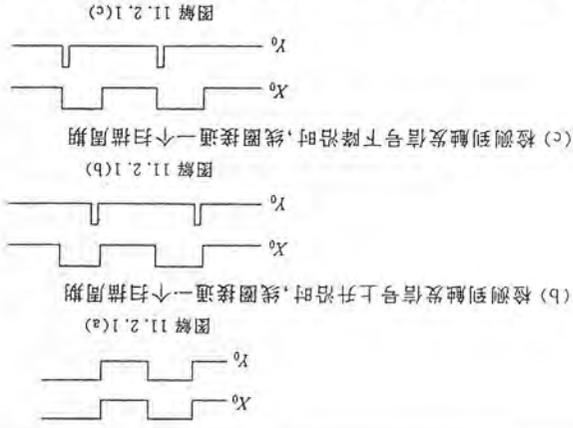


(c)



(d)

题 11.2.2 图

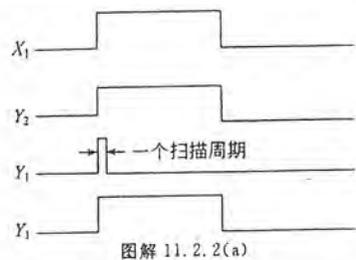


图解 11.2.1(a)

图解 11.2.1(b)

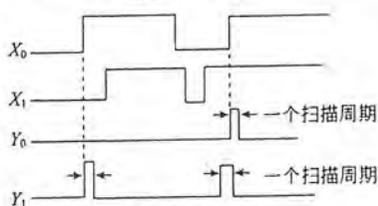
图解 11.2.1(c)

【解题过程】 (a)



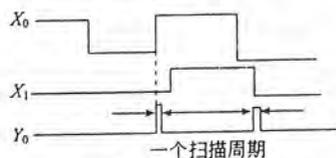
图解 11.2.2(a)

(b)



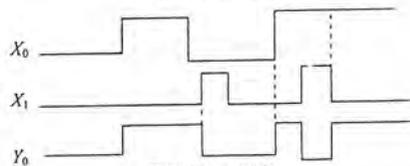
图解 11.2.2(b)

(c)



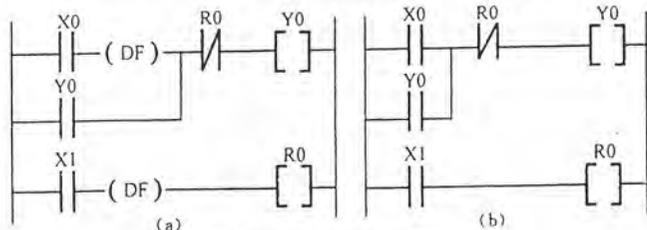
图解 11.2.2(c)

(d)



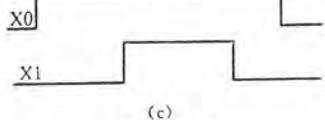
图解 11.2.2(d)

11.2.3 试比较题 11.2.3 图中两个自保持电路的输出 Y0 的動作时序图。



(a)

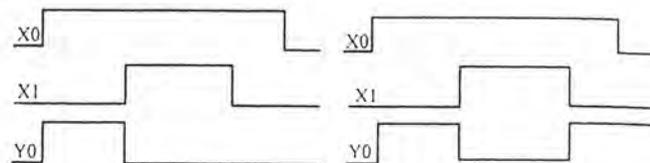
(b)



(c)

题 11.2.3 图

【解题过程】 题 11.2.3 图(a)(b) 中所示两个自保持电路的動作时序图分别如图解 11.2.3(a)(b) 中所示。其中图(a) 所示时序更加合理。



(a)

(b)

图解 11.2.3

11.2.4 试画出表解 11.2.4A 和表解 11.2.4B 所示两个指令语句表所对应的梯形图。

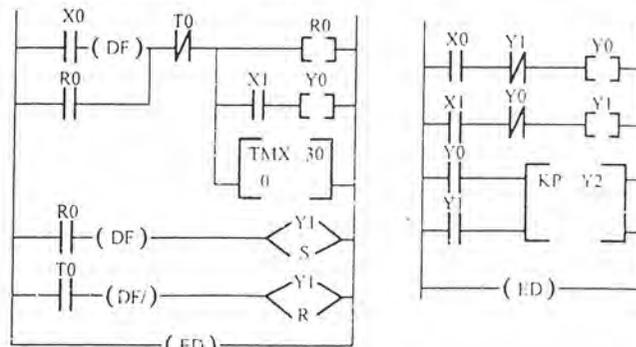
表解 11.2.4A

地址	指令	地址	指令	地址	指令	地址	指令
0	ST X0	5	OT R0	10	TMX 0	16	ST T
1	DF	6	RDS		K 30	17	DF
2	OR R0	7	AN X1	13	ST R0	18	RST Y1
3	AN/ T0	8	OT Y0	14	DF	19	ED
4	PSHS	9	POPS	15	SET Y1		

表解 11.2.4B

地址	指令	地址	指令	地址	指令	地址	指令
0	ST X0	3	ST X1	6	ST Y0	9	ED
1	AN/ Y1	4	AN/ Y0	7	ST Y1		
2	OT Y0	5	OT Y1	8	KP Y2		

【解题过程】 梯形图如图解 11.2.4 所示。



(a)

(b)

图解 11.2.4

图解 11.2.6(a) 中, 设扫描周期为 T , 则有 Y_0 周期 $3s$, 脉宽为 $1s$ 的连续脉冲。 X_0 接通, T_1 为低, Y_0 为 1, T_1 计时 $1s$ 后, T_1 为高, Y_0 不导通, Y_0 为低, 延时 $2s$ 后, Y_0 为低并持续 $2s$, T_1 复位为低, X_0 又给 Y_0 输出, 如此往复。

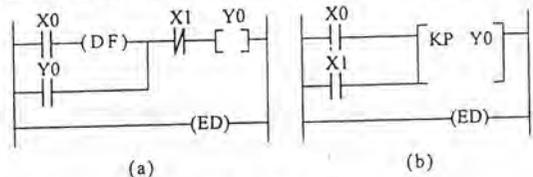
图解 11.2.6(b) 中, X_0 作用, Y_0 比 X_0 延迟了 $110s$ 的开关信号。

指令语句表如表解 11.2.6A 和表解 11.2.6B 所示。

表解 11.2.6B

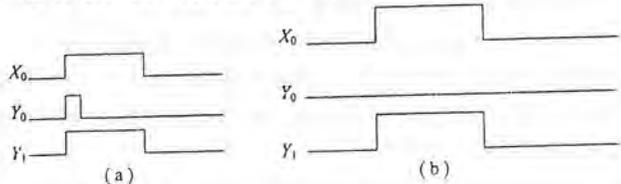
地址	指令	
0	ST	X_0
1	TMX	0
	K	100
4	ST	T_0
5	TMY	1
	K	100
9	ST	T_1
10	OT	Y_0
11	ED	

