

第二章 流体静力学习题答案

2-17 多管水银测压计用来测水箱中的表面压强。图中高程单位为 m，试求水面的绝对压强。

解：对 1-1 等压面 $p_0 + \rho g(3.0-1.4) = p_2 + \rho_{\text{汞}} g(2.5-1.4)$

对 3-3 等压面 $p_2 + \rho g(2.5-1.2) = p_a + \rho_{\text{汞}} g(2.3-1.2)$

将两式相加后整理

$$p_0 = \rho_{\text{汞}} g(2.3-1.2) + \rho_{\text{汞}} g(2.5-1.4) - \rho g(2.5-1.2) - \rho g(3.0-1.4) = 264.8 \text{ kPa 绝对压强}$$

$$p_{0, \text{abs}} = p_0 + p_a = 264.8 + 98 = 362.8 \text{ kPa}$$

2-19 静止时液面以上体积等于旋转时自由液面以上的体积。

$$\pi R^2 \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \int_0^R 2\pi r \frac{\omega^2 r^2}{2g} dr = \frac{\pi \omega^2}{4g} R^4 \quad \pi R^2 (H-h) = \frac{\pi \omega^2}{4g} R^4$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4g(H-h)}{R^2}} = \sqrt{\frac{4 \times 9.8(0.5-0.3)}{0.15^2}} = 18.67 \text{ rad/s}$$

2-24 矩形平板闸门 AB 一侧挡水，已知长 $l=2\text{m}$ ，宽 $b=1\text{m}$ ，形心点水深 $h_c=2\text{m}$ ，倾角 $\alpha=45^\circ$ ，闸门上缘 A 处设有转轴，忽略闸门自重及门轴摩擦力。试求开启闸门所需拉力 T。

解： $P = p_c A = \rho g h_c \cdot b l = 1000 \times 9.8 \times 2 \times 1 \times 2 = 39.2 \text{ kN}$

$$y_D - y_c = e = \frac{I_c}{y_c A} = \frac{bl^3/12}{y_c b l} = \frac{l^2}{12h_c / \sin \alpha} = \frac{2^2 \sin 45^\circ}{12 \times 2} = 0.1178 \text{ m}$$

$$\therefore T \cdot l \cos \alpha = P \cdot \left(\frac{l}{2} + e\right)$$

对 A 点取矩

$$\therefore T = P \frac{l/2 + e}{l \sin \alpha} = 39.2 \times \frac{1.1178}{1.414} = 30989 \text{ N}$$

2-26 矩形平板闸门宽 $b=0.8\text{m}$ ，高 $h=1\text{m}$ ，若要求箱中 h_1 超过 2m 时，闸门即可自动开启，铰链的位置 y 应是多少。

解： $y_D = y_c + \frac{I_c}{y_c A} = y_c + \frac{bl^3/12}{y_c b h} = 1.56 \text{ m}$

$$\text{距底 } y = 2 - y_D = 0.44 \text{ m}$$

2-27 解:

总压力的水平分力为

$$P_x = \rho g \frac{(h_1 + h_2)^2}{2} = 8\rho g$$

垂直方向分力为: $P_z = \rho g v = 6\rho g$

$$\text{总压力为 } P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = 10\rho g = 98\text{KN}$$

2-28 金属矩形平板闸门宽 1m, 由两根工字钢横梁支撑。闸门高 $h=3\text{m}$, 容器中水面余闸门顶齐平, 如要求两横梁所受的力相等, 两工字钢的位置 y_1 、 y_2 应为多少?

解: 由图算法可知平板闸门所受总压力

$$P = p_c A = \rho g \frac{h^2}{2}$$

上面工字梁承受水压力 P_1 是总压力的一半

$$P_1 = \rho g \frac{h_1^2}{2} = \frac{1}{2} P = \rho g \frac{h^2}{4} \quad \text{得} \quad h_1 = \frac{h}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$P_1 \text{ 的作用点} \quad y_1 = \frac{2}{3} h_1 = \frac{2}{3} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = 1.414\text{m}$$

$$P_1、P_2 \text{ 及总压力 } P \text{ 对 } A \text{ 点取矩} \quad P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2 = P \cdot y_D$$

$$y_2 = 2y_D - y_1 = 2 \times \frac{2}{3} h - y_1 = 4 - 1.414 = 2.586\text{m}$$

2-30 挡水建筑物一侧挡水, 该建筑物为二向曲面 (柱面), $z=ax^2$, a 为常数。试求单位宽度挡水建筑物上静水总压力的水平分力 P_x 和铅垂分力 P_z 。

$$\text{解: 水平分力} \quad P_x = \frac{1}{2} \rho g h^2$$

$$\text{铅垂分力} \quad P_z = \rho g V$$

$$\text{式中} \quad V = \int_0^{+\sqrt{\frac{h}{a}}} (h - z) dx = \left[hx - a \frac{x^3}{3} \right]_0^{+\sqrt{\frac{h}{a}}} = \frac{2}{3} h \sqrt{\frac{h}{a}}$$

$$P_z = \frac{2}{3} \rho g h \sqrt{\frac{h}{a}}$$

2-33 密闭盛水容器 $h_1=60\text{cm}$, $h_2=100\text{cm}$, 水银测压计读值 $\Delta h=25\text{cm}$ 。试求半径 $R=0.5\text{m}$ 的半球形盖 AB 所受总压力的水平分力和铅垂分力。

解： 容器内液面压强 $p_0 = \rho_{\text{汞}} g \Delta h - \rho g h_1 = 27.44\text{kPa}$

半球形盖 AB 形心处压强 $p_c = p_0 + \rho g h_2 = 37.24\text{kPa}$

水平分力 $P_x = p_c A = p_c \cdot \pi R^2 = 37.24 \times \pi \times 0.5^2 = 29.23\text{KN}$

铅垂分力 $P_z = \rho g V = \rho g \frac{2}{3} \pi R^3 = 9800 \times \frac{2}{3} \pi \times 0.5^3 = 2.56\text{KN}$

