

国外电子与通信教材系列

射频电路设计 ——理论与应用

RF Circuit Design: Theory and Applications

[美] Reinhold Ludwig 著
Pavel Bretchko

王子宇 张肇仪 徐承和 等译
徐承和 审校

Prentice
Hall



电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
www.phei.com.cn

射频电路设计

——理论与应用

RF Circuit Design: Theory and Applications

本书着重分析了普通低频电路和元件在射频波段（通常指 30 MHz ~ 4 GHz）工作时所遇到的困难和解决办法。重点讨论了 TEM（横电磁）波的传输特性及用微带线制成的各种射频器件的原理和方法。本书在内容安排上力图让尚未系统学习过电磁场理论电子类学科学生和工程技术人员也能了解和掌握射频电路的基本设计方法和原则。

本书的主要特点：

- 避开了电磁场理论的处理方法，而采用分布参量等效电路方法讨论射频和微波电路的设计问题
- 面向实际应用，书中讲述的主要概念和方法都尽量通过具有实际应用价值的设计实例加以解释和说明，并以较大篇幅介绍了它们的求解方法
- 书中包含了大量的例题，这些例题相当详细地讨论了各种设计方法的基本原理及难点
- 建立了数量相当大的 MATLAB M 文件
- 利用 Smith 圆图进行各种阻抗变换的计算
- 利用网络分析仪在课堂上对射频电路进行现场演示测量



随本书提供的光盘（CD）包含了供本书使用的所有已开发的并（用 MATLAB 5.2）测试过的 MATLAB 程序。

ISBN 7-5053-7616-0



9 787505 376168 >



Prentice
Hall



责任编辑：李秦华
封面设计：毛惠庚

本书贴有激光防伪标志，凡没有防伪标志者，属盗版图书
ISBN 7-5053-7616-0/TN · 1587 定价：44.00 元（含光盘）

国外电子与通信教材系列

射频电路设计 ——理论与应用

RF Circuit Design
Theory and Applications

[美] Reinhold Ludwig 著
Pavel Bretchko

王子宇 张肇仪 徐承和 等译

徐承和 审校

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书分析了普通低频电路和元件当工作频率升高到射频波段(通常指30 MHz~4 GHz)时所遇到的困难和解决办法,并重点讨论了TEM(横电磁)波的传输特性及用微带线制成的各种射频器件的原理和方法。在内容安排上,本书力图让尚未系统学习过电磁场理论电子类学科学生和工程技术人员也能了解和掌握射频电路的基本设计方法和原则。全书共分10章,前4章介绍射频传输的特点、传输线基本原理及作为射频和微波分析工具的Smith圆图、网络参量和信号流图;后6章介绍各种无源和有源射频器件(包括:滤波器、匹配网络、高频半导体器件、放大器、混频器和振荡器)的原理分析和设计方法。书中列举了大量具有实际应用价值的例题,并以较大篇幅介绍了它们的求解方法。作者还利用MATLAB数学工具软件,开发了相当数量的与本书所包含的内容和课题有关的模拟或解题软件供读者使用。

本书可以作为通信、电子类学科学生的教材或参考书。对于现已在通信、计算机及微电子等领域从事射频及微波电路设计的工程师们,这也是一本很好的参考书。

Simplified Chinese edition Copyright © 2002 by PEARSON EDUCATION NORTH ASIA LIMITED and Publishing House of Electronics Industry.

RF Circuit Design: Theory and Applications by Reinhold Ludwig, Pavel Bretchko. Copyright © 2000.

All Rights Reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall.

This edition is authorized for sale only in the People's Republic of China (excluding the Special Administrative Region of Hong Kong and Macau).

本书中文简体字翻译版由电子工业出版社和Pearson Education培生教育出版北亚洲有限公司合作出版。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

本书封面贴有Pearson Education培生教育出版集团激光防伪标签,无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号:图字:01-2002-1384

图书在版编目(CIP)数据

射频电路设计——理论与应用/(美)路德维格(Ludwig, R.)著;王子宇等译.

-北京:电子工业出版社,2002.5

(国外电子与通信教材系列)

书名原文:RF Circuit Design: Theory and Applications

ISBN 7-5053-7616-0

I. 射... II. ①路... ②王... III. 射频电路-电路设计 IV. TN710.02

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第031869号

责任编辑:李秦华

印刷者:北京市增富印刷有限责任公司

出版发行:电子工业出版社 <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16 印张:28 字数:717千字 附光盘1张

版 次:2002年5月第1版 2002年5月第1次印刷

定 价:44.00元(含光盘)

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010) 68279077

序

2001年7月间,电子工业出版社的领导同志邀请各高校十几位通信领域方面的老师,商量引进国外教材问题。与会同志对出版社提出的计划十分赞同,大家认为,这对我国通信事业、特别是对高等院校通信学科的教学工作会很有好处。

教材建设是高校教学建设的主要内容之一。编写、出版一本好的教材,意味着开设了一门好的课程,甚至可能预示着一个崭新学科的诞生。20世纪40年代MIT林肯实验室出版的一套28本雷达丛书,对近代电子学科、特别是对雷达技术的推动作用,就是一个很好的例子。

我国领导部门对教材建设一直非常重视。20世纪80年代,在原教委教材编审委员会的领导下,汇集了高等院校几百位富有教学经验的专家,编写、出版了一大批教材;很多院校还根据学校的特点和需要,陆续编写了大量的讲义和参考书。这些教材对高校的教学工作发挥了极好的作用。近年来,随着教学改革不断深入和科学技术的飞速进步,有的教材内容已比较陈旧、落后,难以适应教学的要求,特别是在电子学和通信技术发展神速、可以讲是日新月异的今天,如何适应这种情况,更是一个必须认真考虑的问题。解决这个问题,除了依靠高校的老师 and 专家撰写新的符合要求的教科书外,引进和出版一些国外优秀电子与通信教材,尤其是有选择地引进一批英文原版教材,是会有好处的。

一年多来,电子工业出版社为此做了很多工作。他们成立了一个“国外电子与通信教材系列”项目组,选派了富有经验的业务骨干负责有关工作,收集了230余种通信教材和参考书的详细资料,调来了100余种原版教材样书,依靠由20余位专家组成的出版委员会,从中精选了40多种,内容丰富,覆盖了电路理论与应用、信号与系统、数字信号处理、微电子、通信系统、电磁场与微波等方面,既可作为通信专业本科生和研究生的教学用书,也可作为有关专业人员的参考材料。此外,这批教材,有的翻译为中文,还有部分教材直接影印出版,以供教师用英语直接授课。希望这些教材的引进和出版对高校通信教学和教材改革能起一定作用。

在这里,我还要感谢参加工作的各位教授、专家、老师与参加翻译、编辑和出版的同志们。各位专家认真负责、严谨细致、不辞辛劳、不怕琐碎和精益求精的态度,充分体现了中国教育工作者和出版工作者的良好美德。

随着我国经济建设的发展和科学技术的不断进步,对高校教学工作会不断提出新的要求和希望。我想,无论如何,要做好引进国外教材的工作,一定要联系我国的实际。教材和学术专著不同,既要注意科学性、学术性,也要重视可读性,要深入浅出,便于读者自学;引进的教材要适应高校教学改革的需要,针对目前一些教材内容较为陈旧的问题,有目的地引进一些先进的和正在发展中的交叉学科的参考书;要与国内出版的教材相配套,安排好出版英文原版教材和翻译教材的比例。我们努力使这套教材能尽量满足上述要求,希望它们能放在学生们的课桌上,发挥一定的作用。

最后,预祝“国外电子与通信教材系列”项目取得成功,为我国电子与通信教学和通信产业的发展培土施肥。也恳切希望读者能对这些书籍的不足之处、特别是翻译中存在的问题,提出意见和建议,以便再版时更正。

吴佑寿

中国工程院院士、清华大学教授
“国外电子与通信教材系列”出版委员会主任

1992/30/04

出版说明

进入 21 世纪以来,我国信息产业在生产和科研方面都大大加快了发展速度,并已成为国民经济发展的支柱产业之一。但是,与世界上其他信息产业发达的国家相比,我国在技术开发、教育培训等方面都还存在着较大的差距。特别是在加入 WTO 后的今天,我国信息产业面临着国外竞争对手的严峻挑战。

作为我国信息产业的专业科技出版社,我们始终关注着全球电子信息技术的发展方向,始终把引进国外优秀电子与通信信息技术教材和专业书籍放在我们工作的重要位置上。在 2000 年至 2001 年间,我社先后从世界著名出版公司引进出版了 40 余种教材,形成了一套“国外计算机科学教材系列”,在全国高校以及科研部门中受到了欢迎和好评,得到了计算机领域的广大教师与科研工作者的充分肯定。

引进和出版一些国外优秀电子与通信教材,尤其是有选择地引进一批英文原版教材,将有助于我国信息产业培养具有国际竞争能力的技术人才,也将有助于我国国内在电子与通信教学工作中掌握和跟踪国际发展水平。根据国内信息产业的现状、教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的指示精神以及高等院校老师们反映的各种意见,我们决定引进“国外电子与通信教材系列”,并随后开展了大量准备工作。此次引进的国外电子与通信教材均来自国际著名出版商,其中影印教材约占一半。教材内容涉及的学科方向包括电路理论与应用、信号与系统、数字信号处理、微电子、通信系统、电磁场与微波等,其中既有本科专业课程教材,也有研究生课程教材,以适应不同院系、不同专业、不同层次的师生对教材的需求,广大师生可自由选择 and 自由组合使用。我们还将与国外出版商一起,陆续推出一些教材的教学支持资料,为授课教师提供帮助。

此外,“国外电子与通信教材系列”的引进和出版工作得到了教育部高等教育司的大力支持和帮助,其中的部分引进教材已通过“教育部高等学校电子信息科学与工程类专业教学指导委员会”的审核,并得到教育部高等教育司的批准,纳入了“教育部高等教育司推荐——国外优秀信息科学与技术系列教学用书”。

为做好该系列教材的翻译工作,我们聘请了清华大学、北京大学、北京邮电大学、东南大学、西安交通大学、天津大学、西安电子科技大学、电子科技大学等著名高校的教授和骨干教师参与教材的翻译和审校工作。许多教授在国内电子与通信专业领域享有较高的声望,具有丰富的教学经验,他们的渊博学识从根本上保证了教材的翻译质量和专业学术方面的严格与准确。我们在此对他们的辛勤工作与贡献表示衷心的感谢。此外,对于编辑的选择,我们达到了专业对口;对于从英文原书中发现的错误,我们通过与作者联络、从网上下载勘误表等方式,逐一进行了修订;同时,我们对审校、排版、印制质量进行了严格把关。

今后,我们将进一步加强同各高校教师的密切关系,努力引进更多的国外优秀教材和教学参考书,为我国电子与通信教材达到世界先进水平而努力。由于我们对国内外电子与通信教育的发展仍存在一些认识上的不足,在选题、翻译、出版等方面的工作中还有许多需要改进的地方,恳请广大师生和读者提出批评及建议。

电子工业出版社

教材出版委员会

- 主 任** 吴佑寿 中国工程院院士、清华大学教授
- 副主任** 林金桐 北京邮电大学校长、教授、博士生导师
杨千里 总参通信部副部长、中国电子学会会士、副理事长
中国通信学会常务理事
- 委 员** 林孝康 清华大学教授、博士生导师、电子工程系副主任、通信与微波研究所所长
教育部电子信息科学与工程类专业教学指导委员会委员
徐安士 北京大学教授、博士生导师、电子学系副主任
教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
樊昌信 西安电子科技大学教授、博士生导师
中国通信学会理事、IEEE 会士
程时昕 东南大学教授、博士生导师
移动通信国家重点实验室主任
郁道银 天津大学副校长、教授、博士生导师
教育部电子信息科学与工程类专业教学指导委员会委员
阮秋琦 北方交通大学教授、博士生导师
计算机与信息技术学院院长、信息科学研究所所长
张晓林 北京航空航天大学教授、博士生导师、电子工程系主任
教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导委员会委员
郑宝玉 南京邮电学院副院长、教授、博士生导师
教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
朱世华 西安交通大学教授、博士生导师、电子与信息工程学院院长
教育部电子信息科学与工程类专业教学指导委员会委员
彭启琮 电子科技大学教授、博士生导师、通信与信息工程学院院长
教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导委员会委员
徐重阳 华中科技大学教授、博士生导师、电子科学与技术系主任
教育部电子信息科学与工程类专业教学指导委员会委员
毛军发 上海交通大学教授、博士生导师、电子信息学院副院长
教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
赵尔沅 北京邮电大学教授、教材建设委员会主任
钟允若 原邮电科学研究院副院长、总工程师
刘 彩 中国通信学会副理事长、秘书长
杜振民 电子工业出版社副社长

译者序

近年来由于科学技术特别是通信技术(包括移动通信、卫星通信和光通信)和计算机技术的迅猛发展,工作频率日益提高,射频和微波电路得到广泛的应用。据我们了解,现在国内外都严重缺乏从事射频和微波电路的设计人才。又因为目前国内大专院校采用的微波教材多是从电磁场理论出发,讨论导波系统的基本原理,极少涉及到面向应用的各种射频和微波电路,而且目前又找不到专门讲述射频电路的教科书。鉴于以上原因我们决定翻译该书,并希望该书能早日与读者见面。

本书是 Reinhold Ludwig 教授和 Pavel Bretchko 教授为美国 Worcester Polytechnic Institute(简称 WPI)电气和计算机工程系必修课编写的本科生教材,其主要特点是避开了电磁场理论的处理方法,而采用分布参量等效电路的方法讨论射频和微波电路的设计问题。这种方式的好处在于,只要读者具备基本的电路知识,就可以理解本书的内容并掌握射频电路的基本设计方法和原则。然而,必须说明的是,这种方法不涉及电磁场的空间分布特征和模式,因此只能分析、讨论工作在 TEM(横电磁)模状态下的射频、微波电路和系统。

本书的另一个重要特点是面向实际应用,书中讲述的主要概念和方法都尽量通过具有实际应用价值的设计实例加以解释和说明,并以较大篇幅介绍了它们的求解方法,使读者能够举一反三,独立解决射频和微波电路设计中的实际问题。这也是我们希望将此书翻译出来介绍给国内读者的主要原因之一。

本书由多人合作翻译,不同译者在译文遣词用语上难免存在一些差异,但专业名词力求统一规范。书中提到许多国外科学家姓名以及由其姓命名的器件和方程等,除了个别最为流行的如安培(Ampere)定律等仍按中译名外,一般保持原文。译者尽量使书中主要概念的名称与国内习惯相符,以免给读者造成不便,但个别情况仍沿用原文的名称,比如原文中的 $ABCD$ 矩阵在国内就通常称为 A 矩阵,此类问题希望读者在阅读时注意。

全书共分 10 章,其中前言、第 1 章、第 2 章、第 3 章及附录由张肇仪教授翻译;第 4 章、第 5 章、第 8 章、第 9 章、第 10 章由王子宇教授翻译;徐承和教授负责第 6 章、第 7 章的翻译和全书的审校工作。蒋曼英教授、刘家祯编审、李小寒高级工程师参加了译文的讨论及修改工作,在此表示感谢。由于译者水平有限,译文还有不妥之处,希望广大读者给予批评指正。

序 言

由于射频(RF)和微波(MW)的广泛应用,高频电路设计领域得到了工业界的特别关注。新型半导体器件使得高速数字系统和高频模拟系统不断扩张,这些在无线通信、全球定位系统、雷达以及有关电子和计算机工程学科中是有目共睹的事实,由此导致了对深刻掌握高频电路设计原理的工程师的巨大需求。

然而,对于大学生、专业工程师以及此专业的教师来说,目前存在着一个普遍的问题,即大多数现有的教材都是面向两种不同的读者:A)具有坚实理论基础的研究生;B)对数学和物理的严格性不太感兴趣的工程技术人员。其结果就是射频电路设计存在两种完全不同的方式。研究生们常常是通过电磁场处理方法进入这个领域,工程技术人员则更喜欢采用基于基尔霍夫定律的基本电路原理来处理问题。这两种方法都难以全面论述与高频电路设计原理有关的理论和实际问题。基本电路方法不涉及或者仅表面涉及到电压、电流的波动性质,这些波的反射和传输特性是影响射频电路特性的重要因素。电磁场理论方法确实涵盖了波导和传输线方面的知识,但却远未触及高频放大器、振荡器以及混频器设计方面的重要内容。

本教材的目的是发展一种射频电路设计观点,即不采用电磁场理论的方法也能讲清楚传输线原理。这样,除了大多数学院和大学为一年级学生开设的物理课程中场和波方面的知识外,读者不必具备电磁场的背景知识。具备了基本电路理论以及(或者)微电子学方面知识的学生就可以阅读本书,并通过本书了解从传输线和微带线的基本原理到各种高频电路设计过程的全面知识。本书将冗长的数学推导与正文分开,归入附录或放在例题中,从而省略了某些枯燥的理论细节,以便将重点集中在主要概念上。

为了使读者积累丰富的设计经验,我们在本书中包含了大量的例题,这些例题相当详细地讨论了各种设计方法的基本原理及难点,许多例题的篇幅甚至多达好几页。与此同时,这也会带来一些问题,特别是在电路仿真方面。显然,我们不能期望读者已经掌握了现代计算机仿真软件,诸如 MMICAD 或 ADS,这里我们仅提到了常用软件中的这两个。专业的高频仿真软件包通常是很昂贵的,而且必须熟悉它才能有效地利用它。因为 MATLAB 是被广泛应用而且价格相对低廉的数学工具,可用于分析本书中讨论的许多例题,并能在几秒钟内显示图解结果,所以,我们建立了数量相当大的 MATLAB M 文件,感兴趣的学生可以从附录 I 中所列的网站下载。特别需要指出的是,其中利用 Smith 圆图进行各种阻抗变换的计算会引起读者的兴趣。此外,本书中所有例题,特别是第 8 章和第 10 章的例题都专门进行了仿真和验证,其中线性电路模型采用 MMICAD,非线性振荡器和混频器模型则采用 ADS。

在内容安排方面,本教材有意略去了高速数字电路以及编码和调制方面的内容。虽然这些内容都很重要,但它们需要增加很多篇幅,这与本课程计划在一到两个学期内讲完射频电路设计基础知识的初衷差距较大。本书在 Worcester Polytechnic Institute(简称 WPI)的使用表明,这样做并未带来不利影响,因为上述大部分内容都很容易从现有的通信系统工程课中获得。

本书编排方式如下:第 1 章简要地解释了随着频率的提高,当工作波长可与分立电路元件

尺度相比拟时基本电路理论将会失效的原因。在第2章中引入了替代低频电路理论的传输线理论。由于电压和电流的波动性,第3章介绍了以反射系数为基础来分析处理阻抗变化性质的通用工具 Smith 圆图。第4章讨论了有流程图二端口网络,并讨论了如何利用所谓散射参量描述二端口网络。第5章对这些网络模型以及它们的散射参量进行了表述,用于研究无源射频滤波器电路。在讨论有源器件之前,第6章中回顾了一些重要半导体器件的基础知识,随后又在第7章中给出了它们的电路模型。第8章讨论了双极结晶体管和场效应晶体管的阻抗匹配和偏置网络,以努力消除潜在的有害反射并优化功率传输。第9章的重点是一些重要的高频放大器电路以及它们在低噪声和高功率应用中的设计难点。最后,第10章向读者介绍了非线性系统,并以振荡器和混频电路为例介绍了非线性系统的设计。

本书是 WPI 电气和计算机工程系必修课的教材,在射频电路设计(EE 3113,射频电路设计入门)方面的标准课时是7周(每周5课时)。该课程的主要听众是具有微电子学基础的三年级和四年级大学生。本课程不包括实验,然而有6个在 Philips 半导体公司录制的实际电路性能的演示录像带,并用网络分析仪在课堂上对射频电路进行现场演示测量。另外,MMICAD 和 ADS 仿真作为正规授课内容的一部分。本书的各章都是相对独立的,目的是为了增加课程内容安排的灵活性。在 WPI,这一门3学分,一学期课时的内容被压缩在7周内讲授(总共25~28次课)。讲授内容如下表所示。

EE 3113 射频电路设计入门

第1章 引言	1.1~1.6节
第2章 传输线分析	2.1~2.12节
第3章 Smith 圆图	3.1~3.5节
第4章 单端口网络和多端口网络	4.1~4.5节
第7章 有源射频元件模型	7.1~7.2节
第8章 匹配网络和偏置网络	8.1~8.4节
第9章 射频晶体管放大器设计	9.1~9.4节

其余内容则作为第2学期(7周)的目标,其中包括更高级的课题,诸如微波滤波器、等效电路模型、振荡器和混频器。授课内容安排见下表。

高级射频电路设计原理

第5章 射频滤波器设计	5.1~5.5节
第6章 有源射频元件	6.1~6.6节
第7章 有源射频元件模型	7.3~7.5节
第9章 射频晶体管放大器设计	9.5~9.8节
第10章 振荡器和混频器	10.1~10.4节

全部课程的安排经常会根据总的课时、学生的基础以及与其他相关课程的衔接而改变。

请登录 <http://www.prenhall.com/ludwig> 网站以便获取更多资料,其中包括以 PDF 文件形式存放的本书全部技术文件。

致 谢

作者感谢一起工作的同事、学生和实验工程师们。WPI 电气和计算机工程系系主任 John Orr 教授在介绍本课程和为射频仿真软件提供资金方面给予了极大的帮助。我们感谢 Philips 半导体公司的 Korne Vennema, Jarek Lucek 和 Scott Blum 在技术经验, 高年级学生课题的资助以及测量仪器方面提供的帮助。John Sullivan 教授, Jr. William Michalson 和 Sergey Makarov 提供了大量的技术支持。Linda Gu, Qiang Lai, Joe Plunkett, Dr. Funan Shi, Gene Bogdanov, Minhua Liu 和 Josh Resnik(他们是现在以及以前的研究生), 对 WPI 电磁和射频实验室提供了必要的帮助和支持。Reinhold Ludwig 特别感谢 Minnesota 大学 MRI 中心 J. Thomas Vaughan 教授向他介绍了传输线概念在设计强场磁共振 RF 线圈中的重要性。Pavel Bretchko 诚挚地感谢 Lehigh 大学的 Mikhail Shirokov 在所有有关的 RF/MW 电路和器件方面的有益的讨论。感谢 Prentice-Hall 的工作人员特别是 Eric Frank, Tom Robbins 和 Rose Kernan 对本书出版工作的理解和支持。

由衷地感谢 Optotek 捐赠的 MMICAD 射频模拟设计程序包和 Hewlett-Packard 公司提供 ADS 的大学许可证。

目 录

第 1 章 引言	1
1.1 射频设计的重要性	1
1.2 量纲和单位	4
1.3 频谱	6
1.4 无源元件的射频特性	7
1.4.1 高频电阻	10
1.4.2 高频电容	12
1.4.3 高频电感	14
1.5 片状元件及对电路板的考虑	16
1.5.1 片状电阻	16
1.5.2 片状电容	17
1.5.3 表面安装电感	18
1.6 小结	19
参考文献	19
习题	20
第 2 章 传输线分析	25
2.1 传输线理论的实质	25
2.2 传输线举例	27
2.2.1 双线传输线	27
2.2.2 同轴线	28
2.2.3 微带线	28
2.3 等效电路表示法	30
2.4 理论基础	31
2.4.1 基本定律	31
2.5 平行板传输线的电路参量	35
2.6 各种传输线结构小结	37
2.7 一般的传输线方程	38
2.7.1 基尔霍夫电压和电流定律表示式	38
2.7.2 行进的电压和电流波	41
2.7.3 阻抗的一般定义	41
2.7.4 无耗传输线模型	42
2.8 微带传输线	42
2.9 端接负载的无耗传输线	45
2.9.1 电压反射系数	46
2.9.2 传播常数和相速	46

2.9.3	驻波	47
2.10	特殊的终端条件	49
2.10.1	端接负载无耗传输线的输入阻抗	49
2.10.2	短路传输线	50
2.10.3	开路传输线	52
2.10.4	$1/4$ 波长传输线	53
2.11	信号源和有载传输线	55
2.11.1	信号源的相量表示法	55
2.11.2	传输线的功率考虑	57
2.11.3	输入阻抗匹配	59
2.11.4	回波损耗和插入损耗	60
2.12	小结	61
	参考文献	62
	习题	62
第3章	Smith 圆图	66
3.1	从反射系数到负载阻抗	66
3.1.1	相量形式的反射系数	66
3.1.2	归一化阻抗公式	67
3.1.3	参数反射系数方程	68
3.1.4	图形表示法	70
3.2	阻抗变换	71
3.2.1	普通负载的阻抗变换	71
3.2.2	驻波比	73
3.2.3	特殊的变换条件	75
3.2.4	计算机模拟	78
3.3	导纳变换	79
3.3.1	参数导纳方程	79
3.3.2	叠加的图形显示	81
3.4	元件的并联和串联	82
3.4.1	R 和 L 元件的并联	83
3.4.2	R 和 C 元件的并联	83
3.4.3	R 和 L 元件的串联	83
3.4.4	R 和 C 元件的串联	84
3.4.5	T 形网络的例子	85
3.5	小结	87
	参考文献	88
	习题	88
第4章	单端口网络和多端口网络	94
4.1	基本定义	94
4.2	互连网络	100

4.2.1 网络的串联	100
4.2.2 网络的并联	101
4.2.3 级连网络	102
4.2.4 $ABCD$ 网络参量小结	103
4.3 网络特性及其应用	106
4.3.1 网络参量之间的换算关系	106
4.3.2 微波放大器分析	108
4.4 散射参量	110
4.4.1 散射参量的定义	111
4.4.2 散射参量的物理意义	113
4.4.3 链形散射矩阵	115
4.4.4 Z 参量与 S 参量之间的转换	117
4.4.5 信号流图模型	118
4.4.6 S 参量的推广	123
4.4.7 散射参量的测量	125
4.5 小结	129
参考文献	130
习题	130
第 5 章 射频滤波器设计	134
5.1 谐振器和滤波器的基本结构	134
5.1.1 滤波器的类型和技术参数	134
5.1.2 低通滤波器	137
5.1.3 高通滤波器	139
5.1.4 带通和带阻滤波器	140
5.1.5 插入损耗	144
5.2 特定滤波器的实现	147
5.2.1 巴特沃斯滤波器	147
5.2.2 切比雪夫滤波器	149
5.2.3 标准低通滤波器设计的反归一化	154
5.3 滤波器的实现	161
5.3.1 单位元件	162
5.3.2 Kuroda 规则	162
5.3.3 微带线滤波器的设计实例	164
5.4 耦合微带线滤波器	169
5.4.1 奇模和偶模的激励	169
5.4.2 带通滤波器单元	171
5.4.3 级连带通滤波器单元	172
5.4.4 设计实例	174
5.5 小结	175
参考文献	176

习题	177
第6章 有源射频元件	181
6.1 半导体基础	181
6.1.1 半导体的物理特性	181
6.1.2 PN 结	185
6.1.3 肖特基(Schottky)接触	192
6.2 射频二极管	194
6.2.1 肖特基二极管	194
6.2.2 PIN 二极管	196
6.2.3 变容二极管	200
6.2.4 IMPATT 二极管	202
6.2.5 隧道二极管	203
6.2.6 TRAPATT, BARRITT 和 Gunn 二极管	205
6.3 BJT 双极结晶体管(Bipolar-Junction Transistor)	206
6.3.1 结构	206
6.3.2 功能	208
6.3.3 频率响应	212
6.3.4 温度性能	214
6.3.5 极限值	216
6.4 射频场效应晶体管	217
6.4.1 结构	217
6.4.2 功能	219
6.4.3 频率响应	223
6.4.4 极限值	223
6.5 高电子迁移率晶体管	224
6.5.1 结构	224
6.5.2 功能	224
6.5.3 频率响应	227
6.6 小结	227
参考文献	228
习题	229
第7章 有源射频电路器件模型	233
7.1 二极管模型	233
7.1.1 非线性二极管模型	233
7.1.2 线性二极管模型	235
7.2 晶体管模型	237
7.2.1 大信号 BJT 模型	237
7.2.2 小信号 BJT 模型	243
7.2.3 大信号 FET 模型	251
7.2.4 小信号 FET 模型	253

7.3 有源器件的测量	256
7.3.1 双极结晶体管的 DC 特性	256
7.3.2 双极结晶体管的 AC 参量的测量	257
7.3.3 场效应晶体管参量的测量	260
7.4 用散射参量表征器件特性	261
7.5 小结	264
参考文献	265
习题	265
第 8 章 匹配网络和偏置网络	270
8.1 分立元件的匹配网络	270
8.1.1 双元件的匹配网络	270
8.1.2 匹配禁区、频率响应以及品质因数	277
8.1.3 T 形匹配网络和 π 形匹配网络	285
8.2 微带线匹配网络	288
8.2.1 从分立元件到微带线	288
8.2.2 单节短截线匹配网络	291
8.2.3 双短截线匹配网络	294
8.3 放大器的工作状态和偏置网络	296
8.3.1 放大器的工作状态和效率	297
8.3.2 双极结晶体管的偏置网络	300
8.3.3 场效应晶体管的偏置网络	304
8.4 小结	304
参考文献	305
习题	306
第 9 章 射频晶体管放大器设计	309
9.1 放大器的特性指标	309
9.2 放大器的功率关系	310
9.2.1 射频源	310
9.2.2 转换功率增益	311
9.2.3 其他功率关系	312
9.3 稳定性判定	314
9.3.1 稳定性判定圆	314
9.3.2 绝对稳定	316
9.3.3 放大器的稳定措施	320
9.4 增益恒定	322
9.4.1 单向化设计法	322
9.4.2 单向化设计误差因子	327
9.4.3 双共轭匹配设计法	328
9.4.4 功率增益和资用功率增益圆	330
9.5 噪声系数圆	334

9.6	等驻波比圆	337
9.7	宽带、高功率、多级放大器	341
9.7.1	宽带放大器	341
9.7.2	大功率放大器	348
9.7.3	多级放大器	351
9.8	小结	353
	参考文献	354
	习题	355
第 10 章	振荡器和混频器	359
10.1	振荡器的基本模型	359
10.1.1	负阻振荡器	360
10.1.2	反馈振荡器的设计	362
10.1.3	振荡器的设计步骤	364
10.1.4	石英晶体振荡器	366
10.2	高频振荡器电路	368
10.2.1	固定频率振荡器	371
10.2.2	介质谐振腔振荡器	375
10.2.3	YIG 调谐振荡器	379
10.2.4	压控振荡器	379
10.2.5	耿氏二极管(Gunn diode)振荡器	382
10.3	混频器的基本特征	383
10.3.1	基本原理	383
10.3.2	频域分析	385
10.3.3	单端混频器设计	386
10.3.4	单平衡混频器	392
10.3.5	双平衡混频器	393
10.4	小结	394
	参考文献	395
	习题	395
附录 A	常用物理量和单位	399
附录 B	圆柱导体的趋肤公式	403
附录 C	复数	405
附录 D	矩阵变换	406
附录 E	半导体的物理参量	408
附录 F	长和短的二极管模型	409
附录 G	耦合器	411
附录 H	噪声分析	417
附录 I	MATLAB 简介	425
附录 J	本书中英文缩写词	430

第1章 引言

众所周知,由于工作频率的日益提高,模拟和数字电路设计工程师们正在不断地开发和改进电路。用于无线通信的模拟电路是在吉赫兹(GHz)波段。高性能计算机、工作站,当然还有作为这方面例子的个人计算机,它们所用电路的时钟频率不断地增加。全球定位系统载波频率在 1227.60 MHz 和 1575.42 MHz 范围。个人通信系统中用的低噪声放大器工作在 1.9 GHz,并可安装在比 10 美分硬币还小的电路板上。在 C 波段的卫星广播包括 4 GHz 上行和 6 GHz 下行系统。一般说来,由于无线通信的快速发展,更紧凑的放大器、滤波器、振荡器和混频器电路正被设计出来并交付使用。通常这些电路的工作频率高于 1 GHz。毫无疑问这种趋势将会继续下去,因此不仅要有独特性能的技术装置,而且要专门设计解决在常用的低频系统中没有遇到过的问题。

本章回顾了由低频到高频电路的演变过程,并从物理概念的角度引出和揭示了采用新技术方法去设计、优化此类电路的必要性。本教材的目标及其组织内容安排以移动电话作为概要介绍的载体,移动电话中的有关电路和元件将在后续章节中讨论分析。

本章的内容是以简要地回顾从直流(DC)过渡到高频工作模式开始的。随着频率的升高以及其相应的电磁波的波长变得可与分立电路元件的尺寸相比拟时,电阻、电容和电感这些元件的电响应将开始偏离它们的理想频率特性。本章的目的是让读者了解和熟悉高频无源器件的特性,特别是由于复杂的测量仪器的应用,设计工程师必须确切地知道高频电路的高频特性与低频电路有什么区别及如何实现它。没有这些知识,要开发和了解这些有专门需求的高性能系统是不可能的。

1.1 射频设计的重要性

最初的电子线路设计,大约要追溯到 18 世纪末和 19 世纪初。当时的蓄电池已能可靠地工作,该电池后来用它的发明者 A. Volta(1745 ~ 1827)的名字命名。伏打电池为驱动最初电路提供了可靠的直流(DC)能量。之后又出现了低频交流(AC)功率源,它能更有效地输送电力,而只有很小的传输损耗,并且便于通过按照法拉第(Faraday)感应定律工作的变压器,改换电能的路由。由于像著名的工程师 Charles Steinmetz, Thomas Edison, Werner Siemens 和 Nikolas Tesla 等先驱者的发明创造,能量产生和分配工业迅速增长并走进我们的生活。James Maxwell(1831 ~ 1879)在 1864 年伦敦英国皇家学会首次发表的一篇文章中,提出了电场和磁场通过其所在的空间中交连耦合会导致波传播的设想。1887 年 Heinrich Hertz 实验证实了电磁能量可通过空间发射和接收。该发明预示着无线通信领域的迅速发展,从 1920 年的无线电,1930 年的 TV 传输,直到 1980 年的移动电话和 1990 年的全球定位系统(GPS)。遗憾的是,这些适用于高频电路的设计和开发,不能直截了当地应用于当今的无线通信,原因以后将详细讨论。向一、二年级电子工程大学生介绍的普通基尔霍夫(Kirchhoff)类型的电压和电流定律等分析工具,严格地讲只能应用于 DC 和低频集中参数系统,包括由电阻器、电容器和电感器组成的网络,而

应用于由电磁波传播发挥作用的电路就失灵了。

本书的主要目的是向读者提供模拟电路设计的理论和实例,该电路的工作频率可延伸到射频(RF)和微波(MW)波段,在该波段普通电路的分析方法是不适用的,由此引出以下问题:

- 普通电路分析方法适用的上限频率是多少?
- 什么特性使得电子元件的高频性能和低频性能有如此大的差别?
- 被应用的“新”电路理论是什么?
- 这些理论是如何应用于高频模拟电路实际设计的?

本书打算对这些开发中的问题给出全面的回答,不仅是理论框架,而且通过一大批例子和设计方案介绍实际应用的情况。为了更清楚地了解我们将要讨论的问题由来,我们先分析一下图 1.1 所示的一般射频系统。

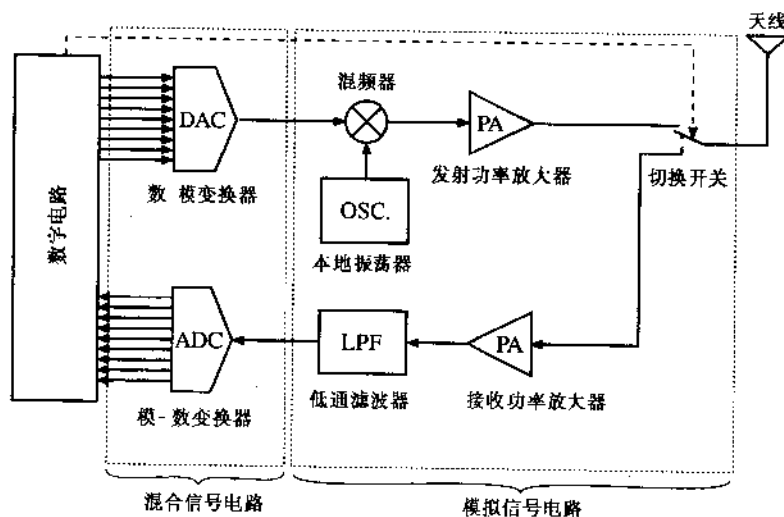


图 1.1 一般射频系统方框图

这个结构的典型应用是移动电话和无线局域网(WLAN)。图 1.1 所示的整个方框图称为收发信机,因为它包含了发射机和接收机电路以及用单个天线进行通信。在这个配置里,输入信号(声音或从计算机来的数字信号)首先进行数字处理,假如输入信号是声音信号,正像在移动电话中的情形,则先转换成数字形式,然后压缩,压缩的目的是为了降低传输时间;最后为了抑制噪声和通信误码,要进行恰当的编码。

输入信号经数字处理后,再通过数-模变换器(DAC)回到模拟形式。该低频信号与本地振荡器提供的高频载波信号组合后,被功率放大器(PA)放大,然后再到天线,天线的任务是将此编码的信息作为电磁波向自由空间发射。

现在,我们集中讨论图 1.1 方框图中的发射机 PA。对于移动电话来说,这是一个 2 GHz 的功率放大器,它可以是一个二级放大器,第一级功率放大器的详细电路图如图 1.2(a)所示。

我们注意到输入信号是通过一隔直电容进入输入匹配电路的。晶体管(飞利浦半导体公司的 BFG425W)一般采用共发射极结构,其输入阻抗必须与位于功率放大器前面的混频器的

输出阻抗相匹配。为了保证最佳的功率传输和消除由反射引起的性能变坏,这种匹配是必须的。此外级间匹配网络也是必须的,该网络是对晶体管的输出阻抗和功率放大器的第二级输入阻抗进行匹配。匹配网络的关键元件是图 1.2(a)中用带阴影的矩形表示的微带线。在高频时,这些分布元件显示出独特的电特性,明显地不同于低频集中参数的电路元件。我们也注意到晶体管输入和输出部分的偏置网络,它是通过两个 RF 阻塞网络将高频信号与 DC 偏置分离的,该部件起重要作用的是射频线圈(RFC)。

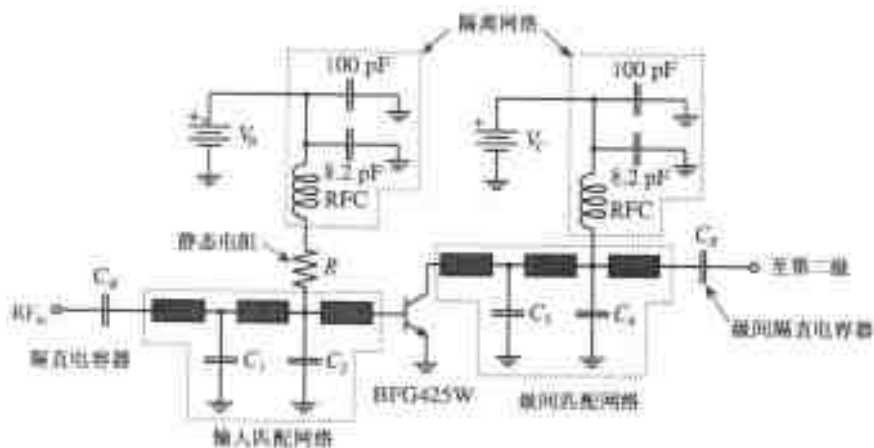


图 1.2(a) 用于移动电话的 2 GHz 功率放大器第一级的简化电路图

图 1.2(b)给出一实际的两级放大器线路板。从图上看到微带线实际上是由特定长度和宽度的敷铜带,与微带相连接的是片状电容器、电阻器和电感器。

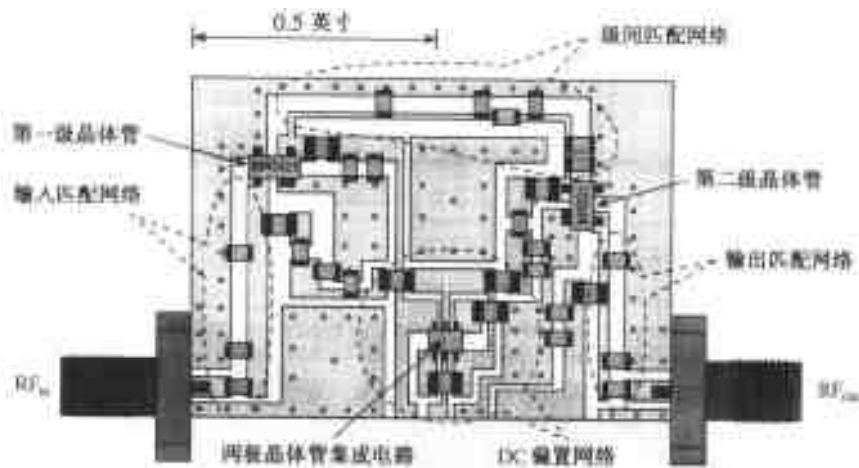


图 1.2(b) 功率放大器印刷电路板的布局

了解、分析和最终制造这种 PA 电路,要涉及许多关键的 RF 课题,我们将在本教科书中加以讨论:

- 在“传输线的分析”(第 2 章)中讨论微带线阻抗特性,它的定量求解过程将在第 3 章

“Smith 圆图”中介绍。

- 有将复杂的电路简化为较简单的组元的能力,该组元的输入-输出是通过两端口网络描述的,我们将在第4章“单端和多端网络”中进行讨论。
- 诸如在滤波器设计中遇到的特定的阻抗对频率响应的一般开发策略,在第5章“射频滤波器设计”中,简述以分立和分布元件为基础的滤波器理论;第8章“匹配网络和偏置网络”将深入研究类似于图1.2(b)的电路详图的实现。
- 在“有源射频元件”(第6章)中研究高频双极结、场效应晶体管以及射频二极管。以它们的物理基础,在紧随其后的“有源射频电路器件模型”(第7章)中分析大信号和小信号模型。
- 以“射频晶体管放大器的设计”(第9章)为基础,介绍诸如有关的增益、线性度、噪声和稳定度综合的放大作为需求。
- 除放大器之外,第10章“振荡器和混频器”集中讨论如图1.1所示的其他重要射频电路设计的基本原理。

一个成功的射频电路设计工程师在设计、制造专门的射频电路课题的研究中,差不多要知道和应用所有这些概念。正如前述例子所暗示的,在本教科书中我们关心的几乎全部是关于模拟射频电路的理论和应用。我们有意地回避了混合射频和数字射频信号,因为它们的论述已超出本教科书的篇幅和范围。

1.2 量纲和单位

为了理解频率上限,超过这个频率不能再用常规电路理论分析电子系统,我们应该回忆一下电磁波的表达式。在自由空间,向正 z 方向传播的平面电磁(EM)波可写成典型的正弦波的形式:

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - \beta z) \quad (1.1a)$$

$$H_y = H_{0y} \cos(\omega t - \beta z) \quad (1.1b)$$

其中 E_x 和 H_y 是 x 方向的电场和 y 方向的磁场矢量, E_{0x} 和 H_{0y} 代表恒定的振幅系数,分别以 V/m 和 A/m 为单位。图1.3定性表示了电磁场的传播过程。

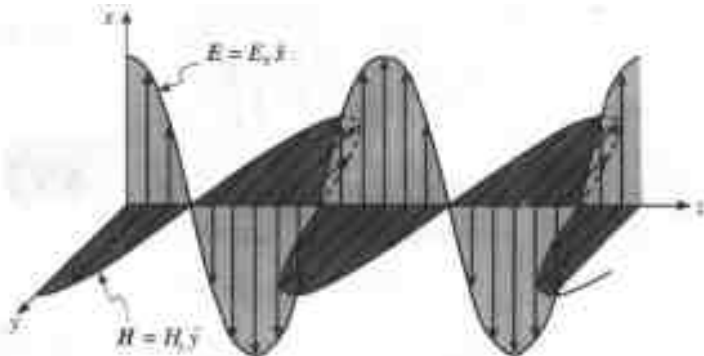


图1.3 电磁波在自由空间的传播,图中显示的是在某一固定距离内瞬时电场和磁场的空间分布(\hat{x} , \hat{y} 是 x 和 y 方向上的单位矢量)

这些波具有角频率 ω 和传播常数 β , λ 定义为用波长表示的空间延伸程度, 如 $\beta = 2\pi/\lambda$ 。以麦克斯韦(Maxwell)方程为基础的经典场论指出: 电场和磁场分量的比就是通常所说的特性阻抗(又称为波阻抗)

$$\frac{E_x}{H_y} = Z_0 = \sqrt{\mu/\epsilon} = \sqrt{(\mu_0\mu_r)/(\epsilon_0\epsilon_r)} = 377 \, \Omega \sqrt{\mu_r/\epsilon_r} \quad (1.2)$$

磁导率 $\mu = \mu_0\mu_r$ 和介电常数 $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$ 均与材料有关, μ_0 和 ϵ_0 是自由空间的绝对磁导率和介电常数, 而 μ_r 和 ϵ_r 表示相对值; 同时还要指出电场和磁场是相互正交的, 并且两者还与传播方向正交, 这就是大家知道的横电磁模(TEM)。因为我们专门研究 RF, 在本教科书内我们只考虑这种模式。TEM 波传播与各种横电(TE)波和横磁(TM)波模式大不相同。TE 和 TM 波是 MW 和光通信的基本组成部分。在这种情况下, 场矢量不再与传播方向垂直。

TEM 波相速 v_p 为:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (1.3)$$

附录 A 中表 A.1 和 A.2 总结了本书所用的有关物理量、单位和符号。虽然此处我们只给出了较抽象的电磁波概念, 但是通过观测电场, 能够直接将(1.1)式和电路参量联系起来, 电场以前面已经给出的 V/m 为单位, 这样我们便能直观地了解用 1 m 归一化的电压波, 同样用 A/m 为单位给出的磁场就是归一化的电流波。



例题 1.1 特性阻抗, 相速和波长

计算在自由空间电磁波的特征波阻抗、相速和波长。频率 $f = 30 \text{ MHz}$, 300 MHz , 30 GHz 。

解: 自由空间的相对磁导率和介电常数等于 1, 所以我们从(1.2)式可知在这种情况下特性阻抗为:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \times 10^{-7}}{8.85 \times 10^{-12}}} = 377 \, \Omega$$

按照(1.3)式相速为:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 2.999 \times 10^8 \text{ m/s}$$

它恰巧是光速 $v_p = c$, 波长用下面的表达式计算:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi v_p}{\omega} = \frac{v_p}{f} \quad (1.4)$$

其中, f 是工作频率。用(1.4)式我们可以求出在自由空间传播的电磁波波长, 当频率为 30 MHz 时, $\lambda = 10 \text{ m}$; 当频率为 300 MHz 时, 波长已降至 $\lambda = 1 \text{ m}$; 当频率为 30 GHz 时, 波长将小到 $\lambda = 1 \text{ cm}$ 。

这个例子告诉我们, 波长是随着频率改变的, 当频率升高时, 波长降低, 直到其大小可与电路板或单个的分立元件的尺寸相比拟。这些事实的含义将在第 2 章讨论。

1.3 频谱

因为众多领域的应用,工程师们必须研究在宽频率范围工作的电路。这些年来,对频谱的分段已经进行了几次。第一次是由美国国防部在第二次世界大战期间和战后初期针对工业部门和政府机构提出的;而当今最通用的频谱分段法是由电气和电子工程师学会(IEEE)建立的,见表 1.1 所示。

表 1.1 IEEE 频谱

频 段	频 率	波 长
ELF(极低频)	30 ~ 300 Hz	10 000 ~ 1000 km
VF(音频)	300 ~ 3 000 Hz	1 000 ~ 100 km
VLF(甚低频)	3 ~ 30 kHz	100 ~ 10 km
LF(低频)	30 ~ 300 kHz	10 ~ 1 km
MF(中频)	300 ~ 3 000 kHz	1 ~ 0.1 km
HF(高频)	3 ~ 30 MHz	100 ~ 10 m
VHF(甚高频)	30 ~ 300 MHz	10 ~ 1 m
UHF(特高频)	300 ~ 3 000 MHz	100 ~ 10 cm
SHF(超高频)	3 ~ 30 GHz	10 ~ 1 cm
EHF(极高频)	30 ~ 300 GHz	1 ~ 0.1 cm
亚毫米波	300 ~ 3 000 GHz	1 ~ 0.1 mm
P 波段	0.23 ~ 1 GHz	130 ~ 30 cm
L 波段	1 ~ 2 GHz	30 ~ 15 cm
S 波段	2 ~ 4 GHz	15 ~ 7.5 cm
C 波段	4 ~ 8 GHz	7.5 ~ 3.75 m
X 波段	8 ~ 12.5 GHz	3.75 ~ 2.4 cm
Ku 波段	12.5 ~ 18 GHz	2.4 ~ 1.67 cm
K 波段	18 ~ 26.5 GHz	1.67 ~ 1.13 cm
Ka 波段	26.5 ~ 40 GHz	1.13 ~ 0.75 cm
毫米波	40 ~ 300 GHz	7.5 ~ 1 mm
亚毫米波	300 ~ 3 000 GHz	1 ~ 0.1 cm

例题 1.1 就是以表 1.1 为基础进行计算的。我们注意到 VHF/UHF 波段就是典型的电视设备工作的波段,在该波段波长首先达到与电子系统的实际尺寸相当,在这个范围内我们必须在有关的电子线路中开始考虑电流和电压信号波的性质。而在 EHF 波段,例如 30 GHz,波长就变得远小于电子系统的实际尺寸。对波段的划分不可能给出精确的界限,RF 频率范围通常是指从 VHF 到 S 波段;MW 频率范围已与传统的雷达系统相联系,工作在 C 波段及其以上的波段。

1.4 无源元件的射频特性

从常规 AC 电路分析中我们知道,电阻 R 是与频率无关的,电容 C 和电感 L 能简单地用它们的电抗 X_C 和 X_L 表示如下:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (1.5a)$$

$$X_L = \omega L \quad (1.5b)$$

不难看出:当电容 $C = 1 \text{ pF}$,电感 $L = 1 \text{ nH}$,在低频 60 Hz 时,式(1.5)分别代表开路和短路。因为:

$$X_C(60 \text{ Hz}) = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 10^{-12}} = 2.65 \times 10^9 \Omega \approx \infty \quad (1.6a)$$

$$X_L(60 \text{ Hz}) = 2\pi \cdot 60 \cdot 10^{-9} = 3.77 \times 10^{-7} \Omega \approx 0 \quad (1.6b)$$

必须指出,不仅在常规的低频电子学中,用导线、线圈和平板制成的电阻、电感和电容,甚至单根直导线或印刷电路板(PCB)上的一段敷铜带所具有的电阻和电感也都与频率有关。举例来说,一个半径为 a 、长度为 l 、电导率为 σ_{cond} 的圆柱形铜导体有 DC 电阻:

$$R_{DC} = \frac{l}{\pi a^2 \sigma_{\text{cond}}} \quad (1.7)$$

对于 DC 信号,传导电流流过整个导体横截面。在 AC 时,情况就变复杂了。由于交变的电荷载流子流动形成了一个交变磁场,该磁场感应了一个电场(按照法拉第定律),与该电场相关联的电流密度与原始的电流相反,在中心 $r = 0$ 处该效应最强,所以导体中心处的电阻明显地增加,随着频率的提高,电流趋向于导体外表面,正像在附录 B 中推出的, z 方向电流密度 J_z 幅值可表示为:

$$J_z = \frac{pI}{2\pi a} \frac{J_0(pr)}{J_1(pa)} \quad (1.8)$$

其中 $p^2 = -j\omega\mu\sigma_{\text{cond}}$, $J_0(pr)$, $J_1(pa)$ 是零阶和一阶贝塞尔函数, I 是在导体中的总电流。进一步计算可以得出在高频条件下($f \geq 500 \text{ MHz}$)的归一化电阻和电感的表达式:

$$R/R_{DC} = a/(2\delta) \quad (1.9)$$

和

$$(\omega L)/R_{DC} = a/(2\delta) \quad (1.10)$$

在这些表示式中 δ 是通常所说的趋肤厚度:

$$\delta = (\pi f \mu \sigma_{\text{cond}})^{-1/2} \quad (1.11)$$

它描述了作为频率 f 、磁导率 μ 和电导率 σ_{cond} 函数的电阻和电抗在空间的衰减。对于(1.9)式和(1.10)式来说,它是假定当 $\delta \ll a$ 时成立的。在大多数情况下,导体的相对磁导率等于 1 (即 $\mu_r = 1$)。由于趋肤厚度(反比于频率的平方根,所以在低频时趋肤厚度是大的,而随着频率的提高则迅速降低。图 1.4 例举了铜、铝和金的趋肤厚度与频率的关系曲线。

假如考虑铜导体,我们能给出用 DC 电流密度 $J_0 = I/(\pi a^2)$ 归一化的 AC 电流密度,如(1.8)式所示。描绘在图 1.5(a)中的轴对称线就是(1.8)式的图解。

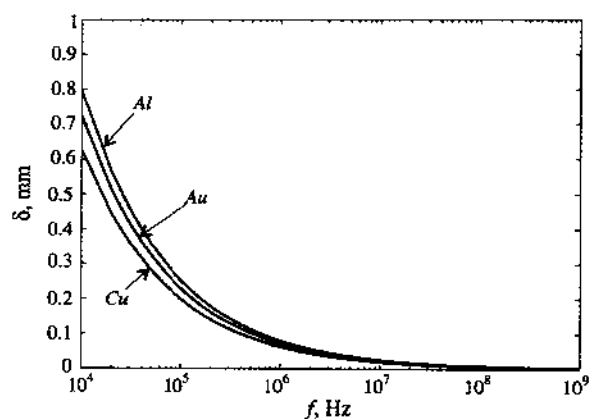


图 1.4 铜、铝和金的趋肤厚度特性, $\sigma_{\text{Cu}} = 64.516 \times 10^6 \text{ S/m}$,
 $\sigma_{\text{Al}} = 40.0 \times 10^6 \text{ S/m}$ 和 $\sigma_{\text{Au}} = 48.544 \times 10^6 \text{ S/m}$

对于一确定半径的导线,假定半径 $a = 1 \text{ mm}$,我们在图 1.5(b)中画出了对应各种频率的 J_r/J_0 与半径 r 的关系。

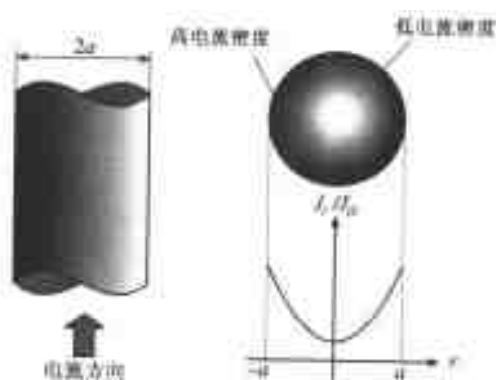


图 1.5(a) 用 DC 电流密度归一化的 AC 电流密度在横截面上的分布图

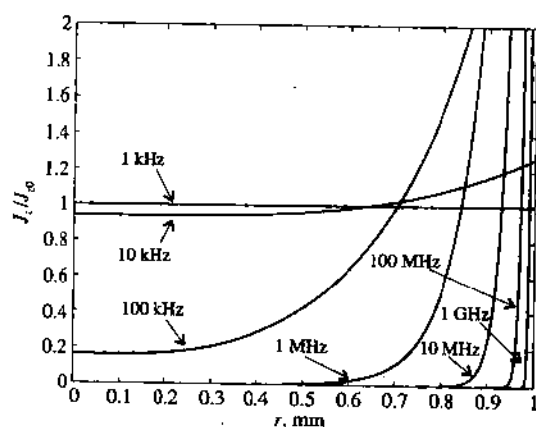


图 1.5(b) 半径 $a = 1 \text{ mm}$ 铜线的归一化 AC 电流密度的频率特性

我们注意到,纵使对于小于 1 MHz 的中频,在导线的外周,电流也显著地提高。在频率为 1 GHz 附近,电流几乎完全限制在导线的表面,而径向穿透可以忽略。下面给出的是在高频情况下经常用到的沿 z 方向电流密度的近似式:

$$J_z = \frac{Ip}{j2\pi a\sqrt{r}} e^{-(1+j)\frac{a-r}{\delta}} \quad (1.12)$$

从公式(1.12)看出,趋肤厚度 δ 有一简单的物理意义,它表示电流密度降低到原始 DC 值的 e^{-1} 因子(近似 37%)时的厚度。如果将式(1.9)稍加改写,我们便可以得到:

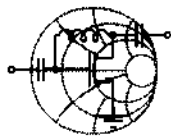
$$R = R_{DC} \frac{a}{2\delta} = R_{DC} \frac{\pi a^2}{2\pi a\delta} \quad (1.13)$$

该公式表示电阻的增加与横截面内的趋肤面积成反比,如图 1.6 所示。



图 1.6 横截面积上的电阻增加,电流是限制在由趋肤厚度 δ 定义的小面积内

为了使导线尺寸标准化,在美国,普遍采用美国线规(AWG)系统。例如,导线尺寸能由它的 AWG 值决定。全部 AWG 值的完整表和它们对应的尺寸在附录 A 表 A.4 中给出。在 AWG 系统中,一般的规律是每 6 个线规,导线直径近似提高 1 倍,起始值 AWG 50,直径 1 mil(见表 A.4)。



例题 1.2 导线直径和 AWG 尺寸码之间的转换

设 AWG 50 线的直径是 1.0 mil(或 2.54×10^{-5} m),求 AWG 26 的半径。

解:直径的增加计算如下:

$$\text{AWG 50} \quad d = 1 \text{ mil}$$

$$\text{AWG 44} \quad d = 2 \text{ mil}$$

$$\text{AWG 38} \quad d = 4 \text{ mil}$$

$$\text{AWG 32} \quad d = 8 \text{ mil}$$

$$\text{AWG 26} \quad d = 16 \text{ mil}$$

所以我们确定该 AWG 26 导线的直径等于 16 mils,因而半径是:

$$8 \text{ mil} = 8 \times (2.54 \times 10^{-5} \text{ m}) = 0.2032 \text{ mm}$$

即使今天在世界范围内推广公(米)制,AWG 仍然还具有它的重要性,所以了解导线如何由以 mil 为基础的 AWG 尺寸码转换成 mm,常常是必不可少的。

RF & MW →

1.4.1 高频电阻

或许,在低频电子学中最普通的电路元件是电阻,它的用途是通过将一些电能转换成热产生电压降。我们能区别几种类型的电阻:

- 高密度介质小颗粒的碳质电阻
- 镍或其他可缠绕金属丝的线绕电阻
- 温度稳定金属的金属膜电阻
- 铝或铍为基本材料的薄膜片状电阻

在现今的 RF 和 MW 电路中应用的主要是薄膜片状电阻,该类电阻由于它的尺寸能够做得非常小,所以可以作为表面安装器件(SMD),如图 1.7 所示。

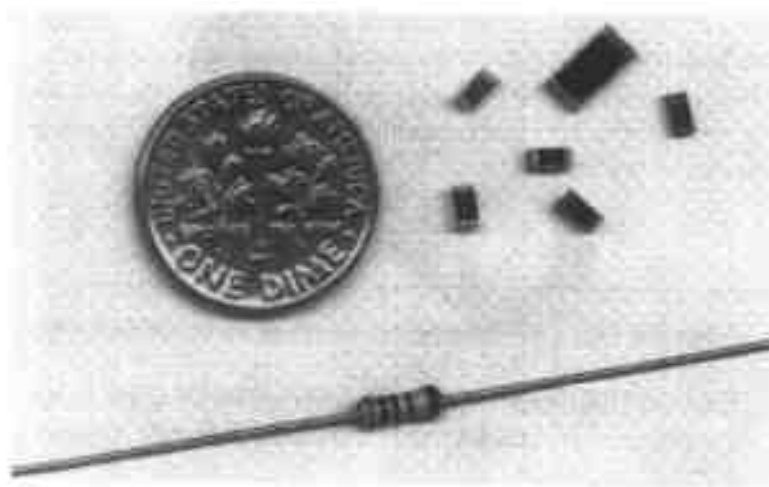


图 1.7 1 瓦和 1/4 瓦薄膜片状电阻与普通的 1/4 瓦电阻的比较

正如上一节已经表明的,甚至一根直导线也具有一个相关联的电感,同时还要考虑即使有限尺寸的引线都有寄生电容,所以标称值为 R 的高频电阻的等效电路是较复杂的。这种情况描绘在图 1.8 中。

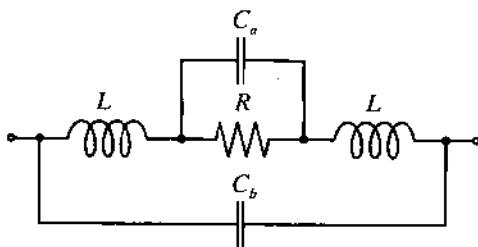


图 1.8 电阻的等效电路表示法

两个电感 L 模拟引线,同时还必须根据实际的引线结构考虑电容效应;用电容 C_a 模拟电荷分离效应;用 C_b 模拟引线间电容。当和标称电阻相比较时,引线电阻常常被忽略。

对于线绕电阻,该模型更加复杂(如图 1.9 所示)。

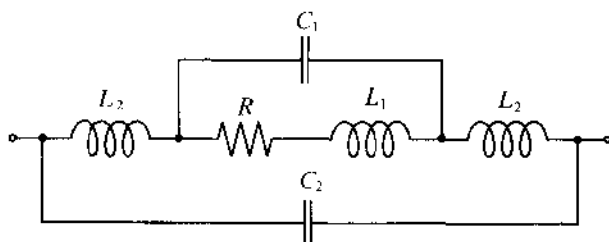


图 1.9 高频线绕电阻的等效电路表示法

此处又增加了引线电感 L_2 和接触电容。线绕电阻相当一个线圈,我们必须包括线圈电阻的电感 L_1 ,以及在线圈之间的寄生电容 C_1 。而引线间电容 C_2 (或在图 1.8 中的 C_b)通常远小于内部的或寄生的电容,在许多情况下可被忽略。



RF&MW→

例题 1.3 金属膜电阻的射频阻抗响应

求出用长 2.5 cm,AWG 26 铜线连接的 500 Ω 金属膜电阻(见图 1.8)的高频阻抗特性,寄生电容 C_a 是 5 pF。

解:在例 1.2 中我们已经给出 AWG 26 线的半径 $a = 2.032 \times 10^{-4}$ m,按照公式(1.10)该直导线在高频时的电感近似等于 $L = R_{DC} a / (2\omega\delta)$,将趋肤厚度的公式(1.11)代入,我们得到如下引线电感表示式(设铜的电导率 $\sigma_{Cu} = 64.516(10^6 \Omega^{-1} \cdot m^{-1})$):

$$L = R_{DC} \frac{a}{2\omega} \sqrt{\pi f \mu_0 \sigma_{Cu}} = \frac{2l}{\sigma \pi a^2} \frac{a}{4\pi f} \sqrt{\pi f \mu_0 \sigma_{Cu}} = \frac{2l}{4\pi a} \sqrt{\frac{\mu_0}{\pi \sigma_{Cu} f}} = \frac{1.54}{\sqrt{f}} \mu H$$

因考虑两端都有引线,所以此处引线的长度是双倍。上述引线电感的计算公式只适用于高频,此时的趋肤厚度远小于导线的半径[亦即 $\delta = (\pi f \mu \sigma)^{-1/2} \ll a$]或者频率 $f \gg 1/(\pi \mu \sigma_{Cu} a^2) = 95$ kHz。

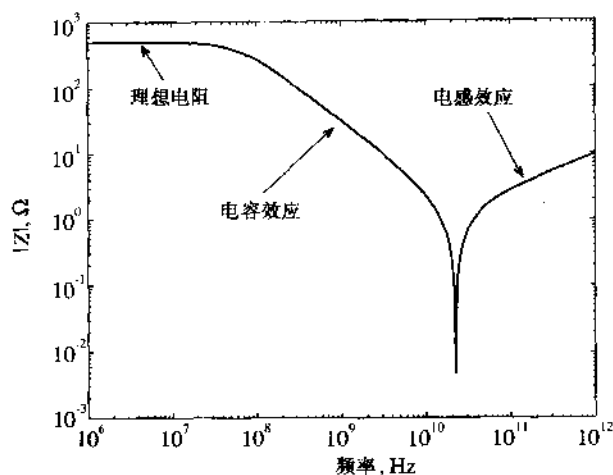
知道了引线电感,我们现在便能计算出整个电路的阻抗:

$$Z = j\omega L + \frac{1}{j\omega C + 1/R}$$

计算结果在图 1.10 中介绍,图中描绘了电阻的阻抗绝对值与频率的关系。

正像我们已经看到的那样,在低频时电阻的阻抗是 R ,然而当频率升高并超过 10 MHz 时,寄生电容的影响便成为主要的,它引起电阻的阻抗下降。当频率超过大约 20 GHz 的谐振点时,由于引线电感的影响,总的阻抗上升,引线电感在很高频率下代表一个开路线或无限大阻抗。

这个例子强调:当涉及到普遍存在的似乎与频率无关的电阻时,需要特别小心,因为并不是所有电阻都会具有与图 1.10 完全相同的响应,在此图中当工作频率进入 GHz 频段后就出现一个谐振点,而通常是会出现多个谐振点。

图 1.10 一个 500 Ω 金属膜电阻的阻抗的绝对值与频率的关系

1.4.2 高频电容

在多数射频电路中,片状电容得到普遍应用,用于滤波器调谐、匹配网络,还有有源元件诸如晶体管偏置等。所以了解它们的高频特性是重要的。在初级电路分析中用平板表面积与平板间距的比定义电容器的电容:

$$C = \frac{\epsilon A}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \quad (1.14)$$

其中 A 是平板表面积, d 代表平板间距,理想情况下在平板间没有电流流动。然而在高频时,电介质变成有损耗了(亦即有传导电流流动),所以,电容器的阻抗必须表示成电导 G_e 和电纳 ωC 的并联组合:

$$Z = \frac{1}{G_e + j\omega C} \quad (1.15)$$

在这个表示式中,在 DC 时电流起因于电导 $G_e = \sigma_{\text{diel}} A/d$, σ_{diel} 是介质的电导率。现在习惯上引入串联损耗角的正切 $\tan \Delta_s = \omega \epsilon / \sigma_{\text{diel}}$, 将其代入 G_e 的表示式则得:

$$G_e = \frac{\sigma_{\text{diel}} A}{d} = \frac{\omega \epsilon A}{d \tan \Delta_s} = \frac{\omega C}{\tan \Delta_s} \quad (1.16)$$

一些损耗正切的实际值收集在附录 A 表 A.3 中。考虑了寄生引线电感 L , 描述引线导体损耗的串联电阻 R_s 和介质损耗电阻 $R_e = 1/G_e$ 对应的电等效电路如图 1.11 所示。

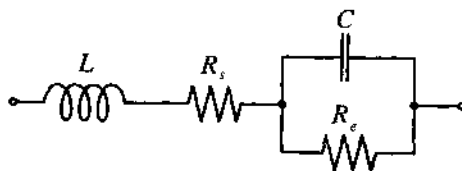


图 1.11 高频电容的等效电路



RF&MW→

例题 1.4 电容器的射频阻抗响应

计算一个 47 pF 电容器的高频阻抗, 电容器的电介质由串联损耗正切为 10^{-4} (假定与频率无关) 的氧化铝 (Al_2O_3) 组成, 它的引线是长 1.25 cm AWG 26 铜线 ($\sigma_{\text{Cu}} = 64.516 \times 10^6 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$)。

解: 与例题 1.3 相似, 和引线相关联的电感由下式给出:

$$L = R_{\text{DC}} \frac{a}{2\omega} \sqrt{\pi f \mu_0 \sigma_{\text{Cu}}} = \frac{2l}{4\pi a} \sqrt{\frac{\mu_0}{\pi \sigma_{\text{Cu}} f}} = \frac{771}{\sqrt{f}} \text{ nH}$$

引线的串联电阻可从(1.13)式求得:

$$R_s = R_{\text{DC}} \frac{a}{2\delta} = \frac{2l}{2\pi a \sigma_{\text{Cu}}} \sqrt{\pi f \mu_0 \sigma_{\text{Cu}}} = \frac{l}{a} \sqrt{\frac{\mu_0 f}{\pi \sigma_{\text{Cu}}}} = 4.8 \sqrt{f} \mu\Omega$$

最后根据(1.16)式得出并联泄漏电阻:

$$R_e = \frac{1}{G_e} = \frac{1}{2\pi f C \tan \Delta_e} = \frac{33.9 \times 10^6}{f} \text{ M}\Omega$$

根据(1.15)式可画出电容器的阻抗绝对值的频率响应, 如图 1.12 所示。

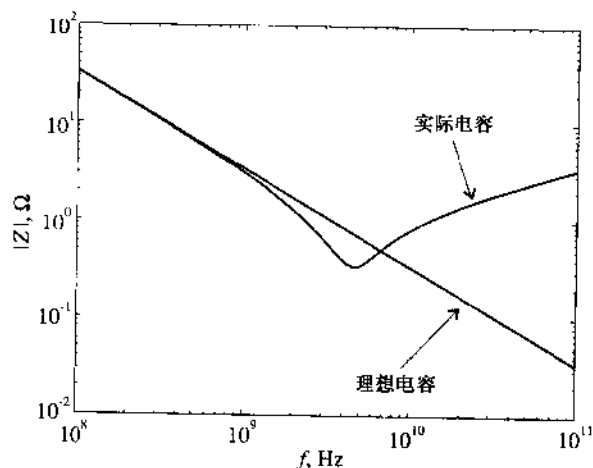


图 1.12 电容器的阻抗绝对值与频率的关系

在并联泄漏电阻 R_e 的计算过程中, 我们曾假定损耗角正切 $\tan \Delta_e$ 与频率无关, 然而事实上, 这个系数明显地依赖于工作频率, 只是技术数据常常没有或是很不完全地记录这个特性。

因为损耗角正切也能定义为等效串联电阻 (ESR) 与电容器的电抗之比, 许多技术数据表用 ESR 代替 $\tan \Delta_e$, ESR 值由下式给出:

$$ESR = \frac{\tan \Delta_e}{\omega C}$$

这说明当 $\tan \Delta_e \rightarrow 0$ 时, $ESR \rightarrow 0$

正如在例 1.3 中由射频电阻阻抗响应知道的那样, 由于存在介质损耗和有限

长的引线,电容显示出相似的谐振特性。

表面安装的陶瓷电容器在图 1.13 中示出。该电容器是一陶瓷介质的矩形块,其中交叠着若干金属电极。这样组装的目的是用增大电极表面积的方法来提高单位体积的电容量。电容值的范围从 0.47 pF 至 100 nF ,工作电压范围从 16 V 至 63 V 。损耗角正切通常由制造商列表给出,如当测量频率为 1 MHz 时, $\tan \Delta_s \leq 10^{-3}$ 。而当频率达到 GHz 范围时损耗角正切明显提高。

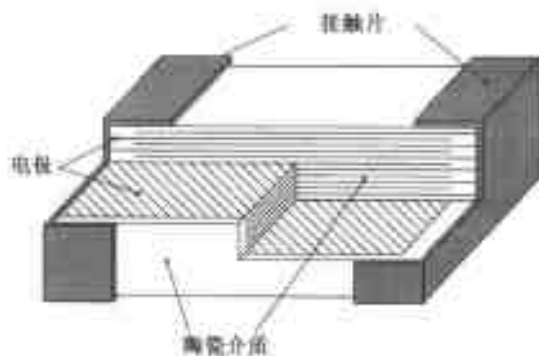


图 1.13 表面安装多层陶瓷电容器的实际结构图

除电容和损耗角正切之外,制造商还会列出额定电压,在实际使用温度(例如 $T \leq 85^\circ\text{C}$)时不能超过该电压。另外,电容值与温度有关,在本章的习题部分将做进一步讨论。

1.4.3 高频电感

电感不像电阻和电容那样应用广泛,它通常主要用于晶体管偏置网络,例如,器件工作在 DC 电压条件下,RF 线圈(RFC)作为短路线。因为线圈通常是用导线在圆柱体上绕制而成,从前面的讨论我们知道,线圈除了具有与频率无关的电阻之外,它还代表一个电感。相邻位置的线段间有分离的移动电荷,所以寄生电容的影响上升,如图 1.14 所示。

电感的等效电路模型如图 1.15 所示。寄生旁路电容 C_s 和串联电阻 R_i 分别代表分布电容 C_d 和电阻 R_d 的综合效应。

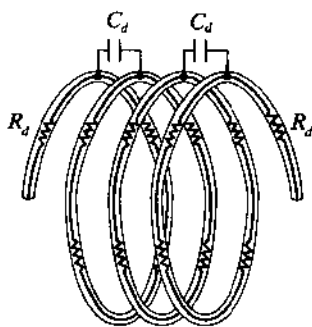


图 1.14 在电感线圈中的分布电容和串联电阻

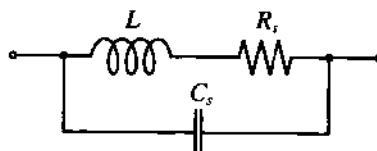


图 1.15 高频电感等效电路



RF & MW

例题 1.5 RFC 的射频阻抗响应

建立 RFC 频率响应, 这个 RFC 是由 AWG 36 铜线在 0.1 英寸空气芯上绕 3.5 圈 ($N = 3.5$ 匝) 制成, 假定线圈的长度是 0.05 英寸。

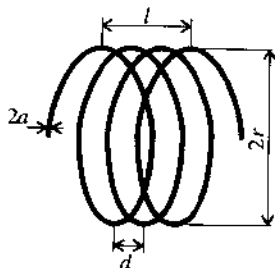


图 1.16 一空气芯线圈电感的尺寸

解: 线圈的尺寸表示在图 1.16 中。从附录 A 中的表 A.4 我们找到 AWG 36 的半径 $a = 2.5 \text{ mil} = 63.5 \mu\text{m}$, 线圈的半径 $r = 50 \text{ mil} = 1.27 \text{ mm}$, 线圈的长度 $l = 50 \text{ mil} = 1.27 \text{ mm}$, 两相邻匝之间的距离 $d = l/N \approx 3.6 \times 10^{-4} \text{ m}$ 。为了估算线圈的电感, 我们利用众所周知的空气芯螺旋管的电感公式:

$$L = \frac{\pi r^2 \mu_0 N^2}{l} \quad (1.17)$$

严格说来, 这个公式只能用于 $r \ll l$ 和匝数 N 较大时, 而在我们的例题中, 线圈的长度和它的半径可比拟, 且匝数相对很少, 所以, 公式 (1.17) 不能给出电感的准确值, 但是可以较好地近似。将给定值代入 (1.17) 式, 得到 $L = 61.4 \text{ nH}$ 。

电容 C_s 的近似值, 可用理想平行板电容器的公式 (1.14) 求得。在这种情况下, 假定平板之间的间距 d 等于两匝之间的距离: $d = l/N \approx 3.6 \times 10^{-4} \text{ m}$, 面积 A 估算为 $A = 2al_{\text{wire}}$, 此处 $l_{\text{wire}} = 2\pi rN$ 是导线的长度, 计算得到:

$$C_s = \frac{\epsilon_0 \cdot 2\pi rN \cdot 2a}{l/N} = 4\pi\epsilon_0 \frac{raN^2}{l} = 0.087 \text{ pF}$$

因为线的半径只有 $63.5 \mu\text{m}$, 所以我们可以忽略趋肤效应, 而把串联电阻 R_s 当做线的 DC 电阻计算:

$$R_s = \frac{l_{\text{wire}}}{\sigma_{\text{Cu}} \pi a^2} = \frac{2\pi rN}{\sigma_{\text{Cu}} \pi a^2} = 0.034 \Omega$$

刚刚分析的 RFC 阻抗的频率响应如图 1.17 所示。

RFC 广泛用于射频偏置电路, 然而, 正如图 1.17 所示, 在有附加元件的 RF 系统中, 频率相关性能形成复杂的谐振条件, 因此某些匹配电路依仗 RFC 作为调谐元件。

从图 1.17 看到, RFC 的高频特性与理想电感预期的特性是不同的。首先, 当频率接近谐振点时, RFC 的阻抗迅速提高; 第二, 当频率继续提高时, 寄生电容 C_s 的影响则成为主要的,

线圈的阻抗降低。

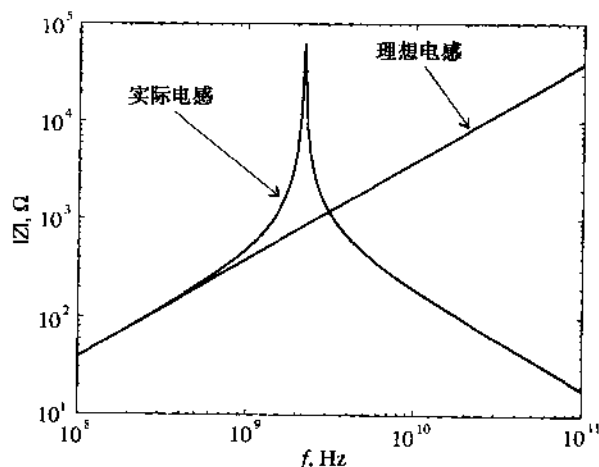


图 1.17 一个 RFC 阻抗的频率响应

假如 RFC 的串联电阻为零,那么在谐振时总的阻抗则达到无穷大,但是由于 R_s 不为零,所以阻抗的最大值是有限的。通常用品质因数 Q 表征线圈电阻的影响:

$$Q = \frac{X}{R_s} \quad (1.18)$$

其中 X 是电抗, R_s 是线圈的串联电阻。品质因数表征无源电路的电阻损耗。为了调谐的目的,通常希望得到尽可能高的品质因数。

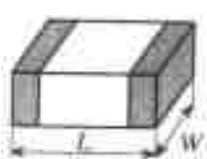
1.5 片状元件及对电路板的考虑

无源元件在射频印刷电路板上的实用性,主要体现在其片状外形便于安装在专用板材上。下面这部分我们将对 3 种最通用的无源片状元件的相关尺寸及其电特性进行讨论。

1.5.1 片状电阻

功率额定值为 0.5 W 的片状电阻的尺寸可小到 40×20 mil ($1 \text{ mil} = 0.001 \text{ inch} = 0.0254 \text{ mm}$),而当功率额定值为 1 000 W 时,尺寸则增加到 1×1 英寸,这种大功率电阻主要用于射频功率放大器。表 1.2 归纳了电路中最通用的功率可高达几百瓦的片状电阻的尺寸。

表 1.2 片状电阻的标准尺寸

几何形状	尺寸代码	长(L), mil	宽(W), mil
	0402	40	20
	0603	60	30
	0805	80	50
	1206	120	60
	1218	120	180

由已知尺寸代码决定片状元件尺寸的方法如下:在代码中,头两位数字代表长度 L ,以10 mil 为单位;后两位数字代表元件的宽度 W 。片状电阻的厚度没有标准化,它依实际元件的类型而定。

电阻值的范围从 $1/10\ \Omega$ 高至几 $M\Omega$ 。高阻值电阻不仅难以制造,同时还导致高的容差,典型的电阻容差值范围从 $\pm 5\%$ 到 $\pm 0.01\%$;另一个困难是高阻值电阻易于产生寄生场,影响电阻频率特性的线性度。图 1.18 表示的是常用的片状电阻的结构。

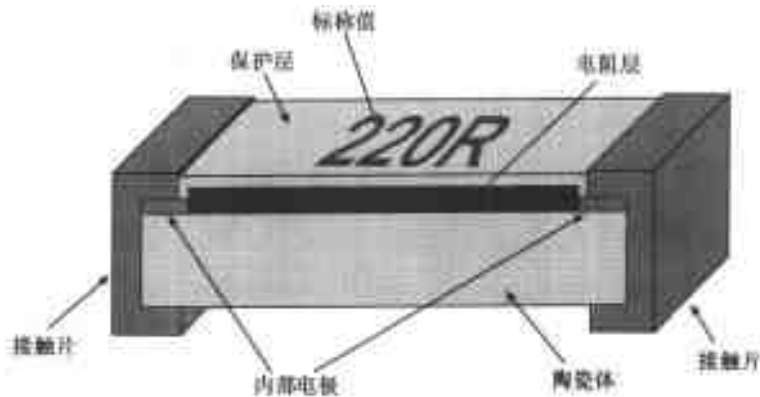


图 1.18 典型的片状电阻的横截面图

金属膜(通常是镍铬合金)电阻层是沉积在陶瓷体(通常是氧化铝)上的,用减少它的长度的方法可将电阻值修整到所希望的标称值,并插入内部电极。接触片安装在电阻的两端,它能使该元件焊接在电路板上。为了避免环境的影响,电阻膜上还涂有保护层。

1.5.2 片状电容

片状电容有如图 1.19 所示的单平板结构和多层结构(见图 1.13)两种。

通常,单平板电容器有 2 个或 4 个单元组,它们共用一个电介质和公共的电极,如图 1.20 所示。

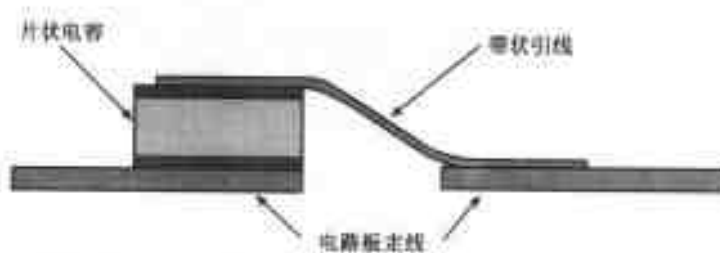


图 1.19 一个典型的单平板电容器与电路板相连接的横截面图

在单层结构时,电容器的标准尺寸从最小 $15 \times 15\ \text{mil}$ 直到大电容量时的 $400 \times 425\ \text{mil}$ 。常用电容典型值从 $0.1\ \text{pF}$ 到几个 μF ,容差 $\pm 2\% \sim \pm 50\%$ 。小电容容差通常用 pF 表示,而不用百分数表示。例如,我们常遇到的电容器的标称值为 $(0.5 \pm 0.25)\text{pF}$ 。

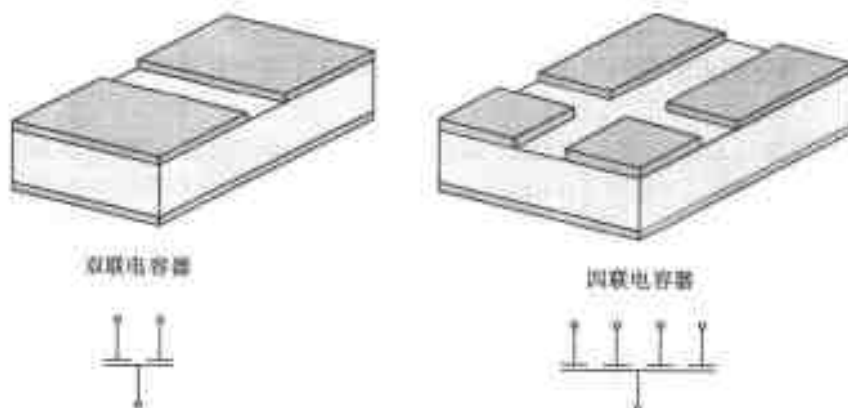


图 1.20 共用一个公共电介质的单平板电容器组

1.5.3 表面安装电感

最通用的表面安装电感仍旧是线绕线圈,这种具有空气芯的电感器的典型例子如图 1.21 所示。近代制造技术能够制造出超小型电感,它们的尺寸可以与片状电阻和电容相比拟。典型的表面安装线绕电感的尺寸为 $60 \times 30 \text{ mil}$ 至 $180 \times 120 \text{ mil}$,电感值从 1 nH 至 $1\,000 \mu\text{H}$ 。



图 1.21 射频空气芯线绕电感的典型尺寸(与移动电话天线相比较)

对于一些厚度受到严格限制电路,通常采用扁平电感线圈。这种线圈能和微带传输线集成在一起。扁平电感线圈的一般结构如图 1.22 所示。尽管这种薄导线线圈电感相对较小,大约在 $1 \sim 500 \text{ nH}$ 之间,但频率在 GHz 波段时其电抗可超过 $1 \text{ k}\Omega$ 。扁平电感线圈的实际结构能小到 $2 \times 2 \text{ mm}$ 。

扁平线圈常用于集成和混合电路中,混合电路和普通电路很相似,但是分立半导体元件的芯片(无外壳)安装在介质基片上,并用热压金属线与电路板上的导体相连。整个电路装配完成后,再装到一个壳体内,以保护它免受环境的影响。在混合电路中,电阻和电容器能用金属

膜沉积法直接安装在电路板上。这种处理方法可明显地缩小电路的尺寸。

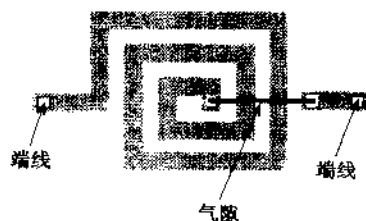


图 1.22 扁平线圈结构,用导线或导电带构成架空桥接

1.6 小结

本章讨论了低频系统到高频系统的演化发展过程,并说明了演化过程的历史顺序。在涉及高频应用时,一个重要的概念是电磁波的特性开始取代基尔霍夫(Kirchhoff)电流和电压定律而占据主导地位。例如传播常数和相速度这样一些参量就越加重要。

$$\beta = 2\pi/\lambda \text{ 和 } v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

趋肤效应是由电磁波的波动性引起的,它迫使电流在靠近导体的表面流动,从表面向内的渗透厚度可由趋肤效应的公式求出:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$$

我们能用电阻厚度近似表征射频频段元件的电阻和电抗的频率相关性。例如一个简单的圆柱形导线呈现的电阻和电感与频率的关系为:

$$R \approx R_{DC} \frac{a}{2\delta} \text{ 和 } X = \omega L \approx R_{DC} \frac{a}{2\delta}$$

这些导线连同对应的 R , C 和 L 各个元件形成等效电路,它的性能明显地与理想元件特性不同。我们发现在低频时具有恒定值的电阻,到高频时不再恒定了,而且显示出具有谐振点的二阶系统响应。在高频时,电容器中的电介质产生了损耗(即有小的传导电流流过),损耗程度由损耗角正切表示,一些工程技术材料的损耗角正切现已有表可查,所以电容器呈现的阻抗特性只有在低频时才与频率成反比。最后,在低频时电感器的阻抗响应随着频率的增加而线性增加,达到谐振峰值之前偏离理想特性,然后变为电容性。

无源 RF 元件的制造商总是试图将电阻、电容器和电感器的尺寸做得尽可能的小,这是因为高频电压和电流波的波长变得越来越小,终于达到电路元件的特征尺寸。正像在后面几章内所要讨论的,当波长和分立的电子元件的尺寸可相比拟时,基本电路分析法不再适用。

参考文献

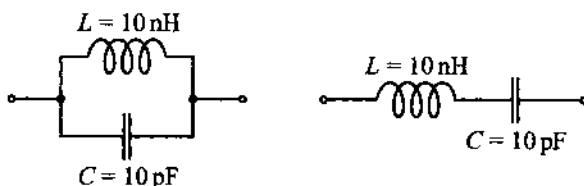
1. Bohl and P. Bhartia, *Microwave Solid State Design*, John Wiley, New York, 1988.
- C. Bowick, *RF Circuit Design*, Newnes, Newton, MA, 1982.

- D. K. Chen, *Fundamentals of Engineering Electromagnetics*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1993.
- R. A. Chipman, *Transmission Lines*, Schaum Outline Series, McGraw-Hill, New York, 1968.
- L. N. Dworsky, *Modern Transmission Line Theory and Applications*, Robert E. Krieger, Malabar, FL, 1988.
- M. F. Iskander, *Electromagnetic Fields and Waves*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1992.
- T. S. Laverghetta, *Practical Microwaves*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1996.
- H. P. Neff, *Basic Electromagnetic Fields*, 2nd ed. Harper & Row, New York, 1987.
- K. F. Sander, *Microwave Components and Systems*, Addison-Wesley, 1987.
- K. F. Sander and G. A. L. Read, *Transmission and Propagation of Electromagnetic Waves*, 2nd ed. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1986.
- W. Sinnema, *Electronic Transmission Line Technology*, 2nd ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1988.
- F. T. Ulaby, *Fundamentals of Applied Electromagnetics*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1997.

习题

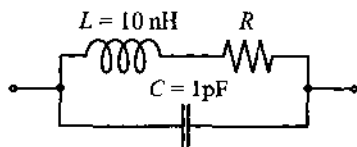
- 1.1 计算在 FR4 印刷电路板中的相速度和波长, 电路板的相对介电常数是 4.6, 工作频率是 1.92 GHz。
- 1.2 在一微带线中(假定无限长无损耗)电流表示式为: $i(t) = 0.6 \cos(9 \times 10^9 t - 500z) \text{ A}$ 。求出(a)相速,(b)频率,(c)波长,(d)电流的相量表示式。
- 1.3 一无耗同轴线, 在 960 MHz 时, 电磁场的波长 $\lambda = 20 \text{ cm}$, 求出绝缘材料的相对介电常数。
- 1.4 有一个沿正 z 方向传播的行波, 其电场表示式为:

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz) \text{ V/m}$$
 在相对介电常数 $\epsilon_r = 4$, 频率为 5 GHz 时,
 - (a) 假如 $E_{0x} = 10^6 \text{ V/m}$, 求出磁场,
 - (b) 求出相速和波长,
 - (c) 计算在时间间隔 $t_1 = 3 \mu\text{s}$ 和 $t_2 = 7 \mu\text{s}$ 之间行波在空间前进了多少?
- 1.5 求出下面并联和串联 LC 电路阻抗幅值的频率响应:

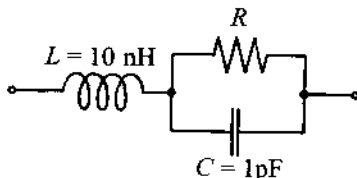


并将你的结果与当理想电感替换为同样的电感和一个 5Ω 的电阻串联电路时进行比较, 假定电路工作在 30 ~ 3 000 MHz 的 VHF/UHF 频段。

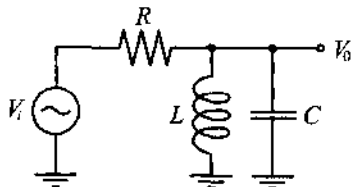
- 1.6 推出下面所示电路的谐振频率, 并画出谐振频率随电阻 R 的变化。



1.7 将习题 1.6 的电路用下面的电路代替,重新推导和画图。



1.8 对下面的电路,我们选择 $R \ll (\sqrt{L/C})/2$, 求出 $|V_o/V_i|$ 与频率的函数关系,并分别对低频、中频和高频起主要作用的电路部分做出标记。



- 1.9 第 1 章目的之一是向读者强调在低频电路分析中通常被忽略的高频现象。现象之一是趋肤效应。为了表明在 RF 计算中趋肤效应的重要性,(a)计算一个用 AWG 26 铜线在 5 mm 空气芯上绕 10 圈制成的电感线圈的频率特性;(b)分别在忽略趋肤效应和考虑趋肤效应的情况下重复这个计算。
- 1.10 在一高频电路中,一个电阻的引线是由 AWG 14 总长度为 5 cm 的直铝线($\sigma_{Al} = 4.0 \times 10^7$ S/m)制成,(a)计算 DC 电阻;(b)求出在工作频率为 100 MHz, 1 GHz 和 10 GHz 时的 AC 电阻和电感。
- 1.11 计算铜($\sigma_{Cu} = 64.516 \times 10^6$ S/m),铝($\sigma_{Al} = 40 \times 10^6$ S/m)和金($\sigma_{Au} = 48.544 \times 10^6$ S/m)在 1 GHz 和 10 GHz 时的趋肤厚度,并求出直径为 1 mm,长 10 cm 导线的电阻。
- 1.12 一典型的由相对介电常数为 10,损耗角正切为 0.000 4 的 Al_2O_3 组成的 PCB 基片,求频率在 10 GHz 时该基片的电导率。
- 1.13 对于串联的 RLC 电路,当 $R = 1 \Omega$, $L = 1$ nH 和 $C = 1$ pF 时,计算谐振频率和在谐振频率的 $\pm 10\%$ 处的品质因数。并说明电阻的存在对谐振频率有何影响。
- 1.14 在一个工作频率为 10 GHz 的电路中,有一 4.7 pF 的电容,其相对介电常数 4.6,串联损耗角正切 0.003,与其相连的铜引线长 6 cm,直径 0.5 mm,求出:(a)引线电阻和电抗;(b)电导和总阻抗。铜的电导率 $\sigma_{Cu} = 64.516 \times 10^6 \Omega^{-1}m^{-1}$ 。
- 1.15 根据一制造商的技术数据记载,一个电容的串联损耗角正切在 5 GHz 时为 10^{-4} ,总的平板面积是 $10^{-2} cm^2$,平板间的间隔 0.01 mm,相对介电常数为 10,求电导。

1.16 阻抗的一般表示式是:

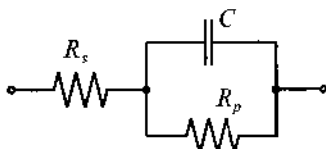
$$Z = R + jX$$

阻抗与导纳的转换式是 $Y = 1/Z$ 且:

$$Y = G + jB$$

请推导出用电阻 R 和电抗 X 表示的电导 G 和电纳 B 。

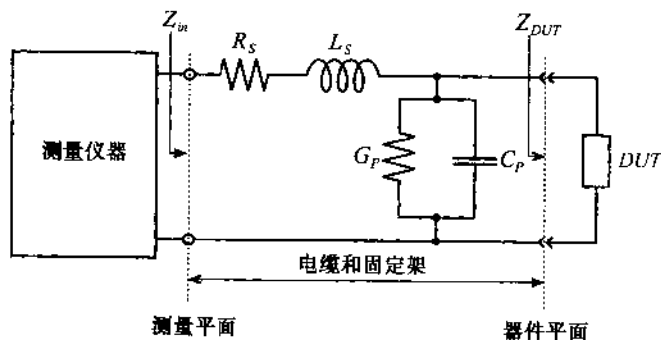
1.17 有时用下面的电路代表一个较完善的电容器模型:



此处损耗角正切包括两部分。一部分是与并联电路相关联的电导 $Y_p = 1/R_p + j\omega C$, 损耗角正切 $\Delta_p = |\operatorname{Re}\{Y_p\}|/|\operatorname{Im}\{Y_p\}|$, 另一部分是与串联电路相关联的阻抗 $Z_s = R_s + 1/(j\omega C)$, 损耗角正切 $\tan\Delta_s = |\operatorname{Re}\{Z_s\}|/|\operatorname{Im}\{Z_s\}|$ (注意 R_s 不同于例 1.4)。

证明: 对低损耗电容, 可近似得到 $\tan\Delta \approx \tan\Delta_s + \tan\Delta_p$, 其中 $\tan\Delta = |\operatorname{Re}\{Z\}|/|\operatorname{Im}\{Z\}|$, Z 是总阻抗。

- 1.18 用测量仪器测量电容时, 用户经常要选择一合适的电路表达式。对于串联表达式, 仪器要设法预测 R_s 和 C_s , 而对于并联表达式, 则要测量 R_p 和 C_p 。假如我们要测量大于 $100\ \mu\text{F}$ 的大电容, 应该选择那种方式? 这种方式也适合于测量小于 $10\ \mu\text{F}$ 的电容吗? 回答并解释。
- 1.19 电容存储电荷的能力与工作温度有关。该特性能定量表示为 $C = C_0[1 + \alpha(T - 20^\circ\text{C})]$, 此处 C_0 是标称的电容值, 而 α 是温度系数, 它可正可负。假如电容 C 在 $T = 20^\circ\text{C}$ 时, 示读值为 $4.6\ \text{pF}$, 在 $T = 40^\circ\text{C}$ 时提高到 $4.8\ \text{pF}$, 请问温度系数 α 是多少? 并求出在 0°C 和 80°C 时的电容值。
- 1.20 在低频时测量阻抗, 我们用一对导线将测量仪器和被测件连接, 假定该仪器的示读值与被测件(DUT)的阻抗有关系。正如我们在本章已看到的那样, 在高频时我们必须考虑寄生元件的影响。测量装置的典型电路如下图所示:

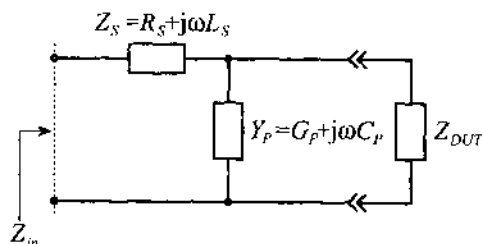


此处固定架和电缆用引线的阻抗 $(R_s + j\omega L_s)$ 和杂散导纳 $(G_p + j\omega C_p)$ 等效电路代

替。在理想情况下,我们希望在器件平面上测量,然而,由于固定架的影响,测量平面从 DUT 移开了。

为了精确地测量 DUT 的阻抗,必须考虑连接电缆的固定架。多数厂商采用的方法是用开路和短路线对与固定架相关的影响进行校准。第一步,用短路线代替 DUT 并记录阻抗的测试结果,由于固定架的影响,所测得的阻抗不等于零;第二步,用开路线替代短路线,再次记录下阻抗的测试结果。由两次测量值便能定量确定固定架的寄生影响。

校准以后,我们即可连接 DUT 测量输入阻抗,在这种情况下等效电路为:

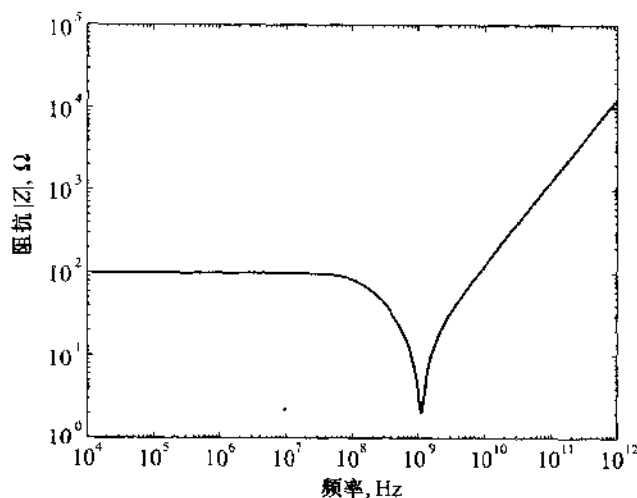


知道了寄生元件(Z_S 和 Y_P)的值,我们就能够计算 DUT 的真实阻抗了。

请用全部必要的公式解释这些步骤,并且详细说明在什么条件下此种校准是可能的。

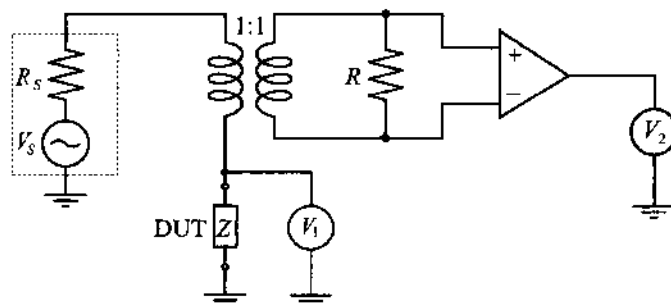
然后,导出一个公式,该公式能使我们求出在无固定架情况下所期望的 DUT 阻抗。

1.21 下图是一未知无源器件用扫频法所测阻抗的结果。



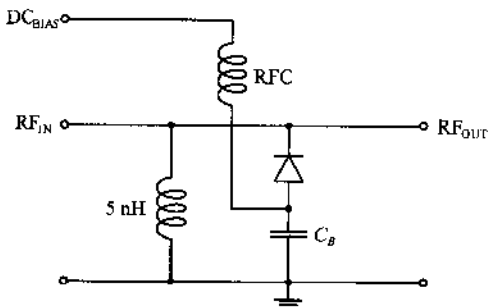
以该图呈现的阻抗响应曲线为依据设计一个电路,该电路能够用作代替这个被测件的等效电路。该器件能是什么器件:电阻器、电感线圈或是电容器?

1.22 在射频波段,测量无源器件的阻抗是十分复杂的课题。常用的技术,诸如桥式电路和谐振方法,当频率超过几 MHz 时就失灵了。下图是一种测量技术的原理图,测量系统由几个仪器组合而成,它是通过测量电压推算出阻抗的。



这里,电压用矢量电压表测量,矢量电压表不仅能测量电压的振幅,而且还可测量相位。请解释被测器件的阻抗如何确定,并说明测试系统中采用变压器和运算放大器的目的。

- 1.23 一个 RFC 是用 AWG 38 铜线在一直径为 0.1 mm,长为 2 mm 的陶瓷芯上($\mu_r = 1$)绕 4 圈制成。请依照例题 1.5,估算出电感、寄生电容、电阻和谐振频率。
- 1.24 假如器件的阻抗幅值在 DC 条件下是 $100\ \Omega$,当 100 GHz 时是 $1\ 257\ \Omega$,谐振频率是 1.125 GHz,利用前面习题中采用的数据和等效电路图,求出该等效电路的参量值。
- 1.25 一个如图 1.20 所示的四联电容器,它由四个相等尺寸的电极,电极面积为(25 mil),间隔为 5 mil;一个共用接地板和相对介电常数为 11 的电介质组成。求出单独一联和整个电容器所能达到电容量。
- 1.26 考虑下面二极管电路:



我们将在第 6 章看到,一个反偏压二极管能表示为电阻 R_s 和结电容 C 的串联组合,此处电容与偏压有关,它的值近似由下面的表达式给出:

$$C = C_0 \left(1 - \frac{V_{bias}}{V_{diff}} \right)^{-1/2}$$

假定 RFC 和隔直电容 C_c 有无穷大值,求出电路谐振频率为 1 GHz 时的偏置电压。该二极管表征如下: $C_0 = 10\ \text{pF}$, $R_s = 3\ \Omega$,势垒层电压 $V_{diff} = 0.75\ \text{V}$ 。

第 2 章 传输线分析

正如我们已经知道的,频率的提高意味着波长的减小。该结论用于射频电路,就是当波长可与分立的电路元件的几何尺寸相比拟时,电压和电流不再保持空间不变。必须把它们看做是传输的波。因为基尔霍夫电压和电流定律都没有考虑到这些空间变化,我们必须对普通的集总电路分析做重大的修改。

本章的目的是概述由集总电路向分布电路表示法过渡的物理前提。在此过程中,推导出一个最有用的公式:一般的射频传输线结构的空相关阻抗表示式。后面几章承担的重要任务就是用该方程去分析和设计高频电路。本章在阐述传输线理论的基本知识过程中,我们有意地减少(虽然不是排除)对电磁学的依赖。想较深入研究电磁波理论基本原理的读者,可阅读本章末列出的许多优秀的参考书。

2.1 传输线理论的实质

我们再次回到波场表示式(1.1a): $E_x = E_{0x} \cos(\omega t - \beta z)$ 。此式表示有一个向 $+z$ 方向传播的 x 方向的电场。在自由空间传播时,总是假设电场方向和传播方向彼此是正交的。另一方面,如果我们假定将波限制在沿 z 方向延伸的导体媒质中,将发现电场有纵向分量 E_z ,该电场沿 z 方向积分便给出电压降(亦即 $V = - \int E_z dl_z$, 其中 dl_z 表示 z 方向的线元)。我们现在更仔细地考虑(1.1a)式中余弦项的幅角变量,它是把空间和时间结合在一起,在此种方式下,正弦曲线的空间特性用沿 z 方向的波长 λ 表征,而正弦曲线的时间特性用沿着时间轴的时间周期 $T = 1/f$ 表征。用数学术语讲,这引出特征值方法。此处空间对时间的导数,表示相位变化的速度,在我们的情况下,相速度(p 是一不变量,其表示式为 v_p):

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_t \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad (2.1)$$

如果我们设 $f = 1 \text{ MHz}$, 介质系数 $\epsilon_r = 10$, $\mu_r = 1$ ($v_p = 9.49 \times 10^7 \text{ m/s}$), 可得到波长 $\lambda = 94.86 \text{ m}$ 。对于电压波 $V = - \int \cos(\omega t - \beta z) dz = \sin(\omega t - \beta z)/\beta$ 其随空间和时间变化的情况描绘在图 2.1 中。

下面我们分析一个简单电路,该电路由内阻为 R_c 的正弦电压源 V_c 通过 1.5 cm 长的铜导线与负载电阻 R_L 连接组成。并假定导线方向与 z 轴方向一致,且它们的电阻可忽略。假如振荡器设置的频率是 1 MHz ,按前面的计算,波长是 94.86 m 。连接源和负载的 1.5 cm 长的导线,在如此小的尺度内感受的电压空间变化是不明显的。

当频率提高到 10 GHz 时情况就明显地不同了,此时波长降低到 $\lambda = v_p/10^{10} \text{ m} = 0.949 \text{ cm}$,近似为导线长度的 $2/3$,如果沿着 1.5 cm 长的导线测量电压,确定信号相位参考点所在位置是很重要的。这个事实很容易观察到,假如用示波器测量始点(位在 A 点)和终点(位在 B 点)或

沿导线的某一点间的电压, $A-B$ 距离为 1.5 cm, 沿 z 轴测量的结果如图 2.2 所示。

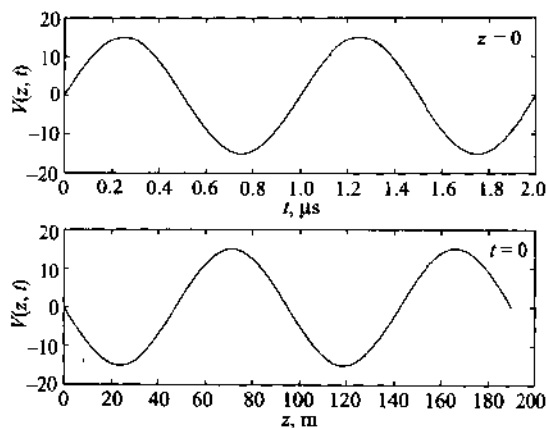


图 2.1 作为时间($z = 0$ 时)和空间($t = 0$ 时)函数的电压分布

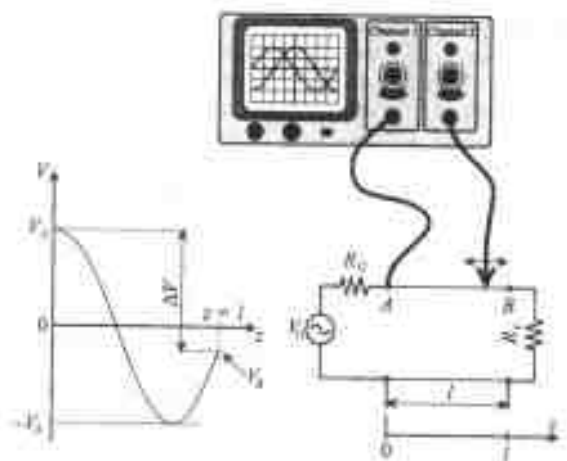


图 2.2 10 GHz 电压信号的振幅测量, 该信号是在始点(A 位置)和连接负载和源的导线上的任一点

我们现在面临着不同的选择, 在图 2.2 中看到的一个用长度为 l 的双导线将源阻抗为 R_G 的电压源 V_G 和负载电阻 R_L 连接的简单电路。假定导线的电阻可忽略, 当连接源和负载的导线上不存在电压的空间变化时, 如低频电路情况, 才能用基尔霍夫电压定律:

$$\sum_{i=1}^N V_i = 0 \quad (2.2)$$

进行分析。公式(2.2)中 V_i ($i = 1, 2, 3, \dots, N$) 代表第 i 个分立元件的电压降。当频率高到必须考虑电压和电流的空间特性时, 基尔霍夫电路定律不能直接应用。可是, 这种情况能补救, 假如该线能再细分为小的线元(数学上称为无限小长度), 在该小线元上假定电压和电流保持恒定值, 如图 2.3 描绘的情况。

对每段长度 Δz 我们能设计出它的等效电路表示法。参考第 1 章中讨论的内容, 能立即推

断出与每根导线相联系的串联电阻和电感。另外,由于两根导线相当靠近,也能观测到电容效应,以及因为实际上没有理想的绝缘体存在,有小的电流流经介质,我们将在 2.2 节给出所有这些效应的详细分析。必须强调,此处简单描述的等效元件只代表线的一个小的分割段,为了建立整个线路的完整模型,我们必须将 Δz 重复很多次。所以,在一般情况下传输线不能用集总参量,而必须用分布参量 R, L, C 和 G 表示。此处给出的所有电路参量都是单位长度的量。

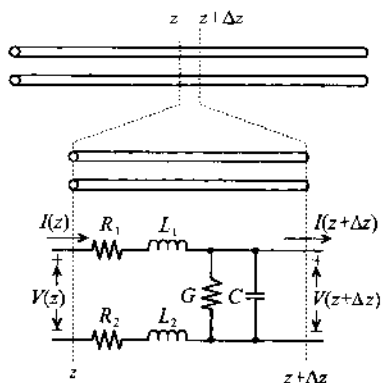


图 2.3 导线分割成小的单元 Δz , 在该小单元上可以应用恒定电压和电流的基尔霍夫定律

什么时候导线或分立元件作为传输线处理? 这个问题不能用简单的数字给以确切的回答。从满足基尔霍夫定律要求的集总电路分析到包含有电压和电流波的分布电路理论的过渡与波长有关。此过渡是在波长变得越来越与电路元件的平均尺寸可比拟的过程中, 逐渐发生的。根据经验, 当分立的电路元件平均尺寸 l_A 大于波长的 $1/10$ 时, 应该应用传输线理论 ($l_A \geq \lambda/10$)。例如: 1.5 cm 长的导线我们能估算出频率为:

$$f = \frac{v_p}{10l} = \frac{9.49 \times 10^7 \text{ m/s}}{0.15 \text{ m}} = 633 \text{ MHz}$$

RF 设计工程师们能把图 2.2 所示的简单电路, 在 700 MHz 时当作集总元件表示的电路处理吗? 或者, 基尔霍夫电路理论能应用于 1 GHz 的电路吗? 没有考虑到值得严重注意的损耗是不行的。在后面几章中将明显地看出必须采用传输线理论的另外原因。

2.2 传输线举例

2.2.1 双线传输线

在 2.1 节中讨论的双线传输线系统是一个能将高频电能从一点传送到另一点的例子。遗憾的是, 这或许是最不适用的传送高频电压和电流波的方法。正如在图 2.4 示意图中看到的, 相隔固定距离的双导线的缺点是: 由导体发射的电和磁力线延伸到无限远, 并影响线附近的电子设备。

此外, 由于导线对的作用像一个大天线, 辐射损耗很高, 所以双线是有限地应用在射频领域(例如, 用于连接民用电视设备到接收天线)。可是, 普遍用于 $50 \sim 60 \text{ Hz}$ 的电源线和局内的电话连接线, 虽然频率很低, 但长度却很容易超过几公里, 所以当线的长度可与波长(例中,

$\lambda = c/f = 3 \times 10^8 / 60 = 5\,000\text{ km}$)相比拟时,也必须考虑分布电路特性。

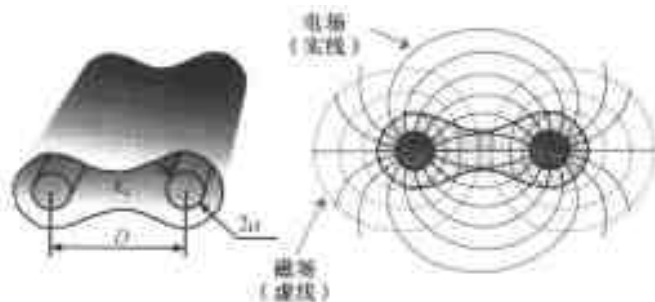


图 2.4 平行双导线传输线的几何形状和场分布

2.2.2 同轴线

传输线更通用的例子是同轴线。当频率高到 10 GHz 时,几乎所有射频系统或测试设备的外接线都是同轴线。典型的同轴线由半径为 a 的内圆柱导体、半径为 b 的外导体和它们之间的电介质层组成,如图 2.5 所示。通常外导体接地,所以辐射损耗和场干扰都很小。最常用的几种介质材料是聚苯乙烯($\epsilon_r = 2.5$, $\tan \Delta_s = 0.000\,3$, 在 10 GHz)、聚乙烯($\epsilon_r = 2.3$, $\tan \Delta_s = 0.000\,4$, 在 10 GHz)、或者聚四氟乙烯($\epsilon_r = 2.1$, $\tan \Delta_s = 0.000\,4$, 在 10 GHz)。

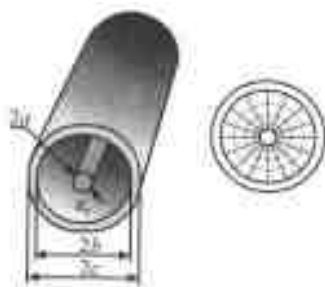


图 2.5 同轴电缆传输线

2.2.3 微带线

多数电子系统通常都是采用平面印刷电路板(PCB)作为基本介质实现的。当涉及到实际的射频电路时,我们必须考虑蚀刻在 PCB 上的导体带的高频特性。该结构定性描绘在图 2.6 中。

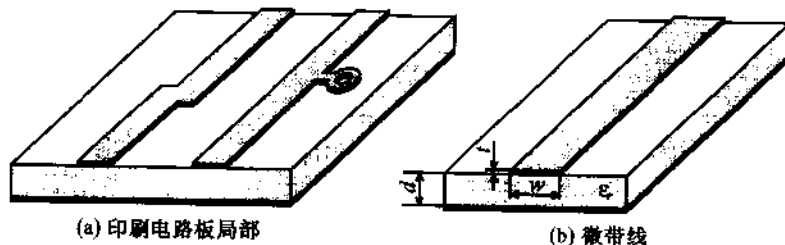


图 2.6 微带传输线

载流导带下面的接地平面可帮助阻挡额外的场泄漏,降低辐射损耗。用 PCB 可简化在板上的无源和有源器件的连接和降低生产成本。另外,PCB 可以通过简单地改变元件的位置和人工调节可调谐电容和电感进行电路的调整。

单层 PCB 的缺点之一是它较高的辐射损耗和邻近导带之间容易出现串扰(干扰)。从图 2.7 显示的聚四氟乙烯环氧树脂($\epsilon_r = 2.55$)和氧化铝($\epsilon_r = 10.0$)介质的电力线,可定性地看出场泄漏的严重程度与相对介电常数有关。

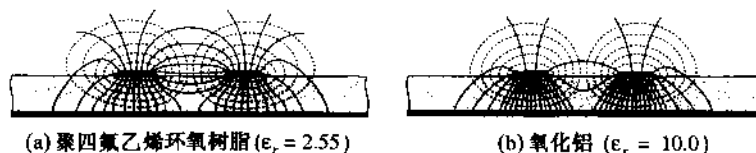


图 2.7 电场泄漏依赖于介电常数

对图 2.7 中的电力线进行直接比较可看出,为达到元件高密度布局,建议采用高介电常数的基片,因为它可将场的泄漏和交叉耦合降至最小。

降低辐射损耗和干扰的另一种方法是采用多层技术,实现均衡的电路板设计,此处微带线被“夹”在两接地板之间。图 2.8 描绘的是三层结构。

微带结构主要用作低阻抗传输线,高功率传输线应用的是平行板线。在平行板线中,电流和电压被限制在被电介质分开的两个平面上。这种结构和对应的场分布如图 2.9 所示,电介质为聚四氟乙烯环氧树脂($\epsilon_r = 2.55$)。

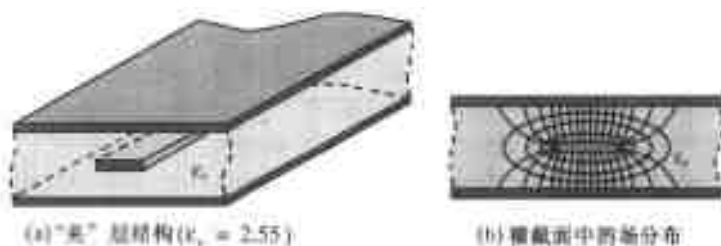


图 2.8 三层传输线结构

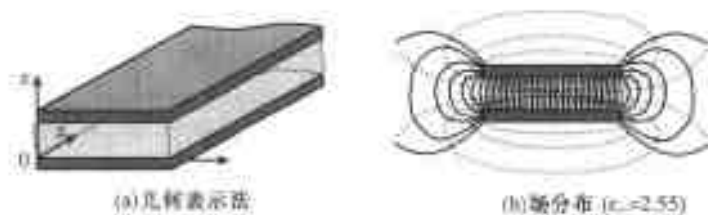


图 2.9 平行板传输线

为了适应各种特殊目的的应用,需要有多种传输线结构。然而,详尽地叙述各种各样的所有可能的组合结构的传输线,已超出本书的目的。

前面列举的传输线都具有共同性,即在载流导体之间的电场和磁场分量是横向的(或偏振的),也就是它们形成一个近似于图 1.3 所示的横电磁(TEM)场模式。正如在第 1 章中叙述

的,TEM 模的特性与导波模大不相同,导波模的电磁场传播是通过导体平板之间或光缆中的折射率电介质之间的反射和折射完成的。传输线理论进入到通常所说的横磁(TM)和横电(TE)模就失灵了。此种模式主要用于微波范围,如卫星通信、雷达和遥感技术。由于它们的工作频率非常高,远高于 RF 范围。波导和光缆需要专门的电磁学论述,在此,不再进一步讨论。在本章末我们列出了若干参考书供参考。

2.3 等效电路表示法

正如前面叙述的,在射频电路设计工程师感兴趣的几何尺寸上,电压和电流不再是空间不变量。因此基尔霍夫电压和电流定律不能应用在整个宏观的线长度上。然而,可以回避(绕过)这个问题,当传输线被切割成较小线段(极限情况下是无限小),这些线段大得足以包含所有相关的电特性,诸如传输线的损耗、电感和电容效应。这种分割到微观的表示法主要优点是:现在能引入分布参量描述,而在微观尺度上它的分析又遵循基尔霍夫定律;同时,也提供了一个直观的图像。这种近似法也将用于第 4 章讨论的二端口网络的分析。

为了建立一个电的模型,让我们再次考虑图 2.10 所示的双线传输线,该传输线取向 z 轴,并分割成长度为 Δz 的单元。

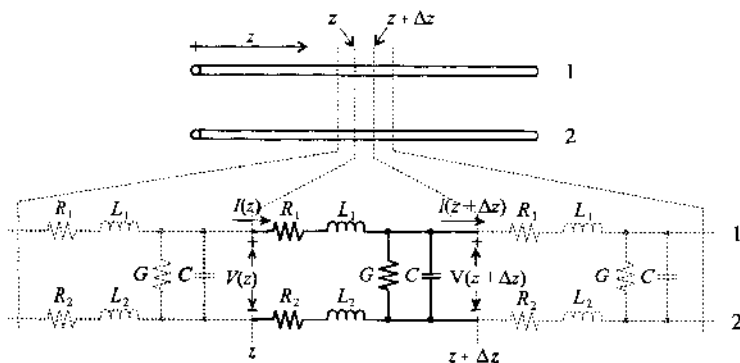


图 2.10 双线传输线的分割,在 Δz 长度内满足集总参量分析

假如把我们的注意力集中在 z 和 $z + \Delta z$ 之间的一小段上,将注意到每个导体(1 和 2)是用电阻和电感(R_1, L_1 和 R_2, L_2)的串联来描述的。另外,由导体 1 和导体 2 引起的电荷分离,引出的电容效应用 C 表示。考虑到所有介质都有损耗(见 1.4.2 节的讨论)还必须包含电导 G 。再次需要注意这个事实,所有给出的电路参量 R, L, C 和 G 都是单位长度的值。

与双线传输线相似,图 2.11 所示的同轴电缆也能认为是双导体结构,可用某些集总参量表示。

电等效线路的一般形式如图 2.12 所示,此处两个导体的电阻和电感组合在一个导体上,这种表示法不能适用于所有类型的传输线。例如,当涉及到瞬态波的传播和信号复原的感性容性串扰问题时,通常保持图 2.11 所示的参量表示更有意义。然而,对于我们论述的传输线,将只用于图 2.12 所示的模型。

回顾第 1 章中讨论过的,上面提到的 R, L, C 和 G 元件都是频率相关的参量,明显地与工作频率和应用的传输线类型有关。甚至, L 不仅包括导线的电感(自感,见 1.4.3 节)而且还要考虑

导线之间的互感。一般情况下自感远小于互感,可被忽略。电等效电路表示法的优点可归纳为:

- 提供了一个清楚的、直观的物理图像
- 有助于标准化两端网络表示法
- 可用基尔霍夫电压和电流定律分析
- 提供从微观向宏观形式扩展的建立过程

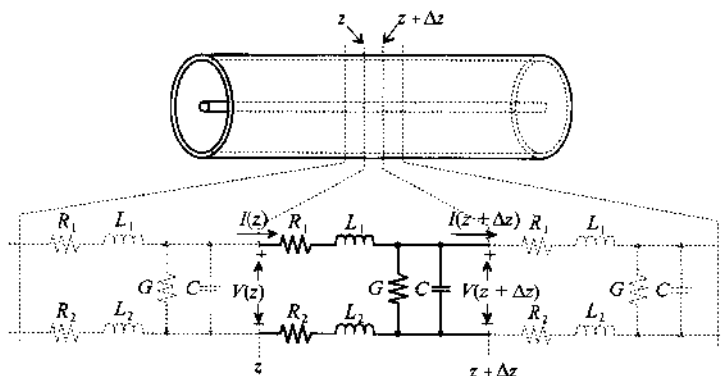


图 2.11 同轴电缆的分割,集总参量分析适用于 Δz 长度单元

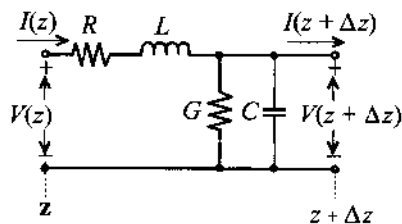


图 2.12 一般的电等效电路表示法

还有两个明显的缺点值得注意:

- 基本上是一维分析,没有考虑场在垂直于传播方向的平板上的边缘效应(通量),所以不能预言和其他电路元件的干扰
- 由于磁滞效应引起的与材料相关的非线性被忽略

尽管有这些缺点,但等效电路表示法仍是一个描述传输线特性的强有力的数学模型。用这个模型,我们现在能着手推导统一的传输线方程。

2.4 理论基础

2.4.1 基本定律

下一个应该问我们自己的问题是:假若我们已经知道传输线的实际尺寸及其电特性,那么如何确定它的分布电路参量呢?回答是可以利用电磁学的两个主要定律:法拉第定律和安培定律求得。

根据实验观察,法拉第定律和安培定律建立了能将电场和磁场定量地联系起来的两个基本关系式。因此,这两个定律提供了用以确定通常所说的源-场关系的麦克斯韦(Maxwell)理论的基础,即作为源的时变电场引起一旋转磁场;反过来,作为源的时变磁场产生时变电场,该电场与磁场的变化率成正比。总之,电场和磁场是相互联系的,是导致波的传播和在射频电路中的电压和电流行波的主要原因。

积分或微分形式的法拉第和安培定律至少在原则上是我们拥有的计算电路原线路参量 R, L, C 和 G 的必要工具,这些线路参量是表征各种传输线系统所必须的。通过后面的计算,我们便可知如何从抽象的理论定律出发,推导出用于特定类型的传输线的实际电路参量。

安培定律

该基本定律表明用电流密度 \mathbf{J} 表征的运动电荷在其周围引起的旋转磁场 \mathbf{H} 可用积分关系表示如下:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.3)$$

其中线积分的路径是沿表面 S 的边界,它用其微分线元 $d\mathbf{l}$ 来表征,路径走向是使表面 S 总在左侧*。在方程式(2.3)中总的电流密度可以写成 $\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \sigma\mathbf{E} + \partial(\epsilon\mathbf{E})/\partial t$,它包含(a)外加的源电流密度 \mathbf{J}_0 , (b)传导电流密度 $\sigma\mathbf{E}$,它是由导体中的电场 \mathbf{E} 引起的,是造成传导损耗的主要原因, (c)位移电流密度 $\partial(\epsilon\mathbf{E})/\partial t$,它是造成辐射损耗的主要原因。此处和下面的方程式中,我们均用黑体字表示矢量,如:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_x(x, y, z, t)\hat{x} + E_y(x, y, z, t)\hat{y} + E_z(x, y, z, t)\hat{z}$$

其中 E_x, E_y, E_z 是矢量分量, $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ 是在笛卡尔坐标系中 x, y, z 方向上的单位矢量。图 2.13 示出(2.3)式的含义。

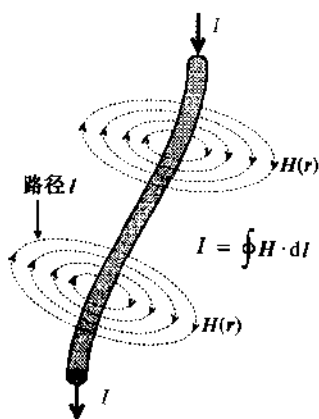


图 2.13 连接电流和磁场的安培定律

安培定律的微分形式为:

$$(\nabla \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{n} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta S} \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \int_{\Delta S} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \quad (2.4)$$

* 注:即线积分路径方向与表面 S 方向遵从右手螺旋法则——译者注。

其中 $\nabla \times$ 是旋度算符, \mathbf{n} 是垂直于表面元 ΔS 的单位矢量。此式虽然不如积分关系直观,但是仍然完全等同于(2.3)式。当在直角坐标系中用矢量分量表示时,微分算符能表示成矩阵形式:

$$\nabla \times = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

所以,将旋度应用到矢量场 \mathbf{H} 时,可得到:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

其中 H_x, H_y, H_z 和 J_x, J_y, J_z 是磁场矢量 \mathbf{H} 和电流密度 \mathbf{J} 在 x, y 和 z 方向的分量。



RF & MW

例题 2.1 导体中恒定电流产生的磁场

有一个半径 $a = 5 \text{ mm}$, 沿 z 方向取向的无限长导线, 运载 5 A 的 DC 电流, 假定周围媒质是空气, 请画出长线内部和外部径向的磁场。

解: 这是由公式(2.3)给出的积分形式安培定律的典型应用, 导体内部电流密度 \mathbf{J} 是均匀的, 它的等式为 $\mathbf{J} = I/(\pi a^2) \hat{z}$, 所以应用(2.3)式可得到下面的结果:

$$H 2\pi r = \frac{I}{\pi a^2} \pi r^2 \Rightarrow H = \frac{I r}{2\pi a^2}$$

其中 $0 \leq r \leq a$ 。导体外部电流密度等于零, 且在(2.3)式给出流过导体面积中的总电流 I , 所以, 求得导线外面磁场 H 为:

$$H 2\pi r = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$$

其中 $r \geq a$ 。所以无限长导线内部和外部总的磁场为:

$$H(r) = \begin{cases} \frac{I r}{2\pi a^2}, & r \leq a \\ \frac{I}{2\pi r}, & r \geq a \end{cases} = \begin{cases} 31.83 r \text{ kA/m}, & r \leq 5 \text{ mm} \\ 0.796/r \text{ A/m}, & r \geq 5 \text{ mm} \end{cases}$$

径向的磁场分布图如图 2.14 所示。

我们对导线的内部磁场进行了重要的观测, 磁场从导体的中心到周边呈线性增加, 这是由于较多的电流对其做出贡献。

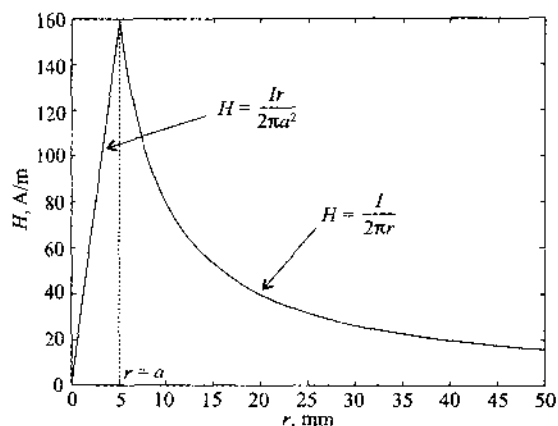


图 2.14 一个半径 $a = 5 \text{ mm}$, 运载电流为 5 A 的无限长导线内部和外部磁场分布

法拉第定律

该定律的含义是作为源的磁通密度 $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ ($\mu = \mu_0 \mu_r$) 的时间变化率像源一样引起旋转电场:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.7)$$

正如前面在安培定律中所描述的那样, 线积分沿着表面 S 的边界进行, 电场沿着导线环积分, 如图 2.15 所示, 产生的感应电压: $V = - \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d}{dt} \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$

和安培定律相似, 我们能将(2.7)式转换成微分形式:

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.8)$$

公式(2.8)清楚指明, 我们必须从时间相关的磁通密度得到电场, 随后, 该电场再按安培定律产生一个磁场。

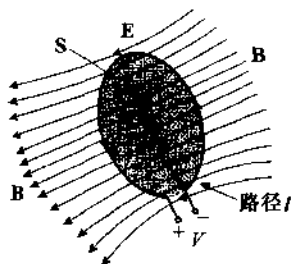


图 2.15 磁通密度时间变化率感应一个电压



例题 2.2 静止导线环中的感应电压

求一薄导线环的感应电压, 该环半径 $a = 5 \text{ mm}$, 放于存在时变磁场 $\mathbf{H} = H_0 \cos(\omega t)$ 的空气中, 其中 $H_0 = 5 \text{ A/m}$, 工作频率 $f = 100 \text{ MHz}$ 。

解:在环中感应电压等于电场 E 沿环的线积分,应用法拉第定律(2.7)式得到:

$$V = - \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

因为周围的介质是空气,其相对磁导率 $\mu_r = 1$,且磁通密度是 $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} = \mu_0 H_0 \cos(\omega t) \hat{z}$ 。将 \mathbf{B} 代入前面的积分,得到环中的感应电压表示式:

$$V = \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \frac{d}{dt} \mu_0 H_0 \cos(\omega t) \pi a^2 = -\pi a^2 \omega \mu_0 H_0 \sin(\omega t)$$

将其进一步简化可得到:

$$V = -0.31 \sin(6.28 \times 10^8 t) \text{ V}$$

该例子的答案如同我们已知的法拉第定律的变压器形式,利用主线圈产生的时变场,在第二级环中引起感应电压。

2.5 平行板传输线的电路参量

我们的目的是计算图 2.16 所示的一段传输线的线路参量 R, L, C 和 G 。为了避免混淆,我们明确地用 σ_{cond} 和 σ_{die} 分别表示在导体中和电质中的电导率。

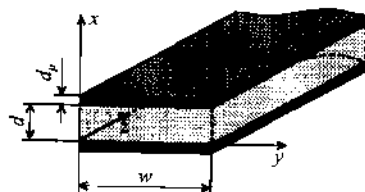


图 2.16 平行板传输线几何形状,平行板宽 W 大于板间距 d

为了应用一维分析方法,必须假定平板宽度 W 大于平板之间的距离 d ,进而还假定趋肤厚度 δ 小于板的厚度 d_p 。在这些条件下,我们可以假设导体平板中电场和磁场的形式为:

$$\mathbf{E} = \hat{z} E_z(x, z) e^{j\omega t} \quad (2.9a)$$

$$\mathbf{H} = \hat{y} H_y(x, z) e^{j\omega t} \quad (2.9b)$$

式中 $e^{j\omega t}$ 项代表电场和磁场随时间按正弦变化,而 $E_z(x, z)$ 和 $H_y(x, z)$ 表示空间变化。因为假定平板是很宽的,所以,电磁场都与 y 无关。应用微分形式的法拉第和安培定律:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma_{\text{cond}} \mathbf{E} \quad (2.11)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{Bmatrix} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} 0 \\ H_y \\ 0 \end{Bmatrix} = -\mu \frac{dH_y}{dt} = -j\omega\mu H_y \quad (2.12)$$

和

$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ H_y \\ 0 \end{Bmatrix} = -\frac{\partial H_y}{\partial x} = \sigma_{\text{cond}} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{Bmatrix} = \sigma_{\text{cond}} E_z \quad (2.13)$$

将式(2.13)对 x 微分,并代入式(2.12)中得到:

$$\frac{d^2 H_y}{dx^2} = j\omega\sigma_{\text{cond}}\mu H_y = p^2 H_y \quad (2.14)$$

其中 $p^2 = j\omega\sigma_{\text{cond}}\mu$, 二阶常微分方程(2.14)的通解是 $H_y(x) = Ae^{-px} + Be^{px}$, 系数 A 和 B 是积分常数。于是我们现在可以进行以下计算:

$$p = \sqrt{j\omega\sigma_{\text{cond}}\mu} = \sqrt{j}\sqrt{\omega\sigma_{\text{cond}}\mu} = (1+j)\sqrt{(\omega\sigma_{\text{cond}}\mu)/2} = (1+j)/\delta \quad (2.15)$$

式中 $\delta = \sqrt{2/(\omega\sigma_{\text{cond}}\mu)}$ 确认为趋肤厚度。因为 p 有一个正的实数分量, 为了满足导体条件, 在下平板向负 x 方向的磁场幅度必须是衰减的, 常数 A 应为零; 类似的理由, 在上平板常数 $B=0$, 所以在下导体平板内磁场有一简单的指数形式解:

$$H_y = H_0 e^{px} = H_0 e^{(1+j)x/\delta} \quad (2.16)$$

其中 $B = H_0$, 是一个待定常数因子, 因此电流密度可表示为:

$$J_x = \sigma E_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{(1+j)H_0}{\delta} e^{(1+j)x/\delta} \quad (2.17)$$

现在我们可以找出在下平板的电流密度 J_x 与总电流 I 的关系:

$$I = \iint_S J_x dx dy = w \int_{-d_p}^0 J_x dx = wH_0 e^{(1+j)x/\delta} \Big|_{-d_p}^0 = wH_0 (1 - e^{-(1+j)d_p/\delta}) \quad (2.18)$$

其中 S 是下平板的横截面积, d_p 是平板的厚度。因为我们假定 $d_p \gg \delta$, 所以(2.18)式中的指数项可忽略, 同时 $I = wH_0$, 所以我们能得出 $H_0 = I/w$ 。在导体的表面($x=0$)电场可表示为:

$$E_z(0) = \frac{J_x(0)}{\sigma_{\text{cond}}} = \frac{(1+j)H_0}{\sigma_{\text{cond}}\delta} = \frac{1+j}{\sigma_{\text{cond}}\delta} \frac{I}{w} \quad (2.19)$$

消去(2.19)式中的电流 I , 可得出单位长度的表面阻抗 Z_s :

$$Z_s = E_z/I = \frac{1}{w\sigma_{\text{cond}}\delta} + \frac{j}{w\sigma_{\text{cond}}\delta} = R_s + j\omega L_s \quad (2.20)$$

则每单位长度的表面电阻和表面电感表示为:

$$R_s = \frac{1}{w\sigma_{\text{cond}}\delta} \quad (2.21)$$

和

$$L_s = \frac{1}{w\sigma_{\text{cond}}\omega\delta} \quad (2.22)$$

两式均与趋肤厚度 δ 有关。必须指出(2.21)和(2.22)式只适用于单个导体。因为我们的系统有两个导体(上平板和下平板), 所以每单位长度的总的串联电阻和电感分别是 R_s 和 L_s 的两倍。

为了获得线路相互耦合的电容和电感特性, 我们必须应用电容和电感的定义:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}}{V} = \frac{\epsilon \iint E_x dS}{\int E_x dl_x} = \frac{\epsilon E_x w}{E_x d} = \frac{\epsilon w}{d} \quad (2.23)$$

和

$$L = \frac{\iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}}{I} = \frac{\iint \mu H_y dS}{I} = \frac{\mu H_y d}{I} = \frac{\mu H_y d}{H_y w} = \frac{\mu d}{w} \quad (2.24)$$

此处,我们已经用到了(2.18)式的结果,电流 $I = wH_y$ 。(2.23)和(2.24)两式给出的是单位长度的电容和电感。

最后,用相似于推导(2.23)式的方法可得出电导 G 的表示式:

$$G = \frac{\iint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}}{V} = \frac{\sigma_{\text{diel}} \iint E_x dS}{\int E_x dl} = \frac{\sigma_{\text{diel}} E_x w}{E_x d} = \frac{\sigma_{\text{diel}} w}{d} \quad (2.25)$$

至此,我们已成功地求出了平行板传输线的所有相关参量。从实际出发,在射频频段 L_s 的值远小于 L ,所以可以忽略。



RF & MW

例题 2.3 平行板传输线的线路参量

一工作在 1 GHz 的平行铜板传输线,其 $W = 6 \text{ mm}$, $d = 1 \text{ mm}$, $\epsilon_r = 2.25$ 和 $\sigma_{\text{diel}} = 0.125 \text{ mS/m}$,试求出单位长度的线路参量 R, L, G 和 C 。

解:铜的电导率 $\sigma_{\text{cond}} = 64.516 \times 10^6 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$,在工作频率为 1 GHz 时,铜的趋肤厚度 $\delta = 1/\sqrt{\pi\sigma_{\text{cond}}\mu_0 f} = 1.98 \mu\text{m}$,它很小于导体的厚度,因此每个平板的表面电阻可由(2.21)式决定。又因为有两个平板,所以总的电阻是 $R = 2R_s = 2/(\omega\sigma_{\text{cond}}\delta) = 2.6 \Omega/\text{m}$ 。由于趋肤效应引起的串联电感 $L_s = 2/(\omega\sigma_{\text{cond}}\omega\delta) = 0.42 \text{ nH/m}$,其中系数 2 是考虑了两个平板而引入的。平板间的互感由(2.24)式决定,对于我们的问题来说, $L = 209.4 \text{ nH/m}$ 。可见串联电感远小于互感,所以可忽略。由(2.23)式得出线路的电容 $C = (\epsilon_0\epsilon_r w)/d = 119.5 \text{ pF/m}$ 。最后由(2.25)式给出电导 $G = 0.75 \text{ mS/m}$ 。

由趋肤厚度现象引起的表面电阻,在一般情况下其对线损耗的贡献明显地大于 DC 电阻。

2.6 各种传输线结构小结

前面的计算是对相对简单的平行板传输线的情况进行的,相似地分析也可应用于较复杂的几何形状,诸如同轴电缆和双线。表 2.1 总结了这三种常用的传输线类型。

表 2.1 三种类型的传输线参量

参 量	双线传输线	同轴传输线	平行板传输线	单 位
R	$\frac{1}{\pi 2\sigma_{\text{cond}}\delta}$	$\frac{1}{2\pi\sigma_{\text{cond}}\delta} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$	$\frac{2}{w\sigma_{\text{cond}}\delta}$	Ω/m

(续表)

参 量	双线传输线	同轴传输线	平行板传输线	单 位
L	$\frac{\mu}{\pi} \operatorname{acosh}\left(\frac{D}{2a}\right)$	$\frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$	$\mu \frac{d}{w}$	H/m
G	$\frac{\pi\sigma_{\text{die1}}}{\operatorname{acosh}(D/(2a))}$	$\frac{2\pi\sigma_{\text{die1}}}{\ln(b/a)}$	$\sigma_{\text{die1}} \frac{w}{d}$	S/m
C	$\frac{\pi\epsilon}{\operatorname{acosh}(D/(2a))}$	$\frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)}$	$\epsilon \frac{w}{d}$	F/m

对于双线(D, a), 同轴线(a, b)和平行板(w, d)传输线的几何尺寸如图 2.4, 图 2.5 和图 2.6 所示。在表 2.1 中的 acosh 项表示反双曲余弦函数。对于更复杂的传输线结构, 必须发挥数学的强大威力, 经常借助数值分析方法得到解, 我们将在讨论微带传输线(2.8 节)时见到。

2.7 一般的传输线方程

2.7.1 基尔霍夫电压和电流定律表示式

通过 2.4.1 节奠定了法拉第和安培定律的基础, 我们已经可以从电路的角度来使用这两个定律。这等同于用基尔霍夫电压和电流定律(分别为 KVL 和 KCL)分别应用于如图 2.17 所示的回路和节点 a 。

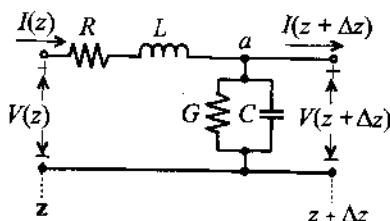


图 2.17 有电压回路和电流节点的传输线段

采用相量表示, 我们能用基尔霍夫电压定律得出:

$$(R + j\omega L) I(z) \Delta z + V(z + \Delta z) = V(z) \quad (2.26)$$

该式可再表示为在微分传输线段两旁的组合电压降的导数:

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left(- \frac{V(z + \Delta z) - V(z)}{\Delta z} \right) = \frac{dV(z)}{dz} = (R + j\omega L) I(z) \quad (2.27)$$

或

$$- \frac{dV(z)}{dz} = (R + j\omega L) I(z) \quad (2.28)$$

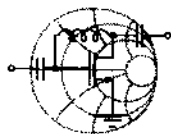
其中 R 和 L 是双线的组合电阻和电感, 对图 2.17 指明的节点 a 应用基尔霍夫电流定律得:

$$I(z) - V(z + \Delta z)(G + j\omega C) \Delta z = I(z + \Delta z) \quad (2.29)$$

该式也能转换成与(2.27)式相似的微分方程:

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{I(z + \Delta z) - I(z)}{\Delta z} = \frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C)V(z) \quad (2.30)$$

方程(2.28)和(2.30)是一对相互联系的一阶微分方程组。为了揭示 R, G, C 和 L 的定义,它们也能从更基本的观点推导出来,在例 2.4 中我们将以前面分析的平行板传输线为例进行讨论。



例题 2.4 推导平行板传输线方程

对平行板导体建立传输线方程。

解:本例题的目的是表示如何从法拉第和安培定律的基本物理概念出发,推导出传输线方程(2.28)和(2.30)式。

首先考虑法拉第定律(2.7)式。对图 2.18 所示阴影区域的表面元进行线积分和面积分。

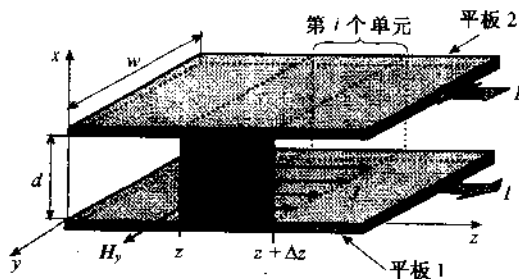


图 2.18 应用法拉第定律进行积分的表面元

在(2.7)式中,沿着阴影区边界的线积分,积分方向用图 2.18 中的箭头表示,线积分的值可由下式求出:

$$\oint_i \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathbf{E}^1 \cdot \hat{\mathbf{z}}\Delta z + \mathbf{E}(z + \Delta z) \cdot \hat{\mathbf{x}}d - \mathbf{E}^2 \cdot (-\hat{\mathbf{z}})\Delta z + \mathbf{E}(z) \cdot (-\hat{\mathbf{x}})d$$

其中 $E_z^1 = \mathbf{E}^1 \cdot \hat{\mathbf{z}}$ 和 $E_z^2 = \mathbf{E}^2 \cdot \hat{\mathbf{z}}$ 分别是下(用指数 1 表示)平板和上(用指数 2 表示)平板的电场;而 $E_x(z) = \mathbf{E}(z) \cdot \hat{\mathbf{x}}$ 和 $E_x(z + \Delta z) = \mathbf{E}(z + \Delta z) \cdot \hat{\mathbf{x}}$ 是在位置 z 和 $z + \Delta z$ 之间电介质中的电场。重要的是要注意:在上导体中的电场方向与在下导体中的电场方向是相反的,而在介质中不管在什么位置,电场方向都是相同的。单位矢量前面的负号表示沿逆时针方向积分。我们得到组合项:

$$\oint_i \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E_z^1 \Delta z + E_z^2 \Delta z + E_x(z + \Delta z)d - E_x(z)d$$

因为在介质中磁场假定是均匀的,由(2.7)式给出的面积分为:

$$\iint \mu \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} = \mu H_y \Delta z d$$

将这两个积分代入到(2.7)式得:

$$E_z^1 \Delta z + E_z^2 \Delta z + E_x(z + \Delta z)d - E_x(z)d = -\frac{d}{dt} \mu H_y \Delta z d$$

在 2.5 节的相似讨论中,介质中的磁场表示为 $H_y = I/w$,导体中的电场在高

频时与趋肤效应有关: $E_z^1 = E_z^2 = I/(w\sigma_{\text{cond}}\delta) + jI/(w\sigma_{\text{cond}}\delta) = E_z$ 在低频时, 趋肤效应不影响电场特性。电场只由平板的 DC 电阻率和电流 I 决定: $E_z = I/(w\sigma_{\text{cond}}d_p)$ 。因为我们主要关心的是高频性能, 所以必须假定趋肤厚度 δ 很小于平板的厚度, 这样 δ 必须取代 d_p 。在 H_y 和 E_z 的组合表示式中代入平板间的电压关系式 $V = E_z d$, 我们得到:

$$2\left(\frac{I}{w\sigma_{\text{cond}}\delta} + \frac{jI}{w\sigma_{\text{cond}}\delta}\right)\Delta z + V(z+\Delta z) - V(z) = -\mu \frac{d\Delta z}{w} \frac{dI}{dt} = -j\omega\mu \frac{d\Delta z}{w} I$$

$$\text{或} \quad 2R_s I + j\omega I(L + 2L_s) = -\frac{V(z+\Delta z) - V(z)}{\Delta z} = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

其中 $R_s = 1/(w\sigma_{\text{cond}}\delta)$ 是平板的表面电阻, $L_s = 1/(w\sigma_{\text{cond}}\omega\delta)$ 是平板的高频自感, $L = \mu d/w$ 是两平板导体间的互感。

对于安培定律(2.3)式的应用, 我们用图 2.19 所示的表面元。

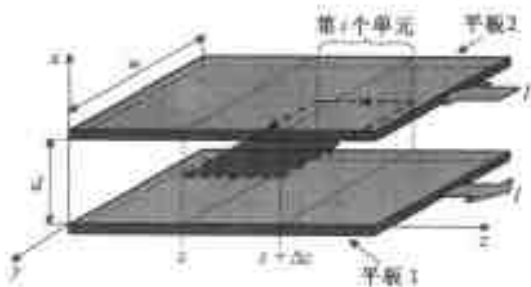


图 2.19 应用安培定律的表面元

在电介质中, 电流密度 J 面积分的结果如下式:

$$\iint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = J_x \Delta zw = \sigma_{\text{diel}} E_x w \Delta z + \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} w \Delta z$$

其中 $\sigma_{\text{diel}} E_x w \Delta z$ 代表在介质中的传导电流, $\epsilon(\partial E_x / \partial t) w \Delta z$ 是位移电流的贡献。而磁场的线积分为:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = -H_y(z+\Delta z)w + H_y(z)w = -I(z+\Delta z) + I(z)$$

考虑到在 z 和 $z+\Delta z$ 之间电场和电压降的关系 $E_x = V/d$, 将两个积分组合起来得:

$$\frac{\sigma_{\text{diel}} w}{d} V + \frac{\epsilon w}{d} \frac{dV}{dt} = -\frac{I(z+\Delta z) - I(z)}{\Delta z}$$

或者引入导数之后:

$$-\frac{\partial I}{\partial z} = \frac{\sigma_{\text{diel}} \omega}{d} V + \frac{\epsilon w}{d} \frac{dV}{dt} = \frac{\sigma_{\text{diel}} w}{d} V + \frac{\epsilon w}{d} j\omega V = (G + j\omega C) V$$

至此, 我们成功地导出了对于平行板传输线的方程。为了得到电压和电流沿线路的分布, 必须求解下面的一阶微分方程组:

$$\begin{cases} -\frac{\partial V}{\partial z} = [2R_s + j\omega(L + 2L_s)]I \\ -\frac{\partial I}{\partial z} = (G + j\omega C)V \end{cases}$$

通常,由于趋肤效应引起的自感 L_s 很小于互感 L ,所以可忽略。

这个例子着重说明为了求出平行板传输线的表示式所作的努力和必须的假定。然而,假如 w 可与 d 相比较时,这种处理过程是失败的,我们必须求助于数值模拟。

2.7.2 行进的电压和电流波

求解方程(2.28)和(2.30)是较容易的,假如这两个一阶微分方程是互相分离的,可通过将(2.28)式两边对空间求导再代入对电流空间导数的(2.30)式,得出标准的二阶微分方程:

$$\frac{d^2 V(z)}{dz^2} - k^2 V(z) = 0 \quad (2.31)$$

用相量形式描述电压特性,其中系数 k 是已知的复传播常数:

$$k = k_r + jk_i = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (2.32)$$

它与传输线类型有关。对于简单的线路结构,表 2.1 提供了明确的参量。分离的顺序倒过来,将(2.30)式求导后代入(2.28)式,求出描述电流的理想的微分方程:

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} - k^2 I(z) = 0 \quad (2.33)$$

(2.31)和(2.33)两个分离方程的解是两个指数函数,对电压:

$$V(z) = V^+ e^{-kz} + V^- e^{+kz} \quad (2.34)$$

对电流:

$$I(z) = I^+ e^{-kz} + I^- e^{+kz} \quad (2.35)$$

(2.34)式和(2.35)式是沿 z 轴取向的传输线的通解。习惯上,第一项代表波向 z 方向传播,而第二项代表波沿 $+z$ 方向传播。这有实际的意义,因为和 $k_r \geq 0$ 一起的负号保证沿 $+z$ 方向行进的波幅度减小。相反,沿 $+z$ 方向行进的波由于递减的指数项而被衰减。

2.7.3 阻抗的一般定义

公式(2.35)与公式(2.34)是相关联的,可以看出,假如将式(2.34)代入式(2.28)求微分并加以整理,我们便可得到电流表示式:

$$I(z) = \frac{k}{(R + j\omega L)} (V^+ e^{-kz} - V^- e^{+kz}) \quad (2.36)$$

因为电压和电流常常通过阻抗联系起来,我们引入通常所说的特性阻抗 Z_0 , 定义为:

$$Z_0 = \frac{(R + j\omega L)}{k} = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + j\omega C)}} \quad (2.37)$$

将电流表示式(2.35)代入到(2.36)式的左边,得出:

$$Z_0 = \frac{V^+}{I^+} = -\frac{V^-}{I^-} \quad (2.38)$$

我们可以通过特性阻抗把电流(2.36)式表示为简洁的形式:

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} (V^+ e^{-jkz} - V^- e^{+jkz}) \quad (2.39)$$

在下面的几节中, Z_0 的重要性将变得更加清楚, 这里值得注意的是 Z_0 不是普通电路意义上的阻抗, 它的定义是以正向和反向行进的电压和电流波为基础的, 而用于常规电路的阻抗, 是用总的电压和电流表示的。

2.7.4 无耗传输线模型

在一般情况下, 用(2.37)式定义的特性阻抗是一个复数量, 这是考虑了有损耗的情况, 因为实际采用的线路总是有损耗的。然而, 对于短的线段, 如在 RF 和 MW 电路中经常遇到的情况, 这时的损耗不会引起可观的误差, 与无损耗线路条件相似, 设 $R = G = 0$, 则特性阻抗(2.37)式简化为:

$$Z_0 = \sqrt{L/C} \quad (2.40)$$

因为 Z_0 是与频率无关的, 电流和电压波只是差一个比例常数, 这对实际的传输线类型的取值是有指导意义的。假如我们用平行板传输线, L 和 C 用表 2.1 中给出的值, 我们能求出明晰的 Z_0 表示式:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{d}{w} \quad (2.41)$$

其中平方根项是已知的波阻抗, 在自由空间 ($\mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0$) 该值近似为 377Ω 。这是个典型的值, 例如利用辐射系统或者天线向自由空间发射电磁能量的情况。然而, 与电磁场辐射到开放空间不同, 传输线则要引入几何约束, 如平行板线结构便通过 w 和 d 表示。

2.8 微带传输线

正如我们已在图 2.6 和 2.7 看到的, 对于带状线的情况, 表 2.1 中以平行板电容器为基础计算 C 的简单处理方法, 在一般情况下是不能应用的。因为, 如果其基片厚度 h 增加或者导体宽度 w 减小, 边缘的场便突出出来, 在数学模型中已不能被忽略。这些年许多研究者已开发了考虑了导体宽度和厚度的计算特性阻抗的近似表示式, 正如在工程中遇到的复杂性和计算精度之间的平衡问题一样。描述微带线较精确的表达式是用保角映射推出的。但是, 这些表示式也是很复杂的, 需要大量的计算工作。为了迅速和可靠地估算线路参量, 较简单的应用公式是更有利的。

作为一级近似, 我们假定已成形的线路导体的厚度 t 与基片厚度 h 相比可以忽略 ($t/h < 0.005$)。在这种情况下, 我们能够利用只与线路尺寸 (w 和 h) 和介电常数 ϵ_r 有关的经验公式。它们可分为两个应用区域, 该区域的划分依比值 w/h 大于还是小于 1 而定。对于窄的带状线 $w/h < 1$, 我们得到特性阻抗:

$$Z_0 = \frac{Z_f}{2\pi \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \ln \left(8 \frac{h}{w} + \frac{w}{4h} \right) \quad (2.42)$$

其中 $Z_f = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 376.8 \Omega$ 是在自由空间的波阻抗, ϵ_{eff} 是由下式给出的有效介电常数:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\left(1 + 12 \frac{h}{w} \right)^{-1/2} + 0.04 \left(1 - \frac{w}{h} \right)^2 \right] \quad (2.43)$$

对于宽线 $w/h > 1$, 我们必须采用不同的特性阻抗表示式:

$$Z_0 = \frac{Z_f}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}} \left(1.393 + \frac{w}{h} + \frac{2}{3} \ln \left(\frac{w}{h} + 1.444 \right) \right)}} \quad (2.44)$$

和

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 12 \frac{h}{w} \right)^{-1/2} \quad (2.45)$$

必须注意, 由(2.42)式和(2.44)式给出的特性阻抗只是近似值, 而且在整个 w/h 范围内不是连续的函数。实际上, 我们注意到当 $w/h = 1$ 时, 按照(2.42)式和(2.44)式计算的特性阻抗显示出很小的不连续, 由它引起的误差小于 0.5%, 图 2.20 和图 2.21 给出了用前面的表示式计算的特性阻抗和有效介电常数。在这些图中 Z_0 和 ϵ_{eff} 描绘成 w/h 和 ϵ_r 的函数, w/h 和 ϵ_r 的参量选择在典型的(常见的)实际相关电路值的范围内。

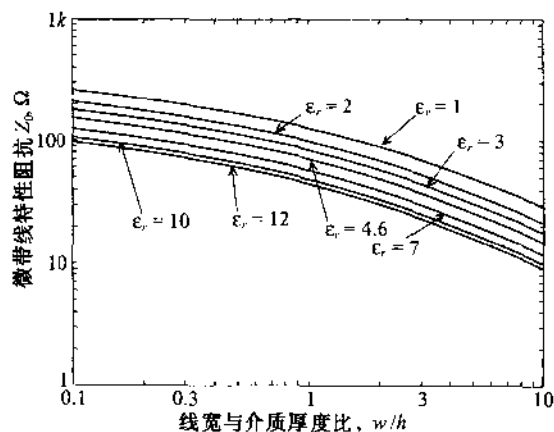


图 2.20 微带线特性阻抗与 w/h 的关系

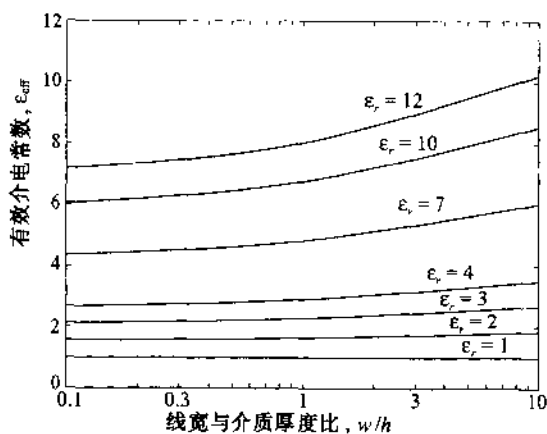


图 2.21 不同介电常数的有效介电常数与 w/h 的关系

在前面的公式中,有效介电常数是看作为充满线路周围空间均匀介质的介电常数,均匀介质替代了介质基片和周围的空气。用有效介电常数的知识能计算带状线的相速度 $v_p = c/\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}$,由此导出波长的表示式:

这里 $\lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}}$ 和以前一样, c 是光速, f 是工作频率。

为了设计目的我们希望有一个关系式,可以根据给定的特性阻抗 Z_0 和基片的介电常数 ϵ_r 计算 w/h 比值。假定线路导体无限薄,对于 $w/h \leq 2$,我们能写成(见本章末参考书目中 Sobol 的文章):

$$\frac{w}{h} = \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} \quad (2.46a)$$

其中系数 A 为:

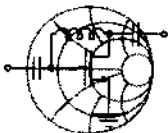
$$A = 2\pi \frac{Z_0}{Z_f} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right)$$

对于 $w/h \geq 2$ 我们得到:

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi} \left\{ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left[\ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right] \right\} \quad (2.46b)$$

其中系数 B 为:

$$B = \frac{Z_f \pi}{2Z_0 \sqrt{\epsilon_r}}$$



例题 2.5 微带线的设计

一个实际的射频电路需要具有 50Ω 的特性阻抗,选用一 PCB 板材 FR-4,其相对介电常数为 4.6,厚度为 40 mil,求出敷铜带的宽度、相速度和在 2 GHz 时的波长。

解:首先我们用图 2.20 确定近似的 w/h 比值。选择对应于 $\epsilon_r = 4.6$ 的曲线,找出 $Z_0 = 50 \Omega$, w/h 近似为 1.9。所以,在(2.46)式中,我们必须选择 $w/h \leq 2$ 的情况,由此导出:

$$A = 2\pi \frac{Z_0}{Z_f} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right) = 1.5583$$

将该结果代入(2.46a)式中得:

$$\frac{w}{h} = \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} = 1.8477$$

然后,用(2.45)式得到有效介电常数:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 12 \frac{h}{w} \right)^{-1/2} = 3.4575$$

我们能用(2.44)式计算的电路的特性阻抗来验证我们的结果:

$$Z_0 = \frac{Z_f}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}} \left(1.393 + \frac{w}{h} + \frac{2}{3} \ln \left(\frac{w}{h} + 1.444 \right) \right)}} = 50.2243 \Omega$$

RF&MW

它是很接近于 $50\ \Omega$ 的目标阻抗,所以表示我们的结果是正确的。

用获得的 w/h 的比值,求出敷铜带的宽度 $w = 73.9\text{mil}$,最后,可用有效介电常数估算微带线的相速度:

$$v_p = c/\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}} = 1.61 \times 10^8\ \text{m/s}$$

和在 $2\ \text{GHz}$ 时的有效波长:

$$\lambda = v_p/f = 80.67\ \text{mm}$$

严格地说,该例子是集中在无限长的单个敷铜带。事实上,相邻敷铜带靠得很近和弯曲是个重要的实际问题,这在 RF/MW 计算机辅助设计(CAD)程序中很容易计算。

对于许多应用,假定带状线的厚度为零是不正确的,必须对前面的公式进行修正。铜带非零厚度的影响近似为导体有效宽度 w_{eff} 的增加,因为将有更多的边缘场产生。换句话说,有限厚度是简单地用有效宽度来替代(2.42)~(2.45)式中带的宽度来模拟的,计算如下:

$$w_{\text{eff}} = w + \frac{t}{\pi} \left(1 + \ln \frac{2x}{t} \right) \quad (2.47)$$

其中 t 是导体的厚度,如果 $w > h/(2\pi) > 2t$,则 $x = h$;或者,如果 $h/(2\pi) > w > 2t$,则 $x = 2\pi w$ 。

对于 $h = 25\ \text{mil}$ 标准的 FR-4 基片,非零厚度对特性阻抗的影响由图 2.22 说明。

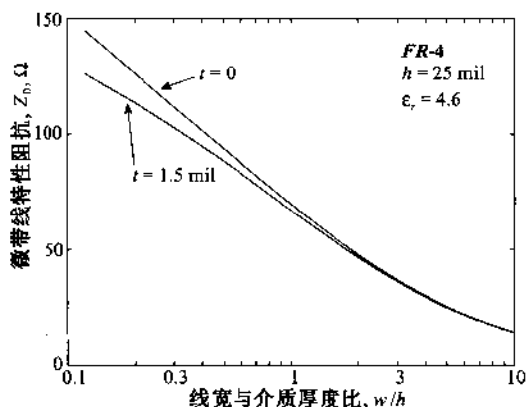


图 2.22 导带厚度对微带电路的特性阻抗的影响,该电路安置在 $25\ \text{mil}$ 厚 FR-4 印刷电路板上

由图可看出,对于窄带的这个影响是很显著的,而当宽度大于介质的厚度时,影响几乎可以忽略。

2.9 端接负载的无耗传输线

2.9.1 电压反射系数

高频电路能看作为有限传输线段与各种分立的有源和无源器件的集合,所以让我们首先

着眼于一个负载阻抗与一个长度为 l 的有限传输线段相连的简单结构,如图 2.23 所示,此系统促使我们去研究沿着正 z 方向传播的输入电压波是如何与负载阻抗相互作用的,负载阻抗一般用线路终端负载代表。

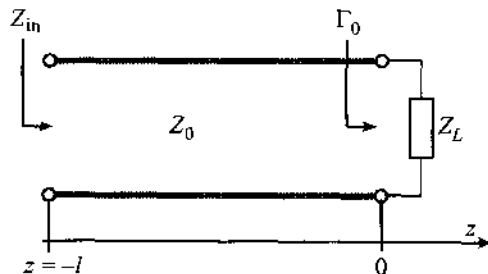


图 2.23 传输线终端负载定位在 $z=0$ 处

不失一般性,假定负载位在 $z = 0$ 处,电压波是从 $z = -l$ 处耦合进入线路。我们知道沿着线路在任何处的电压一般来说由(2.34)式给出。(2.34)式的第二项表示从终端负载阻抗反射到 $z < 0$ 处的值。我们引入反射系数 Γ_0 ,它表示反射与入射电压波之比:

$$\Gamma_0 = \frac{V^-}{V^+} \quad (2.48)$$

在负载位置 $z = 0$ 处,根据这个定义的结果,电压和电流波能再用反射系数表示为:

$$V(z) = V^+ (e^{-\gamma z} + \Gamma_0 e^{+\gamma z}) \quad (2.49)$$

和

$$I(z) = \frac{V^+}{Z_0} (e^{-\gamma z} - \Gamma_0 e^{+\gamma z}) \quad (2.50)$$

假如(2.49)式除以(2.50)式,可得到沿着 z 轴 $-l \leq z \leq 0$ 中任意点的阻抗 $Z(z)$ 作为空间函数的表示式。例如在 $z = -l$ 处的总输入阻抗记作 Z_{in} ,而对负载 $z = 0$ 处,阻抗成为负载阻抗:

$$Z(0) = Z_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma_0}{1 - \Gamma_0} \quad (2.51)$$

由公式(2.51)求出反射系数 Γ_0 :

$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.52)$$

该表示式比(2.48)式更有用,因为它包含了已知的而与特定的电压波幅度比无关的电路量。

对于开路线($Z_L \rightarrow \infty$)我们得出反射系数为 1,这意思是返回的反射波与入射电压有同样的极性;相反,对于短路线($Z_L = 0$)返回的反射电压有相反的幅度,导致 $\Gamma_0 = -1$ 。在负载阻抗与线路的特性阻抗相匹配 $Z_0 = Z_L$ 时,不产生反射($\Gamma_0 = 0$)。如果没有反射,就说明入射电压波完全被负载吸收了。这种情况能看作是在 $z = 0$ 处附加了第二根有相同特性阻抗且无限长的传输线。

2.9.2 传播常数和相速

复数传播常数的定义(2.32)式对无耗线路($R = G = 0$),呈现出一个很简单形式,对于

这种情况我们得到:

$$k = k_r + jk_i = j\omega\sqrt{LC} \quad (2.53)$$

用一般公认的工程技术符号表示为:

$$\alpha \equiv k_r = 0 \quad (2.54)$$

和

$$\beta \equiv k_i = \omega\sqrt{LC} \quad (2.55)$$

其中 β 代表衰减系数,而 β 是波数或对无耗线路的传播常数。传播常数现在是纯虚数,所以有:

$$V(z) = V^+ (e^{-j\beta z} + \Gamma_0 e^{+j\beta z}) \quad (2.56)$$

和

$$I(z) = \frac{V^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} - \Gamma_0 e^{+j\beta z}) \quad (2.57)$$

其中特性阻抗由(2.40)式给出,此外,从(2.1)式知道,波长 λ 能通过相速度 v_p 与频率 f 联系起来:

$$\lambda = v_p / f \quad (2.58)$$

相速度 v_p 可用线路参量 L 、 C 给出:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.59)$$

通过(2.55)式我们能得出波数和相速度的关系:

$$\beta = \frac{\omega}{v_p} \quad (2.60)$$

用适当的线路参量代入表 2.1 中,注意到对所有三种类型传输线的相速度均与频率无关。这个事实应用如下:如果假定脉冲电压信号在线路中传播,我们可以把该脉冲分解成频率分量,对每个频率分量都用同样的固定相速传播。所以当原始脉冲出现在不同位置时,其形状是不变的。这种现象正是已知的无色散传输。遗憾的是,在实际情况下,我们总是必须考虑一定程度的频率相关性,或者叫相速的色散,它将引起信号的畸变。

2.9.3 驻波

有指导性的是将短路线($\Gamma_0 = -1$)的反射系数代入到电压表示式(2.56),并改用一个新的坐标 d 来描述,在老系统中的 $z = 0$ 处与新坐标系的原点相重合,但相位相反,向 $-z$ 方向延伸,如图 2.24 所示。

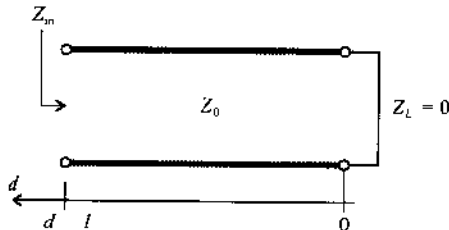


图 2.24 短路线传输线 and 新的坐标系统 d

现式将公式(2.56)改写为:

$$V(d) = V^+ (e^{+j\beta d} - e^{-j\beta d}) \quad (2.61)$$

我们注意到括号项能用 $2j\sin(\beta d)$ 替代,并依据相位表示式与时域的变换关系,可得到:

$$\begin{aligned} v(d, t) &= \text{Re} \{ V e^{j\omega t} \} = \text{Re} \{ 2j V^+ \sin(\beta d) e^{j\omega t} \} \\ &= 2 V^+ \sin(\beta d) \cos(\omega t + \pi/2) \end{aligned} \quad (2.62)$$

式中正弦项是在 $d = 0$ 处电压保持短路条件情况下,所有瞬时 t 的结果,如图 2.25 所示。因为时间和空间现在是分离的,没有波的传播,正如在第 1 章中讨论的,这个现象能物理地解释为输入波和反射波相位相差 180° ,在空间位置为 $0, \lambda/2, \lambda, 3\lambda/2, \dots$ 处,产生波的固定的零交叉点。

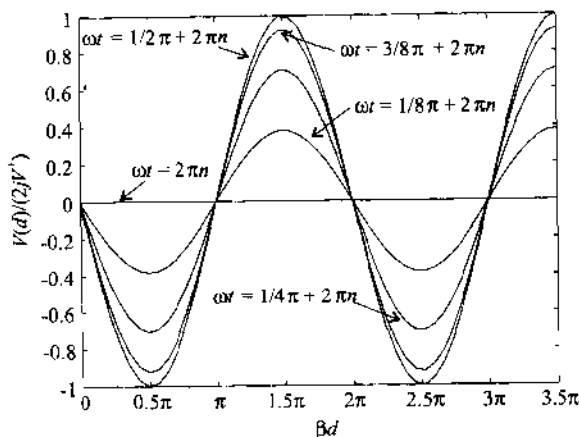


图 2.25 不同瞬时的驻波图形

将新坐标 d 引入到(2.56)式,该公式变为:

$$V(d) = V^+ e^{+j\beta d} (1 + \Gamma_0 e^{-j2\beta d}) = A(d) [1 + \Gamma(d)] \quad (2.63)$$

其中假设 $A(d) = V^+ e^{+j\beta d}$ 并定义反射系数:

$$\Gamma(d) = \Gamma_0 e^{-j2\beta d} \quad (2.64)$$

沿着线 d 的长度任何一点都有效。公式(2.64)在 Smith 圆图中的应用,将是第 3 章的课题。同样,在新的空间参考系中,电流定义为:

$$I(d) = \frac{V^+}{Z_0} e^{+j\beta d} (1 - \Gamma_0 e^{-j2\beta d}) = \frac{A(d)}{Z_0} [1 - \Gamma(d)] \quad (2.65)$$

在匹配条件下($\Gamma_0 = 0$)反射系数 $\Gamma(d)$ 是零,因而,只保持一个(正向)传输波。为了量化失配度,一般习惯于引入驻波比(SWR),SWR 是最大电压(或电流)与最小电压(或电流)之比,如下式:

$$\text{SWR} = \frac{|V_{\max}|}{|V_{\min}|} = \frac{|I_{\max}|}{|I_{\min}|} \quad (2.66)$$

我们注意到(2.64)式中指数函数的幅度是 1,所以极值只能是 +1 和 -1。我们可将(2.66)式表示为下面的形式:

$$\text{SWR} = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|} \quad (2.67)$$

变化范围是 $1 \leq \text{SWR} < \infty$, 如图 2.26 所示。

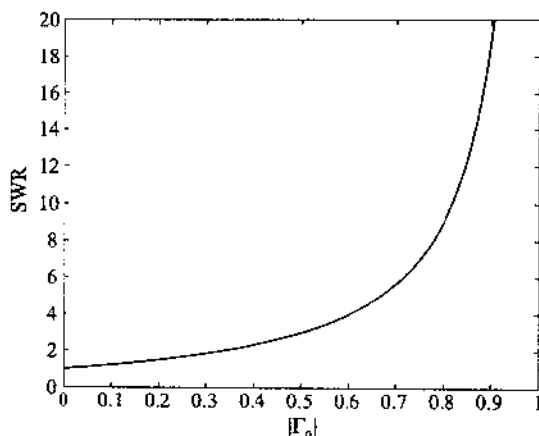


图 2.26 SWR 与负载反射系数 $|\Gamma_0|$ 的关系

在许多情况下,工程师们用电压驻波比(VSWR)代替 SWR,它定义为最大绝对电压值与它的最小值之比,其值由定义(2.66)式计算,同时从图 2.26 可看出,在理想的匹配负载情况下 SWR 是 1,反之,在开路线或短路线负载最坏的情况下 $\text{SWR} \rightarrow \infty$ 。严格地说,SWR 只能应用于无耗线路,而不能对有耗传输系统定义 SWR,这是因为电压和电流波的幅度由于损耗随距离的增加而不断地减小,所以不能应用(2.67)式。该式作为一个信号描述符是沿传输线进行测量的,而与地点无关。但是由于多数 RF 系统损耗很低,所以(2.67)式能够可靠地应用。分析(2.64)式中的指数项,我们看出最大和最小反射系数之间的距离是 $2\beta d = \pi$ 或 $d = \lambda/4$,而两个最大值之间的距离 $d = \lambda/2$ 。

2.10 特殊的终端条件

2.10.1 端接负载无耗传输线的输入阻抗

在距离负载为 d 处,输入阻抗由下列表示式给出:

$$Z_{in}(d) = \frac{V(d)}{I(d)} = Z_0 \frac{V^+ e^{j\beta d} (1 + \Gamma_0 e^{-2j\beta d})}{V^+ e^{j\beta d} (1 - \Gamma_0 e^{-2j\beta d})} \quad (2.68)$$

这里利用了电压和电流表示式(2.63)和(2.65)。公式(2.68)还可转化为下列形式:

$$Z_{in}(d) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)} \quad (2.69)$$

再用(2.52)式代替 Γ_0 ,可得到:

$$Z_{in}(d) = \frac{e^{j\beta d} + \left(\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right) e^{-j\beta d}}{e^{j\beta d} - \left(\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right) e^{-j\beta d}} Z_0$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{Z_L(e^{j\beta d} + e^{-j\beta d}) + Z_0(e^{j\beta d} - e^{-j\beta d})}{Z_L(e^{j\beta d} - e^{-j\beta d}) + Z_0(e^{j\beta d} + e^{-j\beta d})} Z_0 \\
 &= \frac{Z_L \cos(\beta d) + jZ_0 \sin(\beta d)}{Z_0 \cos(\beta d) + jZ_L \sin(\beta d)} Z_0
 \end{aligned} \quad (2.70)$$

除以余弦项,可得到最终形式的终端有载传输线的输入阻抗:

$$Z_{in}(d) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta d)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta d)} \quad (2.71)$$

我们可以利用这个重要结果预言负载阻抗 Z_L 沿着特性阻抗为 Z_0 , 长度为 d 的传输线是如何变换的, 它已通过波数 β 考虑到了工作频率的影响, β 能用频率和相速度或者波长表示, 它们分别是 $\beta = (2\pi f)/v_p$ 和 $\beta = 2\pi/\lambda_0$.

2.10.2 短路传输线

假如 $Z_L = 0$ (这意思是负载相当于短路线) 表示式(2.71)可简化为:

$$Z_{in}(d) = jZ_0 \tan(\beta d) \quad (2.72)$$

公式(2.72)也可直接从短路条件下($\Gamma_0 = -1$)的电压波除以电流波得到:

$$V(d) = V^+ [e^{+j\beta d} - e^{-j\beta d}] = 2jV^+ \sin(\beta d) \quad (2.73)$$

和

$$I(d) = \frac{V^+}{Z_0} [e^{+j\beta d} + e^{-j\beta d}] = \frac{2V^+}{Z_0} \cos(\beta d) \quad (2.74)$$

所以 $Z_{in}(d) = V/I = jZ_0 \tan(\beta d)$ 。在图 2.27 中画出了电压、电流和阻抗随线长的变化。

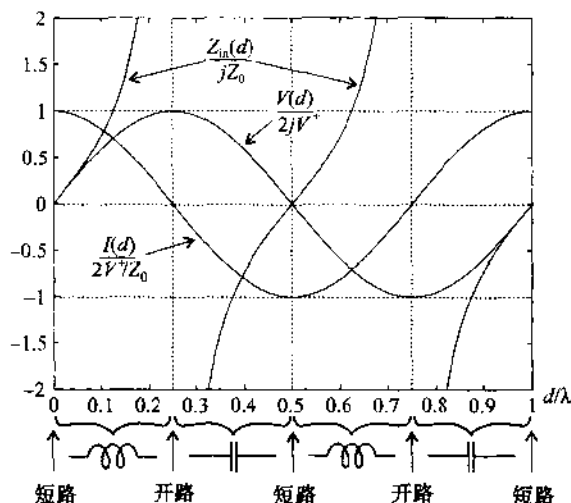
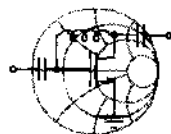


图 2.27 在终端短路传输线中, 电压、电流和阻抗随线路长度的变化

注意阻抗随着与负载的距离增加而周期性变化是很有趣的。假如 $d = 0$ 阻抗等于负载阻抗,其值为零,随着距离 d 的增加,线路的阻抗为纯虚数,而数值随着增加。在此所在位置阻抗为正,表示线路呈现电感特性。当 d 达到 $1/4$ 波长时,阻抗等于无穷大,这代表开路线情况。进一步增加距离,出现负的虚阻抗,它等效为电容特性。当 $d = \lambda/2$ 时阻抗变为零,而当 $d > \lambda/2$ 时则又重复一个新的周期。

从实用的观点看,沿着线路在不同位置或者考虑选择许多不同长度的线路进行电测量都是困难的。较容易的方法(例如,利用网络分析仪)是记录下阻抗随频率的变化。在这种情况下 d 是固定的,而频率扫过一特定的区域,正如下面例题所讨论的。



例题 2.6 短路传输线输入阻抗随频率的变化

计算一个长度 $l = 10$ cm 的短路传输线输入阻抗的幅度,频率扫描从 $f = 1$ GHz 到 4 GHz,假定线路的参量与例题 2.3 中的一样(亦即 $L = 209.4$ nH/m, $C = 119.5$ pF/m)。

解:根据线路参量 L 和 C ,可得到特性阻抗 $Z_0 = \sqrt{L/C} = 41.86 \Omega$,由 $v_p = 1/\sqrt{LC}$ 给出的相速度等于 1.99×10^8 m/s,传输线的输入阻抗 $Z_{in}(d=l)$ 是频率的函数,可以表示为:

$$Z_{in}(d=l) = jZ_0 \tan(\beta l) = jZ_0 \tan\left(\frac{2\pi f l}{v_p}\right) \quad (2.75)$$

阻抗的幅度如图 2.28 所示,频率范围从 1 GHz 至 4 GHz。我们还要注意该线段周期性的短路或开路特性。换句话说,随着频率的变化,该线显示开路特性(例如在 1.5 GHz)或是短路特性(例如在 2 GHz)。

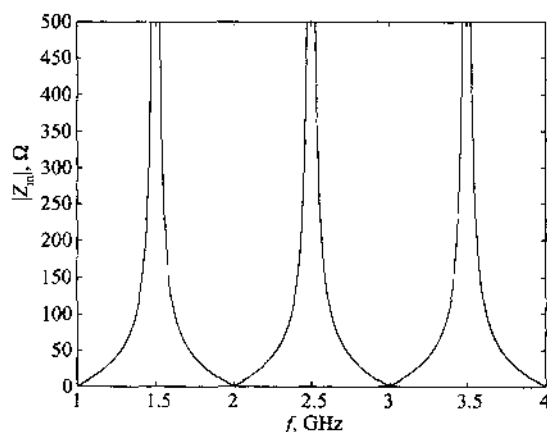


图 2.28 一个长 10 cm 的短路传输线输入阻抗的幅度与频率的关系

用网络分析仪进行实际测量可得出图 2.28 中见到的图形。假如我们固定频率,改变线的长度,也能得到相同的响应。

2.10.3 开路传输线

假如 $Z_L \rightarrow \infty$, 输入阻抗(2.71)式简化为:

$$Z_{in}(d) = -jZ_0 \frac{1}{\tan(\beta d)} \quad (2.76)$$

该公式也可以在开路条件下($\Gamma_0 = +1$)将电压波(2.63)式除以电流波(2.65)式直接得出:

$$V(d) = V^+ [e^{+j\beta d} + e^{-j\beta d}] = 2V^+ \cos(\beta d) \quad (2.77)$$

和

$$I(d) = \frac{V^+}{Z_0} [e^{+j\beta d} - e^{-j\beta d}] = \frac{2jV^+}{Z_0} \sin(\beta d) \quad (2.78)$$

所以, $Z_{in}(d) = V/I = -jZ_0 \cot(\beta d)$ 。在图 2.29 中画出了电压、电流和阻抗随线长度的变化。

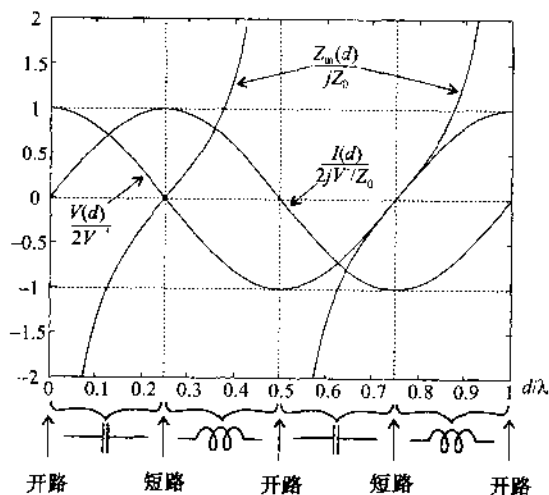
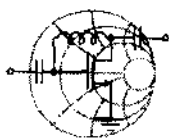


图 2.29 开路传输线电压、电流和阻抗与线长度的关系

保持线路长度 d 不变, 在一特定的频域内扫频也是人们感兴趣的, 见下面的例题。



例题 2.7 开路传输线输入阻抗与频率的关系

对一个长度 $l = 10 \text{ cm}$ 的开路传输线重复例题 2.6 中的计算。

解: 全部计算与例题 2.6 一样, 只是输入阻抗改变为:

$$Z_{in}(d = l) = -jZ_0 \cot(\beta l) = -jZ_0 \cot\left(\frac{2\pi f l}{v_p}\right) \quad (2.79)$$

对于频率范围从 1 GHz 至 4 GHz 的输入阻抗的幅度显示在图 2.30 中。余切近似为无穷大的点对应的角度为 $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 等。在实际上, 由于存在 R 和 G 引起的小的损耗, 幅度的峰值是有限的。这些峰值产生的实际原因是电压和电流波间有相移, 特别是当电流波近似为零, 而电压是有限时, 线阻抗呈现出最大

值。这相当于机械效应,例如,声波在某些特定频率上(称为特征频率)在一个封闭空间装置的器壁之间形成驻波。

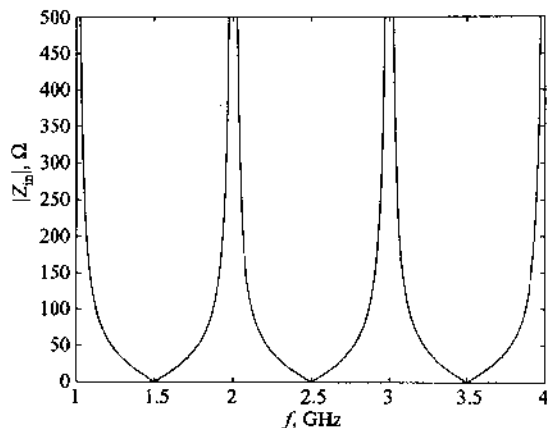


图 2.30 一个长 10 cm 的开路传输线输入阻抗的幅度与频率的关系

图 2.28 和图 2.30 告诉我们阻抗匹配到特定的阻抗值只能在某个固定的频率上,当频率有偏移时,引起阻抗明显的变化。

2.10.4 1/4 波长传输线

假如线是匹配的, $Z_L = Z_0$, 从式(2.70)可明显地看出, $Z_{in}(d) = Z_0$ 与线长无关。我们也能问自己这么一个问题:线的输入阻抗可能等于负载阻抗 [$Z_{in}(d) = Z_L$] 吗? 回答是肯定的, 当 $d = \lambda/2$ [或者更普遍的 $d = \lambda/2 + m(\lambda/2)$, $m = 1, 2, \dots$] 时, 即

$$Z_{in}(d = \lambda/2) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2}\right)}{Z_0 + jZ_L \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2}\right)} = Z_L \quad (2.80)$$

换句话说,假如线的长度正好等于半波长,则输入阻抗等于负载阻抗,而与特性阻抗 Z_0 无关。

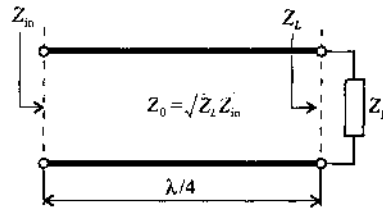
下一步让我们将线的长度缩短到 $d = \lambda/4$ [或 $d = \lambda/4 + m(\lambda/2)$, $m = 1, 2, \dots$], 可得:

$$Z_{in}(d = \lambda/4) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4}\right)}{Z_0 + jZ_L \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4}\right)} = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad (2.81)$$

根据(2.81)式制成的 $\lambda/4$ 变换器,可通过选择线段,使一个实数负载阻抗与一个所希望的实数输入阻抗匹配,传输线的特性阻抗等于负载和输入阻抗的几何平均值。

$$Z_0 = \sqrt{Z_L Z_{in}} \quad (2.82)$$

由图 2.31 可以看出,此处 Z_{in} 和 Z_L 是已知阻抗,而 Z_0 是由(2.82)式决定的。

图 2.31 通过特性阻抗为 Z_0 的 $\lambda/4$ 线段使输入阻抗与负载阻抗匹配

阻抗匹配的思想在实际设计应用中很重要,我们将在第 8 章中广泛的讨论,下面我们安排一个利用 $\lambda/4$ 阻抗变换器进行匹配的例题。

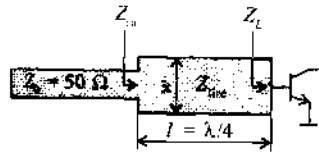


例题 2.8 用 $\lambda/4$ 变换器进行阻抗匹配

一个晶体管,输入阻抗 $Z_{in} = 25 \Omega$,在工作频率为 500 MHz 时与 50Ω 微带线相匹配(见图 2.32)。求出匹配时, $\lambda/4$ 平行板线变换器的长度、宽度和特性阻抗。介质厚度 $d = 1 \text{ mm}$,材料的相对介电常数 $\epsilon_r = 4$,假定面电阻 R 和并联电导 G (见表 2.1)可忽略。

解:我们从例题中给出的阻抗,直接应用(2.81)式求出线阻抗:

$$Z_{line}(l = \lambda/4) = \sqrt{Z_0 Z_L} = 35.355 \Omega$$

图 2.32 $\lambda/4$ 阻抗变换器的输入阻抗

另一方面,平行板线的特性阻抗为:

$$Z_{line} = \sqrt{L/C} = (d_p/w) \sqrt{\mu/\epsilon}$$

所以,线的宽度为:

$$w = \frac{d_p}{Z_{line}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}} = 5.239 \text{ mm}$$

从表 2.1 中我们找出线的电容和电感:

$$L = \mu d_p / w = 235.8 \text{ nH/m}$$

$$C = \epsilon w / d_p = 188.6 \text{ pF/m}$$

线长 l 从下面的条件得到:

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{4f\sqrt{LC}} = 74.967 \text{ mm}$$

图 2.32 示出传输线和负载组合的输入阻抗:

$$Z_{in} = Z_{line} \frac{Z_L + jZ_{line} \tan(\beta d)}{Z_{line} + jZ_L \tan(\beta d)} = Z_{line} \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)}$$

其中, $d = l = \lambda/4$, 反射系数用下式给出:

$$\Gamma(d) = \Gamma_0 e^{-2j\beta d} = \frac{Z_L - Z_{line}}{Z_L + Z_{line}} \exp\left(-j2 \frac{2\pi f}{v_p} d\right)$$

此反射系数再代入到 Z_{in} 的表示式, 得到如图 2.33 所示的阻抗幅度。

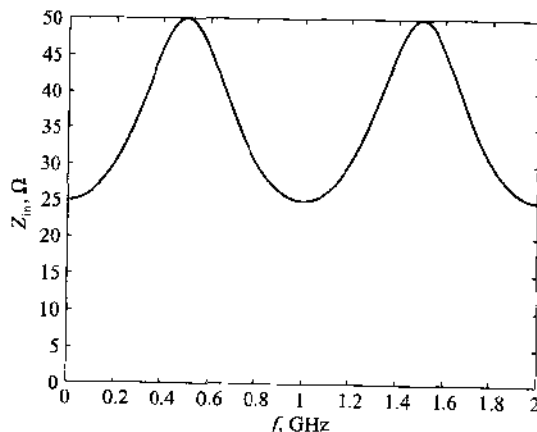


图 2.33 在频率范围 0~2 GHz 内, 线长为 d 的传输线, 阻抗 Z_{in} 的幅度

注意到 Z_{in} 对 50 Ω 的线阻抗不仅在 500 MHz, 而且还在 1.5 GHz 也是匹配的, 然而对于实际线长 $l, \lambda/4$ 变换器的设计只在 500 MHz 达到匹配, 所以不能预期匹配发生在远离 500 MHz 的点上。事实上, 对于需要工作在宽频带的电路, 这似乎不是合适的结构。

在许多应用中, 如在容易制造的窄带匹配电路中, $\lambda/4$ 变换器扮演着重要的角色。

2.11 信号源和有载传输线

至此, 我们的讨论只限于传输线和它的终端负载, 对于完整的实验系统, 我们必须加上与线相连的信号源, 这就增加了复杂性, 不仅涉及到传输线和负载之间的阻抗匹配, 而且还必须考虑可能还有线-源的失配。

2.11.1 信号源的相量表示法

一般的传输线电路如图 2.34 所示。它包含了由信号源电压 V_G 和源的阻抗 Z_G 组成的电压源。

传输线始端的输入电压在一般情况下可以写成下面形式:

$$V_{in} = V_{in}^+ + V_{in}^- = V_{in}^+ (1 + \Gamma_{in}) = V_G \left(\frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_G} \right) \quad (2.83)$$

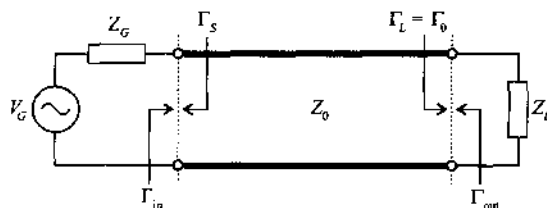


图 2.34 包含源和终端负载的一般传输线电路

其中最后的表示式是从分压定律得出的。从源向长度 $d = l$ 的传输线方向看的输入反射系数为 Γ_{in} ：

$$\Gamma_{in} = \Gamma(d = l) = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = \Gamma_0 e^{-2j\beta l} \quad (2.84)$$

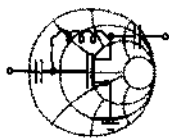
在(2.84)式中, Γ_0 是按(2.52)式定义的负载反射系数。另外, 引入传输系数是很有用的, 在线的始端传输系数为:

$$T_{in} = 1 + \Gamma_{in} = \frac{2Z_{in}}{Z_{in} + Z_0} \quad (2.85)$$

而在负载端:

$$T_0 = 1 + \Gamma_0 = \frac{2Z_L}{Z_L + Z_0} \quad (2.86)$$

对终端有载传输线的传输系数公式的推导, 见下面的例题。



例题 2.9 传输系数的确定

考虑一个沿 z 轴取向的传输线, 它的特性阻抗为 Z_0 , 在 $z = 0$ 处负载为 Z_L , 推导出传输系数 T_0 。

解: 负载阻抗的左侧 ($d > 0$) 电压波可表示为:

$$V(d) = V^+ (e^{+j\beta d} + \Gamma_0 e^{-j\beta d})$$

在负载阻抗 ($d = 0$) 处传输电压一般可设置为:

$$V(d = 0) = V^+ T_0$$

因为在 $d = 0$ 处电压必须保持连续, 可得到:

$$1 + \Gamma_0 = T_0$$

由此式我们可求出传输系数:

$$T_0 = 1 + \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{2Z_L}{Z_L + Z_0}$$

传输电压波和输入电压匹配的理论, 能应用到包括不同特性阻抗的两条线之间的任何不连续处。

在高频时, 反射和传输系数比阻抗容易测量, 所以它们更普遍地用于表示两

个不一样的传输线段的接口特性。

另外,上述的反射和传输系数,与信号源连接后产生了附加的困难,因为被反射的电压是由负载向信号源方向行进的,我们必须考虑传输线和信号源阻抗之间的失配。因此,当从线向信号源方向看时,可以定义信号源的反射系数:

$$\Gamma_s = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} \quad (2.87)$$

在图 2.34 中表示的输出反射系数,与(2.84)式的计算相似,但是行进方向相反 $\Gamma_{out} = \Gamma_s e^{-j2\beta l}$

2.11.2 传输线的功率考虑

从时间平均功率的定义:

$$P_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ V I^* \} \quad (2.88)$$

我们能计算在传输线始端的总功率。为完成这个任务,将复数输入电压 $V_{in} = V_{in}^+ (1 + \Gamma_{in})$ 和电流 $I_{in} = (V_{in}^+ / Z_0) (1 - \Gamma_{in})$ 代入到(2.88)式中,得出:

$$P_{in} = P_{in}^+ + P_{in}^- = \frac{1}{2} \frac{|V_{in}^+|^2}{Z_0} (1 - |\Gamma_{in}|^2) \quad (2.89)$$

我们再次注意到,正像电压和电流一样,功率也可以看作是由正向和反向行进的波组成的。

因为在(2.89)式中的 V_{in}^+ 不能直接使用,所以用源的电压 V_G 表示(2.89)式是更有用的:

$$V_{in}^+ = \frac{V_{in}}{1 + \Gamma_{in}} = \frac{V_G}{1 + \Gamma_{in}} \left(\frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_G} \right) \quad (2.90)$$

此处用了(2.83)式。正如从(2.69)式知道的,输入阻抗可改写为:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}} \quad (2.91)$$

从(2.87)得到源的阻抗为:

$$Z_G = Z_0 \frac{1 + \Gamma_s}{1 - \Gamma_s} \quad (2.92)$$

将(2.91)和(2.92)式代入到(2.90),整理后得:

$$V_{in}^+ = \frac{V_G}{2} \frac{(1 - \Gamma_s)}{(1 - \Gamma_s \Gamma_{in})} \quad (2.93)$$

将(2.93)式代入到(2.89)式,得出输入功率的最终表示式为:

$$P_{in} = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_s \Gamma_{in}|^2} (1 - |\Gamma_{in}|^2) \quad (2.94)$$

将(2.84)式代入上式得出无耗传输线输入功率的表示式:

$$P_{in} = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_s \Gamma_0 e^{-2\beta l}|^2} (1 - |\Gamma_0 e^{-2\beta l}|^2) \quad (2.95)$$

因为是无耗线路,传送到负载的功率将等于输入功率。假如源和负载均与传输线特性阻抗相匹配($\Gamma_s = 0$ 和 $\Gamma_0 = 0$),则(2.95)式简化为:

$$P_{in} = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_0} = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_G} \quad (2.96)$$

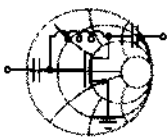
该式表示在完全匹配的条件下由源产生的功率,是源输出的最大可用功率。当负载 Z_L 与传输线相匹配而源阻抗 Z_G 失配时,将有部分功率反射,并只有最大可用功率的一部分将传送到线的 $d = l$ 处:

$$P_{in} = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_0} |1 - \Gamma_s|^2 \quad (2.97)$$

对于源和负载阻抗都失配时,反射将发生在传输线的两边,传送到负载的功率由(2.95)式决定。除了广泛应用的功率单位瓦(W)之外,在射频电路设计中还习惯于用 dBm,其定义如下:

$$P[\text{dBm}] = 10 \log \frac{P[\text{W}]}{1 \text{ mW}} \quad (2.98)$$

换句话说,功率是相对于 1 mW 进行测量的。



例题 2.10 传输线的功率考虑

对于图 2.34 所示电路,假如该无耗线的 $Z_0 = 75 \Omega$, $Z_G = 50 \Omega$, $Z_L = 40 \Omega$,计算输入功率和传送到负载处的功率,用 W 和 dBm 回答,假定线路长度为 $\lambda/2$,源电压 $V_G = 5 \text{ V}$ 。

解:因为线是无耗的,传送到负载的功率与输入功率完全一样。用表示式(2.95)求输入功率。因为线的长度为 $\lambda/2$,所以,在(2.95)式中所有指数项均为 1,即 $e^{-2\beta l} = e^{-2j(2\pi/\lambda)(\lambda/2)} = 1$,则(2.95)式能改写为:

$$P_{in} = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_s \Gamma_0|^2} (1 - |\Gamma_0|^2)$$

其中,在源端的反射系数 $\Gamma_s = (Z_G - Z_0)/(Z_G + Z_0) = -0.2$,在负载处的反射系数 $\Gamma_0 = (Z_L - Z_0)/(Z_L + Z_0) = -0.304$ 。将获得的值代入上面的公式得:

$$P_L = P_{in} = 61.7 \text{ mW}$$

或

$$P_L = P_{in} = 17.9 \text{ dBm}$$

在大多数射频技术数据和应用手册中,输出功率都用 dBm 表示,因为使用 mW 的相对值 dBm 估算增益更直观。

RF & MW

前面的分析很容易扩展到有耗传输线,这时我们发现,由于信号的衰减,输入功率不再等于负载功率。然而,参照图 2.34,被负载吸收的功率,能用类似于(2.89)的式子表示为:

$$P_L = \frac{|V_L^+|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma_L|^2) \quad (2.99)$$

其中,对于有耗传输线 $|V_L^+| = |V_{in}^+| e^{-\alpha l}$, 是衰减系数,将(2.93)式代入到(2.99)式,给出最后表示式:

$$P_L = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_s \Gamma_{in}|^2} e^{-2\alpha l} (1 - |\Gamma_L|^2) \quad (2.100)$$

此处,所有参量都是用源电压和反射系数定义的。

2.11.3 输入阻抗匹配

对于图 2.34 所示的传输线结构,用等效电路表示我们可以分析源和线路匹配的最佳条件。

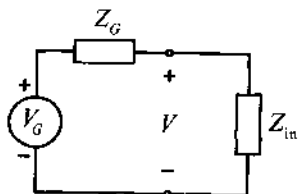


图 2.35 传输线结构的等效集总输入网络

按照图 2.35,我们能将(2.95)式用集总参量表示成:

$$P_{in} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ V_{in} \left(\frac{V_{in}^*}{Z_{in}^*} \right) \right\} = \frac{1}{2} \frac{|V_G|^2}{\operatorname{Re} \{ Z_{in}^* \}} \left| \frac{Z_{in}}{Z_G + Z_{in}} \right|^2 \quad (2.101)$$

如果假定源阻抗是一固定的复数值 $Z_G = R_G + jX_G$, 我们可以找出必须强加于 Z_{in} 上的条件,在此条件下,可获得输送到传输线的最大功率。将 P_{in} 处理为两个独立变量 R_{in} 和 X_{in} 的函数,我们首先用 P_{in} 对 R_{in} 和 X_{in} 的导数,并令其为零,找出最大输出功率条件:

$$\frac{\partial P_{in}}{\partial R_{in}} = \frac{\partial P_{in}}{\partial X_{in}} = 0 \quad (2.102)$$

这两个条件可得出:

$$R_G^2 - R_{in}^2 + (X_G^2 + 2X_G X_{in} + X_{in}^2) = 0 \quad (2.103a)$$

和

$$X_{in}(X_G + X_{in}) = 0 \quad (2.103b)$$

解(2.103b)式,得出 $X_{in} = -X_G$, 将此结果代入到(2.103a)式得 $R_{in} = R_G$, 由此证明过程可看出,最佳功率传输需要传输线和源阻抗共轭复数匹配:

$$Z_{in} = Z_G^* \quad (2.104)$$

至此,源与输入阻抗匹配的例子已经讨论完了,对于输出阻抗和负载阻抗的匹配问题可用同样的方法,我们将再次找出对于最大功率传输需要的共轭复数匹配:

$$Z_{\text{out}} = Z_L^*$$

其中, Z_{out} 代表从负载向传输线看去的阻抗。

2.11.4 回波损耗和插入损耗

实际的电路总是在源功率和输送到传输线的功率之间存在一定程度的失配,即(2.89)式中的 Γ_{in} 不为零。该失配通常定义为回波损耗(RL),它是反射功率 $P_r = P_{\text{in}}^-$ 与输入功率 $P_i = P_{\text{in}}^+$ 之比,可表示为:

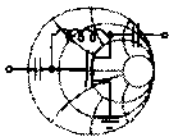
$$\text{RL} = -10 \log \left(\frac{P_r}{P_i} \right) = -10 \log |\Gamma_{\text{in}}|^2 = -20 \log |\Gamma_{\text{in}}| \quad (2.105a)$$

$$\text{RL} = -\ln |\Gamma_{\text{in}}| \quad (2.105b)$$

其中,公式(2.105a)是基于以10为底的对数分贝(dB)表示的回波损耗;(2.105b)是基于自然对数用奈贝(Np)表示的回波损耗。Np和dB之间的转换关系为:

$$\text{RL} = -20 \log |\Gamma_{\text{in}}| = -20(\ln |\Gamma_{\text{in}}|)/(\ln 10) = -(20 \log e) \ln |\Gamma_{\text{in}}| \quad (2.106)$$

所以, $1\text{Np} = 20 \log e = 8.686 \text{ dB}$,正像从(2.106)式看到的,假如线路是匹配的, $\Gamma_{\text{in}} \rightarrow 0$,则 $\text{RL} \rightarrow \infty$ 。



例题 2.11 传输线段的回波损耗

对于图 2.35 所示电路,测得回波损耗为 20 dB,假定阻抗值是实数,源阻抗 R_s 为多少? 假如传输线特性阻抗 $R_0 = 50 \Omega$,回答是惟一的吗?

解:反射系数从(2.105a)得到:

$$|\Gamma_{\text{in}}| = 10^{-\text{RL}/20} = 10^{-20/20} = 0.1$$

源电阻现在是用(2.91)计算:

$$R_s = R_0 \frac{1 + \Gamma_{\text{in}}}{1 - \Gamma_{\text{in}}} = 50 \left(\frac{1 + 0.1}{1 - 0.1} \right) \Omega = 61.1 \Omega$$

在前面的计算中,我们假定反射系数 Γ_{in} 是正数,所以等于绝对值;它也能是负数,在这种情况下,源电阻是:

$$R_s = R_0 \frac{1 + \Gamma_{\text{in}}}{1 - \Gamma_{\text{in}}} = 50 \left(\frac{1 - 0.1}{1 + 0.1} \right) \Omega = 40.9 \Omega$$

回波损耗可用网络分析仪测量,直接取反射系数及传输线与源之间的阻抗失配度。

反射功率除了引起回波损耗外,还会引起插入损耗(IL),插入损耗定义为:传输功率 P_t 与

输入功率 P_i 之比。实际上插入损耗是以 dB 为单位,按照下式进行测量的:

$$IL = -10 \log \frac{P_i}{P_i} = -10 \log \frac{P_i - P_r}{P_i} = -10 \log(1 - |\Gamma_{in}|^2) \quad (2.107)$$

(2.107)式的意思在电路设计中是明确的,正如名字表明的那样,如果一个失配电路与 RF 源连接,由于反射而导致了传送到电路的功率损耗。例如:假如电路相当于一个开路或短路条件,插入损耗达到最大($IL \rightarrow \infty$),换句话说,假如电路与源匹配,所有功率都传送到电路,插入损耗变成最小($IL = 0$)。

2.12 小结

本章详细描述和给出了分布电路理论的基本概念。该论题的实际根据如下:当电压和电流波的波长缩小到大致为电路元件尺寸的 10 倍时,必须从以基尔霍夫电流和电压定律为基础的集总电路分析转变到基于波动原理的分布理论。电路分析方法从低频到高频的过渡不可能定义出小于或等于 10λ 那样清晰的界线,实际上存在一个相当大的“灰色区域”,但是,为了获得有意义的设计结果,需要在一个特定的频率开始实现过渡。

根据传输线微分段的等效电路表示法(2.3 节),很容易理解分布理论的基本概念,对于三种最常用的传输线所需的单位长度电路参量 R, L, G 和 C 可直接从表 2.1 得到。然而,读者感兴趣的是怎样找到这些参量。2.4 节介绍了必须的工具——法拉第定律和安培定律,随后在 2.5 节推出了平行板传输线的全部四个电路参量。

无论是集总电路还是分布电路,只要知道了电路参量最终都能导出一般传输线系统的特性阻抗:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + j\omega C)}}$$

我们已经得出了有终端负载的传输线的输入阻抗,这个结果或许是最重要的 RF 公式之一:

$$Z_{in}(d) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta d)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta d)}$$

这个公式对于开路、短路和匹配负载阻抗特定情况的应用,都涉及到它们的空间和频域特性。此外,我们还介绍了 $\lambda/4$, 即 $\lambda/4$ 变换器作为负载阻抗与所希望的输入阻抗进行匹配的一种方法。

作为一种对输入阻抗公式的替换,用在负载和源端的线路阻抗表示常常是很有用的:

$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}, \quad \Gamma_s = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0}$$

得到了反射系数的空间相关性,正如:

$$\Gamma(d) = \Gamma_0 e^{-j2\beta d}$$

反射系数概念得出的简要表示式可用于功率流的情况,相似于输入阻抗,我们可得出输入功率:

$$P_{in} = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_s \Gamma_0 e^{-2j\beta l}|^2} (1 - |\Gamma_0 e^{-2j\beta l}|^2)$$

这个公式可用于观察各种在负载/源端各种匹配或失配条件,第2章以简单的讨论插入损耗和回波损耗来结束。

参考文献

- R. Collin, *Foundations of Microwave Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1996.
- G. Gonzales, *Microwave Transistor Amplifiers, Analysis and Design*, 2nd edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1997.
- H. A. Haus and J. R. Melcher, *Electromagnetic Fields and Energy*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
- M. F. Iskander, *Electromagnetic Fields and Waves*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1992.
- C. T. A. Johnk, *Engineering Electromagnetic Fields and Waves*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 1989.
- J. A. Kong, *Electromagnetic Wave Theory*, 2nd. ed., John Wiley & Sons, New York, 1996.
- S. Y. Liao, *Engineering Applications of Electromagnetic Theory*, West Publishing Company, St. Paul, MN, 1988.
- D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 1998.
- P. A. Rizzi, *Microwave Engineering, passive Circuits*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.
- H. Sobol, "Applications of Integrated Circuit Technology to Microwave Frequencies," *Proceedings of the IEEE*, August 1971.
- D. H. Staelin, A. W. Morgenthaler, and J. A. Kong, *Electromagnetic Waves*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1994.

习题

- 2.1 为了计算用于传输线电介质的有效相对介电常数,选用图 2.2 所示的相似设备,测量沿线路的电压分布,在激励频率为 1 GHz 时,测得电缆中的信号波长为 10 m。用这个信息,计算电介质的有效相对介电常数,并讨论用该设备如何测量衰减系数 α 。
- 2.2 正如本章所讨论的,在印刷电路板(PCB)上,单根信号导轨能当作一根传输线,并能用图 2.12 所示的等效电路。尽管当 PCB 的尺寸较小,导带之间的距离减小,它们不再能当作分开的传输线处理,所以必须考虑它们之间的相互作用。用图 2.7 所示的结构,给出考虑两个信号行程之间相互作用的等效电路。
- 2.3 在例题 2.1 中已说明如何计算导线传导电流 I 产生的磁场分布。对于一个由两根平行导线组成的系统重复你的计算,每根导线的半径为 5 mm,在同方向的传导电流为 5 A。画出磁场 $H(r)$ 随距离 r 的分布, r 的起点在两根导线之间的中心线位置。
- 2.4 考虑薄导线(假定线的半径等于零)做成的 $r = 1$ cm 的圆环,其恒定的传导电流 $I = 5$ A,计算沿环的中心线磁场随距离 h 的变化, h 从环的中心算起。
- 2.5 根据在公式(2.32)中的 L, C, G, R 和 ω , 求出 K_r 和 K_i 。
- 2.6 本书中已推导出平行板传输线的参量(R, L, G 和 C),请再推导出如图 2.4 所示的双

线结构传输线的这些参量,假定 $D \gg a$ 。

- 2.7 如图 2.5 所示同轴线,重复习题 2.6。
 2.8 一根 RG6A/U 电缆,其特性阻抗为 75Ω ,测量得到 0.5 m 长电缆的电容为 33.6 pF,假如该电缆是无耗的,求出单位长度的电感值。
 2.9 假定在传输线中介质和导体的损耗都很小(即 $G \ll \omega C$ 和 $R \ll \omega L$),证明传播常数 k 能表示为:

$$k = \alpha + j\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{Z_0} + GZ_0 \right) + j\omega \sqrt{LC}$$

其 $Z_0 = \sqrt{L/C}$ 是无耗传输线的特性阻抗。

- 2.10 用上题的结果和表 2.1 中给出的参量,

(a) 证明有小损耗时,在同轴线中的衰减常数是:

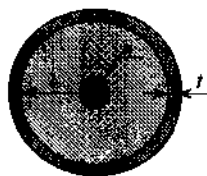
$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_{\text{cond}} \delta} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{1}{\ln(b/a)} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \frac{\sigma_{\text{diel}}}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

其中 σ_{diel} 和 σ_{cond} 分别是电介质和导体的电导率。

(b) 以导体半径为参量,证明衰减最小的条件是 $x \ln x = 1 + x$, 此处 $x = b/a$ 。

(c) 证明:对于具有相对介电常数 $\epsilon_r = 1$ 的同轴电缆,在最小损耗的条件下,得出的特性阻抗 $Z_0 = 76.7 \Omega$ 。

- 2.11 计算下图所示的同轴电缆的参量:



内导体:铜

$a = 0.5 \text{ mm}$, $\sigma_{\text{Cu}} = 64.516 \times 10^6 \text{ S/m}$; 介质:聚乙烯

$b = 1.5 \text{ mm}$, $\sigma_{\text{Poly}} = 10^{-14} \text{ S/m}$

外导体:铜

$t = 0.5 \text{ mm}$, $\sigma_{\text{Cu}} = 64.516 \times 10^6 \text{ S/m}$

- 2.12 特性阻抗为 50Ω 的 RG58A/U 电缆,对该电缆的一段进行测量,得到如下结果:

- 1 米长电缆的电容:101 pF
- 相速度:光速的 66%
- 在 1 GHz 时的衰减:0.705 dB/m
- 绝缘层的外直径:2.95 mm
- 中心导体是用 AWG20 铜导线制成: $\sigma_{\text{Cu}} = 64.516 \times 10^6 \text{ S/m}$
- 介质层是用聚乙烯制成: $\sigma_{\text{Poly}} = 10^{-14} \text{ S/m}$

从这些信息中求出下列量:

- (a) 假定电缆是无损的,求出电缆单位长度的电感 L
 (b) 电介质的相对介电常数 ϵ_r
 (c) 工作频率为 1 GHz 时电缆的单位长度电阻 R (提示:用习题 2.10 中推导出的衰减常数公式)
 (d) 介质的单位长度的电导 G
- 2.13 计算上题中的同轴电缆的特性阻抗,画出特性阻抗实部和虚部的频率特性。你预

期的结果是这样吗? 解释其矛盾。

- 2.14 一无畸变的传输线, 假如 $R = G = 0$, 得到: $k = j\omega\sqrt{LC} = \alpha + j\beta$, 或 $\alpha = 0$ 和 $\beta = \omega/v_p$, 相速 v_p 与频率无关 $v_p = 1/(\sqrt{LC})$ 。信号沿传输线传播不会产生脉冲畸变和衰减。假如我们允许 $R \neq G \neq 0$, 求出 $\alpha = \sqrt{RG}$ 和 $\beta = \omega\sqrt{LC}$ 的条件, 换句话说, 该线是有衰减的, 但仍保持无畸变。
- 2.15 希望制成一个 $50\ \Omega$ 微带线, 相对介电常数是 2.23, 板高 $h = 0.787\text{ mm}$ 。如果工作频率为 1 GHz , 求出线的宽度、波长和有效介电常数, 假定敷铜层的厚度可忽略不计。
- 2.16 从驻波比(SWR)的基本定义出发:

$$\text{SWR} = \frac{|V_{\max}|}{|V_{\min}|} = \frac{|I_{\max}|}{|I_{\min}|}$$

证明其能再表示为:

$$\text{SWR} = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|}$$

- 2.17 特性阻抗为 $50\ \Omega$ 的同轴电缆, 并且假定是无耗的, 假如负载是短路线, 求出电缆长为 2 波长, 0.75 波长, 和 0.5 波长时的输入阻抗。
- 2.18 一类似于图 2.2 所示的实验, 得到下列结果: 相邻两个电压最小点之间的距离为 2.1 cm ; 从负载到其临近的第一个电压最小点的距离是 0.9 cm , 负载的 SWR 是 2.5, 假如 $Z_0 = 50\ \Omega$, 求出负载阻抗。
- 2.19 在本章我们已经推导出有载无耗线的输入阻抗表示式(2.71), 用同样的方法证明有载有耗传输线(即 $R \neq 0, G \neq 0$)的输入阻抗表示式为:

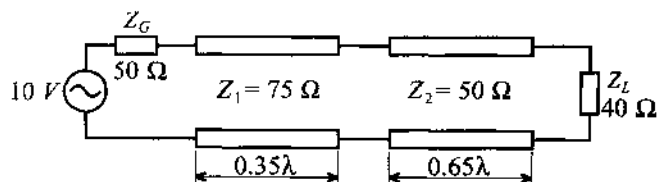
$$Z_{\text{in}}(d) = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma d)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma d)}$$

其中, γ 是复数传播常数, \tanh 代表双曲正切:

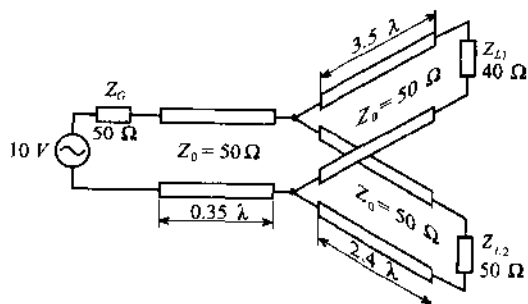
$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

- 2.20 用上题的结果计算连接负载阻抗 $Z_L = (45 + j5)\ \Omega$, 长为 10 cm 的有耗同轴电缆的输入阻抗。该系统工作频率为 1 GHz , 同轴电缆参数如下: $R = 123\ (\mu\Omega/\text{m})$, $L = 123\ (\text{nH}/\text{m})$, $G = 123\ (\mu\text{S}/\text{m})$ 和 $C = 123\ (\text{pF}/\text{m})$ 。
- 2.21 证明无损传输线的输入阻抗每半波长重复一次[亦即 $Z_{\text{in}}(l_d) = Z_{\text{in}}(l_d + m(\lambda/2))$], 其中 l_d 是任意长度, m 是整数 $0, 1, 2, \dots$ 。
- 2.22 有一无线电发射机能产生 3 W 输出功率, 发射机通过特性阻抗为 $50\ \Omega$ 的同轴电缆与特性阻抗为 $75\ \Omega$ 的天线相连接。假如源阻抗为 $45\ \Omega$, 电缆长为 11λ , 计算输送到天线的功率。
- 2.23 设计一个用于射频电路的开路线阻抗, 该阻抗是由在印刷电路板上制作的一端短路的 $75\ \Omega$ 微带线构成, 若电路板的相对介电常数为 10, 工作频率为 1.96 GHz , 问该线需要多长才能在线的另一端得到无限大阻抗?

- 2.24 将长度为 $(3/4)\lambda$, $Z_0 = 85 \Omega$ 的短路微带线作为一集总电路元件, 假如该线是无耗的, 求出输入阻抗是多少?
- 2.25 对于下图所示系统, 假如所有传输线都是无耗的, 计算输入功率、传送到负载的功率和插入损耗。



- 2.26 当负载阻抗 $Z_L = 50 \Omega$ 时, 重复习题 2.25。
- 2.27 复数负载阻抗 $Z_L = (75 - j50) \Omega$ 与一特性阻抗为 100Ω , 长为 50 cm 的无耗传输线相连, 频率选择使其对应的波长为 30 cm , 求出 (a) 输入阻抗, (b) 朝向负载而远离负载 10 cm 处的阻抗, (c) 在负载处及远离负载 10 cm 处的电压反射系数。
- 2.28 100Ω 的微带线与一 75Ω 线相连, 确定 Γ , SWR, 反射功率的百分比, 回波损耗, 传输功率的百分比和插入损耗。
- 2.29 有一与源相匹配的 50Ω 传输线和一个 $Z_L = 75 \Omega$ 的负载相连, 假如线长为 3.4λ , 衰减常数 $\alpha = 0.5 \text{ dB}/\lambda$, 信号源产生的信号幅值是 10 V , 求出: (a) 源发送的功率, (b) 在线上损耗的功率, (c) 传送到负载的功率。
- 2.30 一种测量同轴电缆特性阻抗的技术是: 用网络分析仪分别测量开路线和短路线的输入阻抗 Z_{in}^{OC} 和 Z_{in}^{SC} , 然后求得特性阻抗 Z_0 。假定线阻抗为实数, 我们如何用这些阻抗求得 Z_0 ?
- 2.31 一个信号源与两个负载相连, 如下图所示:



求出: 源产生的功率和输送到每个负载的功率。

- 2.32 一无耗 50Ω 微带线终端接一导纳为 0.05 mS 的负载, (a) 与负载并联的附加的阻抗是多少? 假如输入阻抗为 50Ω , (b) 假如输入电压为 10 V , 求出电压、电流和被组合负载吸收的功率。
- 2.33 证明用电压驻波比表示的回波损耗和插入损耗的表示式为:

$$RL = 20 \log \frac{SWR + 1}{SWR - 1} \text{ 和 } IL = 20 \log \frac{SWR + 1}{2 \sqrt{SWR}}$$

第3章 Smith 圆图

典型的实用传输线包括微带线、同轴电缆和平行板线,传输线的特性阻抗与材料性质和几何尺寸有关;另外传输线的长度和工作频率对输入阻抗也有较大的影响。在前一章中我们已导出了描述有载传输线输入阻抗的基本公式。我们发现这些公式包括传输线特性阻抗、负载阻抗和通过正切函数的宗量引入的线长度和工作频率。正如我们在 2.9 节看到的,输入阻抗能等效地用空间相关的反射系数计算。为了简化反射系数的计算,P.H.Smith 开发了以保角映射原理为基础的图解方法。这种近似法使得有可能在同一个图中简单直观地显示传输线阻抗以及反射系数。该图解方法称为 Smith 圆图。这种方法虽然是早在计算机时代之前的 1930 年开发的,但至今仍被普遍使用,在描述无源和有源 RF/MW 元件和系统的每本数据手册上都能发现它,几乎所有计算机辅助设计程序都应用 Smith 圆图进行电路阻抗的分析、匹配网络的设计及噪声系数、增益和环路稳定性的计算;甚至于仪器,诸如广泛使用的网络分析仪也用 Smith 圆图形式表示某些测量结果。

本章回顾了标准复平面上将输入阻抗转换成相应的复反射系数表示式的主要步骤,该转换是通过最初由 Smith 建议的特定的保角变换完成的。通过这个新的复平面上的反射系数的图形,能直接用于找出传输线的输入阻抗。此外,Smith 圆图简化了较复杂结构的电路计算,这些电路将用于后面几章关于制造滤波器和对有源器件的匹配网络中。

下面几节将给出 Smith 圆图一步一步地推导过程,随后是如何利用这个图解法工具,计算无源电路阻抗的几个例子。

3.1 从反射系数到负载阻抗

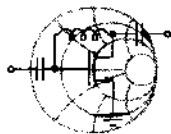
在 2.9 节中我们已定义反射系数为沿着传输线的某个固定空间位置的反射电压波与入射电压波之比。其中我们特别感兴趣的是在负载位置 $d = 0$ 处的反射系数。从物理观点看,负载反射系数 Γ_0 描述了特性线阻抗 Z_0 和负载阻抗 Z_L 之间的阻抗失配度,正如公式(2.52)所表示的。我们把从负载指向传输线始端的方向称为正 d 方向,为了获得 $\Gamma(d)$ 我们必须用指数系数 $\exp(-j2\beta d)$ 乘以 Γ_0 ,见(2.64)式。从 Γ_0 向 $\Gamma(d)$ 转换是构成作为图解法工具的 Smith 圆图的关键组成部分之一。

3.1.1 相量形式的反射系数

反射系数 Γ_0 能用下面的复数形式的表达式计算:

$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \Gamma_{0r} + j\Gamma_{0i} = |\Gamma_0| e^{j\theta_L} \quad (3.1)$$

其中 $\theta_L = \arctan(\Gamma_{0i}/\Gamma_{0r})$ 。我们回顾一下纯短路和开路的条件,其在(3.1)式中对应的 Γ_0 值分别为 -1 和 $+1$,均位于复数 Γ 平面的实数轴上。



RF & MW →

例题 3.1 反射系数表示法

特性线阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$ 的传输线,终端接有下列负载阻抗:

- (a) $Z_L = 0$ (短路线)
- (b) $Z_L \rightarrow \infty$ (开路线)
- (c) $Z_L = 50 \Omega$
- (d) $Z_L = (16.67 - j16.67) \Omega$
- (e) $Z_L = (50 + j150) \Omega$

求出各个的反射系数 Γ_0 并在复数 Γ 平面上标出它们的位置。

解:以(3.1)式为基础,我们计算下列反射系数:

- (a) $\Gamma_0 = -1$ (短路线)
- (b) $\Gamma_0 = 1$ (开路线)
- (c) $\Gamma_0 = 0$ (匹配电路)
- (d) $\Gamma_0 = 0.54 \angle 221^\circ$
- (e) $\Gamma_0 = 0.83 \angle 34^\circ$

这些值用极坐标形式显示在图 3.1 中。

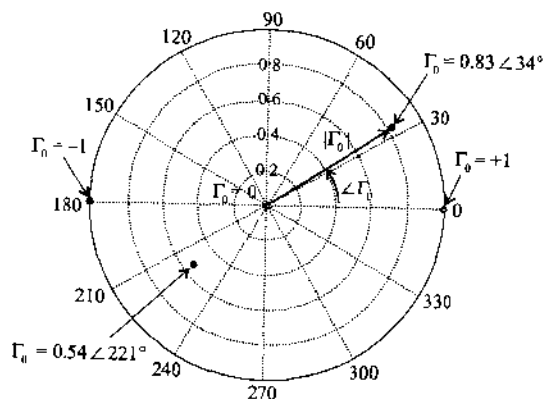


图 3.1 复数 Γ 平面和各 Γ_0 值的位置

正如前面所讨论的,当采用普通的电压和电流的基本电路理论时,反射系数表示为相量形式。

3.1.2 归一化阻抗公式

我们回到一般的输入阻抗表示式(2.69),式中的反射系数用下式替代:

$$\Gamma(d) = |\Gamma_0| e^{j\theta_L} e^{-j2\beta d} = \Gamma_r + j\Gamma_i \quad (3.2)$$

结果是:

$$Z_{in}(d) = Z_0 \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i} \quad (3.3)$$

为了使随后的推导能普遍化,我们用传输线的特性阻抗将(3.3)式归一化,结果如下:

$$Z_{in}(d)/Z_0 = z_m = r + jx = \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)} = \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i} \quad (3.4)$$

上述公式表示从一个复数 z_m 平面映射到另一个复数 Γ 平面。用分母的复共轭乘以(3.4)式的分子和分母,得到:

$$z_m = r + jx = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2 + 2j\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (3.5)$$

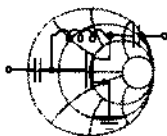
该式能分成:

$$r = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (3.6)$$

和

$$x = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (3.7)$$

可见,假如反射系数用 Γ_r 和 Γ_i 表示,公式(3.6)和(3.7)便是求出 z_m 的显而易见的转换规则,所以从复数 Γ 平面能直接映射到 z_m 平面(见下例)。



例题 3.2 端接负载传输线的输入阻抗

负载阻抗 $Z_L = (30 + j60) \Omega$ 与长为 2 cm 的 50Ω 传输线相连,工作频率为 2 GHz。用反射系数的概念求输入阻抗 Z_{in} 。假定相速度是光速的 50%。

解:我们首先确定负载反射系数:

$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{30 + j60 - 50}{30 + j60 + 50} = 0.2 + j0.6 = \sqrt{2/5}e^{j71.56^\circ} \quad (3.8)$$

根据:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v_p} = \frac{2\pi f}{0.5c} = 83.77 \text{ m}^{-1}$$

当 $d = 2 \text{ cm}$ 时,得到 $2\beta d = 191.99^\circ$,由此可算出反射系数($\beta d = 2 \text{ cm}$):

$$\Gamma = \Gamma_0 e^{-j2\beta d} = \Gamma_r + j\Gamma_i = -0.32 - j0.55 = \sqrt{2/5}e^{-j120.43^\circ}$$

有了反射系数后,我们现在能直接求出其对应的输入阻抗:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = R + jX = 14.7 - j26.7 \Omega$$

我们注意到相量形式的反射系数等于负载处的 Γ_0 与两倍电长度 βd 对应的转角相乘。因而,该数学叙述传达的意思是为了确定输入阻抗,电压/电流波必须行进到负载后再返回到源。

用 2.9 节推出的(2.71)式能够同样有效地求解例题 3.2。

3.1.3 参数反射系数方程

我们研究的目的是寻求一个不同的计算输入阻抗的手段,这个新手段涉及到(3.6)和

(3.7)式的反演,或者说,我们将如何用归一化实部 r 和虚部 x 分量表示的 Z_{in} 定义域的一个点映射到复数 Γ 平面上,而该平面能表示反射系数的实部 Γ_r 和虚部 Γ_i 分量。因为 Γ 出现在分子和分母中,所以我们必然断定在阻抗平面中的直线 Z_{in} 映射到 Γ 平面上不可能仍是直线。我们只能说在负载阻抗与传输线阻抗相匹配,即 $Z_{in} = Z_0$ 或 $z_{in} = 1$ 时,对应反射系数为零(即 $\Gamma_r = \Gamma_i = 0$)的点位在 Γ 平面的中心。

(3.6)式的反演是通过下面的基本代数运算完成的:

$$r[(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2] = 1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2 \quad (3.9a)$$

$$\Gamma_r^2(r+1) - 2r\Gamma_r + \Gamma_i^2(r+1) = 1 - r \quad (3.9b)$$

$$\Gamma_r^2 - \frac{2r}{r+1}\Gamma_r + \Gamma_i^2 = \frac{1-r}{r+1} \quad (3.9c)$$

此处公认的窍门是将它写成 Γ_r 完整的二项展开式(参见附录 C):

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{r+1}\right)^2 - \frac{r^2}{(r+1)^2} + \Gamma_i^2 = \frac{1-r}{r+1} \quad (3.9d)$$

最终能表示为下面形式:

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{r+1}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2 \quad (3.10)$$

用和前面相同的方法,对(3.7)式进行反演,求出的归一化电抗是:

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \quad (3.11)$$

(3.10)和(3.11)式是在复数 Γ 平面上的圆的参数方程,它们能表示为一般的形式 $(\Gamma_r - a)^2 + (\Gamma_i - b)^2 = c^2$,其中 a, b 表示沿实部和虚部 Γ 轴的位移, c 是圆的半径。

图 3.2 描绘了对于各种电阻值(3.10)式的参数圆方程。例如,假如归一化电阻 $r = 0$,圆的中心在原点,半径为 1,因而(3.10)式简化为 $\Gamma_r^2 + \Gamma_i^2 = 1$ 。对于 $r = 1$,我们得到 $(\Gamma_r - 1/2)^2 + \Gamma_i^2 = (1/2)^2$,此式代表半径为 1/2 的圆,在正 Γ_r 方向位移 1/2 单位。当 r 增加时,圆的半径继续减小,在实轴上的位移进一步向右靠近点 1。在 $r \rightarrow \infty$ 的极限情况下,位移收敛到 $r/(r+1) \rightarrow 1$ 点,圆半径近似为 $1/(r+1)^2 \rightarrow 0$ 。

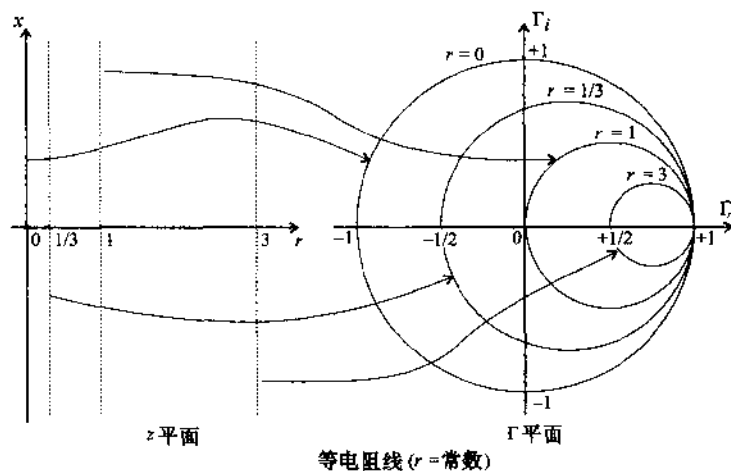


图 3.2 在复数 Γ 平面上归一化电阻 r 的参数表示法

这个只对固定 r 值而并不包括 x 值的映射变换是很重要的,例如,对于一个固定的 r ,电抗值 x 可以在无限大范围内变化,正像表示在 z 平面上垂直于实数轴的直线映射成同样的电阻圆。所以,只包含 r 的映射不是单值的点到点的对应。

对于只包括归一化电抗的圆的方程(3.11)得出不同的图形显示,此时所有圆的中心都在过 $\Gamma_r = 1$ 点并垂直于实数轴的线上。例如,对于 $x = \infty$,我们有 $(\Gamma_r - 1)^2 + \Gamma_i^2 = 0$,它是一个半径为零的圆,或是位于 $\Gamma_r = 1$ 和 $\Gamma_i = 0$ 的一个点。对于 $x = 1$,圆的公式变为 $(\Gamma_r - 1)^2 + (\Gamma_i - 1)^2 = 1$,当 $x \rightarrow 0$,半径和沿着正虚数轴的位移趋于无限大。有趣的是该位移也能沿着负虚数轴,对于 $x = -1$,圆方程变为 $(\Gamma_r - 1)^2 + (\Gamma_i + 1)^2 = 1$,圆心位在 $\Gamma_r = 1$ 和 $\Gamma_i = -1$ 点。我们看到,代表电容性阻抗的负 x 值位在 Γ 平面的下半部分。图 3.3 展示了归一化虚阻抗(电抗)的参数形式,为了便于看清楚,这些圆只显示在单位圆内。与图 3.2 大不相同,我们注意到,这时在阻抗平面上任意电阻值 $0 \leq r \leq \infty$ 固定 x 值的直线映射到 Γ 平面上是个圆。

(3.10)和(3.11)各自产生的变换不构成从归一化阻抗到反射系数平面的单值映射。也就是说,阻抗点映射到由(3.10)和(3.11)式决定的 Γ 平面上,不能单值地返回到原来的阻抗点。然而,这两个变换却可彼此补充,一个单值的映射,能用两个变换的组合来建立,正如下一节所讨论的。

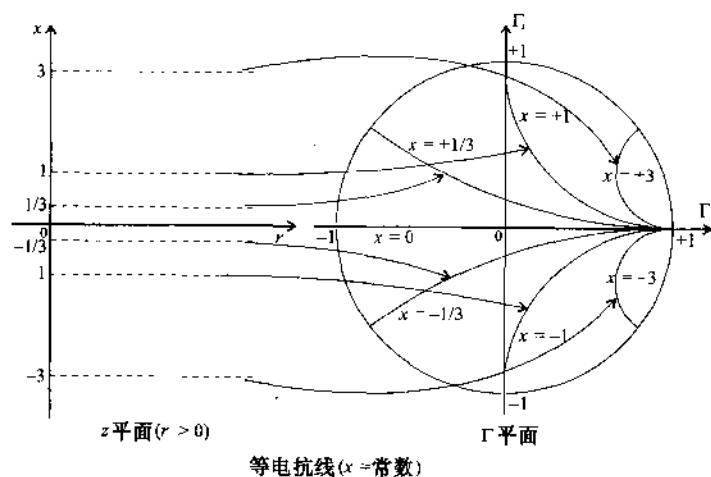


图 3.3 在复数 Γ 平面上归一化电抗 x 的参数表示法

3.1.4 图形表示法

归一化电阻和电抗圆参数表示法(即图 3.2 和图 3.3)的组合,在 $|\Gamma| \leq 1$ 圆内得到如图 3.4 所示的 Smith 圆图。Smith 圆图的一个重要的观察结果是归一化阻抗平面和反射系数平面之间为一对一的映射。我们也注意到归一化电阻圆 r 的范围是 $0 \leq r < \infty$,而归一化电抗圆 x 可为负(即电容性)也可为正(即电感性),其范围是 $-\infty < x < +\infty$ 。

应该指出,反射系数不一定满足 $|\Gamma| \leq 1$ 的条件,负的电阻,例如谐振器中遇到的振荡条件,便导出 $|\Gamma| > 1$ 的情况,即映射到单位圆的外边。这种反射系数大于 1 的图形显示,被称为“压缩 Smith 圆图”(Compressed Smith Charts),然而这种圆图在 RF/MW 工程设计中应用范围有限,所以在本书中不作进一步讨论。感兴趣的读者可查阅专门的文献(见本章末列出的

Hewlett-Packard 应用备忘录)。

在图 3.4 中我们必须注意旋转角 $2\beta d$ 用测量得到的传输线长度表示, 由于在反射系数表示式(3.2)中是负指数 $(-2j\beta d)$, 所以是从 $\Gamma_0 = |\Gamma_0|e^{j\theta_0}$ 相量所在位置向顺时针(数学上是负)方向旋转。由于是计算端接负载传输线的输入阻抗, 所以输入阻抗的所在点必定是向远离负载阻抗或向振荡器方向移动。旋转(方向)用圆图外周上的箭头表示。我们进一步观察可看到, 绕单位圆一整周需要:

$$2\beta d = 2 \frac{2\pi}{\lambda} d = 2\pi$$

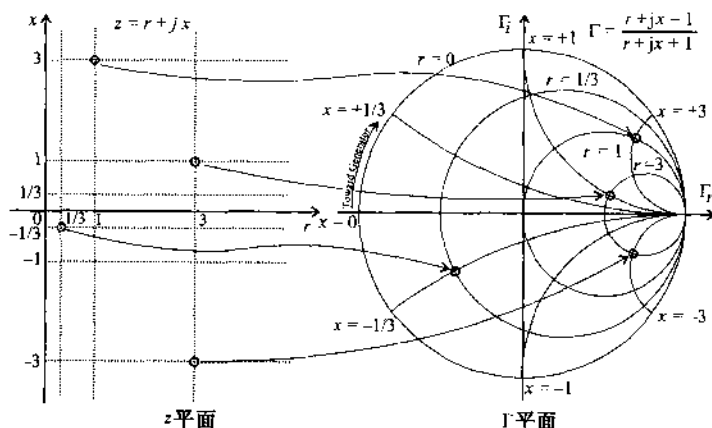


图 3.4 由 r 和 x 圆在 $|\Gamma| \leq 1$ 范围内组合的 Smith 圆图

其中 $d = \lambda/2$ 或 180° 。参数 βd 有时称为线的电长度。

3.2 阻抗变换

3.2.1 普通负载的阻抗变换

对射频电路设计工程师来说, 确定高频电路阻抗响应通常是关键性的问题。没有对阻抗性质的详细了解, 就不能恰当地预言 RF/MW 系统的性能。在本节中, 我们将用前面介绍的 Smith 圆图这个辅助手段, 对如何简单有效地确定阻抗做详细说明。

一个典型的包含一个负载阻抗 Z_L 和一个特性线阻抗为 Z_0 , 长为 d 的传输线相连的电路, 用 Smith 圆图计算, 可按以下 6 步进行:

1. 用线阻抗 Z_0 归一化负载阻抗 Z_L , 求出 z_L 。
2. 在 Smith 圆图内找出 z_L 的位置。
3. 在 Smith 圆图内认出其对应的负载反射系数 Γ_0 , 用幅度和相位表示。
4. 用 2 倍电长度 βd 旋转 Γ_0 , 获得 $\Gamma_{in}(d)$ 。
5. 记录在特定位置 d 处的归一化输入阻抗 z_{in} 。
6. 转换 z_{in} 到实际的阻抗 Z_{in} 。

以例题 3.3 为例练习这些步骤, 这是用作图法求解阻抗的标准步骤。



RF & MW

例题 3.3 用 Smith 圆图确定传输线的输入阻抗

按上面给出的 Smith 圆图计算的 6 个步骤,求解例 3.2。

解:我们从负载阻抗 $Z_L = (30 + j60) \Omega$ 开始,并按照前面概述的步骤继续做下去。

1. 归一化负载阻抗是:

$$z_L = (30 + j60)/50 = 0.6 + j1.2$$

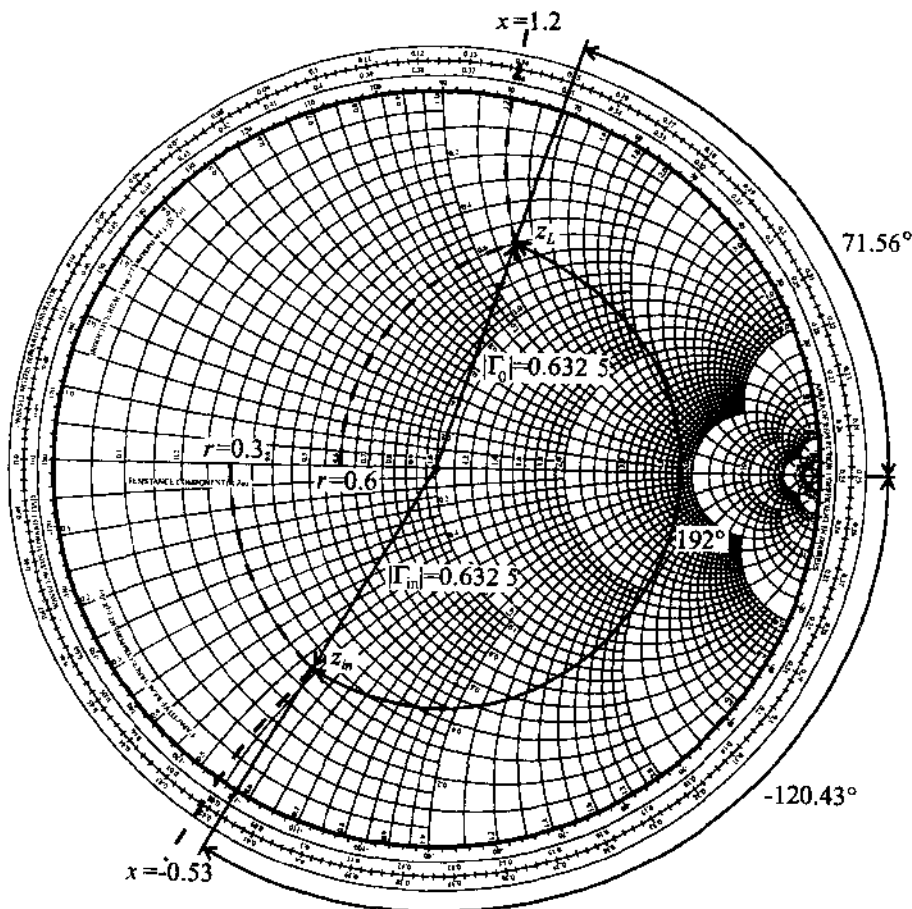
2. 在 Smith 圆图内该点能由等电阻 $r = 0.6$ 圆和等电抗 $x = 1.2$ 圆的交点确定,如图 3.5 所示。

图 3.5 例题 3.3 用 Smith 圆图确定输入阻抗

3. 连接原点和 z_L 点的直线确定负载反射系数 Γ_0 , 相关联的角度用相对于正实数轴标出。4. 记住 Smith 圆图的外周界对应单位反射系数 ($|\Gamma_0| = 1$), 我们可用连接原点到 z_L 的矢量的长度求出 Γ 的幅度。用两倍线的电长度, (亦即 $2 \times \beta d = 2 \times 96^\circ = 192^\circ$), 旋转这个矢量, 可得输入反射系数 Γ_{in} 。

5. 该点唯一地确定相关的归一化输入阻抗 $z_{in} = 0.3 - j0.53$ 。

6. 用 $Z_0 = 50 \Omega$ 乘以前面的归一化输入阻抗能转回实际的输入阻抗值, 最终结果是 $Z_{in} = (15 - j26.5) \Omega$ 。

我们记得在例 3.2 中得到的输入阻抗的精确值是 $(14.7 - j26.7) \Omega$ 。这个微小差异是可以理解的, 因为在 Smith 圆图中图示的数据是近似处理的。确定传输线与负载相连的输入阻抗的整个步骤的顺序如图 3.5 所示。

最初用手工实现这些步骤是很麻烦的, 并且容易出现错误, 然而, 用机辅分析软件并依靠以近代计算机为基础的仪器, 在几秒钟内便可完成例行的程序, 并有很高的精确度。

3.2.2 驻波比

从 2.8.3 节 SWR 的基本定义出发, 对于沿传输线的任意距离 d , 驻波比可表示为:

$$SWR(d) = \frac{1 + |\Gamma(d)|}{1 - |\Gamma(d)|} \quad (3.12)$$

其中 $\Gamma(d) = \Gamma_0 \exp(-j2\beta d)$, 公式(3.12)可转化为:

$$|\Gamma(d)| = \frac{SWR - 1}{SWR + 1} \quad (3.13)$$

反射系数的这种形式是用 SWR 表示的。等 SWR 在 Smith 圆图中是个圆, 匹配条件 $\Gamma(d) = 0$ (或 $SWR = 1$) 是原点。

有趣的是, 公式(3.12)很相似于由给定反射系数确定阻抗的表示式:

$$Z(d) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)} \quad (3.14)$$

该相似性和 $|\Gamma(d)| \leq 1$, 即 SWR 大于或等于 1 的事实, 暗示 SWR 的实际的数值能从 Smith 圆图求出, 其值由半径为 $|\Gamma(d)|$ 的圆与正实数轴的交叉点决定。



例题 3.4 反射系数、电压驻波比和回波损耗

四个不同的负载阻抗:

(a) $Z_L = 50 \Omega$, (b) $Z_L = 48.5 \Omega$, (c) $Z_L = (75 + j25) \Omega$ 和 (d) $Z_L = (10 - j5) \Omega$, 分别与一个 50Ω 传输线连接, 找出反射系数、SWR 圆并确定用 dB 表示的回波损耗。

解: 归一化负载阻抗和对应的反射系数、回波损耗及 SWR 值计算如下:

$$(a) z_L = 1, \Gamma = (z_L - 1)/(z_L + 1) = 0, RL_{dB} = \infty, SWR = 1$$

$$(b) z_L = 0.97, \Gamma = (z_L - 1)/(z_L + 1) = -0.015, RL_{dB} = 36.3, SWR = 1.03$$

$$(c) z_L = 1.5 + j0.5, \Gamma = (z_L - 1)/(z_L + 1) = 0.23 + j0.15, RL_{dB} = 11.1, \\ SWR = 1.77$$

$$(d) z_L = 0.2 - j0.1, \Gamma = (z_L - 1)/(z_L + 1) = -0.66 - j0.14, RL_{dB} = 3.5,$$

$$\text{SWR} = 5.05$$

为了确定 SWR 的近似值,需要用前面讨论的计算输入阻抗的相似方法。我们首先在 Smith 圆图内(见图 3.6),画出归一化负载阻抗值,然后,以原点为中心,以上面画出的相应的阻抗点的长度为半径画圆,从这些圆我们看到对于零负载电抗($x_L = 0$)的负载反射系数是:

$$\Gamma_0 = \frac{z_L - 1}{z_L + 1} = \frac{r_L - 1}{r_L + 1} = \Gamma_r$$

SWR 能根据沿着实数 Γ 轴的负载反射系数决定:

$$\text{SWR} = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|} = \frac{1 + \Gamma_r}{1 - \Gamma_r}$$

这需要 $|\Gamma_0| = \Gamma_r \geq 0$,换句话说,对于 $\Gamma_r \geq 0$ 我们必须强制 $r_L \geq 1$,意思是只由圆的右半边和实数轴的交叉点定义 SWR。