11.2.7 用时序图比较题 11.2.7 图中(a), (b) 两个梯形图的控制功能。



题 11.2.7 图

【解题过程】 题 11.2.7 图(a) 时序图如图解 11.2.7(a) 所示。



图解 11.2.7

Y_0 在检测到 X_0 有上升信号时, 线圈接通扫描一个周期。

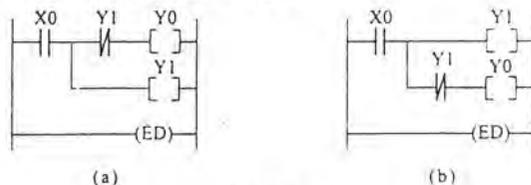
Y_1 在 X_0 接通时有输出, X_0 断开时, 停止输出。

题 11.2.7 图(b) 时序图如图解 11.2.7(b) 所示。

Y_0 无论 X_0 动合、动断均没有输出。

Y_1 在 X_0 动合时有输出。

11.2.8 试写出题 11.2.8 图所示的两个梯形图的指令语句表, 分析在相同的 X_0 输入时, Y_0, Y_1 的输出是否相同, 画出 Y_0, Y_1 的动作时序图加以说明。



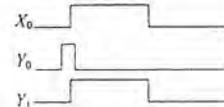
题 11.2.8 图

【解题过程】 指令语句表如表解 11.2.8 所示, 时序图如图解 11.2.8 所示。

表解 11.2.8

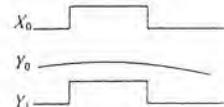
(a) 指令表		(b) 指令	
1	ST X_0	1	ST X_0
2	PSHS	2	OUT Y_1
3	ANI Y_1	3	ANI Y_1
4	OT Y_0	4	OUT Y_0
5	POPS	5	END
6	OT Y_1		
7	END		

a 的时序图



图解 11.2.8(a)

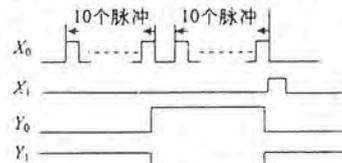
b 的时序图



图解 11.2.8(b)

(a)(b) 两周结构相同, 由于 Y_0, Y_1 输出位置被颠倒, (a) 中脉冲输出 Y_0 在 b 图中被 Y_1 屏蔽。

11.2.9 试分析题 11.2.9 图所示梯形图的时序图并说明其功能。



题 11.2.9 图

【解题过程】 功能: 计数到 10 时, 计数器的动合触点 $C1008$ 闭合 Y_0 线圈接通, Y_1 线圈断开。

11.2.10 试分析说明题 11.2.10 图所示梯形图的功能(图中 $R901C$ 为 $1s$ 时钟脉冲继电器)。

【解题过程】 $R901C$ 每 $1s$ 来一个时钟脉冲,

$CT-1008$ 就计数一次, 当计数到 20 时, 计数器的动合触点 $C1008$ 复位并重新开始计数, 当 $CT-1009$ 计数到 30 时, $CT-1009$ 的动合触点 $C1009$ 闭合, 线圈 Y_0 接通。

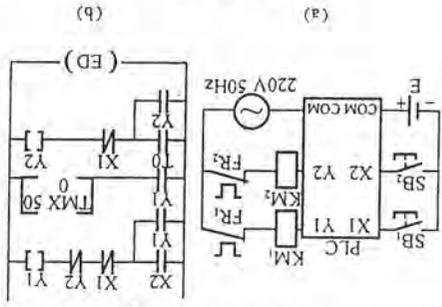
11.2.11 通过画出时序图分析题 11.2.11 图所示梯形图的工作原理和逻辑功能。

【解题过程】 工作原理及功能:

11.3.2 有两台三相笼型电动机 M_1 和 M_2 ，今要求 M_1 先启动，经过 5s 后 M_2 启动， M_1 立即停车。试用 PLC 实现上述控制要求，画出梯形图，并写出指令语句表。

【解题过程】 PLC 外部接线图如图解 11.3.2(a) 所示。SB₁ 为启动按钮，SB₂ 为停止按钮，接触器 KM_1 控制 M_1 ， KM_2 控制 M_2 ，FR₁ 和 FR₂ 分别为两台电动机过载保护的热继电器触点。

梯形图如图解 11.3.2(b) 所示，指令语句表如表解 11.3.2 所示。



图解 11.3.2

表解 11.3.2

地址	指令	地址	指令	地址	指令	地址	指令
0	ST X2	4	OT Y1	9	ST T0	13	ED
1	OR Y1	5	ST Y1	10	OR Y2		
2	AN/ X1	6	TMX 0	11	AN/ X1		
3	AN/ Y2	K 50		12	OT Y2		

11.3.3 有三台笼型电动机 M_1 、 M_2 、 M_3 ，按一定顺序启动和运行。(1) M_1 启动 1min 后 M_2 启动；

(2) M_2 启动 2min 后 M_3 启动；(3) M_3 启动 3min 后 M_1 停车；(4) M_1 停车 30s 后 M_2 和 M_3 立即停车；

(5) 各有启动按钮和总停车按钮。试编制用 PLC 实现上述控制要求的梯形图。

【解题过程】 PLC 外部接线图如图解 11.3.3(a) 所示。其中 SB₁ 为启动按钮，控制 PLC 内部输入继电器 X0。SB₂ 为总停止按钮，控制 PLC 内部输入继电器 X1。Y₁、Y₂、Y₃ 均为 PLC 内部输出继电器，

分别控制接触器 KM_1 、 KM_2 、 KM_3 ，从而实现对电动机 M_1 、 M_2 、 M_3 起停的分别控制。FR₁、FR₂、FR₃ 分别为三台电动机的过载保护用热继电器的触点。内部辅助继电器 R0 用于自锁，在启动信号 X0 的微分信号作用下变为高电平，使 Y1 输出高电平，开始启动过程。在定时器 T4 作用下复位，从而使所有定时器复位，梯形图如图解 11.3.3(b) 所示。

步骤 1: 按下 SB₁，输入启动信号 X0，微分后接通辅助继电器 R0，且发生自锁，使输出继电器 Y₁ 接通， M_1 启动。

步骤 2: 定时器 T₁ 定时 60s 后，继电器 Y₂ 接通， M_2 启动，开始用 T₂ 定时 120s。

步骤 3: 定时器 T₂ 定时 120s 完成后，继电器 Y₃ 接通， M_3 启动，T₃ 定时器开始定时。

步骤 4: 定时器 T₃ 定时 180s 后，Y₁ 断开， M_1 停车，定时器 T₄ 开始定时。

步骤 5: 定时器 T₄ 定时 30s 后，Y₂、Y₃ 断开， M_2 、 M_3 停车，R0 断，并自锁，各定时器复位。

指令表	
1	ST X0
2	OR Y0
3	ANI T0
4	OUT Y0
5	ST Y0
6	ANI X0
7	OUT T0
	END

表解 11.3.1

【解题过程】 时序图如图解 11.3.1，指令语句表如表解 11.3.1。

动作时序图。

11.3.1 试编制能实现瞬时接通，延时 3s 断开的电动机起停控制梯形图和指令语句表，并画出

新接通，依次进入下一步循环。

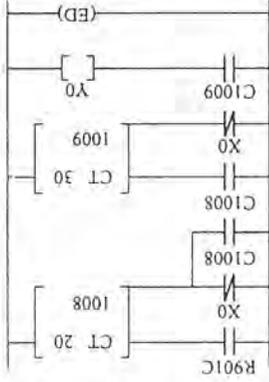
TMX1 动断触点断开，Y1、Y3、Y5、Y7 断开并且 TMX1 复位，其动合触点闭合，Y0、Yn、Y4、Y6 重