2-34 球形密闭容器内部充满水，已知测压管水面标高 $\nabla_1=8.5\text{m}$ ，球外自由水面标高 $\nabla_2=3.5\text{m}$ 。球直径 $D=2\text{m}$ ，球壁重量不计。试求：作用于半球连接螺栓上的总拉力；作用于支撑下半球垂直柱上的水平力和竖向力。

解： 以上半球面为研究对象

$P_z = \rho g V = \rho g \pi R^2 (\nabla_1 - \nabla_2) = 1000 \times 9.8 \times \pi \times 1^2 \times (8.5 - 3.5) = 153.86\text{KN}$

作用于垂直柱上的水平力、竖向力皆为 0

第三、四章 流体动力学基础

习题及答案

3-8 已知流速场 $u_x=xy^2$, $u_y=-\frac{1}{3}y^3$, $u_z=xy$, 试求: (1) 点 (1, 2, 3) 的加速度; (2) 是几维流动; (3) 是恒定流还是非恒定流; (4) 是均匀流还是非均匀流?

解: (1) $a_x = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{1}{3}xy^4 = \frac{16}{3}$

$$a_y = -\frac{3}{3}y^2u_y = \frac{1}{3}y^5 = \frac{32}{3}$$

$$a_z = yu_x + xu_y = xy^3 - \frac{1}{3}xy^3 = \frac{2}{3}xy^3 = \frac{16}{3}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 13.06\text{m/s}^2$$

(2) **二元流动**

(3) **恒定流**

(4) **非均匀流** $\frac{1}{3}xy^4$

3-11 已知平面流动速度分布为 $u_x = -\frac{cy}{x^2+y^2}$, $u_y = \frac{cx}{x^2+y^2}$, 其中 c 为常数。求流线方程并画出若干条流线。

解: $\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} \Rightarrow -\frac{dx}{\frac{cy}{x^2+y^2}} = \frac{dy}{\frac{cx}{x^2+y^2}} \Rightarrow -x dx = y dy$

积分得流线方程: **$x^2+y^2=c$**

方向由流场中的 u_x 、 u_y 确定——**逆时针**

3-17 下列两个流动, 哪个有旋? 哪个无旋? 哪个有角变形? 哪个无角变形? (1) $u_x=-ay$, $u_y=ax$, $u_z=0$

(2)

$$u_x = -\frac{cy}{x^2+y^2}, u_y = \frac{cx}{x^2+y^2}, u_z = 0, \text{式中的 } a、c \text{ 为常数。}$$

$$u_x = -\frac{cy}{x^2+y^2}, u_y = \frac{cx}{x^2+y^2}, u_z = 0, \text{式中的 } a、c \text{ 为常数。}$$

解: (1) $\omega_x = \omega_y = 0$ $\omega_z = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}) = \frac{1}{2}(a+a) = a$ **有旋流动**

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}) = \frac{1}{2}(a-a) = 0 \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{zx} \quad \text{无角变形}$$

(2)

$$\omega_z = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}) = \frac{1}{2}\left[\frac{(x^2+y^2)c-2cx^2}{(x^2+y^2)^2} + \frac{(x^2+y^2)c-2cy^2}{(x^2+y^2)^2}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{2c(x^2+y^2)-2c(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^2}\right] = 0 \quad \omega_x = \omega_y = 0$$

无旋流动

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}) = \frac{1}{2}\left[\frac{-2c(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}\right] = -\frac{c(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2} \neq 0$$

有角变形

4—7 变直径管段 AB, $d_A=0.2\text{m}$, $d_B=0.4\text{m}$, 高差 $\Delta h=1.5\text{m}$, 测得 $p_A=30\text{kPa}$, $p_B=40\text{kPa}$, B 点处断面平均流速 $v_B=1.5\text{m/s}$, 试判断水在管中的流动方向。

解:

$$v_A = v_B \frac{d_B^2}{d_A^2} = 1.5 \times \left(\frac{0.4}{0.2}\right)^2 = 6\text{m/s} \quad H_A = z_A + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} = 0 + \frac{30}{9.8} + \frac{6^2}{2 \times 9.8} = 4.90\text{m}$$

$$H_B = z_B + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} = 1.5 + \frac{40}{9.8} + \frac{1.5^2}{2 \times 9.8} = 5.69\text{m}$$

$H_B > H_A$, 水由 B 流向 A; 水头损失 $5.69-4.90=0.79\text{m}$

4—8 用水银压差计测量水管中的点流速 u , 如读值 $\Delta h=60\text{mm}$, 求该点流速。

解: $u = \sqrt{2g \times 12.6 \Delta h} = \sqrt{19.6 \times 12.6 \times 0.06} = 3.85\text{m/s}$

4—11 为了测量石油管道的流量, 安装文丘里流量计。管道直径 $d_1=200\text{mm}$, 流量计喉管直径 $d_2=100\text{mm}$, 石油密度 $\rho=850\text{kg/m}^3$, 流量计流量系数 $\mu=0.95$ 。现测得水银压差计读数 $h_p=150\text{mm}$, 问此时管中流量 Q 多大?