作为图形设计工具,Smith 圆图通过画 SWR 圆的半径,可以直接地观测传输线和负载阻抗之间的失配度。

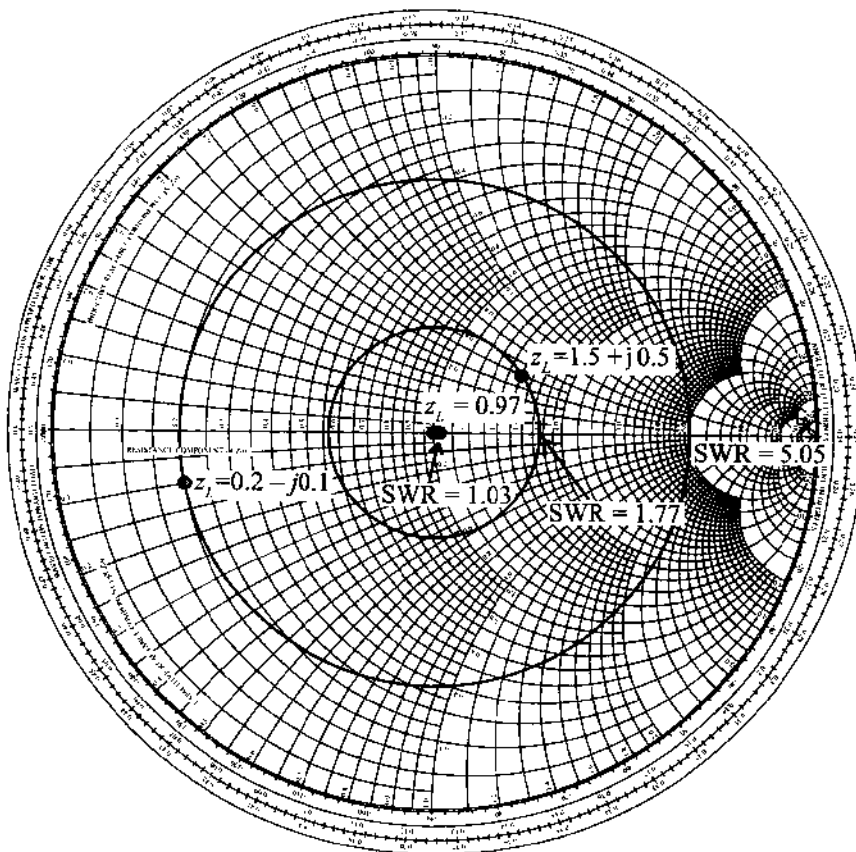


图 3.6 对应各种反射系数的 SWR 圆

3.2.3 特殊的变换条件

归一化传输线阻抗圆上的点围绕 Smith 圆图旋转的量是由线的长度或工作频率控制的。所以,在给定频率条件下,依据线长和终端负载条件能产生电感性(上半平面)和电容性(下半平面)两种阻抗。这种通过分布电路分析技术实现的集总电路参数表示法是有很大实用价值的。

终端开路线和终端短路线对于产生电感和电容性阻抗是特别重要的,下面将进行更仔细地分析。

开路线变换

为了获得纯感性或纯容性电抗,我们必须沿着 $r = 0$ 的圆工作。起始点是右手位置($\Gamma_0 = 1$)向振荡器即顺时针方向旋转。

容性电抗 $-jX_c$ 通过下面的条件得到:

$$\frac{1}{j\omega C Z_0} \equiv z_{in} = -j\cot(\beta d_1) \quad (3.15)$$

直接与(2.76)式比较看出,线长 d_1 为:

$$d_1 = \frac{1}{\beta} \left[\cot^{-1} \left(\frac{1}{\omega C Z_0} \right) + n\pi \right] \quad (3.16)$$

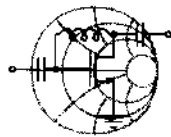
其中 $n\pi$ ($n = 1, 2, \dots$) 是余切函数的周期性要求的。或者说,感性电抗 jX_L 可通过下面的条件实现:

$$j\omega L \frac{1}{Z_0} \equiv z_{in} = -j\cot(\beta d_2) \quad (3.17)$$

现在线长 d_2 为:

$$d_2 = \frac{1}{\beta} \left[\pi - \operatorname{arccot} \left(\frac{\omega L}{Z_0} \right) + n\pi \right] \quad (3.18)$$

两种条件的图解法如图 3.7 所示。在下面的例题中我们将讨论为了建立容性或感性电抗如何选择特定的开路线长度。



例题 3.5 用传输线段表示无源电路元件

—工作在 3 GHz 终端开路的 50Ω 传输线,相速度为光速的 77%,求出形成 2 pF 电容器和 5.3 nH 电感器的线的长度。用(3.16)和(3.18)式及 Smith 圆图两种方法进行计算。

解:根据给出的相速度得出传输常数是:

$$\beta = 2\pi f / v_p = 2\pi f / (0.77c) = 81.6 \text{ m}^{-1}$$

将该值代入到(3.16)和(3.18)式,我们断定实现 2 pF 电容器需要一个线长 $d_1 = 13.27 + n38.5 \text{ mm}$ 的终端开路线或者短截线。而实现 5.3 nH 的电感器,则需要 $d_2 = 32.81 + n38.5 \text{ mm}$ 的短截线。

另一种方法是用 Smith 圆图(见图 3.7)计算所需短截线的长度。在 3 GHz 时,

RF & MW

2 pF 电容器的电抗 $X_C = 1/(\omega C) = 26.5 \Omega$, 在这种情况下相对应的归一化阻抗 $z_C = -jX_C = -j0.53$ 。从 Smith 圆图我们能推断出所需的传输线长度近似为 0.172。我们注意到对于给定的相速度, 波长 $\lambda = v_p/f = 77 \text{ mm}$, 得出线长 $d_1 = 13.24 \text{ mm}$, 它很接近于前面的计算值 13.27 mm。同样, 对于电感, 我们得到 $z_L = j2$, 线长是 0.426, 等于 32.8 mm。

电路经常用集总元件设计, 然后再把它们变换为传输线段, 类似于本例题的描述过程。

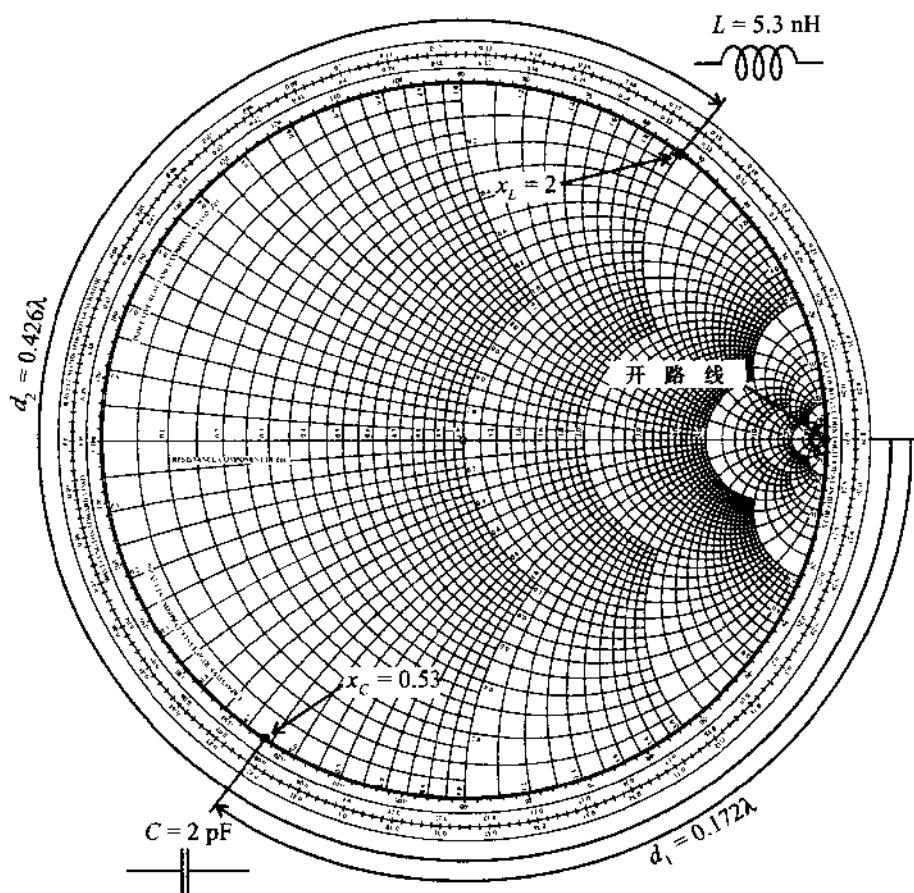


图 3.7 通过开路传输线制造容性和感性电抗

短路线的变换

此时,除了起始点现在是在实数轴上 $\Gamma_0 = -1$ 点以外,变换规律与前面概述的相似,正如图 3.8 所示。

容性电抗 $-jX_C$ 从下面条件得到:

$$\frac{1}{j\omega C} \frac{1}{Z_0} = z_{in} = j\tan(\beta d_1) \quad (3.19)$$

该式是用(2.75)式得到的。由(3.19)式可求得线长 d_1 ：

$$d_1 = \frac{1}{\beta} \left[\pi - \arctan\left(\frac{1}{\omega C Z_0}\right) + n\pi \right] \quad (3.20)$$

另一方面,感性电抗 jX_L 实现的条件是:

$$j\omega L \frac{1}{Z_0} \equiv z_{in} = j\tan(\beta d_2) \quad (3.21)$$

现在求出的线长 d_2 是:

$$d_2 = \frac{1}{\beta} \left[\arctan\left(\frac{\omega L}{Z_0}\right) + n\pi \right] \quad (3.22)$$

在高频时,因为开路线周围的温度、湿度和介质的其他参量的改变,保持理想的开路条件是困难的。由于这个原因,在实际应用中短路条件是更可取的。然而,在很高频率或者当用通孔连接在印刷电路板上时,即使是短路线终端也会因为它们引发的附加寄生电感而出问题。此外,假如电路布线区域减至最小,设计工程师则别无选择,只能选择最短的线段。例如实现一个电容器通常用开路线可给出最短的长度。

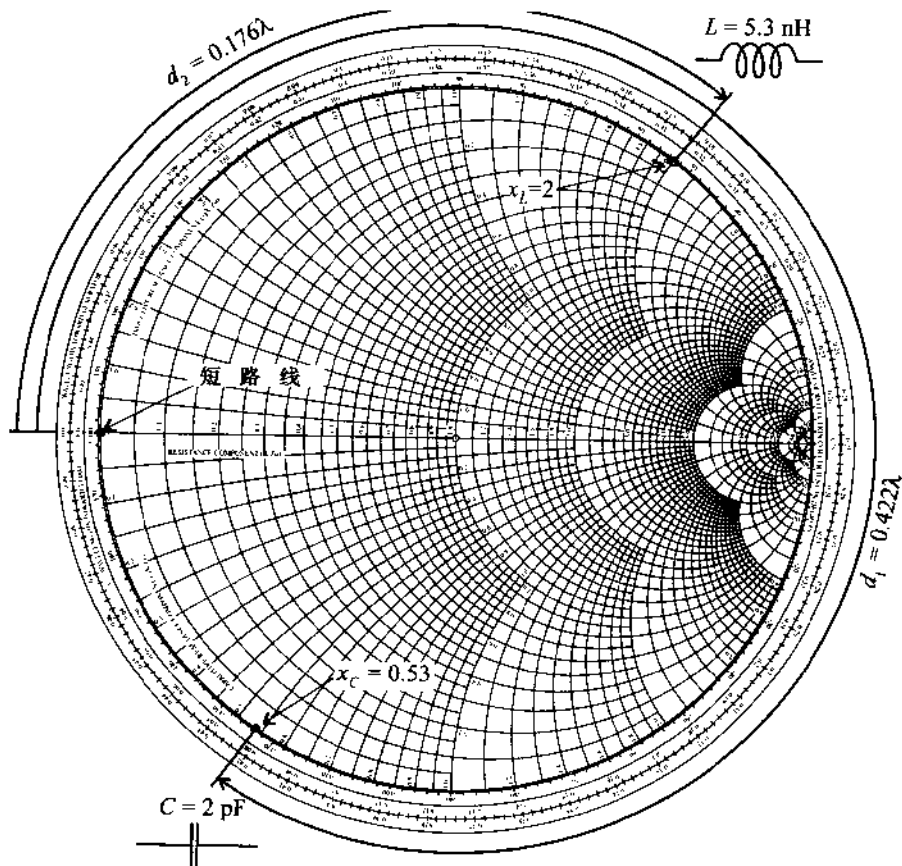


图 3.8 通过短路传输线实现容性和感性电抗

3.2.4 计算机模拟

为使 RF/MW 电路设计和模拟过程方便有效,有许多计算机辅助设计(CAD)程序可利用。这些程序能完成多项任务,从简单的阻抗计算到复杂的电路最优化和电路板布线。贯穿本教科书使用的是一个称为单片和微波集成电路分析和设计(MMICAD)(Optotek Ltd., Kanata, Ontario, Canada)的商品化软件包,它是带有最优化工具的线性模拟程序。另一个众所周知的具有先进功能的程序是 EESof's Libra 程序包(Hewlett-Packard Corporation, Westlake Village, CA, USA),它能进行线性以及非线性分析和最优化。

本书的目的不是评述和讨论目前在工业界和高等院校用的各种 CAD 程序,而是转载其模拟结果。附录 I 简短地介绍了 MATLAB 的基本性能,我们是将其作为一种工具,实现本书中的多数模拟。

用 MATLAB 的主要原因是其作为数学上的空白表格软件已广泛推广使用,它容易编程和直接图形显示,省去了必须依靠只有少数读者能接受的复杂的和花钱多的程序。当 Smith 圆图计算必须在一个工作频带或线长范围内重复进行时, MATLAB 程序的优点将能马上看出来,下面着重对其加以说明。

在这节我们再回到例题 3.2,该例题是计算一般的与负载相连接的传输线输入反射系数和输入阻抗。我们现在扩展这个例子,不限单一的使用频率和固定的线长度。我们的目的是验证扫频范围从 0.1 GHz 到 3 GHz 和线长从 0.1 cm 变到 3 cm 时的影响。作为利用 MATLAB 程序的例子,我们对传输线长度从 0.1 cm 变到 3 cm 在固定工作频率 2 GHz 时的计算程序分析如下:

```
smith_chart;           % plot smith chart
set_z0(50);           % set characteristic impedance to 50 Ohm
s_Load(30 + j*60);     % set load impedance to 30 + j60 Ohm
vp = 0.5 * 3e8;        % compute phase velocity
f = 2e9;               % set frequency to 2 GHz
d = 0.0:0.001:0.03;    % set the line length to a range from 0 to
                        % 3 cm in 1 mm increments
betta = 2 * pi * f/vp;  % compute propagation constant
Gamma = (ZL - Z0)/(ZL + Z0); % compute load reflection coefficient
rd = abs(Gamma);        % magnitude of the reflection coefficient
alpha = angle(Gamma) - 2 * betta * d; % phase of the reflection
                                % coefficient
plot(rd * cos(alpha), rd * sin(alpha)); % plot the graph
```

第一行是 MATLAB 代码(见随书附带的 CD-ROM 中文件 fig3_9.m),生成必须的电抗和电阻的 Smith 圆图。下几行定义线的特性阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$, 负载阻抗 $Z_L = (30 + j60) \Omega$, 工作频率 $f = 2 \times 10^9$ Hz 和相速度 $v_p = 0.5 \times 3 \times 10^8$ m/s。命令行 $d = 0.0:0.001:0.03$ 建立一个矩阵 d 代表传输线长度,它是从 0 mm 变到 3 cm,增量为 1 mm。在全部参量被识别以后,计算输入反射系数的幅度与相位。这是用确定传播常数 $\beta = 2\pi f / v_p$, 负载反射系数 $\Gamma_0 = (Z_L - Z_0) / (Z_L + Z_0)$ 和它们的幅度 $|\Gamma_0|$ 及总的旋转角 $\alpha = \angle(\Gamma_0) - 2\beta d$ 来完成的。最后,通过画图命令

将阻抗显示在 Smith 圆图上。用相量的幅度和相位可得出所需要的实部和虚部 $|\Gamma_0| \cos(\alpha)$ 和 $|\Gamma_0| \sin(\alpha)$ 。最终的结果如图 3.9 所示。

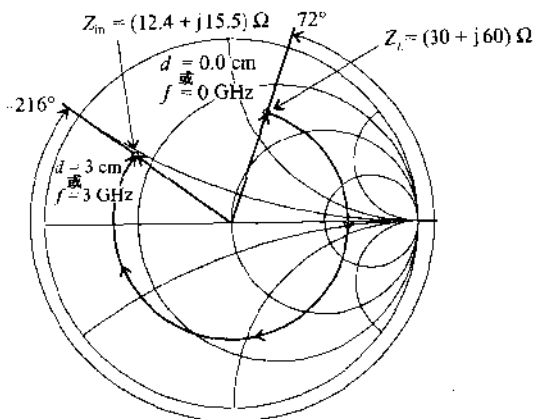


图 3.9 2 cm 长的有载线的输入阻抗,工作频率从 0.0 扫到 3 GHz。假如工作频率固定在 2GHz 且线长度从 0.0 变到 3 cm,也可获得同样的阻抗曲线

对于线长固定在 2 cm,扫频范围从 0.0 到 3 GHz 的情况,只需对上面的输入文件作修改,设 $d = 0.02$,随后设定频率范围用 100 MHz 的增量(即 $f = 0.0:1e7:3e9$)。我们应该注意到:两种情况下线的电长度(βd)都是从 0° 变到 144° ,所以,这两种情况产生的阻抗图是相同的。

在旋转的末端,无论是固定频率而改变长度或者相反,输入阻抗都是 $Z_{in} = (12.4 + j15.5) \Omega$ 。为了验证所用程序的正确性,我们对固定频率 $f = 2$ GHz 和线长范围 $d = 0 \cdots 2$ cm 进行了计算,最终得到与例题 3.2 相同的输入阻抗 $Z_{in} = (14.7 - j26.7) \Omega$ 。

3.3 导纳变换

3.3.1 参数导纳方程

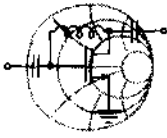
从归一化输入阻抗表示式(3.4)通过简单的倒置,可获得归一化导纳公式:

$$y_{in} = \frac{Y_{in}}{Y_0} = \frac{1}{z_{in}} = \frac{1 - \Gamma(d)}{1 + \Gamma(d)} \quad (3.23)$$

其中 $Y_0 = 1/Z_0$ 。用图解法在 Smith 圆图上表示(3.23)式,我们有几种选择。最直觉地显示导纳的方法是在普通的 Smith 圆图或 Z-Smith 圆图上辨认(3.23)式,该式是从标准表示式(3.4)并通过:

$$\frac{1 - \Gamma(d)}{1 + \Gamma(d)} = \frac{1 + e^{-j\beta d} \Gamma(d)}{1 - e^{-j\beta d} \Gamma(d)} \quad (3.24)$$

求出的。换句话说,我们能在归一化输入阻抗表示式中用 $-1 = e^{-j\pi}$, 乘反射系数,其等效于在复 Γ 平面上旋转 180° 。



RF&MW→

例题 3.6 用 Smith 圆图将阻抗转换为导纳

转换归一化输入阻抗 $z_{in} = 1 + j1 = \sqrt{2}e^{j(\pi/4)}$ 为归一化导纳,并在 Smith 圆图上显示它。

解:导纳能用阻抗直接倒置求出,即:

$$y_{in} = \frac{1}{z_{in}} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j(\pi/4)} = \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}$$

在 Smith 圆图上我们简单地将对应 z_{in} 的反射系数旋转 180° ,由此点得到的阻抗值就等于 y_{in} ,如图 3.10 所示。为了去归一化 y_{in} 我们再乘阻抗的归一化系数的倒数,所以:

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_0} y_{in} = Y_0 y_{in}$$

为了从阻抗转换到导纳表示式,只需在 Z 平面上旋转 180° ,该点即为原点的映像点。

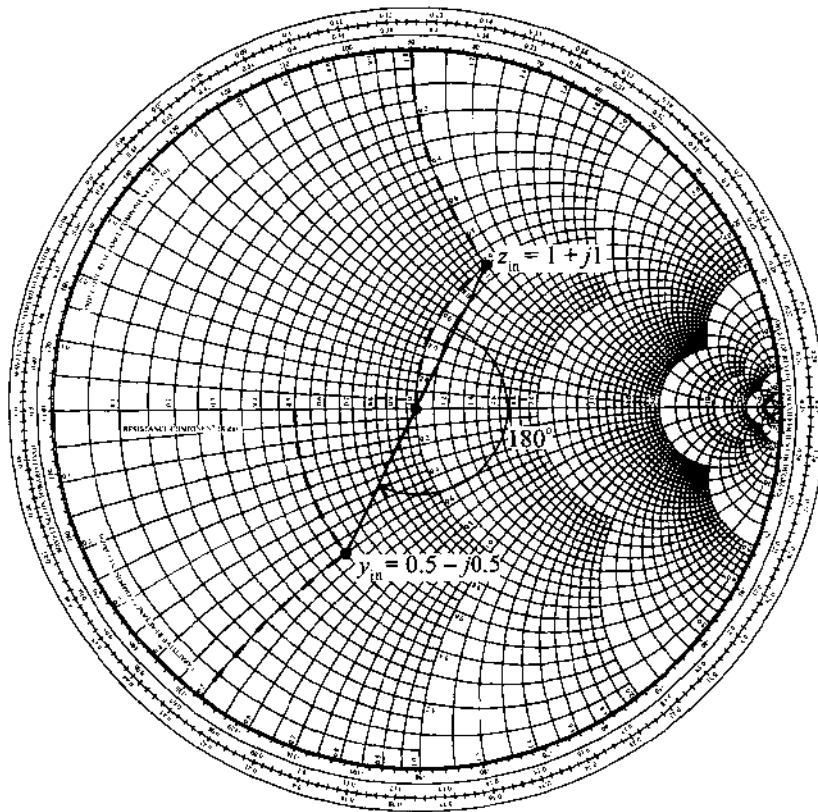


图 3.10 旋转 180° 将阻抗转换成导纳

除了前面的方法外,还有一个广泛采用的辅助办法。我们能利用旋转 Smith 圆图自身来代替在 Z-Smith 圆图上将反射系数旋转 180° 。用这种办法得到的圆图称为导纳 Smith 圆图(Admittance

Smith Chart)或称 Y-Smith 圆图,对应的关系是归一化电阻变为归一化电导,而归一化电抗则变为归一化电纳。即是:

$$r = \frac{R}{Z_0} \Rightarrow g = \frac{G}{Y_0} = Z_0 G$$

和

$$x = \frac{X}{Z_0} \Rightarrow b = \frac{B}{Y_0} = Z_0 B$$

对于特定的归一化阻抗点 $z = 0.6 + j1.2$ 转换为导纳的重新解释描绘在图 3.11 中。

正如图 3.11 中所见,转换保持(a)方向不变,该方向反射系数的角度是测量得到的,(b)旋转方向不变(远离或向着振荡器)。注意末端点已给予了恰当的标志;短路线条件在 Z-Smith 圆图中 $z_L = 0$,在 Y-Smith 圆图中是 $y_L = 0$;相反,开路线在 Z-Smith 圆图中, $z_L = \infty$,在 Y-Smith 圆图中是 $y_L = 0$ 。此外,负电纳现在是在圆图的上半平面,对应电感性;而正电纳在下半平面,对应电容性。导纳的实部从右向左增加。

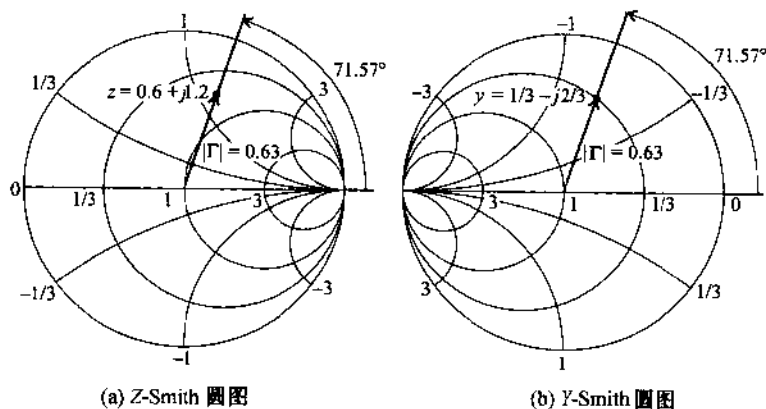


图 3.11 Z-Smith 圆图当作 Y-Smith 圆图的重新解释

在结束对 Y-Smith 圆图的讨论之前,我们再做一点补充。实际上,经常应用的导纳圆图和未经 180° 旋转的阻抗圆图具有相同的形式,在这种情况下,反射系数的相角是从圆图的反端点量度的(见本章末所列参考书目中 Gonzalez 的书)。

3.3.2 叠加的图形显示

在许多实际设计和应用中,需要频繁地从阻抗表达式转换到导纳表达式,反之亦然。为了应用方便,我们将 Z 和 Y 圆图叠加成一个组合圆图,称其为 ZY-Smith 圆图,如图 3.12 所示。

显示组合的 ZY-Smith 圆图可使阻抗和导纳之间直接转换,换句话说,一个点在组合圆图上的两个解释依选择 Z 圆图还是 Y 圆图显示而定。



例题 3.7 组合的 ZY-Smith 圆图的应用

在组合的 ZY-Smith 圆图中标出(a)归一化阻抗值 $z = 0.5 + j0.5$ 和(b)归一化导纳值 $y = 1 + j2$,并求出对应的归一化导纳和阻抗值。

解:让我们首先考虑归一化阻抗值 $z = 0.5 + j0.5$ 。在组合的 ZY-Smith 圆图

中,我们找出 $r = 0.5$ 的等电阻圆和 $x = 0.5$ 的等电抗圆两圆的交点,该交点就是给定的阻抗值 $z = 0.5 + j0.5$,如图 3.12 所示。为了求出相应的导纳值,我们简单地沿着等电导 g 和等电纳 b 圆移动,其交叉点给出 $g = 1$ 和 $jb = -j1$ [亦即对于例题(a)的导纳 $y = 1 - j1$]。对于归一化导纳 $y = 1 + j2$ 的解可用同样的方法获得,亦见图 3.12 所示。

由于 ZY-Smith 圆图的“热闹的”外观及电感和电容是用正单位还是用负单位与要采用阻抗表达式还是导纳表达式有关,所以只有多用才能熟悉它。

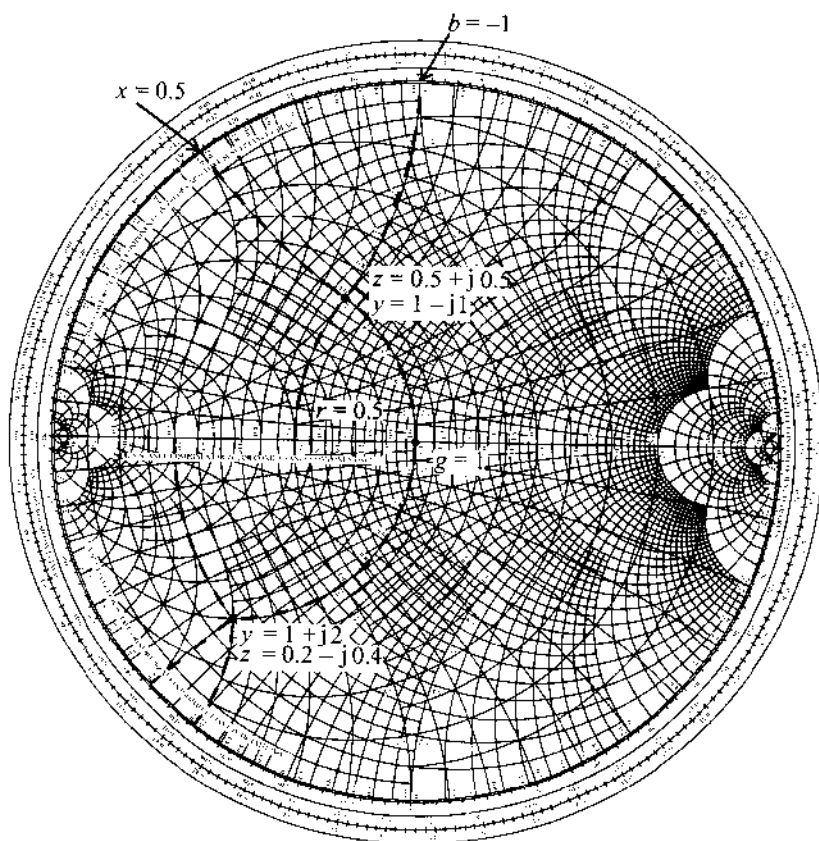


图 3.12 ZY-Smith 圆图,把 Z-Smith 圆图和 Y-Smith 圆图叠合在一个图形上

3.4 元件的并联和串联

在下面这节中,将分析几种基本的电路元件排列和在 Smith 圆图上显示它们作为频率函数的阻抗响应。目的是增进对不同的集总电路参量组合在整个频带范围内的阻抗/导纳特性的了解。实际了解这些电路的响应,对后面匹配网络的设计(见第 8 章)和开发等效电路模型是必须的。

3.4.1 R 和 L 元件的并联

考虑到 $g = Z_0/R$ 和 $b_L = +z_0/(\omega L)$, 我们能把归一化导纳值定位在 Y-Smith 圆图的上半平面, 对于每一个固定的归一化电导 g 在某个角频率 ω_L 时:

$$y_{in}(\omega_L) = g - j \frac{Z_0}{\omega_L L} \quad (3.25)$$

当角频率提高到上限 ω_U 时, 我们描出沿等电导圆 g 的曲线轨迹。图 3.13 可大略地看出对于各种电导值 $g = 0.3, 0.5, 0.7$ 和 1 , 导纳的频率相关性, 频率范围是从 500 MHz 至 4 GHz 。对于一固定的电感值 $L = 10 \text{ nH}$ 和特性线阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$, 电纳总是起始在 -1.59 (500 MHz) 和终止在 -0.20 (4 GHz) 处。

在图 3.13 中和随后的另外 3 种情况, 传输线的特性阻抗都是用集总阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$, 这是可容许的, 因为我们的兴趣集中在不同负载结构的阻抗和导纳性质上。对于这些情况线的特性阻抗只起到归一化系数的作用。

3.4.2 R 和 C 元件的并联

因为电纳 $b_C = Z_0 \omega C$ 保持正值, 所以使用在 Y 圆图的下半平面, 对于每个固定的归一化电导 g 和角频率 ω_L 我们有:

$$y_{in}(\omega_L) = g + j Z_0 \omega_L C \quad (3.26)$$

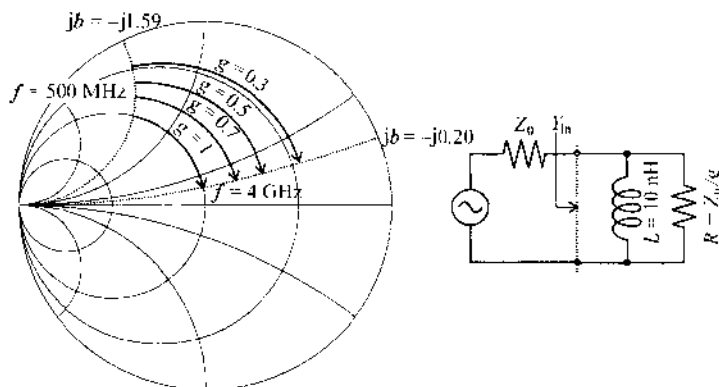


图 3.13 RL 并联电路的导纳响应, $\omega_L \leq \omega \leq \omega_U$, 等电导 $g = 0.3, 0.5, 0.7$ 和 1

图 3.14 描绘了作为各种等电导值 $g = 0.3, 0.5, 0.7$ 和 1 函数的导纳的频率相关性。对于 $C = 1 \text{ pF}$ 和特性线阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$ 的归一化电纳总是起始在 0.16 (500 MHz) 和终止在 1.26 (4 GHz) 处。

3.4.3 R 和 L 元件的串联

当采用串联时, 我们能够方便地选择 Z-Smith 圆图显示阻抗。归一化电抗分量表示为 $x_L = \omega L/Z_0$, 对于给定频率 ω_L 的每个固定的归一化电阻 r , 可以直接找出它的阻抗值:

$$z_{in}(\omega_L) = r + j \omega_L L / Z_0 \quad (3.27)$$

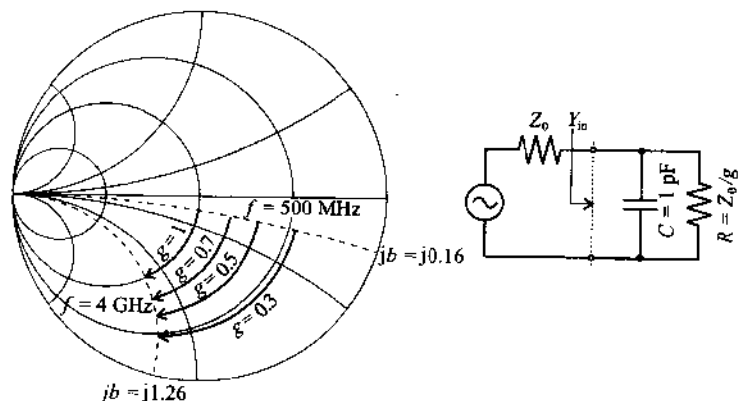


图 3.14 RC 并联电路的导纳响应, $\omega_L \leq \omega \leq \omega_U$, 等电导 $g = 0.3, 0.5, 0.7$ 和 1

图 3.15 显示的是作为各个等电阻值 $r = 0.3, 0.5, 0.7$ 和 1 函数的阻抗的频率相关性。对于如同在图 3.13 中用过的同样的 10 nH 电感和 50Ω 的特性线阻抗, 我们现在选择与 0.63 (500 MHz) 和 5.03 (4 GHz) 相关的电抗圆, 由于电抗是正的且因为我们用的是 Z -Smith 圆图, 所有阻抗必定都在上半平面。

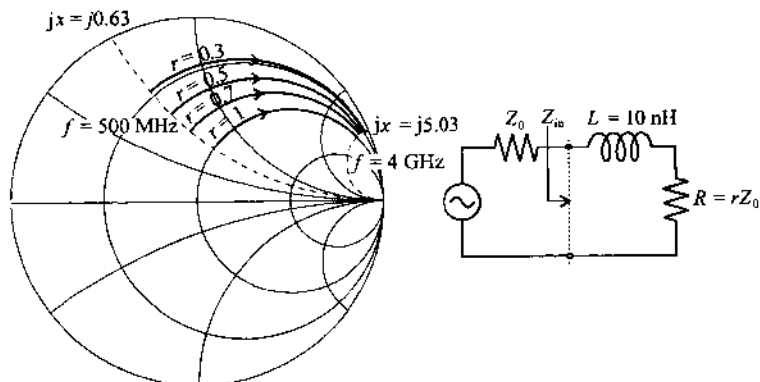


图 3.15 RL 串联电路的阻抗响应, $\omega_L \leq \omega \leq \omega_U$, 等电阻 $r = 0.3, 0.5, 0.7$ 和 1

3.4.4 R 和 C 元件的串联

为了显示阻抗我们再选择 Z -Smith 圆图, 归一化电抗的分量 $x_c = \mp 1/(\omega CZ_0)$ 表明所有曲线都在 Smith 圆图的下半平面, 在角频率 ω_L 时, 对于每个固定的归一化电阻 r 可表示为:

$$z_{in}(\omega_L) = r - j \frac{1}{\omega_L CZ_0} \quad (3.28)$$

图 3.16 显示的是作为各个等电阻值 $r = 0.3, 0.5, 0.7$ 和 1 函数的阻抗的频率相关性。 1 pF 的电容与连接 50Ω 特性线阻抗的可变电阻串联, 现在可给出与 -6.03 (500 MHz) 和 -0.8 (4 GHz) 相关联的电抗圆, 它和 4 个电阻圆的交点, 单值地确定较高和较低阻抗值。

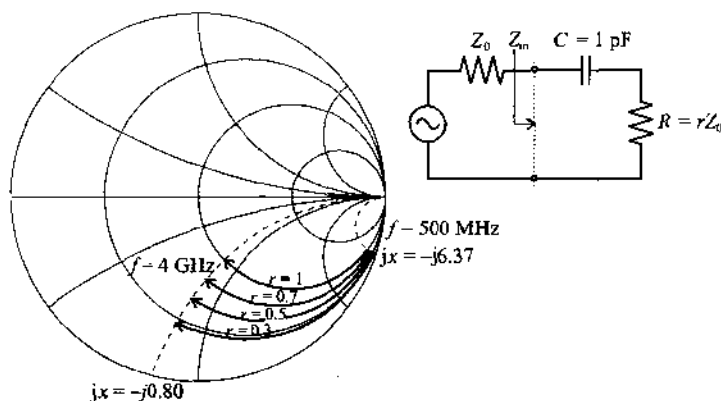


图 3.16 RC 串联电路的阻抗响应, $\omega_L \leq \omega \leq \omega_U$, 等电阻 $r = 0.3, 0.5, 0.7$ 和 1

3.4.5 T 形网络的例子

在上面已经分析的这些例子中,只是纯串联或者纯并联结构。然而,事实上经常要考虑这两种的结合,为了表明 ZY 圆图如何容易地在串联和并联之间进行变换,我们以连接到双极型晶体管输入端的 T 形网络的性能为例加以说明。晶体管的输入端用 RC 并联网络模拟,如图 3.17 所绘。正像我们将在第 6 章看到的 RL 近似是基极-发射极的电阻,而 CL 是基极-发射极的结电容,这些参量的值标在图 3.17 中。

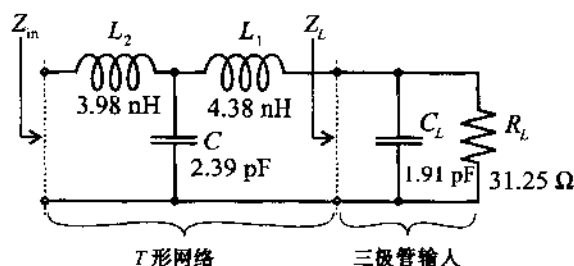


图 3.17 连接到双极晶体管的基极-发射极输入阻抗的 T 形网络

为了用 Smith 圆图计算这种较复杂的网络,我们首先在 2 GHz 时分析该电路,然后对频率范围从 500 MHz 至 4 GHz 用商品化的 MMICAD 软件模拟程序包计算该电路的输入响应。

为了获得负载阻抗,或者是晶体管的输入阻抗,我们首先用 Y -Smith 圆图标明负载电阻 $R_L = 31.25 \Omega$ 对应的电导点。假定线的特性阻抗为 50Ω ,我们确定在这种情况下 $g_A = 1.6$,对应图 3.18 中的点 A。

下一步是将电容 $C_L = 1.91 \text{ pF}$ 与电阻 R_L 并联,在角频率 $\omega_L = 2\pi \times 10^9$ 时,该电容的电纳 $B_{C_L} = \omega_L C_L = 24 \text{ mS}$,它对应于在 Y -Smith 圆图上从原始点 A 沿着等电导圆旋转达到新的位置 B,旋转量由电容的归一化电纳 $b_{C_L} = B_{C_L} Z_0 = 1.2$ 决定(见图 3.18)。

然后,在 Z -Smith 圆图中再计算点 B,我们得到电阻 R_L 和电容 C_L 并联组合的归一化阻抗 $z_B = 0.4 - j0.3$ 。与电感 L_1 串行连接的结果在新的位置 C,该点是在 Z -Smith 圆图中从

$x_B = -0.3$ 沿着等电阻圆 $r = 0.4$ 旋转得到的, 旋转量为 $x_{L_1} = \omega_L L_1 / Z_0 = 1.1$ 到 $x_C = 0.8$ 。正像在 3.4.3 节中讨论过的。

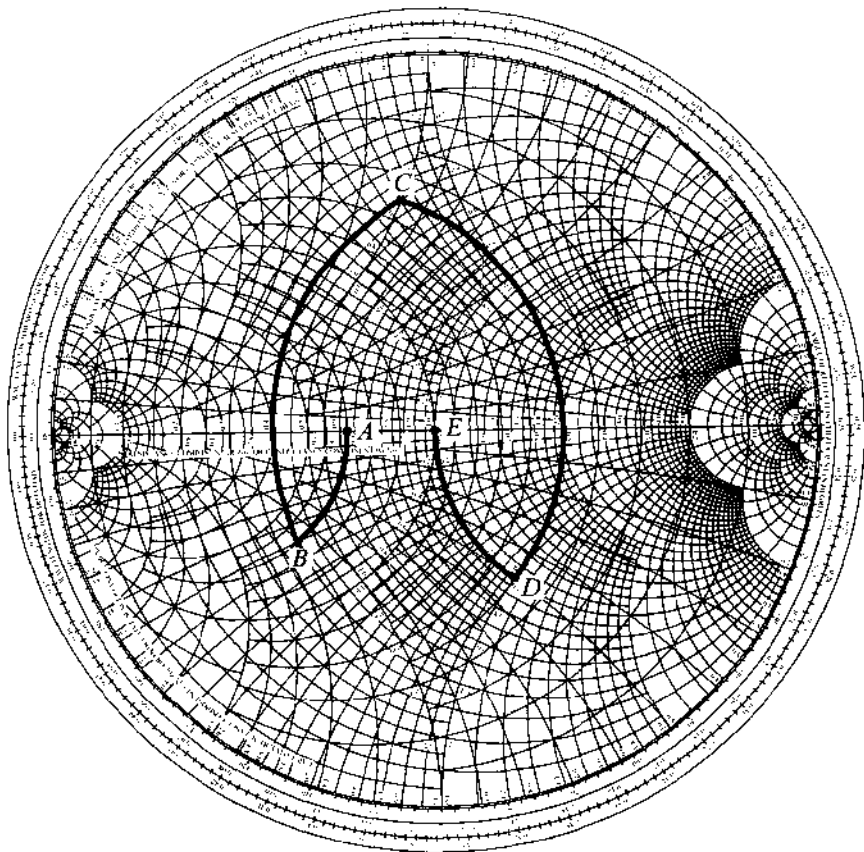


图 3.18 图 3.17 中所示的 T 形网络的归一化输入阻抗的计算, 中心频率 $f = 2 \text{ GHz}$

把点 C 转到 Y-Smith 圆图, 得出 $y_C = 0.5 - j1.0$, 该并联电容需要加上一归一化电纳 $b_C = \omega C Z_0 = 1.5$, 结果导纳值 $y_D = 0.5 + j0.5$, 或者是在 Y-Smith 圆图中的点 D。最后, 在 Z-Smith 圆图上, 转换 D 点为阻抗值 $z_D = 1 - j1$, 我们可以沿着等 $r = 1$ 圆, 再加上归一化电抗 $x_{L_2} = \omega_L L_2 / Z_0 = 1$ 。所以, 我们达到 $z_{in} = 1$ 或者在图 3.18 中的点 E。该值正巧表明在给定的频率 2 GHz 时与 50Ω 特性线阻抗匹配, 换句话说, $Z_{in} = Z_0 = 50 \Omega$ 。

当频率改变时, 我们需要通过同样的步骤, 但是将得到不同的输入阻抗点 z_{in} 。对一个频率范围进行计算那将是很慢的, 最有效的做法是用计算机。

依靠前面提到的 CAD 程序 MMICAD 我们可以得到一个在 Z-Smith 圆图中的输入阻抗的变化曲线, 该曲线在整个频率范围内预设增量为 10 MHz, 如图 3.19 所示。这个图形也能由 MATLAB 软件产生 (见随书附带的 CD-ROM 中的文件 fig3_18.m)。

我们注意到阻抗跟踪范围从 0.5 GHz 到 4 GHz, 在 2 GHz 时是和我们以前的计算相一致的。还有, 当频率快到 4 GHz 时, 电容 $C = 2.39 \text{ pF}$, 其性质明显地像一个短路线与一个电感 L_2 串联。由于这个原因, 归一化阻抗 r 接近于零, 并且电抗上升为一个大正值。

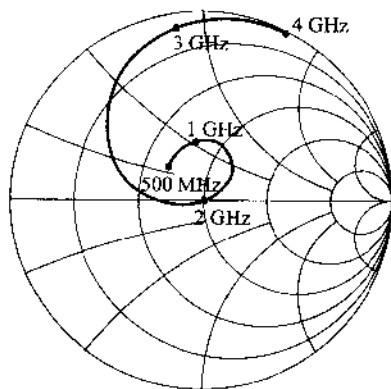


图 3.19 对于图 3.17 所绘网络的归一化输入阻抗的 CAD 模拟, 整个频率范围是 $500 \text{ MHz} \leq f \leq 4 \text{ GHz}$

3.5 小结

本章推导了广泛使用的射频图解法工具 Smith 圆图, 以得到作为线长或频率函数的传输线的阻抗特性。我们从下面形式的终端有载传输线的归一化输入阻抗表示式开始叙述:

$$z_{in} = r + jx = \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)} = \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i}$$

该式能转化为两个圆的方程(3.10)和(3.11), 对于归一化电阻 r :

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{r+1}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2$$

而对于归一化电抗 x :

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

将这两个公式所描述的圆在整个归一化阻抗复数极坐标 z 平面上重叠, 在单位圆内可得 Smith 圆图。记住关键的性质是旋转一整周等于半波长, 因为在反射系数表达式(3.2)中指数幂是 $2\beta d$ 。另外, 为了说明阻抗性质, 在 Smith 圆图中, 我们也能用驻波比(SWR)公式(3.12)或

$$\text{SWR}(d) = \frac{1 + |\Gamma(d)|}{1 - |\Gamma(d)|}$$

表示失配度, 驻波比能从圆图中直接得到。

为了方便, 以计算机为基础的 Smith 圆图计算的多种商品化程序已被采用, 由于它们在 PC 机上容易使用以及用户界面友好, 我们贯穿本书使用了由 Optotek 开发的程序包 MMICAD。然而, 对于相对简单的电路分析, 在本章中, 我们也能建立一个特制的 Smith 圆图和依靠数学上的空白表格软件, 诸如 Mathematica, MATLAB 或 MathCad 进行简单的计算。目前已经开发了许多 MATLAB 程序段用以演示这些计算过程。在 3.2.4 节演示了名为 m.files 的基本 Smith 圆图计算的部分应用程序。

变换到导纳或者 Y-Smith 圆图能通过(3.23)式进行:

$$y_{in} = \frac{Y_{in}}{Y_0} = \frac{1}{z_{in}} = \frac{1 - \Gamma(d)}{1 + \Gamma(d)}$$

该式与(3.4)式的差别只是反射系数前面的符号相反。因此,在 Z-Smith 圆图上的反射系数旋转 180° (就得到在 Y-Smith 圆图上的结果。实际上这种旋转能避免转动圆图本身。在原来的 Z-Smith 圆图上叠加上其旋转后的圆图得到一组合的 ZY-Smith 圆图显示。此种显示的好处是在电路设计中便于从并联向串联转换,这已由 T 形网络结构与双极型晶体管的 RC 并联网络输入端相连的电路得到证明。然而,为了研究作为频率函数的阻抗特性,用 CAD 程序是最容易完成的。

参考文献

- G. Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers: Analysis and Design*, 2nd ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1997.
- K. C. Gupta, R. Garg, and I. J. Bohl, *Microstrip Lines and Slotlines*, Artech House, Dedham, MA, 1979.
- J. Helszajn, *Passive and Active Microwave Circuits*, John Wiley, New York, 1978.
- Hewlett-Packard Application Note 154, "S-Parameter Design", 1972.
- H. Howse, *Stripline Circuit Design*, Artech House, Dedham, MA, 1974.
- S. Y. Liao, *Microwave Devices and Circuits*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1980.
- MMICAD for Windows, Reference Manual, Optotek, Ltd., 1997.
- D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 2nd edition, John Wiley, New York, 1998.
- P. A. Rizzi, *Microwave Engineering, Passive Circuits*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.
- P. H. Smith, "Transmission-Line Calculator," *Electronics*, Vol. 12, pp. 29 - 31, 1939.
- P. H. Smith, "An Improved Transmission-Line Calculator", *Electronics*, Vol. 17, p. 130, 1994.

习题

3.1 考虑一负载 $Z_L = (80 + j40) \Omega$ 与一特性阻抗为:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{0.1 + j200}{0.05 - j0.003}}$$

的有耗传输线相连,求出在负载处的反射系数和驻波比(SWR)。

3.2 一特性阻抗 $Z_0 = 75 \Omega$ 的同轴电缆,端接负载阻抗 $Z_L = (40 + j35) \Omega$ 。求出对应下面每一对频率 f 和电缆长度 d 的线的输入阻抗,假定传输速度为光速的 77%:

- (a) $f = 1 \text{ GHz}$ 和 $d = 50 \text{ cm}$
- (b) $f = 5 \text{ GHz}$ 和 $d = 25 \text{ cm}$
- (c) $f = 9 \text{ GHz}$ 和 $d = 5 \text{ cm}$

- 3.3 传输线的衰减系数能通过将负载端短路,并记录下线的起始端的 VSWR 而求得。我们回顾一下有耗线的反射系数表示式 $\Gamma(d) = \Gamma_0 \exp(-kl) = \Gamma_0 \exp(-\alpha l) \exp(-j\beta l)$ 。假如线长 100 m, VSWR 是 3, 求出用 Np/m 和 dB/m 为单位的衰减系数 α 。
- 3.4 一负载 $Z_L = (150 - j50) \Omega$ 与特性阻抗 $Z_0 = 75 \Omega$, 长度为 5 cm 的传输线相连, 波长为 6 cm, 计算:
- 输入阻抗
 - 工作频率, 假定相速是光速的 77%
 - SWR
- 3.5 在 Smith 圆图上, 标出下列归一化阻抗和导纳:
- $z = 0.1 + j0.7$
 - $y = 0.3 + j0.5$
 - $z = 0.2 + j0.1$
 - $y = 0.1 + j0.2$
- 而且还要求出对应的反射系数和 SWR。
- 3.6 一未知的负载阻抗和一 0.3λ 长, 50Ω 无耗传输线相连, 在线的输入端测得 SWR 和反射系数的相位分别是 2.0 和 -20° , 用 Smith 圆图求出输入和负载阻抗。
- 3.7 在 3.1.3 节中, 归一化电阻 r 的圆方程(3.10)是从(3.6)式推出的。请从(3.7)式, 即

$$x = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2}$$

出发, 推出归一化电抗 x 的圆方程:

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

- 3.8 从归一化导纳方程

$$y = g + jb = \frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma}$$

出发, 证明对于 Y-Smith 圆图, 圆的方程有下面两种形式:

- (a) 对于等电导圆是

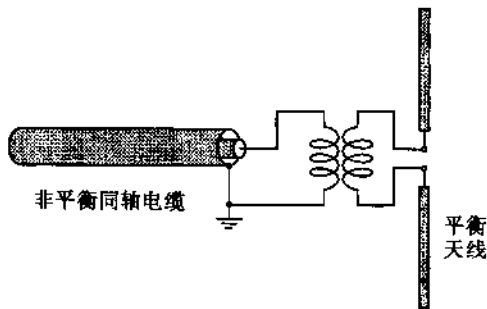
$$\left(\Gamma_r + \frac{g}{1+g}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+g}\right)^2$$

- (b) 对于等电纳圆是

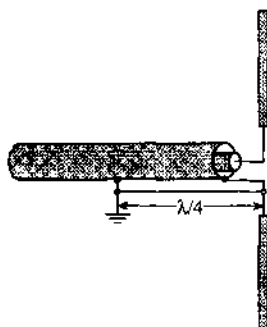
$$(\Gamma_r + 1)^2 + (\Gamma_i + 1/b)^2 = (1/b)^2$$

- 3.9 一无耗传输线($Z_0 = 50 \Omega$)其长度是 10 cm($f = 800 \text{ MHz}$, $v_p = 0.77 c$), 假如输入阻抗 $Z_{in} = j60 \Omega$
- 求出 Z_L (用 Smith 圆图)
 - 为了替代 Z_L 需用多长的终端短路传输线?
- 3.10 一特性线阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$ 的传输线, 长度为 $d = 0.15\lambda$, 终端接一负载阻抗 $Z_L =$

- $(25 - j30) \Omega$ 。用 Z-Smith 圆图求出 Γ_0 , $Z_{in}(d)$ 和 SWR。
- 3.11 一终端短路 50Ω 传输线段, 工作在 1 GHz , 相速度是光速的 75% 。用分析和 Smith 圆图两种方法确定为获得 (a) 5.6 pF 电容和 (b) 4.7 nH 电感所需的最短线长。
- 3.12 确定等效于 4.7 pF 电容器的 75Ω 终端开路传输线的最短长度, 假定工作频率为 3 GHz , 相速度是光速的 66% 。
- 3.13 一电路工作在 1.9 GHz , 一 50Ω 终端短路无损传输线, 为了构造一个 25Ω 的电抗, (a) 假如相速度是光速的 $3/4$, 为实现该阻抗, 线的最短的可能长度是多少? (b) 假如希望有一个 25Ω 的等效电容性负载, 在同样相速度条件下, 求出线的最短可能长度。
- 3.14 有一特性线阻抗为 50Ω 的微带线, 终端接一个由 200Ω 电阻与 5 pF 电容并联的负载阻抗, 微带线长为 10 cm , 相速度为光速的 50% , (a) 在 Smith 圆图上, 求出在 500 MHz , 1 GHz 和 2 GHz 时的输入阻抗, (b) 用 MATLAB 例行程序 (见 3.2.4 节) 并在 Smith 圆图上画出从 100 MHz 到 3 GHz 的频率响应曲线。
- 3.15 对于一个工作在 100 MHz 的 FM 广播站, 放大器的输出阻抗是 250Ω , 要求与 75Ω 偶极天线匹配:
- (a) 求出 $\lambda/4$ 阻抗变换器的长度和特性阻抗, 相速度 $v_p = 0.7c$,
- (b) 求出用 AWG26 线尺寸和聚苯乙烯 ($\epsilon_r = 2.55$) 制成的双线无损传输线的间距 D 。
- 3.16 考虑一个 73Ω 负载与一 50Ω 线通过 $\lambda/4$ 变换器相匹配的情况。假定在中心频率 $f_c = 2 \text{ GHz}$ 时达到匹配, 画出频率范围 $1/3 \leq f \leq f_c \leq 3$ 的 SWR。
- 3.17 一特性线阻抗为 75Ω 的传输线, 终端负载由 $R = 30 \Omega$, $L = 10 \text{ nH}$ 和 $C = 2.5 \text{ pF}$ 串联而成, 求出 SWR 和最小线长度, 在该长度时输入阻抗与线的特性阻抗达到匹配。考虑以下频率范围 (a) 100 MHz , (b) 500 MHz 和 (c) 2 GHz 。
- 3.18 一 50Ω 无耗同轴线 ($\epsilon_r = 2.8$) 与 75Ω 天线相连, 工作在 2 GHz , 假如电缆长度是 25 cm , 用分析公式 (2.71) 和 Z-Smith 圆图求出输入阻抗。
- 3.19 一个平衡到非平衡变换器常常必须连接在偶极天线 (平衡) 和同轴电缆 (非平衡) 之间, 下图描绘了这个基本概念:

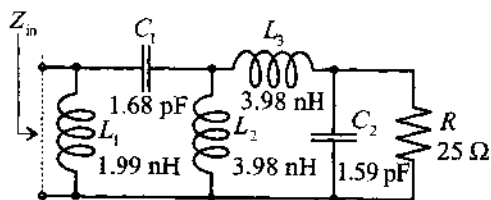


作为一种用变换器的替代方法, 我们经常采用下面这种天线连接:



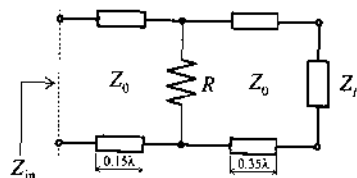
- (a) 解释为什么偶极天线的一个支杆与连接的同轴电缆终端的距离为 $\lambda/4$?
- (b) 对于一个 FM 广播频段的天线, 工作频率范围 88 ~ 108 MHz, 求出所用的此种连接的平均长度。

3.20 用 ZY-Smith, 求出下面网络在 2 GHz 时的输入阻抗:



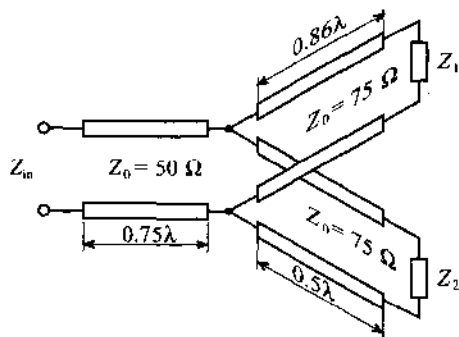
在 1 GHz 时该网络的输入阻抗是多少?

3.21 一 $Z_0 = 50 \Omega$ 传输线长度为 0.5λ , 终端负载阻抗 $Z_L = (50 - j30) \Omega$, 在距负载 0.35λ 处并联一 25Ω 电阻(见下图), 在 ZY-Smith 圆图帮助下, 求出输入阻抗。

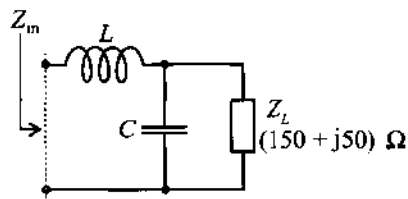


3.22 一个长度为 $3/4$ 的 50Ω 传输线连接两个传输线段, 每个传输线的阻抗都是 75Ω , 线长分别是 0.86 和 0.5 如下图所示:

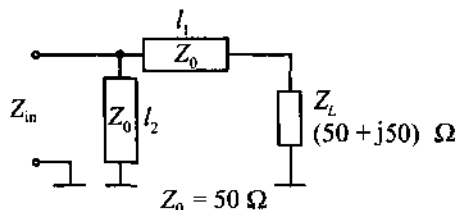
对于线 1 端接负载 $Z_1 = (30 + j40) \Omega$; 对于线 2, 端接负载 $Z_2 = (75 - j80) \Omega$, 应用 Smith 圆图求出输入阻抗。



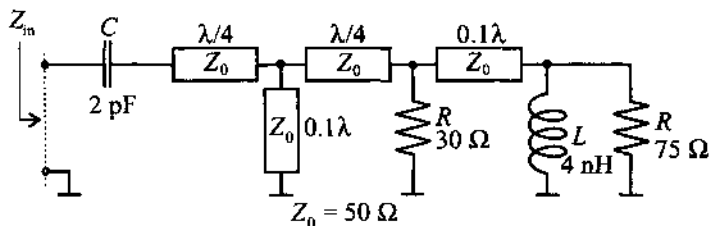
- 3.23 重复前面的习题,假如所有线的特性阻抗都是 $Z_0 = 50 \Omega$,而且所有传输线段的长度都是 $\lambda/4$ 。
- 3.24 一阻抗 $Z_L = (75 + j20) \Omega$ 的偶极天线与长度为 $\lambda/3$, 50Ω 无损传输线相连。电压源 $V_G = 25 \text{ V}$ 通过一未知电阻 R_G 与传输线相连,在负载匹配条件下, ($Z_{L, \text{match}} = 50 \Omega$) 交付给负载的平均功率是 3 W 。求出信号源的电阻 R_G 和确定交付给天线的功率,假如信号源的阻抗通过 $\lambda/4$ 变换器与线匹配。
- 3.25 下面所示的网络工作频率为 3 GHz , 求出电感 L 和电容 C , 在该值得到的输入阻抗为 50Ω 。



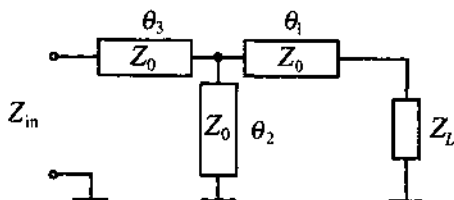
- 3.26 一开路传输线 (50Ω) 工作在 500 MHz ($v_p = 0.7c$), 用 ZY -Smith 圆图求出阻抗 Z_{in} , 假如线长 65 cm ; 求出对电导 $Y_{in} = -j0.05 \text{ S}$ 的最短距离。
- 3.27 下面所示电路, 其输入阻抗等于 50Ω , 求出相对于波长的最小线长 l_1 和最小短路线段长度 l_2 。



- 3.28 求出下面网络的输入阻抗的幅度和相位, 工作频率为 950 MHz 。



- 3.29 将工作频率换成 1.5 GHz , 重复习题 3.28 的计算和求解, 并说明结果有什么不同。
- 3.30 一特定传输线结构如下图所示:



所有三个元件的特性阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$, 负载阻抗 $Z_L = (20 + j40) \Omega$, 对应线段的电长度 $\theta_1 = 164.3^\circ$, $\theta_2 = 57.7^\circ$, $\theta_3 = 25.5^\circ$,

(a) 求出输入阻抗。

(b) 假如线段 θ_2 是开路线, 求出输入阻抗。

(该题和习题 3.27, 在第 8 章中当我们讨论对一个特定的负载阻抗和一个所期望的输入阻抗相匹配问题时是很重要的。)

第4章 单端口网络和多端口网络

自从 Guillemin 和 Feldkellerz 在电子工程专业领域中引入单端口及多端口网络模型以来,在重组和化简复杂电路以及深入研究有源、无源器件的特性方面,这些网络模型已成为不可缺少的工具。不仅如此,网络模型的重要意义已经远远超出了电子工程学科,甚至影响到结构工程、机械工程以及生物医学中的振动分析这些完全不同的领域。例如,三端口网络就非常适合于描述医学压电传感器及其机电转换机制。

网络模型的众多优点包括可以大量减少无源、有源器件数目;避开电路的复杂性和非线性效应;简化网络输入、输出特性的关系;其中最重要的是不必了解系统内部的结构就可以通过实验确定网络输入、输出参数。这种所谓“黑盒子”方法对主要从事电路整体功能研究而不分析电路中单个器件特性的工程师们具有很大的吸引力。“黑盒子”方法对于射频和微波电路是特别重要的,因为在射频和微波电路中,麦克斯韦方程组的完全场解不是极难得到就是结果过于复杂而不便应用,例如在滤波器、谐振器和放大器的实际工程设计中一样。

在下面几节中,我们的目标是建立基本网络的输入、输出参数关系,如阻抗参量、导纳参量、 h 参量以及 $ABCD$ 参量*,然后导出它们之间的换算关系。我们将给出网络连接的规则,即如何用单个网络单元通过串联和并联的级连方式构成较复杂的电路。最后,还要介绍散射参量,它是通过功率波关系分析射频及微波电路与器件的重要实用方法。

4.1 基本定义

在开始进行网络分析之前,我们必须确定一些与电压、电流方向和极性有关的基本规定。为此,我们确定了如图 4.1 所示的基本规定。不管是单端口网络还是 N 端口网络,电流的脚标指明了它将流入的相应网络端口,而电压的脚标指明了测量该电压的相应网络端口。

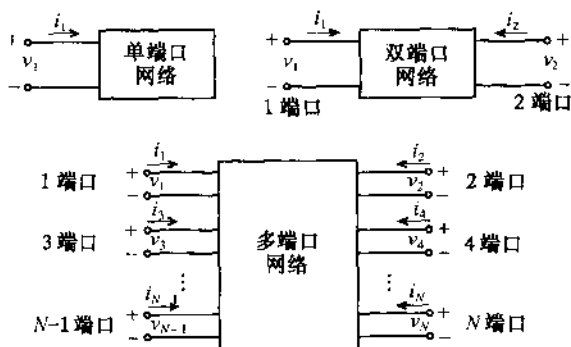


图 4.1 单端口、多端口网络的电压、电流基本定义

*注:国内称为 A 参量——译者注。

在确定各种网络参数的规则时,我们先根据双脚标阻抗参量 Z_{nm} 建立电压 - 电流关系,其中 n 和 m 的取值从 1 到 N 。

各网络端口 ($n = 1 \cdots \cdots N$) 的电压为, 1 端口:

$$v_1 = Z_{11} i_1 + Z_{12} i_2 + \cdots + Z_{1N} i_N \quad (4.1a)$$

2 端口:

$$v_2 = Z_{21} i_1 + Z_{22} i_2 + \cdots + Z_{2N} i_N \quad (4.1b)$$

和 N 端口:

$$v_N = Z_{N1} i_1 + Z_{N2} i_2 + \cdots + Z_{NN} i_N \quad (4.1c)$$

由此可见,每个端口 n 不但受到本端口阻抗 Z_{nn} 的影响而且也受到其他所有端口阻抗线性叠加效果的综合影响。如果采用更简单的符号, (4.1) 式可以变换成阻抗矩阵 (Z 矩阵) 形式:

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

或矩阵符号表达式:

$$\{V\} = [Z] \{I\} \quad (4.3)$$

其中 $\{V\}$ 和 $\{I\}$ 分别是电压矢量 v_1, v_2, \cdots, v_N 和电流矢量 i_1, i_2, \cdots, i_N , $[Z]$ 是阻抗矩阵。

公式 (4.2) 中的每个阻抗元素可以通过以下规则求得:

$$Z_{nm} = \left. \frac{v_n}{i_m} \right|_{i_k = 0 \text{ (for } k \neq m)} \quad (4.4)$$

这表明,当第 m 端口的输入电流为 i_m 而且其他端口均为开路状态 (即 $k \neq m$ 时, $i_k = 0$) 时,第 n 端口测得的电压是 v_n 。

采用电压作为自变量,则电流可以表示为:

$$\begin{Bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

或

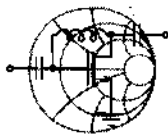
$$\{I\} = [Y] \{V\} \quad (4.6)$$

其中,与公式 (4.4) 类似,我们定义导纳矩阵 (Y 矩阵) 的元素为:

$$Y_{nm} = \left. \frac{i_n}{v_m} \right|_{v_k = 0 \text{ (} k \neq m)} \quad (4.7)$$

对比公式 (4.2) 和公式 (4.5), 显然阻抗矩阵与导纳矩阵互为倒数:

$$[Z] = [Y]^{-1} \quad (4.8)$$



例题 4.1 Π 形网络的矩阵参量

如图 4.2 所示,已知 Π 形网络(由于网络的形状类似于希腊字母 Π 而得名)由阻抗 Z_A , Z_B 以及 Z_C 构成,求解该网络的阻抗矩阵和导纳矩阵。

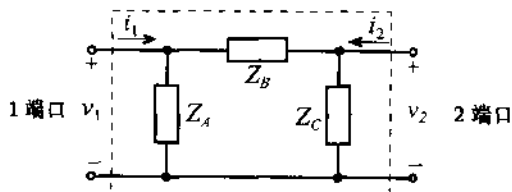


图 4.2 两端口 Π 形网络

解:阻抗矩阵元素可以在适当的开路、短路终端条件下利用(4.4)式求得。

求解 Z_{11} 必须求出在 2 端口电流为零的条件下,1 端口电压降 v_1 与 1 端口电流 i_1 的比值。2 端口电流为零的条件 $i_2 = 0$ 等价于终端开路条件。所以,阻抗 Z_{11} 等于阻抗 Z_A 和 $Z_B + Z_C$ 的并联:

$$Z_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{i_2=0} = Z_A \parallel (Z_B + Z_C) = \frac{Z_A(Z_B + Z_C)}{Z_A + Z_B + Z_C}$$

Z_{12} 的值就是 1 端口的电压降 v_1 与 2 端口电流 i_2 的比值。此时,必须保证 1 端口的电流 i_1 为零(即 1 端口必须开路)。1 端口电压降 v_1 等于阻抗 Z_A 上的电压,可以通过分压定律求得:

$$v_1 = \frac{Z_A}{Z_B + Z_C} v_{AB}$$

其中 v_{AB} 是串联阻抗 Z_A 和 Z_B 上的电压降,其值为 $v_{AB} = i_2 [Z_C \parallel (Z_A + Z_B)]$ 。所以

$$Z_{12} = \left. \frac{v_1}{i_2} \right|_{i_1=0} = \frac{Z_A}{Z_A + Z_B} [Z_C \parallel (Z_A + Z_B)] = \frac{Z_A Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C}$$

同理,我们可以得到其他两个阻抗矩阵元素:

$$Z_{21} = \left. \frac{v_2}{i_1} \right|_{i_2=0} = \frac{Z_C}{Z_B + Z_C} [Z_A \parallel (Z_B + Z_C)] = \frac{Z_A Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C}$$

$$Z_{22} = \left. \frac{v_2}{i_2} \right|_{i_1=0} = Z_C \parallel (Z_A + Z_B) = \frac{Z_C(Z_A + Z_B)}{Z_A + Z_B + Z_C}$$

所以,任意 Π 形网络的阻抗矩阵可以表示为:

$$[Z] = \frac{1}{Z_A + Z_B + Z_C} \begin{bmatrix} Z_A(Z_B + Z_C) & Z_A Z_C \\ Z_A Z_C & Z_C(Z_A + Z_B) \end{bmatrix}$$

导纳矩阵元素可以利用(4.7)式导出。求解 Y_{11} 必须求出在 2 端口短路条件下(即 $v_2 = 0$), 1 端口电流与 1 端口电压的比值。

$$Y_{11} = \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{v_2=0} = \frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B}$$

导纳矩阵元素 Y_{12} 的值为 1 端口电流 i_1 与 2 端口电压 v_2 的比值, 此时要求 1 端口短路(即令 $v_1 = 0$)。必须注意, 当 2 端口的电压为正值时, 1 端口的电流是流出的, 即电流为负值:

$$Y_{12} = \left. \frac{i_1}{v_2} \right|_{v_1=0} = -\frac{1}{Z_B}$$

其他导纳元素可用类似方法求得, 则导纳矩阵的最终形式为:

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} & -\frac{1}{Z_B} \\ -\frac{1}{Z_B} & \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_A + Y_B & -Y_B \\ -Y_B & Y_B + Y_C \end{bmatrix}$$

其中 $Y_A = Z_A^{-1}$, $Y_B = Z_B^{-1}$ 以及 $Y_C = Z_C^{-1}$ 。

直接计算表明, 我们求出的阻抗矩阵和导纳矩阵确实存在互为倒数的关系, 这就证明了(4.8)式的正确性。

通过假设网络端口为开路或短路状态, 可以很容易地测得全部矩阵元素。然而, 随着频率不断升高并达到射频界限, 终端的寄生效应则已不能忽略, 此时必须采用其他测量方法。

例题 4.1 表明, 阻抗矩阵和导纳矩阵都是对称的。一般说来, 线性、无源网络都是如此。无源的意思是指不包含任何电流源或电压源。对称网络的数学表达为:

$$Z_{mn} = Z_{nm} \quad (4.9)$$

根据(4.9)式, 导纳矩阵同样有此关系。事实上, 可以证明任何互易网络(即无源、线性)且无耗的 N 端口网络都是对称的。

除了阻抗和导纳网络参量以外, 根据电压和电流参考方向的不同规定, 还可导出两套更有用的参量。就两端口网络而言, 根据图 4.1, 可以定义 ABCD 参量矩阵(级连矩阵)

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

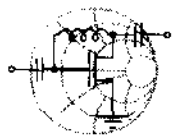
和 h 参量矩阵(混合矩阵)

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

这些矩阵元素的计算方法与前面介绍的阻抗矩阵、导纳矩阵元素的计算方法完全相同。例如, 欲求解(4.11)式中的 h_{12} , 令 i_1 为零并计算 v_1 与 v_2 的比值; 即:

$$h_{12} = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{i_1=0}$$

值得注意的是, h 参量矩阵元素 h_{21} 和 h_{12} 分别定义了正向电流和反向电压增益, 另外两个元素确定了网络的输入阻抗(h_{11})和输出阻抗(h_{22})。正是由于 h 参量的这些特性, 它经常被用于分析低频晶体管模型。下面的例题将介绍如何导出低频双极结晶体管(BJT)的 h 参量矩阵。



例题 4.2 双极结晶体管(BJT)的低频 h 参量

如图 4.3 所示, 采用 h 参量描述共发射极连接的低频、小信号 BJT 模型。

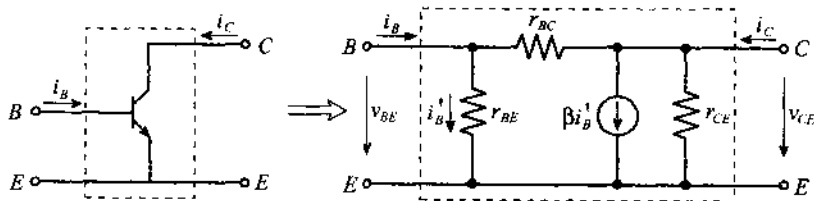


图 4.3 共发射极连接的低频、小信号 BJT 模型

解: 在图 4.3 所示的晶体管模型中, r_{BE} , r_{BC} 和 r_{CE} 分别为晶体管的基极-发射极、基极-集电极、集电极-发射极之间的电阻。电流源的电流取决于基极-发射极电阻上的电流 i_B 。

如果根据(4.10)式求解 h 参量矩阵元素 h_{11} , 必须将基极-集电极短路, 即令 $v_2 = v_{CE} = 0$, 然后计算基极-发射极电压与基极电流的比值。根据图 4.3 中的符号可知 h_{11} 等于 r_{BE} 和 r_{BC} 的并联值:

$$h_{11} = \left. \frac{v_{BE}}{i_B} \right|_{v_{CE}=0} = \frac{r_{BC}r_{BE}}{r_{BE} + r_{BC}} \quad (\text{输入阻抗})$$

根据类似的步骤, 可以导出其他 3 个 h 参量矩阵元素的表达式:

$$h_{12} = \left. \frac{v_{BE}}{v_{CE}} \right|_{i_B=0} = \frac{r_{BE}}{r_{BE} + r_{BC}} \quad (\text{电压反馈系数})$$

$$h_{21} = \left. \frac{i_C}{i_B} \right|_{v_{CE}=0} = \frac{\beta r_{BC} - r_{BE}}{r_{BE} + r_{BC}} \quad (\text{小信号电流增益})$$

$$h_{22} = \left. \frac{i_C}{v_{CE}} \right|_{i_B=0} = \frac{1}{r_{CE}} + \frac{1 + \beta}{r_{BE} + r_{BC}} \quad (\text{输出导纳})$$

大多数实用晶体管的电流放大系数 β 都是远远大于 1 的, 而且集电极-发射极电阻也远远大于基极-发射极电阻。根据这些情况, 我们可以简化晶体管的上述 h 参量矩阵元素表达式:

$$h_{11} = \left. \frac{v_{BE}}{i_B} \right|_{v_{CE}=0} = r_{BE} \quad (\text{输入阻抗})$$

$$h_{12} = \left. \frac{v_{BE}}{v_{CE}} \right|_{i_B=0} = 0 \quad (\text{电压反馈系数})$$

$$h_{21} = \left. \frac{i_C}{i_B} \right|_{v_{CE}=0} = \beta \quad (\text{小信号电流增益})$$

$$h_{22} = \left. \frac{i_C}{v_{CE}} \right|_{i_B=0} = \frac{1}{r_{CE}} + \frac{\beta}{r_{BC}} \quad (\text{输出导纳})$$

采用 h 参量描述 BJT 是我们经常要用到的方法, BJT 的技术参数表中通常会给出其 h 参量。

由于例题 4.2 中出现了电流源, h 参量矩阵就不再是对称的 ($h_{12} \neq h_{21}$), 而且晶体管模型也不是互易的。在低频电子电路设计中, h 参量矩阵元素通常用 h_{ie} 表示 h_{11} , h_{re} 表示 h_{12} , h_{fe} 表示 h_{21} , h_{oe} 表示 h_{22} 。

到此为止, 我们考虑的问题是, 在已知电路拓扑结构和电路元件参数的情况下导出矩阵参量。然而, 在实际设计工作中, 更经常遇到的是其逆问题或者根据一些测量数据求出未知或不确定器件的等效电路。当器件的性能与其特定的工作条件有关时, 上述问题变得非常重要, 而且在不同的电路工作状态下评估器件的性能也是必要的。这时若采用等效电路的方法, 工程师就能够在不同的工作条件下, 以合理的精度求得器件或电路的响应。在下面的例题中, 我们将根据已知的 h 参量矩阵导出 BJT 的内阻。



RF & MW

例题 4.3 根据 BJT 的 h 参量测量数据, 求其内阻和电流增益

根据图 4.3 所示的双极晶体管等效电路, 利用 h 参量的测量数据: $h_{ie} = 5 \text{ k}\Omega$, $h_{re} = 2 \times 10^{-4}$, $h_{fe} = 250$, $h_{oe} = 20 \text{ }\mu\text{S}$ (摩托罗拉 2N3904 晶体管测试参数)。求内阻 r_{BE} , r_{BC} , r_{CE} 和电流增益 β 。

解: 与例题 4.2 方法相同, 图 4.3 所示等效电路的 h 参量矩阵元素由以下 4 个方程给出:

$$h_{ie} = \frac{r_{BC}r_{BE}}{r_{BE} + r_{BC}} \quad (\text{输入阻抗}) \quad (4.12)$$

$$h_{re} = \frac{r_{BE}}{r_{BE} + r_{BC}} \quad (\text{电压反馈系数}) \quad (4.13)$$

$$h_{fe} = \frac{\beta r_{BC} - r_{BE}}{r_{BE} + r_{BC}} \quad (\text{小信号电流增益}) \quad (4.14)$$

$$h_{oe} = \frac{1}{r_{CE}} + \frac{1 + \beta}{r_{BE} + r_{BC}} \quad (\text{输出阻抗}) \quad (4.15)$$

用(4.12)式除以(4.13)式,可知基极-集电极电阻等于 h_{ie} 比 h_{re} 。所以,根据已知条件,可得: $r_{BC} = h_{ie}/h_{re} = 71 \text{ M}\Omega$ 。将 r_{BC} 代入(4.12)式或(4.13)式,可以求得 $r_{BE} = h_{ie}/(1 - h_{re}) = 5 \text{ k}\Omega$ 。求出 r_{BC} 和 r_{BE} 以后,根据(4.14)式可求得电流放大系数 $\beta = (h_{re} - h_{fe})/(h_{re} - 1) = 300.02$ 。然后,根据(4.15)式就可求得集电极-发射极电阻:

$$r_{CE} = \frac{h_{ie}}{h_{oe}h_{ie} - h_{re}h_{fe} + 2h_{re}^2 - h_{re}} = 63.35 \text{ k}\Omega$$

根据我们求出的数据可见 r_{BE} 确实比 r_{BC} 小很多。

此例题介绍了一种基本方法,即如何利用 h 参量的测量值描述双极晶体管的电路模型。在第7章里,我们还将进一步讨论根据实验数据“逆向”确定电路模型参数的原则。

4.2 互连网络

4.2.1 网络的串联

图 4.4 是一对双端口网络相互串联的示意图。其中每个网络都是用阻抗矩阵描述的。

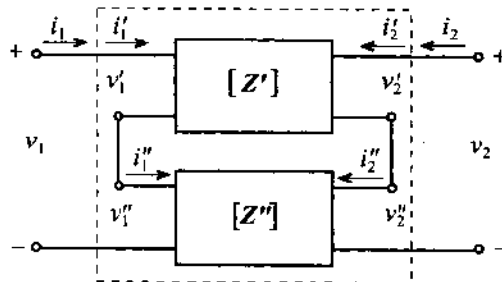


图 4.4 一对双端口网络的串联

在此例中,每个电压可以相互叠加而每个电流保持不变。其结果是:

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v_1' + v_1'' \\ v_2' + v_2'' \end{Bmatrix} = [Z] \begin{Bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

其中新复合网络的 $[Z]$ 表达式为:

$$[Z] = [Z'] + [Z''] = \begin{bmatrix} Z_{11}' + Z_{11}''Z_{12}' + Z_{12}'' \\ Z_{21}' + Z_{21}''Z_{22}' + Z_{22}'' \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

由于可能发生短路,必须注意防止不加选择地将不同网络相连。图 4.5(a)显示了这种情况。如图 4.5(b)所示,引入变压器可以防止短路情况的发生。在此例中,变压器使第 2 个网络的输入、输出端口相互隔离。然而,这种方法只能适用于交流信号,因为变压器的作用是高通滤波器,它阻断了所有直流分量。

如图 4.6 所示,当两个网络输出端口交叉连接时,采用 h 参量描述最为合适。

当两个网络采用图 4.6 所示方式相连接时,输入端口的电压和输出端口的电流都符合叠加关系(即 $v_1 = v_1' + v_1''$ 和 $i_2 = i_2' + i_2''$),而输出端口的电压和输入端口的电流则相等(即 $v_2 = v_2' = v_2''$ 和 $i_1 = i_1' = i_1''$)。根据这些我们可以得到结论,整个系统的 h 参量等于单个网络 h 参量的总和:

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v_1' + v_1'' \\ i_2' + i_2'' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}' + h_{11}'' & h_{12}' + h_{12}'' \\ h_{21}' + h_{21}'' & h_{22}' + h_{22}'' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

如图 4.7 所示,达林顿晶体管 Q_1 和 Q_2 的就是这种连接方式的一个例子。

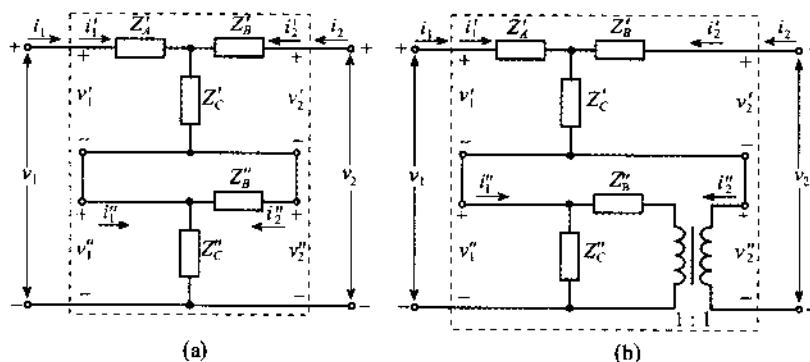


图 4.5 (a) 串联中的短路情况; (b) 采用变压器防止短路情况

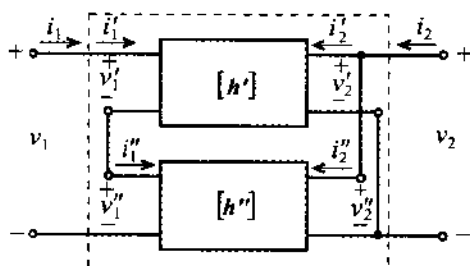


图 4.6 适合用 h 参量描述的两端口网络的连接方式

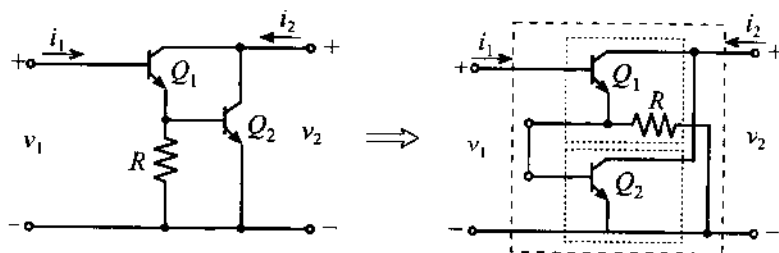


图 4.7 一对混合网络的串联连接

4.2.2 网络的并联

一对用导纳矩阵 Y' 和 Y'' 表示的并联两端口网络如图 4.8 所示,与(4.15)不同的是其中电

流可以叠加:

$$\begin{Bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} i_1' + i_1'' \\ i_2' + i_2'' \end{Bmatrix} = [Y] \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad (4.19)$$

而且新导纳矩阵由单个导纳矩阵的总和定义:

$$[Y] = [Y'] + [Y''] = \begin{bmatrix} Y_{11}' + Y_{11}'' & Y_{12}' + Y_{12}'' \\ Y_{21}' + Y_{21}'' & Y_{22}' + Y_{22}'' \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

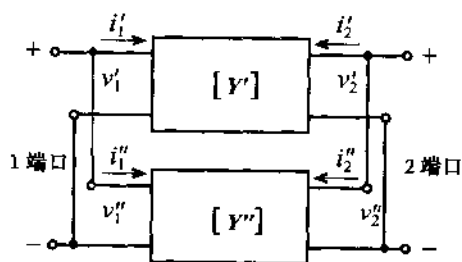


图 4.8 一对两端口网络的并联连接

4.2.3 级连网络

$ABCD$ 参量特别适合于描述级连网络,例如图 4.9 所示的双晶体管配置。在此例中,第 1 个网络的输出电流与第 2 个网络的输入电流在数值上相等,符号相反(即 $i_2' = -i_1''$)。第 1 个网络输出端口的电压降 v_2' 等于第 2 个网络输入端口的电压降 v_1'' 。所以,可以写出如下关系:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} v_1' \\ i_1' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_2' \\ -i_2' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1'' \\ i_1'' \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_2'' \\ -i_2'' \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.21)$$

整个网络的 $ABCD$ 参量矩阵等于各个网络 $ABCD$ 参量矩阵的乘积。

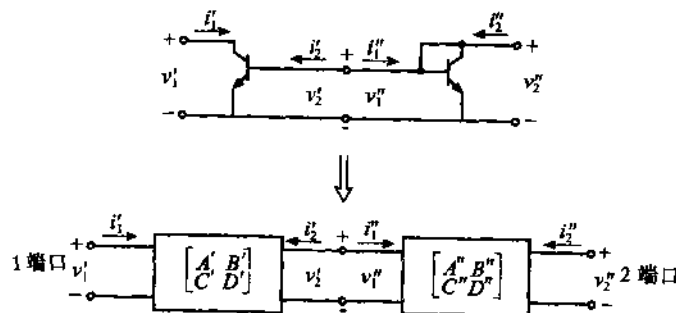


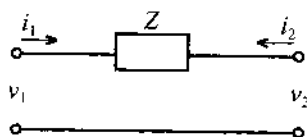
图 4.9 两个网络的级连

4.2.4 ABCD 网络参量小结

在以后的章节中我们将看到,微波电路通常可以采用简单网络的级连方式表达。因此,导出简单两端口网络的 $ABCD$ 参量表达式是非常重要的,这些两端口网络可用作构成更复杂电路的基本单元。在这一小节中,我们将求解几个例题,包括导出传输线、串联阻抗以及无源 T 形网络的 $ABCD$ 参量矩阵。其他常用的电路,如并联导纳、无源 Π 形网络以及变压器等,将留作本章末尾的习题(见习题 4.10 ~ 4.12)。全部计算结果都列在本小节末尾的表 4.1 中。

**例题 4.4** 阻抗元件的 $ABCD$ 参量

求解下面图中网络的 $ABCD$ 参量:



解:根据(4.10)式的定义,欲求解 A 元素,必须在 2 端口电流为零的情况下(即 2 端口开路),求出 1 端口电压降与 2 端口电压降的比值。在此情况下,显然所考察的电路的两个端口电压相等:

$$A = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{i_2=0} = 1$$

为求解 B 元素,必须在 2 端口短路的情况下,求出 1 端口电压降与 2 端口输入电流的比值。根据电路的拓扑结构,这个比值等于阻抗 Z :

$$B = \left. \frac{v_1}{-i_2} \right|_{v_2=0} = Z$$

根据 $ABCD$ 参量的定义(4.10),可求出 C 元素和 D 元素:

$$C = \left. \frac{i_1}{v_2} \right|_{i_2=0} = 0 \text{ 和 } D = \left. \frac{i_1}{-i_2} \right|_{v_2=0} = 1$$

$ABCD$ 参量矩阵元素的求解方法与前面介绍的 Z 参量, Y 参量和 h 参量矩阵元素的求解方法相类似。

这些元素的求解精度同样与实际能够实现的开路、短路终端条件的近似程度有关。

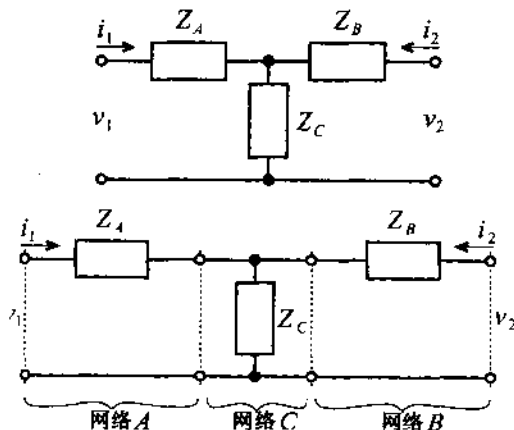
下面的例题求出了无源 T 形网络的 $ABCD$ 参量矩阵。在求解各元素时,需要借助于串联及并联阻抗的 $ABCD$ 参量矩阵。

**例题 4.5** 求解 T 形网络的 $ABCD$ 参量矩阵

求解下面图中所示 T 形网络的 $ABCD$ 参量矩阵:

解:这个问题可以采用两种不同的方法求解。第 1 种方法是直接应用 $ABCD$ 参量矩阵元素的定义,按照前一例题的方法计算矩阵元素。另一种方法是利

用已知的单个串联、单个并联阻抗元件的 $ABCD$ 参量矩阵。如果采用第二种方法,必须首先将原始电路分解为如下图所示的单元电路:



我们已经知道,整个电路的 $ABCD$ 参量矩阵等于各单元电路 $ABCD$ 参量矩阵的乘积。利用例题 4.4 和例题 4.8 的结论,可以得到:

$$[ABCD] = \begin{bmatrix} 1 & Z_A \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_C^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_B \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_A}{Z_C} & Z_A + Z_B + \frac{Z_A Z_B}{Z_C} \\ \frac{1}{Z_C} & 1 + \frac{Z_B}{Z_C} \end{bmatrix}$$

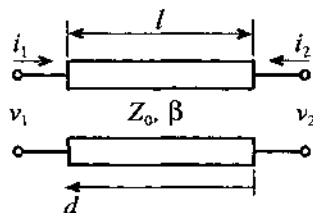
在分析能够由多个简单网络单元构成的复杂网络问题中,此例题显示了采用 $ABCD$ 参量矩阵的优越性。

作为最后一个例题,我们将计算一段传输线的 $ABCD$ 参量矩阵。



例题 4.6 传输线段 $ABCD$ 参量矩阵的计算

计算下图所示传输线段的 $ABCD$ 参量矩阵,已知传输线特性阻抗为 Z_0 ,传播常数为 β ,长度为 l 。



解:仿照例题 4.4,我们令 2 端口有开路、短路终端条件。在此条件下,传输线的分析方法等价于开路、短路线段的分析方法。这种开路、短路传输线的表达式我们已经在 2.9.3 小节和 2.9.2 小节讨论过。在此我们注意到,对于开路和短线,电压和电流由如下关系式给出[见(2.71)式和(2.72)式]:

$$V(d) = 2V^* \cos(\beta d) \text{ and } I(d) = \frac{2jV^*}{Z_0} \sin(\beta d)$$

其中传输线长度 d 从开路点算起(即本例中的 2 端口)。

对于长度为 l 的短路传输线段,电压和电流由(2.67)式和(2.68)式确定:

$$V(d) = 2jV^+ \sin(\beta d) \text{ and } I(d) = \frac{2V^+}{Z_0} \cos(\beta d)$$

其中 d 是传输线从 2 端口到 1 端口的长度。除了这个关系式外,需要特别强调的是,电流的定义是流向负载的。所以电流在 1 端口等于 i_1 , 在 2 端口等于 $-i_2$ 。

确定了电压、电流的关系以后,就可以建立传输线的 $ABCD$ 参量矩阵方程。在 2 端口开路的前提下(即必须采用开路 and 短线的公式),元素 A 由 1 端口和 2 端口电压的比值确定:

$$A = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{i_2=0} = \frac{2V^+ \cos(\beta l)}{2V^+} = \cos(\beta l)$$

其中我们在 2 端口取 $d = 0$, 在 1 端口取 $d = l$ 。

在 2 端口短路的前提下,元素 B 由 1 端口电压降与 2 端口输出电流(即流向负载)的比值确定。此时,必须采用短路条件下的电压、电流公式。由此可得:

$$B = \left. \frac{v_1}{-i_2} \right|_{v_2=0} = \frac{2jV^+ \sin(\beta l)}{2V^+/Z_0} = jZ_0 \sin(\beta l)$$

其他两个元素也可以采用类似方法求得:

$$C = \left. \frac{i_1}{v_2} \right|_{i_2=0} = \frac{\frac{2jV^+}{Z_0} \sin(\beta l)}{2V^+} = jY_0 \sin(\beta l)$$

$$D = \left. \frac{i_1}{-i_2} \right|_{v_2=0} = \frac{\frac{2V^+}{Z_0} \cos(\beta l)}{\frac{2V^+}{Z_0}} = \cos(\beta l)$$

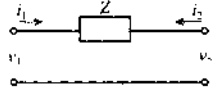
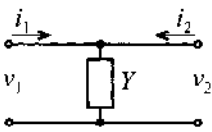
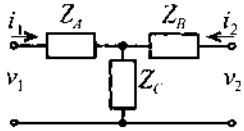
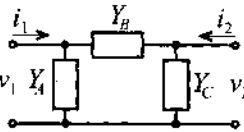
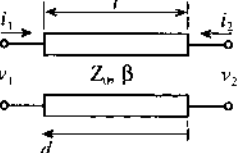
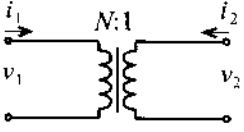
所以,特性阻抗为 Z_0 , 传播常数为 β , 长度为 l 的传输线具有如下 $ABCD$ 参量矩阵表达式:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & jZ_0 \sin(\beta l) \\ jY_0 \sin(\beta l) & \cos(\beta l) \end{bmatrix}$$

与第 2 章导出的输入阻抗公式类似,传输线 $ABCD$ 参量表达式也具有预期的周期性特征。

表 4.1 以两端口网络 $ABCD$ 参量的形式总结了 6 种最常用的电路结构。根据这 6 种基本模型,大多数复杂电路都可以通过这些基本网络的适当搭配构成。

表 4.1 常用两端口网络的 $ABCD$ 参量

电路结构	$ABCD$ 参量	
	$A = 1$ $C = 0$	$B = Z$ $D = 1$
	$A = 1$ $C = Y$	$B = 0$ $D = 1$
	$A = 1 + \frac{Z_A}{Z_C}$ $C = \frac{1}{Z_C}$	$B = Z_A + Z_B + \frac{Z_A Z_B}{Z_C}$ $D = 1 + \frac{Z_B}{Z_C}$
	$A = 1 + \frac{Y_B}{Y_C}$ $C = Y_A + Y_B + \frac{Y_A Y_B}{Y_C}$	$B = \frac{1}{Y_C}$ $D = 1 + \frac{Y_A}{Y_C}$
	$A = \cos \beta l$ $C = \frac{j \sin \beta l}{Z_0}$	$B = j Z_0 \sin \beta l$ $D = \cos \beta l$
	$A = N$ $C = 0$	$B = 0$ $D = \frac{1}{N}$

4.3 网络特性及其应用

4.3.1 网络参量之间的换算关系

由于电路结构的特殊性,有时需要在不同网络参量之间进行转换,以便得到特定的输入、输出特性表达式。例如,低频晶体管参数通常以 h 参量的形式给出,然而,当晶体管与其他网络级连时, $ABCD$ 参量也许是更合适的形式。所以,将 h 参量和 $ABCD$ 参量相互转换可以大大简化问题的难度。

为表明如何实现各网络参量之间的转换,我们先从已知的 h 参量矩阵导出 $ABCD$ 参量矩阵。由定义式(4.11), A 元素可以表示为:

$$A = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{i_2=0} = \frac{h_{11} i_1 + h_{12} v_2}{v_2} \quad (4.22)$$

在这个表达式中,由于 $i_2 = 0$,所以(4.11)式中的电流 i_1 可由电压 v_1 来表达。其结果为:

$$A = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{i_2=0} = \frac{h_{11} \left(-\frac{h_{22}}{h_{21}} v_2 \right) + h_{12} v_2}{v_2} = \frac{1}{h_{21}} (h_{22} h_{11} - h_{12} h_{21}) = -\frac{\Delta h}{h_{21}} \quad (4.23)$$

其中 $\Delta h = h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21}$ 是 h 参量矩阵的行列式。同理,可求出其他元素:

$$B = -\left. \frac{v_1}{i_2} \right|_{v_2=0} = -\frac{h_{11} i_1}{i_2} = \frac{h_{11} \left(\frac{i_2}{h_{21}} \right)}{i_2} = \frac{h_{11}}{h_{21}} \quad (4.24)$$

$$C = \left. \frac{i_1}{v_2} \right|_{i_2=0} = \frac{-\frac{h_{22}}{h_{21}} v_2}{v_2} = -\frac{h_{22}}{h_{21}} \quad (4.25)$$

$$D = -\left. \frac{i_1}{i_2} \right|_{v_2=0} = -\frac{\frac{i_2}{h_{21}}}{i_2} = -\frac{1}{h_{21}} \quad (4.26)$$

这就是从 h 参量到 $ABCD$ 参量的变换结果。采用同样的步骤,可以实现从 $ABCD$ 参量到 h 参量的变换。

另外,我们将考察从 $ABCD$ 参量到 Z 参量的变换。根据(4.2)式并利用(4.11)式,可以得到如下关系:

$$Z_{11} = \left. \frac{v_1}{i_1} \right|_{i_2=0} = \frac{Av_2}{Cv_2} = \frac{A}{C} \quad (4.27)$$

$$Z_{12} = \left. \frac{v_1}{i_2} \right|_{i_1=0} = \frac{Av_2 - Bi_2}{\frac{C}{D}v_2} = \frac{Av_2 - \frac{BC}{D}v_2}{\frac{C}{D}v_2} = \frac{AD - BC}{C} = \frac{\Delta ABCD}{C} \quad (4.28)$$

$$Z_{21} = \left. \frac{v_2}{i_1} \right|_{i_2=0} = \frac{v_1/A}{Cv_2} = \frac{Av_2/A}{Cv_2} = \frac{1}{C} \quad (4.29)$$

$$Z_{22} = \left. \frac{v_2}{i_2} \right|_{i_1=0} = \frac{v_2}{Cv_2/D} = \frac{D}{C} \quad (4.30)$$

其中 $\Delta ABCD = AD - BC$ 是 $ABCD$ 参量矩阵的行列式。

依据电压、电流定义的相应关系,可以直接求解网络参量之间的所有变换关系。为了方便,表 4.2 总结了前面定义的 4 种网络参量的变换关系式(全部变换公式见附录 H)。

表 4.2 不同网络参量的变换关系

	$[Z]$	$[Y]$	$[h]$	$[ABCD]$
$[Z]$	$Z_{11} \quad Z_{12}$	$\frac{Z_{22}}{\Delta Z} \quad -\frac{Z_{12}}{\Delta Z}$	$\frac{\Delta Z}{Z_{22}} \quad \frac{Z_{12}}{Z_{22}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}} \quad \frac{\Delta Z}{Z_{21}}$
	$Z_{21} \quad Z_{22}$	$-\frac{Z_{21}}{\Delta Z} \quad \frac{Z_{11}}{\Delta Z}$	$-\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \quad \frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Z_{21}} \quad \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$
$[Y]$	$\frac{Y_{22}}{\Delta Y} \quad -\frac{Y_{12}}{\Delta Y}$	$Y_{11} \quad Y_{12}$	$\frac{1}{Y_{11}} \quad -\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$	$-\frac{Y_{22}}{Y_{21}} \quad -\frac{1}{Y_{21}}$
	$-\frac{Y_{21}}{\Delta Y} \quad \frac{Y_{11}}{\Delta Y}$	$Y_{21} \quad Y_{22}$	$\frac{Y_{21}}{Y_{11}} \quad \frac{\Delta Y}{Y_{11}}$	$-\frac{\Delta Y}{Y_{21}} \quad -\frac{Y_{11}}{Y_{21}}$

(续表)

	$[Z]$	$[Y]$	$[h]$	$[ABCD]$
$[h]$	$\begin{array}{cc} \frac{\Delta h}{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ -\frac{h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{array}$	$\begin{array}{cc} \frac{1}{h_{11}} & \frac{h_{12}}{h_{11}} \\ \frac{h_{21}}{h_{11}} & \frac{\Delta h}{h_{11}} \end{array}$	$\begin{array}{cc} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{array}$	$\begin{array}{cc} -\frac{\Delta h}{h_{21}} & -\frac{h_{11}}{h_{21}} \\ -\frac{h_{22}}{h_{21}} & -\frac{1}{h_{21}} \end{array}$
$[ABCD]$	$\begin{array}{cc} \frac{A}{C} & \frac{\Delta ABCD}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{array}$	$\begin{array}{cc} \frac{D}{B} & -\frac{\Delta ABCD}{B} \\ -\frac{1}{B} & \frac{A}{B} \end{array}$	$\begin{array}{cc} \frac{B}{D} & \frac{\Delta ABCD}{D} \\ -\frac{1}{D} & \frac{C}{D} \end{array}$	$\begin{array}{cc} A & B \\ C & D \end{array}$

4.3.2 微波放大器分析

在这一小节中,通过一个实例,我们利用不同网络参量之间的变换关系分析一个较复杂的电路。我们讨论的出发点是如图 4.10 所示的特定微波放大器电路。

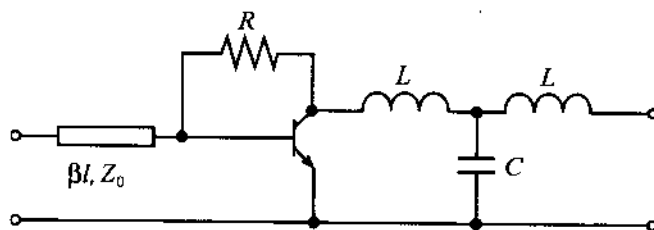


图 4.10 微波放大器电路

首先要将电路分解为简单的单元电路。分解的方法不是惟一的,其中之一如图 4.11 所示。

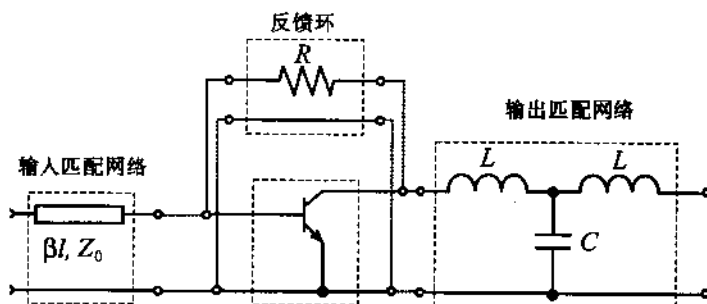


图 4.11 微波放大器电路的单元电路

如图 4.11 所示,微波放大器被分解为 4 个单元电路。其中输入匹配网络为一段传输线(为简单起见,仅画出了上边一根线段),该网络后边级连了晶体管与反馈环路形成的并联网络。整个电路后边又级连了输出匹配网络。

我们将采用高频混接 Π 形网络模型(见第 7 章)描述晶体管,该模型如图 4.12 所示。

我们现在直接列出晶体管的 h 参量矩阵,而将 h 参量的推导留作习题(本章习题 4.13):

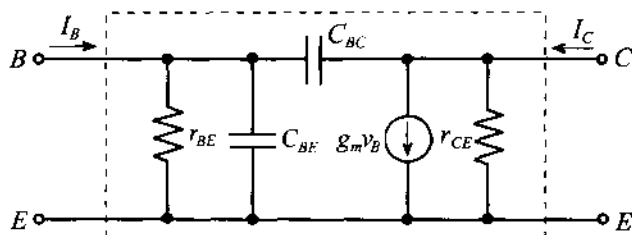


图 4.12 晶体管高频混合参量模型

$$h_{11} = h_{ie} = \frac{r_{BE}}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} \quad (4.31a)$$

$$h_{12} = h_{re} = \frac{j\omega C_{BC}r_{BE}}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} \quad (4.31b)$$

$$h_{21} = h_{fe} = \frac{r_{BE}(g_m - j\omega C_{BC})}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} \quad (4.31c)$$

$$h_{22} = h_{oe} = \frac{1}{r_{CE}} + \frac{j\omega C_{BC}(1 + g_m r_{BE} + j\omega C_{BE}r_{BE})}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} \quad (4.31d)$$

要计算晶体管与反馈电阻形成的并联网路的 h 参量矩阵,必须先将晶体管的 h 参量矩阵变换为 Y 参量矩阵,以便应用求和规则(4.20)式。先用表 4.2 中的关系式完成晶体管的 h 参量矩阵变换,然后将结果与反馈电阻的 Y 参量矩阵相加。反馈电阻的导纳矩阵可以根据 Y 参量的定义直接求得,也可以将例题 4.4 导出的 $ABCD$ 参量变换为 Y 参量的形式。上述计算的结果为:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}_R = \begin{bmatrix} R^{-1} & -R^{-1} \\ -R^{-1} & R^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

完成求和之后,就得到了晶体管与反馈电阻构成的并联网路的导纳矩阵 $[Y]_{tr+R}$ 。

如果从反馈电阻与晶体管电容 C_{BC} 的并联关系考虑,也能得到同样的结果。也就是说,欲求反馈电阻与晶体管形成的并联网路的导纳矩阵,只需将晶体管 h 参量矩阵中的 C_{BC} 代换为 $C_{BC} + 1/(j\omega R)$,然后将该 h 参量矩阵变换为 Y 参量矩阵即可。

问题求解的最后一个步骤是,将输入匹配网络(下标:IMN)、晶体管与反馈电阻(下标: $tr + R$)以及输出匹配网络(下标:OMN)的 $ABCD$ 参量矩阵相乘:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{amp}} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{IMN}} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{tr+R} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{OMN}} \quad (4.33)$$

其中匹配网络的 $ABCD$ 参量矩阵可利用表 4.1 中的结论求出:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{MIN}} \approx \begin{bmatrix} \cos \beta l & jZ_0 \sin \beta l \\ \frac{j \sin \beta l}{Z_0} & \cos \beta l \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{OMN}} = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & 2j\omega L - j\omega^3 L^2 C \\ j\omega C & 1 - \omega^2 LC \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

由于表达式太长,没有给出整个放大器 ABCD 参量的最终结果。然而,我们建议有兴趣的读者利用自己熟悉的机辅分析软件(如 MathCAD, MATLAB, Mathematica 等)进行计算。图 4.13 给出了计算结果中的一部分,即在输出短路和不同反馈电阻的条件下,放大器小信号电流增益(D 元素的倒数)与频率的关系。

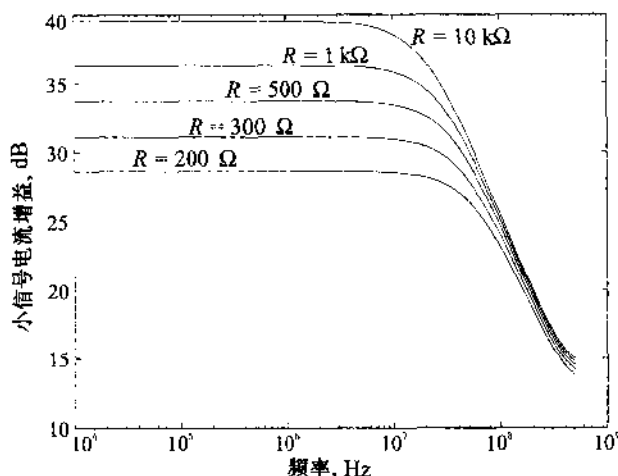


图 4.13 不同反馈电阻的条件下,放大器的小信号电流增益

上述计算的依据是图 4.11 中的电路,其中 $L = 1 \text{ nH}$, $C = 10 \text{ pF}$, 传输线长度 $l = 5 \text{ cm}$, 相速度为光速的 65%。晶体管的技术参数为: $r_{BE} = 520 \Omega$, $r_{CE} = 80 \text{ k}\Omega$, $C_{BE} = 10 \text{ pF}$, $C_{BC} = 1 \text{ pF}$ 和 $g_m = 0.192 \text{ S}$ 。

4.4 散射参量

在绝大多数涉及射频系统的技术资料和数据手册中,经常用到散射参量(S 参量)。其重要原因在于,事实上,实际射频系统的特性不能再采用终端开路、短路的测量方法,即我们已在本章前半部分讨论过并在低频应用中经常采用的方法。回忆一下当我们采用导线形成短路的情况:导线本身存在电感,而且其电感量在高频下非常之大。此外,开路情况也会在终端形成负载电容。无论那种情况,用于确定 Z 参量、 Y 参量、 h 参量以及 ABCD 参量所必需的开路、短路条件都不再严格成立。另外,当涉及电波传播现象时也并不希望反射系数的模等于 1。例如,终端的不连续性将导致有害的电压、电流波反射,并产生可能造成器件损坏的振荡。利用 S 参量,射频电路工程师就可以在避开不现实的终端条件以及避免造成待测器件(DUT)损坏

的前提下,用两端口网络的分析方法确定几乎所有射频器件的特征。

4.4.1 散射参量的定义

简单地说, S 参量表达的是功率波,它使我们可以用入射功率波和反射功率波的方式定义网络的输入、输出关系。根据图 4.14,可以定义归一化入射功率 a_n 和归一化反射功率 b_n 如下:

$$a_n = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}(V_n + Z_0 I_n) \quad (4.36a)$$

$$b_n = \frac{1}{2\sqrt{Z_0}}(V_n - Z_0 I_n) \quad (4.36b)$$

其中下标 n 为端口编号 1 或 2。阻抗 Z_0 是连接在网络输入、输出端口的传输线特性阻抗。在一般情况下,网络输入端口与输出端口的传输线特性阻抗可能不同。然而,作为初步的讨论,我们尽量使问题简化,并因此假设输入、输出端口的传输线特性阻抗相同。

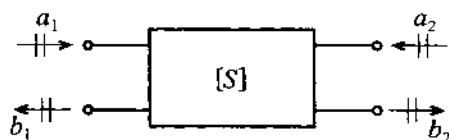


图 4.14 两端口网络 S 参量的规定

变换(4.36)式可得以下电压、电流表达式:

$$V_n = \sqrt{Z_0}(a_n + b_n) \quad (4.37a)$$

$$I_n = \frac{1}{\sqrt{Z_0}}(a_n - b_n) \quad (4.37b)$$

如果我们用(4.36)式表示功率,则其物理意义就变得十分明显:

$$P_n = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ V_n I_n^* \} = \frac{1}{2} (|a_n|^2 - |b_n|^2) \quad (4.38)$$

若从(4.37)式中解出正向波和反向波,则可见:

$$a_n = \frac{V_n^+}{\sqrt{Z_0}} = \sqrt{Z_0} I_n^+ \quad (4.39a)$$

$$b_n = \frac{V_n^-}{\sqrt{Z_0}} = -\sqrt{Z_0} I_n^- \quad (4.39b)$$

这与定义式(4.37)完全一致,因为:

$$V_n = V_n^+ + V_n^- = Z_0 I_n^+ - Z_0 I_n^- \quad (4.40)$$

根据图 4.14 中关于电压波方向的规定,就可以定义 S 参量:

$$\begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (4.41)$$

其中符号的意义为:

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = \frac{1 \text{ 端口反射波}}{1 \text{ 端口入射波}} \quad (4.42a)$$

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} = \frac{2 \text{ 端口传输波}}{1 \text{ 端口入射波}} \quad (4.42b)$$

$$S_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0} = \frac{2 \text{ 端口反射波}}{2 \text{ 端口入射波}} \quad (4.42c)$$

$$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} = \frac{1 \text{ 端口传输波}}{2 \text{ 端口入射波}} \quad (4.42d)$$

我们注意到 $a_2 = 0$ 和 $a_1 = 0$ 的条件意味着 2 端口和 1 端口都没有功率波返回网络。然而,这个条件只能在两端传输线都匹配时才成立。

由于 S 参量直接与功率有关,因此我们可以采用时间平均功率来表达归一化输入、输出波。根据 2.10.2 小节,1 端口的平均功率为:

$$P_1 = \frac{1}{2} \frac{|V_1^+|^2}{Z_0} (1 - |\Gamma_{in}|^2) = \frac{1}{2} \frac{|V_1^+|^2}{Z_0} (1 - |S_{11}|^2) \quad (4.43)$$

其中,当输出端口匹配时,输入端口反射系数 S_{11} 满足如下关系:

$$\Gamma_{in} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = S_{11} \quad (4.44)$$

由此我们可以用 S_{11} 重新定义 1 端口的驻波系数(VSWR)为:

$$\text{VSWR} = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|} \quad (4.45)$$

另外,根据(4.39a)式可以确定(4.43)式中的入射功率并且用 a_1 表示它:

$$\frac{1}{2} \frac{|V_1^+|^2}{Z_0} = P_{inc} = \frac{|a_1|^2}{2} \quad (4.46)$$

这就是信号源的最大可用功率。将(4.46)式和(4.44)式代入(4.43)式,可以求出用入射功率与反射功率之和表示的1端口总功率(在输出端口匹配条件下):

$$P_1 = P_{\text{inc}} + P_{\text{ref}} = \frac{1}{2}(|a_1|^2 - |b_1|^2) = \frac{|a_1|^2}{2}(1 - |\Gamma_{\text{in}}|^2) \quad (4.47)$$

如果反射系数 S_{11} 为零,则所有可用功率都注入到网络的1端口。采用同样的方法分析2端口的情况,可得:

$$P_2 = \frac{1}{2}(|a_2|^2 - |b_2|^2) = \frac{|a_2|^2}{2}(1 - |\Gamma_{\text{out}}|^2) \quad (4.48)$$

4.4.2 散射参量的物理意义

前一小节曾提到 S 参量只能在输入、输出端口完全匹配的条件下才能确定。例如,要测量 S_{11} 和 S_{21} ,我们必须确保输出端口特性阻抗为 Z_0 的传输线处于匹配状态,以便形成 $a_2 = 0$ 的情况,如图4.15所示。

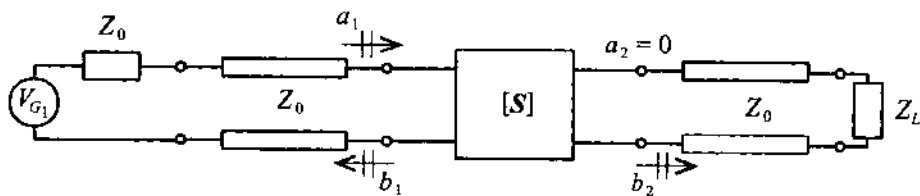


图4.15 采用适当的负载阻抗 $Z_L = Z_0$,使2端口负载与传输线特性阻抗 Z_0 匹配,从而测量 S_{11} 和 S_{21}

采用这种测试系统就可以通过求解输入反射系数来计算 S_{11} :

$$S_{11} = \Gamma_{\text{in}} = \frac{Z_{\text{in}} - Z_0}{Z_{\text{in}} + Z_0} \quad (4.49)$$

另外,对 S_{11} 的模取对数就可以得到以 dB 表示的回波损耗:

$$\text{RL} = -20 \log |S_{11}| \quad (4.50)$$

然后,令2端口有适当的终端条件,可知:

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} = \left. \frac{V_2 / \sqrt{Z_0}}{(V_1 + Z_0 I_1) / (2\sqrt{Z_0})} \right|_{I_2^+ = V_2^+ = 0} \quad (4.51)$$

由于 $a_2 = 0$,可以令2端口的正向电压波和正向电流波为零*。用信号源电压 V_{G1} 与信号源内阻 Z_0 上的电压降之差 $V_{G1} - Z_0 I_1$ 替代 V_1 可得:

$$S_{21} = \frac{2V_2^-}{V_{G1}} = \frac{2V_2}{V_{G1}} \quad (4.52)$$

由此可见,2端口的电压与信号源电压有直接关系,所以它也可以表示网络的正向电压增益。

*注:读者需要注意,本书中 a_1 与 V_1^+ , I_1^+ 参考方向相同; a_2 与 V_2^+ , I_2^+ 参考方向相同——译者注。

将(4.52)平方后可得正向电压增益:

$$G_0 = |S_{21}|^2 = \left| \frac{V_2}{V_{G1}/2} \right|^2 \quad (4.53)$$

如果将测试系统反过来,在2端口加信号源 V_{G2} 并令1端口有适当的终端条件,如图4.16所示,我们就可以求出其余两个 S 参量(S_{22} 和 S_{12})。

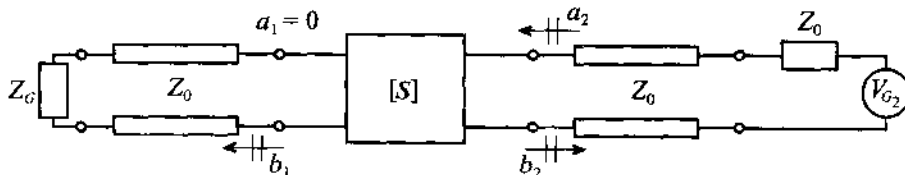


图 4.16 采用适当的负载阻抗 $Z_G = Z_0$, 使 1 端口负载与传输线特性阻抗 Z_0 匹配, 从而测量 S_{22} 和 S_{12}

欲求解 S_{22} , 需要仿照 S_{11} 的求解方法先求出反射系数 Γ_{out} :

$$S_{22} = \Gamma_{out} = \frac{Z_{out} - Z_0}{Z_{out} + Z_0} \quad (4.54)$$

S_{12} 为:

$$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} = \left. \frac{V_1^- / \sqrt{Z_0}}{(V_2 + Z_0 I_2) / (2\sqrt{Z_0})} \right|_{I_1^* = V_1^+ = 0} \quad (4.55)$$

用 $V_{G2} - Z_0 I_2$ 代换 V_2 , 则 S_{12} 的表达式可进一步化简, 即

$$S_{12} = \frac{2V_1^-}{V_{G2}} = \frac{2V_1}{V_{G2}} \quad (4.56)$$

这就是所谓反向电压增益, 其平方 $|S_{12}|^2$ 被称为反向功率增益。 S_{11} 和 S_{22} 可以直接由阻抗参数确定, S_{12} 和 S_{21} 却必须用适当的网络参数代换相应的电压求得。在下面的例题中, 我们将采用 S 参量求解一个简单的 3 元件网络。



例题 4.7 求解 T 形网络的元件参数

如图 4.17(a) 所示, 假设一 3 dB 衰减网络插入到特性阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$ 的传输线中, 求解该网络的 S 参量和电阻元件参数。

解: 由于衰减器应当与传输线相匹配, 所以必须符合 $S_{11} = S_{22} = 0$ 的条件。根据图 4.17(b) 和 (4.49) 式, 可令:

$$Z_{in} = R_1 + \frac{R_3(R_2 + 50 \Omega)}{(R_3 + R_2 + 50 \Omega)} = 50 \Omega$$

RF & MW

根据对称性关系,显然有 $R_1 = R_2$ 。然后再研究 2 端口电压 $V_2 = V_2^-$ 与 2 端口电压 $V_1 = V_1^+$ 的对应关系。根据图 4.17(c)所示电路结构,可以得到以下关系:

$$V_2 = \left(\frac{\frac{R_3(R_1 + 50\ \Omega)}{R_3 + R_1 + 50\ \Omega}}{\frac{R_3(R_1 + 50\ \Omega)}{R_3 + R_1 + 50\ \Omega} + R_1} \right) \left(\frac{50\ \Omega}{50\ \Omega + R_1} \right) V_1$$

在 3 dB 衰减条件下,应有:

$$S_{21} = \frac{2V_2}{V_{c1}} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 = S_{12}$$

在上式中令比值 V_2/V_1 等于 0.707,并考虑到输入阻抗的表达式,我们就可以求出 R_1 和 R_3 。经化简之后可得:

$$R_1 = R_2 = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} Z_0 = 8.58\ \Omega \text{ 和 } R_3 = 2\sqrt{2} \cdot Z_0 = 141.4\ \Omega$$

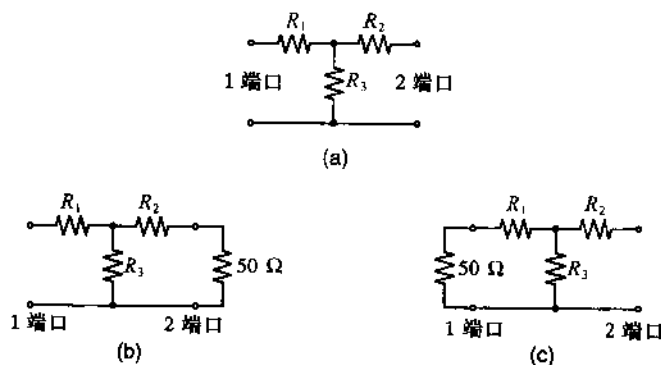


图 4.17 T 形网络 S 参量的计算。(a) 电路图, (b)

S_{11} 和 S_{21} 测试电路, (c) S_{12} 和 S_{22} 测试电路

选择电阻网络的原则是要确保输入、输出端口的阻抗为 $50\ \Omega$ 。这意味着此网络可以直接插入到特性阻抗为 $50\ \Omega$ 的传输线中,不会造成额外的反射和插入损耗。

确定 S 参量需要适当的终端条件。例如,欲求解 S_{11} ,则 2 端口输出传输线的终端必须接匹配负载。这并不意味着网络的输出阻抗 Z_{out} 需要与传输线的特性阻抗 Z_0 相匹配,而是要求传输线的终端必须匹配,以确保没有从负载方向来的任何反射波,即 $a_2 = 0$ 。如果上述条件不能实现,如何求解 S_{11} 的问题将在 4.4.5 小节中讨论。

4.4.3 链形散射矩阵

为了将 S 参量的概念推广到级连网络的情况,最有效的方法是按输入、输出端口分类重写功率波关系式,其结果就是所谓链形散射矩阵(Chain Scattering Matrix):

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (4.57)$$

显然,两个 2 端口网络的级连即成为简单的相乘。如图 4.18 所示,其中网络 A(由矩阵 $[T]_A$ 表示)与网络 B(由矩阵 $[T]_B$ 表示)相连。