断开，TMX0 复位 → Y1 线圈接通，TMX1 开始计时，→ 1s 后。

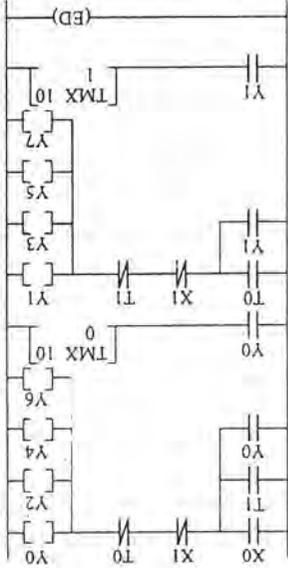
合触点接通 Y1、Y3、Y5、Y7 线圈接通，并由 Y1 线圈锁定，同时 TMX0 动断触点断开，Y0、Y2、Y4、Y6

X0 触点动合 → Y0、Y2、Y4、Y6 接通，且由 Y0 锁定接通，同时 TMX0 开时计时 → 1s 后 TMX0 动

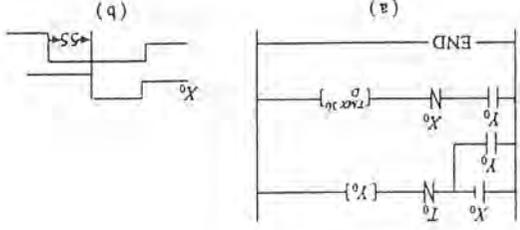
题 11.2.10 图

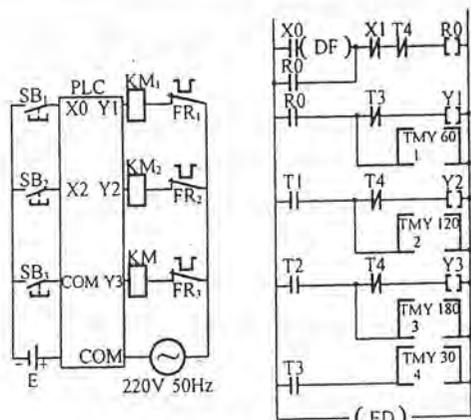


题 11.2.11 图



图解 11.3.1





(a)

(b)

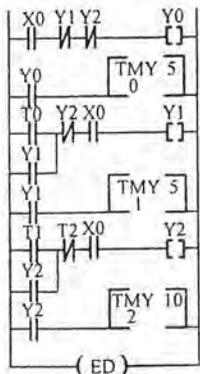
图解 11.3.3

11.3.4 某零件加工过程分三道工序,共需 20s,其时序要求如题 11.3.4 图所示。控制开关用于控制加工过程的起动、运行和停止。每次起动皆从第一道工序开始,试编制完成上述控制要求的梯形图。

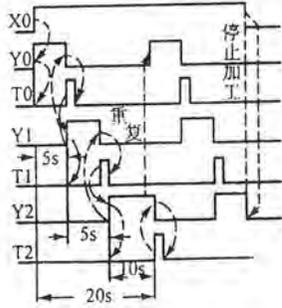
【解题过程】 梯形图如图解 11.3.4(a) 所示,为便于理解,在图解 11.3.4(b) 中画出了动作时序图,并用虚线箭头表示动作过程。下面简单介绍一下第一次循环过程。

X0 为常开开关触点,作为控制开关:

(1) 第一道工序: X0 闭合, Y0 输出高电平,并且 Y0 被接通,则 T0 开始定时,5s 以后, T0 由低电平变为高电平。

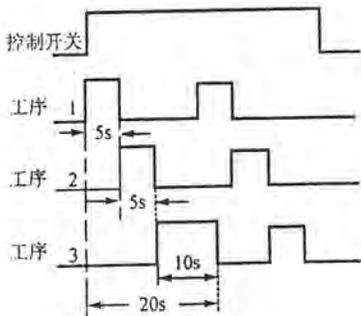


(a)



(b)

图解 11.3.4



题 11.3.4 图

(2) 第二道工序: T0 为高电平,使 Y1 输出高电平,发生自锁,将第一道工序结束, Y0 变为低电平, T0 复位,而 Y1 使 T1 开始定时,5s 后 Y2 为高电平。

(3) 第三道工序: Y2 为高电平,发生自锁, T 开始定时,使 Y1 为低电平,第二道工序结束, T1 复位。 T2 定时到 10s 后,输出高电平使 Y2 恢复低电平,第三道工序结束。

然后, Y1、Y2 在第一道工序控制电路中的常闭开关闭合,开始第一道工序直到 X0 断开为止。

如此周而复始,直到 X0 变为低电平则过程立即停止。

11.3.5 试编制实现下述控制要求的梯形图。用一个开关 X0 控制三个灯 Y1、Y2、Y3 的亮灭: X0 闭合一次灯 1 点亮; 闭合两次灯 2 点亮; 闭合三次灯 3 点亮; 再闭合一次三个灯全灭。

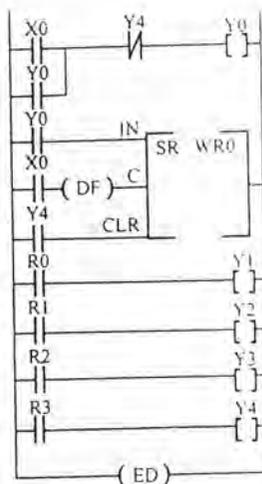
【解题过程】 梯形图如图解 11.3.5 所示。SR 为移位指令, 开关信号 X0 通过继电器 Y0 转换成数据输入, X0 经过前沿微分作为移位脉冲, 输出继电器 Y4 作内部复位信号。三个灯由三个输出继电器 Y1、Y2、Y3 控制。