解: 法一

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_l \Rightarrow (Z_1 + \frac{p_1}{\rho g}) - (Z_2 + \frac{p_2}{\rho g}) = \frac{v_2^2}{2g} + h_l - \frac{v_1^2}{2g}$$

$$(Z_1 + \frac{p_1}{\rho g}) - (Z_2 + \frac{p_2}{\rho g}) = (\frac{\rho_{\text{汞}} - \rho_{\text{油}}}{\rho_{\text{油}}}) \text{hp} = 15\text{hp} \quad v_2 = v_1 (\frac{d_1}{d_2})^2 = 4v_1$$

$$\therefore v_1 = \sqrt{\frac{19.6 \times 15 \times 0.15}{15}} = 1.715\text{m/s}$$

$$Q = \mu v A = 0.95 \times 1.715 \times \frac{\pi (0.02)^2}{4} = 0.051\text{m}^3/\text{s}$$

法二、 $K = \frac{1}{4} \pi d_1^2 \sqrt{2g} / \sqrt{(\frac{d_1^2}{d_2^2})^2 - 1} = 0.036 \quad Q = \mu K \sqrt{\Delta h} = 51.3 \text{ l/s}$

4—13 离心式通风机用集流器 A 从大气中吸入空气。直径 $d=200\text{mm}$ 处，接一根细玻璃管，管的下端插入水槽中。已知管中水上升 $H=150\text{mm}$ ，求每秒钟吸入的空气量 Q （空气的密度 $\rho_a=1.29\text{kg/m}^3$ ）。

解：取集流器外断面 1-1 与玻璃管处断面 2-2 列伯努利方程：

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + (\rho_a - \rho)g(z_2 - z_1) = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_l$$

$$0 + 0 + 0 = -0.15 \times 10^3 \times 9.8 + \frac{\rho v_2^2}{2} + 0 \quad v = 47.74\text{m/s} \quad Q = 1.5\text{m}^3/\text{s}$$

4-18 闸下出流，平板闸门宽 $B=2\text{m}$ ，闸前水深 $h_1=4\text{m}$ ，闸后水深 $h_2=0.5$ ，出流量 $Q=8\text{m}^3/\text{s}$ ，不计摩擦阻力，试求水流对闸门的作用力，并与按静水压强分布规律计算的结果相比较。

解：根据流量 $Q = VA \Rightarrow V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{8}{2 \times 4} = 1\text{m/s}$

由连续性方程得 $v_2 = v_1 (\frac{A_1}{A_2}) = v_1 (\frac{4 \times 2}{0.5 \times 2}) = 8\text{m/s}$

列动量方程

$$P_1 - P_2 - R' = \rho Q (v_2 - v_1)$$

$$P_1 = \rho g h_{c1} B h_1 = 9.8 \times \frac{4}{2} \times 2 \times 4 = 156.8\text{KN}$$

$$P_2 = \rho g h_{c2} B h_2 = 9.8 \times \frac{0.5}{2} \times 2 \times 0.5 = 2.45\text{KN}$$

$$R' = P_1 - P_2 - \rho Q (v_2 - v_1) = 98.35\text{KN}$$

闸门所受推力 $R = -R'$ ，大小为 -98.35KN

按静水压力算得压力大小为

$$P = \frac{1}{2} \rho g h^2 B = \frac{1}{2} \times 1000 \times 9.8 \times (4 - 0.5)^2 \times 2 = 120.05 \text{ KN}$$

4-21

解： $d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x} dx + \frac{\partial\psi}{\partial y} dy$ ，由题有 $u_x = 20y = \frac{\partial\psi}{\partial y}$ ，对 $\frac{\partial\psi}{\partial y}$ 积分有

$$\psi = 10y^2 + f(x), \text{ 又 } u_y = 0 = -\frac{\partial\psi}{\partial x}, \text{ 得 } f(x) = c, \text{ 故 } \psi = 10y^2 + c$$

又 $\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \neq 0$ ，故为无势流。

4-23 已知平面无旋流动的流函数为 $\psi = xy + 2x - 3y + 10$ ，试求速度势和速度场

解：由流函数可求得 $u_x = \frac{\partial\psi}{\partial y} = x - 3$ $u_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x} = -y - 2$

$$\varphi = \int u_x dx + f(y) = \frac{1}{2} x^2 - 3x + f(y) \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = f'(y) = -y - 2$$

$$f(y) = -\frac{1}{2} y^2 - 2y + c$$

$$\varphi = \frac{1}{2} x^2 - 3x + -\frac{1}{2} y^2 - 2y + c$$

4-25 无穷远处有一速度为 U_0 的均匀直线来流，坐标原点处有一强度为 $-q$ 汇流，试求两个流动叠加后的流函数、驻点位置及流体流入和流过汇流的分界线方程。

解：复合流动的流函数为

$$\psi = u_0 r \cos \theta - \frac{q}{2\pi} \ln r$$

速度场： $u_r = \frac{\partial\psi}{\partial r} = u_0 \cos \theta - \frac{q}{2\pi} \ln r$

$$u_\theta = \frac{\partial\psi}{\partial \theta} = -u_0 r \sin \theta$$

驻点坐标：由 $u_\theta = 0 \Rightarrow \theta = 0$ 或 $\theta = \pi, r_s = \frac{q}{2\pi u_0}$ $\theta = \pi$

$u_r = 0 \Rightarrow r_s = \frac{q}{2\pi u_0 \cos \theta}$ 当 $\theta = \pi$ 代入得 $r_s < 0$ 所以舍去

驻点坐标为 $\theta = 0, r_s = \frac{q}{2\pi u_0}$

代入流函数得 $\psi = 0$ ，则过驻点的流线方程即分界线方程为：

$$u_0 r \sin\theta - \frac{q}{2\pi} \theta = 0$$

5-15 已知文丘里流量计喉管流速 v 与流量计压强差 Δp 、主管直径 d_1 、喉管直径 d_2 、以及流体的密度 ρ 和运动粘滞系数 ν 有关，试用 π 定理确定流速关系式。

解： $f(v, \Delta p, d_1, d_2, \rho, \nu) = 0$

取 v 、 d 、 ρ 为基本量， $n=6, m=3, n-m=3$

$$\pi_1 = \frac{\Delta p}{v^{a_1} d_2^{b_1} \rho^{c_1}}, \pi_2 = \frac{d_1}{v^{a_2} d_2^{b_2} \rho^{c_2}}, \pi_3 = \frac{\nu}{v^{a_3} d_2^{b_3} \rho^{c_3}}$$

$$\pi_1 : [\Delta p] = [v]^{a_1} [d_2]^{b_1} [\rho]^{c_1}$$

$$ML^{-1}T^{-2} = (LT^{-1})^{a_1} (L)^{b_1} (ML^{-3})^{c_1}$$

$$\begin{matrix} M : & 1 = c_1 \\ L : & -1 = a_1 + b_1 - 3c_1 \\ T : & -2 = -a_1 \end{matrix} \quad \therefore \begin{cases} a_1 = 2 \\ b_1 = 0 \\ c_1 = 1 \end{cases} \quad \pi_1 = \frac{\Delta p}{v^2 \rho}$$

$$\therefore a_2 = 0 \quad b_2 = 1 \quad c_2 = 0 \quad \pi_2 = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\pi_3 : [\nu] = [v]^{a_3} [d_2]^{b_3} [\rho]^{c_3}$$