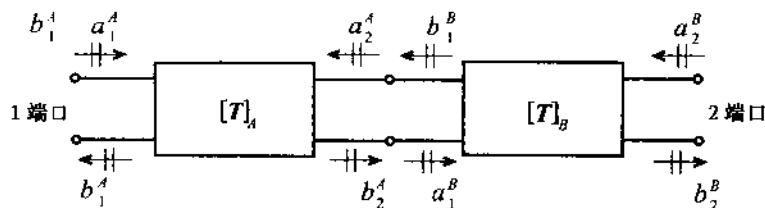


图 4.18 A、B 两个网络的级连

如果网络 A、B 由如下关系描述:

$$\begin{Bmatrix} a_1^A \\ b_1^A \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^A & T_{12}^A \\ T_{21}^A & T_{22}^A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_2^A \\ a_2^A \end{Bmatrix} \quad (4.58a)$$

我们发现,根据图 4.18 中关于各参数的规定,则:

$$\begin{Bmatrix} a_1^B \\ b_1^B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^B & T_{12}^B \\ T_{21}^B & T_{22}^B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_2^B \\ a_2^B \end{Bmatrix} \quad (4.58b)$$

所以,就整个系统而言,可得:

$$\begin{Bmatrix} b_2^A \\ a_2^A \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1^B \\ b_1^B \end{Bmatrix} \quad (4.59)$$

$$\begin{Bmatrix} a_1^A \\ b_1^A \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^A & T_{12}^A \\ T_{21}^A & T_{22}^A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11}^B & T_{12}^B \\ T_{21}^B & T_{22}^B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_2^B \\ a_2^B \end{Bmatrix} \quad (4.60)$$

此式即待求矩阵的乘法表达。由此可见,链形散射矩阵与我们前面讨论的 ABCD 参量矩阵作用相同。将 S 参量矩阵变换为链形散射矩阵的步骤与 4.3.1 小节中概述的步骤类似。以计算 T_{11} 为例,已知:

$$T_{11} = \left. \frac{a_1}{b_2} \right|_{a_2=0} = \frac{a_1}{S_{21} a_1} = \frac{1}{S_{21}} \quad (4.61)$$

同理:

$$T_{12} = -\frac{S_{22}}{S_{21}} \quad (4.62)$$

$$T_{21} = \frac{S_{11}}{S_{21}} \quad (4.63)$$

$$T_{22} = \frac{-(S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21})}{S_{21}} = \frac{-\Delta S}{S_{21}} \quad (4.64)$$

反过来,当已知链形散射矩阵并需要转换为 S 参量矩阵时,可得如下关系:

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = \frac{T_{21}b_2}{T_{11}b_2} = \frac{T_{21}}{T_{11}} \quad (4.65)$$

$$S_{12} = \frac{T_{11}T_{22} - T_{21}T_{12}}{T_{11}} = \frac{\Delta T}{T_{11}} \quad (4.66)$$

$$S_{21} = \frac{1}{T_{11}} \quad (4.67)$$

$$S_{22} = \frac{T_{12}}{T_{11}} \quad (4.68)$$

另外,采用下一小节将讨论的矩阵处理方法也能得到同样的结果。

4.4.4 Z 参量与 S 参量之间的转换

我们已经知道如何利用网络的输入、输出阻抗表示特定的 S 参量[即公式(4.49)和公式(4.54)]。在这一小节中,我们将全面研究 Z 参量和 S 参量之间的严格转换关系。一旦建立了这种转换关系,我们就可以导出全部 6 套网络参量($S, Z, Y, ABCD, h, T$)相互转换关系的公式。

为了求出已经定义的 S 参量和 Z 参量之间的转换关系,我们首先考察 S 参量的矩阵定义式[(4.41)]:

$$\{b\} = [S]\{a\} \quad (4.69)$$

等式两边同乘 $\sqrt{Z_0}$ 可得:

$$\sqrt{Z_0}\{b\} = \{V^-\} = \sqrt{Z_0}[S]\{a\} = [S]\{V^+\} \quad (4.70)$$

在等式两边加上 $\{V^+\} = \sqrt{Z_0}\{a\}$ 可得:

$$\{V\} = [S]\{V^+\} + \{V^+\} = ([S] + [E])\{V^+\} \quad (4.71)$$

其中 $[E]$ 是单位矩阵。为了用上式与阻抗表达式 $\{V\} = [Z]\{I\}$ 对比,我们必须用 $\{I\}$ 表示 $\{V^+\}$ 。因此,我们在等式 $\{V^+\} = \sqrt{Z_0}\{a\}$ 两边减去 $[S]\{V^+\}$, 即

$$\{V^+\} - [S]\{V^+\} = \sqrt{Z_0}(\{a\} - \{b\}) = Z_0\{I\} \quad (4.72)$$

然后解出 $\{V^+\}$, 则有:

$$\{V^+\} = Z_0([E] - [S])^{-1}\{I\} \quad (4.73)$$

将(4.73)式代入(4.71)式可得到需要的结果:

$$\{V\} = ([S] + [E])\{V^+\} = Z_0([S] + [E])([E] - [S])^{-1}\{I\} \quad (4.74)$$

即

$$[Z] = Z_0([S] + [E])([E] - [S])^{-1} \quad (4.75)$$

经过简单计算可得:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} &= Z_0 \begin{bmatrix} 1 + S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & 1 + S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - S_{11} & -S_{12} \\ -S_{21} & 1 - S_{22} \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \frac{Z_0 \begin{bmatrix} 1 + S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & 1 + S_{22} \end{bmatrix}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{21}S_{12}} \begin{bmatrix} 1 - S_{22} & S_{12} \\ S_{21} & 1 - S_{11} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.76)$$

式中每一项现在都很容易确定。附录 D 列出了所有网络参量的换算关系。

4.4.5 信号流图模型

利用系统和控制理论经常用到的信号流图,可以大大简化射频网络以及它们之间整体互连关系的分析过程。如最初在地震和遥感技术中规定的一样,可以认为波的传播与其传输通道以及通道网络上的节点有关。这样,即使是复杂的网络也容易被分解成简单的输入、输出特性关系,而且在此关系中反射系数和传输系数将融为一体。在本小节中,将简要地总结一些采用信号流图模型分析问题时所必需的关键原则。

构成信号流图的主要原则如下:

1. 当涉及 S 参量时,节点是用来识别网络参量的(如 a_1, b_1, a_2, b_2)。
2. 支路是用来连接网络参量的。
3. 支路量值的加减与支路的走向有关。

我们现在来详细讨论这 3 个原则。为此,我们首先考察一段终端负载阻抗为 Z_L 的传输线,如图 4.19 所示。

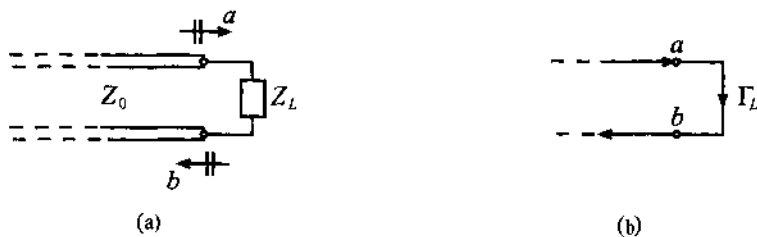


图 4.19 终端接有负载的传输线段及入射、反射归一化功率波:
(a)常规形式;(b)信号流形式;(c)简化信号流形式

尽管我们可以采用电压值作为节点的标识,但 S 参量表达方式的应用范围更广泛。在图 4.19(b)中,节点 a 和节点 b 通过负载反射系数 Γ_L 相连。由于反射系数等于 a/b 的值,所以,节点 b 等于节点 a 与 Γ_L 的乘积。其图解形式如图 4.20 所示。

根据信号流符号,图 4.20 可以表示为:

$$b = \Gamma_a \quad (4.77)$$

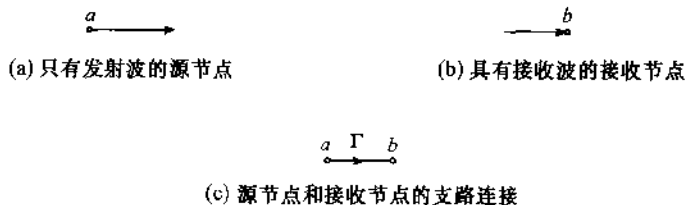


图 4.20 常规源节点

若给图 4.19 所示传输线电路增加信号源项,以便使其更接近实际情况时,情况就变得稍微复杂一些。

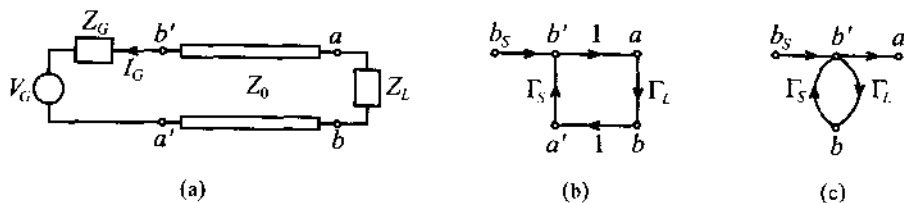


图 4.21 带源的端接传输线:(a)常规形式;
(b)信号流形式;(c)简化信号流形式

与图 4.19 不同,节点 a 和 b 之前增加了两个节点,记为 a' 和 b' 。 a' 和 b' 的比值 a'/b' 确定了 2.11 小节中曾经讨论过的源反射系数 Γ_s 。此处同样可得, b' 等于 a' 与源反射系数的乘积。依据相加原则,我们定义 b' 等于 b_s 与 $a'\Gamma_s$ 之和。则信号源 b_s 为:

$$b_s = b' - a'\Gamma_s \quad (4.78)$$

b_s 的精确表达方式可由以下步骤导出,考虑到:

$$V_s = V_G + I_G Z_G \quad (4.79)$$

并根据流出电流的规定(见图 4.21), (4.79)式可以变为如下形式:

$$V_s^+ + V_s^- = V_G + Z_G \left(\frac{V_s^+}{Z_0} - \frac{V_s^-}{Z_0} \right) \quad (4.80)$$

整理该等式,两边同除以 $\sqrt{Z_0}$ 可得:

$$\frac{\sqrt{Z_0}}{Z_G + Z_0} V_G = \frac{V_s^-}{\sqrt{Z_0}} - \Gamma_s \frac{V_s^+}{\sqrt{Z_0}} \quad (4.81)$$

比较(4.81)式和(4.78)式,可见:

$$b_s = \frac{\sqrt{Z_0}}{Z_G + Z_0} V_G \quad (4.82)$$

用 $b'\Gamma_L$ 代换(4.78)式中的 a' 后,就可以得到一个重要的结论,即:

$$b' = b_s + \Gamma_L \Gamma_S b' = \frac{b_s}{1 - \Gamma_L \Gamma_S} \quad (4.83)$$

此关系被称为反馈环路(如图 4.22 所示),它使我们能够用一个支路表达 b_s 和 b' ,该支路值由 (4.83) 式给出。

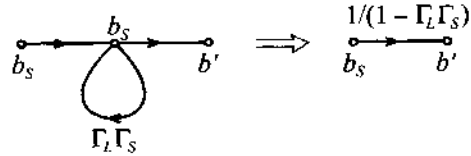


图 4.22 反馈环路简化为单一支路

如表 4.3 所示,信号流图的所有规则都可以归结为 6 个结构单元。

我们通过例题来分析一个较复杂的射频电路,该电路为包括信号源和终端负载的两端口网络。

表 4.3 信号流图结构单元

名 称	图 形 表 示
节 点	
支 路	
串联连接	
并联连接	
分 支	
反馈环路	

RF&MW→

例题 4.8 用信号流图分析两端口网络

求解图 4.23 所示网络中的比值 b_1/a_1 和 a_1/b_s 。设传输线段的倍乘因子为 1。

解:说明求解过程的最好方法是利用表 4.3 中总结的规则,一步一步化简比值关系 a_1/b_s 。图 4.24 画出了这 5 个步骤。

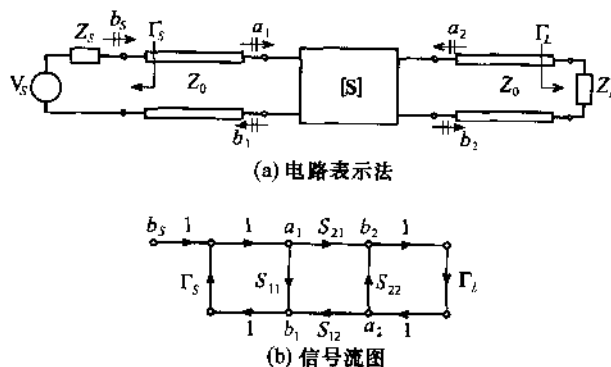


图 4.23 端接信号源及负载的两端口网络

步骤 1:断开最右侧 b_2 与 a_2 之间的环路并形成反馈环 $S_{22}\Gamma_L$ 。

步骤 2:分解 a_1 与 b_2 之间的反馈环,将其化为倍乘因子 $S_{21}/(1 - S_{22}\Gamma_L)$,该因子可与 Γ_L 及 S_{12} 相乘。

步骤 3:完成 a_1 与 b_1 之间的并联、串联运算,求出输入反射系数:

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma_L}\Gamma_L$$

步骤 4:将环路变为反馈环,求出倍乘因子:

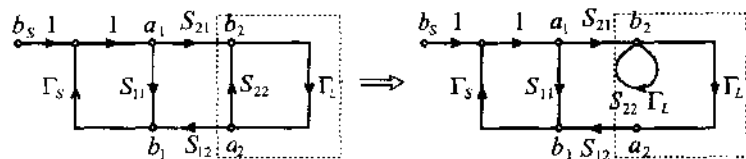
$$\left(S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma_L}\Gamma_L \right) \Gamma_L$$

步骤 5:分解 a_1 节点的反馈环,可得表达式:

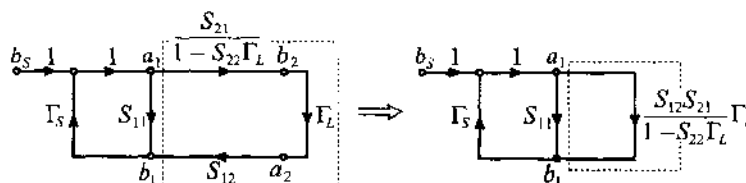
$$a_1 = \frac{1}{1 - \left(S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma_L}\Gamma_L \right) \Gamma_s} b_s$$

化简、整理后可得最终结果:

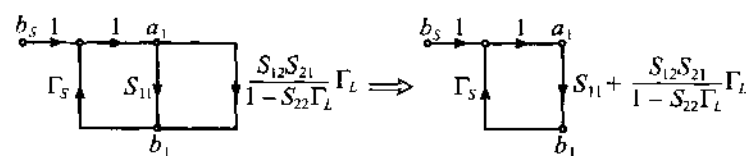
$$\frac{a_1}{b_s} = \frac{1 - S_{22}\Gamma_L}{1 - (S_{11}\Gamma_s + S_{22}\Gamma_L + S_{12}S_{21}\Gamma_s) + S_{11}S_{22}\Gamma_s\Gamma_L}$$



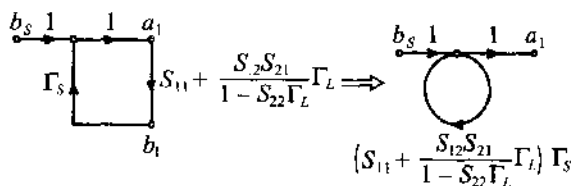
步骤 1



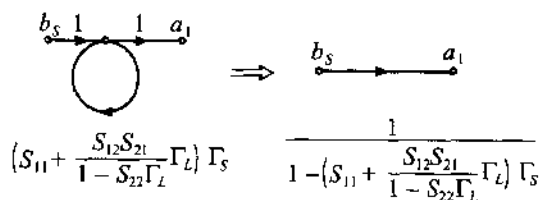
步骤 2



步骤 3



步骤 4



步骤 5

图 4.24 求解比值 a_1/b_s 的步骤

上述推导过程类似于求解控制系统或信号处理系统的传递函数。即使是复杂的电路,我们都可以将其化简并迅速建立节点关系。

例题 4.8 表明,在测试 S 参量时,如果匹配条件不能成立,会出现什么情况。已知,当计算 S_{11} 时,必须确保 $a_2 = 0$ 。如果 $a_2 \neq 0$,正如例题 4.8 中的情况,则 S_{11} 与修正因子 $S_{12}S_{21}\Gamma_L/(1 - S_{22}\Gamma_L)$ 有关。

4.4.6 S 参量的推广

在以上讨论中,我们一直假设网络两个端口所连接的传输线具有相同的特性阻抗 Z_0 。然而,实际情况并非如此。事实上,如果假设与 1 端口、2 端口相连接的传输线特性阻抗分别为 Z_{01}, Z_{02} , 则电压波、电流波的表达式必然与其相应的端口有关:

$$V_n = V_n^+ + V_n^- = \sqrt{Z_{0n}}(a_n + b_n) \quad (4.84)$$

以及:

$$I_n = \frac{V_n^+}{Z_{0n}} - \frac{V_n^-}{Z_{0n}} = \frac{a_n}{\sqrt{Z_{0n}}} - \frac{b_n}{\sqrt{Z_{0n}}} \quad (4.85)$$

由此可得:

$$a_n = \frac{V_n^+}{\sqrt{Z_{0n}}}, b_n = -\frac{V_n^-}{\sqrt{Z_{0n}}} \quad (4.86)$$

由这些关系式可得 S 参量的如下定义:

$$S_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_n=0(n \neq j)} = \left. \frac{V_i^- / \sqrt{Z_{0i}}}{V_j^+ / \sqrt{Z_{0j}}} \right|_{V_n^+=0(n \neq j)} \quad (4.87)$$

与以前的 S 参量定义相比,我们发现必须考虑与相应传输线特性阻抗有关的比例变换。显然,尽管我们的推导主要是针对两端口网络的,如果取 $n = 1, \dots, N$, 则上述公式全都可以推广到 N 端口网络的情况。

另外一个需要考虑的因素是,在实际测量网络的 S 参量时需要利用一段有限长度的传输线。在这种情况下,我们需要研究一个如图 4.25 所示的特殊系统,其测量参考面向远离被测网络的方向移动。

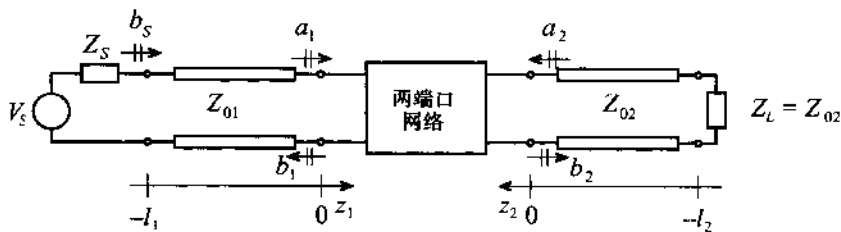


图 4.25 连接了有限长传输线段的两端口网络

由信号源发出的入射电压波需要经过一段距离为 l_1 的传输过程才能到达 1 端口。根据 2.9 小节引入的符号,可知 1 端口的入射电压波为:

$$V_{in}^+(z_1 = 0) = V_1^+ \quad (4.88)$$

而且,在信号源端入射电压波为:

$$V_{in}^+(z_1 = -l_1) = V_1^+ e^{-\beta_1(-l_1)} \quad (4.89)$$

由此可以求得 1 端口的反射电压波为:

$$V_{in}^-(z_1 = 0) = V_1^- \quad (4.90)$$

和

$$V_{in}^-(z_1 = -l_1) = V_1^- e^{j\beta_1 l_1} \quad (4.91)$$

其中, β_1 通常为传输线 1 的无损耗传播常数。2 端口电压也具有同样的形式, 只需用 V_{out} 替换 V_{in} , 用 V_2 替换 V_1 , 用 β_2 替换 β_1 就可得到其表达式。上述公式也可以写成矩阵形式:

$$\begin{Bmatrix} V_{in}^+(-l_1) \\ V_{out}^+(-l_2) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\beta_1 l_1} & 0 \\ 0 & e^{j\beta_2 l_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{Bmatrix} \quad (4.92)$$

这个公式将网络端口的输入电压波与某一参考面上的电压波联系了起来, 该参考面的位移对应于网络输入传输线段的电长度。反射电压波的矩阵形式为:

$$\begin{Bmatrix} V_{in}^-(-l_1) \\ V_{out}^-(-l_2) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\beta_1 l_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_2 l_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{Bmatrix} \quad (4.93)$$

根据 4.4.1 小节的讨论, 我们知道 S 参量与系数 a_n 和 b_n 有关, a_n 和 b_n 又可以用电压表示(若 $Z_{01} = Z_{02}$)。

$$\begin{Bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{Bmatrix} \quad (4.94)$$

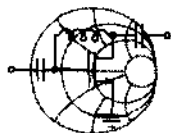
显然, 如果加入传输线段, 就必须用(4.92)式和(4.93)式替换(4.94)式中的电压, 由此可得:

$$\begin{Bmatrix} V_{in}^-(-l_1) \\ V_{out}^-(-l_2) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\beta_1 l_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_2 l_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\beta_1 l_1} & 0 \\ 0 & e^{j\beta_2 l_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{in}^+(-l_1) \\ V_{out}^+(-l_2) \end{Bmatrix} \quad (4.95)$$

这个结果表明, 若参考面可移动, 则网络的 S 参量包含了 3 个矩阵。若采用 S 参量矩阵形式表示, 则

$$[S]^{\text{SHIFT}} = \begin{bmatrix} S_{11} e^{-j2\beta_1 l_1} & S_{12} e^{-j(\beta_1 l_1 + \beta_2 l_2)} \\ S_{21} e^{-j(\beta_1 l_1 + \beta_2 l_2)} & S_{22} e^{-j2\beta_2 l_2} \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

这个矩阵的物理意义是十分清楚的。第 1 个矩阵元素表明, 到达 1 端口的入射波与 $2\beta_1 l_1$ 有关, 也可以说与入射电压波到达 1 端口, 经过反射返回到出发点所需时间的 2 倍有关。同理, 2 端口的相移为 $2\beta_2 l_2$ 。此外, 与正向和反向增益有关的交叉项含有可叠加的、分别来自传输线 1 ($\beta_1 l_1$) 和传输线 2 ($\beta_2 l_2$) 的相移, 其原因是整体的输入、输出结构包含了两个传输线段。



例题 4.9 采用信号流图方法求解传输线的输入阻抗

如图 4.26 所示的无损耗传输线系统, 其特性阻抗为 Z_0 , 长度为 l , 终端负载为 Z_L , 源阻抗为 Z_C , 源电压为 V_C 。要求 (a) 画出信号流图; (b) 采用信号流图的

RF&MW

方法导出 1 端口的输入阻抗表达式。

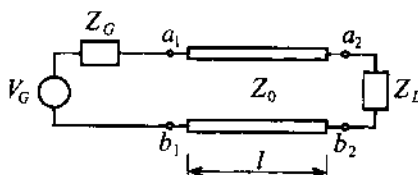


图 4.26 连接了电压源和终端负载的传输线

解:(a)根据已经确定的信号流图符号,可以将图 4.26 变换成如图 4.27 所示的信号流图。

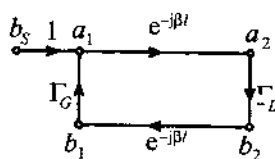


图 4.27 传输线系统(图 4.26)的信号流图

(b)1 端口的输入反射系数为:

$$b_1 = \Gamma_L e^{-j2\beta l} a_1$$

若令 $\Gamma_L = \Gamma_0$, $l = d$, 则这个结果与 3.1 小节给出的形式完全相同。即

$$\Gamma_{in}(l) = \Gamma_L e^{-j2\beta l} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$$

解出 Z_{in} 即可得到最终结果:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L e^{-j2\beta l}}{1 - \Gamma_L e^{-j2\beta l}}$$

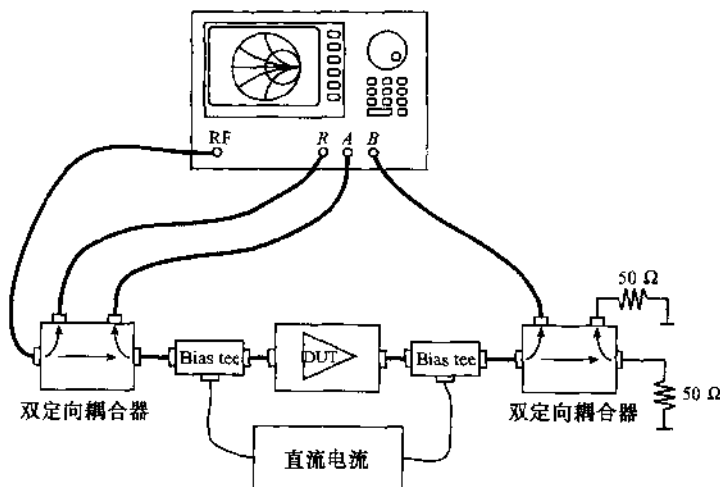
这个例题表明,采用信号流图的概念,可以迅速、简便地求出传输线的输入阻抗。

4.4.7 散射参量的测量

两端口网络 S 参量的测量需要涉及行波在两个端口的反射和传输。最常用的方法之一是采用矢量网络分析仪,它是一种可以测量电压幅度和相位的仪器。网络分析仪通常有 1 个输出端口,该端口可以通过内部信号源或外接信号源输出射频信号,另外还有 3 个分别标为 R , A 和 B 的测量通道(见图 4.28)。

射频源通常是覆盖特定频段的扫频源。测量通道 R 用于测量入射波,同时也作为参考端口。通道 A 和 B 通常用于测量反射波和传输波。测量通道 A 和 B 可以同时测量任意两个 S 参量元素。图 4.28 是测量 S_{11} 和 S_{21} 的实验系统。

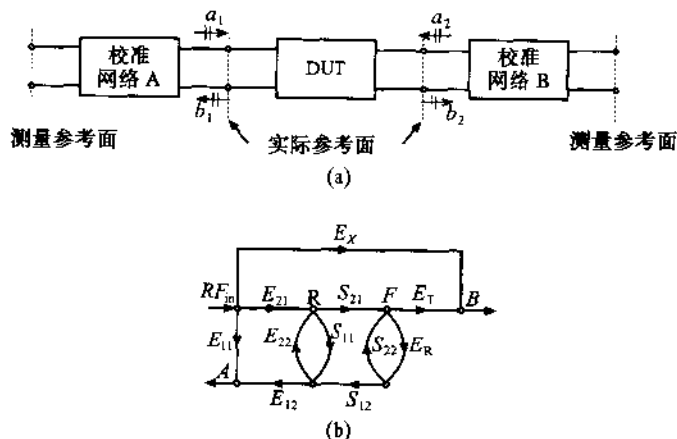
此时, S_{11} 和 S_{21} 的数值可以分别通过计算 A/R 和 B/R 的比值得到。若要测量 S_{12} 和 S_{22} , 则必须将待测元件反过来连接。图 4.28 中的双定向耦合器可以在待测元件的输入端口将入

图 4.28 利用网络分析仪测试 S_{11} 和 S_{21} 的实验系统

射波与反射波分开。偏置 T 形接头 (Bias Tee) 可为待测元件提供必要的偏置条件, 比如静态工作点。因为网络分析仪的主要用途是测量两端口器件, 所以新型网络分析仪的内部已经包含了偏置 T 形接头, 定向耦合器, 电子开关以及扫频信号源。

显然, 与 4.4.4 小节和 4.4.6 小节中讨论的简化、理想情况相比, 实际的测试系统是相当复杂的。在 4.4.4 小节和 4.4.6 小节中, 我们曾分别假设待测元件与连接传输线之间处于良好匹配或者不匹配状态。在实际测量系统中, 我们既不可能保证系统处于匹配状态也无法保证各个元件处于理想状态。事实上, 我们必须考虑所有与待测元件输入、输出端口相连的外接元件的影响。此外, S 参量需由复数电压换算得到, 而测量复数电压的初始参考面通常是在网络分析仪的内部某处。所以, 我们不但需要考虑外接元件在衰减、相移方面的影响, 而且也要考虑网络分析仪部分内部结构的影响。

通常, 测量系统可以简化为如图 4.29 所示的 3 个网络相级连。

图 4.29 (a) 两端口网络 S 参量测试系统框图; (b) 测试系统的信号流图

在图 4.29 中, R, A, B 分别代表网络分析仪参考端口 A 通道以及 B 通道的信号。 RF_{in} 是信号源的输出。分支 E_X 表示信号源输出与通道 B 之间可能存在的泄漏。

由于网络分析仪将两个测量参考面之间的所有元件视为一个整体, 所以, 我们的任务就简化为寻找一种方法来校准网络分析仪, 以便消除干扰或寄生效应的影响。校准程序的主要目的是在测量待测元件之前确定校准网络。网络分析仪内部的计算机根据这些校准数据就可求出待测元件的准确 S 参量。

假设校准网络 A 是互易的, 则有 $E_{12} = E_{21}$ 。所以, 还需要求解 6 个参量 ($E_{11}, E_{12}, E_{22}, E_X, E_R$ 和 E_T) 才能确定校准网络。

最简单的校准方法需要 3 个或更多已知负载 (开路、短路和匹配负载)。这种方法的问题在于, 上述标准负载不可能是绝对理想的, 因此必然带来附加的测量误差。这类误差在高频时十分明显。目前已经有许多种方法可以消除校准元件固有误差对测量结果的影响 (见本章末阅读资料, 作者 Mul, Schiek, Engen, Hoer)。在这一小节中, 我们只讨论所谓直通-反射-传输线 (TRL) 校准方法 (见本章末阅读资料, 作者 Engen, Hoer)。

直通-反射-传输线校准方法不需要已知的负载, 而是采用如图 4.30 所示的 3 种不同连接方式进行校准。

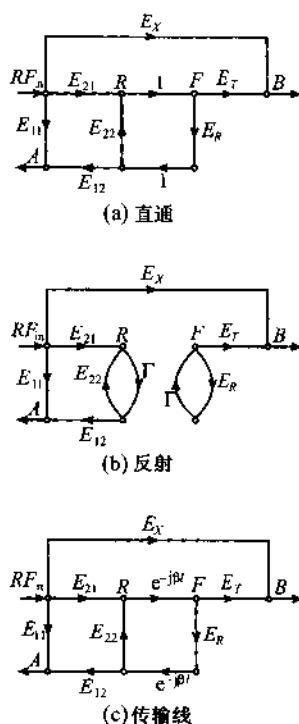


图 4.30 直通-反射-传输线校准方法的信号流图

“直通”连接是直接将待测元件的 1 端口和 2 端口相连。“反射”连接则需分别在 1 端口和 2 端口接具有强反射的负载。这些负载的反射系数不必已知, 因为该反射系数可以在校准过程中求得。惟一需要保证的是两个端口的反射系数必须相同。“传输线”连接是用传输线将 1 端口和 2 端口连接起来, 传输线和校准网络具有相同的特性阻抗。通常传输线的特性阻抗约

为 $50\ \Omega$ 。在开始分析每种连接方式之前,我们首先将这个系统视为常规的两端口网络。

根据图 4.29(b),节点 B 的信号是射频输入信号和节点 F 信号的线性叠加:

$$B = E_X + E_T F \quad (4.97)$$

应用反馈环规则,则节点 F 的信号为:

$$F = \frac{S_{21}}{1 - E_R S_{22}} R \quad (4.98)$$

仿照例题 4.8 讨论过的类似方法,可以求出 R 点的信号。在本例中我们先用 F 点信号加该点反馈环的计算结果代换该点的环路,并采用同样的方法处理 R 点信号。计算结果为:

$$R = \frac{E_{21}}{1 - E_{22} \left(S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} E_R}{1 - E_R S_{22}} \right)} \quad (4.99)$$

将(4.99)式代入(4.98)式,然后将(4.98)式代入(4.97)式,则可得 B 点信号的表达式:

$$B = E_X + E_T \frac{S_{21}}{1 - E_R S_{22}} \frac{E_{21}}{1 - E_{22} \left(S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} E_R}{1 - E_R S_{22}} \right)} \quad (4.100)$$

最后,根据求和规则可得 A 点信号的数值:

$$A = E_{11} + \frac{E_{12} E_{21}}{1 - E_{22} \left(S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} E_R}{1 - E_R S_{22}} \right)} \left(S_{11} + S_{12} E_R \frac{S_{21}}{1 - E_R S_{22}} \right) \quad (4.101)$$

如果测量系统没有引入任何误差,则 $E_{12} = E_{21} = E_T = 1$, $E_{11} = E_{22} = E_R = E_x = 0$ 。将这些值代入(4.99)式,(4.100)式和(4.101)式,则可求得 $R = 1$, $A = S_{11}$ 以及 $B = S_{12}$,这些表明了公式的合理性。

现在我们可以仔细研究直通-反射-传输线校准方法了。为了避免混淆,我们为 R , A 以及 B 点信号加注脚标, T 代表直通, R 代表反射, L 代表传输线。

对于直通状态,已知 $S_{11} = S_{22} = 0$, $S_{12} = S_{21} = 1$ 。令 $E_{12} = E_{21}$,则有:

$$R_T = \frac{E_{12}}{1 - E_{22} E_R} \quad (4.102a)$$

$$A_T = E_{11} + \frac{E_{12}^2}{1 - E_{22} E_R} E_R \quad (4.102b)$$

$$B_T = E_X + E_T \frac{E_{12}}{1 - E_{22} E_R} \quad (4.102c)$$

对于反射状态,已知 $S_{11} = S_{22} = \Gamma$, $S_{12} = S_{21} = 0$ 。则有公式:

$$R_R = \frac{E_{12}}{1 - E_{22} \Gamma} \quad (4.103a)$$

$$A_R = E_{11} + \frac{E_{12}^2 \Gamma}{1 - E_{22} \Gamma} \quad (4.103b)$$

$$B_R = E_X \quad (4.103c)$$

最后是传输线连接状态,已知 $S_{11} = S_{22} = 0, S_{12} = S_{21} = e^{-\gamma l}$ 。其中 l 是传输线的长度, γ 是包含了衰减效应的复传播常数($\gamma = \alpha + j\beta$)。计算结果为:

$$R_L = \frac{E_{12}}{1 - E_{22} E_R E^{-2\gamma l}} \quad (4.104a)$$

$$A_L = E_{11} + \frac{E_{12}^2 E_R e^{-2\gamma l}}{1 - E_{22} E_R E^{-2\gamma l}} \quad (4.104b)$$

$$B_L = E_X + E_T e^{-\gamma l} \frac{E_{12}}{1 - E_{22} E_R e^{-2\gamma l}} \quad (4.104c)$$

根据公式(4.102a)和公式(4.104b),可以解出校准网络的未知参数 $E_{11}, E_{12}, E_{22}, E_R, E_T$, 反射系数 Γ , 以及传输线参数 $e^{-\gamma l}$ 。求出了校准参数后,我们就能够测出待测元件的准确 S 参量。

4.5 小结

在分析低频基本电路和射频/微波电路时,我们将网络视为一个整体。已知, N 端口网络的导纳参量(Y 参量)具有如下形式:

$$\begin{Bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{Bmatrix}$$

其中电流和电压确定了外部端口的状态。引入适当的终端条件,就可以求出矩阵元素:

$$Y_{nm} = \left. \frac{i_n}{v_n} \right|_{v_k=0 \text{ (for } k \neq n)}$$

从原则上讲,描述网络的几种参量(Z 参量, Y 参量, h 参量及 $ABCD$ 参量)都可以直接推广到高频电路领域。但是,在实现求解每一套网络参量所必须的开路、短路条件时,我们遇到了很大的困难。因此,我们引入了由归一化正向、反向功率波定义的散射参量:

$$a_n = \frac{V_n^+}{\sqrt{Z_0}} = \sqrt{Z_0} I_n^+$$

$$b_n = \frac{V_n^-}{\sqrt{Z_0}} = -\sqrt{Z_0} I_n^-$$

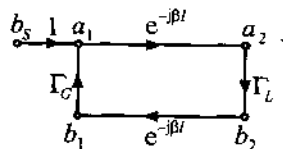
对于两端口网络,散射参量的形式为:

$$\begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$$

此时只需在网络端口传输线的终端形成匹配状态,而不需要开路或短路状态,就可以确定网络的 S 参量。在两端口网络的输入、输出端口, S 参量(S_{11}, S_{22})与反射系数有直接的联系。另

外,其正向和反向功率增益也可用 S 参量 ($|S_{21}|^2, |S_{12}|^2$) 表达。

在涉及信号流图的问题中, S 参量也是非常有力的工具。信号流图是电路的一种表达方式,它可以用节点和通道来描述图中所示连接了信号源和终端负载的传输线系统:



采用信号流图的概念后,非常复杂的系统也可以采用与控制论类似的方法,根据特定的输入、输出关系来讨论。

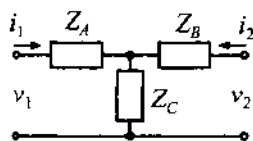
在第4章的最后,我们简要地讨论了采用矢量网络分析仪实际测量两端口网络(DUT) S 参量的方法。为了消除测试系统自身的各类误差因素,我们介绍了所谓直通—反射—传输线校准方法。通过,反射和传输校准过程记录了测试系统自身的各类误差因素,从而使 S 参量的实际测试结果能够准确地描述待测元件(DUT)。

参考文献

- C. Bowick, *RF Circuit Design*, Howard Sams & Co., Indianapolis, IN, 1982.
- R. S. Elliot, *An Introduction to Guided Waves and Microwave Circuits*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1997.
- G. F. Engen and C. A. Hoer, "Thru-Reflect-Line: An Improved Technique for Calibrating the Dual Six-Port Automatic Network Analyzer", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-27, pp. 987-998, 1979.
- H. J. Eul and B. Schiek, "Thru-Match-Reflect: One Result of a Rigorous Theory for De-embedding and Network Analyzer Calibration", *Proceeding of the 18th European Microwave Conference*, Stockholm, Sweden, 1988.
- G. Gonzales, *Microwave Transistor Amplifiers*, 2nd ed. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1997.
- S - Parameter Design*, Hewlett - Packard Application Note 154, 1972.
- D. V. Morgan and M. J. Howes, eds., *Microwave Solid State Devices and Applications*, P. Peregrinus Ltd., New York, 1980.
- P. A. Rizzi, *Microwave Engineering - Passive Circuits*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1988.
- D. Roddy, *Microwave Technology*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.

习题

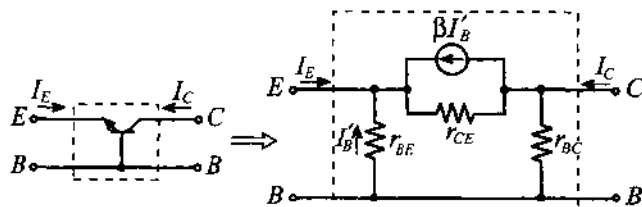
- 4.1 根据阻抗矩阵和导纳矩阵的定义式(4.3)和(4.6),求证 $[Z] = [Y]^{-1}$ 。
- 4.2 求下图中 T 形网络的阻抗矩阵和导纳矩阵。



- 4.3 求证:低频、小信号情况下(等效电路如下图所示),双极晶体管共基极电路的 h 参量矩阵为:

$$[h] = \begin{bmatrix} \frac{r_{ce}r_{be}}{r_{be} + (1 + \beta)r_{ce}} & \frac{r_{be}}{r_{be} + (1 + \beta)r_{ce}} \\ \frac{r_{be} + \beta r_{ce}}{r_{be} + (1 + \beta)r_{ce}} & \frac{1}{r_{be}} + \frac{1}{r_{be} + (1 + \beta)r_{ce}} \end{bmatrix}$$

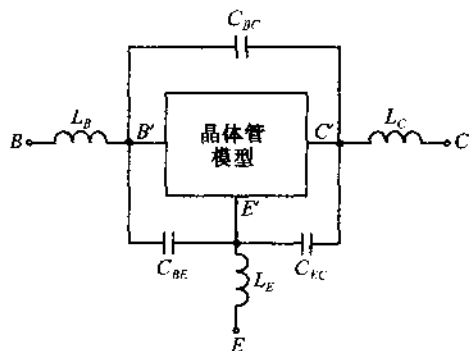
其中各晶体管参数如图中所示。



- 4.4 根据习题 4.3 的结论,计算双极晶体管共基极等效电路参数。假设晶体管的 h 参量为:

$$[h]' = \begin{bmatrix} 16.6 & 0.262 \times 10^{-3} \\ -0.99668 & 66.5 \times 10^{-9} \end{bmatrix}$$

- 4.5 利用两端口网络参量的换算表,求图 4.7 所示达林顿管的 h 参量矩阵。设晶体管的 h 参量矩阵与例题 4.2 导出的 h 参量矩阵相同。
- 4.6 根据 $ABCD$ 参量的定义,求 Y 参量矩阵。
- 4.7 根据习题 4.3 和例题 4.2,求解双极晶体管共基极和共发射极电路 h 参量矩阵的变换关系。
- 4.8 将例题 4.4 中阻抗 Z 的连接方式改为并联,求该两端口网络的 $ABCD$ 参量矩阵。
- 4.9 如图 4.2 所示,求常规 3 元件 Π 形网络的 $ABCD$ 参量矩阵。
- 4.10 求射频阻抗变换器的 $ABCD$ 参量矩阵。设阻抗变换比 $N = N_1/N_2$,其中 N_1 为初级线圈的匝数, N_2 为次级线圈的匝数。
- 4.11 证明图 4.12 所示混合参数高频晶体管模型的 h 参量矩阵为公式(4.31)。
- 4.12 本章中我们曾提到了双极晶体管在不同工作频率下的几种 h 参量矩阵,但忽略了晶体管封装外壳寄生参数的影响。考虑到上述影响的晶体管等效电路如下图所示。



假设晶体管管芯的模型为常规 h 参量矩阵,求考虑封装外壳影响后的修正晶体管模型。

- 4.13 已知传输线特性阻抗为 75Ω ,终端接 25Ω 负载,求回波损耗。
 4.14 求解例题 4.8 电路的正向增益。
 4.15 已知放大器的输入、输出端口驻波系数分别为 $VSWR = 2$ 和 $VSWR = 3$,求输入、输出端口反射系数的模。若采用 S_{11} 和 S_{22} 表示计算结果,其物理含义是什么?
 4.16 根据 4.4.4 小节的步骤,证明:若已知网络的 Y 参量,则其 S 参量为:

$$[S] = ([Y] + Y_0[E])^{-1}(Y_0[E] - [Y])$$

若已知网络的 S 参量,则其 Y 参量为:

$$[Y] = Y_0([E] - [S])([S] + [E])^{-1}$$

其中 $Y_0 = 1/Z_0$ 是传输线的特性导纳。

- 4.17 习题 4.10 中的理想阻抗变换器也可以用 S 参量描述,求证其 S 参量矩阵为:

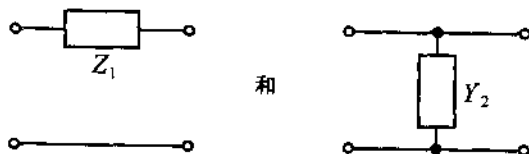
$$[S] = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+N^2} \\ \frac{1}{1+N^2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (N^2 - 1) & (2N) \\ (2N) & (1 - N^2) \end{bmatrix}$$

其中 $N = N_1/N_2$ 。

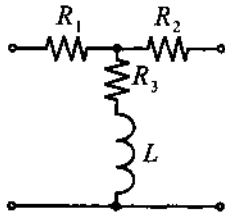
- 4.18 对于图中所示的两个电路,求证其 S 参量矩阵分别为:

$$[S] = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & 1 - \Gamma_1 \\ 1 - \Gamma_1 & \Gamma_1 \end{bmatrix} \quad [S] = \begin{bmatrix} \Gamma_2 & 1 + \Gamma_2 \\ 1 + \Gamma_2 & \Gamma_2 \end{bmatrix}$$

其中 $\Gamma_1 = (1 + 2Z_0/Z_1)^{-1}$, $\Gamma_2 = -(1 + 2Y_0/Y_1)^{-1}$



- 4.19 图中所示 T 形络网的 3 个电阻为 $R_1 = R_2 = 8.65 \Omega$, $R_3 = 141.8 \Omega$, 若将该网络插入到特性阻抗为 $Z_0 = 50 \Omega$ 的传输线中, 求该网络的 S 参量并画出插入损耗与电感 L 的函数关系, 已知工作频率 $f = 2 \text{ GHz}$, 电感量变化范围 0 至 100 nH 。



- 4.20 实际上, 习题 4.19 所示 T 形络网中的电阻值都与工作频率有关, 所以在射频频段需要考虑寄生参数效应的影响。假设所有电阻都具有 0.5 nH 的串联寄生电感, 电感 L 为确定值 10 nH , 求网络在 2 GHz 频率点的 S 参量。
- 4.21 一双极结晶体管的输入、输出端口接 50Ω 传输线, 工作频率 1.5 GHz 。在集电极电流 4 mA , 集电极-发射极电压 10 V 的测试条件下, 生产厂家提供的 S 参量为 $S_{11} = 0.6 \angle -127^\circ$, $S_{21} = 3.88 \angle 87^\circ$, $S_{12} = 0.039 \angle 28^\circ$, $S_{22} = 0.76 \angle -35^\circ$ 。求晶体管的 Z 参量和 h 参量。

第5章 射频滤波器设计

经过第4章的学习,我们现在可以将单端口、双端口网络的知识用于设计、开发射频滤波器。由于在设计模拟电路时,对高频信号在特定频率或频段内的频率分量做加重或衰减处理是个十分重要的任务,所以本章将研究如何对模拟信号进行滤波。根据基本电路理论,滤波器可以大致分为四类:低通、高通、带通和带阻滤波器。低通滤波器允许低频信号以很小的衰减量从输入端口传输到输出端口,当信号频率超过特定的截止频率后,信号的衰减量将急剧增大,从而使输出端口的信号幅度下降。高通滤波器的特征恰好相反,此时低频信号分量的衰减很大,即低频信号分量的输出幅度下降了,当信号频率超过特定的截止频率后,信号则以很小的衰减量从输入端口传输到输出端口。带通和带阻滤波器由特定的下边频和上边频划分出确定的频带,在这个频带内,信号衰减量相对于其他频段有低(带通)或者高(带阻)的衰减量。

在本章内,我们首先讨论滤波器和谐振器的一些基本概念和定义,特别是要详细讨论重要的概念(品质因数和有载品质因数)。然后,引入几种最基本的、多节低通滤波器结构,即已有设计参数表的所谓最大平滑二项式(巴特沃斯)滤波器和等波纹(切比雪夫)滤波器。第5章的目的不在于向读者介绍完整的滤波器设计理论以及如何引出滤波器设计参数,而是要引导读者使用上述设计参数设计各种类型的滤波器。我们将看到,归一化低通滤波器是一个基本结构单元,所有四类滤波器都可以由它导出。

掌握了将标准最大平滑二项式或切比雪夫低通滤波器变换为符合要求的特定滤波器的方法后,我们还需要研究如何用分布参数元件实现这些滤波器的方法。由于在高于500 MHz的频段内,采用集总参数元件电感、电容已经不合适,所以这项工作是非常重要的。根据将集总参数元件变为分布参数元件的Richards变换和Kuroda规则,我们可以导出一些实用的方法,采用这些方法可设计出通常情况下都能够实现的滤波器电路结构。

5.1 谐振器和滤波器的基本结构

5.1.1 滤波器的类型和技术参数

在讨论这个问题时,通常的方法是先引入四种基本的理想滤波器:低通滤波器、高通滤波器、带通滤波器和带阻滤波器。图5.1归纳出了四种滤波器的衰减系数与归一化角频率的关系。

我们取参数 $\Omega = \omega/\omega_c$ 作为相对于角频率 ω_c 的归一化频率,对于低通和高通滤波器 ω_c 是截止频率,对于带通和带阻滤波器 ω_c 是中心频率。以后我们会发现,这种归一化处理方法能大幅度减少导出标准滤波器的工作量。图5.2画出了二项式(巴特沃斯)、切比雪夫以及椭圆函数(Cauer)低通滤波器的衰减曲线。

二项式滤波器具有单调的衰减曲线,一般说来也比较容易实现。遗憾的是,若想在通带和阻带之间实现陡峭的过渡衰减变化,需要使用很多元件。如果想得到较好的陡峭过渡衰减曲线,则必须允许通带内的衰减曲线有某种程度的起伏,或者说波纹。如果衰减曲线的波纹在通

带内或阻带内保持相等的幅度,我们就称其为切比雪夫滤波器,这种滤波器的设计依据于所谓的切比雪夫多项式。可以看出,对于二项式和切比雪夫滤波器,当 $\Omega \rightarrow \infty$ 时,滤波器的衰减趋于无穷大。这一点与椭圆函数滤波器不同,椭圆函数滤波器在通带与阻带间的过渡变化最陡峭,但代价是其通带和阻带内均有波纹。由于椭圆函数滤波器设计在数学上的复杂性,我们将不再做进一步的讨论(有关资料参见 Rizzi 的著作,见本章参考文献)。

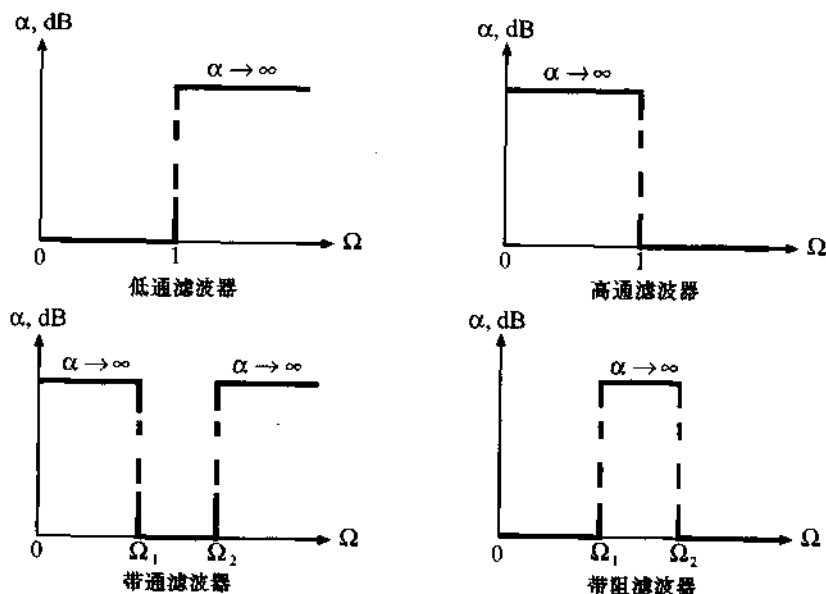


图 5.1 四种基本滤波器

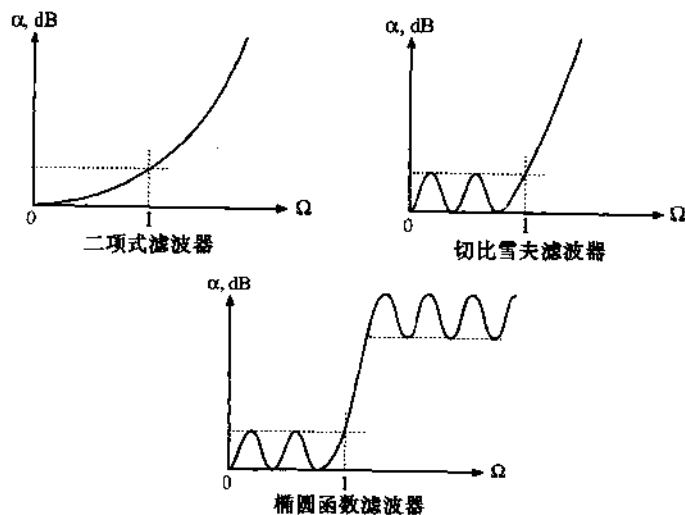


图 5.2 三种低通滤波器的实际衰减曲线

在综合分析滤波器的各种情况时,下列参数是至关重要的:

RF 插入损耗:在理想情况下,插入到射频电路中的理想滤波器,不应在其通带内引入任何功率损耗。然而,在现实中,我们无法消除滤波器固有的、某种程度的功率损耗。插入损耗定

量地描述了功率响应幅度与 0 dB 基准的差值,其数学表达为:

$$IL = 10 \log \frac{P_{in}}{P_L} = -10 \log(1 - |\Gamma_{in}|^2) \quad (5.1)$$

其中, P_L 是滤波器向负载输出的功率, P_{in} 是滤波器从信号源得到的输入功率, $|\Gamma_{in}|$ 是从信号源向滤波器看去的反射系数。

波纹:通带内信号响应的平坦度可以采用以下方法定量,定义波纹系数;采用 dB 或奈贝(Neper)为单位表示响应幅度的最大值与最小值之差。我们曾提到并将进一步讨论的问题是,切比雪夫滤波器设计方法能够精确地控制波纹的幅度。

带宽:对于带通滤波器,带宽的定义是通带内对应于 3 dB 衰减量的上边频和下边频的频率差:

$$BW_{3dB} = f_u^{3dB} - f_L^{3dB} \quad (5.2)$$

矩形系数:矩形系数是 60 dB 带宽与 3 dB 带宽的比值,它描述了滤波器在截止频率附近响应曲线变化的陡峭程度:

$$SF = \frac{BW_{60dB}}{BW_{3dB}} = \frac{f_u^{60dB} - f_L^{60dB}}{f_u^{3dB} - f_L^{3dB}} \quad (5.3)$$

阻带抑制:在理想情况下,我们希望滤波器在阻带频段内具有无穷大的衰减量。但是,实际上我们只能得到与滤波器元件数目相关的有限衰减量。在实际情况中,为了使阻带抑制与矩形系数建立联系[式(5.3)],通常以 60 dB 作为阻带抑制的设计值。

上述滤波器参数都可以通过如图 5.3 所示的典型带通衰减曲线来说明。由于滤波器的衰减特征是根据它与归一化频率的对应关系画出的,所以其中心频率 f_c 被归一化为 $\Omega = 1$, 而 3 dB 上、下边频对称于该中心频率。在这两个 3 dB 衰减频率点之外,衰减量急剧增加并迅速达到 60 dB 的阻带衰减量,此处就是阻带的起始点。

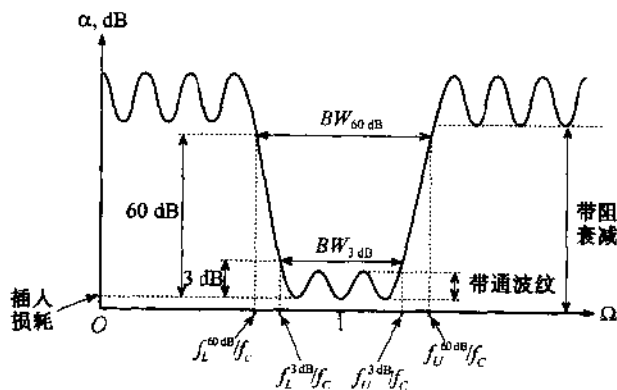


图 5.3 带通滤波器的典型衰减曲线

另外还有一个参数可描述滤波器的频率选择性,它就是品质因数 Q 。品质因数通常被定义为在谐振频率下,平均储能与一个周期内平均耗能之比:

$$Q = \omega \frac{\text{平均储能}}{\text{一个周期内的平均耗能}} \bigg|_{\omega=\omega_c} = \omega \frac{\text{平均储能}}{\text{功率损耗}} \bigg|_{\omega=\omega_c} = \omega \frac{W_{\text{stored}}}{P_{\text{loss}}} \bigg|_{\omega=\omega_c} \quad (5.4)$$

其中功率损耗 P_{loss} 等于单位时间内的耗能。在应用这个定义时,必须特别注意区别有载

滤波器和无载滤波器。通过考察一个输入端口与信号源相连,输出端口与负载相连的滤波器,我们可以进一步了解这句话的含义,参见图 5.4。

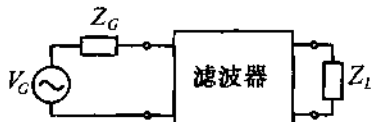


图 5.4 滤波器作为一个输入、输出端口分别与信号源、负载相连的两端口网络

功率损耗通常被认为是外接负载上的功率损耗和滤波器本身功率损耗的总和,由此定义的品质因数被称为有载品质因数 Q_{LW} 。有趣的是,如果对有载品质因数 Q_{LW} 取倒数,可以得到:

$$\frac{1}{Q_{LW}} = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\text{滤波器中的功率损耗}}{\text{平均储能}} \right) \bigg|_{\omega=\omega_0} + \frac{1}{\omega} \left(\frac{\text{负载中的功率损耗}}{\text{平均储能}} \right) \bigg|_{\omega=\omega_0} \quad (5.5)$$

由于总功耗包含滤波器的功耗以及外接负载的功耗,上式可以简化为:

$$\frac{1}{Q_{LW}} = \frac{1}{Q_F} + \frac{1}{Q_E} \quad (5.6)$$

其中, Q_F 为滤波器的固有品质因数, Q_E 为外部品质因数。我们将在 5.1.4 节中讨论公式 (5.6) 的深层含义。正如我们将在本小节中看到,公式 (5.6) 可以变换为:

$$Q_{LW} = \frac{f_c}{f_U^{3dB} - f_L^{3dB}} \equiv \frac{f_c}{BW^{3dB}} \quad (5.7)$$

其中 f_c 是滤波器的中心频率或谐振频率。在下一小节中,我们将对三种常用滤波器的重要特点进行总结,重点是根据第 4 章讨论的方法做网络分析。

5.1.2 低通滤波器

作为最简单的例子,我们首先研究连接了负载电阻的一阶低通滤波器,如图 5.5 所示。

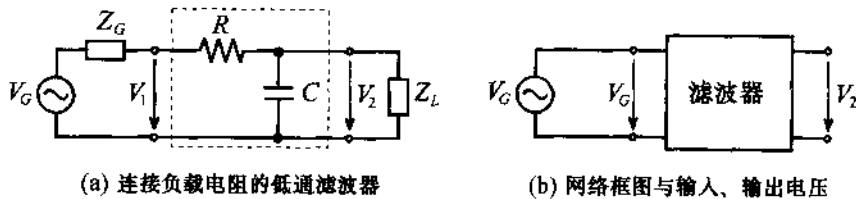


图 5.5 插入在信号源与负载电阻之间的低通滤波器

滤波器设计的关键点是根据输入电压 V_1 , 根据信号源电压 V_G 则更好, 确定输出电压 V_2 。对于图 5.5 中的简单电路, 可以用图 5.6 所示的四个级连 ABCD 参量网络(标号为 1~4)来构成。

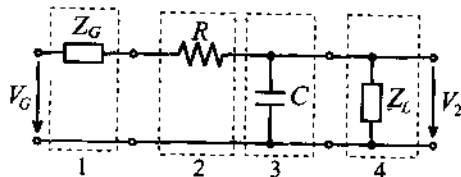


图 5.6 四个 ABCD 参量网络的级连

整个级连网络的 $ABCD$ 参量即为:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_L & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + (R + R_C) \left(j\omega C + \frac{1}{R_L} \right) & R_C + R_L \\ j\omega C + \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

其中我们设源阻抗和负载阻抗均为纯电阻性,即 $Z_G = R_C, Z_L = R_L$ 。由于 A 就是 V_G 与 V_2 的比值,因此,我们只需求出这一 A 元素的倒数:

$$\frac{V_2}{V_G} = \frac{1}{A} = \frac{1}{1 + (R + R_C) \left(j\omega C + \frac{1}{R_L} \right)} \quad (5.9)$$

考察公式(5.9)在频率趋于 0 或趋于无穷的特殊情况,若 $\omega \rightarrow 0$,可得:

$$\frac{V_2}{V_G} = \frac{1}{1 + (R + R_C)/R_L} = \frac{R_L}{R_C + R + R_L} \quad (5.10a)$$

若 $\omega \rightarrow \infty$,则有:

$$\frac{V_2}{V_G} = 0 \quad (5.10b)$$

我们发现,在第一种情况中,分压关系与直流情况相同;在第二种情况中,滤波器显示出在高频段具有 0 电压输出的低通特征。此外,如果负载电阻值趋于无穷 ($R_L \rightarrow \infty$),滤波器即化为空载状态并在极限状态下得到纯一阶系统的结果:

$$\frac{V_2}{V_G} = H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega(R_C + R)C} \quad (5.11)$$

其中 $H(\omega)$ 就是系统理论中的传递函数。除了确定传递函数之外,更常见的是采用奈贝 (N_p) 计量衰减系数:

$$\alpha(\omega) = -\ln |H(\omega)| = -\frac{1}{2} \ln |H(\omega)|^2 \quad (5.12a)$$

或者用 dB 表示:

$$\alpha(\omega) = -20 \log |H(\omega)| = -10 \log |H(\omega)|^2 \quad (5.12b)$$

相应的相位值为:

$$\phi(\omega) = \arctan \left(\frac{\text{Im}\{H(\omega)\}}{\text{Re}\{H(\omega)\}} \right) \quad (5.12c)$$

与相位有直接关系的是所谓群时延 t_g , 群时延的定义是相位相对于角频率的变化率:

$$t_g = \frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \quad (5.12d)$$

我们经常需要设计具有线性相位(即: $\phi \propto \omega A$, A 是任意常数)的滤波器,这种滤波器的群延时为简单常数 $t_g \propto A$ 。

图 5.7 是典型滤波器响应与负载电阻变化的关系,其中 $C = 10 \text{ pF}$, $R = 10 \Omega$, $R_C = 50 \Omega$ 。

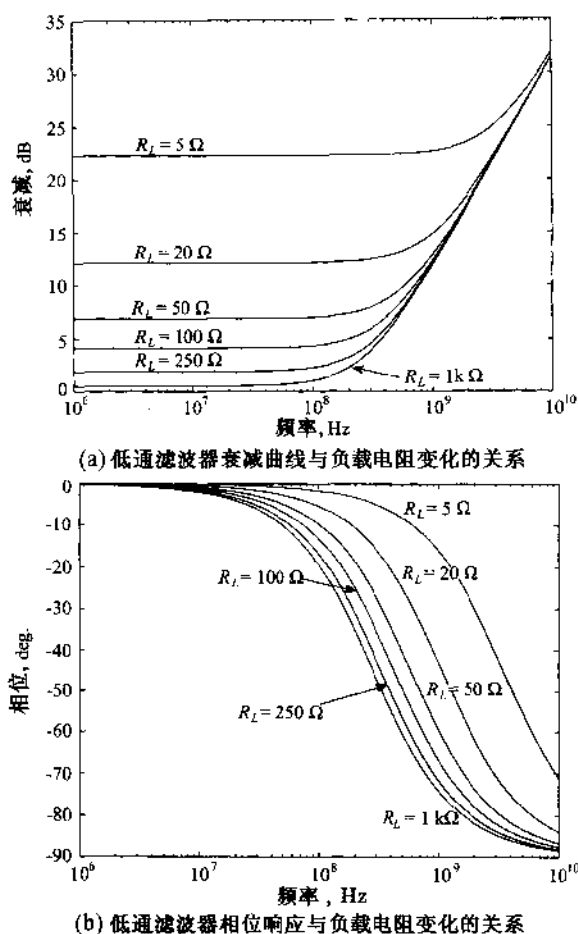
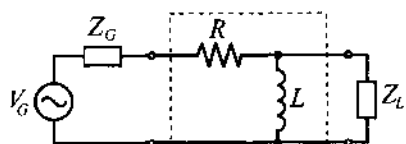


图 5.7 一阶低通滤波器响应与负载电阻变化的函数关系

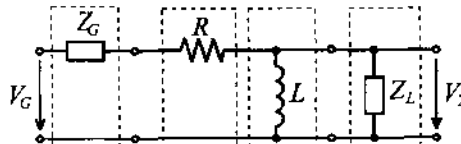
5.1.3 高通滤波器

如图 5.8 所示,用电感替换图 5.5 中的电容,可以构成一阶高通滤波器。除了用感抗替换容抗外,采用分析低通滤波器的相同方法,可以得到:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_G \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{j\omega L} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + (R + R_G) \left(\frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R_L} \right) R_L & R_G + R_L \\ j\omega C + \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$



(a) 连接了负载电阻的高通滤波器



(b) 网络结构和输入、输出电压

图 5.8 一阶高通滤波器

我们可以直接导出:

$$\frac{V_2}{V_G} = \frac{1}{A} = \frac{1}{1 + (R + R_C) \left(\frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R_L} \right)} \quad (5.14)$$

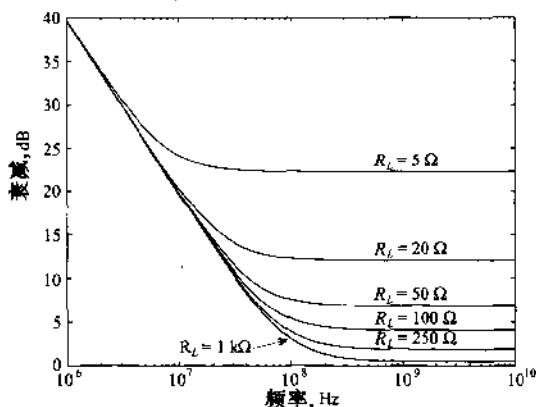
当 $\omega \rightarrow 0$, 可见:

$$\frac{V_2}{V_G} = 0 \quad (5.15a)$$

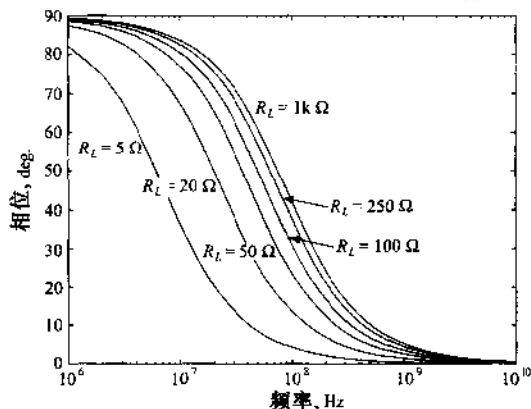
若 $\omega \rightarrow \infty$, 则有:

$$\frac{V_2}{V_G} = \frac{1}{1 + (R + R_C)/R_L} = \frac{R_L}{R_C + R + R_L} \quad (5.15b)$$

这表明电感的影响可以忽略。图 5.9 是不同负载电阻情况下高通滤波器的响应, 其中 $L = 100 \text{ nH}$, $R = 10 \text{ } \Omega$, $R_C = 50 \text{ } \Omega$ 。



(a) 高通滤波器衰减曲线与负载电阻变化的关系



(b) 高通滤波器相位曲线与负载电阻变化的关系

图 5.9 高通滤波器响应与负载电阻变化的函数关系

5.1.4 带通和带阻滤波器

带通滤波器可以采用串联或并联结构的 RLC 电路构成。图 5.10 是包括源阻抗和负载阻

抗的串联结构滤波器电路图。

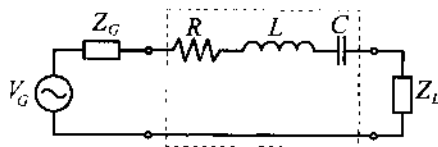


图 5.10 串联电路结构带通滤波器

若用 $ABCD$ 参量描述该网络的特征,则

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_G \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_L & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z + Z_G}{Z_L} & Z_G + Z \\ \frac{1}{Z_L} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

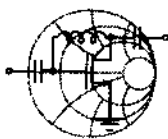
其中阻抗 Z 由常规电路理论确定:

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (5.17)$$

由此还可导出传递函数 $H(\omega) = 1/A$ 为:

$$\frac{V_2}{V_1} = H(\omega) = \frac{Z_L}{(Z_L + Z_G) + R + j[\omega L - 1/(\omega C)]} \quad (5.18)$$

我们将在下面的例题中详细讨论此传递函数和衰减曲线。



RF & MW

例题 5.1 带通滤波器的响应

设带通滤波器的 $Z_L = Z_G = 50 \Omega$, $L = 5 \text{ nH}$, $R = 20 \Omega$, $C = 2 \text{ pF}$ 。求滤波器的频率响应,画出传递函数的相位与频率的关系以及传递函数以 dB 表示的衰减曲线。

解:我们利用带通滤波器传递函数(5.18)式求解这个问题。以 dB 表示的滤波器衰减曲线可由 $\alpha = 20\log[H(\omega)^{-1}] = -20\log[H(\omega)]$ 求得。滤波器衰减曲线和相位曲线已标在图 5.11 中。由此图可以估算出滤波器的谐振频率 f_0 大约是 1.5 GHz,精确值为 $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC}) = 1.59 \text{ GHz}$ 。

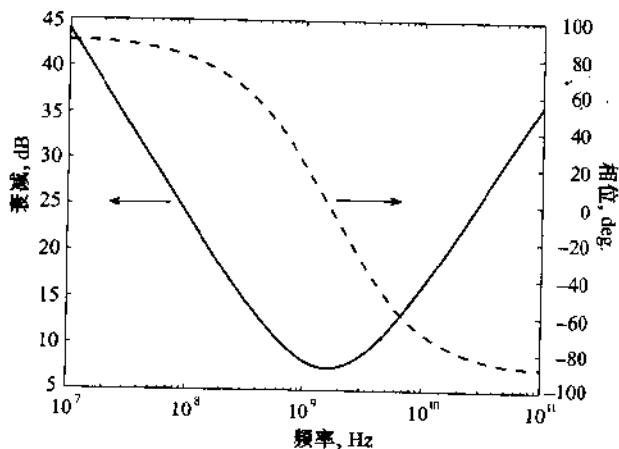


图 5.11 带通滤波器的响应

不出所料,带通滤波器在其谐振点处具有最小衰减,而且其阻带到通带的过渡非常缓慢。

如图 5.12 所示,若串联电路替换为并联电路,则只需用 $1/Y$ 替换公式(5.17)中的 Z 就可以得到:

$$\frac{V_2}{V_C} = \frac{Z_L}{Z_L + Z_C + 1/Y} \quad (5.19)$$

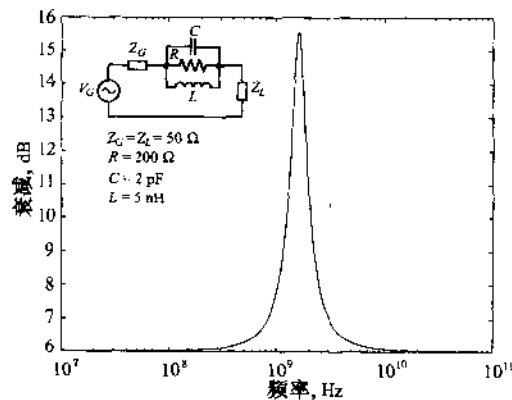
其中导纳为:

$$Y = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad (5.20)$$

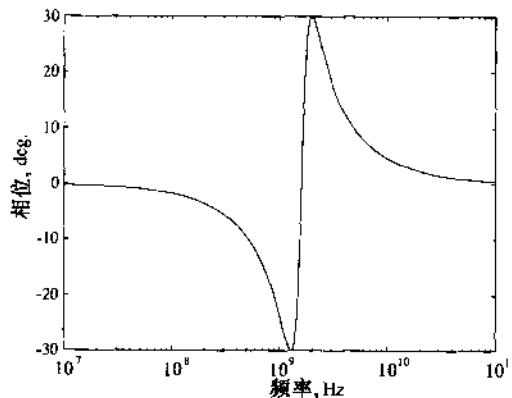
将其代入(5.19)式可得:

$$\frac{V_2}{V_C} = H(\omega) = \frac{Z_L \left[G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \right]}{(Z_L + Z_C) \left[G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \right] + 1} \quad (5.21)$$

若取例题 5.1 所列元件值,则传递函数幅度及相位的典型响应如图 5.12 所示。



(a) 传递函数的幅度



(b) 传递函数的相位

图 5.12 带阻滤波器的响应

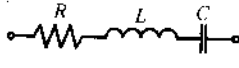
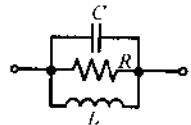
对于储能系统或 LC 网络,我们可以采用 5.1.1 小节引入的品质因数来计算滤波器的 3 dB 通带或阻带的带宽:

$$BW = \frac{f_0}{Q} \quad (5.22)$$

其中 f_0 是谐振频率。品质因数是耗散系数 d 的倒数,耗散系数与电路结构是串联(RLC)还是并联(GLC)有关。表 5.1 总结了串联和并联谐振电路的全部有关定义。

品质因数描述了特定谐振电路结构的重要内在特征——能耗。表 5.1 中的电路都是空载滤波器(即滤波器没有任何外接负载)。

表 5.1 串联和并联谐振器

参量符号		
阻抗或导纳	$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$	$Y = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$
谐振频率	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
耗散系数	$d = \frac{R}{\omega_0 L} = R \omega_0 C$	$d = \frac{G}{\omega_0 C} = G \omega_0 L$
品质因数	$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R \omega_0 C}$	$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{R \omega_0 L}$
带宽	$BW = \frac{f_0}{Q} = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L}$	$BW = \frac{f_0}{Q} = \frac{1}{2\pi} \frac{G}{C}$

在讨论有载情况时,我们遇到了另一类复杂问题,即谐振器的源阻抗和负载阻抗。根据图 5.10,我们可以详细考察三种品质因数产生的原因。为此,我们着手分析连接了源内阻 R_C 和负载电阻 R_L 的串联谐振电路,即带通滤波器。在不失一般性的前提下,我们把上述两个电阻合在一起构成如图 5.13 所示的电路结构。

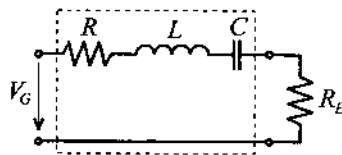


图 5.13 定义有载品质因数及无载品质因数的等效电路

其中 $R_E = R_C + R_L$, V_G 是戴维南等效源。损耗可以归结为由外接电阻 R_E 单独产生,内部电阻 R 单独产生或它们共同产生。因此,我们必须分三种情况讨论:

外品质因数($R_E \neq 0, R = 0$)

$$Q_E = \frac{\omega_0 L}{R_E} = \frac{1}{R_E \omega_0 C}$$

滤波器固有品质因数($R_E = 0, R \neq 0$)

$$Q_F = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C}$$

有载品质因数 ($R_E \neq 0, R \neq 0$)

$$Q_{\omega} = \frac{\omega_0 L}{R + R_E} = \frac{1}{(R + R_E)\omega_0 C}$$

如果用 G 和 G_E 替换 R 和 R_E , 可以导出并联谐振电路的类似表达式。通常以谐振频率为基准, 引入归一化频率偏差:

$$\varepsilon = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \quad (5.23)$$

并展开为:

$$\varepsilon = \frac{f_0 + f - f_0}{f_0} - \frac{f_0}{f_0 + f - f_0} = -\left(1 + \frac{\Delta f}{f_0}\right)\left(1 + \frac{\Delta f}{f_0}\right)^{-1} \approx 2\left(\frac{\Delta f}{f_0}\right) \quad (5.24)$$

其中 $\Delta f = f_0 - f$ 。由公式(5.24)可导出品质因数微分变化的表达式:

$$\Delta Q_{\omega} = Q_{\omega} \varepsilon \approx 2 \frac{\Delta f}{f_0} Q_{\omega} \quad (5.25)$$

如果令 $X = \omega L$, 并从(5.25)式中解出 Q_{ω} , 则对于串联电路有:

$$Q_{\omega} = \frac{\Delta Q_{\omega}}{\varepsilon} = \frac{f_0}{2(R_E + R)} \frac{dX}{df} \bigg|_{f=f_0} \quad (5.26a)$$

同理, 令 $B = 1/(\omega L)$, 则对于并联电路有:

$$Q_{\omega} = \frac{\Delta Q_{\omega}}{\varepsilon} = \frac{f_0}{2(G_E + G)} \frac{dB}{df} \bigg|_{f=f_0} \quad (5.26b)$$

公式(5.26a)和(5.26b)表明, 一般情况下, 复数阻抗(或导纳)电路的有载品质因数可以表达为:

$$Q_{\omega} = \frac{\Delta Q_{\omega}}{\varepsilon} = \frac{f_0}{2\operatorname{Re}\{Z\}} \frac{d\operatorname{Im}\{Z\}}{df} \bigg|_{f=f_0}$$

或

$$Q_{\omega} = \frac{\Delta Q_{\omega}}{\varepsilon} = \frac{f_0}{2\operatorname{Re}\{Y\}} \frac{d\operatorname{Im}\{Y\}}{df} \bigg|_{f=f_0}$$

其中 $\operatorname{Re}\{Z\}$, $\operatorname{Im}\{Z\}$, $\operatorname{Re}\{Y\}$ 和 $\operatorname{Im}\{Y\}$ 分别为谐振电路总阻抗或总导纳的实部和虚部。

5.1.5 插入损耗

因为滤波器的品质因数 Q 比实际阻抗或实际导纳更容易测量(例如, 采用网络分析仪), 所以上一小节求出的品质因数表达式对于射频电路设计是非常有用的。此外, 带通或带阻滤波器的阻抗或导纳值也可以采用某种品质因数 Q 来表达。例如, 串联谐振电路的阻抗可以表示为:

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = (R_E + R) \left[\frac{R}{R_E + R} + j\left(\frac{\omega L}{R_E + R} - \frac{1}{\omega C(R_E + R)}\right) \right] \quad (5.27)$$

由此可导出:

$$Z = (R_E + R) \left[\frac{Q_{LD}}{Q_F} + jQ_{LD}\epsilon \right] \quad (5.28)$$

采用与讨论串联谐振器相同的步骤,可以导出关于并联谐振器导纳 Y 的类似表达式:

$$Y = (G_E + G) \left[\frac{Q_{LD}}{Q_F} + jQ_{LD}\epsilon \right] \quad (5.29)$$

我们现在将研究重点转移到如下情况:见图 5.14(a)所示的传输线系统,传输线的特性阻抗为 Z_0 ,该传输线在信号端和负载端均处于匹配状态($Z_L = Z_G = Z_0$)。

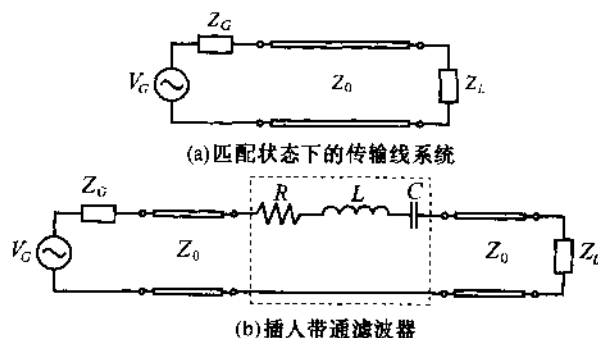


图 5.14 插入损耗分析

在图 5.14(a)中,负载上得到的功率 P_L 就是信号源输出的全部可用功率 P_{in} :

$$P_L = P_{in} = |V_G|^2 / (8Z_0) \quad (5.30)$$

如果将滤波器按图 5.14(b)所示方式插入,负载上得到的功率即变为:

$$P_L = \frac{1}{2} \left| \frac{V_G}{2Z_0 + Z} \right|^2 Z_0 = \frac{|V_G|^2 / (8Z_0)}{\frac{1}{4Z_0^2} \left| 2Z_0 + (2Z_0 + R) \left[\frac{Q_{LD}}{Q_F} + j\epsilon Q_{LD} \right] \right|^2} \quad (5.31)$$

将公式(5.6)代入(5.31)式并整理后可得:

$$P_L = P_{in} \frac{1}{(1 + \epsilon^2 Q_{LD}^2) Q_E^2 / Q_{LD}^2} \quad (5.32)$$

由此可计算出插入滤波器后以 dB 表示的插入损耗:

$$IL = 10 \log \left(\frac{1 + \epsilon^2 Q_{LD}^2}{Q_{in}^2 / Q_E^2} \right) = 10 \log(1 + \epsilon^2 Q_{LD}^2) - 10 \log(1 - Q_{LD} / Q_F)^2 \quad (5.33)$$

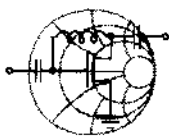
在谐振状态下, $\epsilon = 0$, 式中第一项为零, 此时谐振器的损耗取决于式中第二项。然而, 当滤波器偏离谐振状态时, 式中第一项对损耗值有明显的影响。若考察一个特殊的频率, 在该频率上, 负载得到的功率恰好是其在谐振频率上的一半, 我们可以导出 $1 + \epsilon^2 Q_{LD}^2 = 2$, 若代入公式(5.24), 可得:

$$BW_{3dB} = 2\Delta f = \epsilon f_0 = f_0 / Q_{LD}$$

根据 2.1.1 小节, 我们可以导出公式(5.33)与输入端反射系数的关系:

$$1 - |\Gamma_{in}|^2 = 1 - \left| \frac{Z_{in} - Z_G}{Z_{in} + Z_G} \right|^2 = \frac{Q_{LD}^2 / Q_E^2}{1 + \epsilon^2 Q_{LD}^2} = \frac{1}{LF} \quad (5.34)$$

其中 LF 被称为损耗因数。当根据要求设计滤波器的衰减特性时,损耗因数是个关键的参数。



RF&MW→

例题 5.2 求解滤波器的各种品质因数

设滤波器的结构如图 5.14 (b) 所示, 已知: $Z_0 = 50 \Omega$, $Z_L = Z_C = Z_0$, $R = 10 \Omega$, $L = 50 \text{ nH}$, $C = 0.47 \text{ pF}$, 信号源电压 $V_C = 5 \text{ V}$ 。求有载品质因数, 无载(滤波器)品质因数和外品质因数; 信号源输出功率; 谐振状态下负载吸收的功率; 画出谐振频率附近 $\pm 20\%$ 频带内的插入损耗。

解: 求解此问题的第一个步骤是计算滤波器的谐振频率:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1.038 \text{ GHz}$$

知道了谐振频率, 就可以求出滤波器的各种品质因数:

$$\text{外部品质因数: } Q_E = \frac{\omega_0 L}{2Z_0} = 3.26$$

$$\text{固有品质因数: } Q_F = \frac{\omega_0 L}{R} = 32.62$$

$$\text{有载品质因数: } Q_w = \frac{\omega_0 L}{R + 2Z_0} = 2.97$$

利用公式(5.30), 可以求出滤波器的输入功率或信号源的最大资用功率:

$$P_{in} = |V_C|^2 / (8Z_0) = 62.5 \text{ mW}$$

由于滤波器的内部电阻不为零 ($R = 10 \Omega$), 所以, 即使在谐振频率点输入信号也会有一定程度的衰减, 同时负载得到的功率将小于信号源的资用功率:

$$P_L = \left| P_{in} \frac{1}{(1 + \epsilon^2 Q_E^2) Q_E^2 / Q_w^2} \right|_{f=f_0} = P_{in} \frac{1}{Q_E^2 / Q_w^2} = 51.7 \text{ mW}$$

最后, 将有载品质因数和外部品质因数代入公式(5.33), 画出插入损耗 IL 的频率响应(图 5.15), 就可以求出滤波器在谐振频率附近 $\pm 20\%$ 的频带内的插入损耗。如图 5.15 所示, 此滤波器的 3 dB 带宽大约为 350 MHz, 若采用本小节前面导出的公式计算也可得到同样结果(即: $BW_{3dB} = f_0 / Q_w = 350.07 \text{ MHz}$)。

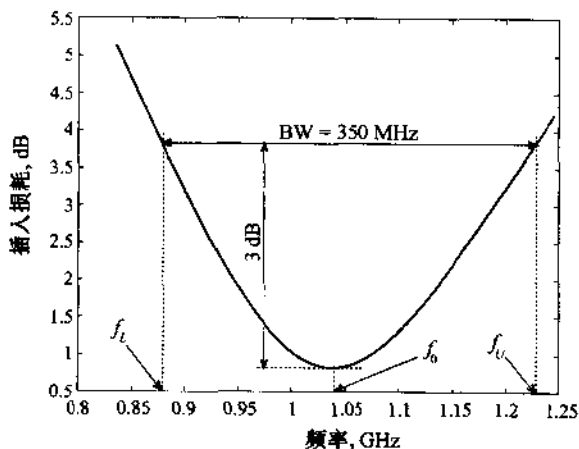


图 5.15 插入损耗与频率的关系

本例题表明有载品质因数小于外部品质因数及固有品质因数,需要强调的是:在实际情况中这一现象更为明显。

5.2 特定滤波器的实现

一般说来,低通、高通、带通滤波器特性的网络综合是相当复杂的。在本小节中,我们将重点讨论两类滤波器……最大平滑巴特沃斯(Butterworth)滤波器和等波纹切比雪夫滤波器的实现。

我们首先研究归一化低通滤波器的结构,然后再利用频率变换将其低通频率特性变换为其他类型的滤波器频率特性。

5.2.1 巴特沃斯滤波器

由于这种滤波器的衰减曲线中没有任何波纹,所以也被称为最大平滑滤波器。对于低通滤波器,插入损耗可由损耗因数确定:

$$IL = -10\log(1 - |\Gamma_{in}|^2) = 10\log\{LF\} = 10\log\{1 + a^2\Omega^{2N}\} \quad (5.35)$$

其中 Ω 仍是 5.1.1 小节引入的归一化频率, N 是滤波器的阶数。一般情况下取常数 $a = 1$, 这样, 当 $\Omega = \omega/\omega_c = 1$ 时插入损耗 $IL = 10\log\{2\}$, 即截止频率点上的插入损耗为 3 dB。图 5.16 画出了几种 N 值情况下的插入损耗。

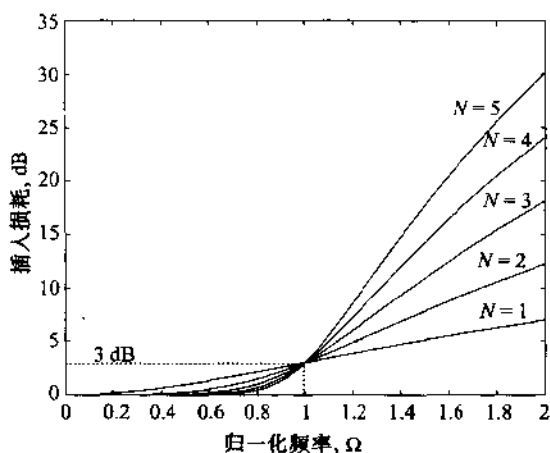


图 5.16 巴特沃斯低通滤波器设计

一般归一化低通滤波器的两种可行结构如图 5.17 所示, 其中我们取 $R_c = 1$ 。

在图 5.17 中, 电路元件值的编号是从信号源端的 g_0 一直到负载端的 g_{N+1} 。电路中串联电感与并联电容存在对换关系。各个元件值 g 由如下方式确定:

$$g_0 = \begin{cases} \text{图 5.17(a) 电路中的波源内电阻} \\ \text{图 5.17(b) 电路中的波源内电导} \end{cases}$$

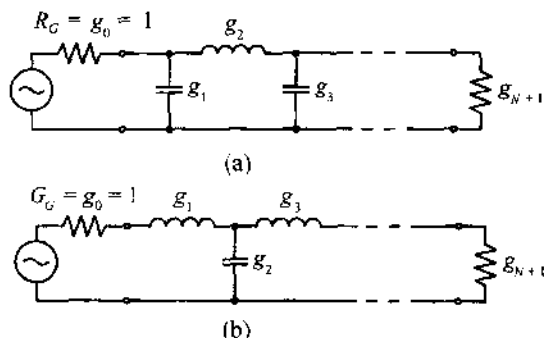


图 5.17 标出归一化元件值的两种多节低通滤波器等效电路

$$g_m = \begin{cases} \text{串联电感的电感量} \\ \text{并联电容的电容值} \end{cases} \quad (m = 1, \dots, N)$$

$$g_{N+1} = \begin{cases} \text{负载电阻值, 当最后一个元件是并联电容时} \\ \text{负载电导值, 当最后一个元件是串联电感时} \end{cases}$$

所有 g 值都有数表可查, 可以在有关文献中查到(见参考文献, 作者 Pozar 和 Rizzi)。对于 $g_0 = 1$ 且截止频率 $\omega_c = 1$ 的最大平滑低通滤波器, 表 5.2 列出了 N 从 1 至 10 的全部 g 值。

表 5.2 最大平滑低通滤波器归一化元件参数 ($N=1$ 至 10)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.000 0	1.000 0									
2	1.414 2	1.414 2	1.000 0								
3	1.000 0	2.000 0	1.000 0	1.000 0							
4	0.765 4	1.847 8	1.847 8	0.765 4	1.000 0						
5	0.618 0	1.618 0	2.000 0	1.618 0	0.618 0	1.000 0					
6	0.517 6	1.414 2	1.931 8	1.931 8	1.414 2	0.517 6	1.000 0				
7	0.445 0	1.247 0	1.801 9	2.000 0	1.801 9	1.247 0	0.445 0	1.000 0			
8	0.390 2	1.111 1	1.662 9	1.961 5	1.961 5	1.662 9	1.111 1	0.390 2	1.000 0		
9	0.347 3	1.000 0	1.532 1	1.879 4	2.000 0	1.879 4	1.532 1	1.000 0	0.347 3	1.000 0	
10	0.312 9	0.908 0	1.414 2	1.782 0	1.975 4	1.975 4	1.782 0	1.414 2	0.908 0	0.312 9	1.000 0

对于不同的阶数 N , 可以从图 5.18 中找到滤波器衰减与频率的对应关系。已知 $\Omega = 1$ 是 3 dB 截止频率点, 所以在确定滤波器的阶数时, 图 5.18 中的衰减曲线将非常有用。例如, 若要设计一个在 $\Omega = 2$ 时, 衰减量不小于 60 dB 的最大平滑低通滤波器, 则要求滤波器的阶数 $N = 10$ 。

图 5.18 表明, 超过截止频率点后, 滤波器的衰减量会急剧上升。我们发现, 当 $\Omega \gg 1$ 即 $\omega \gg \omega_c$ 时, 损耗因数按 Ω^{2N} 关系增加, 即频率每增加一个数量级, 损耗增加 $20N$ dB。然而到目前为止, 我们对此滤波器的相位响应仍一无所知。对许多无线通信系统来说, 线性的相位响应

(相移)也许比陡峭的衰减或幅度变化更为关键。遗憾的是,线性相移和陡峭的幅度变化是相互冲突的。如果要得到线性相移,则相位函数必须有与公式(5.35)类似的特征:

$$\phi(\Omega) = A_1 \Omega (1 + A_2 \Omega^{2N}) \quad (5.36)$$

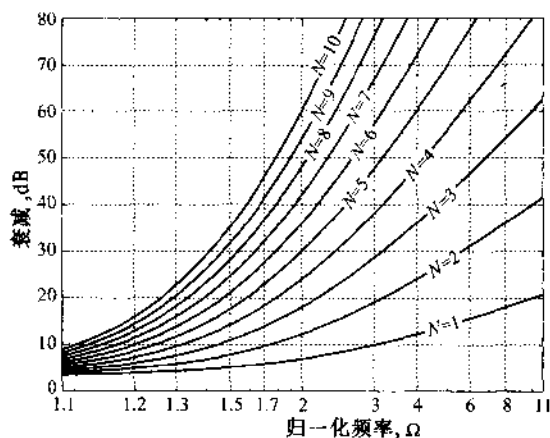


图 5.18 最大平滑低通滤波器衰减曲线与归一化频率的关系

其中 A_1 和 A_2 是任意常数。相应的群时延 t_g 是:

$$t_g = \frac{d\phi(\Omega)}{d\Omega} = A_1 [1 + A_2 (2N + 1) \Omega^{2N}] \quad (5.37)$$

表 5.3 中列出了线性相移(群时延 $t_g = 1$)低通滤波器的前 10 个元件参数。

表 5.3 线性相移低通滤波器归一化元件参数 ($N = 1$ 至 10)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.000 0	1.000 0									
2	1.577 4	0.422 6	1.000 0								
3	1.255 0	0.552 8	0.192 2	1.000 0							
4	1.059 8	0.511 6	0.318 1	0.110 4	1.000 0						
5	0.930 3	0.457 7	0.331 2	0.209 0	0.071 8	1.000 0					
6	0.837 7	0.411 6	0.315 8	0.236 4	0.148 0	0.050 5	1.000 0				
7	0.767 7	0.374 4	0.294 4	0.237 8	0.177 8	0.110 4	0.037 5	1.000 0			
8	0.712 5	0.344 6	0.273 5	0.229 7	0.186 7	0.138 7	0.085 5	0.028 9	1.000 0		
9	0.667 8	0.320 3	0.254 7	0.218 4	0.185 9	0.150 6	0.111 1	0.068 2	0.023 0	1.000 0	
10	0.630 5	0.300 2	0.238 4	0.206 6	0.180 8	0.153 9	0.124 0	0.091 1	0.055 7	0.018 7	1.000 0

5.2.2 切比雪夫滤波器

等波纹滤波器的设计思路是用切比雪夫多项式 $T_N(\Omega)$ 来描述滤波器插入损耗的函数特征:

$$IL = 10 \log \{ LF \} = 10 \log \{ 1 + a^2 T_N^2(\Omega) \} \quad (5.38)$$

其中:

$$T_N(\Omega) = \cos \{ N [\cos^{-1}(\Omega)] \}, \text{ 或 } |\Omega| \leq 1$$

$$T_N(\Omega) = \cosh \{ N [\cosh^{-1}(\Omega)] \}, \text{ 或 } |\Omega| \geq 1$$

为了解切比雪夫多项式在归一化频率为 $-1 < \Omega < 1$ 范围内的特征,我们列出了前 5 个切比雪夫多项式:

$$T_0 = 1, T_1 = \Omega, T_2 = -1 + 2\Omega^2, T_3 = -3\Omega + 4\Omega^3, T_4 = 1 - 8\Omega^2 + 8\Omega^4$$

前两个切比雪夫多项式分别为常数和线性函数,后三个切比雪夫多项式分别为二次、三次和四次函数,图 5.19 为一阶至四阶切比雪夫多项式的图形。

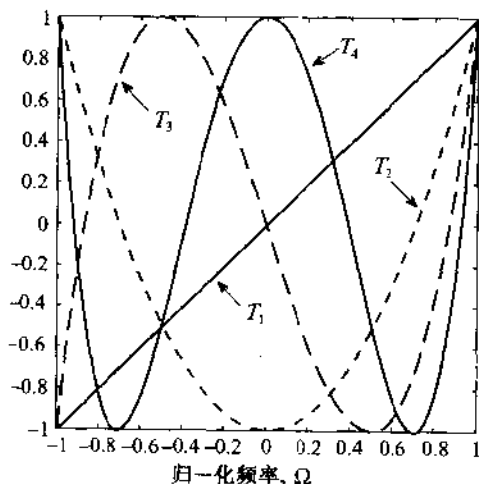


图 5.19 一阶至四阶切比雪夫多项式 $T_N(\Omega)$ 的图形, 归一化频率 Ω 为 $-1 < \Omega < 1$

显然,各阶切比雪夫多项式曲线均在 $a \pm 1$ 之间振荡,这正是设计等波纹滤波器所需要的。根据切比雪夫多项式,可以得到传递函数的幅度 $|H(j\Omega)|$ 为:

$$|H(\Omega)| = \sqrt{H(\Omega)H(\Omega)^*} = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2 T_N^2(\Omega)}} \quad (5.39)$$

其中 $T_N(\Omega)$ 为 N 阶切比雪夫多项式, a 是用于调整通带内波纹高度的常数因子。例如,设 $a = 1$, 当 $\Omega = 1$ 时则有:

$$|H(0)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

通带内各点的衰减都在 3 dB 以下(等波纹)。我们将不再深入研究切比雪夫滤波器设计的一般理论,而是向读者推荐一本经典的、概要讨论这个问题的教科书(见参考文献,作者 Matthaei 等)。

图 5.20 画出了 $a = 1$ 时,切比雪夫滤波器的损耗因数和插入损耗。 $a = 1$ 时,谐振频率($\Omega = 1$)点同样具有 3 dB 衰减响应。

我们曾提到,切比雪夫滤波器通带内波纹的幅度可以通过适当选择系数 a 来控制。在 $-1 \leq \Omega \leq 1$ 频率范围内,由于切比雪夫多项式的函数值在 -1 至 $+1$ 间振荡,所以在此频率范围内,切比雪夫多项式平方后的函数值将在 0 至 $+1$ 间变化。那么,在 $-1 \leq \Omega \leq 1$ 频率范围内,由滤波器导致的最小衰减是 0 dB,而最大衰减则是 $IL = 10\log(1 + a^2)$,该值也是所有波纹的峰

值。如果要求波纹峰值为 RPL_{dB} , 则 a 应当为:

$$a = \sqrt{10^{RPL_{dB}/10} - 1}$$

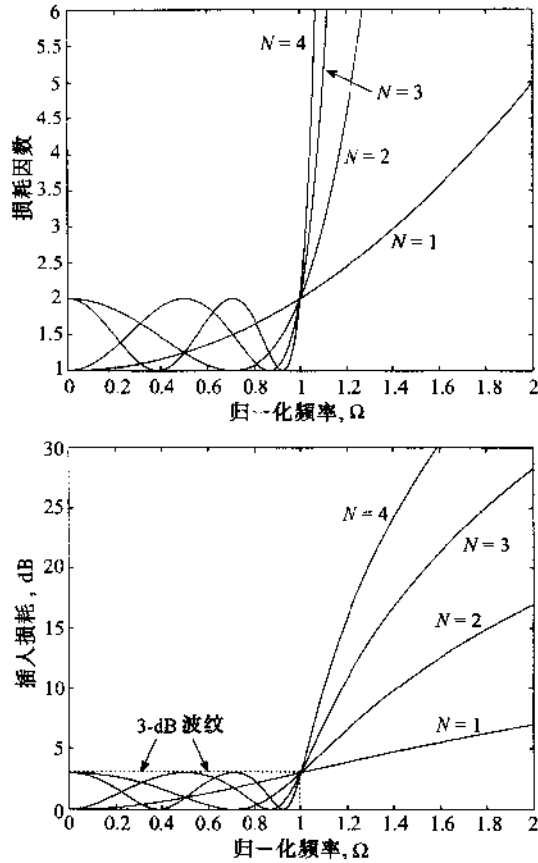


图 5.20 切比雪夫滤波器损耗因数、插入损耗与频率的关系

例如,若需要波纹值为 0.5 dB,则必须取 $a = (10^{0.5/10} - 1)^{1/2} = 0.3493$ 。波纹分别为 3 dB 和 0.5 dB 的 1 至 10 阶切比雪夫滤波器衰减曲线如图 5.21 和图 5.22 所示。

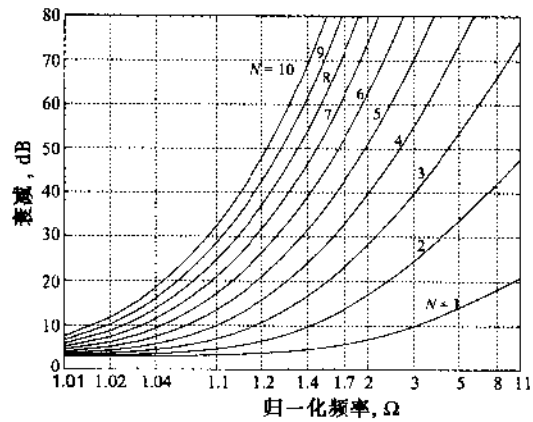


图 5.21 波纹为 3 dB 的切比雪夫滤波器衰减特性

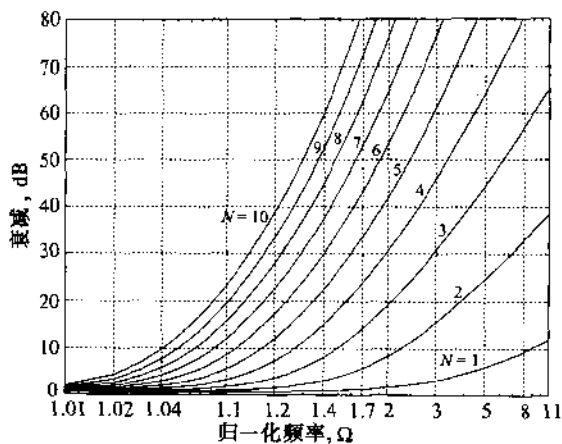


图 5.22 波纹为 0.5 dB 的切比雪夫滤波器衰减特性

对比图 5.21 和图 5.22 可见:通带内的波纹越大则通带到阻带的过渡就越陡峭。例如,对于 5 阶切比雪夫滤波器,若波纹为 3 dB,则当 $\Omega = 1.2$ 时衰减为 20 dB;若波纹为 0.5 dB,则当 $\Omega = 1.2$ 时衰减仅为 12 dB。这一规律同样适用于其他频率点或其他阶数的切比雪夫滤波器。作为一个典型的例子,对于 $\Omega = 5$ 时的 4 阶切比雪夫滤波器,若波纹为 0.5 dB,则衰减为 65 dB;若波纹为 3 dB,则衰减大约为 73 dB。

对应于图 5.17 的滤波器原型电路,相应的元件参数如表 5.4 所列。

表 5.4(a) 切比雪夫滤波器元件参数(3 dB 波纹, $N=1$ 至 10)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	1.995 3	1.000 0									
2	3.101 3	0.533 9	5.809 5								
3	3.348 7	0.711 7	3.348 7	1.000 0							
4	3.438 9	0.748 3	4.347 1	0.592 0	5.809 5						
5	3.481 7	0.761 8	4.538 1	0.761 8	3.481 7	1.000 0					
6	3.504 5	0.786 5	4.606 1	0.792 9	4.464 1	0.603 3	5.809 5				
7	3.518 2	0.772 3	4.638 6	0.803 9	4.638 6	0.772 3	3.518 2	1.000 0			
8	3.527 7	0.774 5	4.657 5	0.808 9	4.699 0	0.801 8	4.499 0	0.607 3	5.809 5		
9	3.534 0	0.776 0	4.669 2	0.811 8	4.727 2	0.811 8	4.669 2	0.776 0	3.534 0	1.000 0	
10	3.538 4	0.777 1	4.676 8	0.813 6	4.742 5	0.816 4	4.726 0	0.805 1	4.514 2	0.609 1	5.809 5

表 5.4(b) 切比雪夫滤波器元件参数(0.5 dB 波纹, $N=1$ 至 10)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	0.698 6	1.000 0									
2	1.402 9	0.707 1	1.984 1								
3	1.596 3	1.096 7	1.596 3	1.000 0							
4	1.670 3	1.192 6	2.366 1	0.841 9	1.984 1						

(续表)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
5	1.705 8	1.229 6	2.540 8	1.229 6	1.705 8	1.000 0					
6	1.725 4	1.247 9	2.606 4	1.313 7	2.475 8	0.869 6	1.984 1				
7	1.737 2	1.258 3	2.638 1	1.344 4	2.638 1	1.258 3	1.737 2	1.000 0			
8	1.745 1	1.264 7	2.656 4	1.359 0	2.696 4	1.338 9	2.509 3	0.879 6	1.984 1		
9	1.750 4	1.269 0	2.667 8	1.367 3	2.793 9	1.367 3	2.668 7	1.269 0	1.750 4	1.000 0	
10	1.754 3	1.272 1	2.675 4	1.372 5	2.739 2	1.380 6	2.723 1	1.348 5	2.523 9	0.884 2	1.984 1

与巴特沃斯滤波器不同的是,切比雪夫滤波器具有更陡峭的通带-阻带过渡特性。对于较高的归一化频率 $\Omega \gg 1$, 切比雪夫多项式 $T_N(\Omega)$ 可近似为 $(1/2)(2\Omega)^N$ 。这意味着, 在通带外, 切比雪夫滤波器比巴特沃斯滤波器的衰减特性提高了约 $(2^{2N})/4$ 倍。

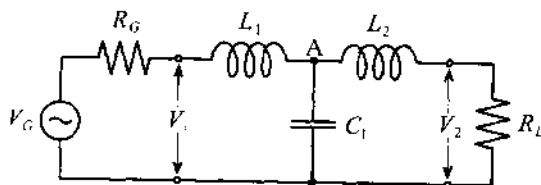


例 5.3 巴特沃斯、线性相移巴特沃斯以及切比雪夫滤波器的比较

比较下列三种滤波器的衰减特性与频率的关系, (a) 标准 3 dB 巴特沃斯滤波器, (b) 线性相移巴特沃斯滤波器, (c) 3 dB 波纹切比雪夫滤波器。

解: 如果选取滤波器的第一个元件为与信号源串联的电感, 则三阶滤波器的电路拓扑结构如下图所示。其中电感和电容值可由表 5.2, 表 5.3 及表 5.4 查出, 它们分别为:

- 标准巴特沃斯滤波器: $L_1 = L_2 = 1 \text{ H}, C_1 = 2 \text{ F}$
- 线性相移巴特沃斯滤波器: $L_1 = 1.255 \text{ H}, C_1 = 0.552 8 \text{ F}, L_2 = 0.192 2 \text{ H}$
- 3 dB 波纹切比雪夫滤波器: $L_1 = L_2 = 3.348 7 \text{ H}, C_1 = 0.711 7 \text{ F}$
- 信号源及负载阻抗: $R_G = R_L = 1 \Omega$



由电路图可见, 在直流状态下, 电感相当于短路而电容相当于开路。由于源阻抗和负载阻抗构成了分压器, 所以负载上的电压等于信号源电压的一半 (即 $V_2 = 0.5 V_G$)。当频率不为零时, 负载上的电压仍然可以利用分压关系求得。首先求 A 点电压:

$$V_A = \frac{Z_C \parallel (Z_{L_2} + R_L)}{Z_C \parallel (Z_{L_2} + R_L) + Z_{L_1} + R_G} V_G$$

然后根据 V_A 求负载上的电压:

$$V_2 = \frac{R_L}{R_L + Z_{L_2}} V_A$$

其中 $Z_C = R_C + j\omega L_1$ 。求出电路交流增益与直流增益的比值后,就可以计算出滤波器产生的插入损耗:

$$\alpha = 2 \frac{R_L}{R_L + Z_{L_2}} \frac{Z_C \parallel (Z_{L_2} + R_L)}{Z_C \parallel (Z_{L_2} + R_L) + Z_{L_1} + R_C}$$

图 5.23 画出了上述三种滤波器以 dB 表示的衰减系数。不出所料,切比雪夫滤波器的衰减曲线具有最陡峭的斜率,而线性相移巴特沃斯滤波器的衰减曲线则最平缓。因此,当需要陡峭的通带-阻带过渡特性且对通带内波纹的要求不严格时,切比雪夫滤波器是最合适的选择。应当注意,切比雪夫滤波器在截止频率点上的衰减恰好等于其在通带内的波纹。

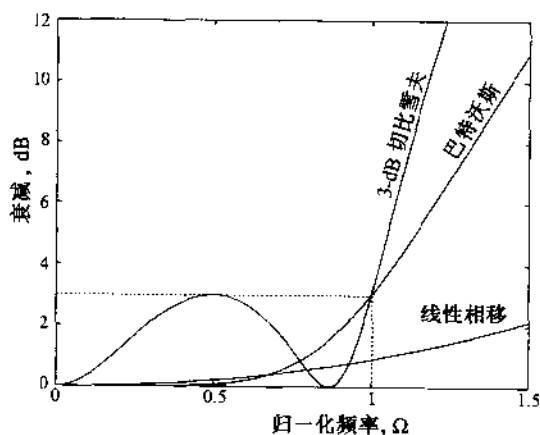


图 5.23 巴特沃斯、线性相移巴特沃斯以及 3 dB 切比雪夫滤波器频率响应的比较

尽管线性相移巴特沃斯滤波器存在衰减变化平缓的缺陷,但其线性相移特性却特别适合于调制电路和混频电路。

5.2.3 标准低通滤波器设计的反归一化

为了得到实际的滤波器,我们必须对前面讨论的参数进行反归一化以便满足实际工作频率和阻抗的要求。另外,标准原型低通滤波器也必须能根据需要变换为高通、带通或带阻滤波器。这些目标可以通过两个特殊的方法实现:

- **频率变换:**将归一化频率 Ω 变换为实际频率 ω 。这一步骤实际上是按比例调整标准电感和标准电容。
- **阻抗变换:**将标准信号源阻抗 g_0 和负载阻抗 $g_{(N+1)}$ 变换为实际的源阻抗 R_G 和负载阻抗 R_L 。

我们首先考察各种滤波器的频率变换及相关问题。为了避免符号的混淆,我们省去了各个元件的标识[即 $L_n (n = 1, \dots, N) \rightarrow L, C_n (n = 1, \dots, N) \rightarrow C$]。这样处理并不失一般性,因为我们导出的变换规律同样适用于所有元件。

频率变换

图 5.24 是通带波纹为 3 dB 的标准四阶切比雪夫低通滤波器响应,为了更清楚地表明衰减曲线在频域上的对称性,我们引入了负值频率。此外,采用适当的比例变换和平移,可得到如图 5.25,图 5.26,图 5.28 和图 5.29 所示的所有四种滤波器,下面我们将进行详细讨论。

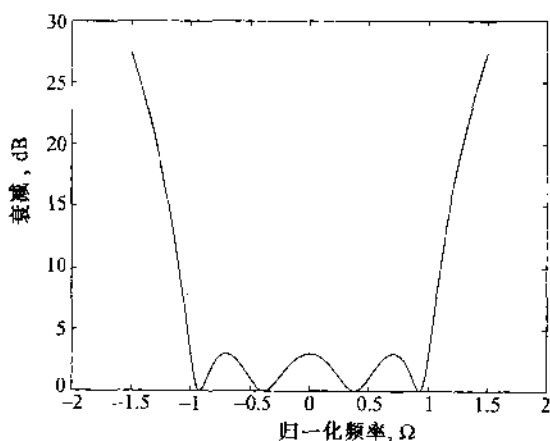


图 5.24 通带波纹为 3 dB 的四阶切比雪夫低通滤波器频率

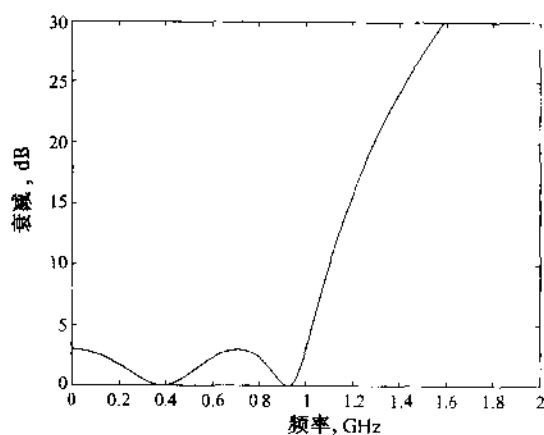


图 5.25 标准原型低通滤波器到实际低通滤波器的变换(截止频率 $f_c = 1$ GHz)

对于低通滤波器,只须用截止角频率 ω_c 乘归一化频率即可完成比例变换(见图 5.25):

$$\omega = \Omega \omega_c \quad (5.40)$$

在做图 5.25 比例变换时,我们任取截止频率为 1 GHz。在相应的插入损耗表达式和损耗因数表达式中,只需用 $\Omega \omega_c$ 替换 Ω 即可。对于电感性和电容性元件,需要对比实际电抗与归一化电抗:

$$jX_L = j\Omega L = j(\omega/\omega_c) L = j\omega \tilde{L} \quad (5.41a)$$

$$jX_C = \frac{1}{j\Omega C} = \frac{1}{j(\omega/\omega_c) C} = \frac{1}{j\omega \tilde{C}} \quad (5.41b)$$

这表明,实际的感抗和容抗 \tilde{L} 和 \tilde{C} 可以由归一化 L 和 C 求得:

$$\tilde{L} = L/\omega_c \quad (5.42a)$$

$$\tilde{C} = C/\omega_c \quad (5.42b)$$

对于高通滤波器,需要将原型滤波器的抛物线型频率响应映射为频域上的双曲线型频率响应。这种映射可以通过以下变换实现:

$$\omega = \frac{-\omega_c}{\Omega} \quad (5.43)$$

将归一化频率 $\Omega = \pm 1$ 代入公式(5.43)就可以验证这种映射的正确性。如图5.26所示,映射使得高通滤波器的实际截止频率为 $\omega = \mp \omega_c$ 。

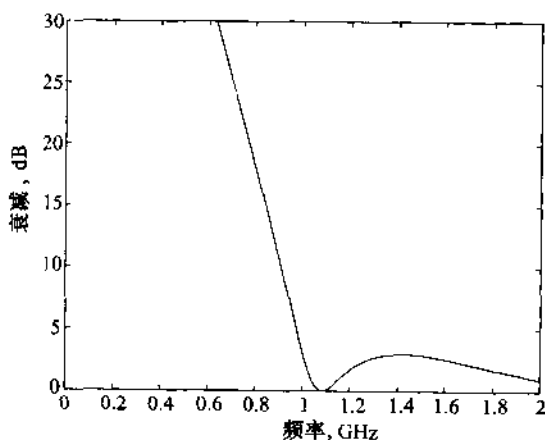


图 5.26 标准原型低通滤波器到实际高通滤波器的变换(截止频率 $f_c = 1\text{GHz}$)

在对电路参数进行反归一化时必须注意:

$$jX_L = j\Omega L = -j \frac{\omega_c}{\omega} L = \frac{1}{j\omega \tilde{C}} \quad (5.44a)$$

$$jX_C = \frac{1}{j\Omega C} = -\frac{\omega}{j\omega_c C} = j\omega \tilde{L} \quad (5.44b)$$

所以:

$$\tilde{C} = \frac{1}{\omega_c L} \quad (5.45a)$$

$$\tilde{L} = \frac{1}{\omega_c C} \quad (5.45b)$$

显然这是合理的,因为根据基本电路理论,将一阶低通滤波器中的电感换为电容,电容换为电感就可以得到一阶高通滤波器。公式(5.45)将这一原理推广到了高阶滤波器的情况。

带通滤波器的变换比较复杂,除了比例变换外,还需要平移标准低通滤波器的响应。我们最好通过考察图5.27来说明从归一化频率 Ω 到实际频率 ω 的映射关系。

实现比例变换和平移的函数关系是:

$$\Omega = \frac{1}{\omega_U/\omega_c - \omega_L/\omega_c} \left(\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{1}{\omega/\omega_c} \right) = \frac{\omega_c}{\omega_U - \omega_L} \left(\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega} \right) \quad (5.46)$$

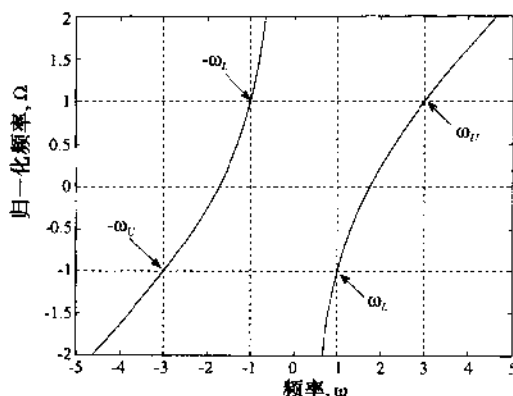


图 5.27 归一化频率 Ω 到实际频率 ω 的映射。下边频 $\omega_L = 1$, 上边频 $\omega_U = 3$

其中上边频 ω_U 和下边频 ω_L 确定了在 $\omega_c = \omega_0$ 处的通带带宽 ($BW = \omega_U - \omega_L$), 单位为弧度/秒。也就是说, 此时截止频率 ω_c 就是以前曾提到的中心频率 ω_0 。利用 ω_0 和 (5.23) 式, (5.46) 式可以改写为:

$$\Omega = \frac{\omega_0}{\omega_U - \omega_L} \epsilon \quad (5.47)$$

其中上边频 ω_U 和下边频 ω_L 成反比关系:

$$\frac{\omega_U}{\omega_0} = \frac{\omega_0}{\omega_L} \quad (5.48)$$

这表明, 中心频率也可以采用上边频和下边频的几何平均值来确定, $\omega_0 = \sqrt{\omega_U \omega_L}$ 。上述变换的映射关系可以通过考察 $\Omega = 1$ 和 $\Omega = 0$ 的情况来确定。根据公式 (5.46), 当 $\omega = \omega_U$ 和 $\omega = \omega_L$ 时, $\Omega = 1$; 对于 $\Omega = 0$, 则有 $\omega = \pm \omega_0$ 。因此, 频率变换关系如下:

$$\begin{aligned} 0 \leq \Omega \leq 1 &\rightarrow \omega_0 \leq \omega \leq \omega_U \\ -1 \leq \Omega \leq 0 &\rightarrow \omega_L \leq \omega \leq -\omega_0 \end{aligned}$$

低通滤波器原型应用此变换后的结果如图 5.28 所示。

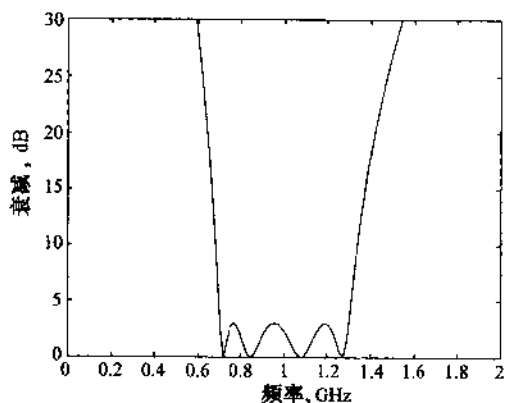


图 5.28 标准原型低通滤波器到实际带通滤波器的变换。下边频 $f_L = 0.7$ GHz, 上边频 $f_U = 1.3$ GHz, 中心频率 $f_0 = 1$ GHz

电路参数的变换可根据:

$$jX_L = j\Omega L = j\left(\frac{\omega_0}{\omega_U - \omega_L}\epsilon\right)L = j\omega \tilde{L} + \frac{1}{j\omega \tilde{C}} \quad (5.49)$$

此式给出了串联电感 L 的反归一化串联电感值 \tilde{L} :

$$\tilde{L} = \frac{L}{\omega_U - \omega_L} \quad (5.50a)$$

以及反归一化串联电容 \tilde{C} :

$$\tilde{C} = \frac{\omega_U - \omega_L}{\omega_0^2 L} \quad (5.50b)$$

并联电容可根据方程:

$$jB_C = j\Omega C = j\left(\frac{\omega_0}{\omega_U - \omega_L}\epsilon\right)C = j\omega \tilde{C} + \frac{1}{j\omega \tilde{L}} \quad (5.51)$$

变换得到两个并联元件参数:

$$\tilde{L} = \frac{\omega_U - \omega_L}{\omega_0^2 C} \quad (5.52a)$$

$$\tilde{C} = -\frac{C}{\omega_U - \omega_L} \quad (5.52b)$$

参照图 5.17 可见,归一化电感变换成了量值由(5.50)式确定的串联电感和串联电容,而且,归一化电容变换成了量值由(5.52)式确定的并联电感和并联电容。

我们不必直接导出带阻滤波器的变换规则,它可以通过(5.47)的倒数变换或应用前面导出的高通滤波器变换及(5.49)式得到。不论采用那种方法,串联电感所对应的串联元件为:

$$\tilde{L} = (\omega_U - \omega_L)L/\omega_0^2 \quad (5.53a)$$

$$\tilde{C} = 1/[(\omega_U - \omega_L)L] \quad (5.53b)$$

并联电容所对应的并联元件为:






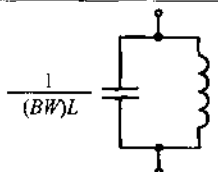
$$\tilde{L} = -1/[(\omega_U - \omega_L)C] \quad (5.54a)$$

$$\tilde{C} = (\omega_U - \omega_L)C/\omega_0^2 \quad (5.54b)$$


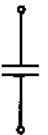

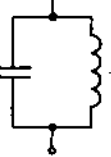
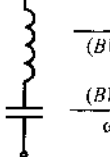
经变换得到的带阻滤波器频率响应如图 5.29 所示。

表 5.5 归纳总结了标准低通滤波器与四种实际滤波器的变换关系。

表 5.5 归一化低通滤波器到实际带通、带阻滤波器的变换($BW = \omega_U - \omega_L$)

带 阻	低 通 原 型	低 通	高 通	带 通
 $L = g_k$	 $\frac{L}{\omega_c}$	 $\frac{1}{\omega_c L}$	 $\frac{L}{BW}$  $\frac{BW}{\omega_0^2 L}$	 $\frac{1}{(BW)L}$ and $\frac{(BW)L}{\omega_0^2}$

(续表)

带阻	低通原型	低通	高通	带通
	 $C = g_k$	 $\frac{1}{\omega_c^2 C}$	 $\frac{C}{BW} \quad \frac{BW}{\omega_0^2 C}$	 $\frac{1}{(BW)C} \quad \frac{(BW)C}{\omega_0^2}$

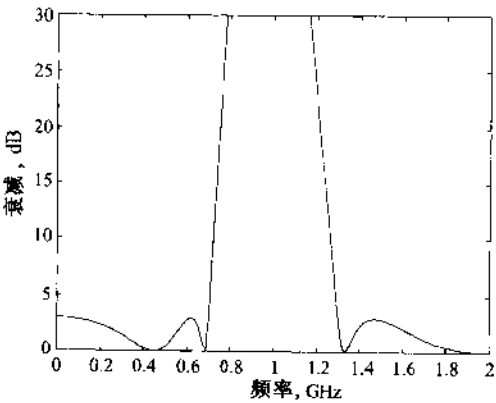


图 5.29 标准原型低通滤波器到实际带阻滤波器的变换。中心频率 $f_0 = 1 \text{ GHz}$, 下边频 $f_l = 0.7 \text{ GHz}$, 上边频 $f_h = 1.3 \text{ GHz}$