(1) 第一次闭合 X0 时, Y0 输入的高电平移位到第一位寄存器 R0, 使 Y1 为高电平。

(2) 第二次闭合 X0 时, Y0 仍然为高, R0 中的高电平移入 R1, 使 Y2 为高电平。

(3) 第三次闭合 X0 时, R1 中高电平移入 R2, Y3 为高电平, Y0、Y1、Y3 都保持高电平。

(4) 第四次闭合 X0 时, R2 中高电平被移入 R3, Y4 输入高电平, 使移位寄存器清除, Y1、Y2、Y3 全为低电平, Y0 也为低电平。



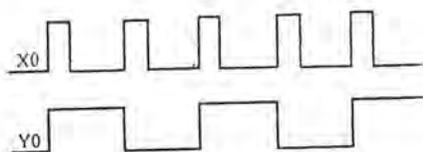
图解 11.3.5

C 拓宽题

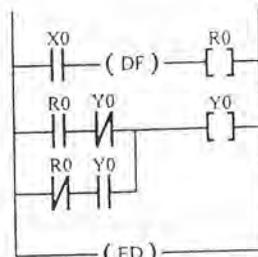
11.3.6 试画出能实现题 11.3.6 图所示动作时序图的梯形图。

【逻辑推理】 要使 X0、Y0 波形如图, 必须引入中间变量 R0。DF 微分指令的作用, 使每个 X0 脉冲只能使 R0 接通一个扫描周期。

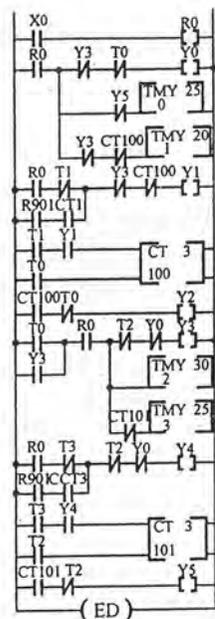
以第一个周期为例, X0 使 R0 接通, 而 Y0 随之接通; 下一次扫描周期来时, R0 断开, 而 Y0 仍保持原状态, 但 X0 使 Y0 断开, 于是可得要求的时序图。



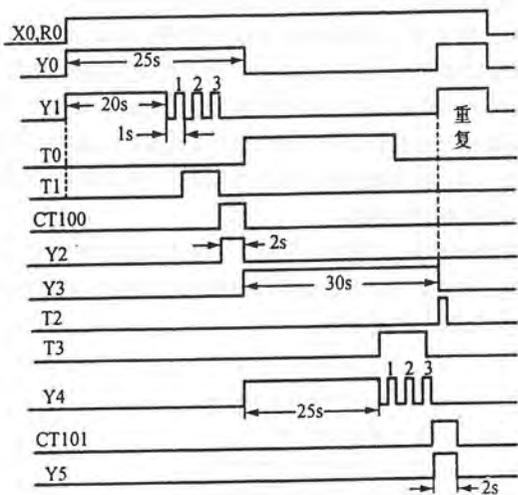
题 11.3.6 图



图解 11.3.6



(a)



(b)

图解 11.3.10

第 12 章

工业企业供电与安全用电

本章介绍高压输电的意义和安全用电的常识,着重了解保护接地、保护接零和重复接地的原理和方法。

12.1 重点内容提要

一、高压输电的意义

根据功率公式: $P = UI$, 在输出功率一定的条件下, U 越大, I 越小, 于是, 远距离输电采用高压输电, 其意义为:

- (1) 线路电压损失 $U = IR$, I 小, U 也小。
- (2) 线路功率 $P = I^2R$, I 小, P 也小。
- (3) 节省输电材料(导线细), 设备投资小。

二、安全用电常识

1. 电流对人体的危害

(1) 影响电击对人体伤害程度的因素:

- 1) 人体电阻大小。
 - 2) 电流的大小。
 - 3) 电流的频率。
 - 4) 通电时间长短。
- (2) 安全电压规定为 36V、24V 及 12V。

2. 触电方式

(1) 单相触电:

- 1) 电源中性点接地系统: 承受相电压。
- 2) 中性点不接地系统: 承受线电压。

(2) 两相触电: 承受线电压。

3. 接地和接零

- (1) 工作接地: 电源中性点接地。
- (2) 保护接地: 将电气设备的金属外壳接地, 用于中性点不接地的低压系统中。
- (3) 保护接零: 将电气设备的金属外壳接到零线上, 用于中性点接地的低压系统中。
- (4) 重复接地: 输电距离较远时将用户端零线再次接地, 以防保护接零失效。
- (5) 工作零线与保护零线: 三相四线制系统中的零线为工作零线, 工作零线在进入建筑物人口处要接地, 进户后再设一保护零线, 所有的接零设备都要通过三孔插座接到保护零线上。

三、节约用电

注意节约用电, 并了解节约用电的具体措施, 在日常生活中要注意照明用电的节约。

考点: 安全电压, 接地与接零保护。

12.2 课后习题全解

12.1.1 为什么远距离输电采用高压?

【解题过程】 由功率定义式: $P = UI$, P 是发电机输出功率, 或称传输功率, P 一定的条件下, U 提高使 I 减小, 导线电阻为 R (传输线可看作纯电阻 R)。

$$\begin{aligned} \text{由能量守恒定律: } P_{\text{发}} &= P_{\text{传}} + P_{\text{损}} \\ &= P_{\text{受}} + I^2 R \end{aligned}$$

于是, I 减小, 接收到的功率损失减小, 在同样输电功率下, 电压越高线路电流越小, 线路的阻抗电压降电压损失也减小, 电流减小, 导线电阻消耗的有功功率减少; 线路电流小, 导线截面积也减小, 节约导线材料; 导线细则同样跨距内导线重量轻, 节约输电设备投资。

12.1.2 什么是直流输电?

【解题过程】 直流输电是将三相交流电通过换流站整流变成直流电, 然后通过直流线路送往另一个换流站逆变成三相交流电的输电方式。

12.3.1 为什么中性点接地的系统中不采用保护接地?

【解题过程】 因为采用保护接地时, 当电气设备的绝缘损坏时, 接地电流 $I_0 = \frac{U_0}{R_0 + R_0'}$, 其中 U_0 为相电压, R_0, R_0' 分别为保护接地和工作接地的接地电阻。如果系统电压为 $380/220\text{V}$, $R_0 = R_0' = 4\Omega$, 则接地电流 $I_0 = 27.5\text{A}$, 为了保证保护装置能可靠的动作, 接地电流不应小于继电器保护装置动作电流的 1.5 倍, 因此, 27.5A 的接地电流只能保证断开动作电流不超过 $\frac{1.5}{27.5\text{A}} = 18.3\text{A}$ 的继电器保护装置。如果电气设备的容量较大, 就得不到保护, 接地电流长期存在, 外壳也将带电, 其对人体电压为 $U_0 = \frac{U}{R_0 + R_0'} R_0$, 如 $U_0 = 220\text{V}$, $R_0 = R_0' = 4\Omega$, 则 $U_0 = 110\text{V}$, 此电压值对人体是不完全的。

12.3.2 为什么中性点不接地的系统中不采用保护接零?

【解题过程】 在中性点不接地的系统中, 若将设备外壳接在零线上, 则外壳和中性点等电位, 如

果发生单相漏电, 将可能烧断熔丝, 抬高中性点的电位, 使外壳对地仍有一定电压, 对人体是不安全的, 特别是当零线断线时, 熔丝将不会烧断, 更加危险。

12.3.3 区别工作接地、保护接地和保护接零。为什么在中性点接地系统中, 应采取保护接零, 还要采用重复接地?