得 $a_3 = 1 \quad b_3 = 1 \quad c_3 = 0$

$$\pi_3 = \frac{\nu}{v d_2}$$

$$f\left(\frac{\Delta p}{v^2 \rho}, \frac{d_1}{d_2}, \frac{v}{vd_2}\right) = 0$$

$$\frac{\Delta p}{v^2 \rho} = f_1\left(\frac{d_2}{d_1}, \frac{vd_2}{v}\right)$$

$$\frac{v^2 \rho}{\Delta p} = \Phi_1\left(\text{Re}, \frac{d_2}{d_1}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \Phi\left(\text{Re}, \frac{d_2}{d_1}\right)$$

5-17 圆形孔口出流的流速 v 与作用水头 H ，孔口直径 d ，水的密度 ρ 和动力粘滞系数 μ ，重力加速度 g 有关，试用 π 定理推导孔口流量公式。

解：

$$f(v, H, d, \rho, \mu, g) = 0$$

取 v 、 H 、 ρ 为基本量， $n=6$ ， $m=3$ ， $n-m=3$

$$\pi_1 = \frac{d}{H}, \pi_2 = \frac{\mu}{v^{a_2} H^{b_2} \rho^{c_2}}, \pi_3 = \frac{g}{v^{a_3} H^{b_3} \rho^{c_3}}$$

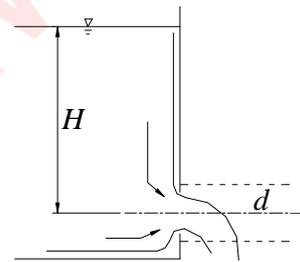
$$f\left(\frac{d}{H}, \frac{\mu}{vH\rho}, \frac{gH}{v^2}\right) = 0$$

$$\frac{gH}{v^2} = f_1\left(\frac{d}{H}, \frac{vH\rho}{\mu}\right)$$

$$v = \sqrt{gH} \Phi\left(\frac{d}{H}, \frac{vH\rho}{\mu}\right)$$

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{gH} \Phi\left(\frac{d}{H}, \frac{vH\rho}{\mu}\right)$$

$$Q = A \sqrt{2gH} \Phi_1\left(\frac{d}{H}, \text{Re}\right)$$



$$Q = \mu_0 A \sqrt{2gH}$$

$$\mu_0 = \Phi_1\left(\frac{d}{H}, \text{Re}\right)$$

5-19 为研究输水管道上直径 600mm 阀门的阻力特性, 采用直径 300mm, 几何相似的阀门用气流做模型实验。已知输水管道的流量为 $0.283\text{m}^3/\text{s}$, 水的运动粘滞系数 $1.0 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$, 空气的运动粘滞系数 $0.16 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$, 试求模型的气流量。

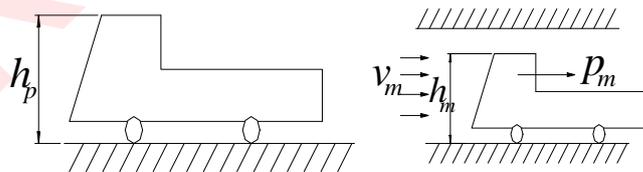
解: 选取雷诺准则

$$\frac{v_m d_m}{\nu_m} = \frac{v_p d_p}{\nu_p}$$

$$\frac{v_m}{v_p} = \frac{\nu_m}{\nu_p} \cdot \frac{d_p}{d_m}$$

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{v_m}{v_p} \cdot \frac{d_m^2}{d_p^2} = \frac{\nu_m}{\nu_p} \cdot \frac{d_m}{d_p}$$

$$Q_m = Q_p \frac{v_m}{v_p} \frac{d_m}{d_p} = 0.283 \times \frac{1.6 \times 10^{-5}}{1 \times 10^{-6}} \times \frac{300}{600} = 2.26\text{m}^3/\text{s}$$



5-20 为研究汽车的动力特性, 在风洞中进行模型实验。已知汽车高 $h_p=1.5\text{m}$, 行车速度 $v_p=108\text{ km/h}$, 风洞风速 $v_m=45\text{m/s}$, 测得模型车的阻力 $P_m=1.4\text{kN}$, 试求模型车的高度 h_m 及汽车受到的阻力。

解: 选取雷诺准则

$$\frac{v_m h_m}{\nu_m} = \frac{v_p h_p}{\nu_p}$$

欧拉准则

$$\begin{aligned} \because v_m &= v_p \\ h_m &= h_p \times \frac{v_p}{v_m} = 1.5 \times \frac{108000}{3600 \times 45} = 1.0 \text{ m} \\ \frac{P_p}{\rho_p v_p^2} &= \frac{P_m}{\rho_m v_m^2} \\ \rho_m &= \rho_p \\ \therefore \frac{P_p}{P_m} &= \frac{v_p^2}{v_m^2} \\ \frac{P_p}{P_m} &= \frac{p_p}{p_m} \times \frac{h_p^2}{h_m^2} = \frac{v_p^2}{v_m^2} \times \frac{h_p^2}{h_m^2} = \frac{h_m^2}{h_p^2} \times \frac{h_p^2}{h_m^2} = 1 \\ \therefore P_p &= P_m = 1.4 \text{ KN} \end{aligned}$$