阻抗变换

除了表 5.4 中列出的偶数阶切比雪夫滤波器之外,图 5.17 所示原型滤波器的源阻抗和负载阻抗均为 1。如果需要源电阻 g_0 或负载电阻 R_L 不为 1,就必须对所有阻抗表达式做比例变换。这需要用实际电阻 R_G 倍乘所有滤波器参数,即:

$$\widetilde{R}_G = 1 R_G \tag{5.55a}$$

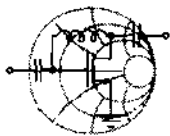
$$\widetilde{L} = L R_G \tag{5.55b}$$

$$\widetilde{C} = \frac{C}{R_G} \tag{5.55c}$$

$$\widetilde{R}_L = R_L R_G \tag{5.55d}$$

其中带有波浪线标记的 L, C 和 R_L 仍然是解出的实际滤波器参数值, L, C 和 R_L 则是原型滤波器参数值。

在例题 5.4 中,我们演示了基于低通滤波器的切比雪夫带通滤波器的设计方法。

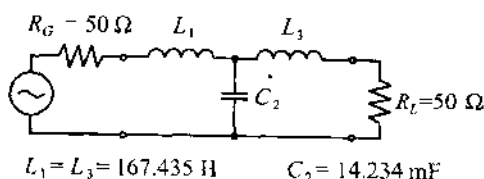


RF & MW →

例题 5.4 切比雪夫带通滤波器的设计

为通信链路设计一个 $N=3$, 带内波纹为 3 dB 的切比雪夫滤波器。中心频率 2.4 GHz, 带宽 20%, 输入、输出阻抗为 $50\ \Omega$ 。求出感性和容性元件值, 在 1 至 4 GHz 频带内画出衰减响应曲线。

解: 根据图 5.4(a), 查出通带波纹为 3 dB 的标准三阶切比雪夫低通滤波器参数值 $g_0 = g_4 = 1, g_1 = g_3 = 3.3487, g_2 = 0.7117$ 。在这个滤波器原型中, 我们假设源阻抗和负载阻抗都为 1。然而, 问题需要滤波器与 $50\ \Omega$ 的传输线匹配。所以, 我们必须应用 (5.55) 式给出的比例变换关系。变换后的电路如下图所示:



此电路仍然是低通滤波器, 截止频率 $\omega_c = 1$ 或表示为 $f_c = 1/(2\pi) = 0.159\ \text{Hz}$ 。然后, 应用频率变换将低通滤波器变为带通滤波器可得:

$$\omega_U = 1.1(2\pi \cdot 2.4 \times 10^9) = 16.59 \times 10^9$$

$$\omega_L = 0.9(2\pi \cdot 2.4 \times 10^9) = 13.57 \times 10^9$$

和

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_L \omega_U} = 15 \times 10^9$$

实际电感、电容值由 (5.50) 式和 (5.52) 式确定:

$$\tilde{L}_1 = \tilde{L}_3 = \frac{L_1}{\omega_U - \omega_L} = 55.5\ \text{nH}$$

$$\tilde{C}_1 = \tilde{C}_3 = \frac{\omega_U - \omega_L}{\omega_0^2 L_1} = 80\ \text{fF}$$

$$\tilde{L}_2 = \frac{\omega_U - \omega_L}{\omega_0^2 C_2} = 0.94\ \text{nH}$$

$$\tilde{C}_2 = \frac{C_2}{\omega_U - \omega_L} = 4.7\ \text{pF}$$

图 5.30 给出了滤波器设计电路图和衰减曲线。

从标准低通滤波器入手, 通过适当的频率变换和元件比例变换设计滤波器几乎就像照菜谱炒菜一样简单。

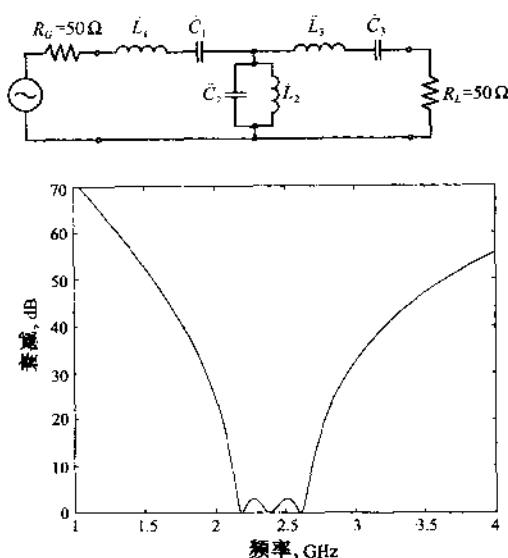


图 5.30 三阶切比雪夫滤波器的衰减响应曲线。中心频率 2.4 GHz, 带内波纹 3 dB, 下边频 $f_L = 2.16$ GHz, 上边频 $f_U = 2.64$ GHz

5.3 滤波器的实现

工作频率超过 500 MHz 的滤波器是难于采用分立元件实现的,这是由于工作波长与滤波器元件的物理尺寸相近,从而造成了多方面的损耗并使电路性能严重恶化。所以,实际滤波器的实现必须采用 5.2 节中讨论的方法,将集总参数元件变换为分布参数元件。本小节将介绍一些有用的工具——Richards 变换,单位元件概念和 Kuroda 规则。

为了实现电路设计从集总参数到分布参数的变换,Richards 提出了一种独特的变换,这种变换可以将一段开路或短路传输线等效于分布的电感或电容元件。我们知道,一段特性阻抗为 Z_0 的终端短路传输线具有纯电抗性输入阻抗 Z_{in} :

$$Z_{in} = jZ_0 \tan(\beta l) = jZ_0 \tan\theta \quad (5.56)$$

其中,电长度 θ 可以用以下方式表达以使它与频率的关系更加明显。如果传输线的长度为 $\lambda_0/8$,而相应的工作频率 $f_0 = v_p/\lambda_0$,则电长度可化为:

$$\theta = \beta \frac{\lambda_0}{8} = \frac{2\pi f v_p}{v_p 8f_0} = \frac{\pi f}{4f_0} = \frac{\pi}{4} \Omega \quad (5.57)$$

将(5.57)式代入(5.56)式,则与频率有关的传输线电感特性和集总参数元件之间的关系可以表示为:

$$jX_L = j\omega L = jZ_0 \tan\left(\frac{\pi}{4} \frac{f}{f_0}\right) = jZ_0 \tan\left(\frac{\pi}{4} \Omega\right) = SZ_0 \quad (5.58)$$

其中 $S = j\tan(\pi\Omega/4)$ 就是 Richards 变换。电容性集总参数元件的功能也可以用一段开路传输线来实现:

$$jB_c = j\omega C \equiv jY_0 \tan\left(\frac{\pi}{4}\Omega\right) = SY_0 \quad (5.59)$$

Richards 变换使我们可以用特性阻抗 $Z_c = L$ 的一段短路传输线替代集总参数电感,也可以用特性阻抗 $Z_0 = 1/C$ 的一段开路传输线替代集总参数电容。

需要说明的是,传输线的长度并非一定要是 $\lambda_0/8$ 。事实上,有些作者就选用 $\lambda_0/4$ 作为传输线的基本长度。不过,选用 $\lambda_0/8$ 比较方便,因为,由此设计的实际电路尺寸较小。另外,标准低通滤波器的截止频率点没有发生变化(即对于 $f=f_0=f_c, S=j_1$)。在 5.5.3 小节中我们将遇到一个带阻滤波器,它的衰减特性需要用 $\lambda_0/4$ 的传输线来实现。

Richards 变换将集总参数元件在 $0 \leq f < \infty$ 区间的频率响应映射到 $0 \leq f \leq 4f_0$ 区间,原因在于正切函数的周期性以及传输线的长度都是所谓等效线长度 $\lambda_0/8$ 。如果要得到电感性响应,频率必须限制在 $0 \leq f \leq 2f_0$ 区间。由于这种变换的周期性特征,此类滤波器的频率响应不可能是宽带的。

5.3.1 单位元件

在把集总参数元件变成传输线段时,需要分解传输线元件,即插入所谓单位元件(UE)以便得到可以实现的电路结构。单位元件的电长度为 $\theta = \frac{\pi}{4}(f/f_0)$ 特性阻抗为 Z_{UE} 。单位元件可以视为两端口网络,根据第 4 章的知识可以求出其 ABCD 参量表达式。已知传输线的 ABCD 参量表达式为:

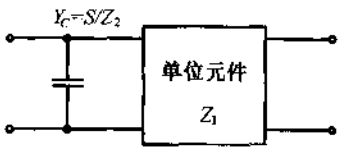
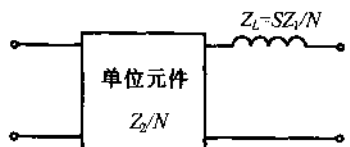
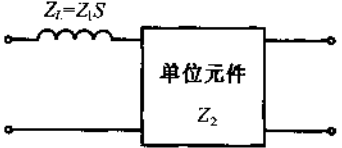
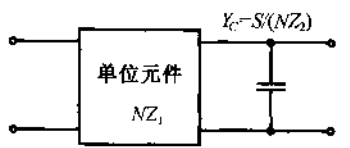
$$[UE] = \begin{bmatrix} A_{UE} & B_{UE} \\ C_{UE} & D_{UE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & jZ_{UE}\sin\theta \\ j\frac{\sin\theta}{Z_{UE}} & \cos\theta \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} \begin{bmatrix} 1 & Z_{UE}S \\ \frac{S}{Z_{UE}} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

其中 S 的定义由(5.58)给出。我们将在 5.3.4 小节中的例题里详细讨论单位元件的应用。

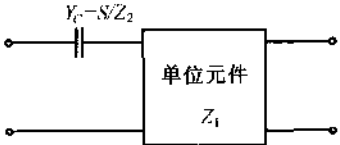
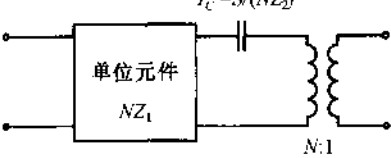
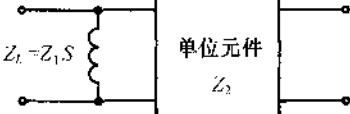
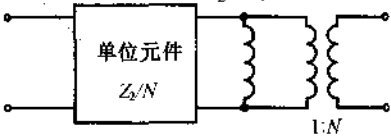
5.3.2 Kuroda 规则

除了引入单位元件之外,同样重要的是,将工程上难于实现的滤波器设计变换成容易实现的形式。例如,实现等效的串联感抗时,采用短路传输线段比采用并联开路传输线段更困难。为了方便各种传输线结构之间的相互变换,Kuroda 提出了四个规则(见表 5.6)。

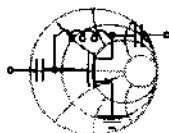
表 5.6 Kuroda 规则

原始电路	Kuroda 规则
	
	

(续表)

原始电路	Kuroda 规则
	
	
$N = 1 + Z_2/Z_1$	

需要注意的是,表 5.6 中的所有电感和电容都是用 Richards 变换表述的。作为一个例子,我们先证明其中一个规则,其他几个将在本章末尾的问题中证明。



RF & MW

例题 5.5 证明表 5.6 中第四个 Kuroda 规则

解: 利用并联电感的 $ABCD$ 参量表达式(相应的 $ABCD$ 参量矩阵可参见表 4.1)和单位元件的 $ABCD$ 参量表达式(5.60),表 5.6 第四列左边原始电路可表示为:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{SZ_1} & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} \begin{bmatrix} 1 & Z_2 S \\ \frac{S}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} \begin{bmatrix} 1 & Z_2 S \\ \frac{1}{SZ_1} + \frac{S}{Z_2} & 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \end{bmatrix}$$

同样,我们可以写出 Kuroda 第四规则(即右侧 Kuroda 规则)的 $ABCD$ 参量矩阵:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_R = \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_2 S}{N} \\ \frac{SN}{Z_2} & 1 \end{bmatrix}_{\text{UE}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{N}{SZ_1} & 1 \end{bmatrix}_{\text{ind}} \begin{bmatrix} 1/N & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix}_{\text{trans}}$$

其中下标 UE, ind 和 trans 分别表示单位元件,电感器和理想变压器的 $ABCD$ 参量矩阵。完成了矩阵的乘法运算后,我们就得到 Kuroda 第四规则的 $ABCD$ 参量矩阵:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_R = \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} \begin{bmatrix} \frac{1}{N} \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1} \right) & Z_2 S \\ \frac{S}{Z_2} + \frac{1}{SZ_1} & N \end{bmatrix}$$

若令 $N = 1 + Z_2/Z_1$,则该表达式与左侧表达式相同。其他三个 Kuroda 规则也可以用同样的方法证明。

我们再次看到 $ABCD$ 参量矩阵的重要意义,它使我们可以直接对单元网络做乘法运算。

5.3.3 微带线滤波器的设计实例

在以下的两个例子中,我们的重点将放在低通和带阻滤波器的设计。带阻滤波器的设计步骤是先应用 Richards 变换,然后再利用 Kuroda 规则。带阻滤波器设计需要特别注意集总参数元件到分布参数元件的变换。

实际滤波器的实现分为四个步骤:

1. 根据设计要求选择归一化滤波器参数。
2. 用 $\lambda_0/8$ 传输线替换电感和电容。
3. 根据 Kuroda 规则将串联短线变换为并联短线。
4. 反归一化并选择等效微带线(长度,宽度以及介电系数)。

需要指出的是,第4个步骤需要一些有关选择微带线几何尺寸的知识,第2章中曾详细讨论过这方面的知识。我们将按照这4个步骤讨论两个例子。

第一个任务是设计低通滤波器,其要求如下:

设计任务 I

设计一个输入、输出阻抗为 $50\ \Omega$ 的低通滤波器,其主要参数如下:截止频率 $3\ \text{GHz}$;波纹 $0.5\ \text{dB}$;当频率大约为截止频率的2倍时损耗不小于 $40\ \text{dB}$ 。假设电磁波在介质中的相速度为光速的 60% 。

我们按照上述步骤求解这个问题。

步骤1:根据图 5.22,滤波器的阶数必须为 $N=5$,其他参数为:

$$g_1 = 1.7058 = g_5, g_2 = 1.2296 = g_4, g_3 = 2.5408, g_6 = 1.0$$

归一化低通滤波器如图 5.31 所示。

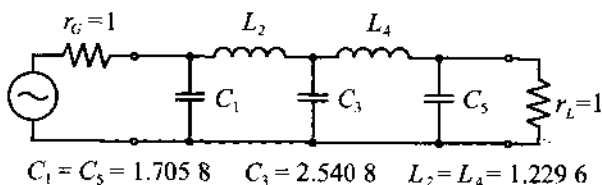


图 5.31 归一化 5 阶低通滤波器

步骤2:用图 5.32 中开路、短路的串联、并联微带线替换图 5.31 中的电感和电容。只需直接应用 Richards 变换即可得到微带线的特性阻抗和特性导纳为:

$$Y_1 = Y_5 = g_1, Y_3 = g_3, Z_2 = Z_4 = g_2$$

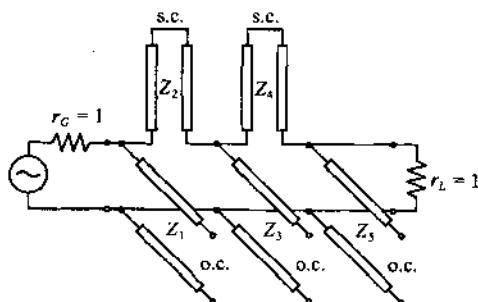


图 5.32 用串联、并联微带线替换图 5.31 中的电感器和电容器(o.c. = 开路线 s.c. = 短路线)

步骤 3: 为了在信号端和负载端达到匹配并使滤波器容易实现,需要引入单位元件以便能够应用第一和第二个 Kuroda 规则(见表 5.6)将所有串联线段变为并联线段。由于这是一个四阶滤波器,我们必须配置总共四个单位元件以便将所有串联短路线段变换成并联开路线段。为了使整个过程更加清楚,我们将这一步骤再分为几步。

首先,在滤波器的输入、输出端口引入两个单位元件,如图 5.33 所示。

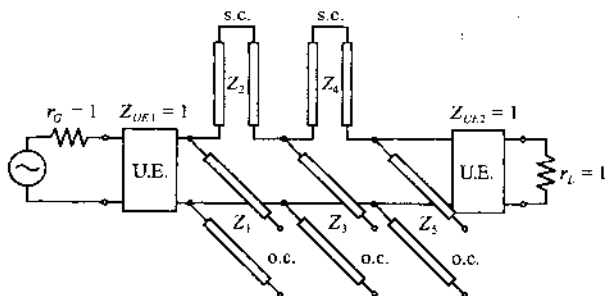


图 5.33 配置第一套单位元件(U.E. = 单位元件)

因为单位元件与信号源及负载的阻抗都是匹配的,所以引入它们并不影响滤波器的特性。对第一个并联短线和最后一个并联短线应用 Kuroda 规则后的结果如图 5.34 所示。

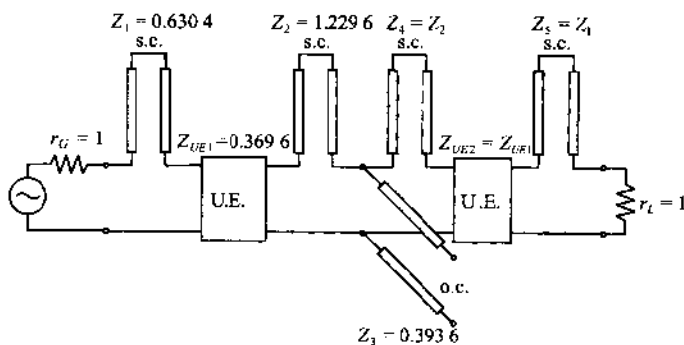


图 5.34 并联短线变换为串联短线

因为这个电路中有四个串联短线,所以仍然无法实现。如果要把它们变换成并联形式,还必须再配置两个单位元件,如图 5.35 所示。

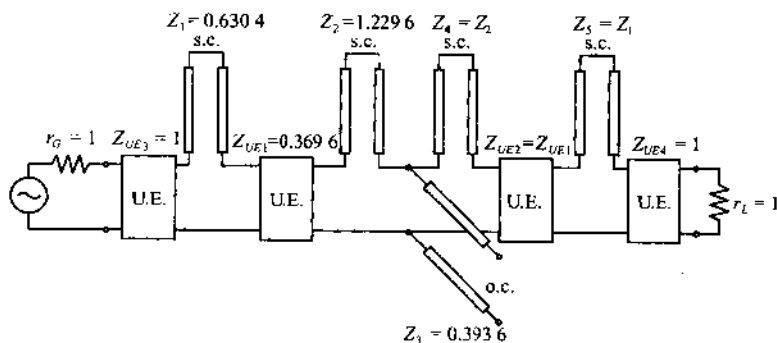


图 5.35 为四阶滤波器配置第二套单位元件

同样,因为单位元件与信号源及负载的阻抗相匹配,所以引入它们并不影响滤波器的特性。对图 5.35 所示电路应用 Kuroda 规则,则可得到如图 5.36 所示的、真正能够实现的滤波器设计结果。

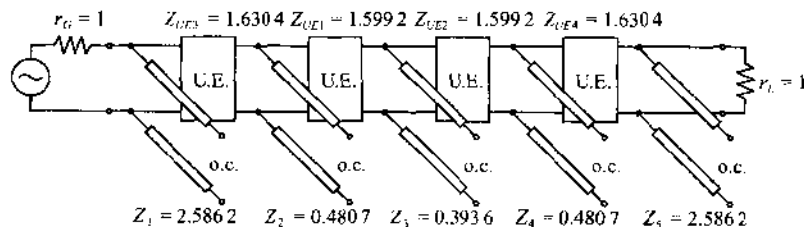


图 5.36 利用 Kuroda 规则将串联短线变为并联短线后的滤波器电路

步骤 4:反归一化过程包括了将单位元件的输入、输出阻抗变成 $50\ \Omega$ 的比例变换以及根据 (5.57) 计算短线的长度。根据 $v_p = 0.6c = 1.810^8\text{ m/s}$, 则短线的长度为 $l = (\lambda_0/8) = v_p/(8f_0) = 7.5\text{ mm}$ 。图 5.37(a) 是用微带线实现的滤波器最终设计结果。图 5.37(b) 画出了滤波器在 0 至 3.5 GHz 频率范围内的衰减曲线。由图可见,通带内的波纹在截止频率 3 GHz 以下没有超过 0.5 dB。

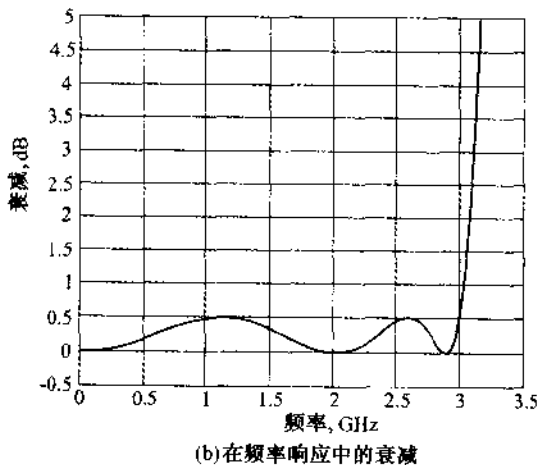
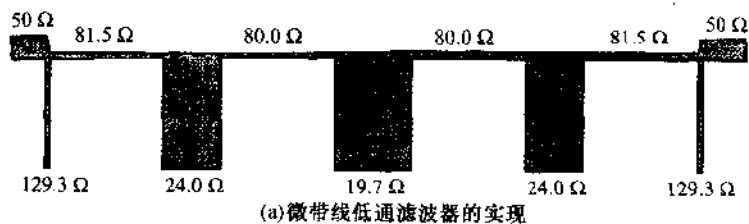


图 5.37 微带线低通滤波器设计结果

第二个任务是比较复杂的带阻滤波器设计,它要求将截止频率为 1 的标准低通滤波器原型变换为具有特定中心频率和 3 dB 上边频、下边频的带阻滤波器。

设计任务 II

设计一个输入、输出阻抗为 $50\ \Omega$ 的最大平滑三阶带阻滤波器,并符合如下设计参数:中心

频率 4 GHz, 带宽 50%。仍然假设电磁波在介质中的相速度为光速的 60%。

在此设计任务中, 将集总参数元件变换为分布参数元件时, 必须进行详细分析。特别重要的是, 在设计带阻滤波器时, 分别对应于电路的串联或并联连接方式, 中心频率点必须有最大或最小阻抗。若采用以前 $f_0/8$ 线段定义的 Richards 变换, 我们在 $f = f_0$ 处将遇到困难, 因为此时正切函数值为 1 而非最大值。然而, 如果采用 $\lambda_0/4$ 线段, 则 $f = f_0$ 处正切函数值趋于无穷大, 正好符合阻带设计要求。另外一方面我们还要考虑的是, 将低通滤波器原型 $\Omega = 1$ 的截止频率变换为带阻滤波器的下边频和上边频。这需要引入所谓带宽系数 bf :

$$bf = \cot\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega_L}{\omega_0}\right) = \cot\left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{sbw}{2}\right)\right] \quad (5.61)$$

其中 $sbw = (\omega_U - \omega_L)/\omega_0$ 是阻带宽度, $\omega_0 = (\omega_U + \omega_L)/2$ 是中心频率。在下边频和上边频点, 若用 $\lambda_0/4$ 线段的 Richards 变换与 bf 相乘, 则可见该乘积的模等于 1。例如, 对于下边点 ω_L , 有:

$$(bf)S|_{\omega=\omega_L} = \cot\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega_L}{\omega_0}\right) \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega_L}{\omega_0}\right) = 1$$

这相应于归一化低通滤波器的截止频率点 $\Omega = 1$ 。同理, 对于上边频点 ω_U 有

$$(bf)S|_{\omega=\omega_U} = \cot\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega_U}{\omega_0}\right) \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega_U}{\omega_0}\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega_U}{\omega_0}\right) \tan\left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{2\omega_0 - \omega_U}{\omega_0}\right)\right] = -1$$

这相应于归一化低通滤波器的截止频率点 $\Omega = -1$ 。有了上述准备工作, 我们就可以根据那 4 个步骤进行滤波器设计了。

步骤 1: 根据表 5.2, 归一化三阶最大平滑低通滤波器原型的元件参数为:

$$g_1 = 1.0 = g_3, g_2 = 2.0, g_4 = 1.0$$

此归一化低通滤波器电路如图 5.38 所示。

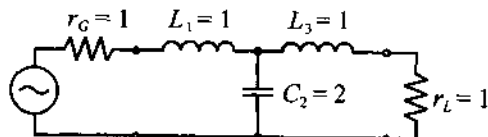


图 5.38 归一化三阶低通滤波器

步骤 2: 用图 5.39 中开路、短路的串联、并联微带线替换图 5.38 中的电感和电容。微带线的特性阻抗和特征导纳为带宽系数(5.61)与归一化参数的乘积:

$$Z_1 = Z_3 = bf \cdot g_1, Y_2 = bf \cdot g_2$$

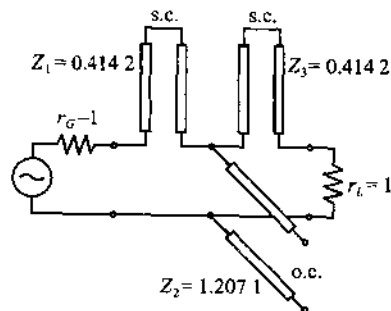


图 5.39 用串联、并联微带线替换电感器和电容器

步骤 3: 如图 5.40 所示, 插入线长为 $(\lambda_0/4)$ 的单位元件, 利用 Kuroda 规则将所有串联短线变换为并联短线。

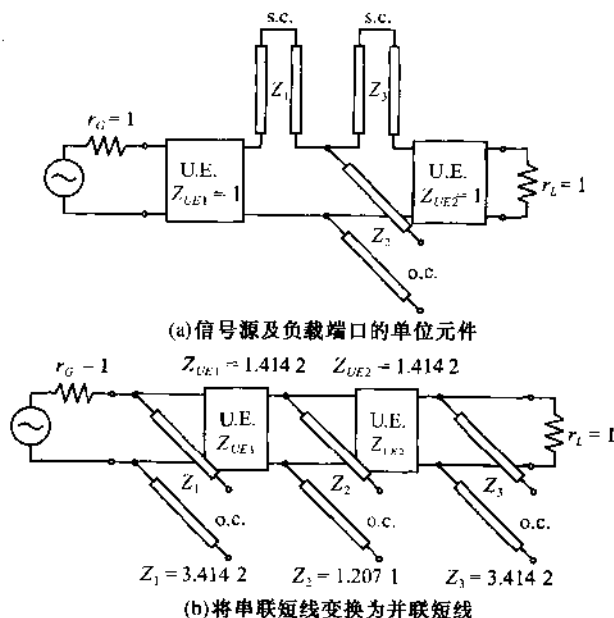


图 5.40 引入单位元件并将串联短线变换为并联短线

步骤 4: 反归一化单位元件, 然后计算各传输线的长度。根据 $v_p = 0.6c = 1.8 \times 10^8$ m/s, 则可计算出短线的长度为 $l = (\lambda_0/4) = v_p / (4f_0) = 15$ mm。那么, 由微带线实现的滤波器最终设计结果如图 5.41 所示。

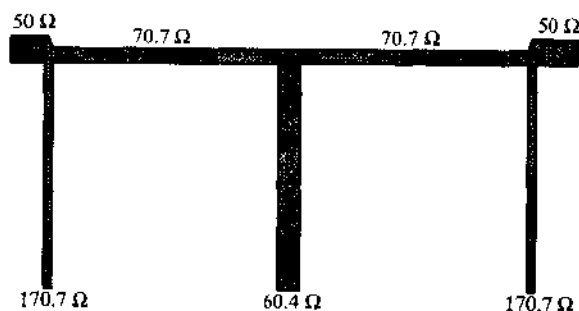


图 5.41 构成带阻滤波器的微带线的特性阻抗

对于这个由微带线结构(如图 5.41 所示)实现的带阻滤波器, 我们还可以应用 MMICAD 等模拟软件计算其频率响应。带阻滤波器的衰减曲线如图 5.42 所示, 由图可见滤波器的特性符合设计要求。

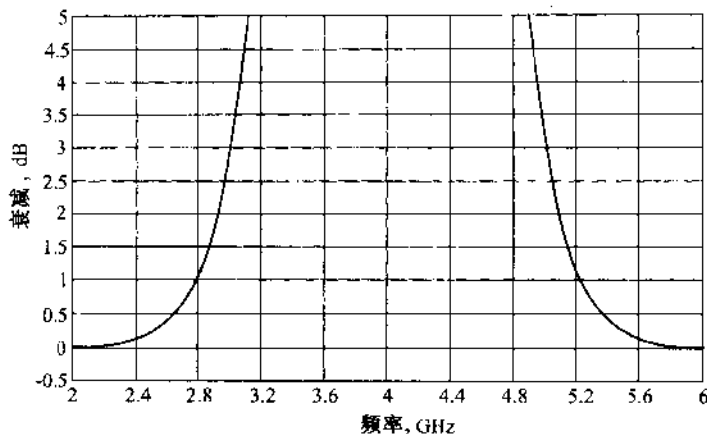


图 5.42 三阶带阻滤波器的频率、衰减响应

5.4 耦合微带线滤波器

由于涉及耦合微带线滤波器设计和分析的文献、资料相当丰富,我们只扼要地讨论一些最关键的问题并在本章末尾列出向读者推荐的参考文献。

首先简单地介绍传输线的奇模、偶模通过公共接地板产生的耦合效应,这种效应导致了奇模特性阻抗和偶模特性阻抗。这些概念是了解两根微带线之间的耦合效应及其输入、输出阻抗的基础。耦合微带线作为两端口网络,其 $ABCD$ 参量矩阵表达式也与上述输入、输出阻抗有关。级连这些耦合微带线元件可得到带通滤波器结构,这种结构可用射频电路模拟软件来分析、设计。

5.4.1 奇模和偶模的激励

根据图 5.43 所示的几何结构,可以建立耦合微带线相互作用的简单模型。这种结构包括介质厚度为 d ,介电系数为 ϵ_r 的介质层以及附着在介质层上的两条相距为 S 的微带线。微带线的宽度为 W ,厚度相对于 d 忽略不计。图 5.44 是微带线与地板之间电容、电感耦合效应的电路原理图。其中,下标的两个数字相同时为自电容、自电感,如下标 12 代表微带线 1 与微带线 2 之间的耦合(这与微带线 2 与微带线 1 之间的耦合等价)。

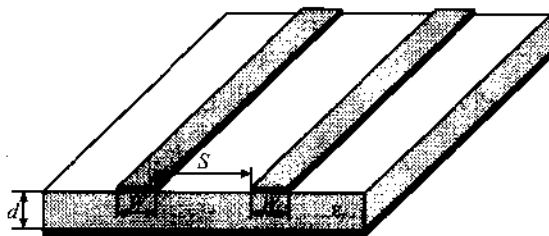


图 5.43 耦合微带线

我们可以根据终端 1 和终端 2 处的总电压、总电流,定义偶模电压 V_e 、偶模电流 I_e 和奇模

电压 V_{od} , 奇模电流 I_{od} 为:

$$V_e = \frac{1}{2}(V_1 + V_2), I_e = \frac{1}{2}(I_1 + I_2) \quad (5.62a)$$

以及

$$V_{\text{od}} = \frac{1}{2}(V_1 - V_2), I_{\text{od}} = \frac{1}{2}(I_1 - I_2) \quad (5.62b)$$

这与图 5.44 中电压、电流的常规定义相同。当偶模 (V_e, I_e) 工作时, 电压相加、电流方向相同; 当奇模 ($V_{\text{od}}, I_{\text{od}}$) 工作时, 终端电压相减、电流方向相反。

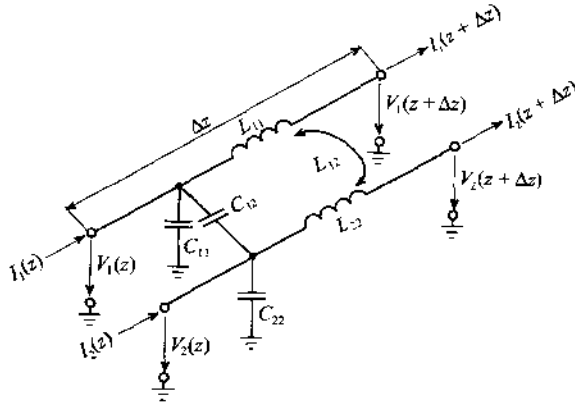


图 5.44 无损耗耦合传输线系统的等效电路图及相应的电压、电流定义

引入奇模、偶模概念的好处在于容易建立基本方程。对于双线系统, 我们可以建立一个一阶常微分方程组, 其形式类似于第 2 章中的传输线方程:

$$-\frac{dV_e}{dz} = j\omega(L_{11} + L_{12})I_e \quad (5.63a)$$

$$-\frac{dI_e}{dz} = j\omega(C_{11} + C_{12})V_e \quad (5.63b)$$

以及

$$-\frac{dV_{\text{od}}}{dz} = j\omega(L_{11} + L_{12})I_{\text{od}} \quad (5.64a)$$

$$-\frac{dI_{\text{od}}}{dz} = j\omega(C_{11} + C_{12})V_{\text{od}} \quad (5.64b)$$

需要特别注意的是, 引入奇模、偶模的概念, 使我们可以分解这个方程组。

奇模、偶模特性阻抗 Z_{oe} 和 Z_{oe} 可以用奇模、偶模电容 C_e 和 C_{od} 以及相应的相速度定义:

$$Z_{\text{oe}} = \frac{1}{v_{\text{pe}} C_e}, Z_{\text{oe}} = \frac{1}{v_{\text{pe}} C_{\text{od}}} \quad (5.65)$$

如果两个导体带的尺寸相同, 位置相对应, 则对于偶模:

$$C_e = C_{11} = C_{22} \quad (5.66a)$$

对于奇模:

$$C_{\text{od}} = C_{11} + 2C_{12} = C_{22} + 2C_{12} \quad (5.66b)$$

由于要考虑边缘场和不同媒质的影响,一般说来,这些电容是不易求解的。例如,介质表面上带状导体的电容不能根据单位长度的平板电容公式 $C_{11} = \epsilon_0 \epsilon_r (w/d)$ 计算,因为带状导体宽度 w 与介质厚度 d 的比值没有大到使平板电容公式成立的程度。此外,交叉耦合电容 C_{12} 也难于处理。由于这些原因,通常是借助于数值计算方法求出阻抗表,如图 5.45 所示。

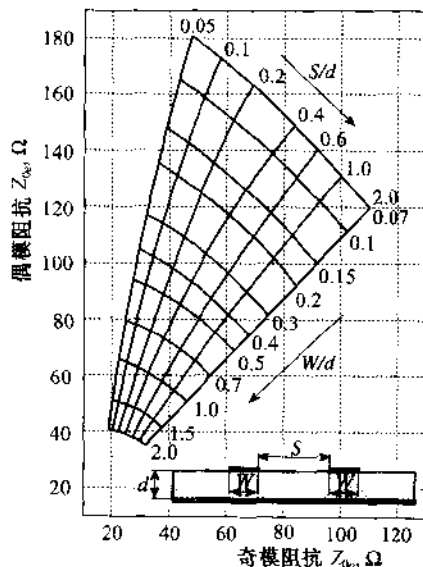


图 5.45 微带线奇模、偶模的特性阻抗

5.4.2 带通滤波器单元

我们现在考察如图 5.46 所示的两段微带线,它们是带通滤波器的基本单元。图中画出了该单元输入、输出端口的几何结构,开路条件以及相应的传输线等效电路。

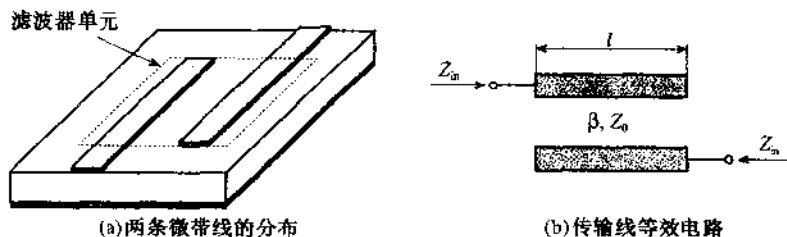


图 5.46 带通滤波器单元

对于这种结构的开路传输线线段,先不考虑其严格处理方法(见参考文献,作者 Gupta)的细节,我们直接给出其阻抗矩阵参数:

$$Z_{11} = -j \frac{1}{2} (Z_{0e} + Z_{0o}) \cot(\beta l) = Z_{22} \quad (5.67a)$$

$$Z_{12} = -j \frac{1}{2} (Z_{0e} + Z_{0o}) \frac{1}{\sin(\beta l)} = Z_{21} \quad (5.67b)$$

当把这些基本单元级连构成多节滤波器时,需要使每个单元的两个端口都与下一个元件

匹配。这也被称为求解镜像阻抗。对于 1 端口的输入阻抗,可以写出:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{AZ_L + B}{CZ_L + D} \quad (5.68a)$$

对于 2 端口的输出阻抗

$$Z_L = -\frac{V_2}{I_2} = \frac{DZ_{in} + B}{CZ_{in} + A} \quad (5.68b)$$

因为我们要求 $Z_{in} = Z_L$, 由(5.68)可得 $A = D$ 以及:

$$Z_{in} = \sqrt{\frac{B}{C}} \quad (5.69)$$

如果(5.67)被变换成 $ABCD$ 参量矩阵,则可以求出矩阵元素 A, B, C, D 。将 B 和 C 代入(5.69),可以求出输入阻抗(即镜像阻抗):

$$Z_{in} = \frac{1}{2\sin(\beta l)} \sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2(\beta l)} \quad (5.70)$$

在 $0 \leq \beta l \leq 2\pi$ 区间,以电长度为自变量,画出输入阻抗实部的函数响应如图 5.47 所示,显然(5.70)具有带阻滤波器特征。

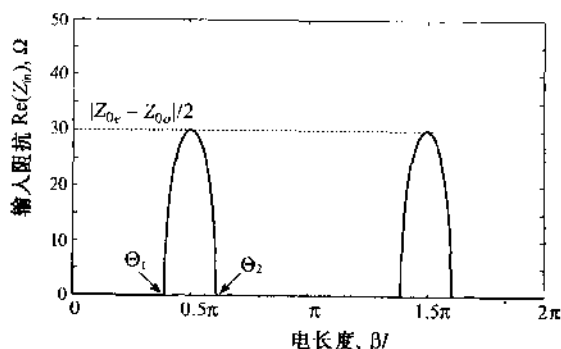


图 5.47 输入阻抗(5.70)的特征。 Z_{0e} 和 Z_{0o} 分别为 120 Ω 和 60 Ω

根据图 5.47,当微带线长度为 $\lambda_0/4$ 或 $\beta l = \pi/2$ 时,可以得到典型的带通滤波器特性。在这种情况下,上边频和下边频为:

$$(\beta l)_{1,2} = \theta_{1,2} = \pm \cos^{-1} \left[\frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \right] \quad (5.71)$$

由图 5.47 还可见阻抗响应的周期性,这表明必须限制使用较高的工作频率以避免高频段的寄生通带响应。

5.4.3 级连带通滤波器单元

前一小节讨论的单个带通滤波器单元不能提供良好的滤波器响应及陡峭的通带-阻带过渡。然而,可以通过级连这些基本单元最终得到高性能的滤波器。图 5.48 是一个常规的多节滤波器结构。

为了设计一个符合特殊要求的带通滤波器结构,需要进行大量的计算。要将全部设计要

求转换成实际的滤波器设计(见参考文献,作者 Mattaci 等),需要按以下步骤顺序进行:

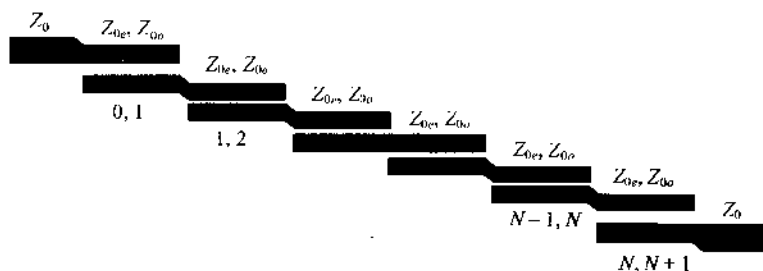


图 5.48 多节结构的 5 阶 ($N = 5$) 耦合微带线带通滤波器

- 选择标准低通滤波器参数。根据需要的衰减和波纹,选定采用巴特沃斯或切比雪夫设计方法后,设计者可以从表 5.2 至表 5.6 中选择合适的标准低通滤波器参数 $g_0, g_1, \dots, g_N, g_{N+1}$ 。
- 确定归一化带宽,上边频和下边频。根据滤波器特性对下边频 ω_L 和上边频 ω_U 以及中心频率 $\omega_0 = (\omega_U + \omega_L)/2$ 的要求,可以确定滤波器的带宽:

$$BW = \frac{\omega_U - \omega_L}{\omega_0} \quad (5.72)$$

我们可以根据带宽指标计算下列参数:

$$J_{0,1} = \frac{1}{Z_0} \sqrt{\frac{\pi BW}{2g_0 g_1}} \quad (5.73a)$$

$$J_{i,i+1} = \frac{1}{Z_0} \frac{\pi BW}{2 \sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad (5.73b)$$

$$J_{N,N+1} = \frac{1}{Z_0} \sqrt{\frac{\pi BW}{2g_N g_{N+1}}} \quad (5.73c)$$

这些参数可用于计算传输线的奇模、偶模特性阻抗:

$$Z_{0o}|_{i,i+1} = Z_0 [1 - Z_0 J_{i,i+1} + (Z_0 J_{i,i+1})^2] \quad (5.74a)$$

和

$$Z_{0e}|_{i,i+1} = Z_0 [1 + Z_0 J_{i,i+1} + (Z_0 J_{i,i+1})^2] \quad (5.74b)$$

其中下标 $i, i+1$ 表示如图 5.48 所示的耦合段单元, Z_0 是滤波器输入、输出端口的传输线特性阻抗。

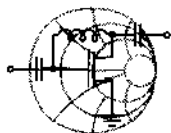
- 确定微带线的实际尺寸。根据图 5.45,可将每个奇模特性阻抗和偶模特性阻抗换算成微带线的实际几何尺寸。例如,当 PCB 板材料的介电系数和厚度给定后,我们可以确定铜质导体带的间距 S 和宽度 W 。这个宽度通常与其他微带线的宽度相同*。所以,为获得(5.74)式要求的阻抗,导体带间距就成为最常用的调整参数。如 5.4.2 小节指出的,每一段耦合微带线的长度都必须是 $\lambda_0/4$ 。

* 注:即与输入、输出段宽度相同——译者注。

根据上述步骤可以得到初步的、但通常是不精确的设计参数,考虑到边缘场效应,通过对微带线长度、宽度的修正,可以得到更精确的设计参数。此外,还可以使用模拟软件进一步精确修正、调整设计参数,以确保设计出的滤波器实际特性符合技术要求。

5.4.4 设计实例

在下面的实例中,我们将按照上一小节介绍的步骤设计一个特定的滤波器。



例题 5.6 耦合微带线带通滤波器设计

设计一个耦合传输线带通滤波器,要求其带内波纹 3 dB,中心频率 5 GHz,下边频、上边频分别为 4.8 GHz 和 5.2 GHz。在 5.3 GHz 频率点的衰减大于 30 dB。求该滤波器的元件数目及耦合传输线的奇模、偶模特性阻抗。

解:根据 5.4.3 小节,滤波器设计的第一步是选择适当的低通滤波器原型。滤波器的阶数可以根据 5.3 GHz 频率点的衰减大于 30 dB 的要求确定。利用带通滤波器的频率变换公式(5.46),在 5.3 GHz 频率点,可以求出低通滤波器原型的相应归一化频率为:

$$\Omega = \frac{\omega_c}{\omega_U - \omega_L} \left(\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega} \right) = 1.4764$$

根据图 5.21 可知,要在 $\Omega = 1.4764$ 频率点获得 30 dB 的衰减,滤波器的阶数至少为 $N = 5$ 。已知具有 3 dB 波纹的 5 阶切比雪夫滤波器的元件参数为:

$$g_1 = g_5 = 3.4817, g_2 = g_4 = 0.7618, g_3 = 4.5381, g_6 = 1$$

下一个设计步骤是根据公式(5.74)求出耦合传输线的奇模、偶模特性阻抗。计算结果见下列表格。

i	$Z_0 J_{i,i+1}$	$Z_{0e}(\Omega)$	$Z_{0o}(\Omega)$
0	0.1900	42.3056	61.3037
1	0.0772	46.4397	54.1557
2	0.0676	46.8491	53.6077
3	0.0676	46.8491	53.6077
4	0.0772	46.4397	54.1557
5	0.1900	42.3056	61.3037

为了验证理论设计的正确性,可以采用 MMICAD 对设计好的带通滤波器特性进行模拟、分析,结果如图 5.49 所示。

图 5.49 所示的滤波器响应证实了滤波器特性符合 f_L 和 f_H 的技术要求,而且在 5.3 GHz 频率点的衰减超过了 30 dB。

通常,滤波器设计的理论参数需要采用射频电路模拟方法再次验证其真实特性。

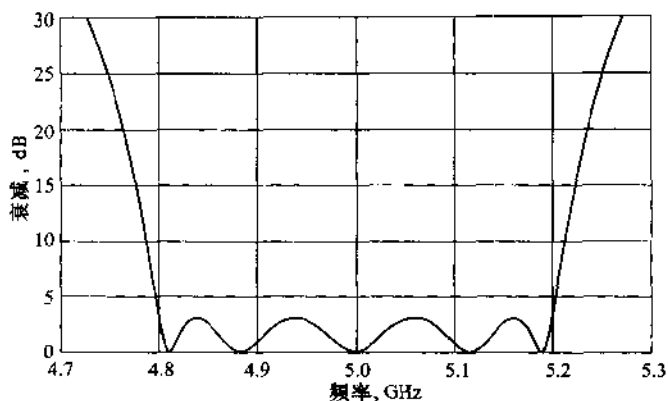


图 5.49 用 MMICAD 模拟通带波纹为 3 dB 的 5 阶耦合传输线切比雪夫滤波器。下边频为 4.8 GHz, 上边频为 5.2 GHz

我们借助于模拟软件的另一个原因是:我们需要从另一个角度检验滤波器设计方法的正确性并且考察几何尺寸和介质特性变化对滤波器性能的影响。上述参量中的大多数都很容易利用计算机来研究。完成了初步理论设计方案后,通常是利用计算机模拟来进行实际电路布线和实验的。

5.5 小结

本章的重点是介绍普遍适用于射频及微波电路的滤波器设计原则。本章的目的是仅对工程师们在设计、制造滤波器过程中会遇到的某些关键问题进行一般性讨论,而不深入研究所有问题的来龙去脉。

从高通、低通、带通和带阻滤波器的总体分类开始,我们引入了一些常用术语,这些术语有助于我们理解滤波器特性设计过程中遇到的常用符号。这些常用的术语包括截止、下边频、上边频、中心频率、矩形系数、带宽、插入损耗和抑制等,它们被定义、使用在简单的一阶高通、低通滤波器以及串联、并联谐振电路的讨论中。由于谐振电路可以实现带通、带阻特性,所以阻抗或导纳特性的突变特征也可以用品质因数来定量:

$$Q = \omega \frac{\text{平均储能}}{\text{一个周期中的平均耗能}} \Big|_{\omega=\omega_0}$$

品质因数又可以进一步分解为滤波器品质因数 Q_F 和外部品质因数 Q_E 。在信号源与负载之间插入滤波器后,信号功率的损失值就是插入损耗:

$$IL = 10 \log \frac{P_{in}}{P_L} = -10 \log(1 - |\Gamma_{in}|^2)$$

插入损耗是高频滤波器设计的重要参数。根据各类滤波器的衰减特征,可以导出损耗因数:

$$LF = \frac{1}{1 - |\Gamma_{in}|^2}$$

并用于描述滤波器的响应。为了使设计方法更具一般性,我们选择具有归一化频率单位的低通滤波器设计作为标准原型。通过对频率的比例变换和平移,能够实现所有类型的滤波器。这种方法的好处是,只需根据巴特沃斯最大平滑特性或切比雪夫等波纹特性的要求,计算出少数几套标准低通滤波器元件参数。

滤波器的实现需要通过 Richards 变换:

$$S = j \tan\left(\frac{\pi}{4} \Omega\right)$$

这个变换是在集总参数电容、电感元件和分布参数传输线理论之间建立联系的核心。各种串联、并联传输线段可以用单位元件分开,然后应用 Kuroda 规则将某些传输线段变换成为容易实现的传输线元件。例如,串联感性结构通常比短线元件更容易实现。利用 Kuroda 规则可以轻松地解决这类问题。

两条靠近的带状线之间产生的电磁耦合现象是设计带通、带阻滤波器的基础。我们没有深入地对此进行理论解释,只是将耦合微带线段看作一个两端口网络的基本构成单元。根据对奇模、偶模特性阻抗的分析,可以求出镜像阻抗:

$$Z_m = \frac{1}{2 \sin(\beta l)} \sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2(\beta l)}$$

作为带通响应特征。这种基本构成单元可以级连成多节滤波器以满足各种设计要求。我们利用射频/微波模拟软件重新分析了例题,并计算了耦合滤波器响应与单元数目、微带线几何尺寸之间的函数关系。

尽管第 5 章只是对滤波器设计这个题目进行了简要的介绍,但它确实将必要的基本设计步骤变成了实用的高频滤波器设计方法。我们尽量将滤波器的设计步骤——选择合适的滤波器参数,用比例变换得到实际的工作频率,用微带线实现滤波器设计等安排得像菜谱一样简单。另外,第 5 章也十分清楚地表明商业模拟软件在进行精确数值分析方面的应用价值。事实上,对于大多数现代滤波器设计实例,射频/微波模拟软件是一个绝对必要的、评估滤波器性能的工具。此外,根据电路原理图,使用特殊的排版软件,可相当容易地直接生成用于电路板制造的 PCB 制版文件。

参考文献

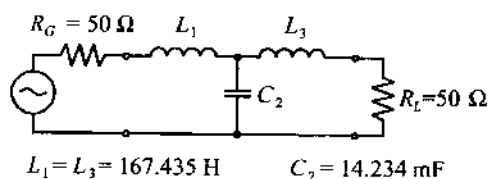
- S. Butterworth, "On the Theory of Filter Amplifiers," *Wireless Eng.*, Vol. 7, pp536 - 541, 1930.
- K. C. Gupta, R. Garg, and I. J. Bahl, *Microstrip Lines and Slot Lines*, Artech House, Dedham, MA, 1979.
- G. L. Matthaei, et al., *Microwave Filters, Impedance - Matching Networks, and Coupling Structures*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- C. G. Montgomery, R. H Dicke, and E. M. Purcell, *Principles of Microwave Circuits*, MIT Radiation Laboratory Series, Vol. 8, McGraw-Hill, New York, 1948.
- D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 2nd ed., John Wiley, New York, 1998.

P. A. Rizzi, *Microwave Engineering: Passive Circuits*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.

L. Weinberg, *Network Analysis and Synthesis*, McGraw-Hill, New York, 1962.

习题

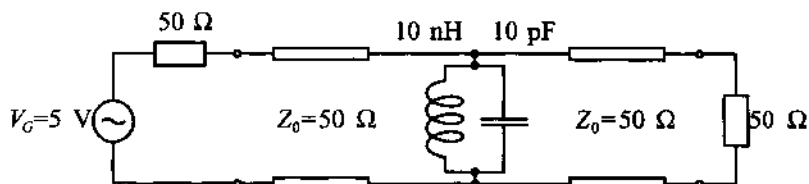
5.1 求解图中简单积分电路的下列参数:



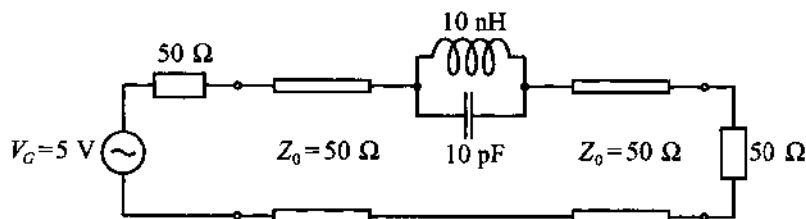
- 传输函数 $H(\omega) = V_2/V_G$
- 衰减量与频率的函数关系 $\alpha(\omega)$
- 相位与频率的函数关系 $\varphi(\omega)$
- 群时延 t_g

在 DC 至 1 GHz 频率范围内画出上述参数与频率的关系曲线。

- 5.2 对于 5.1.4 小节中讨论的标准串联、并联谐振电路, 导出它们的内部品质因数, 外部品质因数以及有载品质因数的表达式。
- 5.3 在 5.1.5 小节中, 并联谐振电路的导纳是用品质因数表达的。请证明公式(5.29)。
- 5.4 一滤波器电路如下图所示:



- 求: 1. 有载、无载及外部品质因数; 2. 信号源输出功率以及谐振时负载吸收的功率;
 3. 在谐振频率点 $\pm 50\%$ 的频带内, 画出插入损耗与频率的关系曲线。
- 5.5 按照习题 5.4 的要求计算下图所示滤波器电路的特性指标。



- 5.6 设计一个巴特沃斯低通滤波器, 要求其衰减量在 $f = 1.5 f_{3\text{dB}}$ 处不低于 50 dB。求滤波器的阶数, 实现这个滤波器需要多少元件(电感和电容)?

- 5.7 设计一个巴特沃斯原型低通滤波器,要求在频率 $f = 2f_{3\text{dB}}$ 点处的衰减大于 20 dB。
- 5.8 画出低通切比雪夫滤波器的插入损耗曲线,要求该滤波器的带内波纹为 6 dB,在频率 $f = 2f_{\text{cut-off}}$ 点处的衰减大于 50 dB。
- 5.9 利用习题 5.7 的原型低通滤波器,设计一个截止频率为 1 GHz 的高通滤波器并画出衰减曲线。
- 5.10 为了抑制数字通信系统的噪声需要一个射频带通滤波器,其通带为 1.9 GHz 至 2.0GHz,在 1.8 GHz 和 2.1 GHz 频率点的衰减必须大于 30 dB。假设通带内允许的波纹为 0.5 dB,请用最少的元件设计这个滤波器。
- 5.11 在为蜂窝移动电话系统设计放大器时,发现电路在 3.0 GHz 处存在干扰噪声。请设计一个带阻滤波器,其中心频率为 $f_c = 3.0$ GHz,带宽为 f_c 的 10%,阻带衰减大于 30 dB。
- 5.12 在假设短线终端的开路条件为理想情况的前提下,我们在前面的章节中讨论了开路短线的输入阻抗特性。在实际情况下,由于边缘场效应,辐射是存在的。这个现象可以用附加的寄生电容来等效,如下图所示:

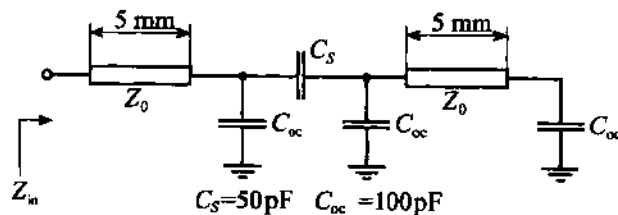


设等效负载电容为 $C_\infty = 0.1$ pF, 传输线的相速 $v_p = 1.5 \times 10^8$ m/s, 请采用自己熟悉的数学方法, 求解特性阻抗为 50Ω , 长度为 $l = 1$ cm 的开路传输线在 10 MHz 至 100 MHz 频段内的输入阻抗, 并将计算结果与理想开路、短路传输线的输入阻抗特性进行比较。

- 5.13 假设开路传输线的所有物理参数与习题 5.12 相同, 若最低频率为 3.3 GHz (在此频率下传输线的输入阻抗等于零), 试求等效边缘电容 C_∞ 。
- 5.14 根据习题 5.12 的分析, 决定使用长度为 $l = 5$ mm 的开路传输线。由于电路板上已经加工好了 $l = 1$ cm 的开路传输线, 所以我们将传输线的中间切断 (如图所示), 以便形成 $l = 5$ mm 的开路传输线。



由于传输线切断后两端点非常接近, 这种情况的等效电路如下:

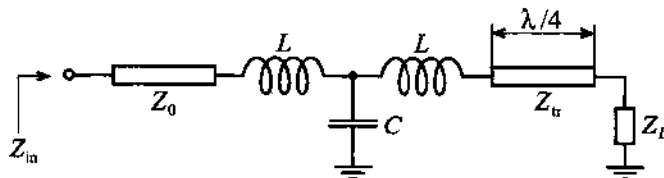


利用数表,计算这种传输线结构在 10 MHz 至 100 MHz 频段内的输入阻抗。设传输线的特性阻抗为 $50\ \Omega$,相速度 $v_p = 1.5 \times 10^8\text{ m/s}$ 。将计算结果与边缘电容为 $C_\infty = 0.1\text{ pF}$,长度为 5 mm 的开路传输线输入阻抗特性进行比较。

- 5.15 在第 2 章中,我们曾介绍了 $1/4$ 波长传输线阻抗变换器,该阻抗变换器可以将任意实数负载变换成其他任意实数值。在第 2 章中我们通常假设不存在寄生元件,然而在实际情况中,如果将两个特性阻抗不同的传输线相连接,则连接处会出现传输线宽度的不连续性:



由于这个不连续性,必须考虑由此产生的寄生效应。上图所示阻抗变换器结构的等效电路是:



若负载阻抗 $Z_L = 25\ \Omega$,传输线特性阻抗 $Z_0 = 100\ \Omega$,假设传输线的长度是 $1/4$ 波长*,寄生元件参数为: $L = 10\text{ pH}$, $C = 100\text{ fF}$ 。求该阻抗变换器的特性阻抗 Z_1 并计算整个系统在 10 MHz 至 20 MHz 频率范围内的输入阻抗 Z_{in} 。

- 5.16 通过求解相应的 $ABCD$ 参量矩阵,证明表 5.6 中的前三个 Kuroda 规则。
- 5.17 设计一个截止频率为 200 MHz 且在 500 MHz 频率点处衰减为 50 dB 的低通滤波器。若不考虑滤波器响应的平滑度,请给出所需元件数目最少的滤波器设计方案。
- 5.18 设计一个三阶带通滤波器,要求通带波纹 3 dB,中心频率 900 MHz,带宽 30 MHz。根据数表计算并画出滤波器的插入损耗曲线。
- 5.19 在 5.3.3 小节的设计任务 I 中,我们设计了一个截止频率为 3 GHz 的微带线结构切比雪夫低通滤波器。现采用介电系数为 $\epsilon_r = 4.6$,厚度 $h = 25\text{ mil}$ 的 FR-4 基片,重新设计这个滤波器并计算出微带线的宽度和长度。
- 5.20 设计一个 5 阶、最大平滑、带阻滤波器。要求中心频率为 2.4 GHz,带宽 15%,输入、输出阻抗为 $75\ \Omega$ 。
- 5.21 设计一个截止频率为 5 GHz 的 5 阶、线性响应、低通滤波器。要求采用两种设计方案:一种为集总参数元件,另一种为微带线结构。假设微带线基片为 FR-4($\epsilon_r = 4.6$, $h = 20\text{ mil}$)。

* 注:应为“ $1/4$ 中心波长”——译者注。

- 5.22 在卫星通信链路设备中,需要设计一个带通滤波器用于下变频单元中的镜像抑制。已知信号带宽 300 MHz,中心频率 10 GHz。要求滤波器具有最大平滑响应而且在 10.4 GHz 频率点的衰减不小于 40 dB。
- 5.23 证明等式(5.68a)和等式(5.68b),并导出等式(5.70)。

第6章 有源射频元件

在前面5章中,我们专注于无源射频元件以及它们的电路特性。在这一章中将扩展和开阔我们的眼界,转到不同的有源射频元件上。为了设计放大器、混频器和振荡器,人们特别感兴趣于固态器件诸如二极管和三极管的结构。对于研发各种特定器件并使之进入市场,尽管统一的处理方法多么复杂,对广泛的工业应用领域来说却是一种财富。关于形成RF/MW商业市场的众多技术上的进展,这里不可能做出恰当的陈述,因为这不是本书要讨论的内容。这里要强调的是推动RF/MW一系列技术演变的关键性概念,随后在相继各章中把这些概念用于放大器、混频器、振荡器以及其他电路的设计。我们的目的在于使读者能形成和开发他们自己的网络描述,并以此作为集成化策划的一部分去构筑模拟射频电路的合适模型。

在阐述有源器件所对应的网络模型之前,对固体物理包括PN结和金属-半导体结进行简短扼要的讨论,目的是在固态器件这一层次上进行通盘考虑,提供其电路描述。之所以需要这样做,是因为:

- 运行在高频模式时,寄生电容和电感效应引入到固态器件中,并影响其工作性能。
- 很多有源器件的高频性能与其低频性能有明显的差别,所以需要作特殊处理。
- 利用模拟工具如SPICE,或更为专用射频CAD程序,必须获得物理参量的实用知识,这直接或间接影响到电路的性能。

第6章简明地概括了在高频下半导体的最重要的基本知识。

对PN结和肖特基(Schottky)接触的分析,可得到一个更为完整的电路功能图像,这成为整流器、放大器、调谐系统及开关系统的基础。特别是金属-半导体界面对于高频运用显得非常有用。在射频范围内已开发出许多专用二极管,其中为首的是肖特基二极管、PIN管和隧道二极管,这里只能提出少数几种。

我们把注意力转到双极晶体管和场效应管,它们比前面提到的PN结和肖特基接触有更为复杂的器件装置。需要对双极晶体管和金属-半导体场效应管的结构、功能、温度和噪声性能有所了解。

6.1 半导体基础

6.1.1 半导体的物理特性

半导体器件的应用自然地依赖于半导体本身的物理性能。这一节简明地介绍构筑半导体器件模型的基本模块,特别是PN的作用。我们将集中讨论三种最为通用的半导体:锗(Ge)、硅(Si)和砷化镓(GaAs)半导体。图6.1(a)原理性地给出了纯硅的键价结构:每个硅原子有4个价电子与相邻原子共享,形成4个共价键。

当不存在热能时,即温度为绝对零度[$T = 0\text{ K}$ 或 $T = -273.15^\circ\text{C}$],所有电子都束缚在对应原子上,半导体不导电。而当温度升高时,某些电子得到足够的能量,打破共价键并穿越禁

带宽度 $W_g = W_c - W_v$, 如图 6.1(b) 所示(在室温 $T = 300\text{ K}$, Si 的带隙能为 1.12 eV , Ge 为 0.62 eV , GaAs 为 1.42 eV)。这些自由电子形成带负电的载流子, 允许电流传导。在半导体中, 用 n 表示传导电子的浓度。当一个电子打破共价键, 留下一个带正电的空位, 后者可以被另一电子占据。这种形式的空位称为空穴, 其浓度用 p 表示。

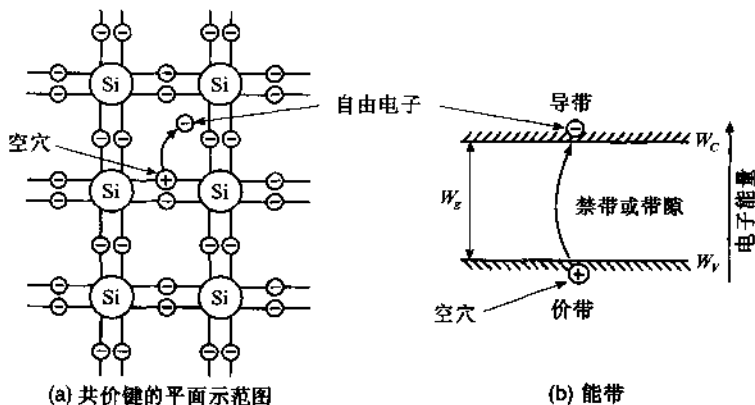


图 6.1 硅的晶格结构和能级

在图 6.1(a) 中图示了平面晶体布置示意图, 其中有一价键热分离 ($T > 0\text{ K}$), 造成一个空穴和一个运动电子。

在图 6.1(b) 显示了等效能带图示, 图中在价带 W_v 中产生一空穴, 在导带 W_c 中产生一电子, 两个带之间的带隙能为 W_g 。

当存在热能 ($T > 0\text{ K}$) 时, 电子和空穴穿过半导体晶格作无规运动。如果一电子正好碰到一空穴, 两者即结合, 荷电互相抵消。在热平衡状态下电子和空穴的结合数与产生数是相等的。其浓度遵从费米 (Fermi) 统计而有:

$$n \approx N_c \exp \left[-\frac{W_c - W_F}{kT} \right] \quad (6.1a)$$

$$p \approx N_v \exp \left[-\frac{W_F - W_v}{kT} \right] \quad (6.1b)$$

这里:

$$N_{c,v} = 2(2m_{n,p}^* \pi kT / h^2)^{3/2} \quad (6.2)$$

分别是在导带 (N_c) 和价带 (N_v) 中的有效载流子浓度。 W_c 和 W_v 分别表示与导带和价带相关联的能级; W_F 是 Fermi 能级, 电子有 50% 的概率占据该能级。对本征 (纯) 半导体, 在室温下其费米能级非常靠近禁带的中部。在 (6.2) 式中, m_n^* 和 m_p^* 分别对应半导体中电子和空穴的有效质量, 由于与晶格的相互作用, 它们不同与自由电子的静止质量; k 是波尔茨曼 (Boltzmann) 常数; h 是普朗克 (Planck) 常数; T 是绝对温度 (K)。

在本征半导体中, 由热激发产生的自由电子数等于空穴数, 即 $n = p = n_i$, 所以电子和空穴的浓度按以下的浓度定律表述:

$$np = n_i^2 \quad (6.3)$$

这里 n_i 是本征浓度。方程 (6.3) 不仅对本征半导体, 对掺杂半导体也是正确的。

把(6.1)式代入(6.3)式,得到本征载流子浓度的以下表达式:

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp\left[-\frac{W_C - W_V}{2kT}\right] = \sqrt{N_C N_V} \exp\left[-\frac{W_g}{2kT}\right] \quad (6.4)$$

在 $T = 300 \text{ K}$ 时,电子和空穴的有效质量,以及浓度 N_C 、 N_V 和 n_i 分别列在表 6.1 中,也列在附录 E 的表 E.1 中。

表 6.1 在 $T = 300 \text{ K}$ 下的有效浓度和有效质量值

半 导 体	m_n^*/m_0	m_p^*/m_0	$N_C(\text{cm}^{-3})$	$N_V(\text{cm}^{-3})$	$n_i(\text{cm}^{-3})$
硅(Si)	1.08	0.56	2.8×10^{19}	1.04×10^{19}	1.45×10^{10}
锗(Ge)	0.55	0.37	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}	2.4×10^{13}
砷化镓(GaAs)	0.067	0.48	4.7×10^{17}	7.0×10^{18}	1.79×10^6

宏观电磁理论规定材料的电导率为 $\sigma = J/E$, 这里 J 是电流密度, E 是外加电场。在宏观模型(Drude 模型)下,电导率可通过载流子浓度 N , 有关元素的荷电量 q , 漂移速度 v_d 以及电场 E 给出:

$$\sigma = qNv_d/E \quad (6.5)$$

在半导体中,电子和空穴两者都对材料的电导率有贡献。在低电下载流子的漂移速度正比于外加电场强度,其比例常数称为迁移率 μ_d 。这样,对半导体可把(6.5)式重写为:

$$\sigma = qn\mu_n + qp\mu_p \quad (6.6)$$

其中 μ_n 和 μ_p 分别为电子和空穴的迁移率。对于本征半导体,由于有 $n = p = n_i$, 可把(6.6)式进一步简化为:

$$\sigma = qn_i(\mu_n + \mu_p) = q \sqrt{N_C N_V} \exp\left[-\frac{W_g}{2kT}\right] (\mu_n + \mu_p) \quad (6.7)$$



例题 6.1 计算本征半导体的电导率随温度的变化关系

意欲找出本征材料 Si, Ge 和 GaAs 的电导率作为温度的函数。为此我们设定,在所感兴趣的温度范围 $-50^\circ\text{C} \leq T \leq 200^\circ\text{C}$ 内,带隙能及电子和空穴的迁移率都与温度无关。

解:第一步可方便地把(6.7)式中抽去指数项以后的所有因子组成一参量 $\sigma_0(T)$, 即:

$$\sigma_0(T) = q \sqrt{N_C N_V} (\mu_n + \mu_p)$$

其中电子和空穴的迁移率可从表 E.1 中找出:

$$\mu_n = 1350(\text{Si}), 3900(\text{Ge}), 8500(\text{GaAs})$$

$$\mu_p = 480(\text{Si}), 1900(\text{Ge}), 400(\text{GaAs})$$

上面所有值的单位为 $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ 。按(6.2)式计算出 N_C , N_V 如下:

$$N_{C,V}(T) = N_{C,V}(300 \text{ K}) \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2}$$

RF & MW →

从而导出下式:

$$\sigma = \sigma_0(T) \exp\left(-\frac{W_g}{2kT}\right) = q(\mu_n + \mu_p) \sqrt{N_c N_v} \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{W_g}{2kT}\right)$$

其中带隙能 $W_g = W_c - W_v$ 分别为 1.12eV(Si), 0.62eV(Ge) 和 1.42eV(GaAs)。这三种电导率随温度的变化见图 6.2 所示。

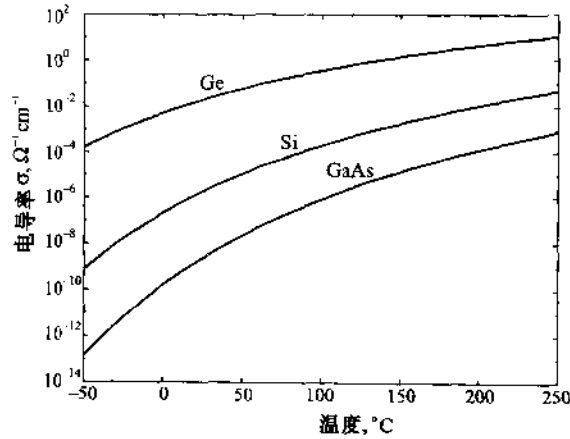


图 6.2 Si, Ge, GaAs 的电导率(温度从 -50℃ 到 250℃)

环境温度对半导体的电性能有很大影响。在这一例题中我们忽略了带隙能随温度的变化,这将在第 7 章中讨论。了解有源器件的温度特性对于设计器件是很重要的,由功率损耗使器件内部加热,可造成超过 100 ~ 150℃ 的温升。

通过引入杂质原子可以引发半导体的电特性作较大的改变。这种过程称为掺杂。为获得 N 型掺杂(提供附加电子到导带),所引入的原子较之原来在本征半导体晶格上的原子有更多的价电子。举例来说,将磷(P)原子移植到 Si 内,就中性晶格内提供了弱束缚电子,如图 6.3 (b)所示。

由直觉看出:“额外”电子的能级比其余 4 个价电子的能级更接近导带。当温度上升到高于绝对零度时,这个弱自由电子从原子中分离出,形成自由负电荷,留下固定的磷正离子。这样,当仍保持电中性时,该原子施舍一个电子到导带,而价带中没有产生空穴。由于在导带中有了更多的电子,结果就导致 Fermi 的增高。与本征半导体(n_i, p_i)不同,现在成为 N 型半导体,其中电子浓度 n_n 和少数空穴浓度 p_n 有如下关系:

$$n_n = n_D + p_n \quad (6.8)$$

这里 n_D 是施主浓度。为找出 n_n 和 p_n ,联立求解方程(6.3)和方程(6.8),结果得到:

$$n_n = \frac{n_D + \sqrt{n_D^2 + 4n_i^2}}{2} \quad (6.9a)$$

$$p_n = \frac{-n_D + \sqrt{n_D^2 + 4n_i^2}}{2} \quad (6.9b)$$

如果施主浓度 n_D 远大于本征电子浓度 n_i ,则有:

$$n_n \approx n_D \quad (6.10a)$$

$$p_n \approx \frac{-N_D + N_D(1 + 2n_i^2/N_D^2)}{2} = \frac{n_i^2}{N_D} \quad (6.10b)$$

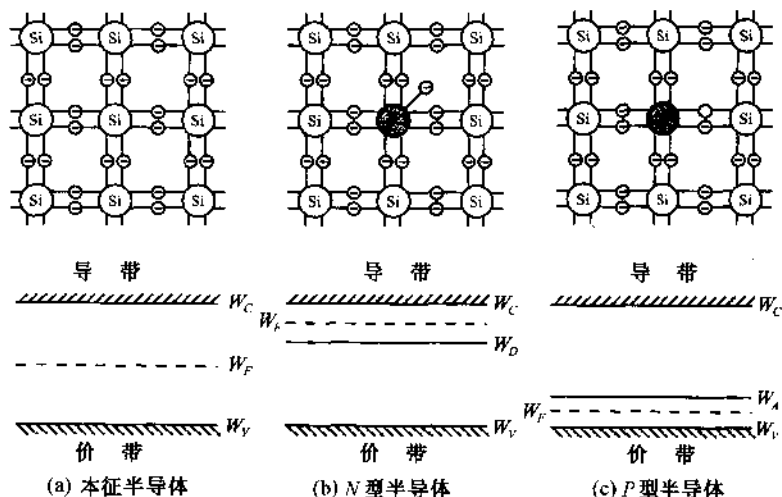


图 6.3 晶格结构和能带模型(在无热能量下) W_D 和 W_A 分别是施主和受主能级

现在考虑添加的杂质原子比构成本征半导体晶格的原子有更少价电子的情况。这种类型的元素称为受主,例如对于 Si 晶格,硼(B)就属于这种元素。由图 6.3(c)可看出:共价键之一出现空穴。这一空穴在能带隙中引入附加能态,其位置靠近价带。当温度从绝对零度向上升时,一些电子得到额外能量去占据空键,但其能量不足以越过禁带。这样,杂质原子将接受附加电子,形成净负电荷。在电子被移去的位置上将产生空穴,这些空穴可自由迁移,并对半导体中的传导电流作出贡献。用受主原子对半导体掺杂,就产生 P 型半导体,它有:

$$P_p = N_A + n_p \quad (6.11)$$

这里 N_A 和 n_p 是受主和少数电子浓度。对(6.11)式连同(6.3)式求解,可找出 P 型半导体中空穴浓度 p_p 和电子浓度 n_p :

$$p_p = \frac{N_A + \sqrt{N_A^2 + 4n_i^2}}{2} \quad (6.12a)$$

$$n_p = \frac{-N_A + \sqrt{N_A^2 + 4n_i^2}}{2} \quad (6.12b)$$

类似于(6.9)式,在高掺杂情况下 $N_A \gg n_i$, 上两式简化为:

$$P_p \approx N_A \quad (6.13a)$$

$$n_p \approx \frac{-N_A + N_A(1 + 2n_i^2/N_A^2)}{2} = \frac{n_i^2}{N_A} \quad (6.13b)$$

少数和多数载流子浓度对半导体材料中确立电流特性起着关键作用。

6.1.2 PN 结

P 型和 N 型半导体的物理接触引出了与有源半导体器件相关联的最重要的概念之一: PN 结。由于这两类半导体之间在载流子浓度上的差别,引起穿过界面的电流。这种电流被称为

扩散电流,它由电子和空穴组成。为了简化讨论,考虑如图 6.4 所示的一维模型。

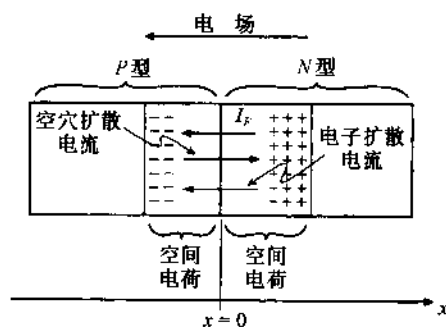


图 6.4 PN 结电流

扩散电流由 I_{n_diff} 和 I_{p_diff} 组成:

$$I_{diff} = I_{n_diff} + I_{p_diff} = qA \left(D_n \frac{dn}{dx} + D_p \frac{dp}{dx} \right) \quad (6.14)$$

上式中的 I_{n_diff} 和 I_{p_diff} 分别为扩散电流的电子分量和空穴分量, A 是与 x 轴正交的半导体截面积, D_n 和 D_p 分别是电子和空穴的扩散常数而有如下表达式(Einstein 关系):

$$D_{n,p} = \mu_{n,p} \frac{kT}{q} = \mu_{n,p} V_T \quad (6.15)$$

在室温(300 K)下,热电势 $V_T = kT/q$ 的近似值为 26 mV。

原来是中性的 P 型半导体,出现空穴扩散电流后,就留下负空间电荷。类似地, N 型半导体的电子扩散流就留下正空间电荷。当扩散电流发生时,在 N 型半导体的净正电荷和 P 型半导体的净负电荷之间产生电场 E 。该电场随之感应出电流 $I_F = \sigma AE$,它与扩散电流方向相反,使 $I_F + I_{diff} = 0$ 。把导电率的关系式(6.6)代入,得到:

$$I_F = qA(n\mu_n + p\mu_p)E = I_{nF} + I_{pF} \quad (6.16)$$

因为总电流等于零,电流的电子部分也等于零:

$$I_{n_diff} + I_{nF} = qD_n A \frac{dn}{dx} + qn\mu_n AE = q\mu_n A \left(V_T \frac{dn}{dx} - n \frac{dV}{dx} \right) = 0 \quad (6.17)$$

这里电场已被电势的导数所代替,即 $E = -dV/dx$ 。对(6.17)式积分,得到扩散阻挡层电压,或常称之为内建电势:

$$\int_0^{V_{diff}} dV = V_{diff} = V_T \int_{n_p}^{n_n} n^{-1} dn = V_T \ln \left(\frac{n_n}{n_p} \right) \quad (6.18)$$

这里 n_n 和 n_p 仍分别是 N 型半导体和 P 型半导体中的电子浓度。如果再考虑空穴电流从 P 型半导体到 N 型半导体的流动以及与之相抵消的场感应电流中的相应部分 I_{pF} ,可以得到扩散阻挡层电压,其表达式如下:

$$V_{diff} = V_T \ln \left(\frac{P}{P_n} \right) \quad (6.19)$$

如果在 P 型半导体中受主浓度 $N_A \gg n_i$ 和在 N 型半导体中施主浓度 $N_D \gg n_i$, 那么 $n_n =$

$N_D, n_p = n_i^2/N_A$ 见(6.13b)式。利用(6.18)式得到:

$$V_{\text{diff}} = V_T \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) \quad (6.20)$$

实际上只要用 $p_p = N_A$ 和 $p_n = n_i^2/N_D$ 来替换,从(6.19)式也可得相同结果。



例题 6.2 确定 PN 结的扩散阻挡层电压或内建电压

对一特定的(硅)PN结,掺杂浓度给定为 $N_A = 5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 和 $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, 以及其本征浓度 $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, 求在 $T = 300 \text{ K}$ 下的阻挡层电压。

解:阻挡层电压直接由(6.20)式确定:

$$V_{\text{diff}} = V_T \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = 0.796 \text{ (V)}$$

我们注意到:内建电势强烈地依赖于掺杂浓度和温度。

对不同半导体材料诸如 GaAs, Si 和 Ge, 其内建电压将是不同的, 即使掺杂密度是相同的情况也如此。这是由于它们的本征载流子浓度显著不同之故。

如果我们要确定沿 x 轴上的电势分布, 可应用泊松(Poisson)方程, 在一维分析下写成:

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_r \epsilon_0} = -\frac{dE}{dx} \quad (6.21)$$

这里 $\rho(x)$ 是电荷密度, ϵ_r 是半导体的相对介电常数。设定均匀掺杂和跳变结点近似, 如图 6.5(b)所示, 而有每一材料中的电荷密度:

$$\rho(x) = -qN_A, \text{ 其中 } -d_p \leq x \leq 0 \quad (6.22a)$$

$$\rho(x) = qN_D, \text{ 其中 } 0 \leq x \leq d_n \quad (6.22b)$$

其中 d_p 和 d_n 分别是在 P 型半导体和 N 型半导体中空间电荷的延伸长度, 见图 6.5(a)。

对(6.21)式积分可求出半导体在空间范围 $-d_p \leq x \leq d_n$ 内的电场:

$$E(x) = \int_{-d_p}^x \frac{\rho(x)}{\epsilon_r \epsilon_0} dx = \begin{cases} -\frac{qN_A}{\epsilon_r \epsilon_0} (x + d_p), & \text{其中 } -d_p \leq x \leq 0 \\ -\frac{qN_D}{\epsilon_r \epsilon_0} (d_n - x), & \text{其中 } 0 \leq x \leq d_n \end{cases} \quad (6.23)$$

所得到的电场分布的结果描绘在图 6.5(d)中。在推导(6.23)式时, 利用了电荷抵消规律, 即要求半导体内总空间电荷为零这一事实, 对于高掺杂半导体这等效于以下条件:

$$N_A \cdot d_p = N_D \cdot d_n \quad (6.24)$$

为获得电压沿 x 轴的分布, 对(6.23)式积分如下:

$$V(x) = -\int_{-d_p}^x E(x) dx = \begin{cases} \frac{qN_A}{2\epsilon_r \epsilon_0} (x + d_p)^2, & \text{其中 } -d_p \leq x \leq 0 \\ \frac{q}{2\epsilon_r \epsilon_0} (N_A d_p^2 + N_D d_n^2) - \frac{qN_D}{2\epsilon_r \epsilon_0} (d_n - x)^2, & \text{其中 } 0 \leq x \leq d_n \end{cases} \quad (6.25)$$

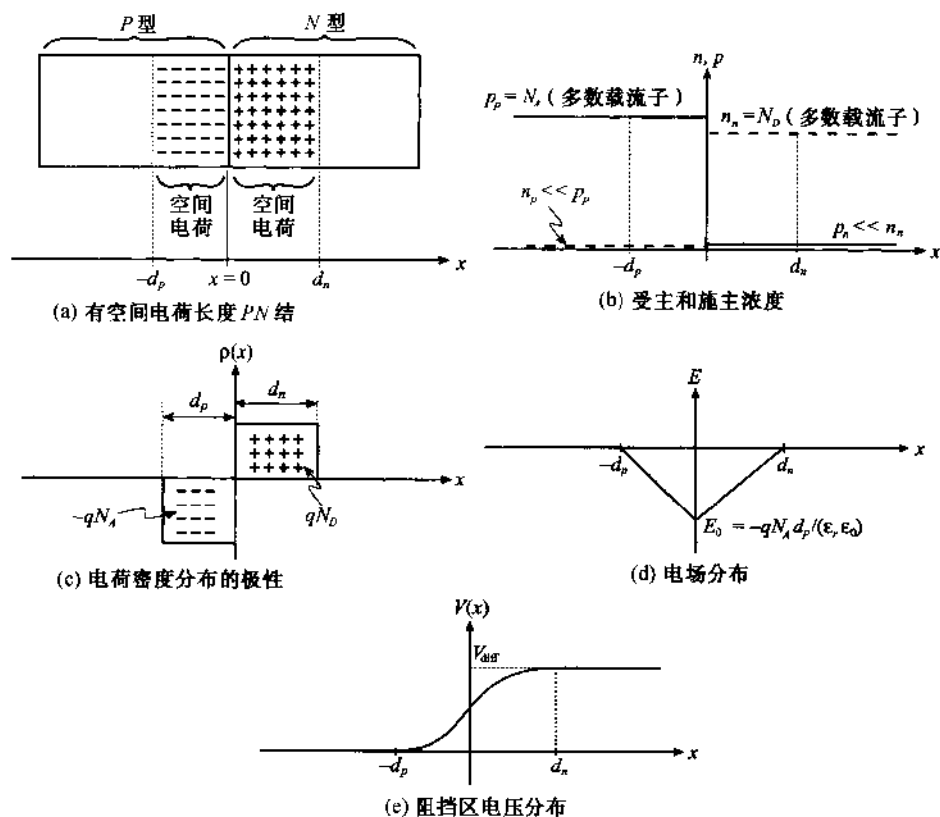


图 6.5 不存在外加电压下有跳变的电荷载流子过渡的 PN 结

因为总电压降必须等于扩散电压 V_{diff} , 于是有:

$$V(d_n) = V_{\text{diff}} = \frac{qN_A d_p^2}{2\epsilon_r \epsilon_0} + \frac{qN_D^2 d_n}{2\epsilon_r \epsilon_0} \quad (6.26)$$

代入 $d_p = d_n N_D / N_A$, 并从方程(6.26)求 d_n , 就得到正空间电荷区在 N 型半导体内的延伸长度:

$$d_n = \left\{ \frac{2\epsilon V_{\text{diff}} N_A}{q N_D} \left(\frac{1}{N_A + N_D} \right) \right\}^{1/2} \quad (6.27)$$

这里 $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ 。同理, 把 $d_n = d_p N_A / N_D$ 代入(6.26)式, 可求出负空间电荷区在 P 型半导体内的延伸长度:

$$d_p = \left\{ \frac{2\epsilon V_{\text{diff}} N_D}{q N_A} \left(\frac{1}{N_A + N_D} \right) \right\}^{1/2} \quad (6.28)$$

(6.27)式和(6.28)式相加, 得出其总长度为:

$$d_s = \left\{ \frac{2\epsilon V_{\text{diff}}}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) \right\}^{1/2} \quad (6.29)$$

下一步我们把注意力转到结点电容的计算上。这是射频器件的一个重要参量,因为在高频运行下低电容意味着有快捷的开关速度和适应能力。通过熟知的平板电容器公式可找出结点电容:

$$C = \frac{\epsilon A}{d_s}$$

把距离 d_s 的公式(6.29)代入上式,得到电容的表达式如下:

$$C = A \left\{ \frac{q\epsilon}{2V_{\text{diff}}} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right\}^{1/2} \quad (6.30)$$

如果外电压 V_A 加到结点上,出现如图 6.6 所示的正反两种情况,说明了二极管的整流器作用。

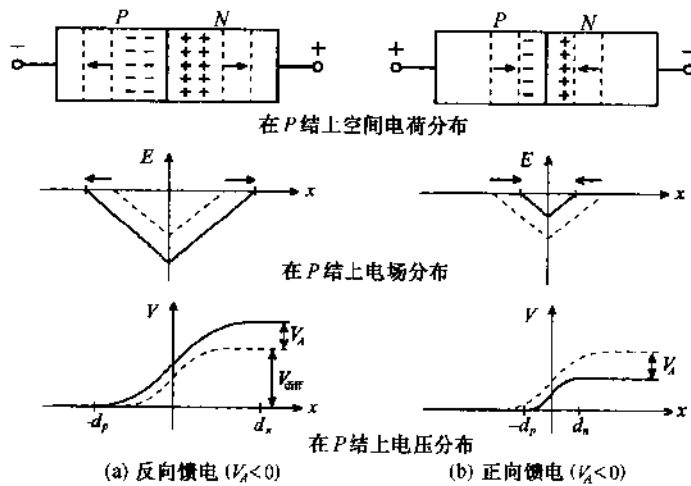


图 6.6 外电压反向和正向加到 PN 结上

反向偏电见图 6.6(a)增加空间电荷区并阻断电流流动,只是由少数载流子(N 半导体中的空穴和 P 半导体中的电子)造成的漏电流。与此相反,正向偏电由于在 N 型半导体中注入额外的电子和在 P 型半导体中注入额外的空穴,而使空间电荷区缩小。为表述这些情况,必须对上面给出的方程(6.27)和方程(6.28)加以修改,用 $V_{\text{diff}} - V_A$ 代替原式中的阻挡层电压 V_{diff} ;即:

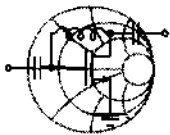
$$d_p = \left\{ \frac{2\epsilon(V_{\text{diff}} - V_A)N_D}{qN_A} \left(\frac{1}{N_A + N_D} \right) \right\}^{1/2} \quad (6.31)$$

$$d_n = \left\{ \frac{2\epsilon(V_{\text{diff}} - V_A)N_A}{qN_D} \left(\frac{1}{N_A + N_D} \right) \right\}^{1/2} \quad (6.32)$$

这导致空间电荷区或耗尽层的总长度为:

$$d_s = \left\{ \frac{2\epsilon(V_{\text{diff}} - V_A)}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) \right\}^{1/2} \quad (6.33)$$

从(6.31~6.33)式可看出:空间电荷区或是增大或是缩小取决于 V_A 的极性。



RF & MW

例题 6.3 计算 PN 结的结电容和空间电荷区的长度

对于硅半导体的一个突变 PN 结,在室温下($\epsilon_r = 11.9$, $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$)其施主和受主浓度分别等于 $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 和 $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。意欲找出空间电荷区 d_p 和 d_n 以及在零偏置电压下的结电容。证明 PN 结的耗尽层电容可表示成下列形式:

$$C_J = C_{J0} \left(1 - \frac{V_A}{V_{\text{diff}}} \right)^{-1/2}$$

其中 C_{J0} 是零偏置电压下的结电容。确定 C_{J0} , 并描述出耗尽层电容与外电压的函数关系(设 PN 结的横截面积 $A \approx 10^{-4} \text{ cm}^2$)。

解:把外电压 V_A 引入到电容表达式(6.30)中,即在式(6.30)中用 V_{diff}/V_A 置换 V_{diff} , 就得到:

$$C_J = A \left[\frac{q\epsilon}{2V_{\text{diff}}(1 - V_A/V_{\text{diff}})} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right]^{1/2}$$

我们立即可承认此式就是前一个要证明的式子,只要令:

$$C_{J0} = A \left[\frac{q\epsilon}{2V_{\text{diff}}} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right]^{1/2}$$

将上式中的 $V_{\text{diff}} = V_T \ln(N_A N_D / n_i^2) = 0.6159 \text{ V}$ 用下式代入:就得到 $C_{J0} = 10.68 \text{ pF}$ 。

用(6.28)和(6.29)式可算出空间电荷区的长度:

$$d_n = \left\{ \frac{2\epsilon V_{\text{diff}} N_A}{q N_D} \left(\frac{1}{N_A + N_D} \right) \right\}^{1/2} = 0.1643 \text{ } \mu\text{m}$$

$$d_p = \left\{ \frac{2\epsilon V_{\text{diff}} N_D}{q N_A} \left(\frac{1}{N_A + N_D} \right) \right\}^{1/2} = 0.8214 \text{ } \mu\text{m}$$

结电容随外电压的变化关系如图 6.7 所示。

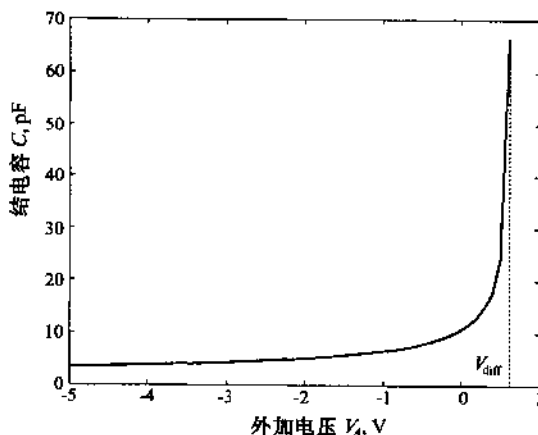


图 6.7 PN 结电容随外加电压的变化

在图 6.7 中,当外加电压接近内建(阻挡层)电势时,结电容趋于无限大。然而在实际上此时开始达到饱和,这将在第 7 章中作进一步讨论。

对流过二极管的电流,我们列出肖特基二极管方程(在附录 F 中有推导):

$$I = I_0(e^{V_A/V_T} - 1) \quad (6.34)$$

这里 I_0 是反向饱和电流或漏电流。通常称这电流—电压特性曲线为 I - V 曲线,其典型曲线如图 6.8 所示。

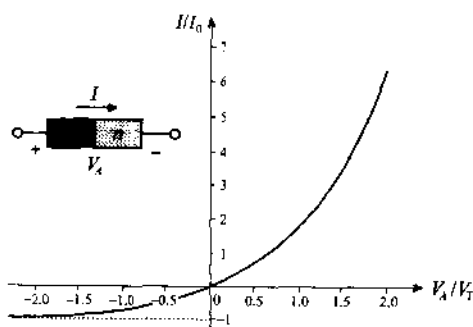


图 6.8 根据肖特基方程的 PN 结电流—电压特性

该曲线表明:在负压下有一小的、与电压无关的电流($-I_0$),而在正压下则为指数增长电流。表示在图 6.8 中的函数关系是理想化的,因为未考虑到击穿现象。尽管如此,(6.34)式清楚地显示出在外加交流电压下 PN 结的整流性质。

耗尽层或结电容的存在要求 PN 二极管上加有负电压。参看例题 6.3,这意味着 $V_A < V_{\text{diff}}$ 的条件。然而,在正偏压条件下会碰到一个附加的扩散电容,它是由于储存在半导体层中的扩散电量 Q_d (少数载流子)的存在而出现的;如果 $V_A > V_{\text{diff}}$,则它占支配地位。该电量可定量给出,即电量 Q_d 等于二极管电流 I 与载流子穿过二极管的渡越时间 τ_T 的乘积:

$$Q_d = I\tau_T = \tau_T I_0(e^{V_A/V_T} - 1) \quad (6.35)$$

显然,扩散电容设定为与外电压和结温度有非线性关系。扩散电容按下式计算:

$$C_d = \frac{dQ_d}{dV_A} = \frac{I_0\tau_T}{V_T} e^{V_A/V_T} \quad (6.36)$$

可见它与工作电压有强烈地依赖关系。

一般地说,PN 二极管的总电容 C 可粗略地划分成三个区域:

1. $V_A < 0$, 只有耗尽层电容是重要的: $C = C_j$
2. $0 < V_A < V_{\text{diff}}$, 耗尽层和扩散电容相组合: $C = C_j + C_d$
3. $V_A > V_{\text{diff}}$, 只有扩散电容是重要的: $C = C_d$

如果考虑二极管工作在 $V_A = 1$ V, 并设定渡越时间 $\tau_T = 100$ ps = 10^{-10} s 和在室温 300 K (即 $V_T = 26$ mV) 下测量反向饱和电流 $I_0 = 1$ fA = 10^{-15} A, 扩散电流的影响增强。把这些值代入 (6.36) 式, 找出 $C = C_d = 194$ nF。这个电容值是相当大的, 对于典型的电阻 $R = 0.1 \sim 1$ Ω 会产

生大的时间常数,限制了常规 PN 结二极管的高频应用。

6.1.3 肖特基(Schottky)接触

W.Schottky 分析了当一金属电极接触一半导体时所涉及的物理现象。举例说,如果 P 半导体与铜或铝电极接触,就有电子向金属扩散的趋势,而在半导体中留下空穴,使其中的空穴浓度增加。这种效应的结果是改变界面附近的价带和导带能级。这可通过能带结构中的局域变化来显示,如图 6.9(a)所示。

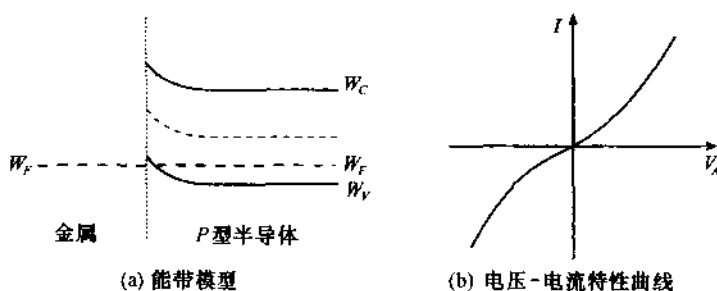


图 6.9 金属电极与 P 半导体接触

由于有更高的空穴浓度,价带弯向费米(Fermi)能级。由于更低的电子浓度,导带向离开费米(Fermi)能级的方向弯曲。对这样一种组态,不管外加电压的极性,总是得到一低电阻的接触,如图 6.9(b)所示。

当金属电极与 N 半导体接触时,情况变得更为复杂,而从技术上说,却更令人感兴趣。这时出现更类似于 PN 结的性能:由于电子从半导体向金属迁移,在半导体中产生一小的正电荷密度。其机理是基于以下事实:当两种材料分开时,半导体(较低逸出功)相对于金属(较高逸出功)有较高的费米能级(较低的逸出功)。然而一旦两种材料接触时,费米能级必须是相同的,就产生两者能带的弯曲。电子从 N 型半导体扩散出去,留下正空间电荷。耗尽层增大,直到空间电荷的静电排斥作用阻止电子进一步扩散为止。为阐明有关金属与 N 半导体接触这一议题,图 6.10 给出两材料在接触前后的情况。

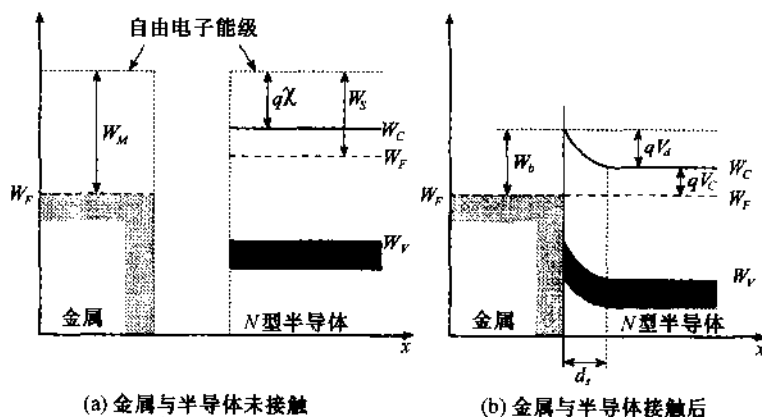


图 6.10 肖特基接触的能带图

能量 $W_b = qV_b$ 按下式:

$$W_b = q(V_M - \chi) \quad (6.37)$$

与金属逸出功 $W_M = qV_M$ 有关,其中 V_M 记为费米能级与电子逸出成为自由粒子时参考能级之间的差;对某些常用金属的 V_M 值摘集于表 6.2 中。上式中 $q\chi$ 电子亲和能势是从导带到该同一参考能级来测定的,电子亲和电势 χ 的值对 Si 为 4.05 V,对 Ge 为 4.0 V 和对 GaAs 为 4.07 V。

表 6.2 某些金属的逸出功电势

材 料	逸出功电势, V_M
银(Ag)	4.26 V
铝(Al)	4.28 V
金(Au)	5.1 V
铬(Cr)	4.5 V
钼(Mo)	4.6 V
镍(Ni)	5.15 V
钯(Pd)	5.12 V
铂(Pt)	5.65 V
钛(Ti)	4.33 V

有如在 PN 结中那样,建立起内建肖特基阻挡层电压 V_d 的表达式,式内包扩有(6.37)式和导带与费米能级之间的附加电压 V_c :

$$V_d = (V_M - \chi) - V_c \quad (6.38)$$

按照 $N_c = N_D \exp(V_c/V_T)$ 这里 V_c 是与掺杂浓度 N_D 和导带中态浓度 N_c 有关。求解 V_c 得到 $V_c = V_T \ln(N_c/N_D)$ 。虽然实际的金属-半导体界面通常有一极窄的附加绝缘层,我们将忽略这层的影响,并且只涉及半导体中空间电荷长度:

$$d_s = \left\{ \frac{2\epsilon(V_d - V_A)}{q N_D} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6.39)$$

因此找出肖特基结的结电容:

$$C_J = A \frac{\epsilon}{d_s} = A \left\{ \frac{q\epsilon}{2(V_d - V_A)} N_D \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6.40)$$

此式与(6.30)式差不多一样。现在可用简单计算预估出 V_d 的典型值,在下面例题中来加以阐明。



RF&MW

例题 6.4 计算肖特基二极管的阻挡层电压、耗尽层电容和空间电荷区长度。金属材料黄金与 N 型半导体接触的界面可形成肖特基二极管。半导体的掺杂浓度 $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, 金的逸出功 V_M 是 5.1 V。还有如上述 Si 的电子亲和电势 $\chi = 4.05 \text{ V}$ 。求肖特基阻挡层势 V_d , 空间电荷长度 d_s 和结电容 C_J , 已知 Si 的相对介电常数 $\epsilon_r = 11.9$ 。设二极管截面积 $A = 10^{-4} \text{ cm}^2$, 温度为 300 K

解:因为 Si 的导带中的态浓度 $N_c = 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, 可计算得到导带势为:

$$V_c = V_T \ln\left(\frac{N_c}{N_D}\right) = \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 300}{1.6 \times 10^{-19}} \ln\left(\frac{2.8 \times 10^{19}}{10^{16}}\right) \text{ V} = 0.21 \text{ V}$$

把得到的 V_c 值代入到(6.38)式, 找出内建阻挡层电压:

$$V_d = (V_M - \chi) - V_c = (5.1 \text{ V} - 4.05 \text{ V}) - 0.21 \text{ V} = 0.84 \text{ V}$$

从(6.39)式得出空间电荷区长度:

$$d_s = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r V_d}{q N_D}} = \sqrt{\frac{2(8.85 \times 10^{-12}) 11.90.84}{1.6 \times 10^{-19} \cdot 10^{16}}} \text{ m} = 332 \text{ } \mu\text{m}$$

最后, 按平板电容器公式, 见(6.40)式, 给出结电容:

$$C_j = A \frac{\epsilon_0\epsilon_r}{d_s} = 10^{-8} \frac{8.85 \times 10^{-12} \cdot 11.9}{332 \times 10^{-16}} \text{ F} = 3.2 \text{ fF}$$

这例题表明: 在同样截面大小和同样掺杂下金属-半导体二极管的耗尽层电容远比 PN 结小, 使前者可在更高频率下工作。

6.2 射频二极管

在这节中我们将考察 RF 和 MV 电路中最常用的二极管在实用中的某些实际情况。如在上节中所提到的, 由于高的结电容量, 经典的 PN 结二极管不太适合于高频应用。与此相反, 由金属-半导体接触形成的二极管具有低的结电容量, 因此可在更高频率下工作。现今肖特基二极管广泛应用于射频检波器、混频器、衰减器、振荡器和放大器中。

在 6.2.1 小节中将讨论肖特基二极管, 随后各节继续研究一系列特殊的射频二极管。在 6.2.2 小节中分析 PIN 二极管, 接下来的内容是它作为可变电阻器和高频开关的初步应用。

除了二极管的整流特性外, 还能利用结电容对外电压的变化关系来构筑出电压控制的调谐电路, 这时二极管是用来作为可变电容器的。这种专用二极管的一个例子就是 6.2.3 小节中的变容二极管。

在本节末将讨论少数较异常的二极管配置, 诸如 IMPATT, 隧道二极管, TRAPATT, BAR-ITT 和 Gunn 二极管, 这些虽不太常用, 但由于它们独特的电性质, 仍然令人感兴趣。

6.2.1 肖特基二极管

与常规的 PN 结相比, 肖特基势垒二极管具有不同的反向饱和电流机制, 它取决于穿过势垒的多数载流子的热电子发射。这些电流在数量级上大于理想 PN 结二极管中由扩散驱动少数载流子组成的反向饱和电流。举例说, 肖特基二极管中典型的反向饱和电流密度具有量级为 $10^{-6} \text{ A/cm}^{-2}$, 与之相比较, 常规的硅基 PN 结二极管的典型值为 $10^{-11} \text{ A/cm}^{-2}$ 。图 6.11 给出了具有对应电路元件的肖特基二极管的剖面示意图。

金属电极(钨、铝、金等)与低掺杂 N 型半导体层相接触, 后者是由外延生长在高掺杂 N^+ 基底上的。设定外延层是理想介质, 即其电导率为零。电流-电压特性由以下方程描述:

$$I = I_s (e^{(V_A - I R_s)/V_T} - 1) \quad (6.41)$$

其中反向饱和电流由下式给出:

$$I_s = A \left(R^* T^2 \exp \left[\frac{-qV_b}{kT} \right] \right) \quad (6.42)$$

R^* 称为穿过势垒的多数载流子热电子发射的 Richardson 常数, 对于硅来说, 其典型值为 $100 \text{ A/cm}^2 \text{ K}^2$ 。

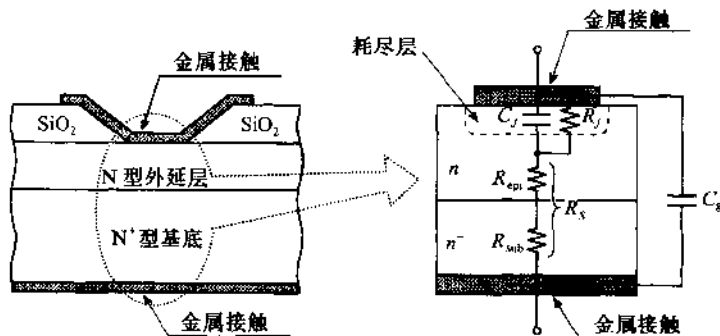


图 6.11 Si 基肖特基二极管的剖面图

所对应的小信号等效电路模型示于图 6.12。在这电路中, 我们注意到结电阻 R_j 是与偏置电流有关的, 正如二极管的串联电阻 (它由外延层电阻和基底电阻合成: $R_s = R_{\text{epi}} + R_{\text{sub}}$) 一样。其连接线的电感是固定的, 其近似值的量级为 $L_s = 0.1 \text{ nH}$ 。正如上面所讨论的, 结电容 C_j 由 (6.40) 式给出。由于有电阻 R_s , 实际的结电压等于外加电压减去在二极管串联电阻上的电压降, 结果成为修正的指数表示式 (6.41)。

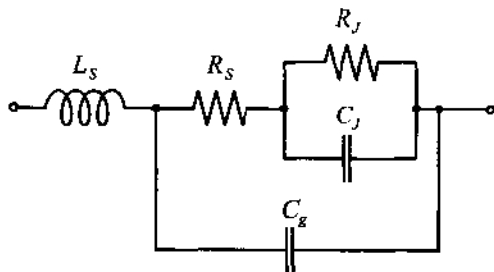


图 6.12 典型的肖特基二极管的电路模型

肖特基二极管的各电路元件的典型值为: $R_s \approx 2 \sim 5 \Omega$, $C_g = 0.1 \sim 0.2 \text{ pF}$ 和 $R_j = 200 \sim 2 \text{ k} \Omega$ 。在低于 0.1 mA 的小偏置电流下经常忽略 (6.41) 式中附加的 IR_s 项。然而, 对于某种应用, 串联电阻会形成反馈回路, 这意味着电阻被乘以一个按指数增长的增值因子。在这种情况下, IR_s 必须加以考虑。

在高频肖特基二极管的实际电路中, 如图 6.11 的平面布局即使对于很小的金属接触 (典型的接触面直径为 $10 \mu\text{m}$ 或更小) 也会引起相对大的寄生电容。如图 6.13 所示, 通过附加一绝缘环可以使杂散电容有所减少。

把电流表达式 (6.41) 围绕静态或工作点 V_Q 展开, 就可找出小信号结电容和结电阻。这意味着二极管总电压被写成直流偏置电压 V_Q 和一交流信号载波频率分量 v_d :

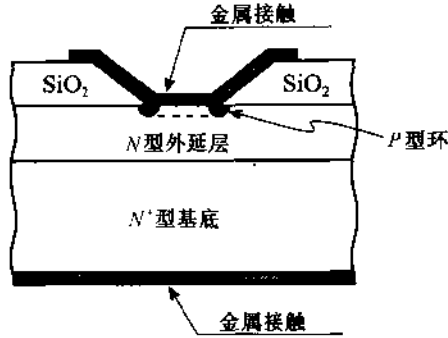


图 6.13 适合于很高频率下应用的有附加绝缘环的肖特基二极管

$$V = V_Q + v_d \quad (6.43)$$

把(6.43)式代入(6.41)式,并忽略 IR_s 项,就得到:

$$I = I_s(e^{V/V_T} - 1) = I_s(e^{V_Q/V_T} e^{v_d/V_T} - 1) \quad (6.44)$$

把这方程对 Q 点作泰勒展开,并保留前二项,给出:

$$I(V) \cong I_Q + \left. \frac{dI}{dV} \right|_{V_Q} v_d = I_Q + \frac{I_s v_d}{V_T} e^{V_Q/V_T} = I_Q + (I_Q + I_s) \frac{v_d}{V_T} = I_Q + \frac{v_d}{R_J} \quad (6.45)$$

这里结电阻 $R_J(V_Q)$ 等于:

$$R_J(V_Q) = \frac{V_T}{I_Q + I_s} \quad (6.46)$$

而结电容由(6.40)式给出,此时式中 V_A 替换成 V_Q 。

6.2.2 PIN 二极管

PIN 二极管可应用于作为高频开关和电阻范围从小于 1Ω 到 $10 \text{ k}\Omega$ 的可变电阻器(衰减器),射频工作信号可高达 50 GHz 。其结构像三明治一样,在高掺杂的 P^+ 和 N^+ 层之间夹有一本征的(I层)或低掺杂半导体的中间附加层。中间层的厚度在 1 到 $100 \mu\text{m}$ 间,这取决于应用要求和频率范围。在电压是正向时,这二极管表现为像是一个受所加电流控制的可变电阻器。然而在电压反向时,低掺杂的内层产生空间电荷,其区域达到高掺杂的外层。这种效应即使在小的反向电压下就会发生,直到高电压下基本上保持恒定,其结果使这二极管表现为类似于平行板电容器。举例来说,具有内 I 层厚度为 $20 \mu\text{m}$ 的硅基 PIN 二极管,表面积为 $200 \mu\text{m}^2$,其扩散电容的量级为 0.2 pF 。

一般形式的 PIN 二极管及经台面处理的实用器件列于图 6.14,与常规的平面结构相比,台面形位的优点是杂散电容的大为减少。

其 I-V 特性的数学表述与电流的大小和方向有关。为保持处理简易,我们将在很大程度上按照对 PN 结已列出过的论述来进行。

在正向情况并对轻掺杂 N 型本征层,流过二极管的电流为:

$$I = A \left(\frac{qn^2 W}{N_D \tau_p} \right) (e^{V_A/(2V_T)} - 1) \quad (6.47)$$

这里 W 是本征层宽度; τ_p 是过剩的少数载流子寿命, 它可有高到 $1\ \mu\text{s}$ 的量级; N_D 是轻掺杂 N 半导体中间层中的掺杂浓度。式中指数项中的因子 2 是考虑到存在有两个结。对于纯本征层 $N_D = n_i$, (6.47) 式导致以下形式:

$$I = A \left(\frac{qn_i W}{\tau_p} \right) (e^{V_A/(2V_T)} - 1) \quad (6.48)$$

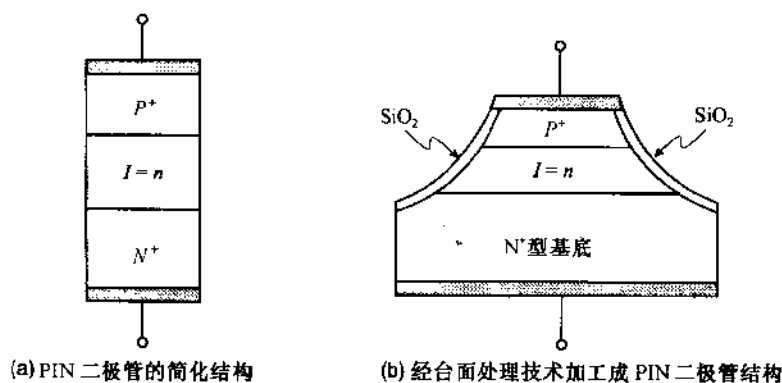


图 6.14 PIN 二极管结构

由关系式 $Q = I\tau_p$ 可计算出总电荷。这样就可求出扩散电容:

$$C_d = \frac{dQ}{dV_A} = \tau_p \left(\frac{dI}{dV_A} \right) = \frac{I\tau_p}{2V_T} \quad (6.49a)$$

在反向情况, 这 I 层的空间电荷长度对电容起支配作用。在小电压下 C_J 近似为:

$$C_J = \epsilon_i \left(\frac{A}{W} \right) \quad (6.49b)$$

这里 ϵ_i 是本征层的介电常数。

如在肖特基二极管中讨论过的那样, 通过在 Q 点附近的泰勒展开可求出 PIN 二极管的动态电阻。其结果为:

$$R_f(V_Q) = \left. \frac{dV}{dI} \right|_{I=I_Q} = \frac{2V_T}{I_Q + I_{P0}} \quad (6.50)$$

这里, 对照 (6.47) 式, 可令 $I_{P0} = A(qn_i^2 W)/(N_D \tau_p)$ 。

依照 PIN 二极管在正偏置(导通)下的电阻性质和在负偏置(断开或绝缘)下的电容性质, 我们可以着手构筑简单的小信号模型。对 PIN 二极管在串联情况下, 其电路模型示意于图 6.15, 其两端分别接有电源和负载电阻。由 (6.49) 式和 (6.50) 式导出的结电阻和扩散电容可以在实用上很近似地模拟 PIN 二极管的性能。更加定量化的信息是通过测量或复杂的计算模型来得到的。

使 PIN 二极管工作需设置偏置电压, 而提供偏置要有 DC 回路, 它必须与射频信号通路分离。要实现 DC 绝缘, 可用一射频线圈(RFC), RFC 在 DC 下短路而在高频下开路。相反情况下, 隔直流电容(C_B) 在 DC 下开路而在高频下短路。图 6.16 示出一典型的衰减器的电路, 其中 PIN 二极管既用于串联又用于并联的情况。

虽然在以下的讨论中我们将用一 DC 偏置, 但也能用一低频的 AC 偏置。在这种情况下, 通过二极管的电流包括两个分量: $I = (dQ/dt) + Q/\tau_p$ 这种做法的含意将在例题中讨论。

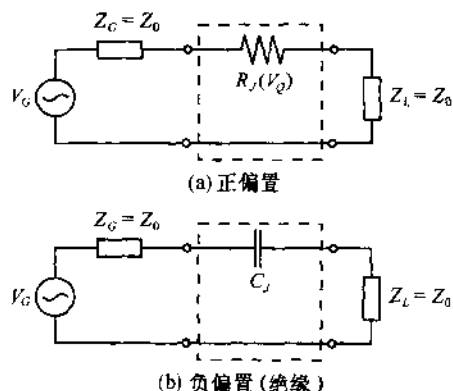


图 6.15 串联下的 PIN 二极管

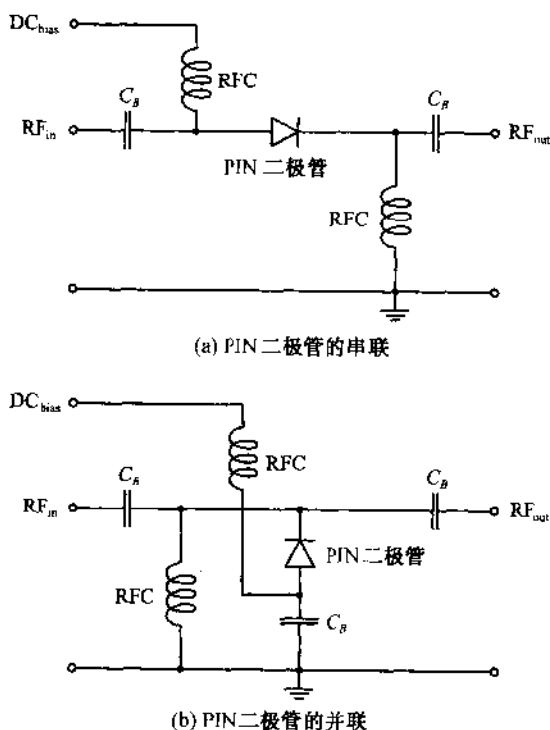


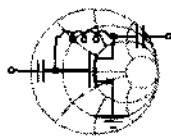
图 6.16 在串联和并联设置下的偏置 PIN 二极管的衰减器电路

在正 DC 偏置电压下,对于射频信号,串联 PIN 二极管表现为一电阻。然而,并联 PIN 二极管则建立了一个短路条件,只允许有一小到可忽略的 RF 信号出现在输出端。并联 PIN 二极管的作用像是一个具有高插入损耗的高衰减器。在负偏置条件下情况相反,串联 PIN 二极管像是一个具有高阻抗或高插入损耗的电容器,而具有高并联阻抗的并联二极管对 RF 信号没有明显的影响。

一个经常用到的专业术语叫转换器损失 TL ,它可方便地用 S 参量的 $|S_{21}|$ 来表示,于是用 (4.52) 式而有:

$$TL = -20 \log |S_{21}| = -20 \log \left| \frac{2V_2}{V_G} \right| \quad (6.51)$$

以下的例题将计算在串联设置下 PIN 二极管的转换器损失。



RF & MW

例题 6.5 计算在串联设置下 PIN 二极管的转换器损失 (在正偏置和负偏置条件下)

求找串联下正偏置和负偏置 PIN 二极管的转换器损失 ($Z_C = Z_L = Z_0 = 50\Omega$)。设结电阻值 R_J 在正偏置下为 1Ω 到 20Ω 范围内。进而设定, 负偏置工作条件造成结电容值取 $C_J = 0.1, 0.3, 0.6, 1.3$ 和 2.5 pF , 同时, 感兴趣的频率范围从 10 MHz 扩展到 50 GHz 。

解: 基于 (6.15) 式和图 6.15, 借助于电压分压器定则, 求出转换器损失为

$$TL_{\text{forward}} = -20\log\left(\frac{100}{100 + R_J}\right) = 20\log\left(1 + \frac{R_J}{100}\right)$$

和

$$TL_{\text{reverse}} = -20\log\left|\frac{100}{100 - j1/(\omega C_p)}\right| = 10\log\left[1 + \left(\frac{1}{100\omega C_p}\right)^2\right]$$

图 6.17 画出了在给定的结电阻范围内正偏置条件下的转换器损失 (dB)。相反, 图 6.18 是在负偏置条件下, 这时 PIN 二极管基本上反应为一纯电容。

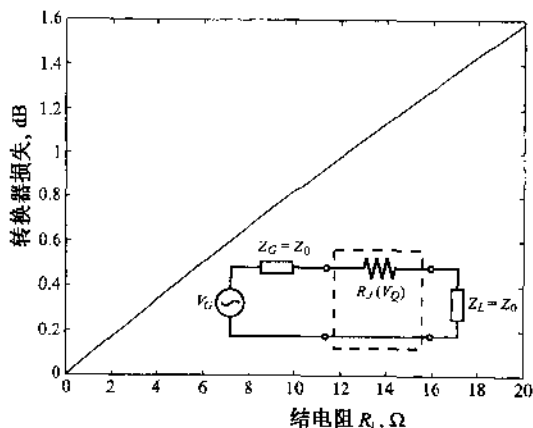


图 6.17 在正偏置条件下串联 PIN 二极管的转换器损失, 二极管表现为电阻器

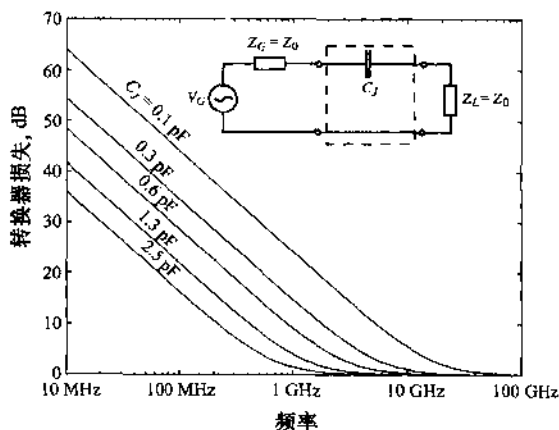


图 6.18 在负偏置条件下串联 PIN 二极管的转换器损失, 二极管表现为电容器

6.2.3 变容二极管

在负偏置下带有电容性质的 PIN 二极管已使人联想到:一特定中间层掺杂分布能创建出可变电容对电压的特性。除了合适选择特定掺杂分布 $N_D(x)$ 外还合适选择本征层厚度 W , 所形成的变容二极管确实可完成这样的任务。



例题 6.6 确定具有特定电容—电压性能所需的掺杂分布

求合适的掺杂浓度分布 $N_D(x)$ 以保证变容二极管的电容随外加负偏压 V_A 的变化如 $C(V_A) = C'_0 / (V_A - V_{\text{diff}})$, 其中常数 $C'_0 = 5 \times 10^{-12} \text{ FV}$, 二极管截面积给定为 $A = 10^{-4} \text{ cm}^2$ 。

解: 基于(6.39)式, 可预计空间电荷区长度的范围为:

$$x = \left\{ \frac{2\epsilon_i (V_{\text{diff}} - V_A)}{q} \left(\frac{1}{N_D} \right) \right\}^{1/2}$$

它确定结电容 $C = \epsilon_i A / x$ 。在前面公式的推导中我们假定 I 层中掺杂浓度远低于相邻层的掺杂浓度。如果空间电荷区长度增大 ∂x , 电量改变为:

$$\partial Q = q N_D(x) A \partial x$$

长度上的微分增量可以用相应的电容上的减小量来表示。对电容器公式求微分, 可得:

$$\partial x = -\epsilon_i A \partial C / C^2$$

把 ∂x 代入到 ∂Q 的表达式中, 并注意到 $\partial Q = C \partial V_A$, 于是有:

$$\partial Q = C \partial V_A = -q N_D(x) A^2 \epsilon_i \partial C / C^2$$

由此给出所要的掺杂分布的表达式:

$$N_D(x) = -\frac{C^3}{q \epsilon_i A^2} \left(\frac{\partial V_A}{\partial C} \right)$$

对于所要求的电容, 可找出:

$$N_D(x) = \frac{C'_0}{q A x} = \frac{2^* \times 10^{11}}{x} \text{ cm}^{-2}$$

当 x 逼近 I 层的原始状态(即空间电荷长度 $x \rightarrow 0$ 时), 我们当然不可能使掺杂分布加强到无限大。然而, 利用近似成一双曲函数(见图 6.19), 就可能保证所要求的电容—电压性能。