【解题过程】 工作接地: 将电源中性点直接接地。

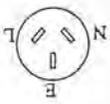
保护接地: 在无中性点接地系统中, 将用电气设备外壳接地。

保护接零: 在中性点接地系统中, 将用电气设备外壳接在零线上。

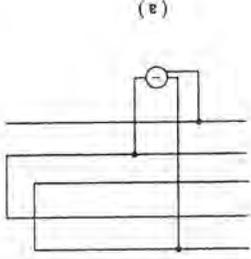
在中性点接地系统中, 若负载不对称, 中性线上有电流, 中性线对地电压不等于零, 为了安全, 在用电气设备附近将零线再次接地, 称为重复接地, 以免中性线发生断线, 设备漏电使人体触电。

12.3.4 有些家用电器(例如电冰箱等)用的是单相交流电, 但是为什么电源插座是三眼的? 画出正确使用的电路图。

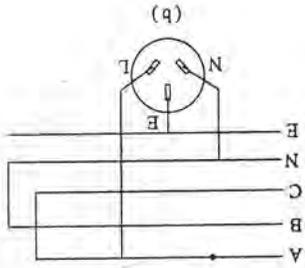
【解题过程】 三相插头三个孔, L : 火线, N : 零线, E : 接地线, 家里的一般是三孔插座不是三相插座, 中间是接地线, 两边是火线和零线, 右边为火线(L), 左边为零线(N)。



电路图如图解 12.3.4 所示。



(a)



(b)

图解 12.3.4

第13章 电工测量

本章主要介绍实验方法和实验计算,并且学习仪表的参数计算和改装。

13.1 重点内容提要

一、常用电工仪表的分类与型式

1. 分类

- (1) 按被测量种类分类,有电压表、电流表、功率表、电度表、相位表、频率表、欧姆表及兆欧表等。
- (2) 按仪表的结构原理分类,有磁电式、电磁式、电动式、整流式、热电式等。
- (3) 按被测量的电流种类分类,有直流、交流和交直流两用等。
- (4) 按仪表的准确度分类,有0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5和5.0等七级。

仪表准确度 γ (仪表的相对额定误差)

$$\gamma = \frac{\pm \Delta A_m}{A_m} \times 100\%$$

ΔA_m 为最大基本绝对误差, A_m 为仪表量程。

相对测量误差为

$$\gamma = \frac{\pm \Delta A}{A} \times 100\%$$

A 为被测量,选择仪表量程 A_m 时,一定应使 $A < A_m \leq 2A$ 。

2. 型式

仪表的基本结构型式有三种:

(1) 磁电式:由固定的永久磁铁和活动线圈及螺旋弹簧等组成。指针偏转角 α 正比于线圈中的被测电流 I 。

特点:刻度均匀、灵敏度高、受外磁场影响小,过载能力小,只能测量直流。

(2) 电磁式:由固定线圈和活动铁片及反作用力弹簧等组成。指针偏转角 α 正比于被测电流 I^2 。

特点:刻度不均匀,构造简单,可测量直流和交流有效值,过载能力大,受外磁场影响大。

(3) 电动式:由固定线圈和活动线圈及螺旋弹簧等组成。偏转角 α 正比于两线圈电流的乘积,对于交流还与两电流相位差余弦 $\cos\varphi$ 有关。

特点:测量直流、交流电压,电流及功率,准确度高,但过载能力小。

二、万用表

1. 磁电式万用表

磁电式万用表有磁电式微安表、若干分流器和倍压器、二极管及转换开关等,可以用来测量直流电流、直流电压、交流电压和电阻等,各物理量的测量原理及电路图参照教材,了解即可,关键是会使用万用表正确测量各量。

2. 数字式万用表

参照教材图13.5.6,熟悉数字万用表面板上各部分的功能以便能正确地使用它进行测量。

3. 电流测量

将电流表串联在被测电路中。电流表内阻很小,对被测电路影响可忽略。

电流表量程扩大的方法是并联分流器,图13.1中所示 R_A 为分流器,则

$$R_A = \frac{R_0}{\frac{I}{I_0} - 1}$$

其中, I_0 是电流表的量程,即原电流表的最大值, I 是扩大后的量程, R_0 是电流表的内阻。

4. 电压测量

将电压表通过测试棒与被测电路并联。电压表内阻很大,对被测电路影响可忽略。电压表量程扩大的方法是串联分压器(或称倍压器),图13.2中所示 R_V 为分压器,则

$$R_V = R_0 \left(\frac{U}{U_0} - 1 \right)$$

其中, U_0 是电压表的量程,即电压表的最大值, U 是扩大后的量程, R_0 是电压表的内阻。

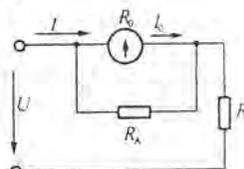


图 13.1

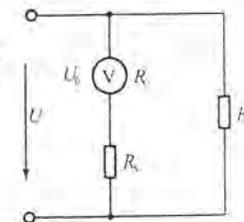


图 13.2

三、功率测量

1. 单相交流和直流功率的测量

将电动式仪表的固定线圈与被测电路串联测量电路电流,将活动线圈加分压器与被测电路并联测量电路电压,如图13.3所示,图中“+”或“±”表示同名端,于是偏转角为

$$\text{对直流: } \alpha = kIU = kP;$$

$$\text{对交流: } \alpha = kIU\cos\varphi = kP,$$

功率表的量程包括电流线圈量程 I_N 、电压线圈量程 U_N 和功率量程 P_N 。对高功率因数负载采用高功率因数功率表,其 $\cos\varphi_N = 1$,仪表常

数 $C_w = \frac{U_N I_N}{\alpha_m} \text{ W/格}$;对低功率因数负载采用低功率因数表,其

$\cos\varphi_N = 0.2$,仪表常数 $C_w = \frac{U_N I_N \cos\varphi_N}{\alpha_m} \text{ W/格}$ 。