5-21 为研究风对高层建筑物的影响，在风洞中进行模型实验，当风速为 9m/s 时，测得迎风面压强为 42 Pa，背风面压强为 -20 Pa，试求温度不变，风速增至 12m/s 时，迎风面和背风面的压强。

解：选取欧拉准则 $\frac{p_p}{p_m} = \frac{v_p^2}{v_m^2}$

$$p_p = p_m \times \left(\frac{v_p}{v_m}\right)^2$$

$$p_{\text{迎}} = 42 \times \left(\frac{12}{9}\right)^2 = 74.67 \text{ N/m}^2$$

$$p_{\text{背}} = -20 \times \left(\frac{12}{9}\right)^2 = -35.56 \text{ N/m}^2$$

6-12 水管直径 $d=10 \text{ cm}$ ，管中流速 $v=1 \text{ m/s}$ ，水温为 10°C ，试判别流态。又流速等于多少时，流态将发生变化？

解：查 P5 表 1-4 知 $t=10^\circ\text{C}$ ， $\nu=1.31 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{1 \times 0.1}{1.31 \times 10^{-6}} = 7.6 \times 10^4 > 2300 \quad \text{紊流}$$

$$Re_c = \frac{v_c d}{\nu} = 2300 \Rightarrow v_c = 2300 \times \frac{\nu}{d} = 2300 \times \frac{1.31 \times 10^{-6}}{0.1} = 0.03 \text{ m/s}$$

6-14 有一矩形断面的小排水沟，水深 15 cm，底宽 20 cm，流速 0.15 m/s，水温 10℃，试判别流态。

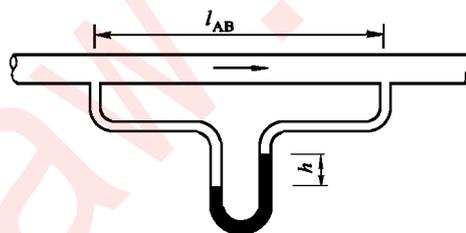
$$\text{解： } R = \frac{A}{\chi} = \frac{bh}{b+2h} = \frac{0.2 \times 0.15}{0.2 + 2 \times 0.15} = 0.06 \text{ m}$$

$$Re = \frac{vR}{\nu} = \frac{0.15 \times 0.06}{1.31 \times 10^{-6}} = 6870 > 575 \quad \text{紊流}$$

6-16 应用细管式粘度计测定油的粘滞系数。已知细管直径 $d = 8 \text{ mm}$ ，测量段长 $l = 2 \text{ m}$ ，实测油的流量 $Q = 70 \text{ cm}^3/\text{s}$ ，水银压差计读值 $h = 30 \text{ cm}$ ，油的密度 $\rho = 901 \text{ kg/m}^3$ 。试求油的运动粘度 ν 和动力粘度 μ 。

$$\text{解： } v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \times 70}{\pi \times (0.8)^2} = 139 \text{ cm/s}$$

$$h_f = \frac{p_1 - p_2}{\rho_{\text{油}} g} = \frac{\rho_{\text{汞}} - \rho_{\text{油}}}{\rho_{\text{油}}} h = \frac{13600 - 901}{901} \times 30 = 4.228 \text{ m}$$



$$h_f = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} = \frac{64 \nu l v^2}{\nu d d 2g}$$

$$\nu = h_f \frac{2gd^2}{64lv} = 422.8 \times \frac{1960 \times 0.8^2}{64 \times 200 \times 139} = 2.98 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\text{校核流态 } Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{1.39 \times 0.008}{2.98 \times 10^{-5}} = 373 < 2300 \text{ 层流, 假设成立}$$

6-18 油管直径 75 mm，油的密度 901 kg/m³，运动粘滞系数 0.9 cm²/s，在管轴位置安放连接水银压差计的皮托管，水银面高差 $h_p = 20 \text{ mm}$ ，试求油的流量。此图有误

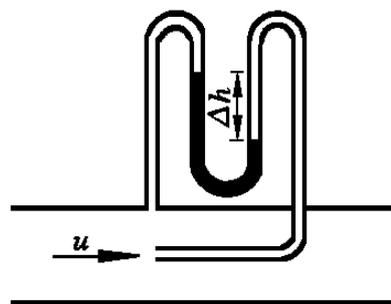
$$\text{解： } \Delta h = \frac{\rho_{\text{汞}} - \rho_{\text{油}}}{\rho_{\text{油}}} h_p = \frac{13600 - 901}{901} \times 0.02 = 0.282 \text{ m}$$

$$u = \sqrt{2g\Delta h} = \sqrt{19.6 \times 0.282} = 2.35 \text{ m/s}$$

设为层流 $v = u/2$

$$Q = \frac{u \pi d^2}{2 \cdot 4} = \frac{2.35}{2} \times \frac{\pi (0.075)^2}{4} = 5.19 \text{ l/s}$$

$$\text{校核 } Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{ud}{2\nu} = \frac{2.35 \times 0.075}{2 \times 0.9 \times 10^{-4}} = 979 \text{ 层流}$$



6-23 输水管道中设有阀门，已知管道直径为 50 mm，通过流

量为 3.34 l/s, 水银压差计读数 $\Delta h = 150 \text{ mm}$, 沿程水头损失不计, 试求阀门的局部阻力系数。

解:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \times 0.00334}{\pi (0.05)^2} = 1.70 \text{ m/s}$$

$$h_m = 12.6 \Delta h = 12.6 \times 0.15 = 1.89 \text{ m}$$

6-25 用突然扩大使管道的平均流速由 v_1 减到 v_2 , 若直径 d_1 及流速 v_1 一定, 试求使测压管液面差 h 成为最大的 v_2 及 d_2 是多少? 并求最大 h 值。