图 6.19 示出变容二极管的简化电路模型, 包括一基底电阻和以 $(V_{\text{diff}} - V_A)^{-1/2}$ 形式随电压改变的电容。这是掺杂分布常量的情况。所以对于电容有以下的一般表示:

* 注: 式中 2×10^{11} 疑有误, 应为 3×10^{11} ——译者注。

$$C_V = C_{V0} \left(1 - \frac{V_Q}{V_{\text{diff}}} \right)^{-1/2} \quad (6.52)$$

这里 V_Q 是负偏压。

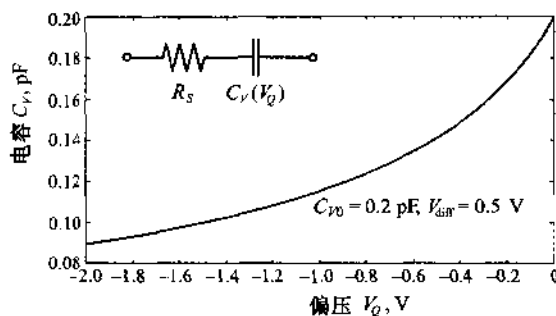


图 6.19 变容二极管的简化电路模型及其电容特性

这种二极管的一个主要应用是微波电路的频率调谐。由于其一阶变容管的截止频率为：

$$f_V = \frac{1}{2\pi R_S C_V(V_Q)} \quad (6.53)$$

可见通过负偏压 V_Q 能控制其电容,从而实现频率调谐。

此外,变容二极管能用于产生短脉冲,如图 6.20 的示意说明。一电压 V_A 加在由电阻和二极管串联的电路两端,产生电流 I_V 。在正半周上交流电压与电流同相。在负半周上,中间层内储存的载流子对电流的连续流动起着贡献,直到所有载流子都被移走为止。在此刻电流突降至零。按照法拉第定律 $V_{\text{out}} = L(dI_V/dt)$,一变压器能在电流瞬变时耦合输出一电压脉冲。该脉冲宽度可由中间层长度 W 除以注入载流子浓度的饱和漂移速度近似地得到。设 $W = 10 \mu\text{m}$ 和 $v_{d\text{max}} \approx 10^6 \text{ cm/s}$,就得到等效于脉冲宽度的渡越时间:

$$t_v = \frac{W}{v_{d\text{max}}} = \frac{10 \mu\text{m}}{10^6 \text{ m/s}} = 1 \text{ ns} \quad (6.54)$$

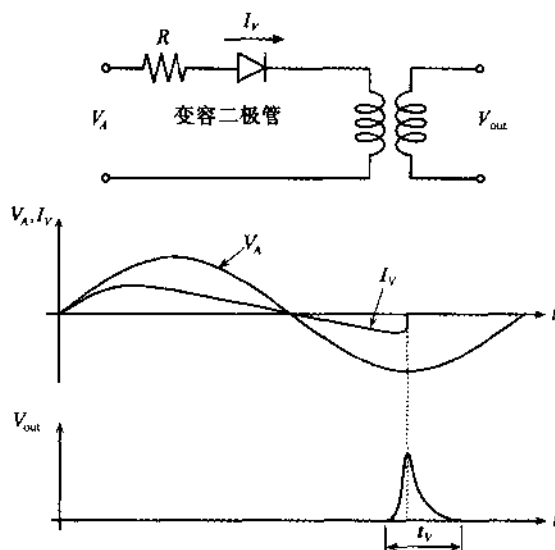


图 6.20 用变容二极管产生脉冲

6.2.4 IMPATT 二极管

IMPATT 是 IMPact Avalanche and Transit Time (碰撞雪崩渡越时间二极管)二极管的英文缩写,它开发了最早由 Read 提出的雪崩效应。这种二极管的结构原理非常类似于 PIN 二极管,见图 6.21。它与 PIN 二极管的关键区别是有高的电场强度,在 N^+ 和 P 层之间的界面上这高场强通过碰撞电离造成载流子的雪崩。

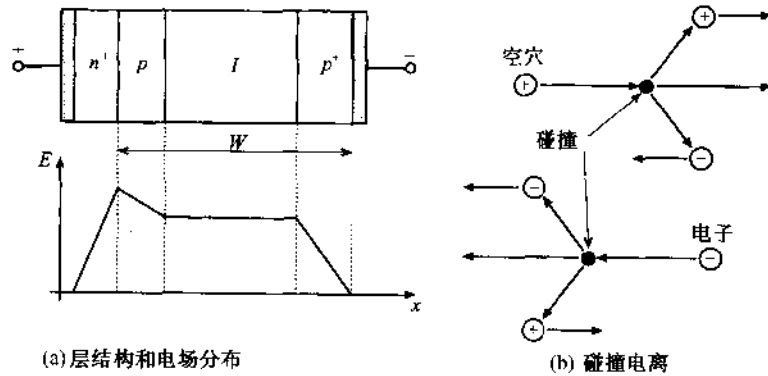


图 6.21 IMPATT 二极管的特性

当外加 R_F 电压 V_A 建立的电场超过临界阈值电平时,所产生的附加电离电流 I_{ion} 见图 6.22。在电压负半周内,当过剩载流子被移走时,电流缓慢减小。在电离电流和外加电压之间的相移被裁剪使之达到 90° 。因为过剩的载流子必须行进穿过本征层到 P^+ 层,总的二极管电流受到附加的时延。其时间常数,如在 (6.47) 式给出的,依赖于长度和漂移速度。选择合适的本征层长度连同适当的掺杂浓度,能产生 90° 的附加时延。

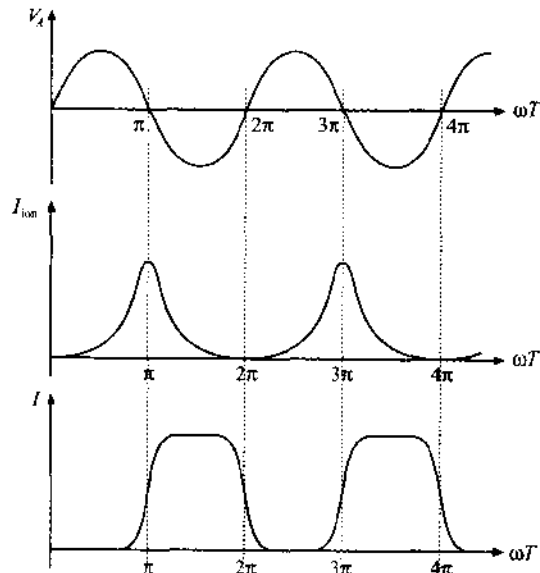


图 6.22 IMPATT 二极管的外加电压、电离电流和总电流

IMPATT 二极管的电路图画出在图 6.23 上,它比 PIN 二极管更为复杂,在低于二极管谐振频率 f_0 时其电抗表现为电感性,而在超过谐振频率时转为容性电抗。其总电阻在 $f < f_0$ 时是正确的,而在 $f > f_0$ 时变为负。

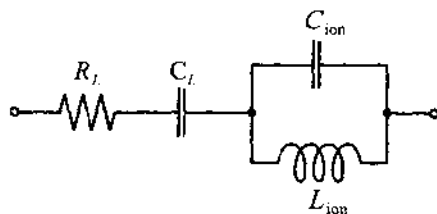


图 6.23 IMPATT 二极管的电路表示

谐振频率根据工作电流 I_Q ,介电常数,饱和漂移速度 v_{dmax} 和电离系数 α 对电场强度的偏微商 $\alpha' = \partial\alpha/\partial E$ 来确定,见下式:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{2I_Q \frac{v_{dmax}}{\epsilon} \alpha'} \quad (6.55)$$

相关的电路参量指明如下:

$$R = R_L + \frac{v_{dmax}}{2\pi^2 f_0^2 C_L W [1 - (f/f_0)^2]} \quad (6.56a)$$

$$C_L = \frac{\epsilon A}{W} \quad (6.56b)$$

$$C_{ion} = \frac{\epsilon A}{d} \quad (6.56c)$$

$$L_{ion} = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 C_{ion}} \quad (6.56d)$$

这里 R_L 是半导体层的组合电阻, d 是 P 层的雪崩区长度, W 是总长度,如图 6.19 中所示。高于谐振频率时该二极管的负电阻可理解为把电能返回到 RF 或 MW 谐振电路中;这意味二极管如同一有源器件。这样,电路衰减大为降低,使附加功率转移到负载阻抗上。遗憾的是, 180° 相移为此付出代价:在工作频率 5 ~ 10 GHz 下,把 DC 功率转化为射频功率的效率非常低,其典型值在 10% ~ 15% 范围内。

6.2.5 隧道二极管

隧道二极管是 PN 结二极管,它由极高掺杂产生极窄的空间电荷区。这能从方程(6.27)和方程(6.28)直接看出。结果造成电子和空穴超过在导带和价带中有效态浓度。费米能级移到 N^+ 层的导带 W_{c_n} 和 P^+ 半导体的价带 W_{v_p} 上。从图 6.24 注意到在两种半导体层中容许的电子态只通过一个极窄的势垒而被分开。

基于量子力学的考虑,存在有限的概率使电子能够穿过窄隙进行交换,而无需通过外供电压以使电子克服这势垒而逸出。这种现象是熟知的隧道效应。在热平衡条件下,从 N 到 P 层的隧道效应与从 P 到 N 层的相反的隧道效应是平衡的。结果没有纯电流出现。

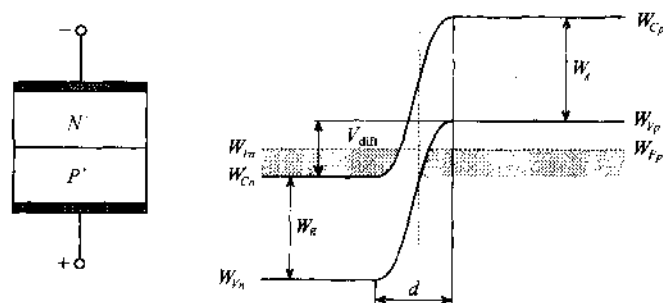


图 6.24 隧道二极管及其能带模型

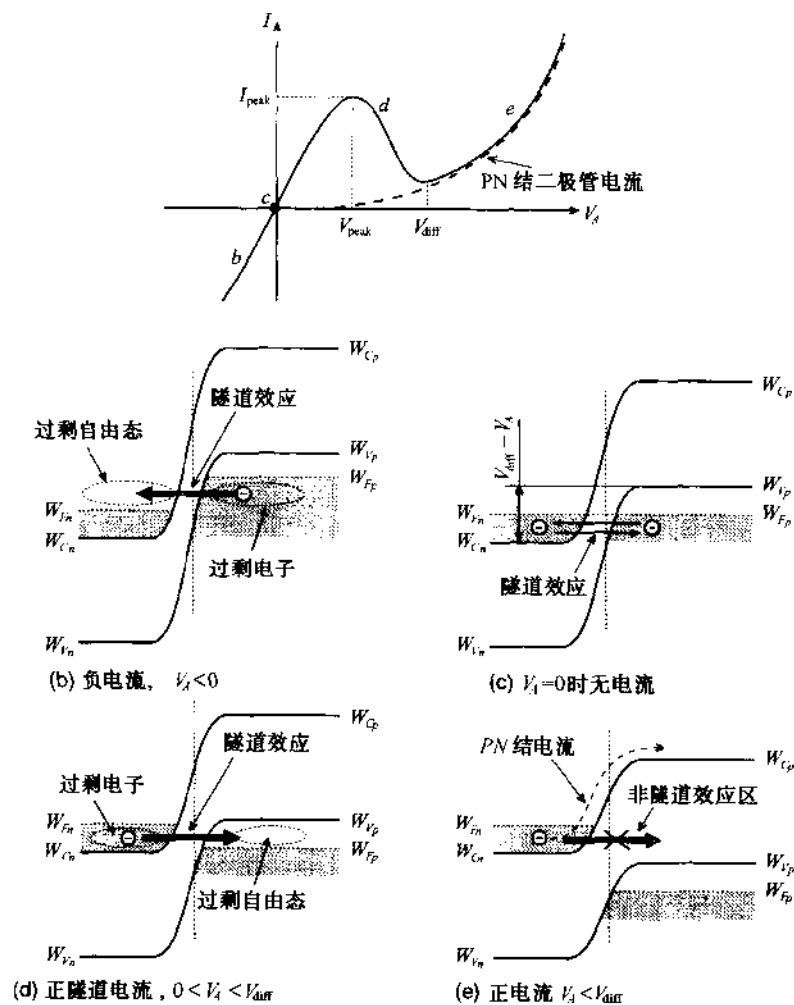


图 6.25 隧道二极管的电流-电压特性并与能带结构对照

参照对四种不同情况下相应的能带变形,如图 6.25(b)至图 6.25(e)所示,可很好解释隧道二极管的特定的电流-电压响应。不同于图 6.24 和图 6.25(c)所显示的平衡条件,对外加负偏压 V_d ,在 P 层中产生高的电子态浓度,这造成比相反情况有更高的概率隧穿到 N 层。其

结果是,即使是小的负偏压下能观察到电流的陡峭增长,参见图 6.25(b)。在小的正电压下,自由电子的储存区移到 N 型半导体,而在 P 型半导体中引起自由电子态的增加。其结果是,作为对电子隧道作用的反应,有正电流自 N 层流向 P 层,参见图 6.25(d)。然而,如果外加电压达到临界值 $V_A \approx V_{\text{diff}}$,就不发生重迭的能带结构[即能产生隧道效应的条件 $W_{\text{Ga}} < W_{\text{In}}$ 不再存在,参见图 6.25(e)]。穿过隧道二极管的电流趋于极小值。在临界电压点 V_{diff} 以上,该二极管重新表现如常规 PN 结二极管那样,电流按指数增长。

隧道二极管的等效电路,如图 6.26 所示,非常类似于图 6.23 示出的 IMPATT 二极管的电路。这里图中 R_s 和 L_s 是半导体层的电阻和引线电感。结电容 C_T 与负电导 $-g = dI/dV$ 并联,后者是由图 6.25(a) 给出的 $I-V$ 曲线的负斜率得出的。

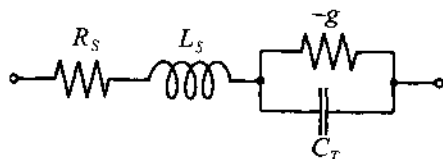


图 6.26 隧道二极管的电路表示

含有隧道二极管的一个简单的放大器电路画出在图 6.27 中。令功率放大因子 G_T 是配送到负载 R_L 上的功率与来自源的最大有效功率 $P_s = |V_G|^2/(8R_G)$ 的比值,得到在谐振下功率放大因子的表达式:

$$|G_T| = \frac{4}{R_L R_G} \frac{1}{(1/R_L + 1/R_G - g)^2} \quad (6.57)$$

这里 R_s 的影响被忽略。如果合理选择 g 值($g = 1/R_L + 1/R_G$),上式中分母趋于零,此时这放大器变成振荡器。

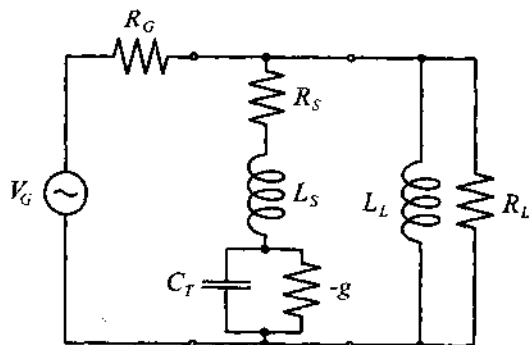


图 6.27 有放大器/振荡器性能的一种隧道二极管电路

6.2.6 TRAPATT, BARRITT 和 Gunn 二极管

考虑到完整性,这里简要提及另外三种形式的二极管,但不涉及其电路描述及电参量的定量推导的任何细节。

TRAPATT 是其英文名称 TRApped Plasma Avalanche Triggered Transit(俘获等离子体雪崩触

发渡越)的缩写。

TRAPATT 二极管被认为是 IMPATT 二极管在效率上的增强,通过利用能带隙的势阱使更高的效率(直到 75%)得以实现。这类势阱是位于能带隙内的能级,并可俘获电子。外电路保证在正半周时产生高的势垒电压,造成电子-空穴等离子体中的载流子倍增。其后果是在负半周时二极管的整流特性中出现击穿。TRAPATT 的工作频率稍低于 IMPATT 二极管。这是由于以下事实:电子-空穴等离子体的建立过程要比在 IMPATT 二极管中穿过中间层的渡越时间较慢些。

BARRITT 是 BARRier Injection Transit Time(势垒注入渡越时间)的英语简称。它本质上是一渡越时间二极管,其 P^+NP^+ 掺杂分布的作用像是一个无基极接触的晶体三极管。其空间电荷区域从阴极通过中间层扩展到阳极中。其小信号等效电路模型包括一电阻和一并联电容,电容值与 DC 偏置电流有关。不同于 IMPATT 二极管,其 RC 电路产生一负相位(直到 -90°),有 5% 或更小的相对低的效率。BARRITT 二极管在雷达的混频器和检波电路中得到应用。

Gunn 二极管(耿氏二极管)是以其发明者 J. B. Gunn 命名的。他在 1963 年发现在某种半导体(GaAs, InP)中,足够高的电场强度能造成电子散射到能带隙分隔增大的区域中。由于带隙能的增加使电子在迁移率 μ_n 上受到损失。这种现象很引人注目,例如在 GaAs 中当场强从 5 kV/cm 增强到 7 kV/cm 时,漂移速度($v_d = \mu_n E$)从 2×10^7 cm/s 降落到小于 10^7 cm/s。负的微分迁移率为:

$$\mu_n = \frac{dv_d}{dE} < 0$$

它还被利用于振荡电路中,这将在后面几章中看到。为开发 Gunn 效应在 RF 和 MW 中的应用,需要有一特定的掺杂分布,以保证一旦电压超过所要求的阈值时,就产生稳定的、单一载流子的空间电荷区。

6.3 BJT 双极结晶体管(Bipolar-Junction Transistor)

这种晶体管是于 1948 年由 Bardeen 和 Brattain 两人在先前的 AT&T Bell 实验室中发明的。自此 50 年来得到一系列改进和提高。早先开发的点接触单一器件的晶体管,现已扩展增生一大群复杂形式的器件,范围从仍然流行的双极结晶体管(BJT)经现代的 GaAs 场效应(GaAsFET)到最新式的高迁移率晶体管(HEMT)。虽然一般晶体管常以几百万的个数布放在集成电路(IC)中作为处理器、存储器和外设芯片的一部分,而在 RF 和 MW 应用中单个晶体管仍有其重要性。在低噪音、线性和高功率器件装置中许多 RF 电路仍依赖于分立的晶体管。基于这样的理由,需要较为详细地研究晶体管的 DC 和 RF 特性。

双极晶体管的组成是在 NPN 或 PNP 配置下三层交替掺杂的半导体。双极这一词的含义是少数和多数载流子两者造成内部电流。下面将扼要说明某些突出的特性。

6.3.1 结构

由于它的低成本结构、相对高的工作频率、低噪音性能和高的可运行功率容量,BJT 是最广泛采用的有源 RF 器件之一。通过一特殊的发射极-基极结构(它作为平面结构的一部分)

可达到高功率容量。图 6.28(a)和图 6.28(b)分别表示平面结构的剖面图和交叉指发射极 - 基极连接的顶视图。

由于示于图 6.28(b)的交错结构,基极 - 发射极电阻保持在极小值,而不损害其增益特性。正如我们将看到的,由于降低了通过基极 - 发射极结的电流密度(散粒噪音)和降低了在基极中的无规热运动(热噪音),低的基极电阻直接改善了信噪比,这将在第 7 章中作较详细地说明。

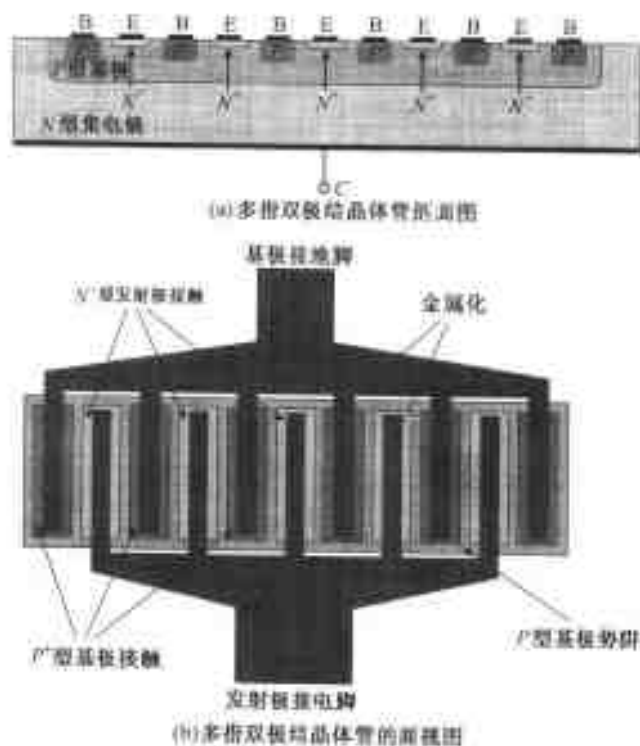


图 6.28 高频 BJT 的交叉指结构

增加掺杂浓度($10^{20} \sim 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ 量级),这两措施既降低基极电阻又增加电流增益。令人遗憾的是,要保持电极的牢固度变得十分困难,并且需要自对准处理。进而,受主和施主浓度很快达到 Si 或 GaAs 材料的溶解度极限,这为可达到的电流增益规定了一个物理极限。基于这些理由,异质结(Heterojunction)双极晶体管(HBT)应运而生,且越来越流行。HBT 可达到高电流增益,而无需对发射极过度掺杂。它添加了半导体层(例如 GaAlAs-GaAs 三明治结构),使电子电流注入到基极得到加强,而相反的空穴注入到发射极则得到抑制。结果有极高的发射极效率,这种效率定义为到达基极的电子电流对同一电子电流加上反向到发射极的空穴电流之比。图 6.29 给出这样一种结构的剖视图。

除 GaAs 外,用 InP 发射极和 InGaAs 基极界面已实现了异质结;甚至还制造出在 GaInAs 基极和 InP 集电极之间的添加的异质结界面(双异质结)。与 GaAs 相比,InP 材料有击穿电压高、能带隙较大和热传导较高的优点。已达到工作频率超过 100 GHz,同时基极和集电极之间载流子的渡越时间 0.5 ps。令人遗憾的是,InP 是一种很难处理和制造的材料,与 Si 和 GaAs 的工

艺相比较,它还没成熟到可与它们相竞争的水平。



图 6.29 含有 GaAlAs-GaAs 界面的一种 GaAs 异质结双极晶体管的剖视图

6.3.2 功能

一般说,有两类 BJT: *NPN* 和 *PNP* 晶体管。这两类之间的差别在于:用于产生基极、发射极和集电极的半导体的掺杂。对于 *NPN* 晶体管,集电极和发射极用 *N* 型半导体做成,而基极是 *P* 型做成的。而对于 *PNP* 晶体管,其半导体的类型相反(基极是 *N* 型,集电极和发射极是 *P* 型)。通常,发射极有最高的和基极有最低的掺杂原子浓度。BJT 是一种电流控制器件,参照图 6.30 可作出最好的解释,图中示意出其结构、电符号和有相关的电压与电流规定(针对 *NPN* 结构)的二极管模型。我们略去对 *PNP* 晶体管的讨论,因为只需把电压极性和二极管指向相反即可。

在电压符号的下标中,第一个字母总是代表正的电压参考点,而第二个字母则给出负的电压参考点。在正常的工作模式(即正向激活模式)下,发射极-基极二极管工作在正向($V_{BE} \approx 0.7\text{ V}$),而基极-集电极二极管是反向的。这样,发射极注入电子到基极,与此相反,空穴电流从基极到发射极。如果使集电极-发射极电压保持在大于所谓的饱和电压(典型值约为 0.1 V),因基极很薄($d_b \leq 1\mu\text{m}$ 量级)并且是轻度掺杂的 *N* 型层,通过基极电流供给的只有少量电子与空穴复合。大量的多数电子到达基极结,并被外加负电压 V_{BC} 收集。

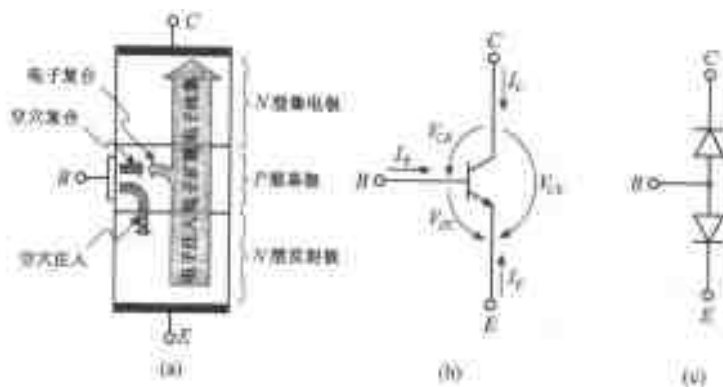


图 6.30 *NPN* 晶体管:(a)在正向激活工作模式下有电荷流动的结构;(b)有电压和电流指向的晶体管记号;(c)二极管模型

对于反向激活模式,集电极-发射极二极管电压是负的(典型值 $V_{CE} = -0.1\text{ V}$),基极-集电极二极管上是正偏压,同时基极-发射极二极管现在是反向工作。不同于正向激活模式,此时

电子流从集电极跨过基极到达发射极。

最后,饱和模式包含基极-发射极结和基极-集电极结两者的正向偏置。当与开关电路打交道时该模式有代表性地演示一个重要角色。

对于共发射极配置,图 6.31(a)描绘出一类偏置安置,这里通过适当选择偏置电阻 R_B 和电压源 V_{BB} 使基极电流固定,从而使工作在合适的 Q 点上。图 6.31(b)示出,基极电流对基极-发射极电压的关系遵循一条 $I-V$ 特性曲线而变化,它构成晶体管的输入特性。在负载线和晶体管输入特性曲线的交点上基极电流和基极-发射极电压分别为 I_B^Q 和 V_{BE}^Q 。集电极电流对集电极-发射极电压的变化关系作为晶体管输出特性的一部分按更为复杂的方式进行,因为集电极电流必须处理为与基极电流($I_{B1} < I_{B2} \dots$)有关的参量曲线,参见图 6.31(c)。

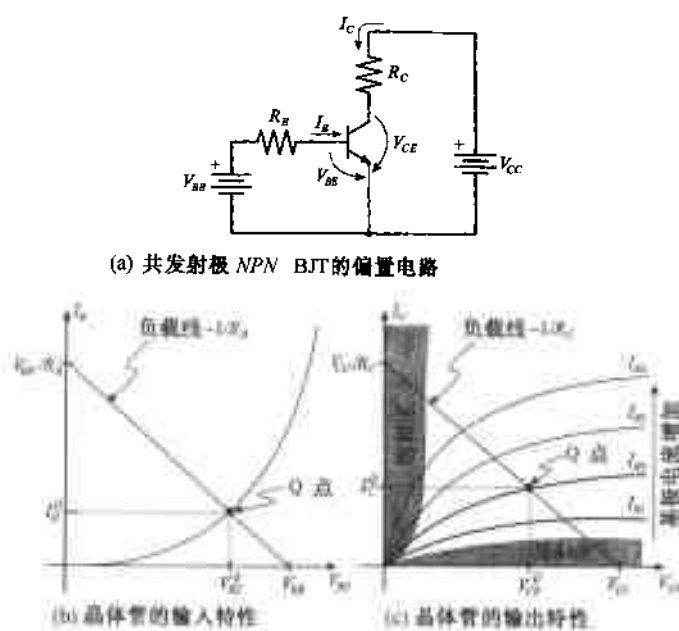


图 6.31 NPNBJT 的偏置和输入、输出特性

通过考察三种工作模式,设置对应的工作点和列出不同电流公式,可定量分析 BJT 的特性。为简单起见,将忽略各个空间电荷区的空间长度,并设置典型的有代表性的电流和电压条件。为记录下在三层半导体中不同的少数/多数载流子和掺杂条件,表 6.3 概括了这些参量和相应的符号。

表 6.3 BJT 参量术语

参量表述	发射极(N型)	基极(P型)	集电极(N型)
掺杂度	N_D^E	N_A^B	N_D^C
热平衡下少数载流子浓度	$p_{n0}^E = n_i^2 / N_D^E$	$p_{p0}^B = n_i^2 / N_A^B$	$p_{n0}^C = n_i^2 / N_D^C$
热平衡下多数载流子浓度	n_{n0}^E	p_{p0}^B	n_{n0}^C
空间长度	d_E	d_B	d_C

对以下 BJT 分析,理解为这些浓度满足不等式 $p_{n0}^E \ll n_{p0}^B \ll p_{n0}^C$ 。

正向激活模式 ($V_{CE} > V_{CEsat} = 0.1\text{V}$, $I_B > 0$)

为寻找少数载流子浓度,考虑图 6.32 所示的配置。这里浓度画成穿过三层半导体的距离函数。对于在对应层中少数载流子的空间浓度,我们依赖于所谓短二极管(见附录 F)分析,它把指数近似成线性电荷浓度梯度。

每层中少数载流子浓度的给出如下:

- 发射极: $p_n^E(-d_E) = p_{n0}^E$ 和 $p_n^E(0) = p_{n0}^E e^{V_{BE}/V_T}$
- 基极: $n_p^B(0) = n_{p0}^B e^{V_{BE}/V_T}$ 和 $n_p^B(d_B) = n_{p0}^B e^{V_{BC}/V_T} \approx 0$
- 集电极: $p_n^C(d_C) = p_{n0}^C e^{V_{BC}/V_T} \approx 0$

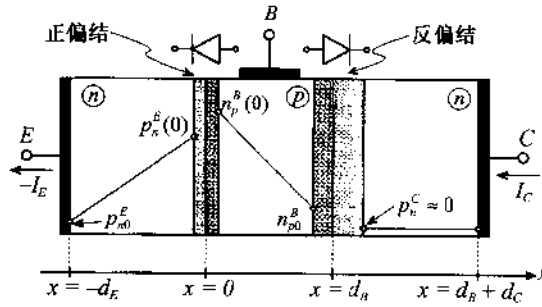


图 6.32 在正向激活 BJT 中少数载流子浓度

后两个浓度为零,因为基极-集电极电压是负的(例如,对典型晶体管参量值为 $V_{CE} = 2.5\text{V}$ 和 $V_{BE} = 0.7\text{V}$,求出 $V_{BC} = -1.8\text{V}$,由此得出 $\exp[V_{BC}/V_T] = \exp[-1.8/0.026] \rightarrow 0$)。基于上述的载流子浓度,现在可预估出在发射极中空穴扩散电流密度:

$$J_{p\text{diff}}^E = -qD_p^E \frac{dp_n^E(x)}{dx} = -\frac{qD_p^E}{d_E} [p_n^E(0) - p_n^E(-d_E)] = -\frac{qD_p^E p_{n0}^E}{d_E} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) \quad (6.58)$$

关于在基基层中电子扩散电流密度,可类似得到:

$$J_{n\text{diff}}^B = qD_n^B \left[\frac{dn_p^B(x)}{dx} \right] = \frac{qD_n^B}{d_B} [n_p^B(d_B) - n_p^B(0)] = -\frac{qD_n^B n_{p0}^B}{d_B} e^{V_{BE}/V_T} \quad (6.59)$$

从前两方程,可建立起集电极和基极电流如下:

$$I_{FC} = -J_{n\text{diff}}^B A = \frac{qD_n^B n_{p0}^B}{d_B} A e^{V_{BE}/V_T} = I_S e^{V_{BE}/V_T} \quad (6.60)$$

和

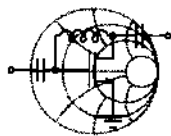
$$I_{FB} = -J_{p\text{diff}}^E A = \frac{qD_p^E p_{n0}^E}{d_E} A (e^{V_{BE}/V_T} - 1) \quad (6.61)$$

这里,下标 F 代表正向电流, A 是结的截面积, $I_S = (qD_n^B n_{p0}^B A)/d_B$ 是饱和电流。把(6.60)和(6.61)式相加可直接求出发射极电流。正向电流增益 β_F 在很恒定的集电极-发射极电压下定义为:

$$\beta_F = \frac{I_{FC}}{I_{FB}} \bigg|_{V_{CE}} = \frac{D_n^B n_{p0}^B d_E}{D_p^E p_{n0}^E d_B} \quad (6.62)$$

为得到(6.62)式,认为(6.61)式中的指数函数远大于1,可略去式中的因子-1。此外,集电极与发射极电流之比 α_F 可表示为:

$$\alpha_F = \frac{I_{FC}}{(-I_{FE})} = \frac{\beta_F}{1 + \beta_F} \quad (6.63)$$



RF & MW

例题 6.7 计算在双极晶体管中的最大正向电流增益

对具有下述参量之一 Si 基 BJT, 求其最大正向电流增益: 发射极中施主浓度 $N_D^E = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$; 基极中的受主浓度 $N_A^B = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$; 发射极中空间电荷长度 $d_E = 0.8 \text{ } \mu\text{m}$; 和基极中的空间电荷长度 $d_B = 1.2 \text{ } \mu\text{m}$ 。

解: 为使用(6.62)式, 需要确定由 Einstein 关系(6.15)式描述的基极和发射极中的扩散常数。把此关系式代入(6.62)式, 就得到正向电流增益:

$$\beta_F = \frac{\mu_n n_0^B d_E}{\mu_p p_0^E d_B}$$

进而, 利用表 6.3 中在基极和发射极中少数载流子浓度, 得出 β_F 的最终表达式:

$$\beta_F = \frac{\mu_n N_D^E d_E}{\mu_p N_A^B d_B} = 187.5$$

正如在 6.3.3 节和在下一章讨论到的, 该电流增益仅近似为常数。一般而言, 它依赖于晶体管的工作条件和温度性能。

反向激活模式 ($V_{CE} < -0.1 \text{ V}, I_B > 0$)

图 6.33 显示出带有相关的空间电荷区的少数载流子浓度(换句话说, 基极-发射极二极管是反向偏置的, 而基极-集电极二极管是正向偏置的)。

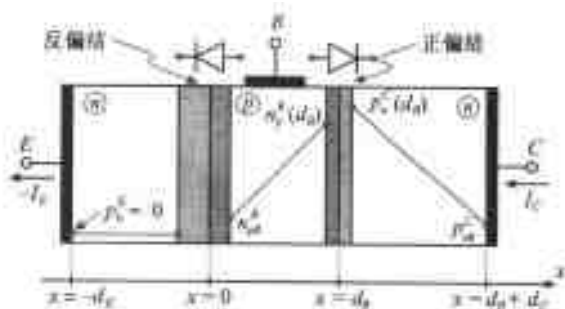


图 6.33 BJT 的反向激活模式

在每一层中少数载流子的浓度如下:

- 发射极: $p_n^E(-d_E) \approx 0$ 和 $p_n^E(0) = p_{n0}^E e^{V_{BE}/V_T} \approx 0$
- 基极: $n_p^B(0) = n_{p0}^B e^{V_{BE}/V_T} \approx 0$ 和 $n_p^B(d_B) = n_{p0}^B e^{V_{BC}/V_T}$
- 集电极: $p_n^C(d_B) = p_{n0}^C e^{V_{BC}/V_T}$ 和 $p_n^C(d_B + d_C) \approx p_{n0}^C$

由扩散电流密度可求出反向发射极电流:

$$I_{RE} = -J_{n\text{diff}}^B A = -qD_n^B \left(\frac{dn_p^B}{dx} \right) A = \frac{qD_n^B n_{p0}^B}{d_B} A e^{V_{BC}/V_T} = I_S e^{V_{BC}/V_T} \quad (6.64)$$

和反向基极电流:

$$I_{RB} = -J_{p\text{diff}}^C A = -qD_p^C \left(\frac{dp_n^C}{dx} \right) A = \frac{qD_p^C p_{n0}^C}{d_C} A (e^{V_{BC}/V_T} - 1) \quad (6.65)$$

类似于对正向电流增益时所采用的方式,定义反向电流增益 β_R :

$$\beta_R = \left. \frac{I_{RE}}{I_{RB}} \right|_{V_{BC}} = \frac{D_n^B n_{p0}^B d_C}{D_p^C p_{n0}^C d_B} \quad (6.66)$$

和集电极与发射极电流之比:

$$\alpha_R = \left. \frac{I_{RC}}{(-I_{RE})} \right|_{V_{BC}} = \frac{\beta_R}{1 + \beta_R} \quad (6.67)$$

饱和模式 ($V_{BE}, V_{BC} > V_T, I_B > 0$)

这种模式意味着两个二极管都是正向偏置,因此基极中的扩散电流密度是正向和反向载流子流的组合;这就是用(6.60)式和(6.64)式得:

$$J_{n\text{diff}}^B = J_{RE} - J_{FC} = -\frac{I_S}{A} e^{V_{BE}/V_T} + \frac{I_S}{A} e^{V_{BC}/V_T} \quad (6.68)$$

考虑到正向基极电流,由式(6.68)有可能找出发射极电流。式(6.61)的正向基极电流注入空穴到发射极,这样必须取负号以遵从正发射极电流方向的规定。使式(6.68)中的指数表达式与式(6.61)相兼容,取加1和减1,最后得到:

$$I_E = -I_S (e^{V_{BE}/V_T} - 1) - \frac{I_S}{\beta_F} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) + I_S (e^{V_{BC}/V_T} - 1) \quad (6.69)$$

因为可把BJT处理成一对称性器件,集电极电流以类似方式可表示为三种电流的贡献:正向集电极电流、反向发射极电流[由式(6.68)的负值给出]和附加的空穴扩散电流的贡献(作为反向基极电流 I_{RB} 的结果)。得出以下方程:

$$I_C = I_S (e^{V_{BC}/V_T} - 1) - \frac{I_S}{\beta_F} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) - I_S (e^{V_{BE}/V_T} - 1) \quad (6.70)$$

最后,从前面两个方程求出基极电流 $I_B = -I_C - I_E$:

$$I_B = I_S \left\{ \frac{1}{\beta_R} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) + \frac{1}{\beta_F} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) \right\} \quad (6.71)$$

这里,重要的是再次提醒:内发射极电流的流向表示与习惯上外电路规定的符号相反。

6.3.3 频率响应

微波BJT的过渡频率 f_T (也即所知的截止频率)是一个重要的品质因素,因为它决定着当共发射极、短路电流增益 h_{fe} 降为1时的工作频率。该过渡频率 f_T 与载流子穿过发射极—集电极结构所需的渡越时间 τ 有关:

$$f_T = \frac{1}{\tau} \quad (6.72)$$

过渡时间通常由以下三个时延构成:

$$\tau = \tau_E + \tau_B + \tau_C \quad (6.73)$$

其中 τ_E, τ_B 和 τ_C 分别是发射极、基极和集电极中的时延。基极-发射极耗尽区充电时间给出如下:

$$\tau_E = r_E C = \frac{V_T}{I_E} (C_E + C_C) \approx \frac{V_T}{I_C} (C_E + C_C) \quad (6.74a)$$

这里 C_E 和 C_C 分别是发射极和集电极电容, 而 r_E 是发射极电阻, 它是由发射极电流对基极-发射极电压的导数得到的。式(6.73)中第二个时延是基极层充电时间, 它的贡献由下式给出:

$$\tau_B = \frac{d_B^2}{\eta D_n} \quad (6.74b)$$

这里因子 η 是与掺杂分布有关的, 其变化范围对均匀掺杂基极层的 $\eta = 2$, 直到对高度非均匀掺杂层的 $\eta = 60$ 。最后, 通过基极-集电极结的空间电荷区 w_C 的渡越时间 τ_C 可计算如下:

$$\tau_C = \frac{w_C}{v_s} \quad (6.74c)$$

这里 v_s 代表饱和漂移速度。在前面公式中已忽略了集电极充电时间 $\tau_{CC} = r_C C_C$, 与 τ_E 比较它的典型值非常小。

正如在(6.74a)式中看到的, 发射极充电时间反比于集电极电流, 因而增大集电极电流使过渡频率更高。然而, 当电流达到足够高值时, 注入到基极的电荷浓度变得与基极的掺杂浓度可比拟, 将造成有效基极宽度的增加, 随之降低过渡频率。通常, BJT 的数据单上提供出有关过渡频率随集电极电流的变化关系。图 6.34 显示出宽频带 NPN 晶体管 BFC403W 的过渡频率与集电极电流的函数关系, 这是在 $V_{CE} = 2 \text{ V}$, $f = 2 \text{ GHz}$ 和在 25°C 环境温度下测到的。

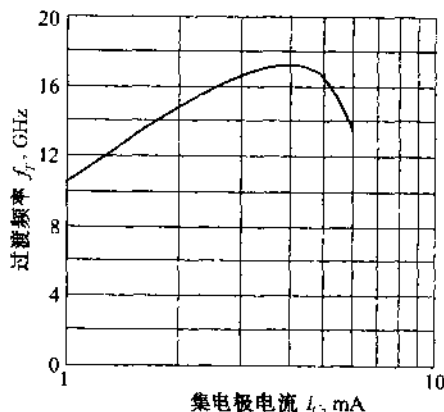


图 6.34 17 GHz NPN 宽带晶体管 BFC403W 的过渡频率随集电极电流的函数关系

BJT 工作在 RF 和 MW 频率下的另一方面是: 在高频下的趋肤效应从物理上限制了电流流向发射极的外周界(也可参看 1.4 节)。为保持充电时间尽可能低, 把发射极做成极窄 ($1 \mu\text{m}$) 带的格栅图样的结构。遗憾的是, 所替换的是小的表面积上的高电流密度, 限制了可运用的功

率容量。其他增高截止频率的方法是用高掺杂度以减小基极渡越时间常数 τ_B , 伴随着把基极厚度加工成很短(100 nm)。此外, 小的基极厚度还具有降低功率损耗的优点。

6.3.4 温度性能

在这章中已看到, 几乎所有用于描述半导体器件静态和动态性能的参量都要受到结温度 T_j 的影响。作为这种温度关系的一个例子, 在图 6.35 中正向电流增益 β_F 对一给定的 V_{CE} 画成集电极电流 I_C 的函数, 以不同的结温度 T_j 作为参量。正如从此图所看出, 电流增益在 $I_C = 3.5 \text{ mA}$ 下, 从 $T_j = -50^\circ\text{C}$ 时的 40 到 $T_j = 50^\circ\text{C}$ 时的 80。

另一个例子显示出: 晶体管的输入特性是由基极电流作为基极-发射极电压的函数来描述的, 而该输入特性的变化关系也受温度的强烈影响, 如图 6.36 所示。

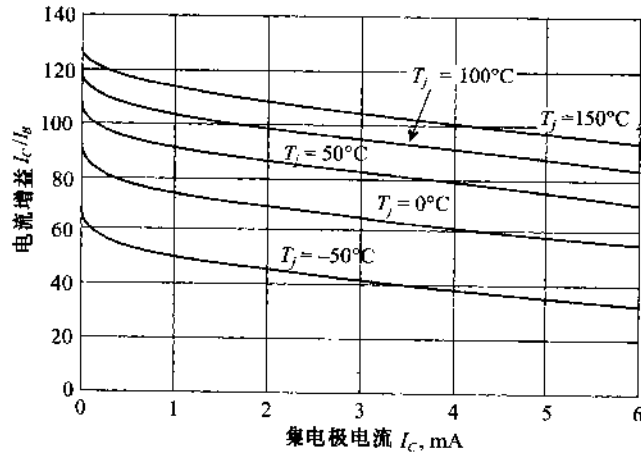


图 6.35 在固定 V_{CE} 下对不同结温度的电流增益 $\beta_F = \alpha_F / (1 - \alpha_F)$ 作为集电极电流的函数

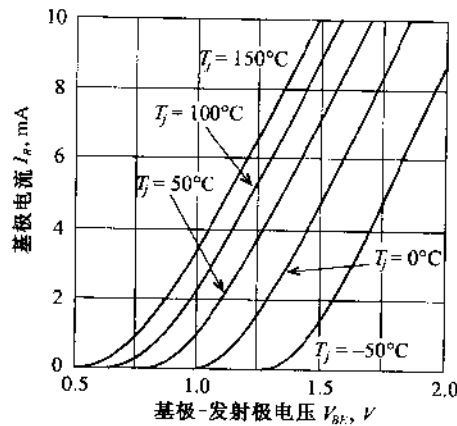


图 6.36 在固定的 V_{CE} 下对不同的结温度, 典型的基极电流作为基极-发射极电压的函数

如果把在 $T_j = -50^\circ\text{C}$ 和 $T_j = 50^\circ\text{C}$ 下对晶体管特性作比较, 我们注意到在 $T_j = -50^\circ\text{C}$ 和基极-发射极电压为 1.25 V 时该晶体管处于截止状态; 而在 $T_j = 50^\circ\text{C}$ 时这 BJT 已导通, 而有 4 mA 的基极电流。这两个例子强调出在设计射频电路时考虑温度影响的重要性。举例说, 在

设计可在世界各地使用的蜂窝电话时,必须保证其电路达到操作人员所遇到的温度条件的规格要求。标准规格通常覆盖温度范围为 $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ 到 $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。

当涉及到最大功率耗散时,结温度也扮演了重要的角色。一般说,制造商提供一条器件的功率变坏曲线,它特定出一温度 T_s ,在此温度以下晶体管能工作在最大有效功率 P_{tot} 下。对超过此值的结温度,功率不得不降低到某值,此值按下式的关系受制于结与焊点(或管壳)之间的热阻 R_{thjs} :

$$P = P_{tot} \frac{T_{jmax} - T_j}{T_{jmax} - T_s} = \frac{T_{jmax} - T_j}{R_{thjs}} \quad (6.75)$$

这里 T_{jmax} 是最高结温度,BJT 的典型值在 $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ 和 $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ 之间变化。

对于 RF 晶体管 BFG430W,其 16 mW 的最大总功率能保持到 $T_s = 140\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。对更高温度 $T_s \leq T_j \leq T_{jmax}$,功率必定降低,直到 $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的最高结温度 T_{jmax} 。其对应的温度—功率斜率为 $820\text{ }^{\circ}\text{K/W}$ 。此值意味着,如果器件的功率耗散减少 10 mW ,结温度能提高 $8.2\text{ }^{\circ}\text{C}$,直到最高结温度为止。显然,晶体管有如此高斜率(高热阻)的管壳包装对高功率应用是不可接受的,制造商必须开发出有效途径使晶体管产生的热能散逸出去。通常利用热沉和使用高热导材料可以做到这点。制造商会提供包括结—管壳界面之间的热阻(R_{thjc})、管壳—热沉界面之间的热阻(R_{thcs})和热沉—空气界面之间的热阻(R_{thsa})的额外信息,以代替在焊点的热阻 R_{thjs} 。

为简化热学分析,求助于热等效回路是方便的,并有如下的对应性:

- 热功率耗散 = 电流
- 温度 = 电压

在平衡下一典型的热回路表示在图 6.37,图中供给器件的总电功率通过含有热阻的热回路实现平衡。特别是,我们认为结到焊点之间的热阻假定等于 R_{thjc} 。因此有:

$$R_{thjc} = R_{thjs} = \frac{T_j - T_s}{P_w} = \frac{1}{\gamma_{th} A_{BJT}} \quad (6.76)$$

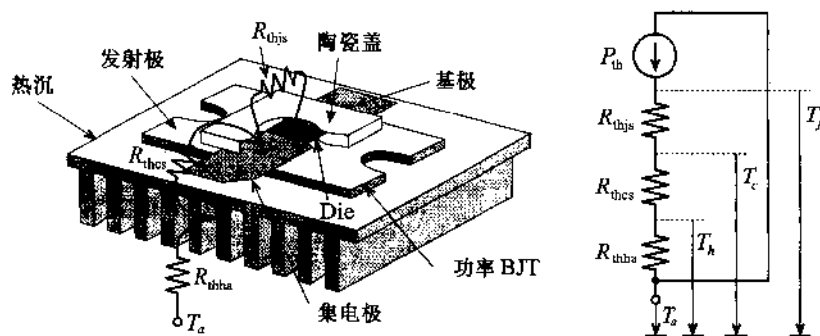


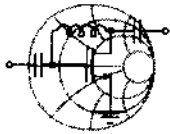
图 6.37 BJT 的热等效回路

其中结和焊点的温度 T_j 和 T_s 以及热功率 P_w 决定着以 (K/W) 为单位的热阻,同时其值也可用热导率 γ_{th} 和 BJT 的表面积 A_{BJT} 来表示,如在式 (6.76) 中所给出的。焊点温度受到管壳和热沉之间过渡的影响。这组成管壳—热沉之间的热阻 R_{thcs} ,其值可达 5 K/W 。最后,热沉代表由下式所表示的热阻:

$$R_{\text{thja}} = \frac{1}{\delta_{\text{ja}} A_{\text{ja}}} \quad (6.77)$$

式中 δ_{ja} 是对流系数, 它的值变化范围宽广, 从对静空气为 $10 \text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m}^2)$, 对强迫风冷为 $100 \text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m}^2)$, 直到对水冷为 $1000 \text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m}^2)$; A_{ja} 是热沉的总表面积。

以下例题提供一个经常碰到的设计问题。



RF & MW →

例题 6.8 有关安放在热沉上的 BJT 的热分析

一个 RF 功率 BJT 在管壳温度 25°C 下产生总功率为 15 W 。最大结温度为 150°C , 最高工作环境温度由用户指定为 $T_a = 60^\circ\text{C}$ 。如果在管壳—热沉之间和在热沉—空气之间的热阻分别为 2 K/W 和 10 K/W , 最大耗散功率为多少?

解: 参看图 6.37, 现在涉及三个热阻: R_{thjs} , R_{thsa} 和 R_{thja} 。基于方程 (6.76) 可求出结—焊点热阻:

$$R_{\text{thjs}} = \frac{T_j - T_s}{P_w} = \frac{150^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C}}{15 \text{ W}} = 8.33 \text{ K/W}$$

把三个热阻相加, 给出总热阻:

$$R_{\text{thtot}} = R_{\text{thjs}} + R_{\text{thsa}} + R_{\text{thja}} = 20.333 \text{ K/W}$$

从温度落差 (结温度 T_j 减去环境温度 T_a) 除以总热阻得出耗散功率 P_{th} :

$$P_{\text{th}} = \frac{T_j - T_a}{R_{\text{thtot}}} = \frac{150^\circ\text{C} - 60^\circ\text{C}}{20.33 \text{ K/W}} = 4.43 \text{ W}$$

为在热平衡下运用 BJT, 必须把总电功率 $P_{\text{tot}} = P_w$ 降低到与计算得到的热功率平衡的点上 $P_{\text{tot}} = P_{\text{th}}$ 。这样, 需要从 15 W 降到 4.43 W 。

然而, 设计工程师不能影响结—焊点热阻, 而通过选择管壳和热沉, 一般能使热性能得到较大改进。

6.3.5 极限值

在一特定温度下总功率耗散能力限制了 BJT 的安全运行范围。在我们的讨论中专注于共发射极形式的激活模式。将忽略开关模式, 此时 BJT 或工作于饱和或工作于截止模式。对于给定的 BJT 最高功率额定值, 我们可改变集电极—发射极电压 V_{CE} 并测定可允许的集电极电流 $I_{\text{C}} = P_{\text{tot}}/V_{\text{CE}}$ (这里假定在高 β 值下, 与集电极电流相比, 基极电流小到可忽略); 或改变 I_{C} 并测定可允许的集电极—发射极电压 $V_{\text{CE}} = P_{\text{tot}}/I_{\text{C}}$ 。结果得到最高功率的双曲线。这并不意味着 I_{C} 和 V_{CE} 能无限制地增长。事实上, 我们必须保证做到 $I_{\text{C}} \leq I_{\text{Cmax}}$ 和 $V_{\text{CE}} \leq V_{\text{CEmax}}$, 如在图 6.38 中所示。安全工作区 (SOAR) 被定义为一组偏置点, 在这里晶体管能正常工作, 不会有对器件构成无法修复的破坏的危险。SOAR 区域示于图 6.38 的阴影区, 它比由最大功率双曲线界定的子集更为严格, 因为还必须考虑两种击穿机理:

1. 第一类击穿: 此时集电极电流密度存在一非均匀分布, 这将造成局域温度增加, 转而降低了部分集电极区域的电阻, 建立起一通道。其后果是通过这通道的电流密度进一步

增加,直到这种正反馈破坏晶体结构为止(雪崩击穿),最终破坏晶体管本身。

2. **第二类击穿**:这种击穿机理能独立于第一类机理而发生,主要影响功率 BJT。内部过热会导致在恒定 V_{CE} 下集电极电流的突然增长。当温度升高到使本征浓度等于集电极的掺杂浓度时,通常在基极—集电极结上发生这种击穿机理。这时结电阻突然减小,造成电流剧烈增长,并使结熔化。

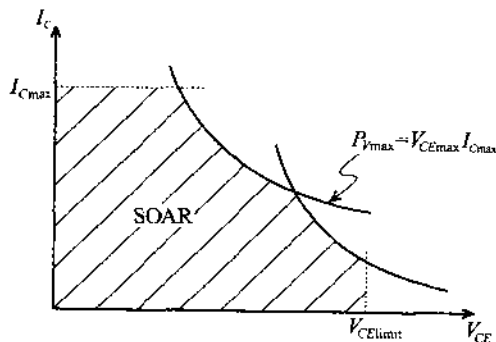


图 6.38 在激活模式下具有击穿机理的 BJT 的工作区域

令人感兴趣的是,在短时间内 BJT 能超出 SOAR,甚至超过最大功率双曲线之外,因为与电路时间常数相比,温度响应有大得多的时间常数(微秒量级)。

对设计工程师来说,另外的重要参量是发射极、基极和集电极断开条件下的最大电压条件,这就是 V_{CBO} (集电极断开下的集电极—基极电压), V_{CEO} (基极断开下的集电极—发射极电压)和 V_{EB0} (集电极断开下的发射极—基极电压)。举例来说,对 BFG403W 有以下值:

$$V_{CBO} \Big|_{\max} = 10\text{V}, V_{CEO} \Big|_{\max} = 4.5\text{V}, \text{和 } V_{EB0} \Big|_{\max} = 1.0\text{V}$$

6.4 射频场效应晶体管

不同于 BJT,场效应晶体管(FET)是单极性器件,意思是只有一种载流子,或是空穴或是电子对穿过通道的电流作贡献。如果是空穴贡献就说成是 P 沟通道 FET,否则就说成是 N 沟通道 FET。此外,FET 是电压控制器件,通过改变在栅极上所加电压,产生可变电场来控制从源极到漏极的电流。

6.4.1 结构

传统上,FET 是按照如何把栅极连接到导电沟道而进行分类的。确切地说,使用以下四种类型:

1. **金属绝缘栅半导体 FET(MISFET)**:这里栅极通过一绝缘层与沟道分开。是最为广泛应用的类型之一。金属氧化物半导体(MOSFET)属于此类。
2. **结型场效应晶体管(JFET)**:这种类型依靠一负偏置的 PN 结把栅极与沟道绝缘。
3. **金属半导体 FET(MESFET)**:如果把负偏置 PN 结换成肖特基接触,沟道能被控制,正如在 JFET 中的情况。
4. **异质 FET(Hetero FET)**:正如名称的含义,异质 FET 不同于上述三种情况(它们的结构依赖

于单一半导体材料,诸如 Si, GaAs, SiGe 或 InP), 其结构使用不同半导体层之间的突变过渡。例如有 GaAlAs-GaAs 或 GaInAs-GaAlAs 界面。高电子迁移率晶体管 (HEMT) 属于这类。

图 6.39 给出了前三类的概貌。在所有三种情况下, 电流从源指向漏极, 用栅极控制电流。

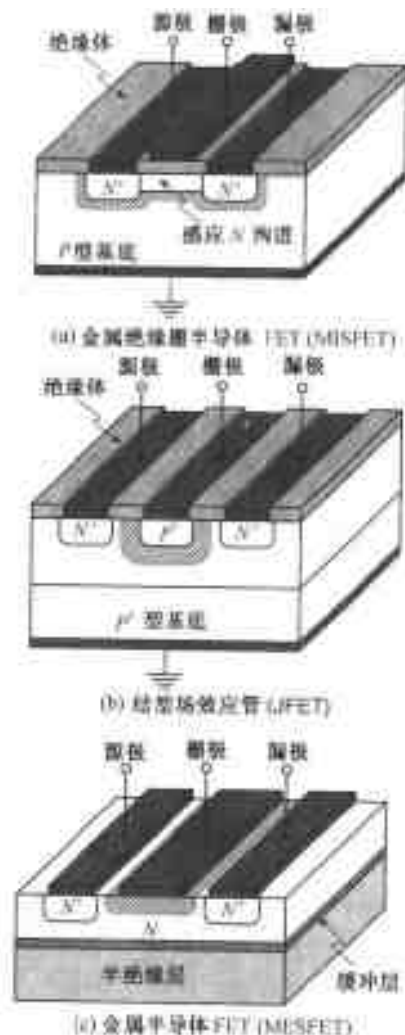


图 6.39 MISFET, JFET 和 MESFET 的结构, 图中阴影面积表示空间电荷区

由于存在由栅极和绝缘体或负偏置 PN 结形成的大电容, MISFET 和 JFET 具有较低截止频率, 所以通常工作于低和中等频率范围内, 典型地说, 在 1 GHz 以下。GaAs MESFET 可使用在 60 ~ 70 GHz 范围内。而 HEMT 可工作于超过 100 GHz。因为我们的兴趣倾向于射频应用, 所以将着重于后两种类型。

除了上面的物理分类外, 习惯上按照增强型或降低型对 FET 的电性能进行分类。这样意味着沟道或经历载流子的增长 (例如用电子注入 N 型沟道) 或经历载流子的降低 (例如 N 型沟道中电子耗尽)。在图 6.39(a) 中 FET 是不导电的或常开的, 直到一足够高的正栅压建立起导电沟道。常开的 FET 只能工作在增强模式。另一种情况, 常闭的 FET 能在增强和降低型两

种模式中工作。

6.4.2 功能

由于它在 RF 和 MW 放大器、混频器和振荡器电路中的重要性,我们专注于对 MESFET 的分析,其物理性能在多方面与 JFET 类似。这种分析以图 6.40 所示的几何关系为基础,此处晶体管工作在降低(耗尽)模式。

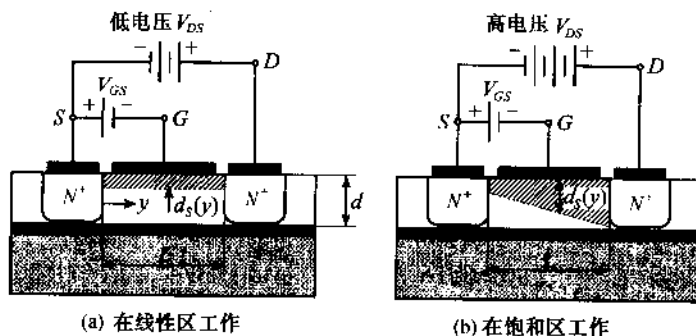


图 6.40 对不同的漏极—源电压下 MESFET 的功能

肖特基接触建立起一沟道空间电荷区,这将影响从源极到漏极的电流。按照在 6.1.3 节中的讨论,空间电荷长度 d_s 可通过栅极电压来控制,对式(6.39)作调整,用栅极—源电压 V_{GS} 代替原来的 V_A ,可得到:

$$d_s = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \left(\frac{V_d - V_{GS}}{N_D} \right)} \quad (6.78)$$

举例说,对 GaAs-Au 界面,式中的势垒电压 V_d 近似 0.9 V。源极到漏极之间的电阻可由下式估算:

$$R = \frac{L}{\sigma(d - d_s)W} \quad (6.79)$$

其中电导率由 $\sigma = q\mu_n N_D$ 给出, W 是栅极宽度。把式(6.78)代入到式(6.79),得到漏极电流方程:

$$I_D = \frac{V_{DS}}{R} = G_0 \left[1 - \sqrt{\frac{2\epsilon}{qd^2} \left(\frac{V_d - V_{GS}}{N_D} \right)} \right] V_{DS} \quad (6.80)$$

这里已定义了电导 $G_0 = \sigma W d / L$ 。该方程表明:漏极电流与漏极—源电压线性相关,这只对小的 V_{DS} 是正确的。

当漏极—源电压增加时,在漏极接触处附近的空间电荷区同样增长,造成沿沟道耗尽区的不均匀分布;参见图 6.40(b)。假如我们认为沿沟道的电压从源位置的 0 到漏极端处的 V_{DS} ,那么我们能计算对非均匀空间电荷区的漏极电流。这样的处理方法也被称之为渐变沟道近似法。这种近似基本上停留在如下的假定:在沿沟道的一特定位置 y 上,截面积给出为 $A(y) = \{d - d_s(y)\}W$,并且电场 E 仅指向 y 轴。这样,沟道电流是:

$$I_D = -\sigma E A(y) = \sigma \frac{dV(y)}{dy} \{d - d_s(y)\}W \quad (6.81)$$

这里,在 $d_s(y)$ 表达式(6.78)中 V_d 和 V_{GS} 之差必须扩增一项沿沟道的附加电压降 $V(y)$; 这样,式(6.78)修改为:

$$d_s(y) = \left[\frac{2\epsilon}{qN_D} (V_d - V_{GS} + V(y)) \right]^{1/2} \quad (6.82)$$

把式(6.82)代入式(6.81),并在等式两边进行积分,可得到:

$$\int_0^L I_D dy = I_D L = \sigma W \int_0^{V_{DS}} \left(d - \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_D}} \sqrt{V + V_d - V_{GS}} \right) dV \quad (6.83)$$

结果是在给定的固定电压 V_{GS} 下,用漏极电流作为 V_{DS} 的函数来表示 MESFET 的输出特性,或写成:

$$I_D = G_0 \left(V_{DS} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_D d^2}} \left[\{ V_{DS} + V_d - V_{GS} \}^{3/2} - \{ V_d - V_{GS} \}^{3/2} \right] \right) \quad (6.84)$$

对于小的 V_{DS} 值,上述方程可简化为(6.80)式。

当空间电荷扩展到整个沟道深度 d 时发生一有趣的现象。这种情况下漏极—源电压称之为漏极饱和电压 V_{Dsat} ,并给出下式:

$$d_s(L) = d = \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN_D} (V_d - V_{GS} + V_{Dsat})} \quad (6.85)$$

或写成显式:

$$V_{Dsat} = \frac{qN_D d^2}{2\epsilon} - (V_d - V_{GS}) = V_p - V_d + V_{GS} = V_{GS} - C_{T0} \quad (6.86)$$

这里我们引入了所谓的夹断电压 $V_p = qN_D d^2 / (2\epsilon)$ 和阈电压 $V_{T0} = V_d - V_p$ 。把式(6.86)代入到式(6.84),求出相关的漏极饱和电流为:

$$I_{Dsat} = G_0 \left[\frac{V_p}{3} - (V_d - V_{GS}) + \frac{2}{3\sqrt{V_p}} (V_d - V_{GS})^{3/2} \right] \quad (6.87)$$

当 $V_{GS} = 0$ 时,在式(6.87)中得到最大饱和电流,它定义为 $I_{Dsat}(V_{GS} = 0) = I_{DSS}$ 。在图 6.41 中表示出典型的输入/输出转移特性以及输出特性。

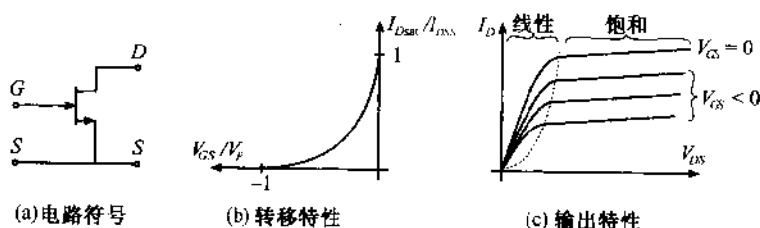
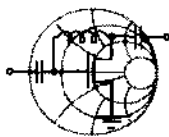


图 6.41 一种 N 沟道 MESFET 的转移和输出特性

饱和漏极电流(6.87)式常近似成以下简单关系:

$$I_{Dsat} = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{T0}} \right)^2 \quad (6.88)$$

如何把式(6.87)近似成式(6.88),将在下面例题中讨论。



RF & MW →

例题 6.9 求在一 MESFET 中的漏极饱和电流

— GaAs MESFET 有以下参量值: $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $d = 0.75 \text{ } \mu\text{m}$, $W = 10 \text{ } \mu\text{m}$, $L = 2 \text{ } \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 12.0$, $V_d = 0.8 \text{ V}$ 和 $\mu_n = 8500 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$ 。确定: (a) 夹断电压, (b) 阈值电压, (c) 最大饱和电流 I_{DSS} ; 并对 V_{GS} 值在 -4 V 到 0 V 的范围内, 以式(6.87)和式(6.88)为基础绘出漏极电流对 V_{GS} 的曲线。

解: FET 的夹断电压与栅极-源电压无关, 而是按下式计算:

$$V_p = \frac{qN_D d^2}{2\epsilon} = 4.24 \text{ V}$$

知道了 V_p 并有势垒电压 $V_d = 0.8 \text{ V}$, 找出阈值电压是 $V_{T0} = V_d - V_p = -3.44 \text{ V}$ 。最大饱和漏极电流也与外加的漏极-源电压无关, 基于式(6.87)它等于

$$I_{DSS} = G_0 \left[\frac{V_p}{3} - V_d + \frac{2}{3\sqrt{V_p}} V_d^{3/2} \right] = 6.89 \text{ A}$$

这里 $G_0 = \sigma q N_D W d / L = q^2 \mu_n N_D^2 W d / L = 8.16 \text{ S}$ 。

图 6.42 表示出用准确公式(6.87)和用式(6.88)给出的平方律近似, 计算出饱和漏极电流的结果。

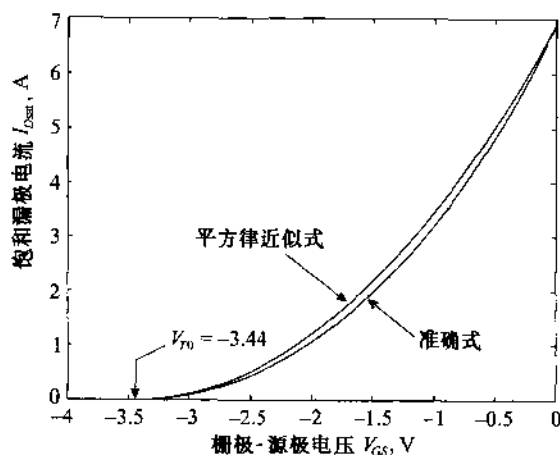


图 6.42 用准确式(6.87)和近似式(6.88)计算的漏极电流对 V_{GS} 的曲线

由于两者很一致, 平方律近似式(6.88)比准确式更为广泛地应用于文献和数据表中。

在给定的 V_{GS} 下如果 V_{DS} 到达饱和电压 V_{Dsat} , 空间电荷夹断沟道。这意味着漏极电流达到饱和。有意思的是, 夹断并不是指 I_D 为零, 因为没有电荷势垒阻断载流子流动。外加电压 V_{DS} 产生的电场“拉走”电子越过耗尽空间电荷层。任何额外增加使 $V_{DS} > V_{Dsat}$, 将造成沟道长度的缩短, 从原来长度 L 缩短成新长度 $L' = L - \Delta L$ 。这结果使式(6.87)必须改变为:

$$I_D = I_D \left(\frac{L}{L - \Delta L} \right) = I_D \left(\frac{L}{L'} \right) \quad (6.89)$$

作为 V_{DS} 函数的沟道长度上的变化通过所谓的沟道长度调制参量 $\lambda = \Delta L / (L' V_{DS})$ 自行加

以考虑。把在饱和区域中的漏极电流表示成:

$$I'_{Dsat} = I_{Dsat}(1 + \lambda V_{DS}) \quad (6.90)$$

是特别有用的,测量表明当 V_{DS} 增加时漏极电流稍有增加。



RF&MW→

例题 6.10 MESFET 的 $I-V$ 特性

对离散的栅极-源电压 $V_{GS} = -1, -1.5, -2$ 和 -2.5 V , 画出 MESFET 的栅极电流 I_D 作为在 0 到 5 V 范围内漏极-源电压 V_{DS} 的函数。假定器件参量值与在上一例题中相同, 而沟道长度调制参量 λ 设为 0.03 V^{-1} 。请计算出在 $\lambda = 0$ 的情况下的结果。

解: 在分析 MESFET 性能中, 必须小心选择合适的公式。在非常低的漏极-源极电压下, 漏极电流由简单的线性关系式 (6.80) 表述。当电压增加时此近似公式失效, 必须采用较为复杂的 I_D 表达式, 见式 (6.84)。 V_{DS} 进一步增加, 最终导致沟道夹断, 这里 $V_{DS} \geq V_{DSsat} = V_{GS} - V_{T0}$ 。在这种情况下, 漏极电流等于由式 (6.87) 给出的饱和电流。 V_{DS} 的超过饱和电压的额外增加只造成由于沟道缩短使漏极电流少量增加。这时 I_D 与 V_{DS} 线性相关。把式 (6.87) 代入到 $V_{DS} \geq V_{DSsat}$ 的式 (6.90), 可得到:

$$I_D = G_0 \left\{ \frac{V_P}{3} - (V_d - V_{GS}) + \frac{2}{3} \frac{\sqrt{(V_d - V_{GS})^3}}{\sqrt{V_P}} \right\} (1 + \lambda V_{DS})$$

为了提供从正常到饱和区的过渡, 对非零的 λ 用 $(1 + \lambda V_{DS})$ 乘式 (6.84)。这样, 对于 $V_{DS} \leq V_{DSsat}$, 漏极电流的最终表达式为:

$$I_D = G_0 \left\{ V_{DS} - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{(V_{DS} + V_d - V_{GS})^3} - \sqrt{(V_d - V_{GS})^3}}{\sqrt{V_P}} \right\} (1 + \lambda V_{DS})$$

应用这些公式估算 I_D 的结果, 对于零 λ (虚线) 以及非零 λ (实线), 表示在图 6.43 中。

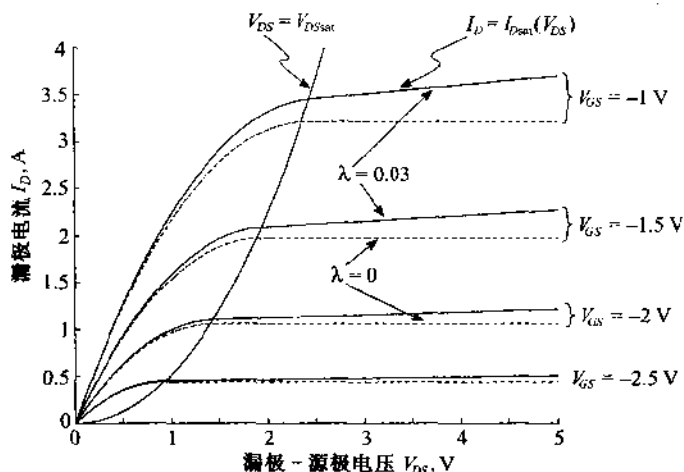


图 6.43 在不同的栅极-源极偏置条件下漏极电流作为外加的漏极-源极电压的函数

沟道长度调制类似于在 BJT 中遇见的 Early(厄雷)效应,在那里,当增高集电极—发射极电压时,在饱和模式下的集电极电流略有增加,这将在第 7 章中讨论。

6.4.3 频率响应

高频 MESFET 性能取决于在源极和漏极间行进的荷电载流子的渡越时间和器件的 RC 时间常数。这里将只集中注意力于渡越时间;因为需要知道沟道的电容,因而把对时间常数的计算推迟到第 7 章中。由于在 Si 和 GaAs 中电子比空穴有高得多的迁移率, N 沟道 MESFET 几乎独占地用于 RF 和 MW 应用中。进而,由于 GaAs 的电子迁移率比 Si 的电子迁移率约高 5 倍,通常宁愿选择 GaAs MESFET,而不是 Si 器件。

电子穿越栅极长度 L 的沟道,其渡越时间由下式计算:

$$\tau = \frac{L}{v_{sat}} \quad (6.91)$$

这里已假定固定的饱和速度 v_{sat} 。作为例子,对于栅极长度为 $1.0 \mu\text{m}$ 和饱和速度约为 10^7 cm/s ,过渡频率 $f_T = 1/(2\pi\tau)$ 为 15 GHz 。

6.4.4 极限值

MESFET 必须工作在由最大漏极电流 I_{Dmax} ,最大栅极—源电压 V_{GSmax} 和最大漏极—源极电压 V_{DSmax} 所局限的区域中。最大功率 P_{max} 由 V_{DS} 和 I_D 的乘积确定,即

$$P_{max} = V_{DS} I_D \quad (6.92)$$

转而与沟道温度 T_C 和环境温度 T_a 以及沟道与焊点间的热阻 R_{thjs} 有关,具体关系如下式:

$$T_C = T_a + R_{thjs} P \quad (6.93)$$

图 6.44 阐明了这点。在图中还表示出 3 个可能工作点。偏置点 3 指出了低的放大和可能削减的输出电流。然而,功率消耗则处于最低值。偏置点 2 显示出在明显增大功率消耗下可接受的放大。最后,偏置点 1 显示出在高功率消耗和低输出电流摆动下的高放大。在后续各章中将深入研究对于特定应用,选择合适工作点的问题。

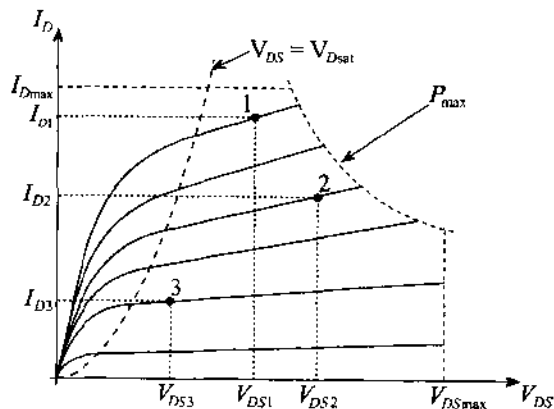


图 6.44 MESFET 的典型的最大输出特性及三个工作点

6.5 高电子迁移率晶体管

高电子迁移率晶体管(HEMT)也称为调制掺杂场效应晶体管(MODFET),它利用不相似半导体材料诸如 GaAlAs 和 GaAs 之间带隙能上的差别,致力于大大突破 MESFET 的最高频率的限制,而同时保持其低噪声性能和高功率额定值。目前,过渡频率已达到 100 GHz 或更高。这种高频特性是由于电子载流子从掺杂 GaAlAs 和未掺杂 GaAs 层(量子阱)之间界面上的施主位置分离出来,在那里它们被局限于非常窄(约 10 nm 厚)的层内,只可能平行于界面作运动。这里谈到二维电子气体(2DEG)或等离子体,有非常高的电子迁移率,可高达 $9000 \text{ cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ 。这是针对 $\mu_n \approx 4500 \text{ cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ 的 GaAs MESFET 的一个重大改进。由于是薄层,其载流子密度经常用表面密度来认定,典型值为 $10^{12} \sim 10^{13} \text{ cm}^{-2}$ 量级。

为进一步降低载流子受到杂质的散射,通常的办法是插入一不掺杂 GaAlAs 的隔片层,层厚范围在 20 ~ 100 nm 之间。该层是用分子束外延处理生长的,并使其足够薄,允许栅压 V_{GS} 通过静电力作用去控制电子等离子体。除了单层异质结构(GaAlAs 在 GaAs 上)外,包含有多个 2DEG 沟道的多层异质结构也已提出。正如可以预见到的,由于要精确控制薄层结构、陡峭的掺杂梯度以及采用更难加工的半导体材料,制造一个 HEMT 较之制造一个 GaAs MESFET 而言,要昂贵得多。

6.5.1 结构

图 6.45 显示出基本的异质结构,最上面是一层 GaAlAs N 掺杂的半导体材料,下接一同样材料未掺杂的 GaAlAs 隔片层,一未掺杂的 GaAs 层和一高阻半绝缘 GaAs 基底。

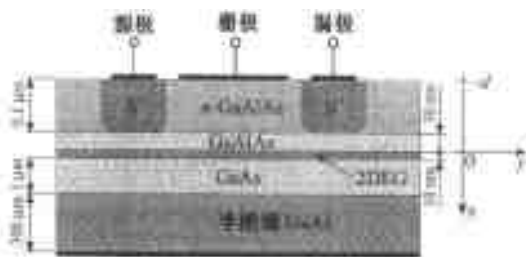


图 6.45 一种耗尽模式 HEMT 的异质结构

2DEG 是在零栅极偏置条件下在未掺杂的 GaAs 层中形成的,因为费米能级在导带上,致使电子积聚在窄的势垒阱中。正如以后将讨论到的,递增地加上负栅压能使电子浓度耗尽。

HEMT 基本上是由异质结构组成,这些异质结构具有协调的晶格常数以避免层之间的机械张力。特定的例子是 GaAs 和 InGaAs-InP 界面。对有不协调晶格的研究也在不断地进展着,举例说,那里一较大的 InGaAs 晶格被压缩在较小的 GaAs 晶格上。这种器件位形称之为假晶(Pseudomorphic)HEMT 或简称为 pHEMT。

6.5.2 功能

决定栅极电流在 HEMT 中流动的关键问题是 GaAlAs 和 GaAs 之间的狭窄的界面。为简单起见,我们忽略了隔片层,并集中注意力于图 6.46 给出的能带模型。

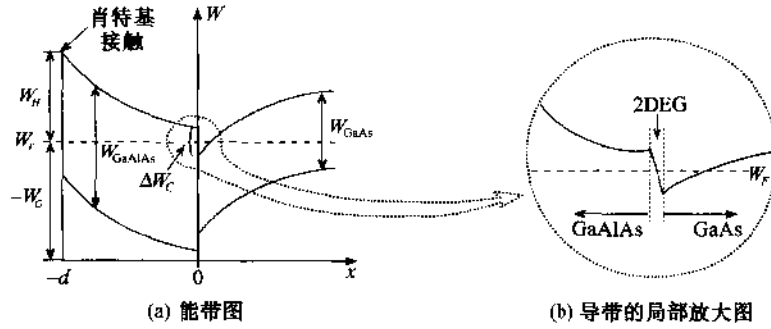


图 6.46 用于 HEMT 的 GaAlAs-GaAs 界面的能带图

可以对一个类似于式(6.21)的数学模式加以开发利用,写下一维泊松方程如下:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{qN_D}{\epsilon_H} \quad (6.94)$$

其中 N_D 和 ϵ_H 分别是在 GaAlAs 异质结构中的施主浓度和介电常数。电势的边界条件是: $V(x=0)=0$ 和在金属-半导体边上 $V(x=-d) = -V_b + V_c + \Delta W_c/q$ 。这里 V_b 是势垒电压,见式(6.38); ΔW_c 是在 N 掺杂的 GaAlAs 和 GaAs 之间的导电能级的能量差;以及 V_c 是由栅极-源电压和沟道电压降组成,即 $V_c = -V_{GS} + V(y)$ 。为求找电势,对式(6.94)积分两次。在金属-半导体处,设:

$$V(-d) = \frac{qN_D}{2\epsilon_H} x^2 - E_f(0)d \quad (6.95)$$

这就得出:

$$E(0) = \frac{1}{d} (V_{GS} - V(y) - V_{T0}) \quad (6.96)$$

其中我们定义了 HEMT 的阈电压 V_{T0} 为 $V_{T0} = V_b - \Delta W_c/q - V_p$ 。这里已用到前面定义的夹断电压 $V_p = qN_D d^2 / (2\epsilon_H)$ 。从已知界面上的电场,可求出漏极电子电流:

$$I_D = \sigma E_y A = -q\mu_n N_D E W d = q\mu_n N_D \left(\frac{dV}{dy} \right) W d \quad (6.97)$$

正如上面谈到的,电流被局限于非常薄的层内,所以对在 $x=0$ 处的表面电荷密度 Q_s 进行积分是合适的。其结果是 $\sigma = -\mu_n Q / (W L d) = -\mu_n Q_s / d$ 。对于表面电荷密度,用高斯定理求出 $Q_s = \epsilon_H E(0)$ 。把这些关系式代入到式(6.97),可得到:

$$\int_0^L I_D dy = \mu_n W \int_0^{V_{DS}} Q_s dV \quad (6.98a)$$

利用式(6.96),可求出漏极电流:

$$I_D L = \mu_n W \int_0^{V_{DS}} \frac{\epsilon_H}{d} (V_{GS} - V - V_{T0}) dV \quad (6.98b)$$

或

$$I_D = \mu_n \frac{W \epsilon_H}{L d} \left\{ V_{DS} (V_{GS} - V_{T0}) - \frac{V_{DS}^2}{2} \right\} \quad (6.98c)$$

当漏极-源极电压等于或小于栅极-源极电压与阈电压之差(即 $V_{DS} \leq V_{GS} - V_{T0}$)时夹断

发生。如果以该条件中的等式代入式(6.98c),可见有:

$$I_D = \mu_n \frac{W\epsilon_H}{2Ld} (V_{GS} - V_{T0})^2 \quad (6.99)$$

阈电压使我们可确定 HEMT 是以增强模式还是以降低模式工作。对于降低模式,要求 $V_{T0} < 0$, 或 $V_b - (\Delta W_c/q) - V_p < 0$ 。代入夹断电压 $V_p = qN_D d^2/(2\epsilon)$ 并求解 d , 这意味着:

$$d > \left\{ \frac{2\epsilon_H}{qN_D} \left(V_b - \frac{\Delta W_c}{q} \right) \right\}^{1/2} \quad (6.100)$$

如果 d 小于上面的表达式(即 $V_{T0} > 0$), 则涉及到增强模式 HEMT。



RF&MW → 例题 6.11 计算有关 HEMT 的电特性

确定一 HEMT 器件的典型电参量值, 诸如在 $V_{GS} = -1, -0.75, -0.5, -0.25$ 和 0 V 下的夹断电压、阈电压和漏极电流作为漏极-源电压 V_{DS} 的函数。设定以下参量: $N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $V_b = 0.81 \text{ V}$, $\epsilon_H = 12.5\epsilon_0$, $d = 50 \text{ nm}$, $\Delta W_c = 3.5 \times 10^{-20} \text{ W}\cdot\text{s}$, $W = 10 \text{ }\mu\text{m}$, $L = 0.5 \text{ }\mu\text{m}$, 和 $\mu_n = 8500 \text{ cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ 。

解: HEMT 的夹断电压求值如下:

$$V_p = qN_D d^2/(2\epsilon_H) = 1.81 \text{ V}$$

知道了 V_p 可求找阈电压如下:

$$V_{T0} = V_b - \Delta W_c/q - V_p = -1.22 \text{ V}$$

利用这些值, 并且或按方程(6.98c)[对 $V_{DS} \leq V_{GS} - V_{T0}$ 的情况], 或按方程(6.99)[对 $V_{DS} \geq V_{GS} - V_{T0}$ 的情况]来计算漏极电流。这些结果画出在图 6.47 中。注意到不同于在 GaAs MESFET 的图 6.43 中, 在这个图中不考虑沟道长度调制。在实际模拟中可自行研究加上一调整量。

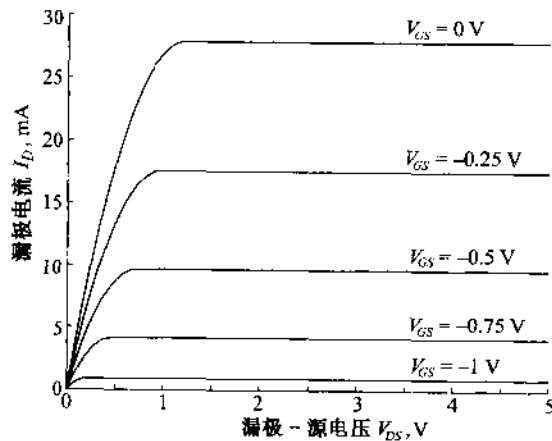


图 6.47 在一 GaAs HEMT 中的漏极电流

GaAs MESFET 和 HEMT 存在类似的输出特性,这样,可用同样的电路模型来表示。

6.5.3 频率响应

与 MESFET 类似,HEMT 的高频性能取决于渡越时间。然而,这个渡越时间 τ 最好通过电子迁移率 μ_n 和漏极-源电压的电场 E 来表示,即按下式:

$$\tau = \frac{L}{v_{sat}} = \frac{L}{\mu_n E_y} = \frac{L^2}{\mu_n V_{DS}} \quad (6.101)$$

对于栅极长度为 $1.0 \mu\text{m}$ 和在典型的漏极电压 $V_{DS} = 1.5 \text{ V}$ 下迁移率 $\mu_n = 8000 \text{ cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ 的情况,得到的渡越频率 $f_T = 1/(2\pi\tau)$ 近似为 190 GHz 。

6.6 小结

为了理解应用最为广泛的有源射频固态器件的功能和限制,我们在这一章的开始评述了半导体物理的基本原理。利用能带模型中的导电、原子价和费米能级等概念来作为考察各种固态机理的起点。

随后,我们的注意力转向 PN 结,在那里导出了势垒电压

$$V_{diff} = V_T \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$

和具有下述形式的耗尽和扩散电容:

$$C_d = \frac{C_0}{\sqrt{1 - V_A/V_{diff}}} \text{ 和 } C_s = \frac{\tau I_0}{V_T} e^{V_A/V_T}$$

这两个电容在涉及到 PN 结二极管的频率响应时是最为重要的,该二极管的电流由以下肖特基方程给出:

$$I = I_s (e^{V_A/V_T} - 1)$$

该方程强调二极管电流-电压的非线性特性。

不同于 PN 结,肖特基接触含有一 N 型半导体和金属的界面。现在肖特基势垒 V_d 被修改,它需要用金属逸出功 qV_M , 半导体逸出功 $q\chi$ 和导带电势 V_C 通过下式来表示:

$$V_d = (V_M - \chi) - V_C$$

对于 Si-Au 界面得到的典型值为 0.84 V ,这不同于 PN 结的 0.7 V 。从技术上说,这种接触是在肖特基二极管中开发出来的,它已在许多射频电路中应用,诸如混频器和调制器中成为独一无二的。其 $I-V$ 特性与 PN 结二极管的保持相同,除了其反向饱和电流 I_s 在理论上更为错综复杂外。

另外一些有特定目的的射频二极管是 PIN,变容二极管和隧道二极管。PIN 二极管在 P 和 N 层之间夹入一附加的本征层,组成三明治结构。这允许在一低阻正向偏置到一电容负向(或绝缘)偏置之间实现转接。PIN 二极管在开关器件和衰减器中找到应用。PIN 二极管的 $I-V$

特性曲线很类似于 PN 结二极管,不同的是下式的指数项中有一因子 2:

$$I = A \left(\frac{qm_i W}{\tau_p} \right) (e^{V_A/(2V_T)} - 1)$$

变容二极管结合有一 I 层,这层有特定的掺杂分布以实现特殊的电容—电压特性。这样的一种响应对应于频率调谐和断脉冲的产生是有益的。隧道二极管在其 I - V 曲线的特殊部位上表现为负斜率性质,这使得它适用于振荡电路中。在 RF 领域还有一些令人感兴趣的二极管,它们是 IMPATT, TRAPATT, BARRITT 和 Gunn 二极管。

BJT 在很多方面可看作是对上述二极管的讨论的一种扩展,因为 NPN 结构组成两个二极管的串联。正向激活、反向激活和饱和这三种晶体管模式反映在发射极、集电极和基极电流表达式(6.69~6.71):

$$\begin{aligned} I_E &= -I_S(e^{V_{BE}/V_T} - 1) - \frac{I_S}{\beta_F}(e^{V_{BE}/V_T} - 1) + I_S(e^{V_{BC}/V_T} - 1) \\ I_C &= I_S(e^{V_{BC}/V_T} - 1) - \frac{I_S}{\beta_R}(e^{V_{BC}/V_T} - 1) - I_S(e^{V_{BE}/V_T} - 1) \\ I_B &= I_S \left\{ \frac{1}{\beta_R}(e^{V_{BC}/V_T} - 1) + \frac{1}{\beta_F}(e^{V_{BE}/V_T} - 1) \right\} \end{aligned}$$

BJT 的频率响应取决于过渡频率 $f_T = 1/(2\pi\tau)$,在该频率下短路电流增益等于 1。时间常数由三部分时延构成,即 $\tau = \tau_E + \tau_B + \tau_C$,这三者分别与发射极、基极和集电极区相关联。

不同于双极 BJT, FET 是单极性器件,显示出其卓越的高频性能和低噪音特性。特别是, N 沟道 GaAs MESFET 经常在许多 RF 放大器、混频器和振荡器中找到它的身影。决定 MESFET 输出特性的关键方程是其漏极电流式(6.84):

$$I_D = G_0 \left(V_{DS} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2\epsilon}{qNDd^2}} [|V_{DS} + V_d - V_{GS}|^{3/2} - |V_d - V_{GS}|^{3/2}] \right)$$

当沟道被夹断时,要求对漏极电流作额外的改变,同时 FET 工作于饱和区域,带有沟到长度调制。

最后, HEMT 器件在结构上几乎与 MESFET 的相同,但发掘出在异质结构之间的带隙能量差。这里电流流动被限制在非常窄的量子阱层中,其中电子迁移率能达到 MESFET 的二倍。由于载流子从施主位置分离出,已有报导可工作在非常高的频率(超过 100 GHz)。其漏极电流表示式几乎与对 MESFET 所讨论的相同。

参考文献

- R. S. Cobbold, *Theory and Applications of Field-Effect Transistors*, John Wiley, New Yrk, 1970
- A. M. Cowley and S. M. Sze, "Surface States and Barrier Height of Semiconductor Systems," *J. Appl. Physics*, Vol. 36, pp. 3212 - 3220, 1965
- M. B. Das, "Millimeter-Wave Performance of Ultra-Submicrometer Gate Field-Effect Transistors. A Comparison of MODFET, MESFET, and HBT-Structures," *IEEE Trans. on Electron Devices*, Vol. 34, pp. 1429 - 1440, 1987.

- A. S. Grove, *Physics and Technology of Semiconductor Devices*, John Wiley, New York, 1967
- G. Massobrio and P. Antognetti, *Semiconductor Device Modeling with SPICE*, McGraw-Hill, New York, 1993.
- J. L. Moll, *Physics of Semiconductors*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- D. V. Morgan and N. Parkman, *Physics and Technology of Heterojunction Devices*, P. Peregrinus Ltd., London, UK, 1991.
- M. H. Norwood and E. Schatz, "Voltage Variable Capacitor Tuning — A Review," *Proceed. IEEE*, Vol. 56, pp. 788 – 798, 1968.
- R. S. Pengelly, *Microwave Field-effect Transistors — Theory, Design and Applications*, Research Studies Press, London, UK, 1982.
- C. T. Sah, "Characteristics of the Metal-Oxide Semiconductor Field-Effect Transistor," *IEEE Trans. on Electron Devices*, Vol. 11, pp. 324 – 345, 1964.
- W. Shockley, *Electrons and Holes in Semiconductors*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1950.
- M. Shur, *GaAs Devices and Circuits*, Plenum Press, New York, 1987.
- S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, John Wiley, New York, 1981.
- C. Weisbuch, *Physics and Fabrication of Microstructures and Microdevices*, Springer-Verlag, New York, 1986.

习题

- 6.1 做下述简单计算以意识到半导体中有大数目的原子：一立方体的硅半导体具有晶格常数 $a = 5.43 \times 10^{-8} \text{ cm}$ 。原子的排列是：一个角原子贡献 1/8，加上一个中心原子。求其每立方厘米的原子密度。
- 6.2 导带和价带载流子浓度是由基于费米统计的态密度的积分来确定的。

$$N = \int g(E) dE$$

对于有效电子质量 m_n^* ，从量子力学的考虑得出密度函数：

$$g(E) = 4\pi(2m_n^*)^{3/2}\sqrt{E}/h^3$$

- (a) 确定能量值直到 1.5 eV 的总电子态浓度 N 。
- (b) 对于有效电子质量为 $1.08 m_n$ 或 $1.08 \times 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 的情况下，求态的数目。
- 6.3 在室温下 P 型 Si 半导体的掺杂浓度包含每立方厘米中硼原子 $N_A = 5 \times 10^{16}$ ($n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$)。求少数和多数载流子浓度以及半导体的导电率。
- 6.4 不可分辨粒子的 Fermi-Dirac 概率是描述粒子的量子力学分布的基本统计理论，按照下式：

$$f(E) = \frac{N(E)}{g(E)} = \frac{1}{1 + \exp([E - E_F]/[kT])}$$

这里是将单位体积、单位能量的粒子数 $N(E)$ 相对于单位电压、单位能量的量子态数 $g(E)$ 作了归一化的。

- (a) 画出在室温下和 $E_F = 5 \text{ eV}$ 时, 被占据态的概率 $f(E)$ 和空态的概率 $1 - f(E)$ 。
 (b) 当遇到一个空态的概率为 5% 时, 确定此时的温度。
- 6.5 一般说来, 本征载流子浓度是在室温下记录的。对 GaAs, 当 $T = 300 \text{ K}$ 时, 有效态密度为 $N_C = 4.7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_V = 7.0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 。假定带隙能保持 1.42 eV 的常定值,
 (a) 求室温时的本征载流子浓度。
 (b) 计算 $T = 400 \text{ K}$ 时的 n_i 。
 (c) 计算 $T = 450 \text{ K}$ 时的 n_i 。
- 6.6 即使是对载流子浓度梯度是适中的情况, 仍能产生显著的扩散电流密度。我们可假定, 对 P 型 Si 半导体, 在 $100 \mu\text{m}$ 间距内空穴浓度从 $5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 到 10^{18} cm^{-3} 呈线性变化。设 $T = 300 \text{ K}$ 时的扩散系数为 $D_p = 12.4 \text{ cm}^2/\text{s}$, 求找电流密度。
- 6.7 在 6.1.2 节中我们推导了具有突变 PN 结二极管的电场和电势分布的表达式。现在对渐变结的情况进行重复计算, 设电荷密度按下述线性关系变化:

$$\rho(x) = \begin{cases} qN_A(x/d_p), & -d_p \leq x \leq 0 \\ qN_D(x/d_n), & 0 \leq x \leq d_n \end{cases}$$

- 6.8 设即使当掺杂浓度的数值有数量级上的变化时, 一 PN 结的内建势垒相对地保持常数。在固态电路中, 典型的势垒值在 $0.5 \sim 0.9 \text{ V}$ 。在这一题中, 我们想表明如何能达到这个电压。设一具有 $N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 的 P 型半导体和一具有 $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 的 N 型半导体相连接。
 (a) 求其在室温 ($n_i = 1.45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$) 时的势垒电压。
 (b) 设 N_A 减少为 $N_A = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, 重复计算势垒电压。
- 6.9 一个 Si 的突变 PN 结, 其受主和施主浓度分别是 $N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 和 $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。设器件工作在室温, 确定以下值:
 (a) 势垒电压。
 (b) 在 P 型和 N 型半导体中的空间电荷长度。
 (c) 横跨结的电场峰值。
 (d) 截面积为 10^{-4} cm^2 和相对介电常数 $\epsilon_r = 11.7$ 时的结电容。
- 6.10 设两个具有突变结的 PN 二极管, 一个是由 Si, 另一个是由 GaAs 制成, 两种情况下都是 $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 和 $N_D = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$;
 (a) 求找势垒电压。
 (b) 求找电场的最大值和空间电荷区长度。
 (c) 画出沿二极管轴的空间电荷、电势和电场的分布。
- 6.11 一个 Si 的 PN 结, 其 P 层和 N 层的导电率分别是 10 S/cm 和 4 S/cm 。利用必要的 Si 的性质, 计算在室温下结的内建电压。
- 6.12 金属和半导体之间的肖特基接触可以用不同的材料来做。如果金属是用铝或金, 我们欲对 Si 和 GaAs 两种情况考察其势垒电压。利用表 6.2 和表 E.1, 找出在室温时的四个势垒电压以及相关的耗尽层厚度。
- 6.13 由 N 型 GaAs 和银之间的接触形成一肖特基二极管。该二极管工作在 1 mA 的正向偏置电流。Richardson 常数 $R^* = 4 \text{ A}/(\text{cm}^2 \text{ K}^2)$, 串联寄生电阻为 15Ω , 以及器件的截

面 $A = 10^{-2} \text{ mm}^2$ 。对两种掺杂密度 $N_D: 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 和 10^{17} cm^{-3} , 计算势垒电压 V_d , 并画出二极管阻抗的数值和相位对于频率从 1 MHz 到 100 GHz 的变化关系。假定二极管工作温度为 300 K。

- 6.14 通常对考察肖特基二极管在给定外加电压下的非线性电流特性有很大的实用上的兴趣。回到下式:

$$I = I_s (e^{(V_A - IR_s)} - 1)$$

其中反向饱和电流定为 $I_s = 2 \times 10^{-11} \text{ A}$ 。对于基底电阻 $R_s = 1.8 \Omega$, 写出一计算程序, 以预计当外加电压在 $0 \leq V_A \leq 10 \text{ V}$ 之间变化时的电流。

- 6.15 一个 PIN 二极管是一个三明治式的半导体器件, 它是由一本征层夹在两个高掺杂的 N 型和 P 型材料之间形成的。在本征层中, 在复合发生之前, 荷电的少数载流和多数载流子具有有限的寿命 τ_p 。根据复合寿命, 一个简单的 PIN 模型可以用包含二极管电流 I 和储存电荷 Q 的下式来建立:

$$I = \frac{Q}{\tau_p} + \frac{dQ}{dt}$$

(a) 确立这一阶系统的频率域响应 $Q(\omega)$ 。

(b) 对 τ_p 值取 10 ps, 1 ns 和 1 μs 时, 画出归一化的电荷响应 $20\log[Q(\omega)/(I\tau_p)]$ 相对于角频率的变化。

注: 当频率远低于截止频率 $f_p \approx 1/\tau_p$ 时, PIN 二极管表现得像是一通常的 PN 结二极管。然而, 当频率高于 f_p 时, PIN 变成一纯线性电阻, 它的值由偏置信号控制。

- 6.16 两个不同类型的变容二极管是按下述两种电容 - 电压特性的要求来制造的:

(a) $C = 5 \text{ pF} \sqrt{V_A / (V_A - V_{\text{diff}})}$

(b) $C = 5 \text{ pF} V_A / (V_A - V_{\text{diff}})^{1/3}$

确定本征层的必要的施主掺杂分布 $N_D(x)$ 。假定变容二极管的截面积是 10^{-4} cm^2 。

- 6.17 一 Si 双极结晶体管, 它的发射极、基极和集电极按下述浓度均匀掺杂: $N_D^E = 10^{21} \text{ cm}^{-3}$, $N_A^B = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_D^C = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ 。假定基极 - 发射极电压是 0.75 V, 集电极 - 发射极电压是 2 V。两个结的截面积都是 10^{-4} cm^2 , 发射极、基极和集电极的厚度分别是 $d_E = 0.8 \mu\text{m}$, $d_B = 1.2 \mu\text{m}$ 和 $d_C = 2 \mu\text{m}$ 。并设器件工作在室温。

(a) 求找两个结的空间电荷区长度。

(b) 绘制能带图。

(c) 计算基极、发射极和集电极电流。

(d) 计算正向和反向电流增益 β_F 和 β_R 。

- 6.18 一 GaAs BJT 的最大结温度为 420 $^{\circ}\text{C}$ (这远超过 Si 的最大结温度 200 $^{\circ}\text{C}$)。电源功率为 90 W。BJT 与热沉之间的热阻估计为 1.5 $^{\circ}\text{C}/\text{W}$

(a) 假定周围的工作温度不超过 50 $^{\circ}\text{C}$, 确定热沉的最大热阻。

(b) 设热对流系数为 100 $\text{W}/^{\circ}\text{C} \cdot \text{m}^2$, 求找所需的表面积。

- 6.19 一 BJT 被封装在塑料壳中并安放在一热沉 ($R_{\text{thha}} = 3.75 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{W}$) 上。在这些条件下, 当周围温度为 20 $^{\circ}\text{C}$ 时, 总的功率耗散为 20 W。如果最大结温度不应超过 175 $^{\circ}\text{C}$, 对 BJT 的管壳要选择什么参量?

-
- 6.20 证明渐变沟道近似下 MESFET 的漏极电流表达式(6.84),在小的 V_{DS} 下化为式(6.80)。
- 6.21 推导饱和漏极电流方程(6.88)。
- 6.22 N 型沟道的结场效应晶体管具有下述参量: $W/L = 10$, $\mu_n = 1\,000\text{ m}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$, $d = 2\text{ }\mu\text{m}$, $\epsilon_r = 11.7$, $V_{TO} = -3\text{ V}$ 。计算 $V_{GS} = -1\text{ V}$ 时的饱和漏极电流。
- 6.23 对题 6.22 中的晶体管,当漏极—源电压在 $0\sim 5\text{ V}$ 范围时,计算该晶体管的输出电流 I_D 对 V_{DS} 特性。先假定沟道长度调制效应可忽略(即 $\lambda = 0$),然而对 $\lambda = 0.01$ 的情况重复计算。

第7章 有源射频电路器件模型

几乎所有具有一定复杂性的电路设计,在实用上将它们实现之前,必须模拟为计算机辅助设计(CAD)程序的一部分,以定量评估这些电路是否达到设计规格要求。为了电路模拟的目的,大量的软件分析包提供了一大批等效电路模型,试图复制各种分立元件的电性能。已开发出特殊的电路模型,来处理一些重要的设计上的要求,诸如低频或高频工作、线性或非线性系统性能以及正向或反向工作模式等。

本章目的是根据对二极管、单极和双极晶体管的适当的等效电路表示来考察几个有源器件。第6章中讲述了这些器件的物理基础,通过把本章与上一章的紧密联系,我们将能够观察到,如何从固态器件物理的基础知识自然地导出大信号(非线性)电路模型。随后的讨论将集中在模型的修改,使其线性化并改善它们在高频下的工作。

考虑到有不同的BJT模型,我们只限于讨论最为流行的如Ebers-Moll和Gummel-Poon模型。这两类模型以及一系列线性推论在诸如SPICE, ADS, MMICAD 以及其他的模拟工具中得到广泛的应用。经常发生这样的情况:由于所要求的电参量很容易超过40个独立参量,器件的制造商不可能规定所有的这些电参量,而所谓的SPICE模型表示是达不到的。在那种情况下,对于不同的偏置条件和工作频率,记录下 S 参量以表征其高频性能。在大多数情况下,这些 S 参量可提供给设计工程师充分的信息以完成模拟任务。

7.1 二极管模型

7.1.1 非线性二极管模型

典型的多可调参量*的电路模型以同样方式处理PN结和肖特基二极管,如图7.1所示。

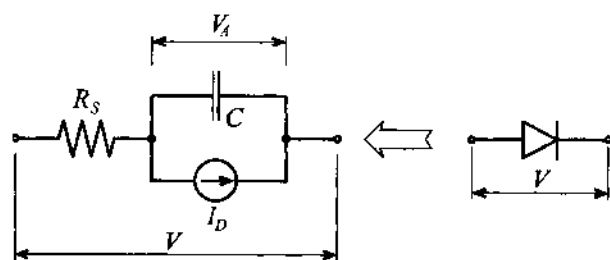


图 7.1 大比例尺二极管模型

这一模型考虑了肖特基二极管方程(6.34)的非线性 I - V 特性,对方程稍作改变,形式如下:

$$I_D = I_S (e^{V_A / (nV_T)} - 1) \quad (7.1)$$

* 注:原文为 large-scale,但按其意译为多可调参量较合适——译者注。

式中发射系数 n 被选作一附加参量,目的是使模型与实际测量更趋近于一致。对大多数应用来说,这系数趋近于 1.0。在 6.1.2 中讨论了扩散电容 C_d 和结(或耗尽层)电容 C_j 。两种效应组合成单一电容 C ,更具有较为一般的形式。特别是,对结电容我们必须考虑空间电荷 Q_j ,把它对外加电压求导数,得出:

$$C_j = \frac{dQ_j}{dV_A} = \frac{C_{j0}}{[1 - V_A/V_{\text{diff}}]^m} \quad (7.2)$$

这里 m 是结渐变系数。对于在 6.1.2 中所分析的突变结,此值取 0.5。对于更为实际的渐变过渡情况, m 处于 $0.2 \leq m \leq 0.5$ 范围。在第 6 章中指出过,公式(7.2)只可应用于某些正的外加电压。如果外电压 V_A 接近内建电势 V_{diff} 时,用式(7.2)计算的结电容趋于无限大,显然这在物理上是不可能的。实际上,一旦外加电压超过阈电压 V_m 后,结电容几乎与外电压呈线性关系,阈电压通常等于内建电势的一半,即 $V_m \approx 0.5V_{\text{diff}}$ 。于是,在整个外加电压范围内,描述结电容的近似公式如下:

$$C_j = \begin{cases} \frac{C_{j0}}{(1 - V_A/V_{\text{diff}})^m}, & V_A \leq V_m \\ \frac{C_{j0}}{(1 - V_m/V_{\text{diff}})^m} \left(1 + m \frac{V_A - V_m}{V_{\text{diff}} - V_m} \right), & V_A \geq V_m \end{cases} \quad (7.3)$$

我们还注意到 C_d 与 V_A 有关。对此扩散电容,可使用下式:

$$C_d = \frac{dQ_d}{dV_A} = \frac{I_S \tau_T}{nV_T} e^{V_A/(nV_T)} \quad (7.4)$$

式中含有过渡时间 τ_T 。

在实际的二极管中,电荷的注入和提取是由电荷中性区内的电压降所形成的电场来完成的。这个电压降可用一串联电阻 R_s 来模拟。这样,在图 7.1 中的总电压由以下两部分贡献组成:

$$V = R_s I_D + nV_T \ln(1 + I_D/I_S) \quad (7.5)$$

随温度的变化关系也可引入到此模型中。除了明显的热电压 $V_T = kT/q$ 外,主要是发现反向饱和电流 I_S 按下式受温度的剧烈影响:

$$I_S(T) = I_S(T_0) \left(\frac{T}{T_0} \right)^{p_i/n} \exp \left[- \frac{W_g(T)}{V_T} \left(1 - \frac{T}{T_0} \right) \right] \quad (7.6)$$

这里 T_0 是一参考温度,在此温度下记录到饱和电流。在文献中基本上采用 $T_0 = 300 \text{ K}$ (或 27°C)。其中的反向饱和电流温度系数 p_i 取 3 或 2,这取决于所模拟的是 PN 结还是肖特基二极管。这样,模型参量能说明在这两类二极管之间温度性能上的差别。还要考虑到带隙能 $W_g(T)$ 。当温度上升时,带隙减小,使荷电载流子较易于从价带转移到导带。半经验公式设定在 $T = 0 \text{ K}$ 时所记录的特定的带隙能为 $W_g(0)$,然后随温度做如下调整:

$$W_g(T) = W_g(0) - \left(\frac{\alpha_T T^2}{\beta_T + T} \right) \quad (7.7)$$

举例说,对于 Si,实验确定的参量 $W_g(0) = 1.16 \text{ eV}$, $\alpha_T = 7.02 \times 10^{-4} \text{ eV/K}$ 和 $\beta_T = 1108 \text{ K}$ 。额

外的温度依赖关系对电容的影响通常很小,可以忽略。

在工业和学术研究上最为流行的电路模拟程序或许就是 SPICE,它能考虑到图 7.1 所示的非线性二极管模型。这个模拟程序编入了一系列物理模型参量;其中的一些是很专门的,超出了本教科书的内容范围。在表 7.1 中概述了最重要的一些参量。表中也列出了标准的 PN 结和肖特基二极管之间的差异。

表 7.1 二极管模型参量及对应的 SPICE 参量

符 号	SPICE	说 明	典 型 值
I_S	IS	饱和电流	1 fA ~ 10 μ A
n	N	发射系数	1
τ_T	TT	渡越时间	5 ps ~ 500 μ s
R_S	RS	欧姆电阻	0.1 Ω ~ 20 Ω
V_{diff}	VJ	势垒电压	0.6 V ~ 0.8 V (PN 结) 0.5 V ~ 0.6 V (肖特基)
C_{j0}	CJO	零偏置结电容	5 μ F ~ 50 pF (PN 结) 0.2 pF ~ 5 pF (肖特基)
m	M	渐变系数	0.2 ~ 0.5
W_g	EG	带隙能	1.11 eV (Si) 0.69 eV (Si 肖特基)
P_t	XTI	饱和电流温度系数	3 (PN 结) 2 (肖特基)

7.1.2 线性二极管模型

非线性模型是以第 6 章中阐述的器件物理为基础的。照此,在实用上所有的电路条件下,都可用这种模型来进行静态和动态分析。然而,如果二极管工作在一特定的 DC 电压偏置点上,并且围绕此点的信号变化很小,就可开发一个线性或小信号模型。线性化这一概念意味着指数 I - V 特性曲线通过在偏置点(或 Q 点) V_Q 的切线来近似。在 Q 点的切线斜率是微分电导 G_d ,可求出如下:

$$G_d = \frac{1}{R_d} = \left. \frac{dI_D}{dV_A} \right|_{V_Q} = \frac{I_Q + I_S}{nV_T} \approx \frac{I_Q}{nV_T} \quad (7.8)$$

切线近似,连同该简化的线性电路模型表示在图 7.2 中。重要的是要强调微分电容现在就是偏置点 V_Q 的扩散电容,或写成:

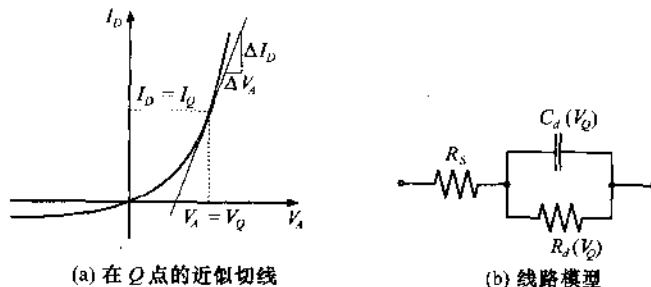


图 7.2 小信号二极管模型

$$C_d = \frac{I_S \tau_T}{n V_T} e^{V_Q / (n V_T)} \quad (7.9)$$

这样一个线性化电路模型的明显好处是:能够把 RF 二极管工作从 DC 偏置条件分离开,见以下的设计例题。



例题 7.1 小信号 PN 结二极管模型的导出

一常规的 Si 基 PN 结二极管工作在 300 K, 在此温度下的电参量为: $\tau_T = 500$ ps, $I_S = 5 \times 10^{-15}$ A, $R_S = 1.5 \Omega$, $n = 1.16$ 。DC 工作条件选择在使 $I_Q = 50$ mA。为表征使用该二极管的特定 RF 系统的性能,需要得到:

- (a) 在频率范围 $10 \text{ MHz} \leq f \leq 1 \text{ GHz}$ 和在 300 K 下二极管的阻抗特性, 以及
- (b) 在同一频率范围内但温度为 250 K, 350 K 和 400 K 下该二极管的阻抗响应。

解: 在 300 K 温度下, 首先从 $I_Q = 50$ mA 确定相应的 V_Q 值, 由式(7.1)求出:

$$V_Q = n V_T \ln(1 + I_Q / I_S) = 0.898 \text{ V}$$

其次可计算出微分电阻和电容如下:

$$R_d = \frac{n V_T}{I_Q} = 0.6 \Omega \quad \text{和} \quad C_d = \frac{I_S \tau_T}{n V_T} e^{V_Q / (n V_T)} = 832.9 \text{ pF}$$

知道了这些参量, 可求出二极管的阻抗, 它由电阻 R_S 与另一部分串联而成, 后者是 R_d 和 C_d 的并联值, 即

$$Z = R_S + \frac{R_d}{1 + j\omega C_d R_d}$$

所得到的频率特性示于图 7.3 中。

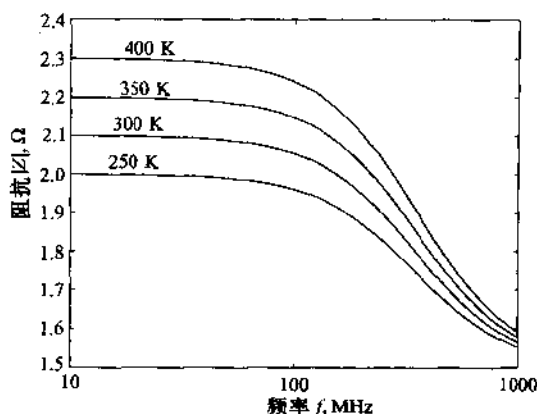


图 7.3 在不同结温度下二极管阻抗的频率特性

当温度改变, 且偏置电流 I_Q 保持常数时, 由于热电势 $V_T = kT/q$, 式(7.7)给出的带隙能 W_g 以及式(7.6)描述的饱和电流 I_S 都随温度而变化, 偏置电压应该改变。这些计算结果列出在表 7.2 中, 而相应的二极管阻抗的频率特性

则表示在图 7.3 中。
我们看到,第 6 章中对 PN 结阐述的物理参量是如何直接转化成小信号电路模型的。DC 偏置条件会影响 AC 特性,这是因为偏置条件影响微分电容和电阻。

表 7.2 不同温度下二极管模型参量

T, K	250	300	350	400
$W_g(T)$, eV	1.128	1.115	1.101	1.086
$I_S(T)$, A	5.1×10^{-19}	5.0×10^{-15}	3.3×10^{-12}	3.8×10^{-10}
V_Q , V	0.979	0.898	0.821	0.748
R_d , Ω	0.5	0.6	0.7	0.8
C_d , pF	999.5	832.9	713.9	624.7

7.2 晶体管模型

多年来,已经开发出一系列大信号和小信号双极和单极晶体管模型。最广为人知的一个也许就是 Ebers-Moll BJT 模型,最初它是被引用来表征静态和低频晶体管模式的。扩展到 RF/MW 频率和高功率应用的需求时,必须考虑许多重要的二级效应,诸如低电流和高注入现象。结果使 Gummel-Pool 模型成为改进的 BJT 电路表述。

7.2.1 大信号 BJT 模型

我们从静态 Ebers-Moll 模型开始讨论,因为它是最流行的大信号模型之一。虽然此模型早在 1954 年 12 月就被引入,但对于理解基本的模型要求和把它扩展到更为复杂的大信号模型,以及导出大多数小信号模型来说,它仍然是不可缺少的。图 7.4 表示出一般的 NPN 晶体管连同在所谓注入方案下相关联的 Ebers-Moll 电路模型。

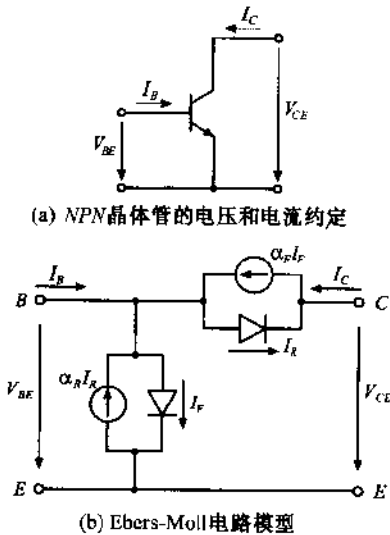


图 7.4 大信号 Ebers-Moll 电路模型

在图 7.4 中我们碰到在正向和反向极性下连接的两个二极管,正如在第 6 章中已看到的那样。此外,两个电流控制的电流源允许两个二极管看作基极接触的一部分发生互耦。正向和反向电流增益(在共基极位形下) α_F 和 α_R 具有典型值 $\alpha_F = 0.95 \sim 0.99$ 和 $\alpha_R = 0.02 \sim 0.05$ 。作为前面讨论过的单二极管模型的直接推广,双二极管的 Ebers-Moll 方程取以下形式:

$$I_E = \alpha_R I_R - I_F \quad (7.10)$$

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R \quad (7.11)$$

并有二极管电流:

$$I_R = I_{CS} (e^{V_{BC}/V_1} - 1) \quad (7.12)$$

$$I_F = I_{ES} (e^{V_{BE}/V_1} - 1) \quad (7.14)$$

这里反向的集电极和发射极饱和电流 I_{CS} 和 I_{ES} (它们的数值范围从 10^{-9} A 到 10^{-18} A) 与晶体管饱和电流 I_S 可有如下关系:

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS} = I_S \quad (7.14)$$

尽管其形式简单,Ebers-Moll 方程有能力描述在第 6 章中阐明过的所有主要物理现象。对于重要的正向和反向激活模式情况,电路模型可以简化。出现以下两种状况:

- 正向激活模式 ($V_{CE} > V_{CEsat} \approx 0.1$ V, $V_{BE} \approx 0.7$ V)。具有基极 - 发射极二极管 I_F 导电和基极 - 集电极二极管处于反向(即 $V_{CB} < 0$ V),我们推断: $I_R \approx 0$, 并且有 $\alpha_R I_R \approx 0$ 。这样,基极 - 集电极二极管和基极 - 发射极电流源可忽略不计。
- 反向激活模式 ($V_{CE} < -0.1$ V, $V_{BC} \approx 0.7$ V)。现在是基极 - 集电极二极管 I_R 导电,而基极 - 发射极二极管是反向偏置的(即 $V_{BE} < 0$ V),这导致 $I_F \approx 0$ 和 $\alpha_F I_F \approx 0$ 。

图 7.5 概括了这两种工作模式,此时发射极选为公共参考点。

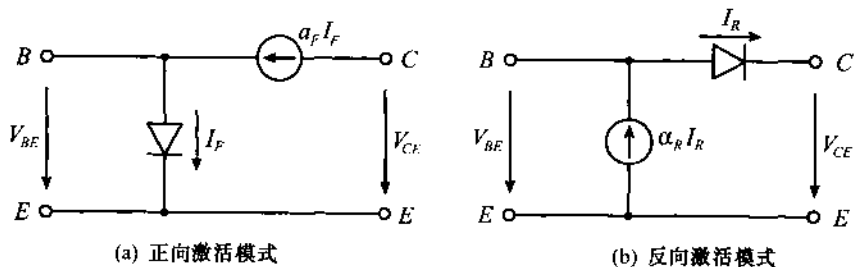
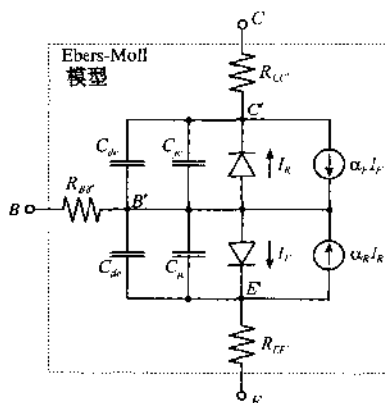
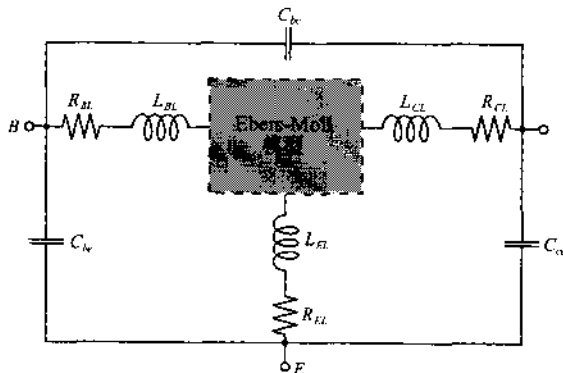


图 7.5 正向和反向激活模式下的简化 Ebers-Moll 方程

引入熟悉的基极 - 发射极和基极 - 集电极扩散电容 (C_{de} , C_{dc}) 以及二极管结电容 (C_{je} , C_{jc}), 可以修改这个模型以说明动态工作情况。不同于为单二极管模型而提出的单一电荷分析,对于 BJT 需要更为精巧的处理。举例说,用于说明发射极扩散电容的电荷是由存储在(a)中性发射极区、(b)发射极 - 基极、(c)集电极 - 基极空间电荷区和(d)中性基极区中的少数电荷所构成。同样的分析也可用于集电极扩散电容。图 7.6 显示出动态 Ebers-Moll 单片模型。在 RF 工作条件下,通过计入引线的电阻和电感以及端点之间的寄生电容,可得出改进后的模型,如图 7.6(b)所示。

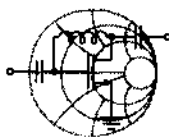


(a) 动态 Ebers-Moll 芯片模型



(b) 有寄生端接效应的 RF 模拟

图 7.6 考虑了寄生元件的动态 Ebers-Moll 模型



RF & MW

例题 7.2 Ebers-Moll 大信号模型的传输形式对注入形式

在 SPICE 模拟中有代表性地得到应用的是传输模型,而不是注入模型。让我们通过定性的步骤来得出这个重要的表述。

解:我们从静态 BJT 模型开始讨论,因为扩散和结电容可以在后面的推导中加入。首先,可以证明图 7.4 的注入模型等效于图 7.7 中的传输模型。

可以确立两种模型的等效性,只要将集电极和发射极电流重新表示如下:

$$I_C = I_{CC} - I_{EC}/\alpha_R$$

$$I_E = -I_{CC}/\alpha_F + I_{EC}$$

并有如下给出的电流控制源:

$$I_{CC} = I_S (e^{V_{BE}/V_T} - 1)$$

$$I_{EC} = I_S (e^{V_{BC}/V_T} - 1)$$

如果把这两个电流源组成单一源 $I_{com} = I_{CC} - I_{EC}$, 并且把二极管电流重新表示如下:

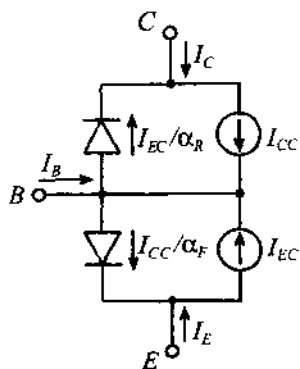


图 7.7 静态 Ebers-Moll 注入模型的传输表示法

$$\frac{I_{EC}}{\alpha_R} \rightarrow \frac{1 - \alpha_R}{\alpha_R} I_{EC} = \frac{I_{EC}}{\beta_R}$$

$$\frac{I_{CC}}{\alpha_F} \rightarrow \frac{1 - \alpha_F}{\alpha_F} I_{CC} = \frac{I_{CC}}{\beta_F}$$

可以得到稍为不同的形式。这一模型的电路配置示于图 7.8, 并配有基极、集电极和发射极电阻。图 7.8 中还分别以 C_{be} 和 C_{bc} 来表示与基极 - 发射极和基极 - 集电极二极管相关联的扩散和结的复合电容。

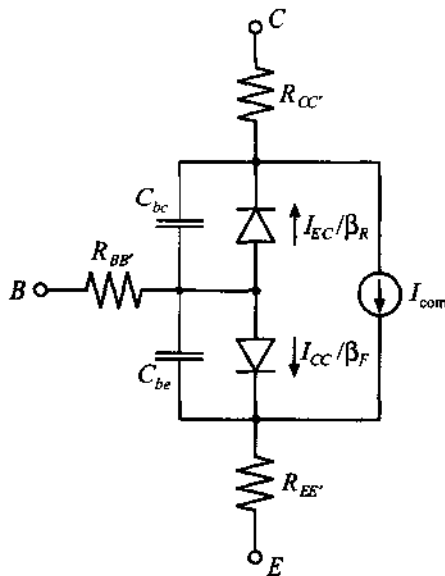


图 7.8 带有单电流源的动态 Ebers-Moll 传输模型

图 7.8 的配置是重要的, 因为它直接导出在正向激活模式下的大信号 BJT 模型。这种模式容许略去基极 - 集电极二极管电流, 而不是它的电容效应。对电参量重新命名后, 得到如图 7.9 的电路, 图中用一等效电流源取代正向偏置二极管。

这一最终形式作为标准 BJT 的非线性表示可以在 SPICE 软件库中找到。

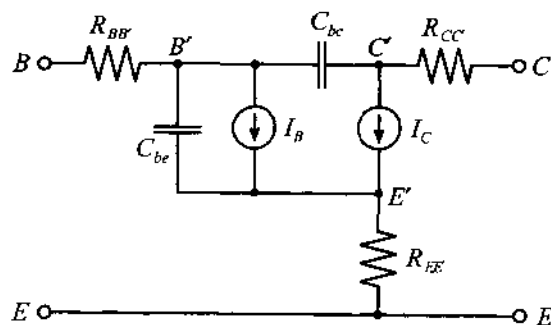


图 7.9 在正向激活模式下的大信号 BJT 模型

我们看到如何把 Ebers-Moll 方程的动态输运模型自然而然地导向 SPICE 大信号模型。对所有电路模型的一个固有困难是如何通过适当的测量手段唯一地确定模型参量。

Ebers-Moll 模型是最早的 BJT 电路表示法之一,一直得以流行并被广泛接受。然而在开始引入后不久,明显地暴露出:按其原始模型,不能考虑到一系列物理现象。特别是,研究表明: β_F 和 β_R 是与电流有关的以及饱和电流 I_S 是受基极-集电极电压影响的(Early 效应)。这两种效应对 BJT 的综合性能有重要影响。基于上述理由,对原始的 Ebers-Moll 模型引入了一系列改进,最终成为图 7.10 所示的 Gummel-Poon 模型。

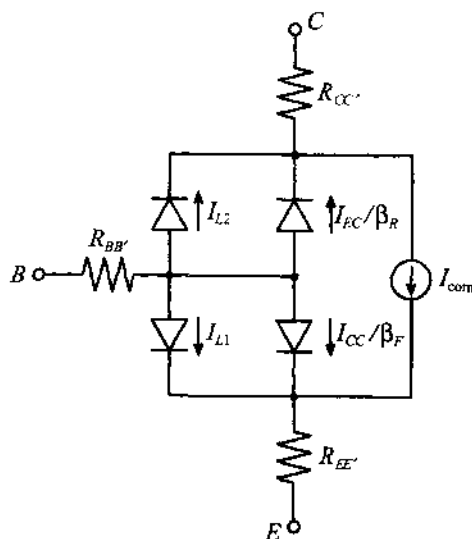


图 7.10 静态 Gummel-Poon 模型

在这个模型中立刻注意到,附加有两个额外的二极管用于处理与集电极电流有关正向和反向电流增益 $\beta_F(I_C)$ 和 $\beta_R(I_C)$ 。图 7.11 给出一典型的 β_F 曲线。

这两个漏泄二极管 L_1, L_2 提供了 4 个新的设计参量: I_{S1}, n_{E1} , 它们对于低电流正常模式工作时,在公式 $I_{L1} = I_{S1} (\exp[V_{BE}/(n_{E1}V_T)] - 1)$ 中的两个系数,以及 I_{S2}, n_{E2} , 它们对于低电流

反向模式工作时,在公式 $I_{i2} = I_{S2}(\exp[V_{BC}/(n_{CL}V_T)] - 1)$ 中的两个系数。此外,该 Gummel-Poon 模型能处理 Early 效应,由此,随着集电极-发射极电压的增高,空间电荷区开始向远处扩散到基区。结果在固定基极电流下使集电极电流有增加。如果对每条集电极电流作切线(见图 7.12),则这些切线近似地会聚在一个电压点 $-V_{AV}$ 上,这称为正向 Early 效应。如果 BJT 工作在反向激活模式下,可以进行相同的分析,结果在一个电压点 V_{BV} 上,称之为反向 Early 效应。

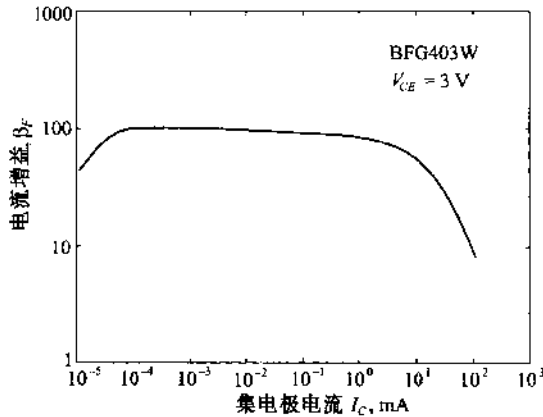


图 7.11 在固定集电极-发射极电压 V_{CE} 下, β_F 随集电极电流 I_C 的典型变化关系

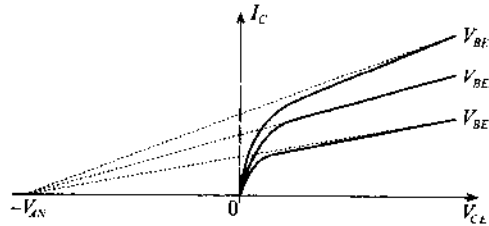


图 7.12 集电极电流对 V_{CE} 的变化,以及其近似穿过 Early 的电压 V_{AV}

这两个电压作为附加因素被纳入到模型中。而且, Gummel-Poon 模型还允许列入一个与电流有关的基极电阻和一个分布式基极-集电极结电容 C_{jc} 。需要引入这些附加的模型参量是基于各种物理上的论据,这里我们将不再涉及到有关的物理细节,有兴趣的读者可参阅本章末列出的有关资料。把静态 Gummel-Poon 模型(如图 7.10 所示)转换为包括有二极管电容和 C_{jc} 的动态模型,将简化为如图 7.13 所示的等效电路。

这个电路类似于大信号 Ebers-Moll 模型(如图 7.9 所示),但差别在于基极电阻 R_{BF} 依赖于电流;集电极电流考虑到 Early 效应;以及一个分布式基极-集电极结电容 C_{jc} 进入该模型。

在 SPICE 中可调用这两种 BJT 模型,对于 Ebers-Moll,要求有 26 个电路参量的详细说明,而对于 Gummel-Poon,则要求多达 41 个电路参量。通常,BJT 制造商在其数据清单中提供这些参量。令人遗憾的是,人们越来越多遇到的情况是只给出测量到的 S 参量,而不是一般适用的 SPICE 模型参量。由于这些测量值是在特定的频率和确定的偏置条件下记录的,这就要求电路设计工程师对这些数据进行插值,以得到晶体管在特定工作条件下的数据,而后者在数据清单上是找不到的。

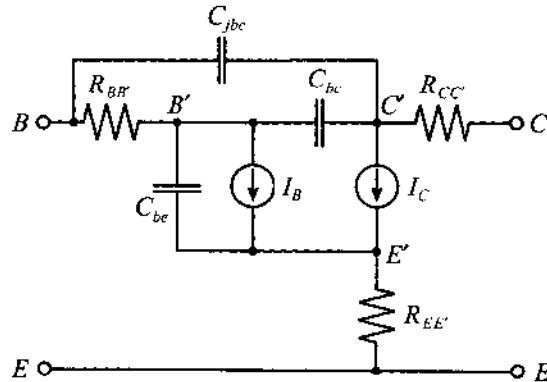
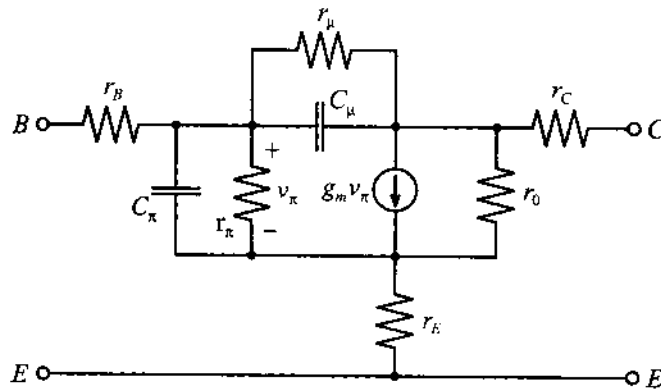


图 7.13 在正向激活模式下的大信号 Gummel-Poon 模型

7.2.2 小信号 BJT 模型

现在容易从大信号 Ebers-Moll 方程导出在正向激活模式下的的小信号模型。为此,将大信号模型(如图 7.9 所示)转化为如图 7.14 中的线性混合 π 模型。

图 7.14 小信号混合 π Ebers-Moll BJT 模型

从图中可以看到,基极-发射极二极管被一小信号二极管模型所取代,而集电极电流源被一电压控制的电流源所代替。为使此模型更加现实,一电阻 r_{μ} 被并联在反馈电容 C_{μ} 上。对此模型可直接建立小信号电路参量,通过在偏置点(或 Q 点)附近对输入电压 V_{BE} 和输出电流 I_C 按小信号 AC 电压 v_{be} 和电流 i_c 作展开如下:

$$V_{BE} = V_{BE}^Q + v_{be} \quad (7.15a)$$

$$I_C = I_C^Q + i_c = I_s \exp[(V_{BE}^Q + v_{be})/V_T] = I_C^Q \left[1 + \left(\frac{v_{be}}{V_T} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{be}}{V_T} \right)^2 + \dots \right] \quad (7.15b)$$

对上述幂级数作截断处理,保留到线性项,就找到小信号集电极电流如下:

$$i_c = \left(\frac{I_C^Q}{V_T} \right) v_{be} = g_m v_{be} \quad (7.16)$$

其中引入了跨导,它由下式定义:

$$g_m = \left. \frac{dI_C}{dV_{BE}} \right|_Q = \left. \frac{d}{dV_{BE}} I_S e^{(V_{BE}/V_T)} \right|_Q \approx \frac{I_C^Q}{V_T} \quad (7.17)$$

而在工作点的小信号电流增益为:

$$\beta_F \Big|_Q = \frac{dI_C}{dI_B} \Big|_Q = \beta_0 \quad (7.18)$$

通过数学中的连锁法则,确定输入电阻为:

$$r_\pi = \left. \frac{dV_{BE}}{dI_B} \right|_Q = \left. \frac{dI_C}{dI_B} \right|_Q \left. \frac{dV_{BE}}{dI_C} \right|_Q = \frac{\beta_0}{g_m} \quad (7.19)$$

对于输出电导,有:

$$\frac{1}{r_o} = \left. \frac{dI_C}{dV_{CE}} \right|_Q = \left. \frac{d}{dV_{CE}} \left(I_S e^{V_{BE}/V_T} \left[1 + \frac{V_{CE}}{V_{AN}} \right] \right) \right|_Q \approx \frac{I_C^Q}{V_{AN}} \quad (7.20)$$

上式中包括了 Early 效应,由于耗尽层长度扩增到了基极,这也称之为基极宽度调制。

由图 7.13 直接可见,在端点 $B'-C'-E'$ 内,这一模型在其最简单形式下化为静态情况,而在略去集电极-发射极电阻下则成为我们熟悉的低频晶体管模型。这里输出电流可简单地用输入电压 v_{be} 表示如下:

$$i_c = \frac{v_{be}}{r_\pi} + g_m v_{be} = (1 + g_m r_\pi) \frac{v_{be}}{r_\pi} = (1 + \beta_0) \frac{v_{be}}{r_\pi} \quad (7.21)$$

附加的小信号 BJT 模型经常被展开成另一种以 h 参量为基础的网络表示。比方说,如果我们回想起 h 参量的定义,并把它们用到共发射极结构的 BJT 上,则得到:

$$v_{be} = h_{11} i_b + h_{12} v_{ce} \quad (7.22)$$

$$i_c = h_{21} i_b + h_{22} v_{ce} \quad (7.22)$$

它被编写成如图 7.15 的一般形式。

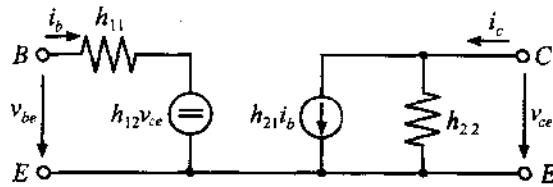


图 7.15 有双源的一般 h 参量 BJT 的表示法

上式中 h 参量的下标表示为:11 \Rightarrow 输入,12 \Rightarrow 反向,21 \Rightarrow 正向,22 \Rightarrow 输出。各个参量可通过以下关系式计算:

$$h_{11} = \left. \frac{v_{be}}{i_b} \right|_{v_{ce}=0} \quad \text{输入阻抗} \quad (7.24a)$$

$$h_{21} = \left. \frac{i_c}{i_b} \right|_{v_{ce}=0} \quad \text{正向电流增益} \quad (7.24b)$$

$$h_{12} = \left. \frac{v_{be}}{v_{ce}} \right|_{i_b=0} \quad \text{反向电压增益} \quad (7.24c)$$

$$h_{22} = \left. \frac{i_c}{v_{ce}} \right|_{i_b=0} \quad \text{输出导纳} \quad (7.24d)$$

这里我们注意到 h_{12} 代表输出电压“反馈”到输入电压作为部分电压控制电压源的响应。相反 h_{21} 则模拟输入“前馈”到输出(或增益)作为部分电流控制电流源的响应。输出到输入的反馈可通过反向偏置集电极-基极结电容 C_{cb} (通常其量级为 $0.1 \sim 0.5 \text{ pF}$) 和一电阻 r_{cb} (其值在几 $\text{M}\Omega$ 范围) 来模拟。所以, 对于低频和中等频率(直到约 50 MHz), 这种反馈可放心地忽略掉。而在 GHz 量级频率范围, 它会极度地影响 BJT 工作。

如果反馈电阻 r_{cb} 被略去, 将导致高频电路模型如图 7.16 所示。在这图中还给出了其转换电路, 其中原来的反馈电容 C_{cb} 转换成在输入和输出两边的 Miller 电容。Miller 效应使我们能够通过反馈电容的重新分布把输入端从输出端去耦, 如例题 7.3 所示。

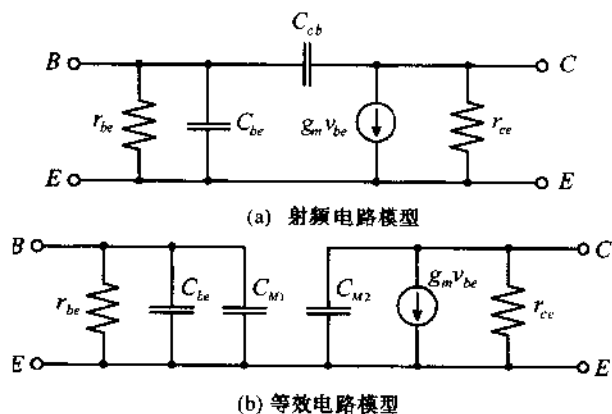
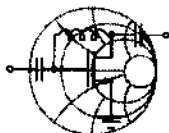


图 7.16 小信号 RF 电路模型及利用 Miller 效应的转换电路模型



例题 7.3 Miller 效应

证明反馈电容 C_{cb} 可表示成在输入端的 $C_{M1} = C_{cb}(1 - v_{ce}/v_{be})$ 和在输出端的 $C_{M2} = C_{cb}(1 - v_{be}/v_{ce})$ 。假定输入和输出电压近似是常数, 并记住在共发射极结构时 v_{ce} 是负的。

解: 我们需确信图 7.17 中所示的两种电路是等效的。

取输出和输入的电压差并除以反馈阻抗, 可求出电流 I_p :

$$I_p = (V_1 - V_2)/Z_{12}$$

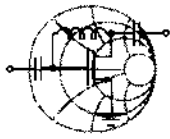
而关于等效输入和输出阻抗 Z_{11} 和 Z_{22} 有如下表示式:

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_p} = \frac{Z_{12} V_1}{(V_1 - V_2)} = Z_{12} (1 - V_2/V_1)^{-1}$$

和

$$Z_{22} = \frac{V_2}{(-I_p)} = \frac{Z_{12} V_2}{(V_2 - V_1)} = Z_{12} (1 - V_1/V_2)^{-1}$$

RF & MW



并指定 $Z_{12} = 1/(j\omega C_{cb})$, $Z_{11} = 1/(j\omega C_{M1})$, $Z_{22} = 1/(j\omega C_{M2})$, 和 $V_1 = v_{be}$, $V_2 = v_{ce}$, 就找出了等效电容:

$$C_{M1} = C_{be}(1 - v_{ce}/v_{be}) \quad (7.25)$$

和

$$C_{M2} = C_{bc}(1 - v_{be}/v_{ce}) \quad (7.26)$$

通过计算得出与一常数电压放大倍数 v_{ce}/v_{be} 有关的等效电容, 可实现输入端从输出端的去耦。

直接与 BJT 频率性能有关的另一重要因素是短路电流增益 $h_{fe}(\omega)$, 它隐含着如图 7.18 中所示的集电极与发射极的联系。

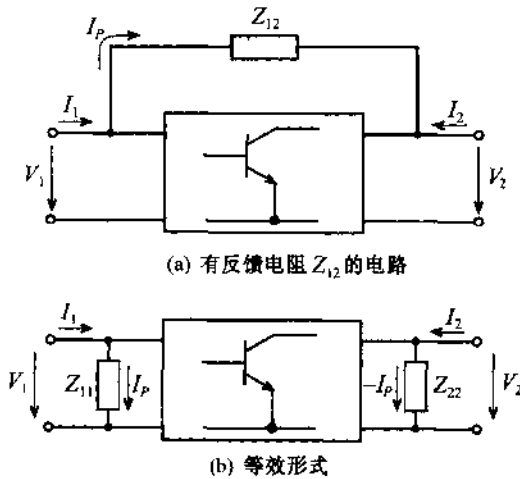


图 7.17 反馈阻抗的 Miller 变换

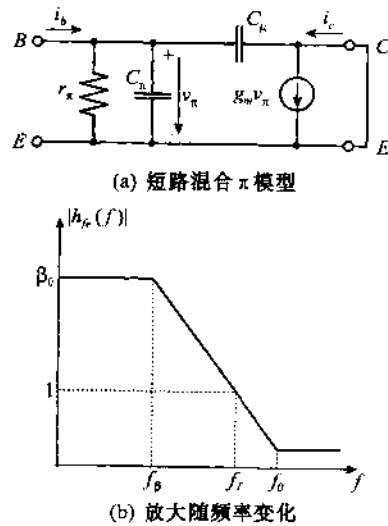


图 7.18 BJT 模型中的短路电流增益

因为输出是短路的, 这样 $v_{ce} = 0$, Miller 效应则不在分析之中。通过计算集电极电流对基极电流之比, 求出 $h_{fe}(\omega)$ 如下:

$$h_{fe}(\omega) = \frac{i_c}{i_b} = \frac{g_m Z_{in}(1 - j\omega C_{\mu}/g_m)}{1 + j\omega C_{\mu} Z_{in}} \quad (7.27)$$

这里 $Z_{in} = r_{\pi}/(1 + j\omega r_{\pi} C_{\pi})$ 。把 Z_{in} 代入式(7.27), 并利用式(7.19), 结果有:

$$h_{fe}(\omega) = \frac{\beta_0(1 - j\omega C_{\mu}/g_m)}{1 + j\omega r_{\pi}(C_{\pi} + C_{\mu})} = \frac{\beta_0[1 - j(f/f_0)]}{1 + j(f/f_{\beta})} \quad (7.28)$$

并有最大频率 f_0 和 β 截止频率 f_{β} :

$$f_0 = \frac{g_m}{2\pi C_{\mu}} \quad \text{和} \quad f_{\beta} = \frac{1}{2\pi r_{\pi}(C_{\pi} + C_{\mu})} \quad (7.29)$$

过渡频率 f_{β} 代表在短路输出条件下电流增益为 1(或 0 db)的点。令式(7.28)的绝对值为 1,

求出:

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\beta_0^2 - 1}{r_\pi^2 (C_\pi^2 + 2C_\pi C_\mu)}} \quad (7.30)$$

因为通常有 $\beta_0 \gg 1$ 和 $C_\pi \gg C_\mu$, 可把式(7.30)重写如下:

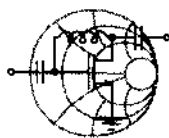
$$f_T \approx \frac{\beta_0}{2\pi r_\pi C_\pi} = \frac{g_m}{2\pi C_\pi} \quad (7.31)$$

正如在第6章中已看到的, 这个频率与发射极-集电极时延有关, 它由与基极、发射极和集电极相关联的各时延组成。 f_T 的另一名称是增益带宽乘积, 在数据清单上, 对于特定的集电极-发射极电压和集电极电流偏置条件, 对此有详细说明。在源处和负载处反射系数为零时所记录下的晶体管功率增益 $|S_{21}|^2$ 可考虑确立为另一个品质因素。这样的条件将在第9章中进行更为详尽的研究。

最后, 讨论一个包括有 BJT 的设计方案, 在这方案中贯穿以下步骤: 决定偏置条件, 确定作为频率函数的输入和输出阻抗, 并把阻抗值转换成相关的 S 参量。用于这例题中的晶体管参量归纳在表 7.3 中。由 MATLAB routine ex7_4.m 提供计算细节。

表 7.3 BJT 晶体管参量

符 号	说 明	典 型 值
β_F	正向电流增益	145
I_S	饱和电流	5.5 fA
V_{AN}	正向 Early 电压	30 V
τ_F	正向渡越时间	4 ps
C_{KN}	外加结电压为零时基极-集电极结电容	16 fF
C_{JEN}	外加结电压为零时基极-发射极结电容	37 fF
m_C	集电极电容渐变系数	0.2
m_E	发射极电容渐变系数	0.35
$V_{diff_{BE}}$	基极-发射极扩散电势	0.9 V
$V_{diff_{BC}}$	基极-集电极扩散电势	0.6 V
r_B	基极体电阻	125 Ω
r_C	集电极体电阻	15 Ω
r_E	发射极体电阻	1.5 Ω
L_B	基极引线电感	1.1 nH
L_C	集电极引线电感	1.1 nH
L_E	发射极引线电感	0.5 nH



RF&MW→

例题 7.4 对一 BJT 设定偏置条件, 确定输入/输出阻抗和计算 S 参量

这个作业是设计一个用于便携式通信系统的放大器。设想该系统以 3.6 V 电池作电源工作。考虑到最大可利用电流和电池寿命, 要求放大器电流应不超过约 10 mA。设定 $V_{CE} = 2$ V 和 $I_C = 10$ mA 作为该晶体管的偏置条件, 而 BJT 的参量则列在表 7.3 中, 由此需要确定混合 π 模型。此外, 必须找出最终的输入/输出阻抗及相应的 S 参量(频率范围在 1 MHz $< f < 100$ GHz)。

解:用开发一个标准分压器偏置网络(示于图 7.19)来开始这一设计。

用电源电压 $V_{CC} = 3.6 \text{ V}$, 预期的集电极 - 发射极电压值 $V_{CE} = 2 \text{ V}$ 和集电极电流 $I_C = 10 \text{ mA}$, 可求出集电极电阻值 R_C 如下:

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C} = 160 \Omega$$

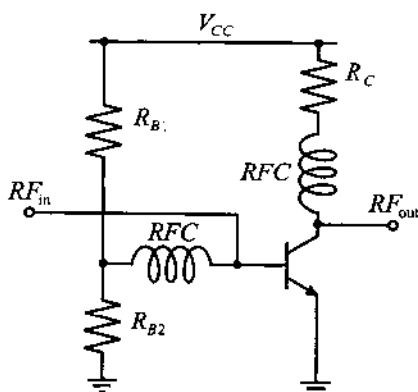


图 7.19 在共发射极配置下的偏置 BJT

在电流增益 $\beta = 145$ 和集电极电流 $I_C = 10 \text{ mA}$ 的基础上, 求出基极电流 $I_B = I_C / \beta = 69 \mu\text{A}$ 。通过电阻 R_{B1} 的电流等于通过电阻 R_{B2} 的电流与 I_B 之和。实用上, 选择 R_{B1} 和 R_{B2} 的值使 I_B 的大小等于通过电阻 R_{B2} 电流的 10%。记住这一点, 基极 - 发射极电压降 V_{BE} 近似等于基极 - 发射极内建电势 $V_{\text{diff}_{BE}}$, 按上面条件求出:

$$R_{B2} = \frac{V_{\text{diff}_{BE}}}{10I_B} = 1\,300 \Omega$$

和

$$R_{B1} = \frac{V_{CC} - V_{\text{diff}_{BE}}}{11I_B} = 3\,560 \Omega$$

现在已预备好作混合 π 模型参量的计算。从方程(7.17) ~ (7.20) 得出 $g_m = I_C / V_T = 386 \text{ mS}$, $r_\pi = \beta_0 / g_m = 375 \Omega$ 和 $r_o = V_{AN} / I_C = 3 \text{ k}\Omega$ 。为求找 C_μ 和 C_π , 需借助于 PN 结分析。因为基极 - 集电极电压为负, 基极 - 集电极电容仅由结电容来确定。从式(7.3)可求出:

$$C_\mu = \frac{C_{JC0}}{(1 - V_{BC} / V_{\text{diff}_{BC}})^{m_C}} = 13 \text{ fF}$$

由于基极 - 发射极电压为正, C_π 是结电容和扩散电容的组合。从式(7.3)并设 $V_{m_E} = 0.5 V_{\text{diff}_{BE}}$, 而有:

$$C_{\pi_{\text{total}}} = \frac{C_{JE0}}{0.5^{m_E}} \left(1 + m_E \frac{V_{BE} - 0.5 V_{\text{diff}_{BE}}}{0.5} \right) = 55 \text{ fF}$$

和

$$C_{\pi_{\text{diff}}} = \frac{I_S \tau_T}{V_T} e^{V_{BE}/V_T} = 1.085 \text{ pF}$$

这样,总的基极-发射极电容是:

$$C_{\pi} = C_{\pi_{\text{junct}}} + C_{\pi_{\text{diff}}} = 1.14 \text{ pF}$$

在确立混合 π 模型的所有参量后,就可以计算在式(7.24)中表述的相应的 h 参量矩阵。其结果只考虑到晶体管管芯混合 π 参量,而没有考虑外接的基极、集电极和发射极电阻以及寄生电感。

为考虑引线的电阻和电感,可使用在第4章中描述的网络分析。具体地说,可把等效晶体管电路分割成4个二端口网络,如图7.20所示。

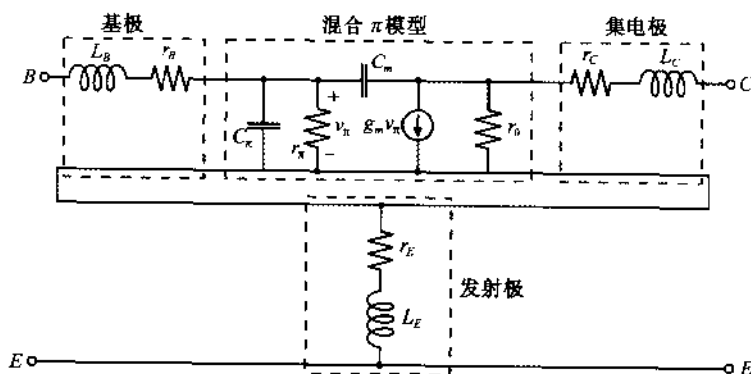


图 7.20 完整的晶体管模型分成 4 个二端口网络

依靠这样的网络分割,可如下继续进行:为得到整个晶体管的 Z 参量,首先把混合 π 模型的 h 参量变换成 $ABCD$ 矩阵表示。其次,变换后的混合 π 模型被乘上基极和集电极引线的 $ABCD$ 矩阵表示。

矩阵方程表示如下:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\pi} = \begin{bmatrix} 1 & r_B + j\omega L_B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{\text{base}} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{h-model}} \begin{bmatrix} 1 & r_C + j\omega L_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{\text{collector}}$$

最后,把晶体管的 $ABCD$ 矩阵表示连同伴随的基极和集电极引线矩阵变换为 Z 参量形式,并把结果所得到的矩阵加到发射极引线的 Z 矩阵上。

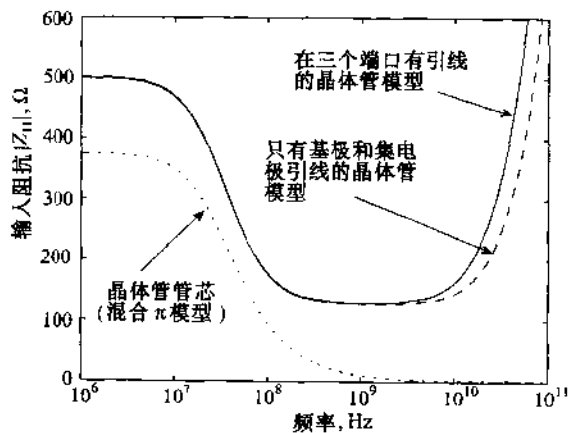
$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}_{\text{trans}} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}_{\pi} + \begin{bmatrix} r_E + j\omega L_E & r_E + j\omega L_E \\ r_E + j\omega L_E & r_E + j\omega L_E \end{bmatrix}_{\text{emitter}}$$

其中系数 Z_{11} 和 Z_{22} 的频率响应示于图 7.21 中。

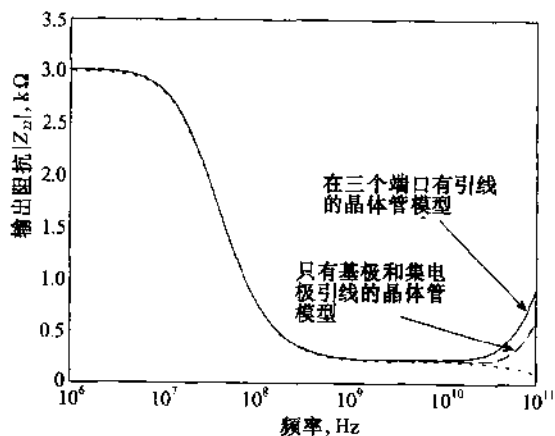
正如从图 7.21(a)所看到的,把引线阻抗加到基本的混合 π 模型后,在低频下由于大的基极电阻而导致输入阻抗有明显增加。在高频下基极和发射极电感的作用变得显著,这时输入阻抗随频率急剧增长。

对于输出阻抗,情况颇为不同。因为基极电阻对 Z_{22} 不起任何作用,输出阻抗实质上不受加入引线的影响,而一直要到很高频率下,电阻 r_o 起主要作用。此后,在更高频率下引线的电感起主要作用。

从晶体管的 Z 参量表示,利用在第4章中的网络变换,可容易地计算 S 参量。结果所得到的晶体管输入反射系数 S_{11} 和增益 S_{21} 表示在图 7.22,分别画出在 Smith 圆图和极坐标图上。



(a) 晶体管的输入阻抗

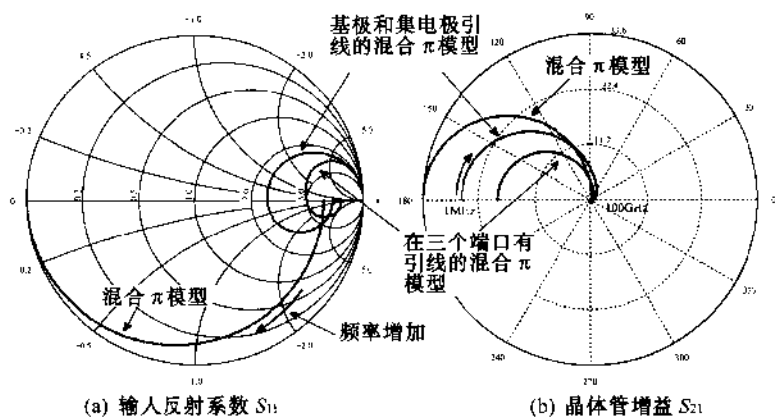


(b) 晶体管的输出阻抗

图 7.21 作为频率函数的输入和输出阻抗

正如在图 7.22(b)中看到的,即使发射极电阻和电感与模型中其他元件值比较时似乎是可忽略的,其引入却导致在整个频率范围内增益的显著下降。这再次表明在 RF 电路中寄生元件的影响。

我们已经展现出从基础的 SPICE 模型的已知工作条件来计算晶体管小信号参量的一种方法。即使是只研究了一个简单的拓扑结构,这一方法可直接应用于更为复杂的内部结构,只需把它拆开成一组互相联系的二端口网络即可。

图 7.22 对不同的模型配置, BJT 的 S_{11} 和 S_{21} 响应

7.2.3 大信号 FET 模型

FET 比起 BJT 来,具有一系列优点,但也存在某些缺点。对一特定电路选择适当的有源器件时,应当考虑到以下与 FET 有关的优点:

- FET 表现出较好的温度性能。
- FET 的噪音特性一般也是优良的。
- FET 的输入阻抗通常是很高的,这对把它用于前置放大器是理想的。
- FET 的漏极电流与 BJT 的指数形式集电极电流相比,它表现为二次泛函特性(这样线性较好)。
- FET 的频率上限常常以一显著的差额超过 BJT 的频率上限。
- FET 的功率消耗较小。

在缺点方面,经常提到的有:

- FET 一般具有较小的增益。
- 由于高的输入阻抗,较为难于构建匹配网络。
- 与 BJT 相比,其功率使用容量偏低。

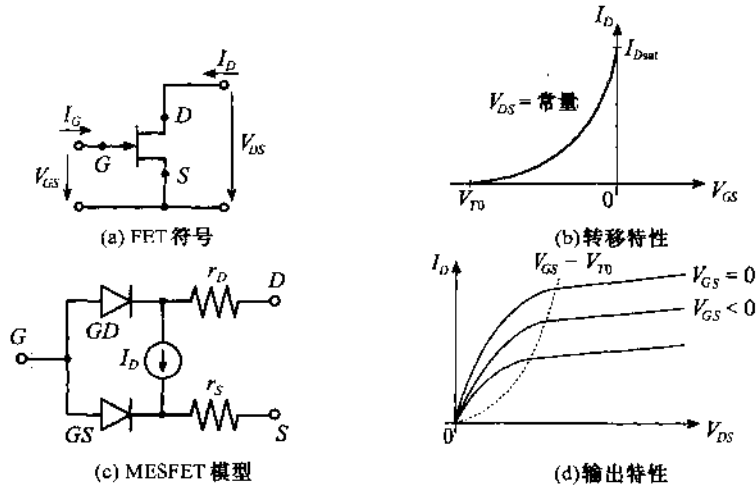
由于新器件概念和加工的改进不断地影响着晶体管性能的各个方面,上述所列是有争议的。

对 FET 的模拟目标,我们将集中在非绝缘栅 FET。被列入这一类中的有 MESFET,常称为 GaAsFET(英文发音为 gasfet),和 HMET。两者都在第 6 章中讨论过。图 7.23 中示有基本的 N 沟道、耗尽型 MESFET 模型(带有负的阈电压)连同其转移和输出特性。

在正向(或正常)工作模式下关键的漏极电流方程由 6.4 节中所阐明的分析方法得出。在那里我们得到过线性和饱和两个区域的漏极电流。这些电流表达式是导出 FET 模型的出发点。

饱和区($V_{DS} \geq V_{GS} - V_{T0} > 0$)

为方便起见,将由式(6.94)给出的饱和漏极电流重复写出如下:

图 7.23 静态 N 沟道 MESFET 模型

$$I_{Dsat} = G_0 \left[\frac{V_p}{3} - (V_d - V_{GS}) + \frac{2}{3\sqrt{V_p}} (V_d - V_{GS})^{3/2} \right] \quad (7.32)$$

如果我们将阈值电压 V_{T0} 和夹断电压 V_p 的组合(换句话说, $V_d = V_{T0} + V_p$)代入式(7.32),得到上式的替换形式:

$$I_{Dsat} = G_0 \frac{V_p}{3} \left\{ 1 - 3 \left(1 - \frac{V_{GS} - V_{T0}}{V_p} \right) + 2 \left[1 - \frac{V_{GS} - V_{T0}}{V_p} \right]^{3/2} \right\} \quad (7.33)$$

对上式的方括号项作二项式展开,并保留到平方项,则式(7.33)可写成:

$$I_{Dsat} = G_0 \frac{V_p}{3} \left(\frac{3}{4} \right) (V_{GS} - V_{T0})^2 \quad (7.34)$$

式(7.34)中的平方项前面的常数因子被组合成传导参量 β_n :

$$\beta_n = \frac{1}{4} \left(\frac{G_0}{V_p} \right) = \frac{\mu_n \epsilon Z}{2Ld} \quad (7.35)$$

这里利用了 6.4 节中已定义过的电导 $G_0 = \sigma Z d / L = \mu_n N_D q Z d / L$ 和夹断电压 $V_p = (q N_D d^2) / (2\epsilon)$ 。如果考虑沟道调制效应,则得到:

$$I_D = \beta_n (V_{GS} - V_{T0})^2 (1 + \lambda V_{DS}) \quad (7.36)$$

这里参量 $\lambda \approx 0.01 \cdots 0.1 \text{ V}^{-1}$ 模拟在饱和区域内随漏极-源电压的增加而使漏极电流的轻微增加,见图 7.23(d)。

线性区 ($0 < V_{DS} < V_{GS} - V_{T0}$)

可以实施与饱和区相同的步骤来处理漏极电流表达式(6.91),得出:

$$I_D = \beta_n [2(V_{GS} - V_{T0})V_{DS} - V_{DS}^2] (1 + \lambda V_{DS}) \quad (7.37)$$

这里再次考虑了沟道调制效应以达到从线性到饱和的平滑过渡。例如,如果 $V_{DS} = V_{GS} - V_{T0}$

(这就是,从线性到饱和的过渡),两者的漏极电流将是等同的。

FET 也能工作在反向(或逆向)模式,只要 $V_{DS} < 0$ 。为完整起见,给出如下两个漏极电流关系式,而不做进一步的讨论。

反向饱和区 ($-V_{DS} \geq V_{GD} - V_{T0} > 0$)

$$I_D = -\beta_n (V_{GD} - V_{T0})^2 (1 - \lambda V_{DS}) \quad (7.38)$$

反向线性区 ($0 < -V_{DS} < V_{GD} - V_{T0}$)

$$I_D = \beta_n [2(V_{GD} - V_{T0})V_{DS} - V_{DS}^2] (1 + \lambda V_{DS})$$

在反向工作下,栅极-漏极二极管(GD)是负偏置的。

只要加上栅极-漏极和栅极-源极电容就可使静态 FET 模型过渡到动态 FET 模型,如图 7.24 所示。在这个模型中还显示出源极和漏极电阻是与源极-栅极和漏极-栅极沟道电阻有关的。在典型情况下是不含栅极电阻的,因为栅极电流虽然明显高于 MOSFET 的情况,但仍可忽略。

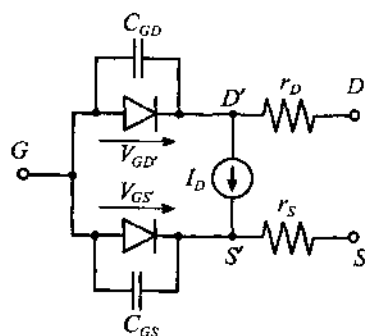


图 7.24 动态 FET 模型

在表 7.4 中概括了 MESFET 的最为密切相关的 SPICE 模拟参量。

表 7.4 MESFET 的 SPICE 模拟参量

符 号	SPICE	说 明
V_{T0}	VTO	阈值电压
λ	LAMBDA	沟道长度调制系数
β	BETA	传导参量
C_{GD}	CGD	零偏置栅极-漏极电容
C_{GS}	CGS	零偏置栅极-源极电容
r_D	RD	漏极电阻
r_S	RS	源极电阻

7.2.4 小信号 FET 模型

小信号 FET 电路可从大信号 FET 模型(如图 7.24 所示)直接推导出。在这模型中我们简

单地用 7.1 节中导出的小信号表示来取代栅极 - 漏极二极管和栅极 - 源极二极管。此外,电压控制的电流源通过一跨导 g_m 和一并联电导 $g_0 = 1/r_d$ 来模拟。该模型可用物理器件对应性连接起来,如图 7.25 所示。

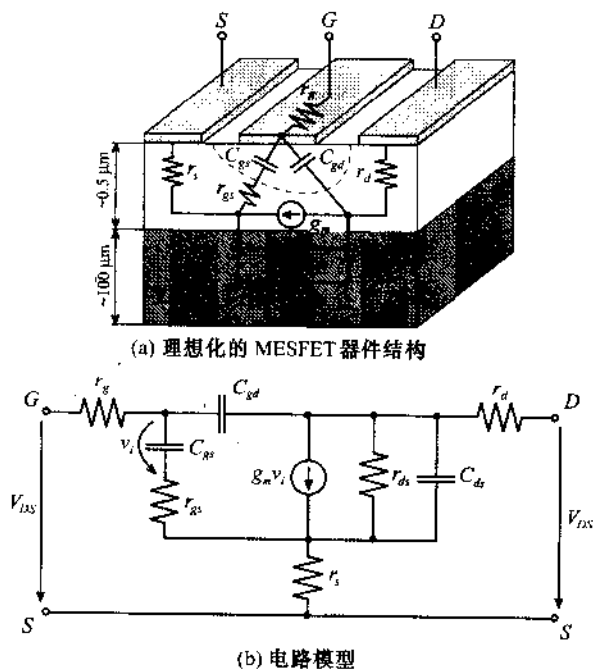


图 7.25 小信号 MESFET 模型

这一模型可用二端口 Y 参量来描述,其形式如下:

$$i_g = y_{11} v_{gs} + y_{12} v_{ds} \quad (7.40a)$$

$$i_d = y_{21} v_{gs} + y_{22} v_{ds} \quad (7.40b)$$

在现实条件下,输入导纳 y_{11} 和反馈电导 y_{12} 都很小,因而可忽略掉。这与栅极电流太小,因而没有什么实际影响这一事实是一致的。然而,在高频工作下这些电容一般要包括进去,结果得到如图 7.26 所示的电路模型。

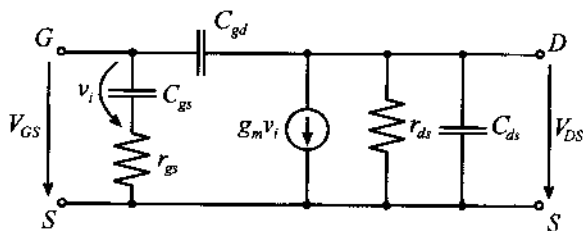


图 7.26 高频 FET 模型

对 DC 和低频工作,图 7.26 中的模型可简化,条件是输入和输出去耦。从漏极电流方程 (7.36) 可容易地计算出正向饱和区的跨导 g_m 和输出电导 g_0 :

$$y_{21} = g_m = \left. \frac{dI_D}{dV_{GS}} \right|_Q = 2\beta_n (V_{GS}^Q - V_{T0})(1 + \lambda V_{DS}^Q) \quad (7.41)$$

$$y_{22} = \frac{1}{r_{ds}} = \left. \frac{dI_D}{dV_{DS}} \right|_Q = \beta_n \lambda (V_{GS}^Q - V_{T0})^2 \quad (7.42)$$

式中 Q 点是工作点,在工作点的 V_{DS}^Q 和 V_{GS}^Q 用加一上标 Q 来表示。

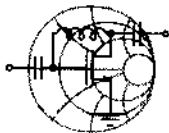
栅极-源极和栅极-漏极电容在确定频率特性中起着决定性作用。对于过渡频率 f_T ,我们必须再次考虑短路电流增益,此时输入电流 I_C 与输出电流的大小相等,或具体表示为:

$$|I_C| = \omega_T (C_{gs} + C_{gd}) |V_{GS}| = |I_D| = g_m |V_{GS}| \quad (7.43)$$

这给出:

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gd})} \quad (7.44)$$

对于低频 FET 应用,主要是由这些电容所决定的放电时间严重地限制了 FET 的频率响应。这与由 6.4.3 小节决定的沟道渡越时间形成对照,后者限制在高频应用下 FET 的工作,如例题 7.5 所示。



例题 7.5 近似确定 GaAs MESFET 的截止频率

一个有黄金栅的 GaAs MESFET 制作成 $1.0 \mu\text{m}$ 长、 $200 \mu\text{m}$ 宽和 $d = 0.5 \mu\text{m}$ 深。已知有以下电性能: $\epsilon_r = 13.1$, $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 和 $\mu_n = 8500 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ 。选择适当的近似处理以找出室温下的截止频率。

解:为了利用式(7.44),需要找出跨导和电容的近似表达式。已知当 $V_{GS} = 0$ 时漏极饱和电流的式(7.33)取极大值,由此可找出跨导 g_m ,其表式如下:

$$g_m = \left. \frac{dI_{Dsat}}{dV_{GS}} \right|_{V_{GS}=0} = G_0 (1 - \sqrt{V_d/V_p})$$

其中对肖特基接触的内建电压 V_d 可从式(6.39)找出如下:

$$V_d = (V_M - \chi) - V_C$$

并有 $V_C = V_T \ln(N_C/N_D) = 0.1 \text{ V}$, $V_M = 5.1 \text{ V}$ 和 $\chi = 4.07 \text{ V}$ 。把这些值代入后得出 $V_d = 0.93 \text{ V}$ 。夹断电压和电导分别为:

$$V_p = \frac{qN_D d^2}{2\epsilon_0 \epsilon_r} = 1.74 \text{ V} \quad \text{和} \quad G_0 = \frac{q\mu_n N_D W d}{L} = 34 \text{ mS}$$

这样, $g_m \approx 9.1 \text{ mS}$ 。把沟道表面积乘以介电常数,再除以沟道厚度可近似计算出电容:

$$C_{gs} + C_{gd} = \epsilon_0 \epsilon_r \left(\frac{WL}{d} \right) = 0.046 \text{ pF}$$

由这些值可最终估算出 f_T 为:

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gd})} = 31.5 \text{ GHz}$$

与在 6.4.3 节中所讨论的 15 GHz 的近似沟道渡越时间截然不同,现在的情况是有较小的 RC 时间常数。换句话说,沟道渡越时间成为 MESFET 高速性能的限制因素。

如果令 $g_m = G_0$, 可对式(7.44)导出一个经常用到的近似公式。其直接的结果为:

$$f_T \approx \frac{q\mu_n N_D d^2}{2\pi\epsilon L^2} \quad (7.45)$$

把此式用到上述例题中,得出 $f_T = 29.3$ GHz, 此值很接近于由计算所得的频率 31.5 GHz。

7.3 有源器件的测量

7.3.1 双极晶体管的 DC 特性

用 Ebers-Moll 方程(7.10)式和(7.11)式来开始我们的分析,重新表示集电极和基极电流如下:

$$I_C = I_S (e^{V_{BE}/V_T} - e^{V_{BC}/V_T}) - \frac{I_S}{\beta_R} (e^{V_{BC}/V_T} - 1) \quad (7.46a)$$

$$I_B = \frac{I_S}{\beta_F} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) + \frac{I_S}{\beta_R} (e^{V_{BC}/V_T} - 1) \quad (7.46b)$$

要通过测量来确定的待定系数是 I_S , β_R 和 β_F 。此外,当 BJT 工作在大的 V_{CE} 时,正向和反向 Early 电压 V_{AN} 和 V_{BN} 成为重要的量。为了把正向和反向电流增益的测量分开,我们采取如图 7.27 所示的两种测量方案。

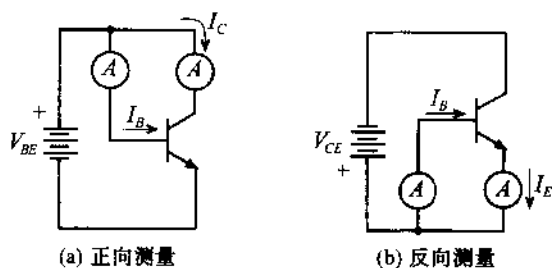


图 7.27 确定 Ebers-Moll BJT 模型参量的正向和反向测量

在正向测量条件下,基极-集电极二极管是短路的 ($V_{BC} = 0$),把式(7.46)简化为:

$$I_C = I_S (e^{V_{BE}/V_T} - 1) \quad (7.47a)$$

$$I_B = \frac{I_S}{\beta_F} (e^{V_{BE}/V_T} - 1) \quad (7.47b)$$

监测作为 V_{BE} 函数的基极和集电极电流,其结果画成曲线示于图 7.28 中。

两种电流值都用对数画出。对足够大的 V_{BE} 值,上两式中括号内的指数项远大于 1。由于有:

$$\ln I_C = \ln I_S + \frac{V_{BE}}{V_T} \quad (7.48a)$$

$$\ln I_B = \ln I_S - \ln \beta_F + \frac{V_{BE}}{V_T} \quad (7.48b)$$

所以对两种电流都得到线性斜率 $1/V_T$ 。

从这两条曲线首先可以外推集电极电流以求得截距 $\ln I_S$ (如图 7.28 所示), 从而可得 I_S 。其次从基极电流外推可得 $\ln I_S - \ln \beta_F$, 由此可确定 β_F 。从图 7.28 可看出: 显然只在很窄的集电极-发射极电压范围内电流增益是常数。而对于低的和高的电流注入, 都发生显著的偏离。Early 效应被表示成集电极电流的线性梯度:

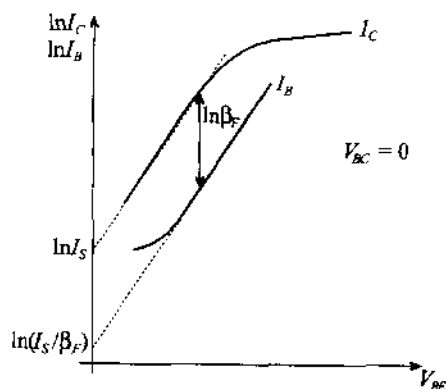


图 7.28 I_C 和 I_B 对 V_{BE}

$$I_C = I_S (e^{V_{CE}/V_T} - 1) \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_{AN}} \right) \approx I_S e^{V_{CE}/V_T} \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_{AN}} \right) \quad (7.49)$$

这使我们能求出 V_{AN} 。图 7.12 给出 I_C 随 V_{CE} 的变化曲线, 对在饱和区中的集电极电流曲线求切线, 切线的延伸线与 V_{CE} 轴在第二象限相交, 此截距即 $-V_{AN}$ 。从图 7.12 还可看出: 对于不同的基极电流, 此截距都是相同的。反向模式参数 β_R 和 V_{BN} 的确定是通过集电极与发射极端口的交换 [见图 7.27(b)], 接着进行如同在正向模式下所做的相同过程来实现的。

7.3.2 双极晶体管的 AC 参量的测量

AC 参量的测量取决于所涉及的模型和所要求的细节, 因而更具挑战性。有分析地引用大信号 Ebers-Moll 或 Gummel-Poon 电路元件是研究工作所尽力积极追求的。就我们的目的而言, 集中于如图 7.29 所示的小信号、低频电路模型。

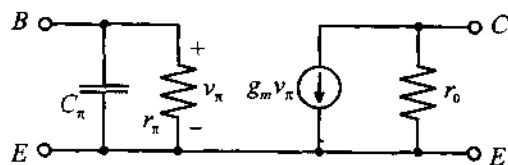


图 7.29 小信号、低频 h 参量表示法

这个模型与表示在图 7.14 的混合 π 模型有联系, 但没有输出反馈 ($h_{12} = 0$) 和电阻影响 $r_B \approx r_E \approx r_C \approx 0$ 。对于在正向激活中的 Q 点, 我们可导出与式 (7.15) ~ 式 (7.20) 相一致的以下参量:

跨导:

$$g_m = \left. \frac{dI_C}{dV_{BE}} \right|_{V_{CE}=0} = \frac{I_C^Q}{V_T} \quad (7.50a)$$

输入电容:

$$C_\pi = \tau_{be} \frac{I_S}{V_T} e^{V_{BE}^Q/V_T} = \tau_{be} \frac{I_C^Q}{V_T} \quad (7.50b)$$

输出电阻:

$$r_\pi = \left. \frac{dV_{BE}}{dI_B} \right|_{V_{CE}^Q} = \left. \frac{v_{be}}{i_b} \right|_{v_{ce}=0} = \frac{\beta_0}{g_m} \quad (7.50c)$$

输出电导:

$$\frac{1}{r_o} = \left. \frac{dI_C}{dV_{CE}} \right|_{V_{BE}^Q} = \frac{I_C^Q}{V_{AN}} \quad (7.50d)$$

这里认为存在 Early 效应时的集电极电流由 $I_C = g_m I_B (1 + V_{CE}/V_{AN})$ 给出。此外, 因为我们选定了正向激活模式, C_π 代表扩散电容, 并有基极-发射极二极管的正向渡越时间 τ_{be} 。

对这一简化的混合 π 模型, 其参量提取从设定所需 Q 点的过程开始, 其结果得 I_C^Q , I_B^Q 和 V_{AN} 。于是一个测量方案将按以下步骤进行:

- 给定结温度下的跨导 $g_m = I_C^Q/V_T$
- DC 电流增益 $\beta_0 = I_C^Q/I_B^Q$
- 输入电阻 $r_\pi = \beta_0/g_m$
- 输出电阻 $r_o = V_{AN}/I_C^Q$
- 输入阻抗 $Z_{in} = (1/r_\pi + j\omega C_\pi)^{-1}$, 它是在特定的角频率下记录的, 由此可求出电容 C_π 。

我们可更简洁地求出过渡频率从而求出 C_π , 而不是用记录输入阻抗来间接地确定 C_π 。注意到在过渡频率 f_T 下, AC 电流增益等于 1:

$$\left| \frac{i_c}{i_b} \right| = \left| \frac{\beta_0}{1 + j\omega_T r_\pi C_\pi} \right| \equiv 1 \quad (7.51)$$

由此就可求出 C_π 。已知由 $\beta \gg 1$ 导出 $f_T \approx \beta_0/(2\pi C_\pi r_\pi)$, 由此得出:

$$C_\pi \approx \frac{\beta_0}{2\pi f_T r_\pi} \quad (7.52)$$

用网络分析仪可以很容易地完成这种处理方法。进行频率扫描, 直到基极电流等于集电极电流为止, 此时式(7.51)得以满足。这样将得到的过渡频率代入式(7.52)可求出 C_π 。



RF & MW

例题 7.6 忽略 Miller 效应下小信号混合 π 参量的提取

— NPN 晶体管工作在 $I_C^Q = 6 \text{ mA}$ 和 $I_B^Q = 40 \mu\text{A}$ 的 DC 偏置下, 记录得到的 Early 电压为 $V_{AN} = 30 \text{ V}$ 。通过网络分析仪测量, 确定在室温下的过渡频率为 $f_T = 37 \text{ GHz}$ 。需要确定的混合 π 参量是 β_0 , r_π , C_π , r_o 和 g_m 。

解: 忽略从输出到输入的反馈, 可直接使用前面所列出的方程而求出 g_m 如下:

$$g_m = \frac{I_C^Q}{V_T} = \frac{6 \times 10^{-3} \text{ A}}{0.026 \text{ V}} = 232 \text{ mS}$$

晶体管的正向 DC 电流增益 β_0 可按集电极电流对基极电流之比简单地求得:

$$\beta_0 = I_C^Q / I_B^Q = 150$$

从已得的 β_0 和跨导 g_m 求出输入电阻为 $r_\pi = \beta_0 / g_m = 647 \Omega$ 。输出电阻是正向 Early 电压对集电极电流之比 $r_o = V_{AN} / I_C^Q = 5 \text{ k}\Omega$ 。最后, 由式(7.52)求出电容:

$$C_\pi = \frac{\beta_0}{2\pi f_T r_\pi} = 1.00 \text{ pF}$$

小信号参量的确定几乎是一个刻板的设计过程。然而, 恒定的正向电流增益经常反映不出晶体管的实际性能。

虽然例题 7.6 可应用于低和中等频率, 但当频率达到 1 GHz 和更高时, 情况变得更为复杂。此时不能忽略 Miller 效应, 并且必须尝试去寻找一种计谋以求得 C_μ 。正如在第 4 章中已讨论过的, 在高频下的电测量, 由于与实现短路和开路条件有关的困难, 不能指望阻抗、导纳或 h 参量的确定。在这些频率下必须求助于 S 参量的测量。以下例题将说明如何使 S 参量能用于求找反馈电容 C_μ 。



RF & MW

例题 7.7 考虑 Miller 效应时小信号混合 π 参量的提取

我们再次考察上一例题, 但这次使用网络分析仪记录在 500 MHz 下以特性阻抗 50Ω 为基础的如下 S 参量:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0.74e^{-j20.7^\circ} & 0.006e^{j82.5^\circ} \\ 9.78e^{j157.2^\circ} & 0.97e^{-j17.8^\circ} \end{bmatrix}$$

目的是求找反馈电容 C_μ 。此外, 还想观察如果不考虑 C_μ 的话对输入和输出阻抗有何影响。

解: 因为 DC 测量不改变, 所以不再重复。对于给定的 S 参量, 利用在第 4 章中描述的矩阵变换, 可以容易地计算出晶体管的输入阻抗:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} = R_{in} + jX_{in} = (77.5 - j24.4) \Omega$$

用对等的电路模型表示输入阻抗,得出下式:

$$R_{in} + jX_{in} = \frac{1}{1/r_{\pi} + j\omega(C_{\pi} + C_{M1})}$$

其中 C_{M1} 是 Miller 变换电容。从上式可解出此电容如下:

$$C_{M1} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{1}{r_{\pi} R_{in}} - \frac{1}{r_{\pi}^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{r_{\pi} R_{in} \omega}} - C_{\pi}$$

这里利用了输入阻抗的实部,而 $\omega = 2\pi f$ 是记录下 S 参量时的角频率。显然,可求出 $C_{M1} = 1.42 \text{ pF} - 1.00 \text{ pF} = 0.42 \text{ pF}$ 。为了计算反馈电容 C_{μ} ,可利用式 (7.25),在此式中集电极-发射极电压对基极-发射极电压之比等于参量 h_{12} 。最后得出 $C_{\mu} = C_{M1}/(1 + |h_{12}|) = 7.22 \text{ fF}$ 。

为计算输入和输出阻抗的频率特性,可首先计算由式 (7.24) 给出的晶体管的 h 参量,然后把它们转换成 Z 参量表示。在图 7.30 中分别画出在有反馈电容和无反馈($C_{\mu} = 0$)时的输入和输出阻抗。

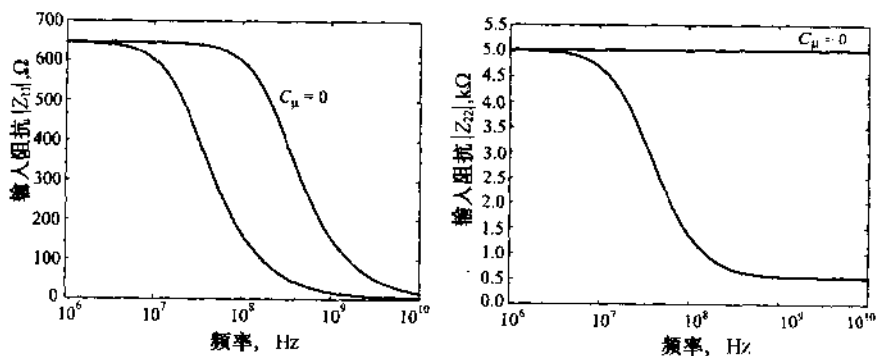


图 7.30 有反馈和无反馈时的输入和输出阻抗

此例题强调出:一旦频率开始超过 100 MHz,要考虑到反馈效应的重要性。

虽然前面的例题是简单的提取实例,但它们传达出一种评价:如果试图提取整套 SPICE 参量,实际情况会变得多么困难。对于非线性大信号电路模型,这是一个需要研究的任务,没有明确的求解方法。因此许多制造商只凭借 S 参量特性。利用适当的测试固定架或夹具并依靠网络分析仪,测量在一定偏置条件和工作频率下的 S 参量,这样的处理方法大为简化了 BJT 特性的确定。

7.3.3 场效应晶体管参量的测量

由于 GaAs MESFET 在许多射频电路中有突出表现,有必要对它的参量提取做较为密切的考察。对于 HMET,因为其电路模型相同,所以我们可以同时处理这两种情况。第 6 章中已导出过在线性区的漏极电流的基本方程,为方便阅读重新写出如下:

$$I_D = \mu_n \frac{\epsilon W}{dL} \left\{ (V_{GS} - V_{T0}) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right\} \approx \beta (V_{GS} - V_{T0}) V_{DS} \quad (7.53)$$

MESFET 与 HEMT 之间仅有的区别在于阈电压 V_{T0} 的定义。具体地说,用肖特基势垒电压 V_d , 夹断电压 V_p 和 HEMT 中异质结构的导带之间的能量差 ΔW_c , 得出以下两个表达式:

$$V_{T0} = V_d - V_p \quad (\text{MESFET}) \quad (7.54a)$$

$$V_{T0} = V_d - \Delta W_c / q - V_p \quad (\text{HEMT}) \quad (7.54b)$$

对于饱和区,当 $V_{DS} = V_{GS} - V_{T0}$ 时,式(7.53)成为二次方程:

$$I_D = I_{Dsat} = \beta (V_{GS} - V_{T0})^2 \quad (7.55)$$

利用式(7.55),由此作出漏极电流的平方根对外加栅极-源极电压 V_{GS} 的变化曲线,就可容易地求出传导参量 β 和阈电压 V_{T0} 。为得出 β 和 V_{T0} ,一个 MESFET 的测量装置示于图 7.31 中。

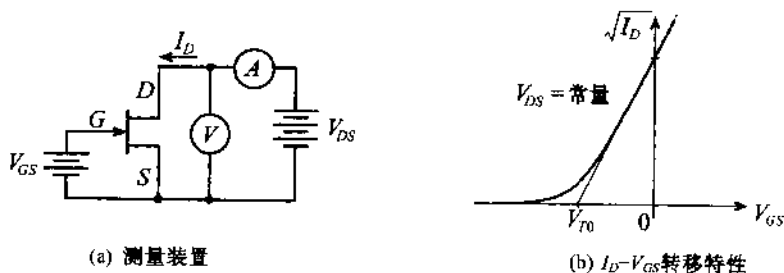


图 7.31 一种测量装置以及在饱和区的转移特性

阈电压是被间接确定的,通过设置两个不同的栅极-源极电压 V_{GS1} 和 V_{GS2} ,而保持漏极-源电压不变,即 $V_{DS} = \text{const} \geq V_{GS} - V_{T0}$,使晶体管工作于饱和区。由两次测量的结果,得出:

$$\sqrt{I_{D1}} = \sqrt{\beta} (V_{GS1} - V_{T0}) \quad (7.56a)$$

$$\sqrt{I_{D2}} = \sqrt{\beta} (V_{GS2} - V_{T0}) \quad (7.56b)$$

这里已假定沟道长度调制效应可忽略;因此所测量的电流接近于由式(7.55)给出的饱和漏极电流。取式(7.56a)对式(7.56b)的比值,并求解 V_{T0} ,得到:

$$V_{T0} = \frac{V_{GS1} - (\sqrt{I_{D1}} / \sqrt{I_{D2}}) V_{GS2}}{1 - \sqrt{I_{D1}} / \sqrt{I_{D2}}} \quad (7.57)$$

下一步把式(7.57)代入式(7.56a),求解出 β 的表达式。如果我们选取 $I_{D2} = 4I_{D1}$,致使式(7.57)简化成为 $V_{T0} = 2V_{GS1} - V_{GS2}$,则求解过程可进一步简化。将简化后的式(7.57)代入式(7.56a),就有 $\beta = I_{D1} / (V_{GS2} - V_{GS1})^2$ 。

7.4 用散射参量表征器件特性

使用合适的测试固定架或夹具,并依靠矢量电压表或网络分析仪,记录与频率和偏置有关的 4 个 S 参量,这种测量极大地简化了对待测器件(DUT)的特性确定。

虽然现今已极少使用矢量电压表去记录 S 参量,它仍然能使我们基本测量过程(也是处于网络分析仪的心脏部分)获得有价值的透彻理解。为此,首先研究矢量电压表测量方法。

它的一般描述见图 7.32 所示,此装置需要有一个射频信号发生器、两个双向定向耦合器、晶体管偏置网络、实物晶体管固定支架和可产生短路和通路条件的配套校正元件。

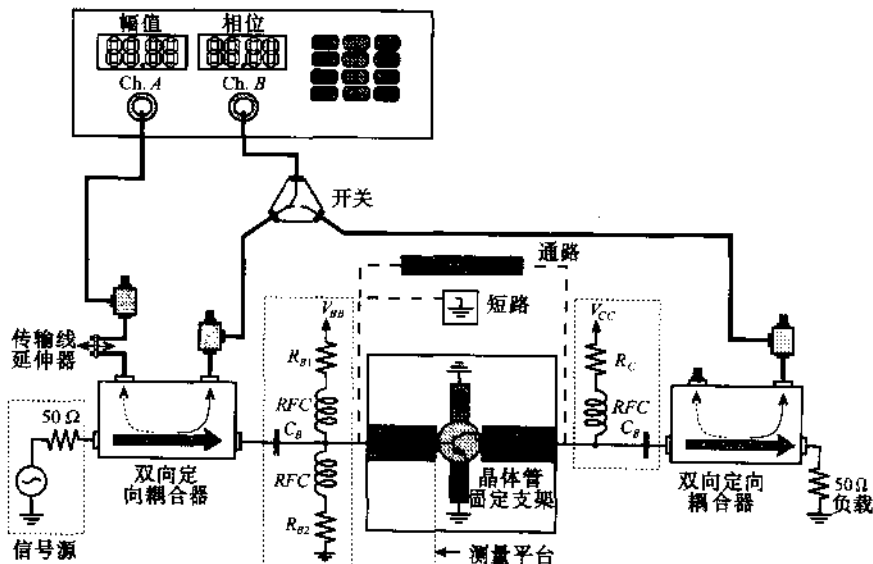


图 7.32 用矢量电压计记录 S 参量

图 7.32 中的双向定向耦合器的功能是把入射波与反射波隔离开。如何完成这一功能,参考图 7.33(图中示出一同轴线耦合器的剖视图)可得到解释。对于来自左边穿越主臂的入射功率,由以 $\lambda/4$ 分隔开的双缝将其能量耦合到标号为 4 的副路径中。在标号为 3 的方向上入射波不产生任何耦合,这是由于来自缝 B 和缝 A 的信号之间有 180° 的相位延迟,将整个波完全抵消了。但是,从 DUT 返回的反射波自右在端口 2 进入耦合器,随后把波能量通过标号为 3 的副路径耦合出去,消去所有离开端口 4 的波。所以,端口 3 提供反射波的输出,而端口 4 记录下入射功率。对于一个定向耦合器,有两个品质因数,即耦合因数 cf 和方向性因数 df 。 cf 的定义如下:

$$cf = 10 \log \left(\frac{P_i}{P_n} \right) \quad (7.58a)$$

它表示在主端口 1 或 2 ($i = 1, 2$) 的功率对副端口 3 或 4 ($n = 3, 4$) 的功率的对数比值。方向性因数 df 定义为:

$$df = 10 \log \left(\frac{P_3}{P_4} \right) \quad (7.58b)$$

是指在以相等的正向和反向功率电平加到主端口 1 和 2 的条件下,在副臂中的功率比。对高的信号分辨力,希望能有大的方向性值。

实际的信号传播路径可在图 7.32 中观察到。这里矢量电压表用信道 A 和信道 B 分别记录来自有源器件输入端的入射和反射功率。取其电压幅值之比得出 $|S_{11}|$ 。为了记录相位角,重要的是得到一个合适的相位参考点。由于此原因,去掉 DUT 而引入短路,以得到相位参考点。为保证相等的路径长度(即从信号源到信道 A 和从短路端到信道 B),用一传输线延伸器来完成必要的调节以达到零相位差。

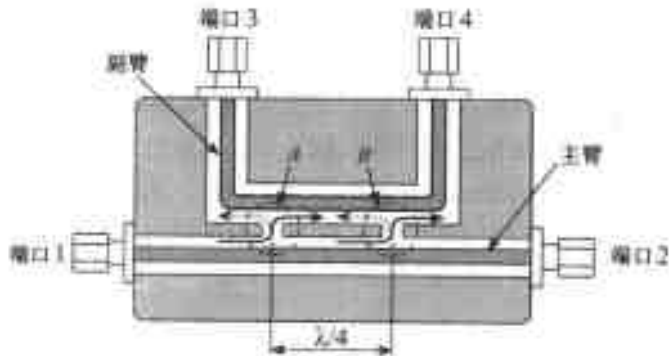
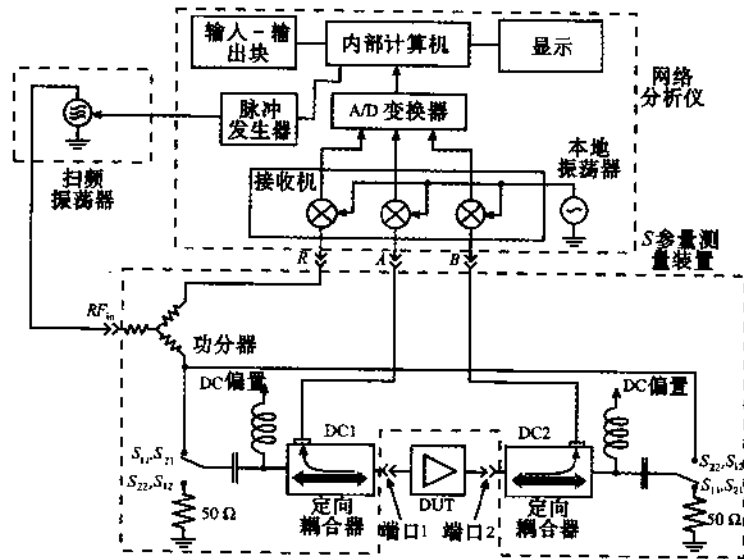


图 7.33 方向耦合器的剖视图及信号路径调整

同一测试装置也可被用来求找正向增益 S_{21} 。用开关把信道 B 转接到位于 DUT 输出侧处的定向耦合器,这样得到输出与输入电压之比,或 $|S_{21}|$ 。此时相位调整要求用一段通路元件来取代 DUT,然后再次用传输线延伸器使信号路径相等。其余两个 S 参量,即 S_{22} 和 S_{12} 可通过使 DUT 夹具倒换,并转接偏置网络来进行测量。正如图 7.32 示意的, S 参量的测量与设置适当的偏置(或 Q 点)和信号源的频率有关。其结果可生成一大族范围宽广的参量曲线。

更为常用的方法中采用网络分析仪而不是使用矢量电压表。这种仪器能够处理单端口或双端口 RF 网络的幅值和相位。图 7.34 给出了一个简化的框图以突出其功能性。

图 7.34 带有 S 参量测试装置的网络分析仪框图

网络分析仪的优点在于:所有分立的功能单元(与矢量电压表的测量过程相关联)被合并组成单一的仪器,可对 RF 或 MW 器件进行完全自动测试。仪器的运行是由一扫频 RF 振荡器把 RF 信号加到定向耦合器上。在正向,参考信道 R 记录入射功率波,而信道 A 通过定向耦合器 1(DC1)提供 S_{11} 参量。与此同时,通过定向耦合器 2(DC2)记录 S_{21} 参量。把开关切换到反向,参考信道 R 记录进入到 DUT 的端口 2 的入射功率,此时信道 B 记录 S_{22} 而信道 A 给出 S_{12} 。

这种布置允许在校正和测试条件之间实现电子转接,可记录整个 S 参量组而无需调换测试夹具。一个中频混频和放大级把信号馈送到模拟-数字(A/D)转换单元,随后进入到微型计算机和显示系统中。计算机为用户提供计算出的 S 参量(幅值和相位),连同给出这样一些处理后的参量:群时延、回程和插入损耗、电压 SWR、输入和输出阻抗以及许多附加特征量。

计算机系统可用软件补偿由测试装置引入的许多缺陷。关于这一点,可回想在 4.4.7 小节中通过直通-反射-传输线(TRL)技术来记录 S 参量的情况。有一系列校正方案被提出,用以补偿由测量过程引入的各种误差源,而这只是其中之一。

7.5 小结

有源器件的电路模型构成绝大多数 CAD 软件包的主干。这些电路的范围包括从简单的线性电路到很复杂的大信号模型。具体地说,一个考虑到温度影响的多可调参量 BJT SPICE 模型可以包括有 40 个可调整的参量,确定这些参量是一项使人望而生畏的工作。

在这一章中我们回顾了多可调参量二极管模型,它被用来模拟常规的 PN 结二极管和肖特基二极管。结电容、扩散电容和与温度有关的饱和电流是构成该模型的关键要素。通过确认偏置点(或 Q 点),并只考虑小信号响应,我们得出线性二极管模型,其微分电导和扩散电容为:

$$G_d = \frac{1}{R_d} = \left. \frac{dI_D}{dV_A} \right|_{V_Q} = \frac{I_Q}{nV_T} \text{ 和 } C_d = \frac{I_Q \tau_T}{nV_T} e^{V_Q/(nV_T)}$$

二极管模型被用作基本结构单元去开发最初由 Ebers 和 Moll 提出的多可调参量静态 BJT 模型。通过简化基本的 Ebers-Moll 方程说明了诸如正向激活模式和反向激活模式的问题。从注入模型出发,把 Ebers-Moll BJT 方程转成传输表示法,随之成为在正向激活模式下的多可调参量 BJT 模型。对 Ebers-Moll 模型做附加的改进和修正,将导致更为复杂的 Gummel-Poon 模型,其大信号正向激活模式电路表示在图 7.13 中。对于小信号表示,混合 π 形是多可调参量 Ebers-Moll 表示的一种流行的线性化方法。在给定的集电极电流工作点下,混合 π 形参量的计算如下:

$$g_m = I_C^Q / V_T, \tau_\pi = \beta_0 / g_m, \beta_F|_Q = \beta_0, \text{ 和 } 1/r_o = I_C^Q / V_{A0}$$

在高频工作下,输入和输出端口之间的电容耦合明显影响到晶体管的工作。考虑到所谓的 Miller 效应,将集电极-基极电容变换成输入和输出电容,这样使我们能再次把两个端口分离开。因为引线电感和电阻也影响到高频性能,我们通过一详尽的设计计划,在其他多个主题中专门来研究当频率增加时,输入和输出阻抗是如何受影响的。

其次,把注意力指向 FET 电路模型,特别是与高频工作有关的 MESFET 和 HEMT。与第 6 章紧密相关,定义了饱和区、线性区、反向饱和区和反向线性区。明确地说,在饱和区中的漏极电流:

$$I_D = \beta_n (V_{GS} - V_{TO})^2 (1 + \lambda V_{DS})$$

和在线性区中的:

$$I_D = \beta_n [2(V_{GS} - V_{TO})V_{DS} - V_{DS}^2] (1 + \lambda V_{DS})$$

构成了静态和动态电路模型的基础。特别感兴趣的是小信号低频和高频 FET 模型。截止频率使我们可定量地确定器件的频率极限。在低到中等频率下,电容的放电时间决定着频率性能,而对很高速运用时,沟道渡越时间成为限制因素。

最后,我们讨论有源器件的一些电参量。对 BJT 的 DC 特性,我们可主要依靠集电极电流和基极电流作为基极-发射极电压的函数这一特性。从这些特性曲线得到饱和电流、电流增益和 Early 电压。AC 参量的测量是一项更为艰巨的工作,并且只有线性混合 π 模型使我们能有按方程(7.50)所概述的一套刻板程序的方法。对 FET 模型的特性的描述遵从一条类似于 DC BJT 模型中所概述的途径,包括记录漏极电流对栅极-源极电压的变化关系。

在许多情况下,对于 BJT 和 FET 两者, S 参量表示法是在给定偏置和工作频率下表征有源器件的最为通常的方法。为此,或用矢量电压表,或用网络分析仪来记录待测器件(DUT)的输入/输出功率波。用矢量电压表进行测量需要定向耦合器、信号源、开关以及一个正向和反向测量方案。利用将 S 参量测量装置连接到网络分析仪的三个信道的方法,这些都可实现自动化。在特定的偏置条件和工作频率下,对 S_{11} , S_{22} , S_{21} 和 S_{12} 所记录的数据,一般说,对电路设计者提供了足够的数据以表征器件的特性。

参考文献

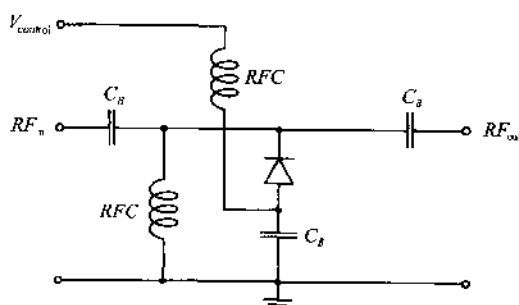
- P. Antognetti and G. Massobrio, *Semiconductor Device Modeling with SPICE*, McGraw-Hill, New York, 1988.
- J. J. Ebers and J. L. Moll, "Large-Scale Behaviour of Junction Transistors," *Proc. of IRE*, Vol. 42, pp. 1761 - 1778, December 1954.
- H. K. Gummel and H. C. Poon, "An Integral Charge Control Model of Bipolar Transistors," *Bell System Tech. Journal*, Vol. 49, pp. 827 - 851, 1970.
- T.-H. Hsu and C. P. Snapp, "Low-Noise Microwave Bipolar Transistor with Sub-Half-Micrometer Emitter Width," *IEEE Trans. on Electron Devices*, Vol. ED-25, No. 6, June 1978.
- E. S. Yang, *Microelectronic Devices*, McGraw-Hill, NY, 1988.

习题

- 7.1 一硅 PN 结二极管在 $T = 300\text{ K}$ 下有如下参量: $I_s = 5 \times 10^{-15}\text{ A}$, $n = 1.2$, $T = 100\text{ ps}$ 和 $R_s = 10\ \Omega$ 。设二极管工作所处的偏置条件是使外加结电压保持在 0.7 V , 求在温度从 200 K 到 450 K 范围内的微分电阻和二极管电容。
- 7.2 一 PN 型二极管的反向饱和电流在 $T_j = 25\text{ }^\circ\text{C}$ 时为 $I_s = 0.01\text{ pA}$, 并有发射系数为 1.6。对于 $120\text{ }^\circ\text{C}$ 的结温度, 求找在外加二极管电压 $V_A = 0.8\text{ V}$ 时的反向饱和电流和二极管电流 I_D 。
- 7.3 对一从事电路制作的工程师来说, 其任务是得到肖特基二极管的模型参量。从测量确定出饱和电流 $I_s = 2\text{ pA}$ 。为得到其余参量(n 和 τ_T), 工程师决定利用二极管的微分电容。假定在室温下的电测量所指明的扩散电容 C_d 值为: 当外加结电压 $V_A =$

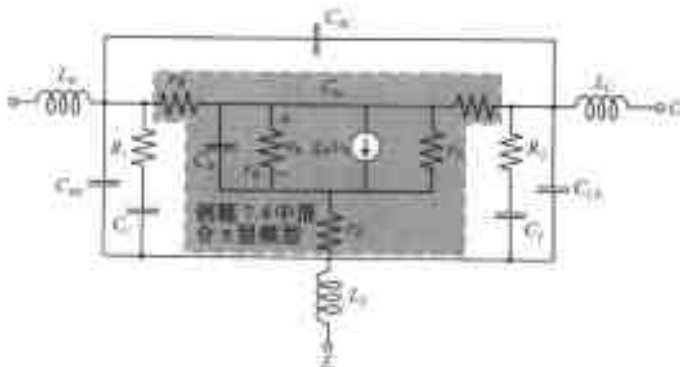
0.5 V 时为 $C_d = 0.329$ pF, 而当 $V_d = 0.7$ V 时为 $C_d = 0.371$ pF。求出发射系数 n 和渡越时间 τ_T 。

- 7.4 一个有金接触的 GaAs 肖特基二极管工作在 80 mA 下。以下参量是在 300 K 下给出的: $\tau_T = 40$ ps, $R_s = 3$ Ω , $n = 1.2$, $I_s = 10^{-14}$ A。(a)画出小信号阻抗的幅值在频率从 1 MHz 到 5 GHz 范围内的变化曲线。(b)对温度为 400 K 时,重复进行计算。
- 7.5 PIN 二极管的配置示于下图。当控制电压或等于 +1 V 或等于 -1 V, 而频率范围从 1 MHz 到 10 GHz, 计算出电路的 S 参量。其二极管模型参量是: $I_s = 5 \times 10^{-15}$ A, $n = 1.2$, $\tau_T = 100$ ps, $m = 0.5$, $C_{j0} = 10$ pF, $V_{diff} = 0.7$ V 和 $R_s = 10$ Ω 。环境工作温度 $T = 300$ K, 且设置隔直流电容 C_B 和 RFC 为无限大。

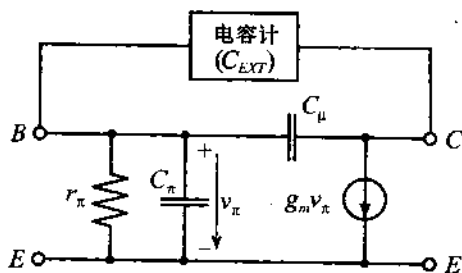


- 7.6 当温度从 -20 $^{\circ}\text{C}$ 到 80 $^{\circ}\text{C}$ 变化时, 确定一理想硅 PN 结二极管的正向偏置电压的变化。假定电流保持常数, 在 $T = 300$ K 下初始偏置电压为 0.7 V。
- 7.7 求理想 PN 结二极管的最高工作频率, 其参量给出在例题 7.1 中。最高频率可基于二极管的 RC 常数估算出。
- 7.8 考虑 3 个理想的 PN 结二极管, 其参量除了带隙能之外都是相同的。如果每一种情况的外加电压都相同, 而二极管分别用 Ge, Si 和 GaAs 制成, 求找这 3 个二极管的正向偏置电流之比。
- 7.9 在一 NPN BJT 中, 端点基极电流被限制为零(开路条件)。假定器件工作在室温下, 并有 $\alpha_F = 0.99$ 和 $\alpha_R = 0.05$ 。采用大信号 Ebers-Moll 模型, 求找作为外加集电极-发射极电压 V_{CE} 函数的基极-发射极电压。
- 7.10 用其集电极电流来表示一双极结晶体管的跨导 g_m 。把这表达式与 PN 二极管的微分电阻表达式作比较。
- 7.11 对于在图 7.16 给出的小信号晶体管模型, 证明其输入 Miller 电容可写作如下式: $C_{M1} = (1 + g_m r_{ce}) C_{\mu}$ 。此外, 求出此公式仍然能适用的工作频率的上限。
- 7.12 对于混合 π 形 BJT 模型, 画出频率从 10 MHz 到 10 GHz 范围内短路电流增益 h_{fe} 的变化曲线。假定在集电极偏置电流为 20 mA 和 $T = 300$ K 时有以下参量: $\beta_0 = 140$, $C_{\mu} = 0.1$ pF 和 $C_{\pi} = 5$ pF。
- 7.13 在例题 7.4 中讨论了微波晶体管分析的相对复杂的情况, 在那里计入了与寄生元件(诸如引线电感和电阻)相关联的效应。在绝大多数实际应用中, 由于制造商在晶体管外壳中所引入的内部匹配和稳定性网络的存在, 使情况甚至更加复杂。对于下图所示的内部电路, 计算在频率从 100 MHz 到 20 GHz 范围内的 S 参量。

已知以下各元件值: $R_1 = 25 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $C_1 = C_2 = 0.2 \text{ pF}$, $C_{BE} = C_{CE} = 0.1 \text{ pF}$ 和 $C_{BC} = 10 \text{ fF}$ 。并设在混合 π 形模型中, 偏置条件及所有电感和元件的值都与例题 7.4 中的相同。

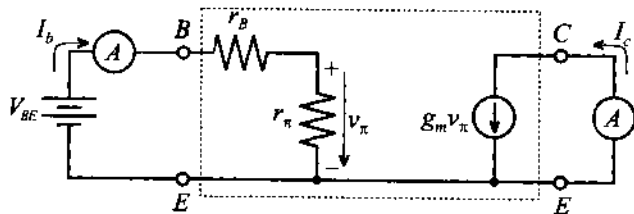


- 7.14 在混合 π 形 BJT 模型中确定电容 C_μ 的一个捷径是在基极和集电极之间进行电容测量, 如下图:



如果频率足够低, 致使 $1/(\omega C_\mu) \gg r_B$, 我们可直接把外测电容与反馈电容 C_μ 联系起来。通过证实电压 v_π 为零以及 r_π , C_π 和 g_m 不会影响测量结果, 从而说明这是正确的。假如一精确的仪器测量出在 1 MHz 下外部电容 $C_{\text{ext}} = 0.6 \text{ pF}$, 问: r_B (其典型值在 $25 \sim 200 \Omega$ 之间) 能否被忽略?

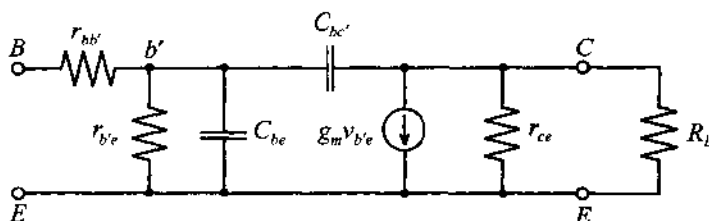
- 7.15 对于混合 π 形模型, 需要从低频测量 (此时可忽略 C_μ 和 C_π) 中找出参量 r_π , r_B 和 g_m 。给出如下的测量安排:



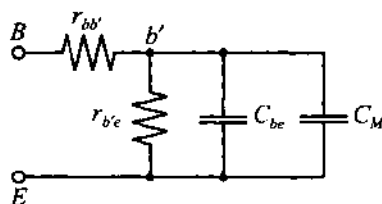
在工作点和室温 (25°C) 下我们记录得到 DC 基极电流 $I_B = 100 \mu\text{A}$ (在基极 - 发射极电压 $V_{BE} = 11.8 \text{ V}$ 时), 以及短路集电极电流 $I_C = 25 \text{ mA}$ 。

- 7.16 一小信号 BJT 模型有如下参量: $g_m = 40 \text{ mS}$, $f_T = 600 \text{ MHz}$, $h_{21} = 100$, $r_o = 2.5 \text{ k}\Omega$,

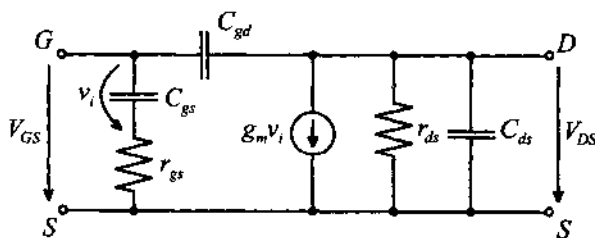
$r_{bb'} = 125 \Omega$ 和 $C_{bc} = 2 \text{ pF}$ 。一负载电阻 $R_L = 50 \Omega$ 连接如下图。



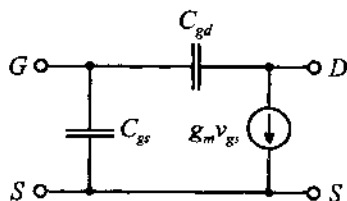
假定 $V_L \approx -g_m V_{b'e} R_L$, 求当电路能被近似成下图时的 Miller 电容 C_M 。



- 7.17 忽略在例题 7.4 所描述的晶体管中的所有寄生元件, 包括基极、发射极和集电极电阻, 求出最高频率 f_0 , β 截止频率 f_β 和过渡频率 f_T 。
- 7.18 对于一个在共基极配置下的 BJT, 忽略基极、发射极和集电极电阻 (r_B , r_E 和 r_C), 得出其 h 参量表示。
- 7.19 对以下图中的高频 FET 模型, 导出其 h 参量表示。

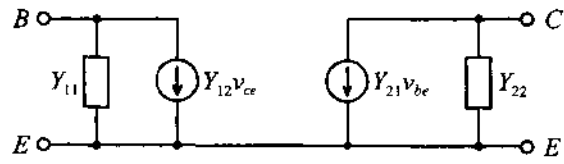


- 7.20 采用在习题 7.19 中给出的等效电路, 导出其在共栅极配置下 FET 的 h 参量表示。
- 7.21 对于习题 7.19 中的 FET 电路模型, 求找通过用等效的 Miller 电容置换 C_{gd} 后的等效输入和输出阻抗。问在何种条件下这种近似是有效的?
- 7.22 对于下图所示的简化 FET 模型, 确定其电容 C_{gs} , C_{gd} 和 g_m 。

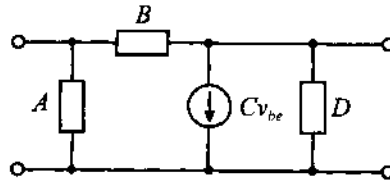


证明对于低频工作情况, 它足以用来记录在短路条件下的漏极电流和栅极-源极电压。进而, 设计出一个可估算 C_{gs} 和 C_{gd} 的测量方案。

- 7.23 FET 模型经常用 Y 参量给出, 其一般电路图表示如下:



把这模型转换成 π 网络, 并确定其系数 A, B, C 和 D (见下图)。



- 7.24 对习题 7.16 中的模型参量, 画出截止频率 f_T 作为负载电阻 (变化范围从 $10\ \Omega \leq R_L \leq 200\ \Omega$) 函数的变化曲线。

第 8 章 匹配网络和偏置网络

我们在第 2 章中曾指出,要实现最大的功率传输,必须使负载阻抗与源阻抗相匹配。实现上述匹配的通常做法是在源和负载之间再插入一个无源网络。这种无源网络通常被视为匹配网络。然而,他们的功能并不仅限于为实现理想功率传输而在源和负载之间进行阻抗匹配。事实上,许多实际的匹配网络并不是仅仅为减小功率损耗而设计的,他们还具有其他功能,如减小噪声干扰、提高功率容量和提高频率响应的线性度等。通常认为,匹配网络的用途就是实现阻抗变换,就是将给定的阻抗值变换成其他更合适的阻抗值。

在本章中我们将要讨论的主要内容是利用无源匹配网络进行阻抗变换的技术。重点是确保在源和负载之间形成最小反射,而将所有其他因素,如噪声系数、线性度等留在第 9 章中讨论。

我们首先讨论分立元件网络,这种网络容易分析,并可以在 GHz 频段的低端及更低的频段使用。然后,我们再分析、设计采用微带线和微带短截线等分布参数元件实现的匹配网络。这类网络特别适合于工作在 1 GHz 以上频段,以及对电路垂直方向尺度有特殊要求的场合,如射频集成电路设计方面。

为了简化分析并使设计方法更加直观,我们将把 Smith 圆图作为主要设计工具而在本章中广泛使用。

8.1 分立元件的匹配网络

8.1.1 双元件的匹配网络

在一般情况下,工程设计所追求的两个主要目标:第一是满足系统要求,第二是采用最低的成本和最可靠的方法实现第一个目标。成本最低且可靠性最高的匹配网络往往就是那些元件数目最少的网络。

本小节的内容就是分析和设计这类最简单、可行的匹配网络,即所谓双元件网络,或者根据其元件拓扑结构而称为 L 形网络。这种网络采用两个电抗性元件将负载阻抗(Z_L)变换为需要的输入阻抗(Z_{in})。这两个元件与负载阻抗及源阻抗一起,可以构成图 8.1 所示的并联或串联电路,图中画出了电容和电感的 8 种可能连接方式。

我们在设计匹配网络时有两种方法可供选择:

1. 采用解析方法求出元件的值。
2. 利用 Smith 圆图作为图解设计工具。

第一种方法可以得到非常精确的结果,并适合于采用计算机仿真。然而,由于第二种方法不需要复杂的计算,因而更加直观,容易验证,对于初步设计也比较省时。下面的例题详细介绍了如何使用解析方法设计一个特定的 L 形匹配网络。

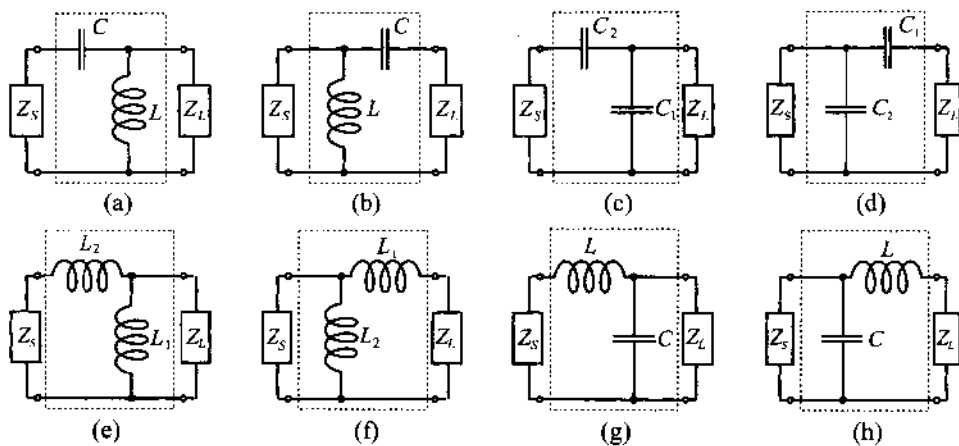


图 8.1 分立元件匹配网络的 8 种电路结构

**例题 8.1** 设计 L 形匹配网络的解析方法

已知晶体管在 2 GHz 频率点的输出阻抗是 $Z_T = (150 + j75) \Omega$ 。请设计一个如图 8.2 所示的 L 形匹配网络,使输入阻抗为 $Z_A = (75 + j15) \Omega$ 的天线能够得到最大功率。

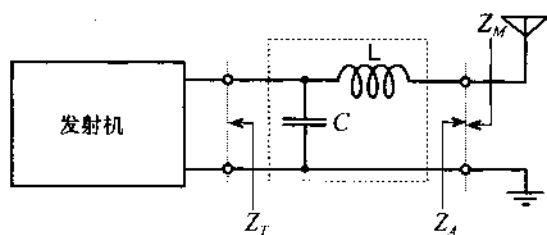


图 8.2 发射机与天线之间的匹配网络

解: 信号源与负载之间实现最大功率传输的条件是信号源阻抗与负载阻抗共轭相等。在我们问题中,即匹配网络的输出阻抗 Z_M 必须等于 Z_A 的共轭复数 [即 $Z_M = Z_A^* = (75 - j15) \Omega$]。

阻抗 Z_M 的值等于 Z_T 与电容 C 并联后再与电感 L 串联:

$$Z_M = \frac{1}{Z_T^{-1} + jB_C} + jX_L = Z_A^* \quad (8.1)$$

其中 $B_C = \omega C$ 是电容器的电纳, $X_L = \omega L$ 是电感器的电抗。将发射机和天线的阻抗表示为实部和虚部的形式(即 $Z_T = R_T + jX_T$ 和 $Z_A = R_A + jX_A$),则(8.1)式可以改写为:

$$\frac{R_T + jX_T}{1 + jB_C(R_T + jX_T)} + jX_L = R_A - jX_A \quad (8.2)$$

将(8.2)式的实部和虚部分开,则可得到两个方程:

$$R_T = R_A(1 - B_C X_T) + (X_A + X_L) B_C R_T \quad (8.3a)$$

$$X_T = R_T R_A B_C - (1 - B_C X_T)(X_A + X_L) \quad (8.3b)$$

解出(8.3a)式中的 X_L 并代入(8.3b)式可得一个关于 B_C 的二次方程,其解为:

$$B_C = \frac{X_T \pm \sqrt{\frac{R_T}{R_A}(R_T^2 + X_T^2) - R_T^2}}{R_T^2 + X_T^2} \quad (8.4)$$

由于 $R_T > R_A$, 所以根号内的值为正值而且大于 X_T^2 。因此,为了确保 B_C 为正值,我们必须选取(8.4)式中的“正”号。将(8.4)式代入(8.3a)式可得 X_L 为:

$$X_L = \frac{1}{B_C} - \frac{R_A(1 - B_C X_T)}{B_C R_T} - X_A \quad (8.5)$$

将已知数据代入(8.4)式和(8.5)式,则可求得:

$$B_C = 9.2 \text{ mS} \Rightarrow C = B_C / \omega = 0.73 \text{ pF}$$

$$X_L = 76.9 \Omega \Rightarrow L = X_L / \omega = 6.1 \text{ nH}$$

此例题表明,设计 L 形滤波器的解析方法就是求解关于电容 C 的二次方程和关于电感 L 的线性方程。这个求解过程十分枯燥,但很容易借助数学软件来完成。

根据例题 8.1,我们能够预见到,即使是设计简单的 L 形滤波器,解析方法的复杂程度和计算量都会变得相当大。除了采用上述解析方法之外,我们还可以将 Smith 圆图用于快速并相对精确地设计匹配网络。这种方法的好处在于,其复杂程度几乎与匹配网络的元件数目无关。此外,通过观察阻抗在 Smith 圆图上的变换过程,我们能够体会到每个电路元件对实现特定匹配状态的贡献。而且元件类型和元件参数方面的任何错误都能立即在 Smith 圆图上反映出来,从而使设计工程师能够直接进行调整。如果借助于个人计算机,则此设计过程可以实时完成。也就是说,元件类型(L 或 C)以及其量值可以实时地显示在计算机屏幕上的 Smith 圆图中。

我们已经在 3.4 小节中讨论过在复数负载上连接一个电抗元件(电感或电容)的效果。这里我们仅强调以下几点:

- 电抗元件与复数阻抗串联将导致 Smith 圆图上的相应阻抗点沿等电阻圆移动
- 并联将导致 Smith 圆图上的相应导纳点沿等电导圆移动

在图 8.3 所示的阻抗-导纳复合 Smith 圆图中标出了上述情况。至于 Smith 圆图中参量点的移动方向,一般的经验是,如果连接的是电感,则参量点将向 Smith 圆图的上半圆移动,如果连接的是电容,则参量点将向 Smith 圆图的下半圆移动。

掌握了单个元件对负载的影响,我们就可以设计出能够将任意负载阻抗变换为任意指定的输入阻抗的双元件匹配网络。一般说来,在阻抗-导纳复合 Smith 圆图上设计 L 形网络或者其他任何无源网络都需要将有关参量点沿等电阻圆或等电导圆移动。

为了与例题 8.1 中讨论的解析方法相对比,我们将通过下面的例题介绍图解设计方法。

绝大多数新版本 CAD 软件都允许我们借助计算机屏幕进行这种图解设计。事实上,诸如 MMICAD 的仿真软件包允许直接放置元件并将相应的阻抗特征显示在 Smith 圆图中。

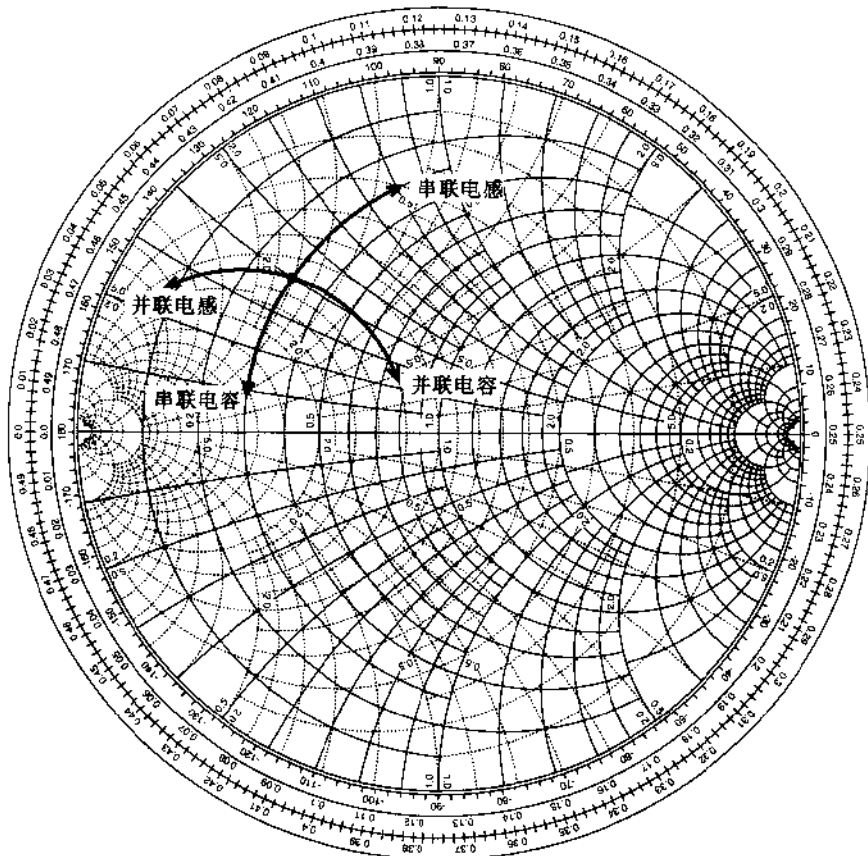
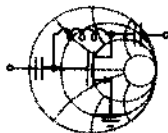


图 8.3 复数负载阻抗在 Smith 圆图中位置及其串联或并联电感、电容后的变化



例题 8.2 采用图解法设计 L 形匹配网络

采用 Smith 圆图作为图解设计工具,设计例题 8.1 中的 L 形电抗性匹配网络。

解:第 1 步是计算发射机和天线的归一化阻抗。由于题目未给出特性阻抗 Z_0 , 我们任选该值为 $Z_0 = 75 \Omega$ 。这样,发射机和天线的归一化阻抗则分别为 $z_T = Z_T/Z_0 = 2 + j1$, $z_A = Z_A/Z_0 = 1 + j0.2$ 。由于与发射机连接的第 1 个元件是并联电容,则并联后的总阻抗应与 z_T 落在阻抗-导纳复合 Smith 圆图中的同一等电导圆上(见图 8.4)。

然后,再将一个电感串联在电容与发射机 z_T 并联后的总电阻上;则最终的串联阻抗将沿着等电阻圆移动。要实现最大功率传输,则发射机输出匹配网络的输出阻抗必须等于天线阻抗的共轭复数。因此,如图 8.4 所示,上述等电阻圆必须经过 $z_M = z_A^* = 1 - j0.2$ 点。

Smith 圆图中两个圆的交点就是发射机与电容并联后的总归一化阻抗。从

RF & MW

Smith 圆图中可以看到,这个点的归一化阻抗值约为 $z_{TC} = 1 - j1.22$,相应的归一化导纳值约为 $y_{TC} = 0.4 + j0.49$ 。所以,并联电容的归一化电纳 $jb_C = y_{TC} - y_T = j0.69$,且电感的归一化电抗 $jx_L = z_A - z_{TC} = j1.02$ 。最后,我们求出电感和电容的实际量值为:

$$L = (x_L Z_0) / \omega = 6.09 \text{ nH}$$

$$C = b_C / (\omega Z_0) = 0.73 \text{ pF}$$

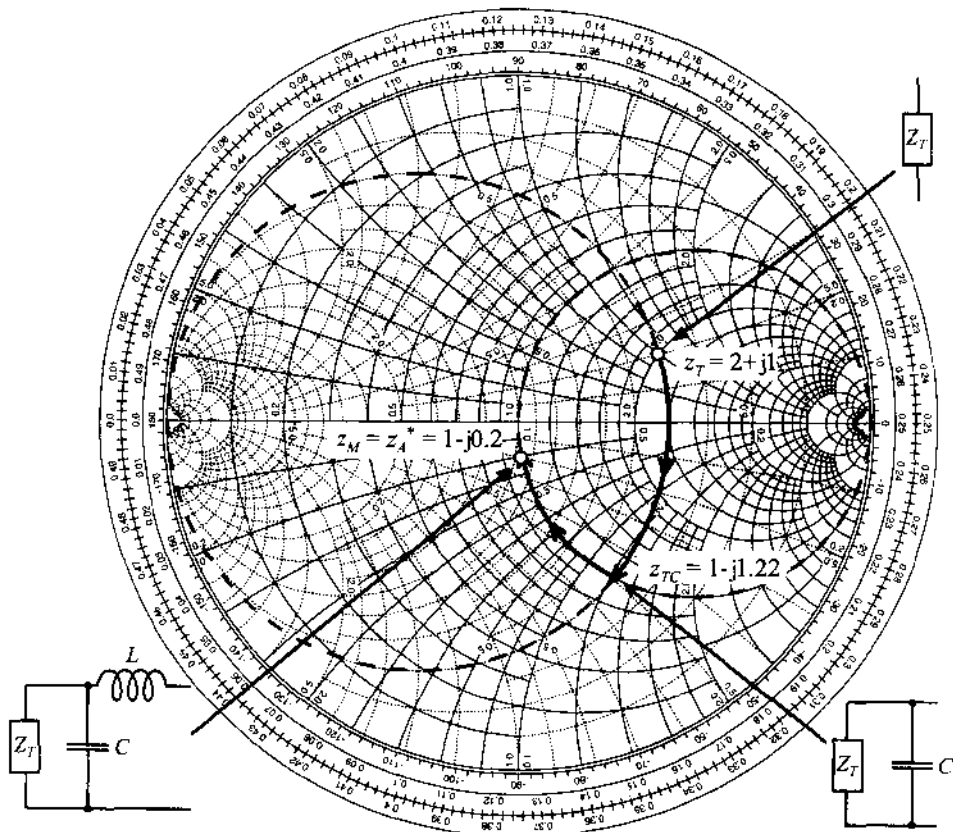


图 8.4 阻抗-导纳复合 Smith 圆图上的双元件匹配网络设计

这个例题展示了一种简单并且还算精确的 L 形匹配网络图解设计方法。这种方法可以推广应用于更复杂的系统。

例题 8.2 采用的设计程序可以应用于图 8.1 所示的任何一种 L 形匹配网络。实现最佳功率传输的常规设计程序包括以下 6 个步骤:

1. 求出归一化源阻抗和负载阻抗。
2. 在 Smith 圆图中过源阻抗的相应点画出等电阻圆和等电导圆。
3. 在 Smith 圆图中过负载阻抗的共轭复数点画出等电阻圆和等电导圆。
4. 找出第 2 步与第 3 步所画圆的交点。交点的个数就是可能存在的 L 形匹配网络的数目。
5. 先沿着相应的圆将源阻抗点移动到上述交点,然后再沿相应的圆移动到负载的共轭点,根据这两次移动过程就可以求出电感和电容的归一化值。

6. 根据给定的工作频率确定电感和电容的实际值。

在上述步骤中,并不是必须从源阻抗点向负载的共轭复数点移动。事实上,我们也可以将负载阻抗点变换到源阻抗的共轭复数点。下面的例题说明了第一种思路,我们将在 8.1.2 小节中讨论第二种思路。



RF & MW →

例题 8.3 常规双元件匹配网络的设计

已知,源阻抗 $Z_S = (50 + j25) \Omega$, 负载阻抗 $Z_L = (25 - j50) \Omega$, 传输线的特性阻抗为 $Z_0 = 50 \Omega$, 工作频率 $f = 2 \text{ GHz}$ 。请利用 Smith 圆图设计分立参数双元件匹配网络, 要求给出所有可能的电路结构。

解: 我们按照前面列出的 6 个求解步骤, 逐步求解。

1. 归一化源阻抗和负载阻抗为:

$$z_S = Z_S / Z_0 = 1 + j0.5 \text{ 或 } y_S = 0.8 - j0.4$$

$$z_L = Z_L / Z_0 = 0.5 - j1 \text{ 或 } y_L = 3 + j0.8$$

2. 画出通过归一化源阻抗点的等电阻圆和等电导圆(图 8.5 中的虚线圆)。

3. 对负载阻抗取共轭复数(图 8.5 中的实线圆)。

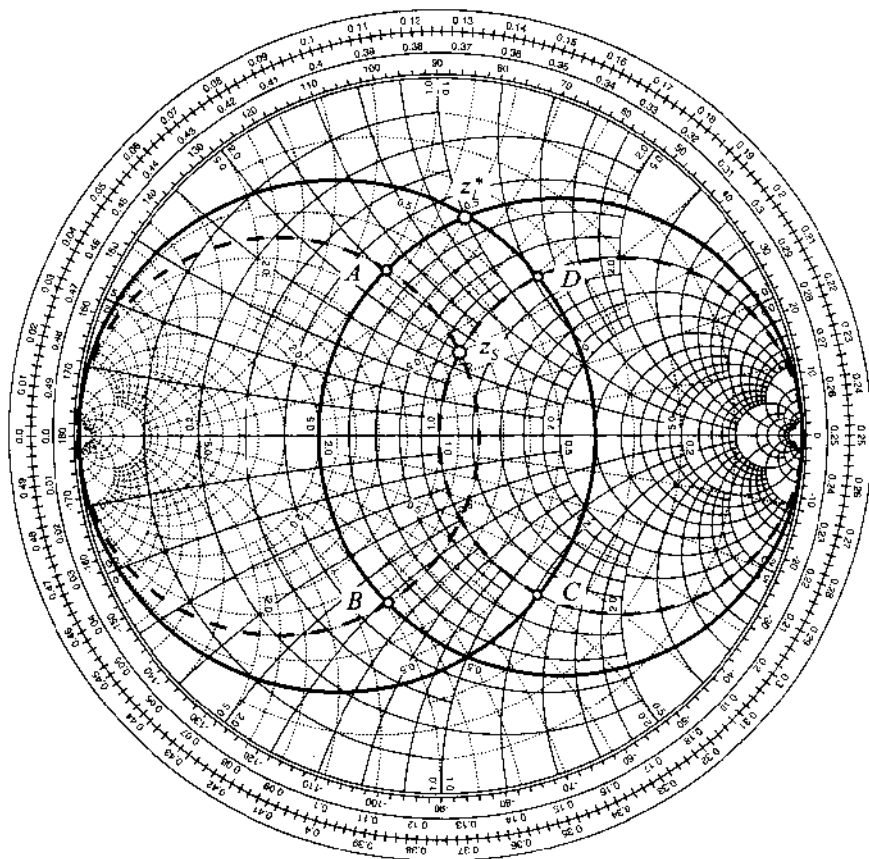


图 8.5 利用 Smith 圆图设计匹配网络

4. 上述圆有 4 个交点, 记为 A, B, C 和 D , 它们对应的归一化阻抗和归一化导纳如下:

$$z_A = 0.5 + j0.6 \text{ 或 } y_A = 0.8 - j1$$

$$z_B = 0.5 - j0.6 \text{ 或 } y_B = 0.8 + j1$$

$$z_C = 1 - j1.2 \text{ 或 } y_C = 3 + j0.5$$

$$z_D = 1 + j1.2 \text{ 或 } y_D = 3 - j0.5$$

5. 由于我们得到了 4 个交点, 所以 L 形匹配网络有 4 种可能的电路结构。实际上, 如果我们沿 $z_S \rightarrow z_A \rightarrow z_L^*$ 路径做变换, 则从点 z_S 到点 z_A 阻抗变换是沿着等电导圆进行的, 这表明变换是采用并联方式实现的。另外, 从点 z_S 到点 z_A 是向着 Smith 圆图的上半圆移动 (见图 8.3), 这表明与源相连的第一个元件一定是并联电感。从点 z_A 到点 z_L^* , 阻抗是沿着等电阻圆变换并向 Smith 圆图的上半圆移动, 这表明增加的元件是串联电感。所以, 沿 $z_S \rightarrow z_A \rightarrow z_L^*$ 路径做变换将得到如图 8.1(f) 所示的“并联电感, 串联电感”匹配网络。如果我们选择 $z_S \rightarrow z_B \rightarrow z_L^*$ 路径, 则将得到“并联电容, 串联电感”匹配网络 [图 8.1(h)]。对于 $z_S \rightarrow z_C \rightarrow z_L^*$ 路径, 匹配网络则为“串联电容, 并联电感” [图 8.1(a)]。最后, 对于 $z_S \rightarrow z_D \rightarrow z_L^*$ 路径, 匹配网络的结构则为“串联电感, 并联电感”, 如图 8.1(e) 所示。
6. 最后一步是根据上述步骤的结论计算出匹配网络各元件的实际值。如果我们仍然以 $z_S \rightarrow z_A \rightarrow z_L^*$ 路径为例, 则从源阻抗变到 z_A , 电路的归一化导纳变化值为:

$$jb_{L_2} = y_A - y_S = (0.8 - j1) - (0.8 - j0.4) = -j0.6$$

由此可得并联电感值为:

$$L_2 = -\frac{Z_0}{b_{L_2}\omega} = 6.63 \text{ nH}$$

给阻抗 z_A 串联电感则可实现从点 z_A 到 z_L^* 的变换。所以:

$$jx_{L_1} = z_L^* - z_A = (0.5 + j1) - (0.5 + j0.6) = j0.4$$

且电感的量值为:

$$L_1 = \frac{x_{L_1} Z_0}{\omega} = 1.59 \text{ nH}$$

其他三个匹配网络的元件值也可用同样的方法求得。计算结果如图 8.6 所示。

Smith 圆图可以使我们随时观察特定的阻抗变换是否能够实现预定的匹配状态。此外, 所有可能的网络结构都很容易求出。

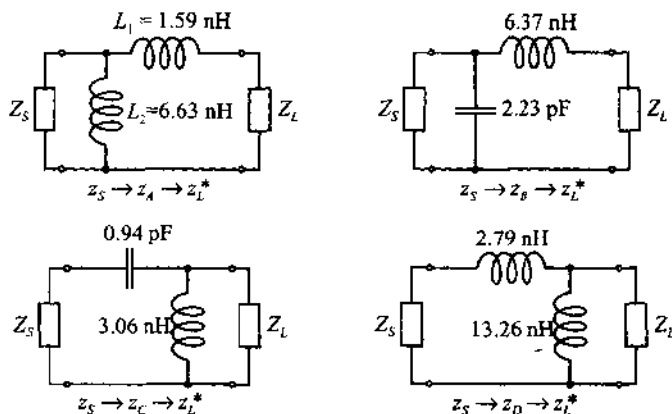


图 8.6 对应于 Smith 圆图中 4 个不同变换路径的匹配网络

8.1.2 匹配禁区、频率响应以及品质因数

在着手分析 L 形匹配网络的频率响应之前,我们必须首先指出,图 8.1 中的网络拓扑并不都能在任意负载阻抗和源阻抗之间实现预期的匹配。例如,如果源阻抗 $Z_S = Z_0 = 50 \Omega$ 而且我们使用图 8.1(b)所示电路,则与源并联的电容将使 Smith 圆图上的对应点沿等电导圆顺时针方向移动,因此将远离经过原点的等电阻圆。这表明,采用这种匹配网络将不能落在图 8.7(a)阴影区内的负载阻抗与 50Ω 的源阻抗相匹配。

图 8.1 中所示的所有 L 形匹配网络拓扑都具有类似的匹配“禁区”。其他几种网络结构对应于 50Ω 源阻抗的匹配禁区都已在图 8.7 中标出。其中阴影区对应于不能与 50Ω 源阻抗相匹配的负载阻抗值。必须牢记,图 8.7 中的禁区仅仅是针对 $Z_S = Z_0 = 50 \Omega$ 的源阻抗而言。对于其他量值的源阻抗,禁区的形状是完全不同的。

如例题 8.3 中的说明以及图 8.7 所示,对于任意给定的负载阻抗和源阻抗,至少存在两种可能的 L 形网络结构可以实现预定的匹配目标。现在的问题是,这些匹配网络的区别是什么,哪一个应当是最终的选择?