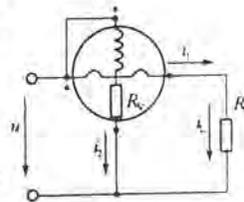


图 13.3

2. 三相功率的测量

测量三相电路功率常用两瓦计(即功率表)法,电路如图13.4所示,适用范围是三相三线制电路,两表读数之和即为三相功率:

$$P = P_{w1} + P_{w2} = U_{ac} I_a \cos\alpha + U_{bc} I_b \cos\beta$$

其中: α 为 u_{ac} (与 w_1 反相)与 i_a 的相位差角, β 为 u_{bc} 与 i_b 的相

$$P = U_{ac} I_a \cos\alpha + U_{bc} I_b \cos\beta$$

$$= U_{ac} I_a \cos\alpha + U_{bc} I_b \cos\beta$$

$$= U_{ac} I_a \cos(30^\circ - \varphi) + U_{bc} I_b \cos(30^\circ + \varphi)$$

φ 为相电压与电流的相位差角。

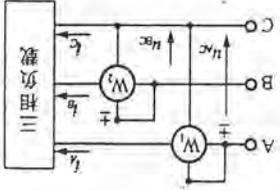


图 13.4

四、兆欧表

兆欧表是一种利用磁电式流比计的线路测量高电阻的仪表,其

构造如教材图13.7.1所示,通常在检查电机、电器及线路的绝缘情况和测量高值电阻时使用兆欧表。

五、用电桥测量电阻、电容与电感

电桥是一种比较式仪表,它的准确度和灵敏度都较高,通常分为直流电桥和交流电桥。

1. 直流电桥

通常用的是单臂直流电桥(惠斯登电桥),用于测量中值($1\Omega \sim 0.1M\Omega$)电阻,直流电桥的电路如图13.5所示。

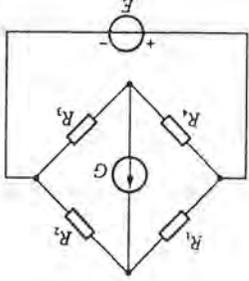


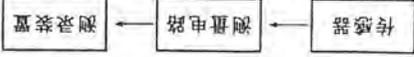
图 13.5 直流电桥的电路

2. 交流电桥

内部电源是交流,根据阻抗平衡不仅可测量电阻,还可同时测量电感和电容。

六、非电量的电测法

非电量的测量主要是通过传感器实现的,由下列几个环节组成:



13.2 课后习题全解

A 选择题

13.1.1 (2) 13.1.2 (3) 13.1.3 (1)

13.1.4 (2) 13.2.1 (2) 13.3.2 (2)

13.3.1 (2) 13.4.1 (1) 13.6.1 (1)

B 基本题

13.1.5 电源电压的实际值为220V,今用准确度为1.5级、满标值为250V和准确度为1.0级、满标值为500V的两个电压表测量,试问哪个读数比较准确?

【知识点窍】电压表的使用。

【逻辑推理】对电压表准确度的理解。

【解题过程】1.5级,即仪表相对误差 $\gamma = \pm 1.5\%$,1.0级,即仪表相对误差 $\gamma = \pm 1.0\%$ 。因此,

对1.5级250V的表产生的最大绝对误差

$$\Delta U = \pm 1.5\% \times 250 = \pm 3.75V$$

对1.0级500V的表产生的最大绝对误差

$$\Delta U' = \pm 1.0\% \times 500 = \pm 5V$$

显然 $\Delta U' > \Delta U$,因此用1.5级250V的表测量较为准确。

13.1.6 用准确度为2.5级、满标值为250V的电压表去测量110V的电压,试问相对测量误差为若干?如果允许的相对测量误差不应超过5%,试确定这只电压表适宜于测量的最小电压值。

【知识点窍】电压表的使用。

【逻辑推理】利用相对误差公式 $r' = \frac{\pm \Delta U_m}{U} \times 100\%$ 进行求解。

【解题过程】相对测量误差

$$r' = \frac{\pm \Delta U_m}{U} \times 100\%$$

又因为

$$\Delta U_m = 2.5\% \times 250V, n = 250V$$

于是

$$r' = \frac{\pm 2.5\% \times 250}{110} \times 100\% = \pm 5.68\%$$

若 $r' \leq \pm 5\%$,则由 $r' = \frac{\pm \Delta U_m}{U} \times 100\% \leq \pm 5\%$

$$n \geq \frac{\pm \Delta U_m}{\pm 5\%} \times 100\% = \frac{\pm 2.5\% \times 250}{\pm 5\%} \times 100\% = 125V$$

所以 $u_{\min} = 125\text{V}$ 。

13.4.2 一毫安表的内阻为 20Ω , 满标值为 12.5mA 。如果把它改装成满标值为 250V 的电压表, 问必须串多大的电阻?

【知识点窍】 欧姆定律分压公式。

【逻辑推理】 串联后的电阻上的压降为电压表满标值与表内阻之差。

【解题过程】 由毫安表上电压降

$$U_0 = I_0 R_0 = 12.5 \times 10^{-3} \times 20 = 250\text{mV}$$

要改装成电压表, 必须串联大电阻, 使电阻上电压降

$$U' = U - U_0 = 250 - 250 \times 10^{-3}\text{V}$$

由此

$$\frac{R_V + R_0}{R_0} = \frac{U}{U_0} = \frac{250}{250} \times 10^3$$

所以, 应串联电阻的大小为

$$R_V = \left(\frac{U}{U_0} - 1\right)R_0 = (10^3 - 1) \times 20 = 19980\Omega$$

13.4.3 题 13.4.3 图是一电阻分压电路, 用一内阻 R_0 为 (1) $25\text{k}\Omega$, (2) $50\text{k}\Omega$, (3) $500\text{k}\Omega$ 的电压表测量时, 其读数各为多少? 由此得出什么结论?

【知识点窍】 分压公式。

【逻辑推理】 电压表内阻不同时电路的总电阻不同, 并联支路电阻也不同, 电压表上分压也会不同。

【解题过程】 (1) $R_0 = 25\text{k}\Omega$ 时

$$U_V = \frac{10\text{k} \parallel R_0}{10\text{k} + 10\text{k} \parallel R_0} \cdot U_s$$

$$= 50 \times \frac{25 \parallel 10}{10 + 25 \parallel 10} = 50 \times \frac{10 + 25}{10 + \frac{250}{10 + 25}} \approx 20.8\text{V}$$

(2) $R_0 = 50\text{k}\Omega$ 时

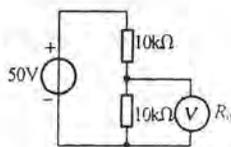
$$U_V = \frac{R_0 \parallel 10\text{k}}{10\text{k} + R_0 \parallel 10\text{k}} \cdot U_s = \frac{50 \times 10}{50 + 10} \times 50 = 22.7\text{V}$$

(3) $R_0 = 500\text{k}\Omega$ 时

$$U_V = \frac{R_0 \parallel 10\text{k}}{10\text{k} + R_0 \parallel 10\text{k}} \cdot U_s = \frac{500 \times 10}{500 + 10} \times 50 \approx 24.75\text{V}$$

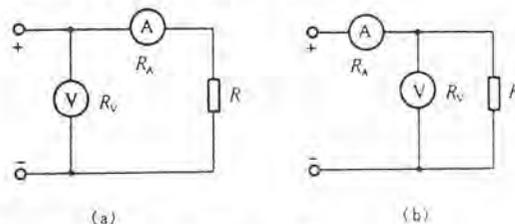
显然, 内阻 R_0 越大, 误差越小。

13.4.4 如题 13.4.4 图所示是用伏安法测量电阻 R 的两种电路, 因为电流表有内阻 R_A , 电压表有内阻 R_V , 所以两种测量方法都将引入误差。试分析它们的误差, 并讨论这两种方法的适用条件。



题 13.4.3 图

(即适用于测量阻值大一点的是小一点的电阻, 可以减小误差?)