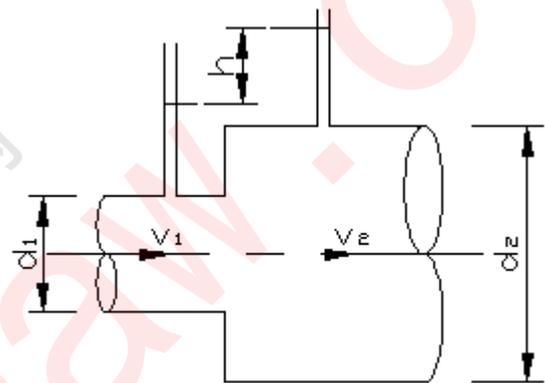
解

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

$$h = \left(Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right) - \left(Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

$$= -\frac{v_2^2}{g} + \frac{v_1 v_2}{g}$$

$$\frac{dh}{dv_2} = -\frac{2v_2}{g} + \frac{v_1}{g} = 0$$



题5-14图

$$v_2 = \frac{v_1}{2} \quad d_2 = \sqrt{2} d_1 \quad h_{\max} = \frac{v_1^2}{4g}$$

图号不符 6-27 水管直径为 50 mm, 1、2 两断面相距 15 m, 高差 3 m, 通过流量 $Q = 6 \text{ l/s}$, 水银压差计读值为 250 mm, 试求管道的沿程阻力系数。

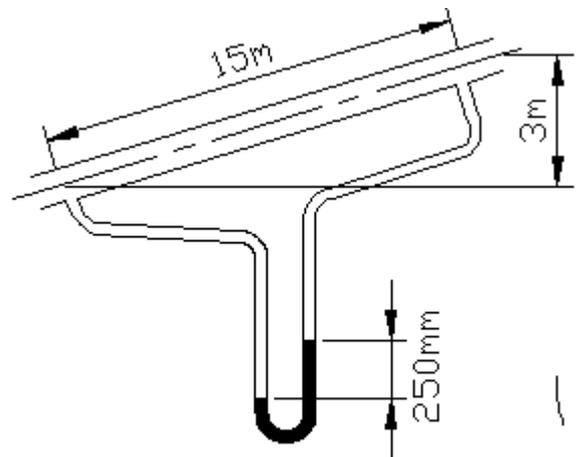
解:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \times 0.006}{\pi (0.05)^2} = 3.06 \text{ m/s}$$

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_f$$

$$\left(Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right) = h_f$$

$$= 12.6 h_p = 12.6 \times 0.25 = 3.15 \text{ m}$$



$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 3.15m$$

$$\lambda = \frac{3.15}{\frac{15}{0.05} \times \frac{3.06^2}{19.6}} = 0.022$$

6-29 水池中的水经弯管流入大气中（题 6-26 图），已知管道的直径 $d=100\text{mm}$ ，水平段 AB 和倾斜段 BC 的长度均为 $l=50\text{m}$ ，高差 $h_1=2\text{m}$ ， $h_2=25\text{m}$ ，BC 段设有阀门，沿程阻力系数 $\lambda=0.035$ ，管道入口及转弯的局部水头损失不计。试求：为使 AB 段末段 B 处的真空高度不超过 7m ，阀门的局部阻力系数 ζ 最小应是多少？此时的流量是多少？

解：取水池自由液面和 B 处断面列伯努利方程：

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h \quad 1 \quad v^2$$

$$\text{因为： } Z_1 - Z_2 = h_1 \quad p_1 = 0 \quad p_2 = -7 \rho g \quad v_1 = 0$$

$$\text{所以： } v_2 = 3.088\text{m/s}$$

取 B 处断面和 C 处断面列伯努利方程：

$$Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = Z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g} + h$$

$$\text{因为： } Z_2 - Z_3 = h_2 \quad v_2 = v_3 \quad p_3 = 0$$

$$\text{所以： } h = 18\text{m}$$

$$h = (\zeta + \lambda \frac{l}{d}) \frac{v^2}{2g}$$

$$\zeta = \frac{h \times 2g}{v^2} - \lambda \frac{l}{d} = \frac{18 \times 2 \times 9.8}{(3.088)^2} - 0.035 \times \frac{50}{0.1} = 19.498$$

$$\text{此时 } Q = v \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3.088 \times \pi \times (0.1)^2}{4} = 24.25\text{l/s}$$

6-30 风速 20 m/s 的均匀气流，横向吹过高 $H=40\text{ m}$ ，直径 $d=0.6\text{ m}$ 的烟囱，空气的密度 $\rho=1.20\text{ kg/m}^3$ ，温度为 20°C ，求烟囱所受风力。

解：查 P5 表 1-4， $t=20^\circ\text{C}$ ， $\nu=15.7 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$

$$\text{Re} = \frac{U_0 d}{\nu} = \frac{20 \times 0.6}{15.7 \times 10^{-6}} = 7.64 \times 10^5$$

查 P117 图 5-32, 约为 $C_D = 0.4$

$$D = C_D \frac{\rho U_0^2}{2} A = 0.4 \times \frac{1.20 \times 20^2}{2} \times 40 \times 0.6 = 2304 \text{ N}$$

习题及答案

7-9 薄壁孔口出流, 直径 $d=2\text{mm}$, 水箱水位恒定 $H=2\text{m}$, 试求: (1) 孔口流量 Q ; (2) 此孔口外接圆柱形管嘴的流量 Q_n ; (3) 管嘴收缩断面的真空。

解: (1) $Q = \mu A \sqrt{2gH} = 0.62 \times \frac{\pi(0.02)^2}{4} \sqrt{2g \times 2} = 1.22 \text{ m}^3/\text{s}$

(2) $Q_n = \mu_n A \sqrt{2gH} = 0.82 \times \frac{\pi(0.02)^2}{4} \sqrt{2g \times 2} = 1.61 \text{ m}^3/\text{s}$

(3) $\frac{p_v}{\rho g} = 0.75H = 0.75 \times 2 = 1.5 \text{ m}$

7-10 水箱用隔板分为 A、B 两室, 隔板上开一孔口, 其直径 $d_1=4\text{cm}$, 在 B 室底部装有圆柱形外管嘴, 其直径 $d_2=3\text{cm}$ 。已知 $H=3\text{m}$, $h_3=0.5\text{m}$, 试求: (1) h_1 、 h_2 ; (2) 流出水箱的流量 Q 。