题 13.4.4 图

【知识点窍】 欧姆定律。

【逻辑推理】 误差 $\gamma = \frac{R_m - R}{R}$, 由欧姆定律可得到 (a), (b) 中的 R_m , 从而进行比较。

【解题过程】 设 A 表读数为 I , V 表读数为 U , 则误差 $\gamma_k = \frac{\Delta R}{R} \times 100\%$

对题 13.4.4 图 (a) 所示电路, 电阻 R 的测量值

$$R_m = \frac{U}{I} = \frac{U}{\frac{U}{R_A + R}} = R_A + R$$

误差 $\gamma = \frac{R_m - R}{R} = \frac{R_A}{R}$, 可见 R 愈大, R_A 愈小, 则误差 γ_k 愈小, 因此该电路适宜测量阻值大的电阻。

对题 13.4.4 图 (b) 所示电路, A 表读数 $I = \frac{U}{R_V} + \frac{U}{R}$ (KCL 定律), 电阻 R 的测量值

$$R_m = \frac{U}{I} = \frac{U}{\frac{U}{R_V} + \frac{U}{R}} = \frac{RR_V}{R + R_V}$$

因此误差

$$\gamma_k = \frac{R_m - R}{R} = \frac{R_V}{R + R_V} - 1 = -\frac{R}{R + R_V}$$

可见 R 愈小, R_V 愈大误差 γ_k 愈小, 因此适宜于测量阻值较小的电阻。

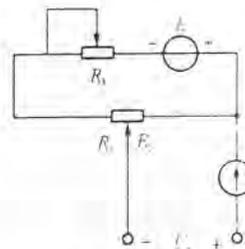
13.4.5 如题 13.4.5 图所示的是测量电压的电位计电路, 其中 $R_1 + R_2 = 50\Omega$, $R_3 = 44\Omega$, $E = 3\text{V}$ 。当调节滑动触点使 $R_2 = 30\Omega$ 时, 电流表中无电流通过, 试求被测电压 U_x 之值。

【知识点窍】 分压公式。

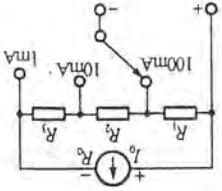
【逻辑推理】 直接用分压公式即可。

【解题过程】 已知电流表中无电流, 因此 R_1, R_2, R_3 为串联回路, 串联电路分压公式

$$U_x = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \times E = \frac{30}{50 + 44} \times 3 = 0.96\text{V}$$



题 13.4.5 图



13.5.1 如题 13.5.1 图所示是万用电表中直流毫安挡的电路。表头内阻 $R_0 = 580\Omega$, 满标值电流 $I_0 = 0.6\text{mA}$ 。今欲使其量程扩大为 1mA 、 10mA 及 100mA , 试求分流器电阻 R_1 、 R_2 及 R_3 。

【知识点窍】电阻的串、并联欧姆定律。

【逻辑推理】 R_0 上的电流始终是 I_0 , 与外电路进行连接的那部分电阻

(量程是 1mA 时为 R_1 , R_2 和 R_3 ; 10mA 时为 R_1 和 R_2 ; 100mA 时为 R_1) 上的

电流则为总的电流与 I_0 之差。

【解题过程】由并联电路的分流作用: 显然, R_0 支路电阻越大, 总电流也越大, 于

题 13.5.1 图

是, $I_0 = 1\text{mA}$ 时, R_1 , R_2 , R_3 串联后, 与 R_0 并联, 有

$$I_0 R_0 = (I_0 - I_0)(R_1 + R_2 + R_3)$$

$I_0 = 10\text{mA}$ 时, R_1 , R_2 串联, R_3 串联, 然后并联

$$I_0(R_1 - R_2) = (I_0 - I_0)(R_1 + R_2)$$

$I_0 = 100\text{mA}$ 时, R_1 与 R_2 , R_3 的串联电阻并联

$$I_0(R_3 - R_1 + R_2) = (I_0 - I_0) \cdot R_3$$

由此可联立以上方程, 得到方程组

$$\begin{cases} I_0 R_0 = (I_0 - I_0)(R_1 + R_2 + R_3) = I_0 R_0 \\ I_0(R_3 + R_2) = (I_0 - I_0)(R_1 + R_2) \\ I_0(R_1 + R_2) = (I_0 - I_0) \cdot R_1 \end{cases}$$

于是, 解方程组得到

$$R_1 = \frac{I_0}{I_0 - I_0} \times \frac{I_0 - I_0}{I_0} R_0 = \frac{10}{0.6} \times \frac{10 - 1}{1 - 0.6} \times 280 = 378\Omega$$

$$R_2 = \frac{I_0}{I_0 - I_0} \times \frac{I_0 - I_0}{I_0 - I_0} R_0 - R_1$$

$$= \frac{100 \times (100 - 1)}{0.6 \times (100 - 1)} \times 280 - 378 = 37.8\Omega$$

$$R_3 = (R_1 + R_2 + R_3) - R_2 - R_1 = \frac{I_0}{I_0 - I_0} R_0 - R_2 - R_1$$

$$= \frac{1}{1 - 0.6} \times 280 - 37.8 - 378 = 4.2\Omega$$

13.5.2 如用上题万用电表测量直流电压, 共有三挡量程, 即 10V 、 100V 及 250V , 试计算倍压器电阻 R_1 、 R_2 及 R_3 , 如题 13.5.2 图所示。

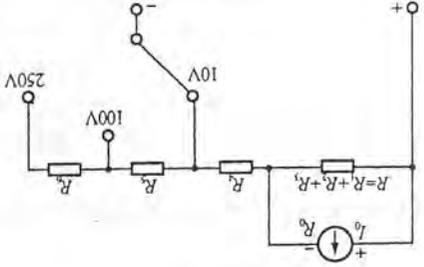
【知识点窍】分压公式。

【逻辑推理】此时量得的电压为表头电压降与所引入的倍压器电阻上的电压降之和。

【解题过程】由题 13.5.2 图所示电路可知, 电压表的表头可看成 $I_0 = 1\text{mA}$, 内阻 $R_0 = 168\Omega$ 的毫安表, 表头电压降 $U_0 = I_0 R_0 = 168\text{mV}$ 。

由分压公式

$$\frac{R_1 + R_0}{R_0} = \frac{U_{10}}{U_0}$$



题 13.5.2 图

于是 $R_1 = \frac{U_{10}}{U_0} R_0 - R_0 = \left(\frac{U_{10}}{U_0} - 1\right) R_0 = \left(\frac{168 \times 10^{-3}}{10} - 1\right) \times 168 = 9832\Omega$

同理 $R_2 = \left(\frac{U_{100}}{U_0} - 1\right) R_0 - R_1 = \left(\frac{168 \times 10^{-3}}{100} - 1\right) \times 168 - 9832 = 90\Omega$

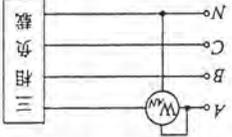
$R_3 = \left(\frac{U_{250}}{U_0} - 1\right) R_0 - (R_1 + R_2) = \left(\frac{168 \times 10^{-3}}{250} - 1\right) \times 168 - 99832 = 150\text{k}\Omega$

13.6.2 在三相四线制电路中负载对称和不对称这两种情况下, 如何用功率表来测量三相功

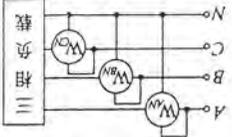
率, 并分别画出测量电路。能否用两功率表法测量三相四线制电路的三相功率?

【知识点窍】三相负载电路, 功率表的运用。

【解题过程】(1) 若负载对称, 则需一块表, 读数乘以 3, 测量电路如图解 13.6.2 所示。



(a) 的三相的总功率为 $P = 3P_{AV}$ 。



(b) 的三相总功率: $P = 3P_{AV} + P_{BV} + P_{CV}$

图解 13.6.2(a)

图解 13.6.2(b)

(2) 不对称三相四线制系统, 此时中性线中电流 $I_N \neq 0$, 则接在中线上的功率表读数不为零, 此

时不可用两表法。

对称三相四线制系统, 可用两功率表法测量电路的三相功率。

C 拓 宽 题

13.6.3 用两功率表法测量对称三相负载(负载阻抗为 Z)的功率,设电源线电压为380V,负载连成星形。在下列几种负载情况下,试求每个功率表的读数和三相功率。(1) $Z = 10\Omega$; (2) $Z = 8 + j6\Omega$; (3) $Z = 5 + j5\sqrt{3}\Omega$; (4) $Z = 5 + j10\Omega$; (5) $Z = -j10\Omega$ 。

【知识点窍】 三相负载电路,功率表的运用。

【逻辑推理】 此时负载是对称的,直接运用功率表的读数公式 $P_1 = U_l I_l \cos(30^\circ - \varphi)$ 和 $P_2 = U_l I_l \cos(30^\circ + \varphi)$ 可求得功率表的读数 P_1, P_2 ,二者之和为三相功率。

【解题过程】 (1) $Z = 10\Omega$ 时,功率因数 $\cos\varphi = 1$,根据对称负载,线电压、电流之间的关系,有

$$I_l = \frac{U_l}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{|Z|} = \frac{380}{\sqrt{3} \times 10} \approx 22\text{A}, \varphi = 0^\circ$$

因为 $\cos\varphi = 1$,则 $\varphi = 0$,于是

$$P_1 = U_l I_l \cos(30^\circ - \varphi) = 380 \times 22 \times \cos 30^\circ = 7234\text{W}$$

$$P_2 = U_l I_l \cos(30^\circ + \varphi) = p_1 = 7234\text{W}$$

总功率: $P = P_1 + P_2 = 2 \times 7234 \approx 14.5\text{kW}$

(2) $Z = 8 + j6 = 10/\angle 36.9^\circ \Omega$ 时,功率因数

$$\cos\varphi = \frac{R_r(Z)}{|Z|} = \frac{8}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 0.8$$

于是, $\varphi = 36.9^\circ$ 的线电流

$$I_l = I_p = \frac{U_p}{|Z|} = \frac{U_l}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{|Z|} = \frac{220}{10} = 22\text{A}$$

由于负载对称

$$P_1 = U_l I_l \cos(30^\circ - \varphi) = 380 \times 22 \times \cos(30^\circ - 36.9^\circ) = 8300\text{W}$$

$$P_2 = U_l I_l \cos(30^\circ + 36.9^\circ) = 380 \times 22 \times \cos(30^\circ + 36.9^\circ) \approx 3280\text{W}$$

因此,总功率为:

$$P = P_1 + P_2 = 8300 + 3280 = 11.58\text{kW}$$

(3) $Z = 5 + j5\sqrt{3} = 10/\angle 60^\circ \Omega$ 时

$$\text{功率因数 } \cos\varphi = \frac{5}{\sqrt{5^2 + (5\sqrt{3})^2}} = \frac{1}{2}$$

因此, $\varphi = 60^\circ$

线电流

$$I_l = \frac{U_l}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{|Z|} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 10} = 22\text{A}$$

由于负载对称,所以

$$P_1 = U_l I_l \cos(30^\circ - \varphi) \approx 7240\text{W}$$

$$P_2 = U_l I_l \cos(30^\circ + 60^\circ) = 0$$

因此,总功率: $P = P_1 + P_2 = P_1 = 7240\text{W}$

(4) $Z = 5 + j10 = 11.18/\angle 63.4^\circ \Omega$ 时

功率因数

$$\cos\varphi = \cos 63.4^\circ = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

线电流

$$I_l = \frac{U_l}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{|Z|} = \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{11.18} = 19.7\text{A}, \varphi = 63.4^\circ$$

又因为 $\varphi = 63.4^\circ$ 以及负载为对称,故

$$P_1 = U_l I_l \cos(30^\circ - \varphi)$$

$$= 380 \times 19.7 \cos(30^\circ - 63.4^\circ) \approx 6240\text{W}$$

$$P_2 = U_l I_l \cos(30^\circ + \varphi) = -448\text{W}$$

所以,总功率为

$$P = P_1 + P_2 = 6240 - 448 = 5792\text{W}$$

(5) $Z = -j10\Omega = 10/\angle 90^\circ \Omega$ 时,线电流

$$I_l = \frac{U_l}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{|Z|} = \frac{220}{10} = 22\text{A}$$

负载 Z 上电压,电流相位差 $\varphi = -90^\circ$ 由于负载对称,故

$$P_1 = 380 \times 22 \cdot \cos[30^\circ - (-90^\circ)] = -4180\text{W}$$

$$P_2 = 380 \times 22 \cdot \cos[30^\circ + (-90^\circ)] = 4180\text{W}$$

因此,总功率

$$P = P_1 + P_2 = 0$$

即纯电容不消耗功率。

13.6.4 某车间有一三相异步电动机,电压为380V,电流为6.8A,功率为3kW,星形连接。试选择测量电动机的线电压、线电流及三相功率(用两功率表法)用的仪表(包括型式、量程、个数、准确度等),并画出测量接线图。

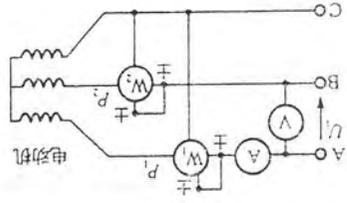
【解题过程】 测量电压约为 380V,故可以选择用 500V 的电磁式电压表,准确度为 1.5 级或 2.5 级;测量线电流选用量程 10A,准确度为 1.5 级的电磁式电流表。

三相功率测量,应用两瓦计法,需要两只功率表,其结构为电动式且为 $\cos\varphi = 1$ 的高功率因数功

率表,电压线圈量程为 500V,电流线圈量程为 10A,则功率的量程为 5kW 的功率表,准确度 1.0 级。

因此可选用两只同型号的电动式,500V,10A, $\cos\varphi = 1$,1.0 级的功率表。

测量接线图如图解 13.6.4 所示。



图解 13.6.4