解: (1) $Q = \mu \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{2gh_1} = \mu_n \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{2g(H-h_1)} = Q_n$

$$0.62 \times \frac{\pi(0.04)^2}{4} \sqrt{2gh_1} = 0.82 \times \frac{\pi(0.03)^2}{4} \sqrt{2g(H-h_1)}$$

得 $h_1=1.07\text{m}$ $h_2=H-h_1=1.43\text{m}$

(2) $Q = \mu \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{2gh_1} = 0.62 \times \frac{\pi(0.04)^2}{4} \sqrt{2g \times 1.07} = 3.57 \text{ l/s}$

7-12 游泳池长 25m, 宽 10m, 水深 1.5m, 池底设有直径 10cm 的放水孔直通排水地沟, 试求放尽池水所需的时间。

$$V = 25 \times 10 \times 1.5 = 375 \text{ m}^3$$

解: $Q_{\max} = \mu A \sqrt{2gH_0} = 0.62 \times \frac{1}{4} \pi d^2 \sqrt{2gH_0} = 2.64 \times 10^{-2} \text{ m}^3$

$$t = \frac{2V}{Q_{\max}} = 7.89 \text{ h}$$

7-14 虹吸管将 A 池中的水输入 B 池，已知长度 $l_1=3\text{m}$ ， $l_2=5\text{m}$ ，直径 $d=75\text{mm}$ ，两池水面高差 $H=2\text{m}$ ，最大超高 $h=1.8\text{m}$ ，沿程阻力系数 $\lambda=0.02$ ，局部阻力系数：进口 $\zeta_a=0.5$ ，转弯 $\zeta_b=0.2$ ，出口 $\zeta_c=1$ 。试求流量及管道最大超高断面的真空度。

解：列上下游水池的伯诺里方程 $H + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 + h_f$

$$h_f = \left(\lambda \frac{l_1 + l_2}{d} + \zeta_a + \zeta_b + \zeta_c \right) \frac{v^2}{2g} = \left(0.02 \times \frac{8}{0.075} + 0.5 + 0.2 + 1 \right) \frac{v^2}{2g} = 3.83 \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{3.83}} = \sqrt{\frac{19.6 \times 2}{3.83}} = 3.20 \text{ m/s}$$

$$Q = vA = 3.20 \times \frac{\pi \times (0.075)^2}{4} = 14.13 \text{ l/s}$$

列上游水池和最大超高处的伯诺里方程

$$H + \frac{P_a}{\rho g} + 0 = h + \frac{P_c}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h_{l1} \quad h_{l1} = \left(\lambda \frac{l_1}{d} + \zeta_a + \zeta_b \right) \frac{v^2}{2g} = 1.5 + 2.5 \times \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{P_v}{\rho g} = \frac{P_a - P_c}{\rho g} = h + \frac{v^2}{2g} (1 + 1.5) = 1.8 + 2.5 \times \frac{3.20^2}{19.6} = 3.11 \text{ m}$$

7-16 水从密闭容器 A，沿直径 $d=25\text{mm}$ ，长 $l=10\text{m}$ 的管道流入容器 B，已知容器 A 水面的相对压强 $p_1=2\text{at}$ ，水面高 $H_1=1\text{m}$ ， $H_1=1\text{m}$ ， $H_2=5\text{m}$ ，沿程阻力系数 $\lambda=0.025$ ，局部阻力系数：阀门 $\zeta_a=4.0$ ，弯头 $\zeta_b=0.3$ ，试求流量。

解： $H_1 + \frac{P_1}{\rho g} + 0 = H_2 + 0 + 0 + h_f$

$$h_f = \left(\lambda \frac{l}{d} + \zeta_e + \zeta_v + 3\zeta_b + \zeta_{\text{出}} \right) \frac{v^2}{2g} = \left(0.025 \times \frac{10}{0.025} + 0.5 + 4 + 3 \times 0.3 + 1 \right) \frac{v^2}{2g} = 16.4 \frac{v^2}{2g}$$

$$1 + \frac{2 \times 98000}{9800} = 5 + 16.4 \frac{v^2}{2g}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{19.6 \times 16}{16.4}} = 4.373 \text{ m/s} \quad Q = vA = 2.15 \text{ l/s}$$

7-18 自密闭容器经两段串连管道输水，已知压力表读值 $p_m=1\text{at}$ ，水头 $H=2\text{m}$ ，管长 $l_1=10\text{m}$ ， $l_2=20\text{m}$ ，直径 $d_1=100\text{mm}$ ， $d_2=200\text{mm}$ ，沿程阻力系数 $\lambda_1=\lambda_2=0.03$ ，试求流量并绘总水头线和测压管水头线。

解:
$$H + \frac{p_M}{\rho g} + 0 = 0 + 0 + \frac{v_2^2}{2g} + h_l \quad v_1 = 4v_2$$

$$h_f = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} = 51 \frac{v_2^2}{2g} \quad h_m = 0.5 \frac{v_1^2}{2g} + \left[\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 - 1 \right] \frac{v_2^2}{2g} = 17 \frac{v_2^2}{2g}$$

$$69 \frac{v_2^2}{2g} = 12 \quad \Rightarrow v_2 = 1.846 \text{ m/s} \quad Q = v_2 A_2 = 58 \text{ l/s}$$

7-21 在长为 $2l$, 直径为 d 的管道上, 并联一根直径相同, 长为 l 的支管 (图中虚线), 若水头 H 不变, 不计局部损失, 试求并联支管前后的流量比。

解: 并联前 $H = 2alQ_1^2$

$$\text{并联后 } H = alQ_2^2 + al \left(\frac{Q_2}{2} \right)^2 = \frac{5}{4} alQ_2^2$$

$$\text{水头相等 } 2alQ_1^2 = \frac{5}{4} alQ_2^2 \quad \frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{\frac{8}{5}} = 1.26$$

第八章习题及答案

8-12 梯形断面土渠, 底宽 $b=3\text{m}$, 边坡系数 $m=2$, 水深 $h=1.2\text{m}$, 底坡 $i=0.0002$, 渠道受到中等保护。试求通过流量。

$$A = (b + mh)h = (3 + 2 \times 1.2) \times 1.2 = 6.48 \text{ m}^2$$

$$R = \frac{A}{x} = \frac{6.48}{b + 2h\sqrt{1+m^2}} = \frac{6.48}{3 + 2.4\sqrt{1+2^2}} = 0.775 \text{ m}$$

$$\text{取 } n = 0.025$$

解: $C = \frac{1}{n} R^{1/6} = 38.24 \text{ m}^{0.5} / \text{s}$

$$Q = AC\sqrt{Ri} = 6.48 \times 38.34 \sqrt{0.775 \times 0.0002} = 3.09 \text{ m}^3 / \text{s}$$

8-13 修建混凝土渠面 (较粗糙) 的矩形渠道, 要求通过流量 $Q=9.7 \text{ m}^3 / \text{s}$, 底坡 $i=0.001$, 试按水力最优断面条件设计断面尺寸。

解: 矩形断面水力最优宽深比 $\beta_H = b/h = 2$

$$A = bh = 2h^2 \quad x = b + 2h = 4h \quad R = \frac{A}{x} = \frac{2h^2}{4h} = 0.5h$$

$$\text{取 } n = 0.017 \quad C = \frac{1}{n} R^{1/6} = \frac{1}{0.017} (0.5h)^{1/6} = 52.41h^{1/6}$$

$$Q = AC\sqrt{Ri} = 2h^2 \times 52.41 (h^{1/6}) (0.5h)^{1/2} (0.001)^{1/2} = 2.34h^{5/3} = 9.7$$

$$h = \left(\frac{9.7}{2.34} \right)^{3/5} = 1.70\text{m} \quad b = 2h = 3.4\text{m}$$

8-14 修建梯形断面渠道，要求通过流量 $Q=1\text{m}^3/\text{s}$ ，渠道边坡系数 $m=1.0$ ，底坡 $i=0.0022$ ，粗糙系数 $n=0.03$ ，是按最大允许流速（不冲流速 $[v_{\max}]=0.8\text{m/s}$ ）设计此断面尺寸。

$$A = \frac{Q}{v_{\max}} = (b + mh)h = 1.25\text{m}^2 \quad R = 0.366\text{m}$$

解：

$$v_{\max} = C\sqrt{Ri} = \frac{1}{n} R^{2/3} i^{1/2} = \frac{1}{n} \left(\frac{1.25}{b + 2h\sqrt{1+m^2}} \right)^{2/3} i^{1/2} = 0.8$$

$$\begin{cases} h(b + h) = 1.25 \\ b + 2\sqrt{2}h = 3.415 \end{cases} \Rightarrow h^2 - 1.868h + 0.684 = 0$$

$$\begin{cases} h_1 = 0.5\text{m} \\ b_1 = 2\text{m} \end{cases} \quad \begin{cases} h_2 = 1.368\text{m} \\ b_2 = -0.454\text{m} \end{cases} \quad (\text{舍}) \quad 8-$$

17 三角形断面渠道，顶角为 90° ，通过流量 $Q=0.8\text{m}^3/\text{s}$ ，试求临界水深。

解：由题意知： $b=2h$

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{B_c}$$

$$A_c = \frac{1}{2}bh_c = h_c^2$$

由临界水深公式： $B_c = 2h_c$

$$h_c = \sqrt[5]{\frac{2\alpha Q^2}{g}} = 0.666\text{m}$$

8-18 有一梯形渠道，断面宽度 $b=12\text{m}$ ，断面边坡系数 $m=1.5$ ，粗糙系数 $n=0.025$ ，通过流量 $Q=18\text{ m}^3/\text{s}$ ，求临界水深及临界坡度。

解： $A = h(b + mh) = h(12 + 1.5h)$ $B = b + 2mh = 12 + 3h$

因为对矩形断面渠道 $h'_c = \sqrt[3]{\alpha Q^2 / gb^2} = 0.612\text{m}$ ，所以给 h 以小于 h' 的不同值，计算相应的 A^3/B 值，画出 $A^3/B-h$ 曲线

对于临界状态

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{B_c} = 33.06$$

此时可知 $h_c=0.597\text{m}$

$$R_c = 0.589\text{m}$$

$$i_c = \left(\frac{Q \cdot n}{AR^{2/3}} \right)^2 = 0.0069$$

8-22 用矩形断面长直渠道向低处排水，末端为跌坎，已知渠道底宽 $b=1\text{m}$ ，底坡 $i=0.0004$ ，正常水深 $h_0=0.5\text{m}$ ，粗糙系数 $n=0.014$ ，试求（1）渠道中的流量；（2）渠道末端出口断面的水深；（3）绘渠道中水面曲线示意图。

(1) $A = bh_0 = 1 \times 0.5 = 0.5\text{m}^2$ $R = \frac{A}{x} = \frac{bh_0}{b + 2h_0} = \frac{0.5}{1 + 2 \times 0.5} = 0.25\text{m}$

解： $C = \frac{1}{n} R^{1/6} = \frac{1}{0.014} (0.25)^{1/6} = 56.69\text{m}^{0.5}/\text{s}$ $Q = AC\sqrt{Ri} = 0.283\text{m}^3/\text{s}$

(2) 渠道末端出口断面临界水深 $h_c = \sqrt[3]{\frac{ag^2}{q}} = \sqrt[3]{\frac{(0.283)^2}{9.8}} = 0.202\text{m}$

h	A	B	A ³ /B
0.61	7.878	13.83	35.355
0.60	7.740	13.80	33.60
0.597	7.699	13.79	33.086
0.596	7.685	13.78	32.916
0.59	7.602	13.77	31.91
0.58	7.465	13.74	30.27