除了一些明显的选择标准(例如容易得到的元件值),还有一些关键的技术性原则,其中包括直流偏置,稳定性和频率响应。在本小节的后半部分,我们将重点考虑 L 形匹配网络的频率响应和品质因数。直流偏置问题将在随后的 8.3 节中讨论,稳定性问题请参见第 9 章。

由于任何 L 形匹配网络都包含串联和并联的电容或电感,所以,这种网络可以根据它们的频率响应而归类于低通,高通或带通滤波器。为了观察匹配网络的频率响应,我们可以考查一个工作频率 $f_0 = 1 \text{ GHz}$ 的匹配网络,它可以把电阻 $R_L = 80 \Omega$ 与电容 $C_L = 2.65 \text{ pF}$ 串联构成的复数负载变换成 50Ω 的输入阻抗。

在 1 GHz 频率上,归一化负载阻抗 $z_L = 1.6 - j1.2$,根据图 8.7 并仿照例题 8.2 采用的设计步骤,我们可以使用图 8.7(c)或图 8.7(d)中的任何一个匹配网络实现匹配要求。然而,由于源阻抗是实数($z_S = 50 \Omega$),所以 $z_S^* = z_S = 50 \Omega$,则负载阻抗到源阻抗的变换就比较容易,如图 8.8(a)所示。相应的匹配网络如图 8.8(b)和图 8.8(c)所示。

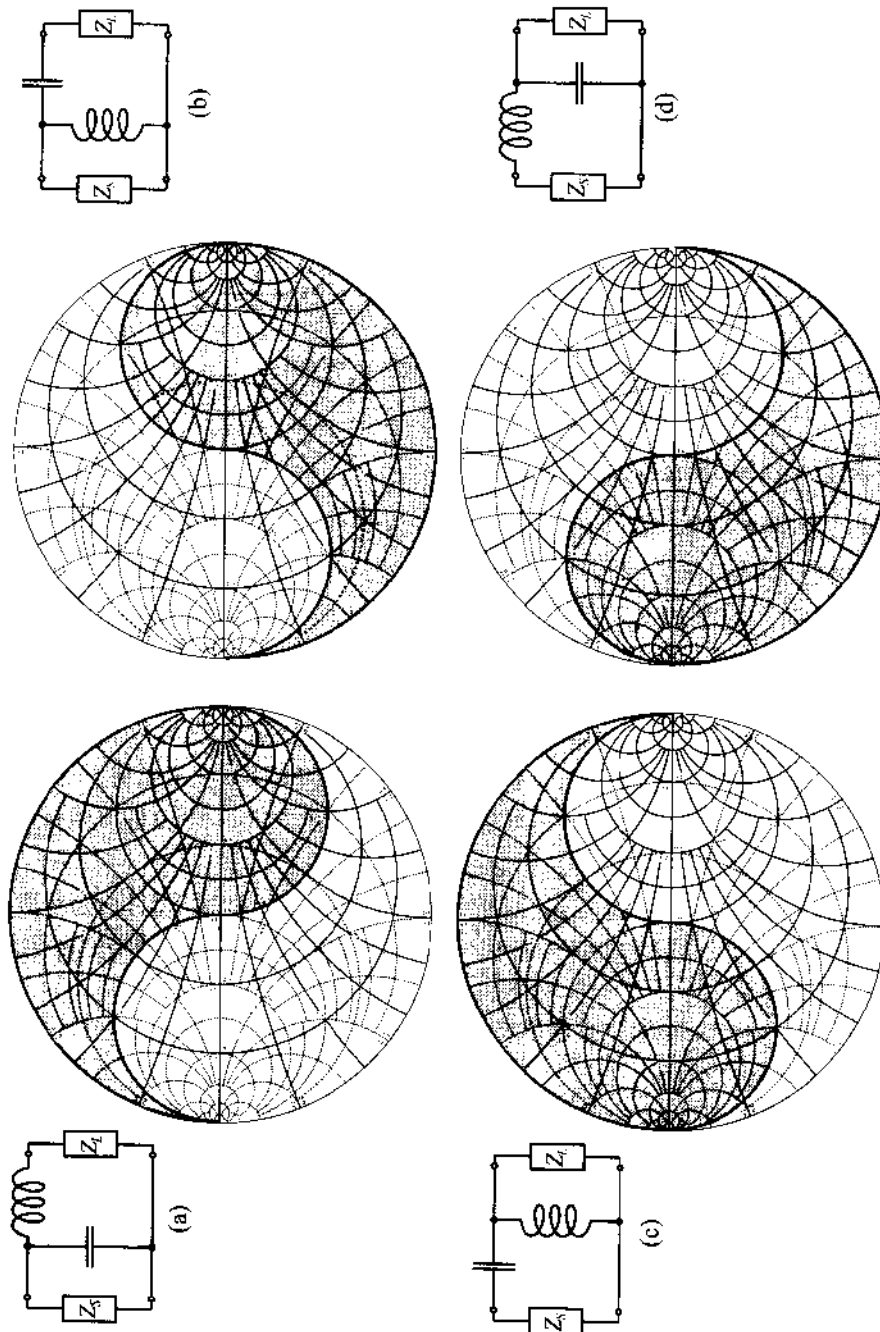
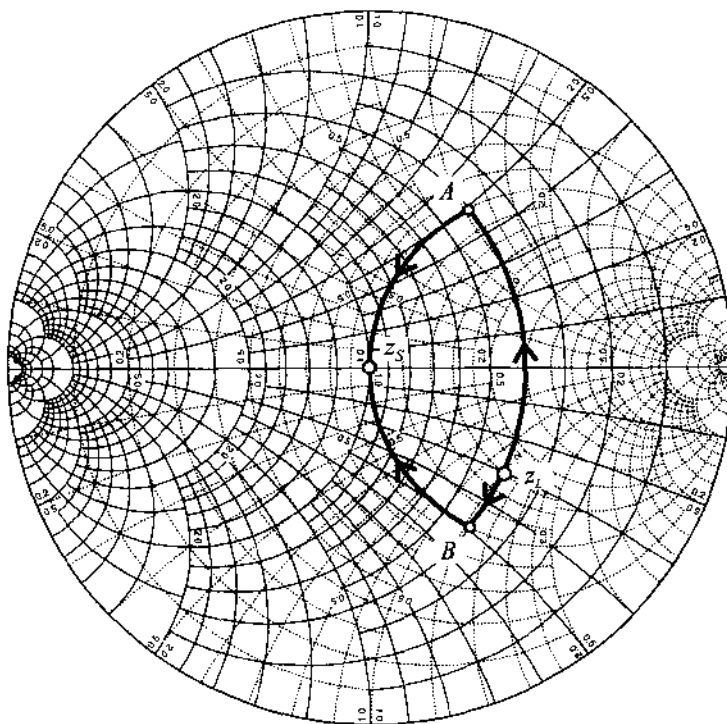
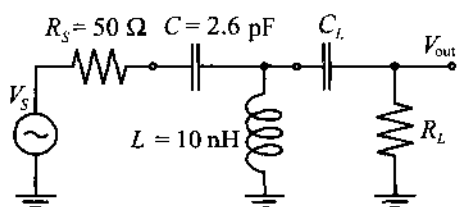


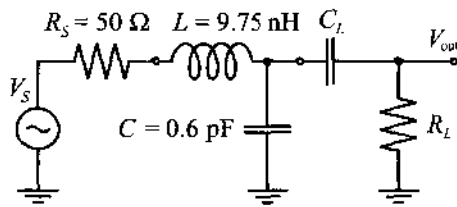
图 8.7 $Z_s = Z_0 = 50 \Omega$ 时, L 形匹配网络的禁区



(a) Smith 圆图上的阻抗变换



(b) 匹配网络设计结果



(c) 匹配网络设计结果

图 8.8 L 形匹配网络的两种电路设计

这两个网络以输入反射系数 $\Gamma_{in} = (Z_{in} - Z_s)/(Z_{in} + Z_s)$ 和传输函数 $H = V_{out}/V_s$ (其中测量输出电压 V_{out} 的负载条件是 $R_L = 80 \Omega$) 表示的频率响应已分别画在图 8.9(a) 和图 8.8(b) 中。

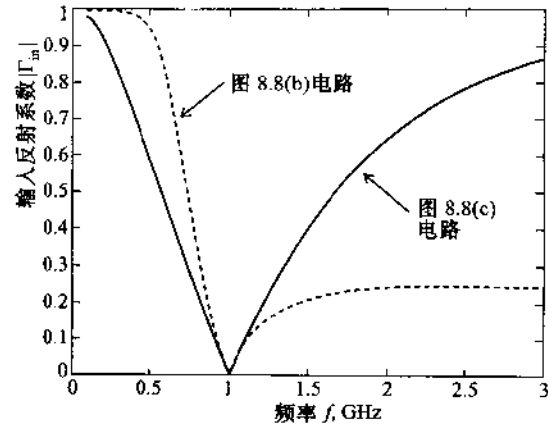
从图 8.9 可以明显看到, 两种匹配网络都只能在 $f_0 = 1 \text{ GHz}$ 的频率点上实现良好匹配, 若工作频率偏离 f_0 则匹配状态急剧恶化。

上述匹配网络也可以视为谐振频率为 f_0 的谐振电路。根据 5.1.1 小节的讨论, 此类网络可以用有载品质因数 Q_L 来描述, 其量值等于谐振频率 f_0 与 3 dB 带宽 BW 的比值:

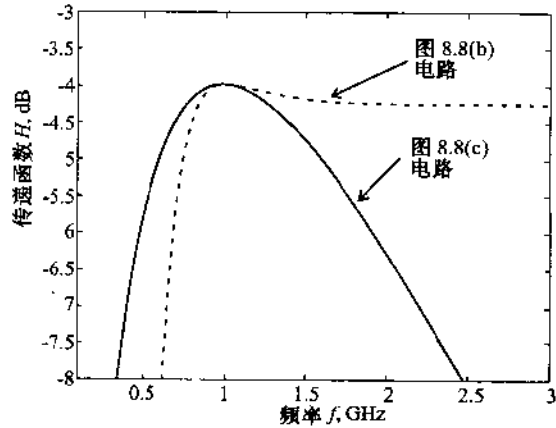
$$Q_L = \frac{f_0}{BW} \quad (8.6)$$

其中 f_0 和 BW 的单位都是 Hz。现在的问题则是如何求得匹配网络的带宽。为了回答这个问题, 我们可以将匹配网络传递函数在 f_0 附近的钟形频率响应[见图 8.9(b)]与带通滤波器的频

率响应相对比。



(a) 输入反射系数的频率响应



(b) 匹配网络的传递函数

图 8.9 两种匹配网络的频率响应

当工作频率靠近 f_0 时,图 8.8(c)所示的匹配网络可以改画成一个带通滤波器,其有载品质因数由(8.6)式确定。这个等效的带通滤波器如图 8.10(a)所示。此电路中的等效电容 C_T 可由如下方法确定:将图 8.8(c)中 R_L 和 C_L 的串联结构等效为 R_{LP} 和 C_{LP} 的并联形式,然后将 C 与 C_{LP} 相加: $C_T = C + C_{LP}$ 。此电路中的并联等效电感 L_{LN} 可由如下方法确定:先将电压源 V_S , 电阻 R_S 和 L 构成的串联电路等效为诺顿(Norton)等效电流源 $I_N = V_S / (R_S + j\omega_0 L)$, 电导 G_{SN} 以及电感 L_N 构成的并联电路,其中电导由等式 $G_{SN} + (j\omega_0 L_N)^{-1} = (R_S + j\omega_0 L)^{-1}$ 给出。然后再将电流源 I_N 和电导 G_{SN} 重新变成戴维南(Thévenin)等效电压源:

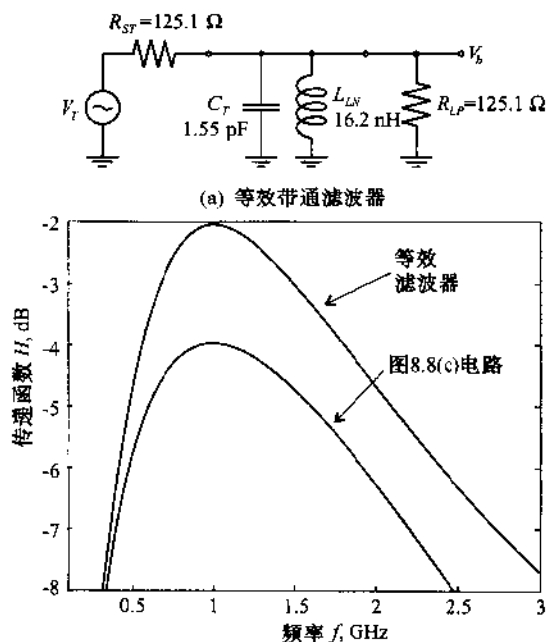
$$V_T = I_N / G_{SN} = V_S \frac{R_S - j\omega_0 L}{R_S} = V_S (1 - j1.225) \quad (8.7)$$

以及串联电阻:

$$R_{ST} = G_{SN}^{-1} = \frac{R_S^2 + (\omega_0 L)^2}{R_S} \quad (8.8)$$

图 8.10 所示谐振电路的负载是并联电阻 $R_T = R_L \parallel R_{ST} = 62.54 \Omega$ 。那么,等效带通滤波器的有载品质因数 Q_L 则可表示为:

$$Q_L = \frac{f_0}{BW} = \omega_0 R_T C = \frac{R_T}{|X_C|} = 0.61 \quad (8.9)$$



(b) 匹配网络频率响应与等效滤波器频率响应的对比

图 8.10 等效带通滤波器频率响应与 L 型匹配网络频率响应的对比

我们注意到,等效带通滤波器的最大增益比原始匹配网络的增益大。其原因是由于原始匹配网络的输出电压是相对于负载 R_L 的,而等效滤波器的输出电压则是相对于并联了电容 C_T 的等效负载 R_{LP} 。

所以,在谐振频率点上,从 V_0 到 V_{out} 的变换可以根据分压定律求得:

$$|V_{out}| = |V_b| \left| \frac{R_L}{R_L + \frac{1}{j\omega_0 C_L}} \right| = 0.7908 |V_b|$$

由此可得:

$$20 \log \frac{|V_{out}|}{|V_s|} = -2.0382 + 20 \log \frac{|V_b|}{|V_s|} = -3.9794 \text{ dB}$$

此结果与图 8.9(b) 十分吻合。

根据已知的 Q_L , 我们可以直接求出滤波器的带宽: $BW = f_0 / Q_L = 1.63 \text{ GHz}$ 。根据图 8.9(b) 中的频率响应, $f < f_0$ 的 3 dB 点在 $f_{min} = 0.40 \text{ GHz}$ 处, $f > f_0$ 的 3 dB 点在 $f_{max} = 2.19 \text{ GHz}$ 处。那么,匹配网络的带宽 $BW = f_{max} - f_{min} = 1.79 \text{ GHz}$, 这与采用等效带通滤波器方法求得的结果基本吻合。

等效带通滤波器分析法使我们能够了解匹配网络在 f_0 附近的钟形频率响应,并能够对电路的带宽做出准确的估计。这种方法的惟一缺点是过于复杂。因此,人们希望找到一种较简单的方法来估计匹配网络的品质因数。我们希望这种方法能避开求解等效带通滤波器,甚至不必计算网络的频率响应。实现这个方法就是引入所谓节点品质因数 Q_n 。

我们回过头来考察图 8.8(a),在该图中我们阐述了阻抗从电路的一个节点向另外一个节点的变换。我们注意到,对于匹配网络的每一个节点,其阻抗都可以用等效串联阻抗 $Z_s = R_s + jX_s$ 或导纳 $Y_p = G_p + jB_p$ 表达。所以,在每个节点处,我们可以用电抗量 X_s 的绝对值与相应电阻 R_s 的比值来定义 Q_n :

$$Q_n = \frac{|X_s|}{R_s} \quad (8.10)$$

Q_n 也可以用电纳量 B_p 的绝对值与相应电导 G_p 的比值来定义:

$$Q_n = \frac{|B_p|}{G_p} \quad (8.11)$$

利用(8.10)式(8.11)式以及图 8.8(a)所示的阻抗变换关系,我们可以得到推论,图 8.8(c)中所匹配网络的最大节点品质因数出现于 B 点,根据该点的归一化阻抗 $1 - j1.23$ 可得:

$$Q_n = |1.23|/1 = 1.23 \quad (8.12)$$

为了得到节点品质因数 Q_n 与 Q_L 的关系,比较(8.12)式与(8.9)式的结果可知:

$$Q_L = \frac{Q_n}{2} \quad (8.13)$$

这个结论对于任何 L 形匹配网络都成立。对于更复杂的匹配网络,有载品质因数的计算常常简化为用节点品质因数的最大值来估计。尽管这种方法没有给出网络带宽的定量估计,但它使我们对网络的带宽有了定性的了解,并可以据此判断网络带宽的宽窄。

为了进一步简化匹配网络的设计工作,我们可以在 Smith 圆图中画出等 Q_n 线。图 8.11 中标出了数值为 0.3, 1, 3 和 10 的等 Q_n 线。

为求得这些等值线的方程,我们重新考察第 3 章中有关 Smith 圆图的导出过程。根据(3.6)式和(3.7)式,归一化阻抗可以表示为:

$$z = r + jx = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} + j \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (8.14)$$

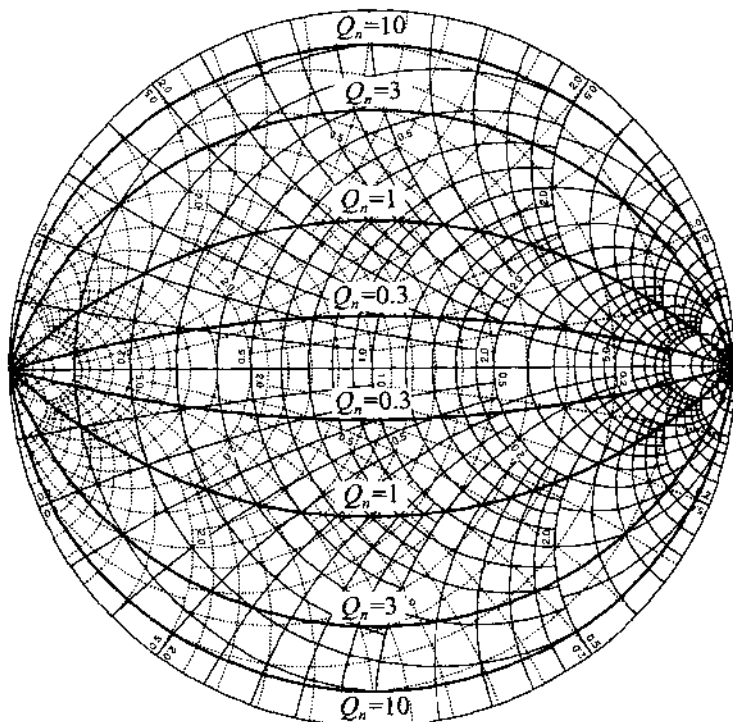
所以,节点品质因数可以写为:

$$Q_n = \frac{|x|}{r} = \frac{2|\Gamma_i|}{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2} \quad (8.15)$$

整理(8.15)可得如下形式的圆方程:

$$\Gamma_i^2 + \left(\Gamma_r \pm \frac{1}{Q_n}\right)^2 = 1 + \frac{1}{Q_n^2} \quad (8.16)$$

其中“正号”对应于正电抗 x ,“负号”表示负电抗 x 。

图 8.11 Smith 圆图中的等 Q_n 线

在 Smith 圆图中标出这些等 Q_n 圆后,我们只需读出 Q_n 然后除以 2 就可以得到 L 形网络的有载品质因数。我们将在例题 8.4 讨论这种方法。



例题 8.4 窄带匹配网络的设计

根据图 8.7 标出的匹配禁区,设计两个 L 形网络,在 1 GHz 频率上使负载阻抗 $Z_L = (25 + j20) \Omega$ 和 50Ω 的源阻抗相匹配。根据 Smith 圆图确定网络的有载品质因数,将它们与通过频率响应曲线求出的带宽相比较。假设负载由电阻与电感的串联形式构成。

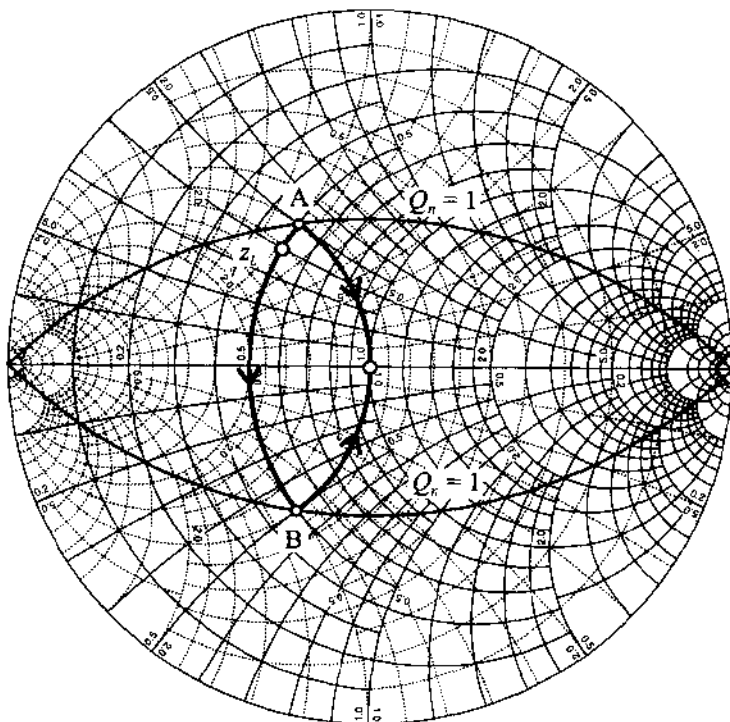
解:根据图 8.7,归一化负载阻抗 $z_L = 0.5 + j0.4$ 位于 $g = 1$ 的等电导圆内。所以有两个 L 型匹配网络可以满足我们的需要。其中 1 个由串联电感和并联电容构成,如图 8.7(a)所示;另一个由串联电容和并联电感构成,如图 8.7(b)所示。仿照例题 8.2 的步骤,可以求出这两个匹配网络,设计结果如图 8.12 所示。

根据图 8.12(a),这两个网络的节点品质因数都是 $Q_n = 1$ 。所以,可以估计出匹配网络的带宽应当等于 $BW = f_0/Q_L = 2f_0/Q_n = 2 \text{ GHz}$ 。这个结果可以通过画出此匹配网络的频率响应来验证,如图 8.13 所示。

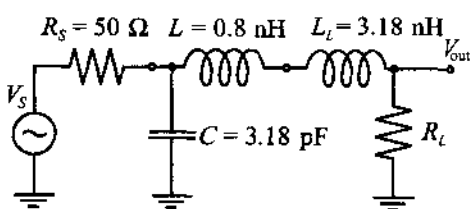
我们知道,图 8.12(c)所示网络的带宽大约为 $BW_C = 2.4 \text{ GHz}$ 。有趣的是,图

RF & MW

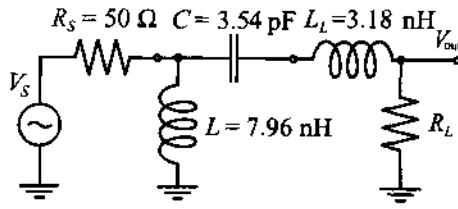
8.12(b)所示网络没有下边频。然而,如果我们假设频率响应相对于谐振频率 $f_0 = 1$ GHz 是对称的,由于匹配网络的上边频为 $f_{\max} = 1.95$ GHz,所以其带宽则为 $BW_b = 2(f_{\max} - f_0) = 1.9$ GHz。



(a) Smith 圆图中的阻抗变换



(b) 匹配网络设计结果



(c) 匹配网络设计结果

图 8.12 两个工作频率为 1 GHz 的 L 形网络,负载阻抗为 $Z_L = (25 + j20) \Omega$,源阻抗为 50Ω

如图 8.13 所示,尽管两个网络都是按相同的谐振频率设计的,但是某个匹配网络结构可能会具有更好的高频或低频抑制特性。

在很多实际应用中,匹配网络的品质因数是至关重要的。例如,当设计宽带放大器时,我们就需要降低网络的品质因数以便增加其带宽。然而,如果要设计振荡器,则需要提高网络的品质因数,以便抑制输出信号中的有害谐波。遗憾的是,我们无法控制 L 形匹配网络的品质因数 Q_n ,而只能接受或放弃它,关于这一点我们在上述例题中已经看到。如果要增加 Q 值的可调范围,以便调整电路的带宽特性,我们就需要在匹配网络中引入第三个元件。增加第三个元

件后就形成了 T 形网络或 π 形网络,下面我们将讨论这两种网络。

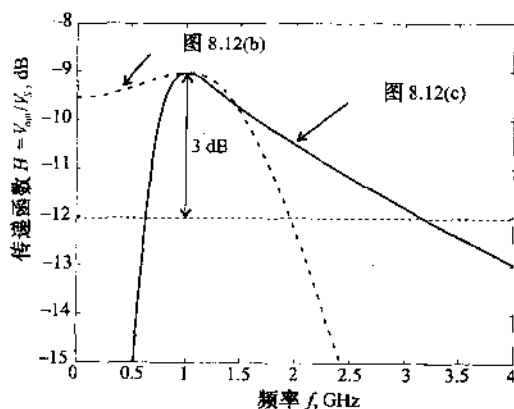


图 8.13 两个匹配网络的频率响应

8.1.3 T 形匹配网络和 π 形匹配网络

我们已经知道,匹配网络的有载品质因数可以根据最大节点 Q_s 来估算。匹配网络中增加的第三个元件使电路中增加了一个节点,也使我们能够通过适当选择该节点上的阻抗来控制 Q_L 值。

以下两个例题介绍了按预定 Q_s 值设计 T 形网络和 π 形匹配网络的方法。



例题 8.5 T 形匹配网络的设计

设计一个 T 型匹配网络,要求该网络将 $Z_L = (60 - j30) \Omega$ 的负载阻抗变换成 $Z_m = (10 + j20) \Omega$ 的输入阻抗,且最大节点品质因数等于 3。假设工作频率为 $f = 1 \text{ GHz}$,计算匹配网络的元件值。

解:能够满足设计要求的可选方案有多种。在本例题中我们只讨论其中一个方案,其他方案可以采用类似的方法求解。

T 形匹配网络的常规拓扑结构如图 8.14 所示。

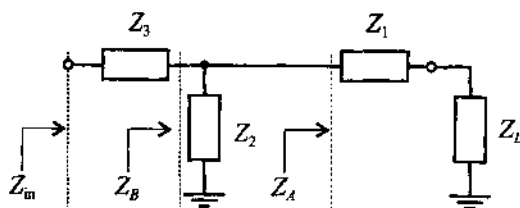


图 8.14 T 形匹配网络的常规拓扑结构

此网络中的第一个元件是与负载阻抗相串联的。由于 Z_1 是纯电抗,则串联总阻抗 Z_A 必然是 $r = r_L$ 的等电阻圆上的某一点。同理, Z_3 与输入端口串联,则串联总阻抗 Z_B (由 Z_L , Z_1 和 Z_2 构成)必须是 $r = r_m$ 的等电阻圆上的某一

点。因为网络的节点品质因数必须为 $Q_n = 3$, 则我们可以令 Z_B 的阻抗值正好落在等电阻圆 $r = r_{in}$ 与 $Q_n = 3$ 圆的交点上(见图 8.15 中的 B 点)。

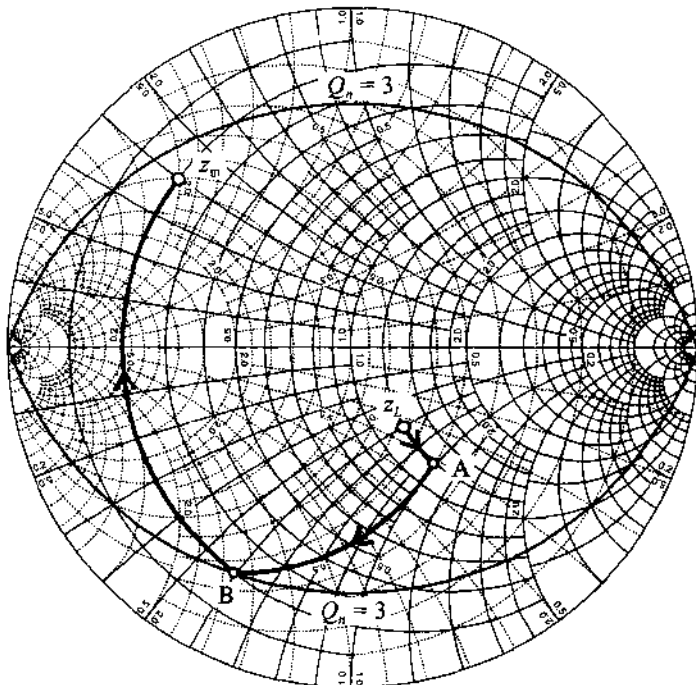


图 8.15 设计 $Q_n = 3$ 的 T 形匹配网络

然后, 我们找到过 B 点的等电导圆与等电阻圆 $r = r_L$ 的交点 A , B 点是前一步骤求出的。根据等电阻圆 $r = r_L$, 以及使 z_L 变换到 z_{in} 点的设计要求, 我们就可以确定匹配网络中其他元件的值。

图 8.16 给出了 T 形匹配网络及其全部元件参数值。元件参数值是根据匹配频率点为 $f = 1$ GHz 的要求计算的。

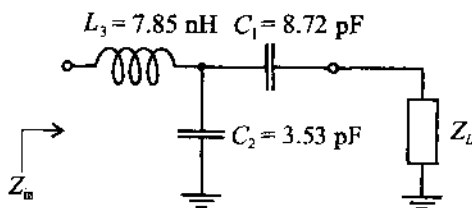
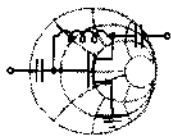


图 8.16 T 形匹配网络电路原理图

我们以增加一个电路元件为代价, 扩大了调整匹配网络品质因数(带宽)的自由度。

在下面的例题中我们将根据最小节点品质因数的要求设计一个 π 形匹配网络。低品质因数设计将直接导致网络的带宽加大, 这正是在设计宽带 FET 以及 BJT 放大器时所需要的。



RF & MW

例题 8.6 π 形匹配网络的设计

已知宽带放大器需要一个 π 形匹配网络, 该网络能将 $Z_L = (10 - j10) \Omega$ 的负载阻抗变换成 $Z_{in} = (20 + j40) \Omega$ 的输入阻抗。要求匹配网络具有最小的节点品质因数, 且匹配频率点为 $f_0 = 2.4 \text{ GHz}$, 求各元件值。

解: 由于负载阻抗和输入阻抗都是固定的, 所以, 待求匹配网络的品质因数不可能低于 Z_L 和 Z_{in} 点所对应的最大 Q_n 值。所以, Q_n 的最小值可根据输入阻抗点确定 $Q_n = |X_m|/R_m = 40/20 = 2$ 。图 8.17 给出了在 $Q_n = 2$ 条件下采用 Smith 圆图设计 π 形匹配网络的情况。

在设计过程中, 我们采用了与例题 8.5 非常相似的方法。首先, 在 Smith 圆图中画出等电导圆 $g = g_m$ 并找到该圆与等值线 $Q_n = 2$ 的交点, 并记为 B 点。然后, 找到等电导圆 $g = g_L$ 与过 B 点的等电阻圆的交点, 并记为 A 点, 如图 8.17 所示。

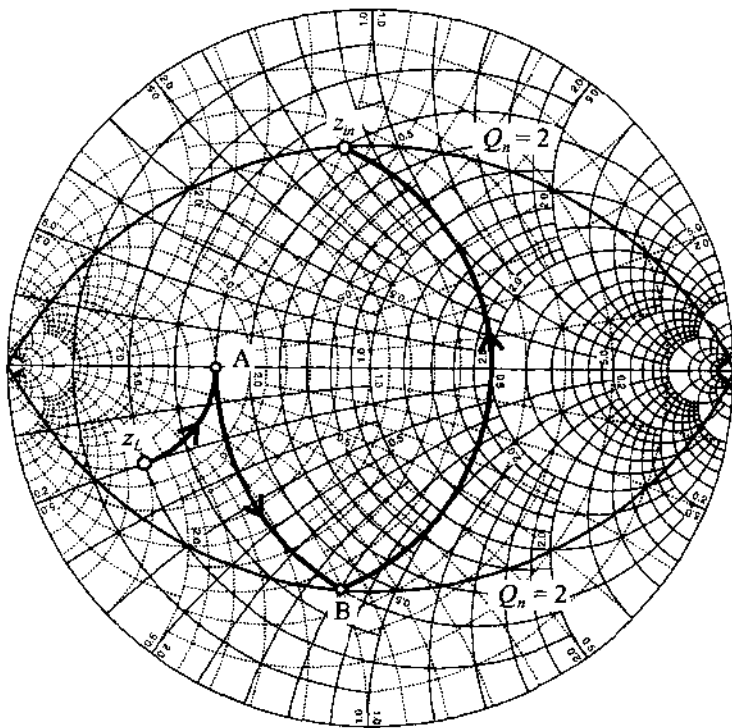


图 8.17 具有最小 Q_n 值的 π 形匹配网络设计

将 Smith 圆图中的相应点变换成实际的电容和电感就可解出所有网络元件, 这种方法曾在例题 8.2 中详细介绍过。电路结构的设计结果如图 8.18 所示。

需要注意的是, 与例题 8.5 中讨论的情况不同, 本例题中 Z_L 和 Z_{in} 的相对位置决定了只有一个 π 形匹配网络结构能够满足 $Q_n = 2$ 的条件。其他 π 形匹配

网络结构的节点品质因数都大于2。此外,如果负载电阻降低,我们则不能设计出符合 Q_n 要求的 π 形匹配网络结构。

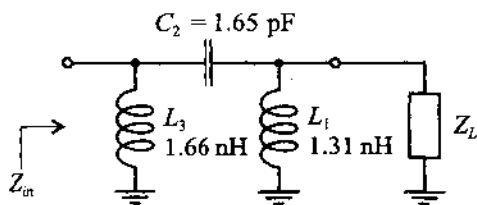


图 8.18 π 形匹配网络电路结构

本例题表明,降低节点品质因数的措施并不能无限制地增加带宽。带宽将受到给定输入、输出阻抗的限制。

8.2 微带线匹配网络

在前面几个小节中,我们讨论了采用分立元件设计匹配网络的方法。然而,随着工作频率的提高及相应工作波长的减小,分立元件的寄生参数效应就变得更加明显。此时我们的设计工作就需要考虑这些寄生效应,从而使元件值的求解变得相当复杂。上述问题以及分立元件值只能是一些标准数值的事实,限制了分立元件在高频电路中的应用。当波长变得明显小于典型的电路元件长度时,分布参数元件则替代分立元件而得到了广泛的应用。这种情况我们已经在第2章中讨论过。

8.2.1 从分立元件到微带线

在 GHz 频段的中段,工程师们常常采用分立元件和分布参数元件混合使用的方法。这种类型的匹配网络通常包括几段串联的传输线以及间隔配置的并联电容,如图 8.19 所示。读者还可以参见图 1.2(a)的实例。

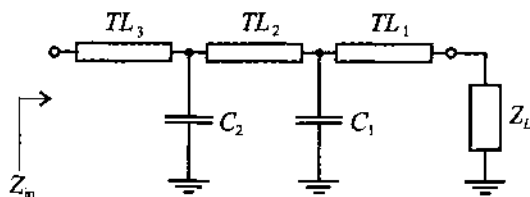


图 8.19 包括传输线段(TL)和分立电容元件的混合匹配网络

由于电感比电容有更高的电阻性损耗,所以在此类电路中通常避免使用电感。一般情况下,只需在两个串联传输线中间并联一个电容就足以将任何给定负载阻抗变换为任意输入阻抗。与 L 形匹配网络的情况类似,这种网络有时也需符合给定的 Q_n 值,所以需要增加元件以便调整电路的品质因数。

图 8.19 所示的电路结构在实用中很常见,原因是该电路完成加工后也能够进行电路参数调整。改变电容的量值以及电容在传输线上的位置就可以得到较宽的电路参数调整范围。此

类匹配网络的可调特性使得他们成了非常流行的电路原型。通常情况下,各段传输线都具有相同的宽度以便减轻实际调整工作的难度。

例题 8.7 介绍了采用 Smith 圆图设计混合型匹配网络的方法,该网络由两段串联的 $50\ \Omega$ 传输线及一个插在他们中间的并联电容构成。



RF&MW

例题 8.7 采用分立元件和分布参数元件设计匹配网络

设计一个匹配网络将 $Z_L = (30 + j10)\ \Omega$ 的负载阻抗变换成 $Z_{in} = (60 + j80)\ \Omega$ 的输入阻抗。要求该匹配网络必须采用两段串联传输线和一个并联电容。已知两段传输线的特性阻抗均为 $50\ \Omega$, 匹配网络的工作频率为 $f = 1.5\ \text{GHz}$ 。

解:第 1 步是确定归一化负载阻抗 $z_L = 0.6 + j0.2$ 在 Smith 圆图中的位置。然后,我们可以画出一个驻波比圆,该圆上的点对于负载与 $50\ \Omega$ 传输线相连后的总阻抗。总阻抗在此驻波比圆上的具体位置取决于传输线的长度,正如我们曾在第 3 章中讨论过的一样。

第 2 个步骤是过归一化输入阻抗 $z_{in} = 1.2 + j1.6$ 点做一个驻波比圆,如图 8.20 所示。

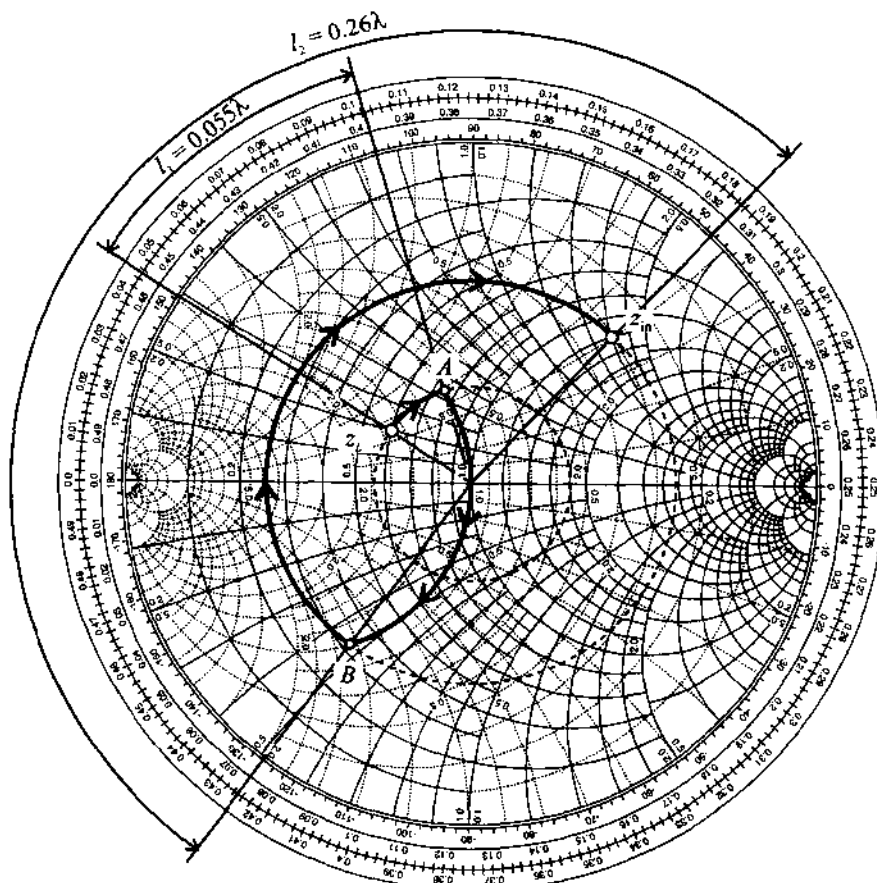


图 8.20 例题 8.7 的分布参数匹配网络设计

从负载驻波比圆到输入驻波比圆的过渡点可以任选,图 8.20 中选定的过渡点为 A 点,该点相应的归一化导纳值约为 $y_A = 1 - j0.6$ 。此时添加的并联电容将使相应的阻抗点沿 $g = 1$ 的等电导圆移动,从而将 Smith 圆图上的阻抗点 A 移动到位于输入驻波比圆上的点 B 。利用一段串联的传输线则可使 B 点的阻抗沿等驻波比圆变换。

最后一个步骤是确定传输线的电长度。这两个电长度 l_1 和 l_2 可根据标在 Smith 圆图外边缘(如图 8.20 所示)上的所谓 WTB(向源的方向)刻度读出。图 8.21 就是最终设计出的匹配网络电路原理图。

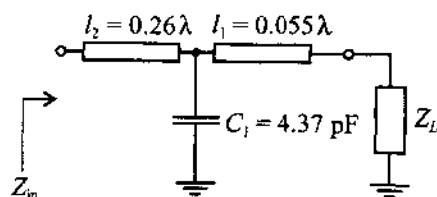


图 8.21 由串联传输线和并联电容构成的匹配网络

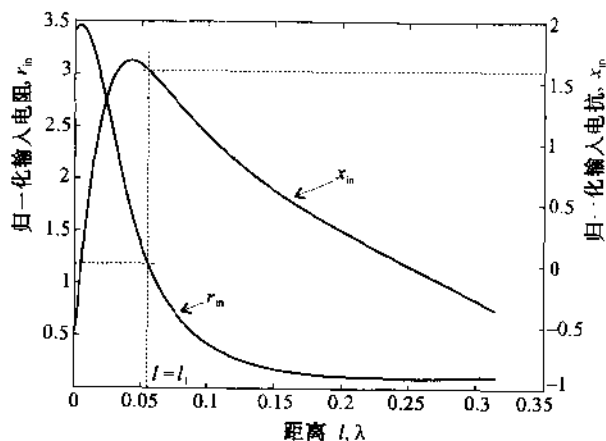


图 8.22 例题 8.7 中输入阻抗与并联电容位置的函数关系

我们有必要考察这个电路结构的调谐能力。图 8.22 给出了输入阻抗的实部 r_{in} 和虚部 x_{in} 与电容至负载的距离 l 之间的函数关系。换句话说,保持 $l_1 + l_2$ 不变,在负载端至网络输入端范围内调整电容的位置(即 $0 \leq l \leq l_1 + l_2$)。图中虚线标出的是原始设计参数。可以看出 x_{in} 确实从电感(正值)变成了电容(负值)。

在此例中我们设计了一个复合型匹配网络,它包括分布参数元件(传输线)和分立元件(电容)。这种网络的匹配特性具有相当大的调整范围,并对电容在传输线上的位置非常敏感。即使电容的位置发生很小的偏差也会使输入阻抗发生剧烈的变化。

8.2.2 单节短截线匹配网络

在实现网络由集总参数元件向分布参数元件转换的过程中,下一个步骤显然就应该是完全取消所有集总参数元件,这就需要采用开路或短路线段来实现。

本小节我们将要讨论的匹配网络是由串联的传输线和并联的终端开路短截线或终端短路短截线构成。我们先考察两种拓扑结构:第一种情况为负载与短截线并联后再与一段串联传输线相连,见图 8.23(a);第二种情况为负载与串联传输线相连后再与一段短截线并联,见图 8.23(b)。

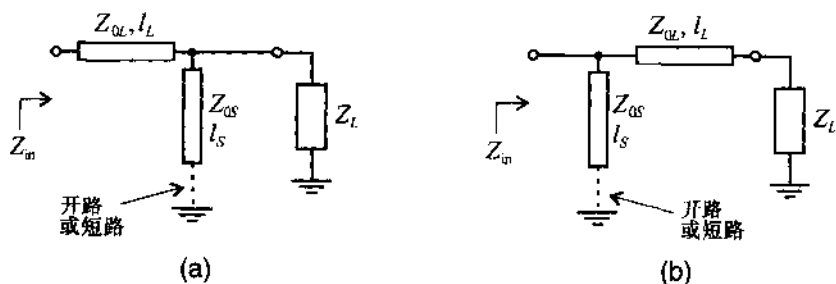
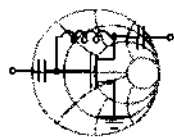


图 8.23 单节短截线匹配网络的拓扑结构

图 8.23 所示匹配网络具有 4 个可调整参数:短截线的长度 l_s 和特性阻抗 Z_{0s} , 传输线的长度 l_L 和特性阻抗 Z_{0L} 。

例题 8.8 介绍了图 8.23(a) 所示匹配网络的设计过程,其中短截线特性阻抗 Z_{0s} 和传输线特性阻抗 Z_{0L} 均取固定值 Z_0 ,通过调整它们的长度实现预定的输入阻抗要求。



例题 8.8 特性阻抗恒定的单节短截线匹配网络的设计

已知负载阻抗 $Z_L = (60 - j45) \Omega$, 假设图 8.23(a) 中短截线和传输线的特性阻抗均为 $Z_0 = 75 \Omega$ 。设计两个单节短截线匹配网络将该负载变换为 $Z_{in} = (75 + j90) \Omega$ 的输入阻抗。

解: 选择短截线长度 l_s 的基本原则是,短截线产生的电纳 B_s 能够使负载导纳 $y_L = 0.8 + j0.6$ 变换到经过归一化输入阻抗点 $z_{in} = 1 + j1.2$ 的驻波比圆上,如图 8.24 所示。

我们注意到,对应于 $z_{in} = 1 + j1.2$ 的输入驻波比圆与等电导圆 $g = 0.8$ 有两个交点, ($y_A = 0.8 + j1.05$ 和 $y_B = 0.8 - j1.05$), 这就是两个可能的解。短截线的两个相应电纳值则分别为 $jb_{sA} = y_A - y_L = j0.45$ 和 $jb_{sB} = y_B - y_L = -j1.65$ 。对第一个解而言,开路短截线的长度可以通过在 Smith 圆图上测量 l_{sA} 求出, l_{sA} 是从 $y = 0$ 点(开路点)开始沿 Smith 圆图的最外圈刻度 $g = 0$ 向源方向移动(顺时针)到达 $y = j0.45$ 点所经过的电长度,在本例题中 $l_{sA} = 0.067\lambda$ 。只需将短截线的长度增加 $1/4$ 工作波长,则开路短截线就可以换成短路短截线。在使用同轴电缆时,这种转换是非常必要的,因为开路同轴电缆的断面较大

因而会产生较大的辐射损耗。在印刷电路设计中,开路短截线则更加适合,因为开路不需要配置过孔,过孔是在短路短截线终端形成接地状态所必须的。

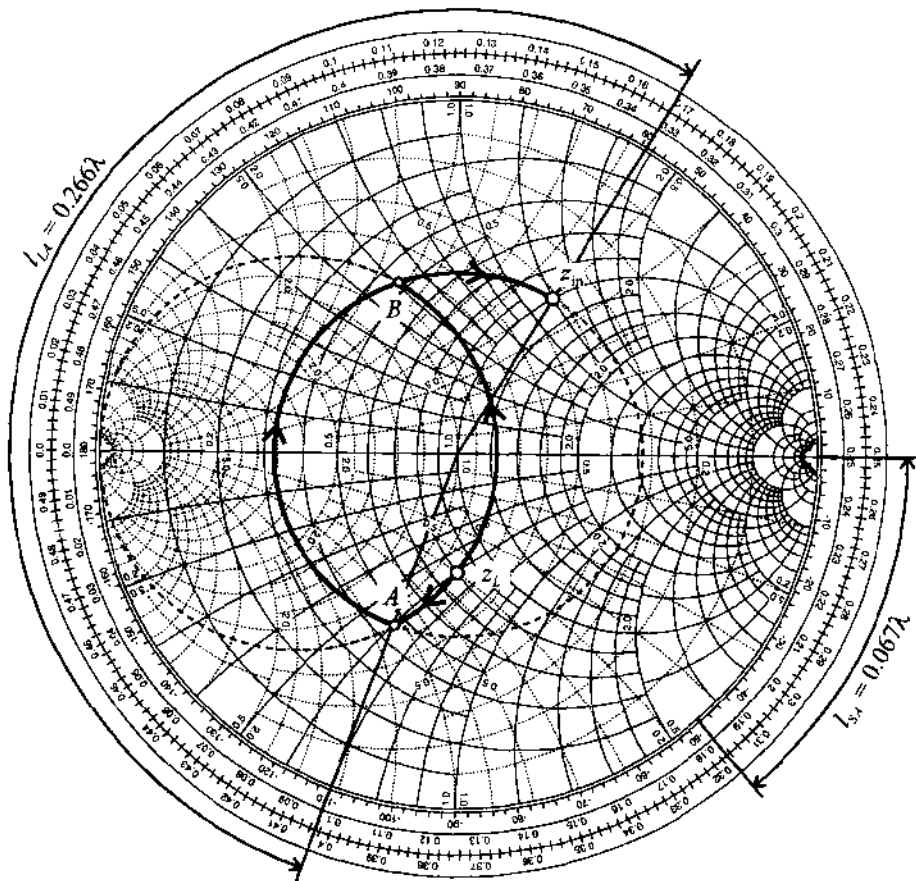


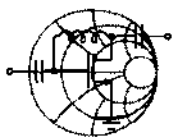
图 8.24 利用 Smith 圆图设计例题 8.8 的单节短截线匹配网络

类似于第一个解,由 b_{SB} 可求出开路短截线的长度 $l_{SB} = 0.337\lambda$ 和短路短截线的长度 $l_{SB} = 0.087\lambda$ 。在这种情况下,我们发现短路短截线需要比开路短截线的长度更短。其原因是由于开路短截线的等效电纳为负值。

仿照例题 8.7 介绍的方法可求出串联传输线段长度,其中第一个解为 $l_{LA} = 0.266\lambda$,第二个解为 $l_{LB} = 0.07\lambda$ 。

电路设计者常常需要尽量压缩电路板的尺寸,因而总是希望采用尽可能短的传输线段。根据阻抗的具体情况,最短的传输线段既可能是开路短截线也可能是短路短截线。

在下面的例题中,我们将介绍图 8.23(b)所示匹配网络的常规设计步骤。不同于前一个例题的是,我们固定短截线和传输线段的长度,而调整它们的特性阻抗。在微带电路设计中,通常是通过改变传输线的宽度来调整其特性阻抗。



RF & MW →

例题 8.9 用不同特性阻抗的传输线设计单节短截线的匹配网络。

根据图 8.23(b)所示匹配网络的拓扑结构,选择短截线和传输线的特性阻抗将负载阻抗 $Z_L = (120 - j20) \Omega$ 变换为 $Z_{in} = (40 + j30) \Omega$ 的输入阻抗。已知传输线的长度为 $L_L = 0.25\lambda$,短截线的长度为 $L_s = 0.375\lambda$ 。确定此电路应当采用开路短截线还是短路短截线。

解:负载阻抗与传输线串联后的总阻抗 Z_1 可以根据 1/4 阻抗变换器的公式计算:

$$Z_1 = Z_{0L}^2 / Z_L \quad (8.17)$$

加入开路短截线后的总输入导纳为:

$$Y_{in} = Y_1 + jB_s \quad (8.19)$$

其中 $Y_1 = Z_1^{-1}$ 是前面计算出的负载阻抗与传输线串联后的总导纳, $jB_s = \pm jZ_{0s}^{-1}$ 是短截线的电纳。其中“正号”或“负号”对应于短路短截线或开路短截线。

由(8.17)式和(8.18)式可以求得:

$$G_{in} = R_L / Z_{0L}^2 \quad (8.19a)$$

$$B_{in} = X_L / Z_{0L}^2 \pm Z_{0s}^{-1} \quad (8.19b)$$

其中我们代入了输入导纳和负载阻抗的复数表达式 $Y_{in} = G_{in} + jB_{in}$, $Z_L = R_L + jX_L$ 。

根据(8.19a)式我们可以求出传输线的特性阻抗为:

$$Z_{0L} = \sqrt{\frac{R_L}{G_{in}}} = \sqrt{\frac{120}{0.016}} = 86.6 \Omega$$

将此结果代入(8.19b)式,我们发现只能取“负号”,即我们需要配置一段开路短截线,其特性阻抗为:

$$Z_{0s} = \frac{1}{X_L / Z_{0L}^2 - B_{in}} = 107.1 \Omega$$

只要传输线的特性阻抗保持在大约 20Ω 至 200Ω 的合理范围内,这个设计方案就非常容易实现。

在实际应用中,单端非平衡短截线常常被如图 8.25 所示的平衡型设计方案取代。

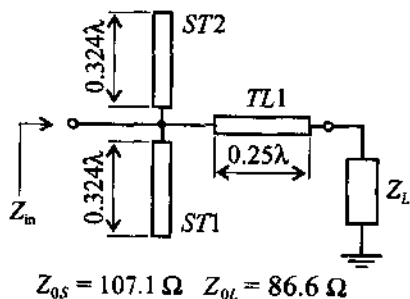


图 8.25 例题 8.9 的平衡短截线匹配网络

显然,短截线 ST_1 和 ST_2 并联后的总电纳必须等于非平衡短截线的电纳。所以,每一段平衡短截线的电纳必须等于非平衡短截线电纳的一半。我们发现两种短截线的长度并非是线性比例关系。换句话说,平衡短截线的长度不是非平衡短截线长度的一半。开路平衡短截线必须由:

$$l_{SB} = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \left(2 \tan \frac{2\pi l_S}{\lambda} \right) \quad (8.20)$$

计算,短路平衡短截线则由:

$$l_{SB} = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \left(\frac{1}{2} \tan \frac{2\pi l_S}{\lambda} \right) \quad (8.21)$$

计算。这个结论也可以在 Smith 圆图中利用图解法得到。

8.2.3 双短截线匹配网络

前一小节仅讨论的短截线匹配网络具有良好的通用性,它可在任意输入阻抗和实部不为零的负载阻抗中间形成匹配。这种匹配网络的主要缺点之一就是需要在短截线与输入端口或短截线与负载之间插入一段长度可变的传输线。虽然这对于固定型匹配网络不会成为问题,然而,它将对可调型匹配器带来困难。在本小节中我们将研究另一种匹配网络,这种网络中增加了第二个并联短截线从而解决了上述问题。图 8.26 是这种网络的常规拓扑结构,它可将任意有耗负载阻抗与输入阻抗 $Z_{in} = Z_0$ 匹配。

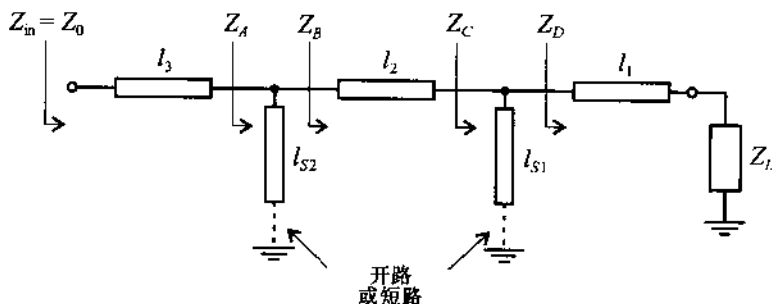


图 8.26 双短截线匹配网络结构

在双短截线匹配网络中,两段开路或短路短截线并联在一段固定长度的传输线两端。传输线 l_2 的长度通常选为 $1/8, 3/8$ 或 $5/8$ 个波长。在高频应用中通常采用 $3/8$ 和 $5/8$ 个波长的间隔,以便简化可调匹配器的结构。

在以下的讨论中,我们假设两个短截线之间传输线的长度为 $l_2 = (3/8)\lambda$ 。为了简化分析过程,我们从匹配网络的输入端开始反过来向负载端做匹配。

理想的匹配状态要求 $Z_{in} = Z_0$, 即 $y_A = 1$ 。因为假设传输线是无损耗的,则归一化导纳 $y_B = y_A - jb_{S2}$ 必落在 Smith 圆图中 $g = 1$ 的等电导圆上。其中 l_{S2} 是短截线的电纳, l_{S2} 是短截线的相应长度。对于 $l_2 = (3/8)\lambda$ 的传输线, $g = 1$ 圆将向负载方向转过 $2\beta l_2 = 3\pi/2$ 弧度即 270° (即反时针方向,如图 8.27 所示)。为了确保匹配,导纳 y_C (等于 Z_L 与传输线 l_1 串联后再与并联短截线 l_{S1} 并联) 必须落在这个移动了的 $g = 1$ 圆(称为 y_C 圆)上。

通过改变短截线 l_{S1} 的长度,我们可以使点 y_B 最终变换为位于旋转后的等电导圆 $g = 1$ 上的

点 y_c 。只要点 y_D (即 Z_L 与传输线 l_1 串联) 落在等电导圆 $g=2$ 之外, 上述变换过程就可以实现。这也反映出了我们应当避开的匹配禁区。在实际应用中解决这个问题的方法是, 双短截线可调匹配器的输入、输出传输线符合 $l_1 = l_3 \pm \lambda/4$ 的关系。这样, 如果可调匹配器不能对某一特定负载阻抗实现匹配, 我们只需对调可调匹配器的输入、输出端口, 则 y_D 必将移出匹配禁区。

下面的例题将针对给定的待匹配负载阻抗介绍短截线长度的计算方法。

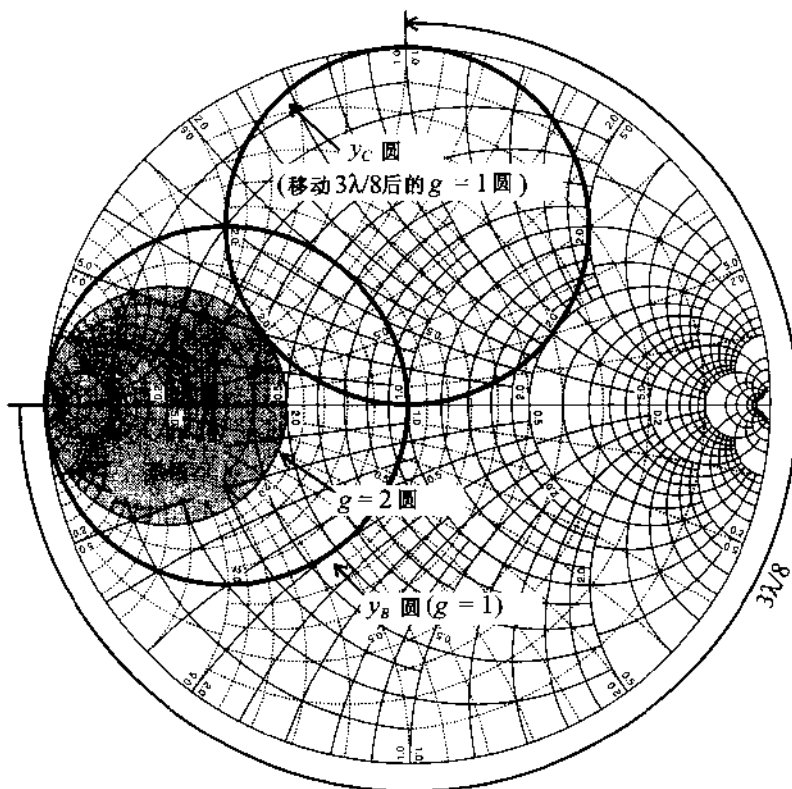
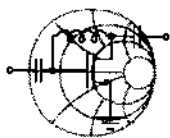


图 8.27 采用 Smith 圆图分析图 8.26 所示双短截线匹配网络



例题 8.10 双短截线匹配网络的设计

设图 8.26 所示双短截线匹配网络的各传输线长度为 $l_3 = l_2 = 3\lambda/8$ 和 $l_1 = \lambda/8$ 。令所有传输线的特性阻抗均为 $Z_0 = 50 \Omega$, 若使 $Z_L = (50 + j50) \Omega$ 的负载阻抗与 50Ω 的输入阻抗匹配, 计算短路短截线的长度。

解: 首先必须求出归一化导纳 y_D^* 并确认其没有落在匹配禁区内。根据 Smith 圆图 (见图 8.28), 可以查到 $y_D = 0.4 + j0.2$ 。由于 $g_D < 2$, 则导纳 y_D 没有落在匹配禁区内。然后, 仿照前面曾介绍过的方法画出旋转后的等电导圆 $g = 1$ 。这使我们确定旋转后的等电导圆 $g = 1$ 与过 y_D 点的等电导圆的交点, 该交点给出了 y_c 的值。事实上, 我们得到了两个交点, 他们对应于两个解。

* 注: 从 y_L 出发沿等驻波比圆顺时针转过 $l_1 = \lambda/8$ ——译者注。

如果我们选择 $y_C = 0.4 - j1.8$, 则第一段短截线的电纳就必须为 $jb_{S1} = y_C - y_D = -j2$, 由此我们就可以确定第一段短路短截线的长度: $l_{S1} = 0.074\lambda$ 。

将 y_C 沿等驻波比圆转过 $l_2 = 3\lambda/8$ 可得 $y_B = 1 + j3$, 这表明我们必须使第二段短截线的电纳等于 $jb_{S2} = -j3$, 才能得到 $y_{in} = y_A = 1$ 。根据 Smith 圆图可以查到, 第二段短截线的长度为 $l_{S2} = 0.051\lambda$ 。

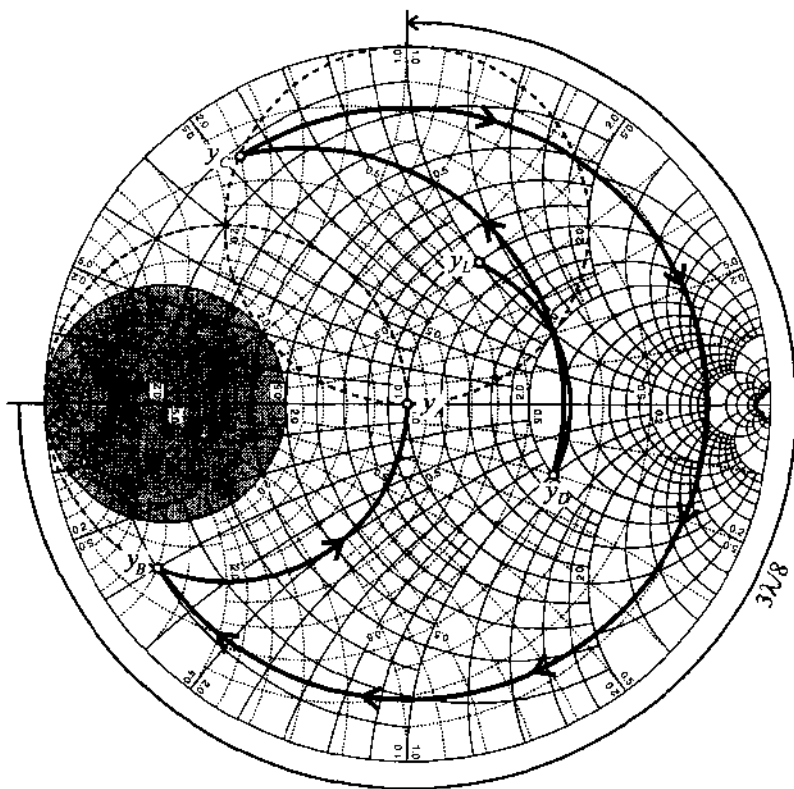


图 8.28 例题 8.10 的双短截线匹配网络设计

在某些实际电路中, 微带短截线被变容二极管所替代。这样就可以电调二极管的电容, 从而实现电调并联电纳。

8.3 放大器的工作状态和偏置网络

所有射频电路不可缺少的电路单元就是有源或无源偏置网络。偏置的作用是在特定的工作条件下为有源器件提供适当的静态工作点, 并抑制晶体管参数的离散性以及温度变化的影响从而保持恒定的工作特性。

在以下小节中, 我们将对放大器的不同工作状态进行概括地分析, 这将有助于我们理解为何必须正确偏置场效应晶体管和双极结晶体管。

8.3.1 放大器的工作状态和效率

根据设计用途的不同,放大器需要有特定的偏置条件。放大器的工作状态分为几类,它们对应于射频电路中有源器件的不同偏置状态。

图 8.29 描述了理想晶体管的传递函数特征。我们假设晶体管没有进入饱和区或击穿区,而且在线性工作区内输出电流与输入电压成比例。对于场效应晶体管,电压 V^* 对应于阈值电压;对于双极结晶体管,电压 V^* 对应于基极-发射极内建电位。

不同的工作状态是根据所谓导通角来划分的,导通角对应于一个信号周期内有电流流过负载的时间。如图 8.29(a)所示,在甲类工作状态下,整个信号周期内都有集电极电流存在,即导通角 $\Theta_A = 360^\circ$ 。如果晶体管在线性区内的传输特性近似于线性函数,那么,输出信号则是没有任何失真的、放大的输入信号。然而,在实际中总会出现一定程度的非线性效应,从而产生放大器输出信号的畸变。

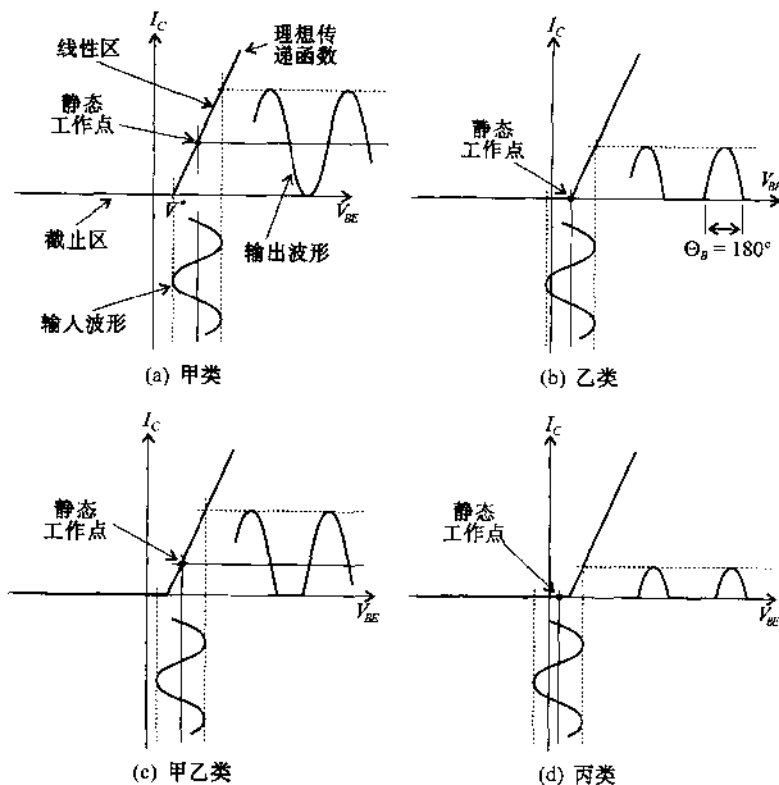


图 8.29 放大器的各种工作状态

在乙类工作状态下[图 8.29(b)],只有半个信号周期内有集电极电流存在,这对应于 $\Theta_A = 180^\circ$ 的导通角。在信号周期的第 2 个半周内,晶体管进入了截止状态,没有集电极电流流过。甲乙类工作状态[图 8.29(c)]结合了甲类和乙类工作状态的特点,其导通角 Θ_A 的范围在 180° 至 360° 之间。这种放大器通常用于对射频信号进行大功率“线性”放大。

丙类放大器[图 8.29(d)]只在信号的半周期之内(即导通角 $0 < \Theta_c < 180^\circ$)才有电流传

输,因此输出信号的失真最大。

这就产生了一个问题,既然甲类工作状态的信号失真最小,为什么放大器还要工作在其他状态?答案直接与放大器的效率有关。效率 η 的定义是负载吸收的射频平均功率 P_{RF} 与电源平均功率 P_s 的比值,并通常用百分数表示:

$$\eta = \frac{P_{\text{RF}}}{P_s} 100\% \quad (8.22)$$

甲类放大器效率的最大理论值为 50%,而丙类放大器的效率可以接近 100%。甲类放大器的效率等于 50% 意味着电源功率的一半变成热量耗散掉了。这种情况对于便携式通信系统是无法接受的,因为这类系统中的大多数器件都是靠电池驱动的。在实际工作中,设计者常常是选用既有最高效率又能保持射频信号信息内容的工作状态。

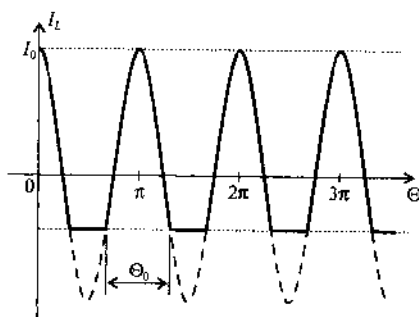
在下面的例题中,我们将从理论上导出作为导通角函数的最大效率值 η 。



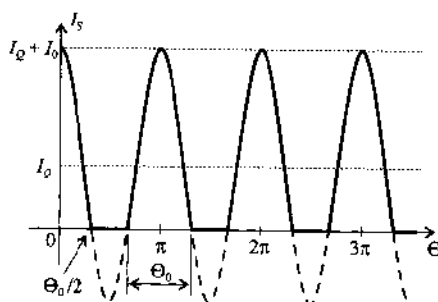
例题 8.11 放大器效率的计算

导出放大器效率 η 与导通角 Θ_0 的一般函数关系。列出甲类和乙类放大器的 η 值。

解:与导通角 Θ_0 对应的负载电流波形如图 8.30(a) 所示,其中正弦电流的幅度为 I_0 。



(a) 晶体管电流波形的输出特性



(b) 对应的电源电流波形

图 8.30 负载电流及电源电流波形与导通角的函数关系

同样,电源电流 I_s 的最大值等于 I_0 加上静态工作电流 I_Q :

$$I_s = I_Q + I_0 \cos \Theta \quad (8.23)$$

在(8.23)中令 $I_s = 0, \Theta = \Theta_0/2$ 可求出能够维持特定导通角 Θ_0 的静态工作电流:

$$I_Q = -I_0 \cos(\Theta_0/2) \quad (8.24)$$

电源平均电流则可通过在 $\Theta = -\Theta_0/2$ 至 $\Theta = \Theta_0/2$ 区间上的积分计算,即

$$\langle I_S \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Theta_0/2}^{\Theta_0/2} I_S d\Theta = -\frac{I_0}{2\pi} \left[\Theta_0 \cos\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) - 2\sin\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) \right] \quad (8.25)$$

所以电源的平均功率则为:

$$P_S = V_{CC} \langle I_S \rangle = -\frac{I_0 V_{CC}}{2\pi} \left[\Theta_0 \cos\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) - 2\sin\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) \right] \quad (8.26)$$

其中 V_{CC} 是电源电压。

由于负载上的电压随负载电流而变,所以平均射频功率等于负载电压与负载电流乘积的积分:

$$P_{RF} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Theta_0/2}^{\Theta_0/2} I_0 V_{CC} \cos^2 \Theta d\Theta = \frac{I_0 V_{CC}}{4\pi} (\Theta_0 - \sin \Theta_0) \quad (8.27)$$

用(8.26)除(8.27),则得到放大器的效率:

$$\eta = \frac{\Theta_0 - \sin \Theta_0}{2 \left[\Theta_0 \cos(\Theta_0/2) - 2\sin(\Theta_0/2) \right]} \quad (8.28)$$

其中导通角 Θ_0 的单位是弧度。

η 与导通角 Θ_0 函数关系图形如图 8.31 所示。

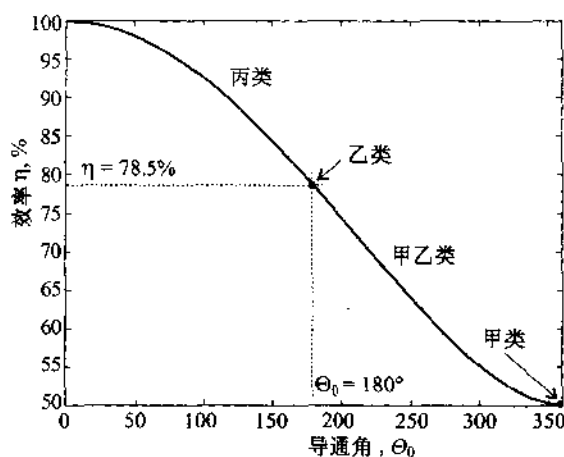


图 8.31 理想放大器最大效率的理论值与导通角的函数关系

将 $\Theta_0 = 2\pi$ 代入(8.28)式,可知甲类放大器的效率确实是 50%。若求乙类放大器的效率,只需将导通角 $\Theta_0 = \pi$ 代入(8.28)式,其结果为:

$$\eta_B = \frac{\pi - \sin \pi}{2 \left[\pi \cos(\pi/2) - 2\sin(\pi/2) \right]} = \frac{\pi}{4} = 0.785$$

由此可见,乙类放大器的效率等于 78.5%。

在需要低功耗的场合,比如,需要尽量延长电池工作时间的个人通信系统,效率是一个重要的设计指标。

8.3.2 双极晶体管的偏置网络

偏置网络有两大类型:无源网络和有源网络。无源网络(即自偏置网络)是最简单的偏置电路,通常由电阻网络构成,它为射频晶体管提供合适的工作电压和电流。这种偏置网络的主要缺陷是对晶体管的参数变化十分敏感,并且温度稳定性较差。为了解决这些问题,人们常常采用所谓有源偏置网络。

在本小节中我们将考察几种用于射频双极晶体管的偏置网络电路,其中两种电路拓扑结构如图 8.32 所示。

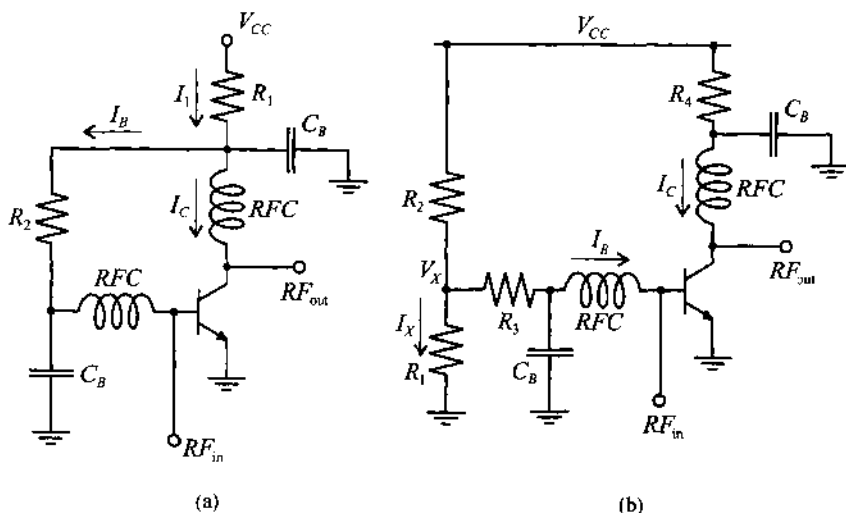
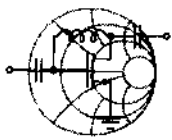


图 8.32 共发射极工作状态下,射频双极晶体管的无源偏置网络

如图 8.32 所示,隔直电容和连接到基极以及连接到集电极的高频扼流圈一起将射频信号与直流电源隔离开。在高频工作状态下,高频扼流圈通常更换为 $1/4$ 波长的传输线,这时传输线可将 C_B 端口的短路状态变换为晶体管端口的开路状态。

下面的例题将介绍如何计算图 8.32 所示的两种偏置网络的电阻值。



例 8.12 共发射极模式双极晶体管的无源偏置网络的设计

根据图 8.32(a)和图 8.32(b)为双极晶体管设计偏置网络。已知晶体管的工作状态为 $I_C = 10 \text{ mA}$, $V_{CE} = 3 \text{ V}$, $V_{CC} = 5 \text{ V}$ 。设晶体管的电流放大系数 $\beta = 100$, $V_{BE} = 0.8 \text{ V}$ 。

解:根据图 8.32(a),通过电阻 R_1 的电流等于晶体管基极和集电极电流之和。由于 $I_B = I_C/\beta$,所以:

$$I_1 = I_C + I_B = I_C(1 + \beta^{-1}) = 10.1 \text{ mA}$$

则 R_1 的阻值为:

$$R_1 = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_1} = 198 \, \Omega$$

同理可算出基极电阻 R_2 为:

$$R_2 = \frac{V_{CE} - V_{BE}}{I_B} = \frac{V_{CE} - V_{BE}}{I_C/\beta} = 22 \, \text{k}\Omega$$

对于图 8.32(b) 所示电路, 情况要稍微复杂一点。此时通过调整分压电阻 R_2 , 我们有选择电位 V_X 以及电流 I_X 的自由度。任选 $V_X = 1.5 \, \text{V}$, 则基极电阻 R_3 应为:

$$R_3 = \frac{V_X - V_{BE}}{I_B} = \frac{V_X - V_{BE}}{I_C/\beta} = 7 \, \text{k}\Omega$$

电流 I_X 的值通常选为 I_B 的 10 倍以上, 即 $I_X = 10I_B = 1 \, \text{mA}$, 此时各分压电阻的阻值为:

$$R_1 = \frac{V_X}{I_X} = 1.5 \, \text{k}\Omega \text{ 和 } R_2 = \frac{V_{CC} - V_X}{I_X + I_B} = 3.18 \, \text{k}\Omega$$

最后, 可求出集电极电阻为:

$$R_4 = (V_{CC} - V_{CE})/I_C = 200 \, \Omega$$

实际上, 选择特定电压和电流的自由度是有限制的, 即我们只能选择与商品电阻标称值对应的工作点设置。

图 8.33 是双极晶体管共发射极电路的有源偏置网络实例。其中我们采用一个低频晶体管 Q_1 为射频晶体管 Q_2 提供必要的基极电流。电阻 R_{B1} 与晶体管 Q_1 的发射极相连改善了静态工作点的稳定度。如果晶体管 Q_1 和 Q_2 具有相同的温度特性, 则这种偏置网络还将具有良好的温度稳定性。

例题 8.13 介绍了如何确定图 8.33 所示偏置网络的各元件参数。

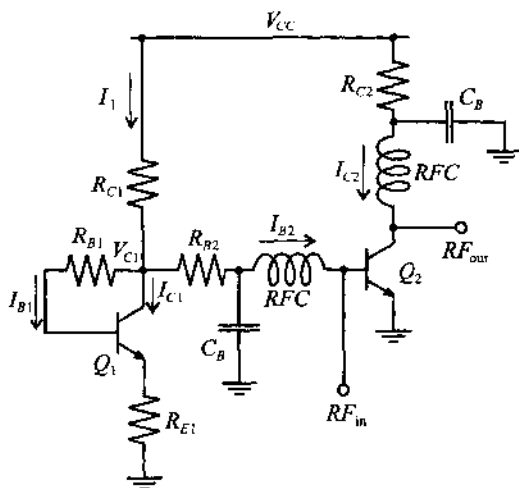


图 8.33 共发射极工作状态下, 射频双极晶体管的有源偏置网络



例题 8.13 共发射极工作状态下,射频双极晶体管有源偏置网络的设计如图 8.33 所示偏置网络,已知晶体管的工作状态为 $I_{C2} = 10 \text{ mA}$, $V_{CE2} = 3 \text{ V}$, $V_{CC} = 5 \text{ V}$ 。设两个晶体管的特性参数均为电流放大系数 $\beta = 100$, $V_{BE} = 0.8 \text{ V}$ 。

解:类似于前一例题,此偏置网络的几个参数可以自由选择。首先,我们可以任选晶体管 Q_1 的集电极电位 V_{C1} 。其次,我们可以任选 Q_1 的集电极电流。由于 I_{B2} 不应受到电流 I_{C1} 波动的影响,令 $I_{C1} = 10I_{B2}$ (即 $I_{C1} = 1 \text{ mA}$)。所以,电阻 R_{C1} 上的电流 I_1 就等于集电极电流 I_{C1} 与两个基极电流 I_{B1} 和 I_{B2} 的总和,即:

$$I_1 = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2} = I_{C1}(1 + \beta_1^{-1}) + I_{C2}/\beta_2 = 1.11 \text{ mA}$$

设 $V_{C1} = 3 \text{ V}$, 则有:

$$R_{B2} = \frac{V_{C1} - V_{BE2}}{I_{B2}} = 22 \text{ k}\Omega \text{ 和 } R_{C1} = \frac{V_{CC} - V_{C1}}{I_1} = 1.8 \text{ k}\Omega$$

另外一个可由我们自由选择的参量是晶体管 Q_1 的发射极电压 V_{E1} 。令 V_{E1} 等于 1 V , 则有:

$$R_{B1} = \frac{V_{C1} - V_{BE1} - V_{E1}}{I_{B1}} = 120 \text{ k}\Omega$$

以及:

$$R_{E1} = \frac{V_{E1}}{I_{C1} - I_{B1}} = 1.11 \text{ k}\Omega$$

最后,集电极电阻 R_{C2} 则等于:

$$R_{C2} = (V_{CC} - V_{CE2})/I_{C2} = 200 \text{ }\Omega$$

相对于无源偏置网络,虽然有源偏置网络具有许多优点,但它也存在一些问题,明确地说就是,增加了电路尺寸、增加了电路排版的难度以及增加了功率消耗。

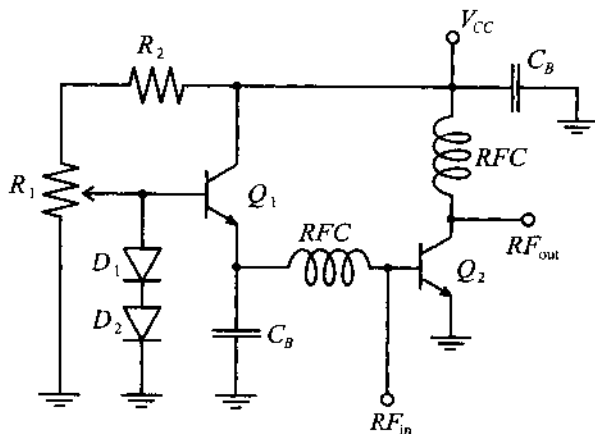


图 8.34 采用低频晶体管和两个二极管构成的有源偏置网络

图 8.34 所示是另一种用于双极晶体管共发射极电路的有源滤波器。其中二极管 D_1 和 D_2 为两个晶体管的基极-发射极 PN 结提供了恒定的参考电压。电阻 R_1 可用于调整晶体管 Q_1 的基极电流,电阻 R_2 则是用于限制调整幅度的。当然,如果要得到温度补偿效果,则晶体管 Q_1 必须与两个二极管之一保持相同的温度,同时另一个二极管则必须与射频晶体管 Q_2 处于同一个热沉上。

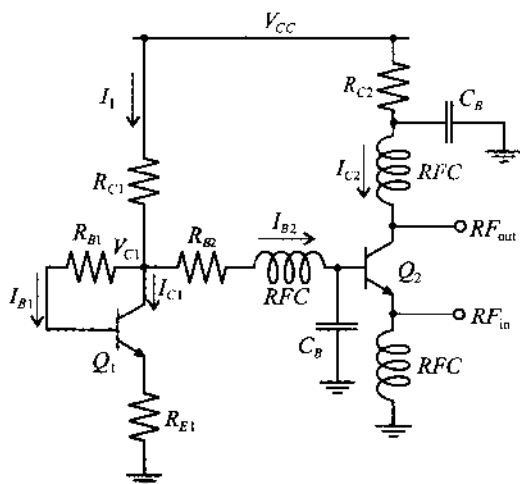


图 8.35 将图 8.33 有源偏置网络变为共基极射频工作方式

作为最后的说明,必须着重指出,晶体管的射频信号工作方式(共基极、共发射极或共集电极)与上述所有偏置网络的直流电路结构无关。例如,我们可以将图 8.33 所示有源偏置网络调整后用于共基极工作方式,如图 8.35 所示。

对于直流,所有的隔直电容都意味着开路,所有高频扼流圈则为短路。因此,这种偏置网络可以重新画为图 8.36(a)的形式,即共发射极电路结构。然而,对于射频信号,所有的隔直电容都意味着短路,而所有高频扼流圈则为开路。如图 8.36(b)所示,晶体管的工作方式变成共基极模式。

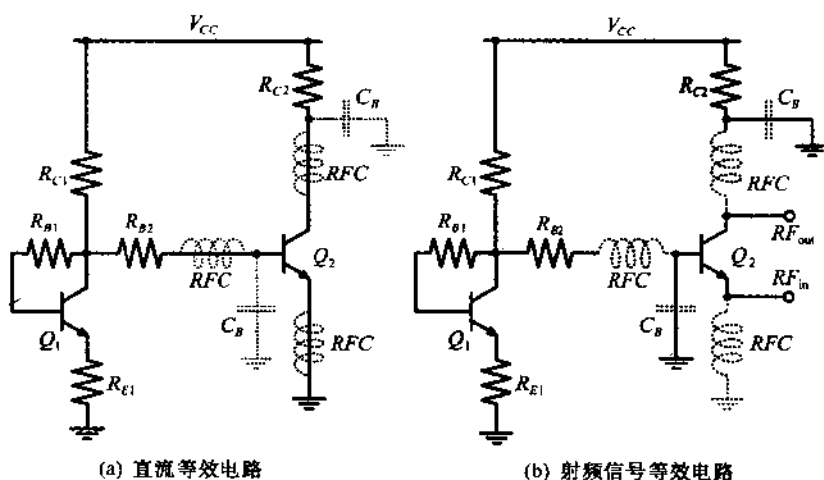


图 8.36 图 8.35 有源偏置网络的直流、射频等效电路

8.3.3 场效应晶体管的偏置网络

场效应晶体管的偏置网络在许多方面与上述双极结晶体管偏置网络完全相同。关键的区别是 MESFET 的偏置条件通常需要负的栅极电压。

最常见的双电源场效应晶体管无源偏置网络如图 8.37 所示。

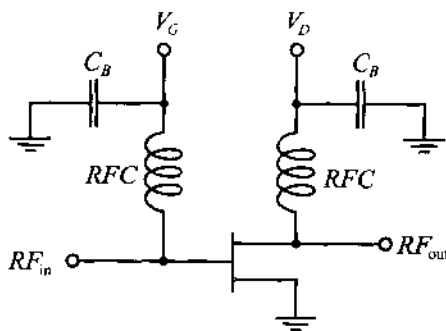


图 8.37 场效应晶体管的双极性无源偏置网络

这种网络的主要缺点是需要两个极性不同的电源， $V_G < 0$ 和 $V_D > 0$ 。如果不能得到这种双极性电源，则可以采用不在晶体管的基极而在其源极加偏置的策略，此时晶体管的基极为直流接地状态。图 8.38 为这种网络的两个实例。

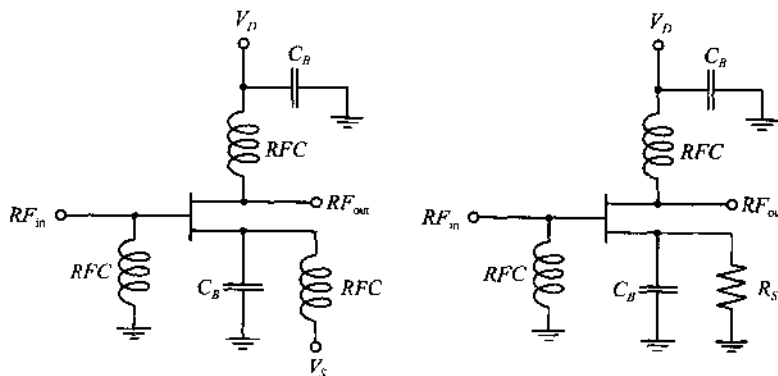


图 8.38 场效应晶体管的单极性无源偏置网络

场效应晶体管偏置网络的温度补偿通常是采用热敏电阻实现。

8.4 小结

本章讨论的内容集中于研究射频和微波系统中所遇到的两个关键问题：各类不同阻抗值的元件之间的连接问题；根据有源器件的工作状态设置适当的偏置条件。

为了确保在不同阻抗的系统之间实现优化的功率传输，我们首先讨论了双元件的 L 形匹配网络结构。通过对两端口网络的分析可知，输入和输出端口的共轭复数匹配条件可以在特定的频率下实现优化的功率传输。实现共轭复数匹配条件的技术并不复杂，而且与带通或带

阻滤波器的设计方法类似。如果负载阻抗落在匹配禁区中则无法使其与给定的输入阻抗相匹配,因此,必须特别注意选择恰当的 L 形匹配网络以避免其匹配禁区。根据网络传输函数的概念,有载品质因数为:

$$Q_L = \frac{f_0}{BW}$$

类似的公式可计算节点品质因数:

$$Q_n = \frac{|X_S|}{R_S} = \frac{|B_P|}{G_P}$$

该公式可用于计算、评估匹配网络的频率特性。遗憾的是, L 形匹配网络的频率响应很难进行任何灵活的调整,因此通常用于窄带射频电路中。为了调整匹配网络的频率响应,必须增加第三个元件,由此就产生了 T 形和 π 形匹配网络。采用这类匹配网络可以实现特定的节点品质因数并可间接调整匹配网络的带宽。

集总参数元件电路适合于在低频频段使用,当工作频率超过 GHz 频段以后,则必须采用具有分布参数的传输线元件。由于电容的容量和位置容易调整,所以采用串联形式的传输线以及并联的电容构成的混合结构匹配网络是人们非常喜欢的电路原型。如果用开路和短路传输线段代替上述电容,就形成了单短截线和双短截线匹配网络。

根据实际应用的不同(例如,小信号线性或大信号非线性应用),我们定义了晶体管放大器的几种工作状态。工作状态的划分标准是依据射频功率与电源功率的比值,即效率为:

$$\eta = \frac{P_{RF}}{P_S} 100\%$$

导通角 Θ_0 定量描述了通过负载的电流,效率也可以用它来表达:

$$\eta = \frac{\Theta_0 - \sin \Theta_0}{2[\Theta_0 \cos(\Theta_0/2) - 2\sin(\Theta_0/2)]}$$

例如,甲类放大器的效率仅为 50%,它是以最低效率为代价得到了最佳的线性度;乙类放大器的线性度有所降低但其效率则提高到了 78.5%。

一旦选定了放大器的工作状态,就必须确定偏置网络以便为晶体管提供合适的静态工作点。一般情况下,无源偏置网络更容易实现,但他们不如包含了有源器件的偏置网络灵活。偏置网络不仅要设定直流工作状态,还要通过高频扼流圈和隔直电容确保直流偏置与射频信号相互隔离。

参考文献

- W. A. Davis, *Microwave Semiconductor Circuit Design*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1984.
- N. Dye and H. Granberg, *Radio Frequency Transistors: Principles and Practical Applications*, Butterworth - Heinemann, 1993.
- G. Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers: Analysis and Design*, Prentice Hall, Upper Saddle

River, NJ, 1997.

P. Horowitz and W. Hill, *The Art of Electronics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1993.

D. Pozar, *Microwave Engineering*, John Wiley & Sons, New York, 1998.

P. Rizzi, *Microwave Engineering: Passive Circuits*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.

习题

- 8.1 假设负载与归一化输入阻抗匹配(即 $z_{in} = 1$)。求图 8.1(c) ~ (f) 中双元件匹配网络的匹配禁区。
- 8.2 已知负载阻抗 $Z_L = (100 + j20) \Omega$, 源阻抗 $Z_S = (10 + j25) \Omega$, 工作频率 $f_0 = 960 \text{ MHz}$ 。请采用解析法设计一个能在负载和源之间实现匹配的双元件匹配网络。
- 8.3 如果要为负载阻抗 $Z_L = (30 - j40) \Omega$ 和 50Ω 的源阻抗设计双元件匹配网络, 则可能存在多少种网络拓扑结构? 若要求该匹配网络在 $f_0 = 450 \text{ MHz}$ 频率点实现最佳匹配, 求各网络元件的参数。
- 8.4 重复习题 8.3 的内容, 其中负载阻抗改为 $Z_L = (40 + j10) \Omega$, 最佳匹配频率点改为 $f_0 = 1.2 \text{ GHz}$ 。
- 8.5 测量结果显示, 习题 8.3 中的源阻抗并非纯实数, 其寄生电感 $L_S = 2 \text{ nH}$ 。考虑到 L_S 的效应后, 重新计算匹配网络的各元件参数。
- 8.6 一个由电阻和电感相串联构成的负载 $Z_L = (20 + j10) \Omega$ 需要与特性阻抗为 50Ω 的微带线在 $f_0 = 800 \text{ MHz}$ 频率点实现匹配。请设计两个双元件匹配网络, 并求出各元件参数。画出它们的频率响应并计算相应的带宽。
- 8.7 在例题 8.5 中我们讨论了一个 T 形匹配网络。当工作频率 $f_0 = 1 \text{ GHz}$ 时, 该匹配网络可以在 $Z_L = (60 - j30) \Omega$ 的负载阻抗与 $Z_{in} = (10 + j20) \Omega$ 的输入阻抗之间实现匹配, 并且满足 Q_n 小于 3 的限制条件。请一步步考察该设计过程, 确定 Smith 圆图上每个点的阻抗或电纳值, 并校验图 8.16 中的最终结果。
- 8.8 重复例题 8.6 的设计过程, 找出图 8.17 中 Smith 圆图上的各点, 检验图 8.18 给出的网络元件参数。
- 8.9 重复例题 8.6 的 π 形匹配网络设计, 要求节点品质因数 $Q_n = 2.5$ 。在 $1 \text{ GHz} < f < 4 \text{ GHz}$ 频段内, 画出 $Q_n = 2.5$ 时的 $Z_{in}(f)$, 并与例题 8.6 中 $Q_n = 2$ 的设计结果对比。
- 8.10 请在 $f_0 = 600 \text{ MHz}$ 频率点设计两个 T 形匹配网络, 要求该网络能将负载阻抗 $Z_L = 100 \Omega$ 变换为 $Z_{in} = (20 - j40) \Omega$ 的输入阻抗, 并且节点品质因数 $Q_n = 4$ 。
- 8.11 请在与习题 8.10 相同的条件下设计两个 π 形匹配网络。
- 8.12 已知为了在给定的 Q_n 条件下实现匹配, 匹配网络设计者所需的元件数目必须超过 2 个甚至 3 个。请采用图解法设计一个多节匹配网络, 要求该网络在 $f_0 = 500 \text{ MHz}$ 频率点, 将 $Z_L = 10 \Omega$ 变换为 $Z_S = 250 \Omega$, 同时保持节点品质因数 $Q_n = 1$ 。另外, 此多节匹配网络必须包含一些串联的双元件单元, 每个单元由串联电感和并联电容构成[见图 8.1(h)]。
- 8.13 当习题 8.12 中的工作频率上升到 $f_0 = 1 \text{ GHz}$ 时, 网络设计必须变成图 8.19 所示的

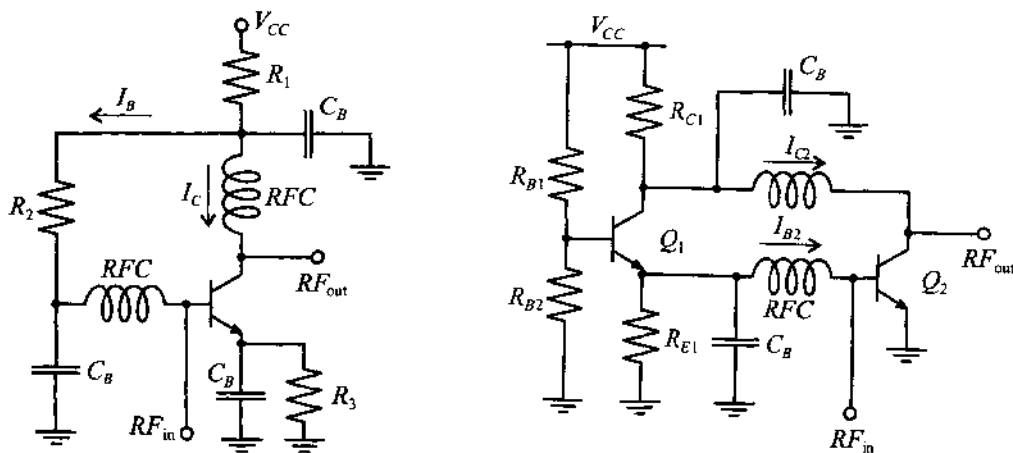
混合型结构。请确定实现匹配所需的电容个数以及传输线段的数目,并计算网络中所有元件的参数。

- 8.14 根据例题 8.7 的电路结构和设计参数,采用 FR-4 基片材料(介电常数 $\epsilon_r = 4.6$, 厚度 $h = 25 \text{ mil}$)设计匹配网络。计算每段传输线的宽度和长度。如果电容的误差为 $\pm 10\%$, 且元件自动安装设备的定位误差为 $\pm 2 \text{ mil}$ (即电容能够被放置在设计位置 $\pm 2 \text{ mil}$ 的范围内), 求匹配网络输入阻抗的最大偏差。
- 8.15 例题 8.7 表明, 如果将短截线的长度增加 $1/4$ 波长, 则开路短截线可以由短路短截线替代。由于匹配只是对单一频率而言, 而在较宽的频率范围内, 网络的响应可能与设计的目标阻抗有很大差别。设计一个单短截线匹配网络, 将负载阻抗 $Z_L = (80 + j20) \Omega$ 变换为 $Z_{in} = (30 - j10) \Omega$ 的输入阻抗。在 $\pm 0.8f_0$ 的频率范围内, 比较开路短截线以及其等效短路短截线两种不同电路结构的频率响应。假设匹配的中心频率为 $f_0 = 1 \text{ GHz}$, 负载是由电阻与电感串联构成。
- 8.16 根据图 8.23(b)所示匹配网络, 若要将 $Z_L = (80 - j40) \Omega$ 的负载阻抗与 50Ω 源阻抗相匹配, 求短截线的长度 l_s , 传输线的特性阻抗 Z_{0t} 以及长度 l_t 。已知短截线的特性阻抗为 $Z_{0s} = 50 \Omega$ 。
- 8.17 双短截线调配器如图 8.26 所示, 已知 $l_1 = \lambda/8$, $l_2 = 5\lambda/8$, $l_3 = 3\lambda/8$, 已知调配器内所有短截线和传输线的特性阻抗均为 50Ω 。问: 负载 $Z_L = (20 - j20) \Omega$ 应当接在调配器的那一端? 若要该负载与 50Ω 传输线相匹配, 求短路短截线的长度。
- 8.18 讨论用变容管与电感串联单元代替短截线调配器的电路结构。如果变容管的电容变化范围在 1 pF 至 6 pF 之间, 请选择合适的电感值, 并在 1.5 GHz 频率点上讨论负载阻抗变化时匹配器的调配能力。
- 8.19 一理想放大器的传递函数由以下方程给出:

$$V_{out} = \begin{cases} 30(V_{in} - V^*), & V_{in} \geq V^* \\ 0, & V_{in} < V^* \end{cases}$$

其中 $V^* = 60 \text{ mV}$ 。若放大器工作在甲乙类状态, 且导通角 $\theta_0 = 270^\circ$, 求静态工作点 (V_Q 和 I_Q) 和相应的最大效率。已知输入信号是幅度为 100 mV 的正弦波。

- 8.20 一个具有发射极旁路电阻 R_3 的低频双极晶体管偏置网络如下图所示:



已知电源电压 $V_{CC} = 12\text{ V}$, 晶体管参数为: $I_C = 20\text{ mA}$, $V_{CE} = 5\text{ V}$, $\beta = 125$, $V_{BE} = 0.75\text{ V}$ 。求偏置网络的元件参数。

- 8.21 为了防止晶体管自激, 可在图 8.23(a) 所示偏置网络中的晶体管基极与集电极之间增加反馈电阻 $R_F = 1\text{ k}\Omega$ 。已知晶体管的电流放大系数 $\beta = 100$, $V_{BE} = 0.8\text{ V}$ 。根据以下偏置条件, 计算偏置网络的所有电阻值: 电源电压 $V_{CC} = 5\text{ V}$, 集电极电流 $I_C = 10\text{ mA}$, 集电极 - 发射极电压 $V_{CE} = 3\text{ V}$ 。
- 8.22 设计如下图所示的偏置网络, 其中 $I_{C2} = 10\text{ mA}$, $V_{CE2} = 3\text{ V}$, $V_{CC} = 5\text{ V}$, 并假定 $\beta_1 = 150$, $\beta_2 = 80$, $V_{BE} = 0.7\text{ V}$ 。
- 8.23 分别重新设置图 8.34 所示的有源偏置电路为共基极模式与共集电极模式。
- 8.24 在图 8.38 所示的无源 FET 偏置网络中, 如果 $V_{GS} = -4\text{ V}$, $V_{DS} = 10\text{ V}$, 而漏极电流 $I_D = 50\text{ mA}$ 时, 求解其源极电阻 R_S 。

第9章 射频晶体管放大器设计

射频放大器与常规低频电路的设计方法完全不同,它需要考虑一些特殊的因素。尤其是入射电压波和入射电流波都必须与有源器件良好匹配,以便降低电压驻波比、避免寄生振荡。正是由于这个原因,稳定性分析通常被作为射频放大器设计工作的第一个步骤。稳定性分析以及增益圆、噪声系数圆都是放大器电路设计所必须的基本要素,依据这些要素才能设计出符合增益、增益平坦度、输出功率、带宽和偏置条件等苛刻要求的放大器。

我们在第2章、第3章中研究了终端加载传输线的功率关系,本章的内容是在此基础上的进一步拓展。然而,第9章涉及的是与无源电路特征不同的有源器件,此时增益和反馈效应是需要考虑的重要问题。功率增益、单向化设计法、双共轭匹配设计法等论题以及它们在 Smith 圆图中的特征构成了全面、定量分析高频晶体管放大器性能的基础。本章的内容将使读者体会到 Smith 圆图的优越性。Smith 圆图使得等增益圆、等驻波比圆以及稳定性判定圆能够重叠在第3章所讨论的反射系数和阻抗参量的图形上。此外,放大器的噪声分析也可通过将噪声系数转换成 Smith 圆图上的噪声系数圆来进行。

介绍了基本的设计方法之后,第9章还将考察各种类型的功率放大器以及它们的技术指标,如增益平坦度、带宽、交调失真以及单级、多级放大器的区别。

9.1 放大器的特性指标

利用单级或多级晶体管电路对输入信号进行放大也许是模拟电路理论中最重要而且最困难的任务。图9.1是一个插入在输入、输出匹配网络之间的常规单级放大器电路。

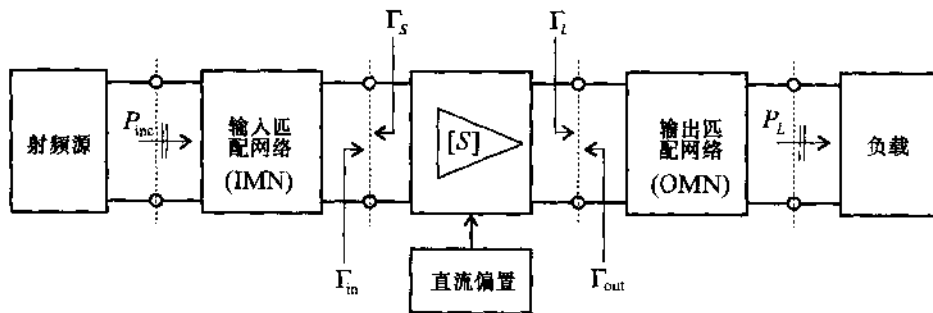


图 9.1 常规放大器系统

第8章中曾讨论过的输入、输出匹配网络可用于减小有害反射从而增加功率流容量。在图9.1中,放大器的指标是由其在特定偏置条件下的 S 参量确定的。在放大器的特性指标方面,下列内容是关键参数:

- 增益及增益平坦度(以 dB 表示)
- 工作频率及带宽(单位:Hz)

- 输出功率(单位: dBm)
- 直流输入功率(单位: V 和 A)
- 输入、输出反射系数(VSWR)
- 噪声系数(以 dB 表示)

此外,我们还经常需要考虑其他参数,如交调失真(IMD)、谐波、反馈以及热效应,所有这些都会严重影响放大器的性能。

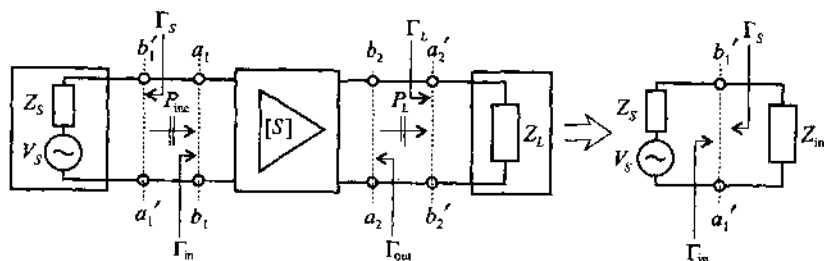
为了系统地了解放大器的设计过程,我们首先需要针对各种功率关系确定一些定义,然后提出几个重要的分析方法用于定义稳定性、增益、噪声和电压驻波比指标。这4个指标的共同之处在于,他们都可以用圆方程描述而且都可以标在 Smith 圆图上。

9.2 放大器的功率关系

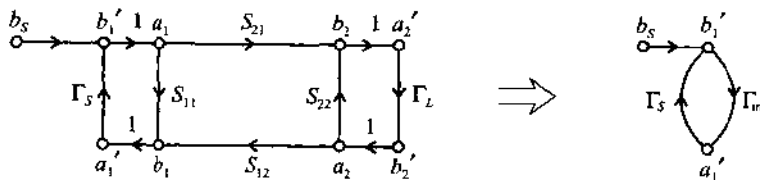
9.2.1 射频源

放大器的增益有多种定义,他们取决于人们对射频放大器运行机制的了解。为此,我们假设两个匹配网络分别包含在信号源和负载阻抗中,并依据其功率流关系考察图 9.1,则电路系统就可简化为图 9.2(a)所示电路。我们做功率分析的起始点是与放大器网络相连的射频信号源。参照图 9.2 中的符号规定,利用 4.4.5 小节讨论的信号流[见(4.82)式和(4.83)式]概念,可得信号源电压:

$$b_s = \frac{\sqrt{Z_0}}{Z_s + Z_0} V_s = b'_1 - a_1' \Gamma_s = b'_1 (1 - \Gamma_{in} \Gamma_s) \quad (9.1)$$



(a) 简化的单级放大电路



(b) 信号流图

图 9.2 与单级放大器网络相连的信号源及负载

对应于 b'_1 的入射功率波为:

$$P_{inc} = \frac{|b_1'|^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{|b_s|^2}{|1 - \Gamma_{in}\Gamma_s|^2} \quad (9.2)$$

这就是放大器的人射功率。放大器输入端口的实际输入功率为人射功率波与反射功率波之差。引入输入反射系数 Γ_{in} , 则可得:

$$P_{in} = P_{inc}(1 - |\Gamma_{in}|^2) = \frac{1}{2} \frac{|b_s|^2}{|1 - \Gamma_{in}\Gamma_s|^2} (1 - |\Gamma_{in}|^2) \quad (9.3)$$

如果放大器的输入阻抗与信号源的内阻符合共轭匹配条件 ($Z_{in} = Z_s^*$), 若采用反射系数表示即 $\Gamma_{in} = \Gamma_s^*$, 则信号源到放大器之间有最大功率传输。在最大功率传输条件下, 我们定义资用功率 P_A 为:

$$P_A = P_{inc} |_{\Gamma_{in}=\Gamma_s^*} = \frac{1}{2} \frac{|b_s|^2}{|1 - \Gamma_{in}\Gamma_s|^2} \Big|_{\Gamma_{in}=\Gamma_s^*} (1 - |\Gamma_{in}|^2) = \frac{1}{2} \frac{|b_s|^2}{1 - |\Gamma_s|^2} \quad (9.4)$$

这个公式表明 P_A 与 Γ_s 有关。如果 $\Gamma_{in} = 0$ 而且 $\Gamma_s \neq 0$, 由(9.2)式和(9.4)式可见 $P_{inc} = |b_s|^2/2$ 。

9.2.2 转换功率增益

我们现在可以讨论转换功率增益 G_T , 转换功率增益定量地描述了插入在信号源与负载之间的放大器增益。

$$G_T = \frac{\text{负载吸收的功率}}{\text{电源的资用功率}} = \frac{P_L}{P_A}$$

根据 $P_L = \frac{1}{2} |b_2|^2 \cdot (1 - |\Gamma_L|^2)$ 则有:

$$G_T = \frac{P_L}{P_A} = \frac{|b_2|^2}{|b_s|^2} (1 - |\Gamma_L|^2) (1 - |\Gamma_s|^2) \quad (9.5)$$

在这个表达式中, 比值 b_2/b_s 还需求出。根据 4.4.5 小节关于信号流图的讨论和图 9.2, 可得:

$$b_2 = \frac{S_{21}a_1}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (9.6a)$$

$$b_s = \left[1 - \left(S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right) \Gamma_s \right] a_1 \quad (9.6b)$$

由此可得待求比值为:

$$\frac{b_2}{b_s} = \frac{S_{21}}{(1 - S_{11}\Gamma_s)(1 - S_{22}\Gamma_L) - S_{21}S_{12}\Gamma_L\Gamma_s} \quad (9.7)$$

将(9.7)式代入(9.5)式, 则有:

$$G_T = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_s|^2)}{|(1 - S_{11}\Gamma_s)(1 - S_{22}\Gamma_L) - S_{21}S_{12}\Gamma_L\Gamma_s|^2} \quad (9.8)$$

定义输入、输出反射系数后(见习题 9.2), 此式可以进一步化简。

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (9.9a)$$

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1 - S_{11}\Gamma_s} \quad (9.9b)$$

根据这两个定义式,我们可以再导出两个转换功率增益的表达式。首先,将(9.9a)式代入(9.8)式,可得:

$$G_T = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22} \Gamma_L|^2} \quad (9.10)$$

然后,将(9.9b)式代入(9.8)式,则有:

$$G_T = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_L \Gamma_{out}|^2 |1 - S_{11} \Gamma_S|^2} \quad (9.11)$$

我们经常用到的转换功率增益近似表达式是所谓单向化功率增益 G_{TV} , 单向化功率增益忽略了放大器反馈效应的影响 ($S_{12} = 0$)。引入单向化功率增益的概念后,式(9.11)简化为:

$$G_{TV} = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_L S_{22}|^2 |1 - S_{11} \Gamma_S|^2} \quad (9.12)$$

我们通常采用公式(9.12)作为放大器及其输入、输出匹配网络近似设计的基础,这个问题将在9.4.1小节中讨论。

9.2.3 其他功率关系

转换功率增益的表达式是我们导出其他重要功率关系的基础。例如,负载端口匹配 ($\Gamma_L = \Gamma_{out}^*$) 条件下的所谓资用功率增益的定义是:

$$G_A = G_T \Big|_{\Gamma_L = \Gamma_{out}^*} = \frac{\text{放大器的资用功率}}{\text{电源的资用功率}}$$

利用(9.11)式则为:

$$G_A = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{(1 - |\Gamma_{out}|^2) |1 - S_{11} \Gamma_S|^2} \quad (9.13)$$

另外,功率增益(Power gain 或 Operating power gain)的定义是负载吸收功率与放大器输入功率的比值:

$$G = \frac{\text{负载吸收的功率}}{\text{放大器输入的功率}} = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{P_L}{P_A} \cdot \frac{P_A}{P_{in}} = G_T \frac{P_A}{P_{in}}$$

将(9.3)式,(9.4)式和(9.10)式代入上式,可得:

$$G = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2}{(1 - |\Gamma_{in}|^2) |1 - S_{22} \Gamma_L|^2} \quad (9.14)$$

若在公式(9.10)中令 $\Gamma_S = \Gamma_{in}^*$, 即令 $P_{in} = P_A$, 也可得到公式(9.14)。下面的例题中,我们将根据已知 S 参量,计算一个放大器的各种功率增益。



例题 9.1 射频放大器的功率关系

已知,射频放大器具有如下 S 参量: $S_{11} = 0.3 \angle -70^\circ$, $S_{21} = 3.5 \angle 85^\circ$, $S_{12} = 0.2 \angle -10^\circ$, $S_{22} = 0.4 \angle -45^\circ$ 。另外,与放大器输入端连接的电压源参数为

RF&MW→

$V_s = 5\text{V} \angle 0^\circ$, 源内阻 $Z_s = 40\ \Omega$ 。放大器的输出端驱动一个阻抗为 $Z_L = 73\ \Omega$ 的天线。假设测量 S 参量时采用的传输线特性阻抗为 $Z_0 = 50\ \Omega$, 求下列参数:

(a) 转换功率增益 G_T , 单向化功率增益 G_{TU} , 资用功率增益 G_A , 功率增益 G

(b) 负载吸收的功率 P_L , 资用功率 P_A 以及放大器的入射功率 P_{inc} 。

解: 首先在 $Z_0 = 50\ \Omega$ 的前提下, 求出源和负载反射系数:

$$\Gamma_s = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} = -0.111 \text{ 和 } \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0.187$$

然后, 根据公式(9.9a)和(9.9b), 求出输入、输出阻抗:

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{21} S_{12} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} = 0.146 - j0.151$$

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_s}{1 - S_{11} \Gamma_s} = 0.265 - j0.358$$

将以上计算结果和 S 参量一同代入(9.11)式, (9.12)式, (9.13)式以及(9.14)式, 就可以求出转换功率增益 G_T , 单向化功率增益 G_{TU} , 资用功率增益 G_A 以及功率增益 G 如下:

$$G_T = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_s|^2)}{|1 - \Gamma_L \Gamma_{out}|^2 |1 - S_{11} \Gamma_s|^2} = 12.56 \text{ 或 } 10.99 \text{ dB}$$

$$G_{TU} = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_s|^2)}{|1 - \Gamma_L S_{22}|^2 |1 - S_{11} \Gamma_s|^2} = 12.67 \text{ 或 } 11.03 \text{ dB}$$

$$G_A = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_s|^2)}{|1 - \Gamma_{out}|^2 |1 - S_{11} \Gamma_s|^2} = 14.74 \text{ 或 } 16.68 \text{ dB}$$

$$G = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2}{|1 - \Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22} \Gamma_L|^2} = 13.74 \text{ 或 } 11.38 \text{ dB}$$

利用公式(9.2)并结合公式(9.1), 可以求出放大器的入射功率:

$$\begin{aligned} P_{inc} &= \frac{1}{2} \frac{|b_s|^2}{|1 - \Gamma_{in} \Gamma_s|^2} = \frac{1}{2} \frac{z_0}{(z_s + z_0)^2} \frac{|V_s|^2}{|1 - \Gamma_{in} \Gamma_s|^2} \\ &= 74.7 \text{ mW} \end{aligned}$$

P_{inc} 通常以 dBm 为单位表示, 则:

$$P_{inc}(\text{dBm}) = 10 \log[P_{inc}/(1 \text{ mW})] = 18.73 \text{ dBm}$$

同样, 根据(9.2)式可以求得资用功率增益为 $P_A = 78.1 \text{ mW}$ 即 $P_A = 18.93 \text{ dBm}$ 。

负载吸收的功率为资用功率与转换增益的乘积, 即 $P_L = P_A G_T = 981.4 \text{ mW}$, 若以 dBm 表示则为:

$$P_L(\text{dBm}) = P_A(\text{dBm}) + G_T(\text{dB}) = 29.92 \text{ dBm}$$

需要指出的是, 单向化功率增益与实际转换功率增益通常是非常接近的。采

用单向化功率增益可以大幅度简化放大器的设计工作,关于这一点我们以后还要讨论。

9.3 稳定性判定

9.3.1 稳定性判定圆

放大器电路必须满足的首要条件之一是其在工作频段内的稳定性。这一点对于射频电路是非常重要的,因为射频电路在某些工作频率和终端条件下有产生振荡的趋势。考察电压波沿传输线的传输,可以理解这种振荡现象。如果 $|\Gamma_0| > 1$,则反射电压的幅度变大(正反馈)并导致不稳定现象。反之,若 $|\Gamma_0| < 1$,将导致反射电压的幅度变小(负反馈)。

我们将放大器视为一个两端口网络,该网络由 S 参量及外部终端条件 Γ_L 和 Γ_S 确定。稳定性意味着反射系数的模小于1。即:

$$|\Gamma_L| < 1, |\Gamma_S| < 1 \quad (9.15a)$$

$$|\Gamma_{in}| = \left| \frac{S_{11} - \Gamma_L \Delta}{1 - S_{22} \Gamma_L} \right| < 1 \quad (9.15b)$$

$$|\Gamma_{out}| = \left| \frac{S_{22} - \Gamma_S \Delta}{1 - S_{11} \Gamma_S} \right| < 1 \quad (9.15c)$$

其中 $\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$ 用于化简(9.9a)式和(9.9b)式。由于 S 参量对于特定频率是固定值,所以对稳定性有影响的参数就只有 Γ_L 和 Γ_S 。

考察放大器的输出端口,我们需要建立适当的条件以便使等式(9.15b)成立。为此将:

$$S_{11} = S_{11}^R + jS_{11}^I, S_{22} = S_{22}^R + jS_{22}^I, \Delta = \Delta^R + j\Delta^I, \Gamma_L = \Gamma_L^R + j\Gamma_L^I \quad (9.16)$$

代入(9.15b),整理后可得输出端口稳定性判定圆的方程:

$$(\Gamma_L^R - C_{out}^R)^2 + (\Gamma_L^I - C_{out}^I)^2 = r_{out}^2 \quad (9.17)$$

其中,圆半径为:

$$r_{out} = \frac{|S_{12}S_{21}|}{| |S_{22}|^2 - |\Delta|^2 |} \quad (9.18)$$

圆心坐标为:

$$C_{out} = C_{out}^R + jC_{out}^I = \frac{(S_{22} - S_{11}^* \Delta)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \quad (9.19)$$

如图9.3(a)所示。考察放大器的输入端口,将公式(9.16)代入(9.15c),可得输入端口稳定性判定圆的方程:

$$(\Gamma_S^R - C_{in}^R)^2 + (\Gamma_S^I - C_{in}^I)^2 = r_{in}^2 \quad (9.20)$$

其中,圆半径为:

$$r_{in} = \frac{|S_{12}S_{21}|}{| |S_{11}|^2 - |\Delta|^2 |} \quad (9.21)$$

圆心坐标为:

$$C_{in} = C_{in}^R + jC_{in}^I = \frac{(S_{11} - S_{22}^* \Delta)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \quad (9.22)$$

若在 Γ_S 平面上画出该圆,则可得图 9.3(b)所示的结果。

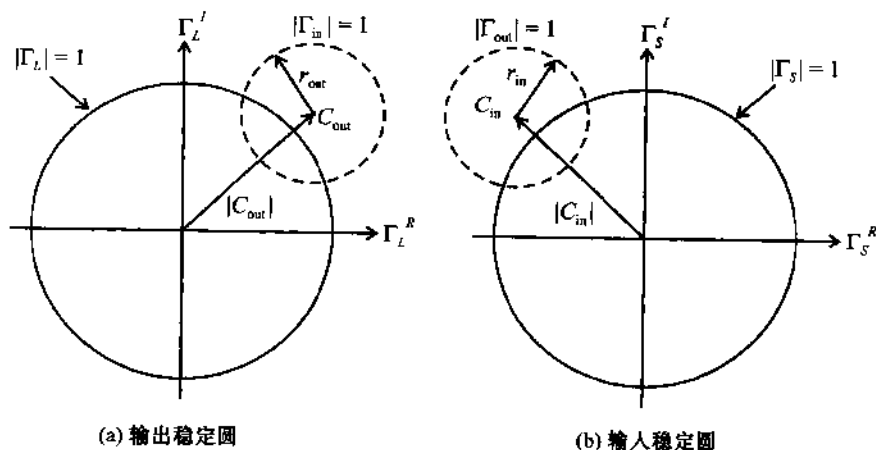


图 9.3 复平面 Γ_L 上的稳定性判定圆 $|\Gamma_{out}| = 1$ 及复平面 Γ_S 上的稳定性判定圆 $|\Gamma_{in}| = 1$

为了正确地理解图 9.3 的意义,关键是考察输出稳定性判定圆 [图 9.3(a)],以及输入稳定性判定圆。如果 $\Gamma_L = 0$,则 $\Gamma_{in} = |S_{11}|$,对应于 $|S_{11}| < 1$ 或 $|S_{11}| > 1$ 则必然存在两种不同的情况。若 $|S_{11}| < 1$,原点($\Gamma_L = 0$ 点)是稳定区的一部分,见图 9.4(a)。然而,若 $|S_{11}| > 1$,匹配条件 $\Gamma_L = 0$ 会导致 $|\Gamma_{in}| = |S_{11}| > 1$,则原点成为非稳定区的一部分。在这种情况下,稳定区是图 9.4(b)中输出稳定性判定圆 $\Gamma_{in} = 1$ 与 $|\Gamma_L| = 1$ 圆重叠部分构成的区域。

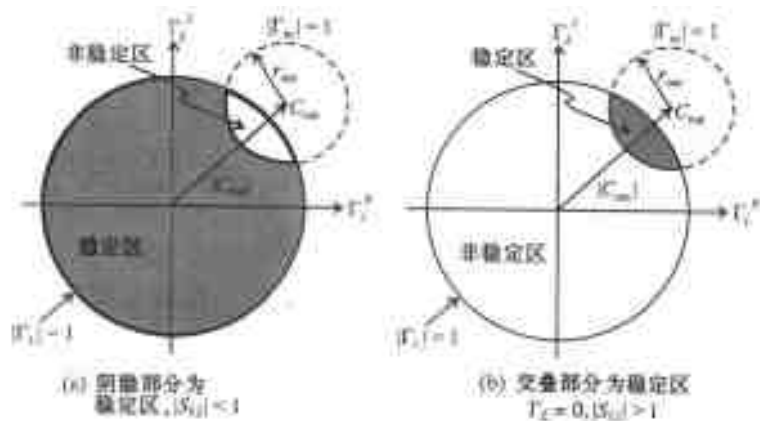


图 9.4 输出稳定性判定圆划分出平面上的稳定区与非稳定区

图 9.5 标出了输入稳定性判定圆的两个稳定区。显然若 $|S_{22}| < 1$ 成立,则中心点($\Gamma_S = 0$)必然是稳定区,否则,若 $|S_{22}| > 1$,则中心点是非稳定区。

如果稳定性判定圆的半径大于 $|C_{in}|$ 或 $|C_{out}|$,则必须注意正确认识稳定性判定圆。图 9.6 画出了 $|S_{22}| < 1$ 情况下的输入稳定性判定圆以及 $r_{in} < |C_{in}|$ 或 $r_{in} > |C_{in}|$ 情况下可能存在的两个稳定区。

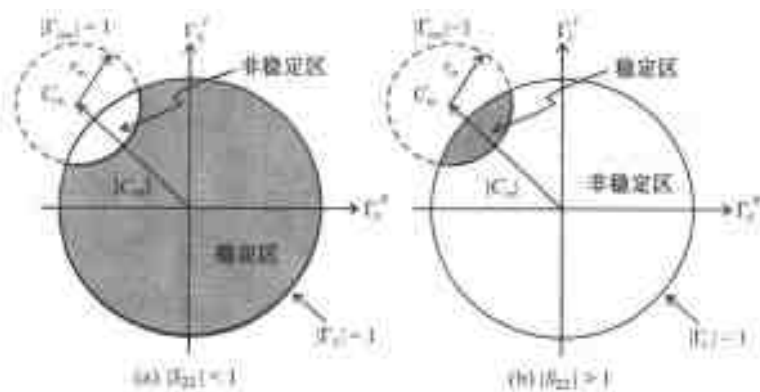


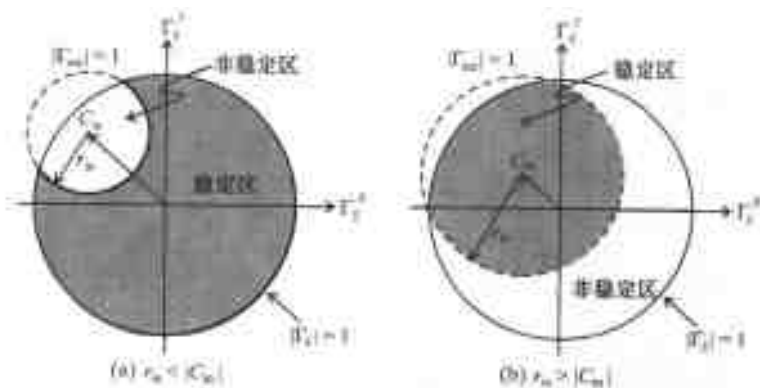
图 9.5 输入稳定性判定划分平面上的稳定区与非稳定区

9.3.2 绝对稳定

正如其名称的含义一样,绝对稳定是指在选定的工作频率和偏置条件下,放大器在整个 Smith 圆图内始终都处于稳定状态。这个概念对输入、输出端口都适用。若 $|S_{11}| < 1$ 和 $|S_{22}| < 1$, 则绝对稳定条件为:

$$||C_m| - r_{in}| > 1 \quad (9.23a)$$

$$||C_{out}| - r_{out}| > 1 \quad (9.23b)$$

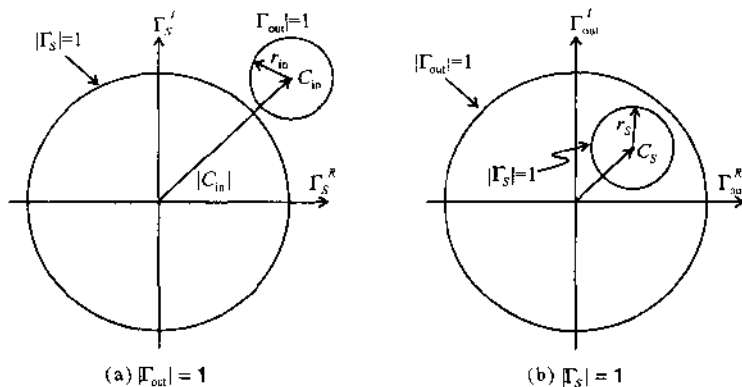
图 9.6 $|S_{22}| < 1$ 时,输入稳定区与比值 $r_{in}/|C_m|$ 的关系

换句话说,即稳定性判定圆必须完全落在单位圆 $|\Gamma_s| = 1$ 和 $|\Gamma_L| = 1$ 之外。我们现在开始详细讨论图 9.7(a)中的单位圆 $|\Gamma_s| = 1$ 。在例题 9.2 中曾指出,绝对稳定条件(9.23a)可以用稳定因子 k (Rollett 因子)描述:

$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}||S_{21}|} > 1 \quad (9.24)$$

另外,绝对稳定条件也可以通过在复平面 Γ_s ($\Gamma_{out} = \Gamma_{in}^a + j\Gamma_{in}^i$) 上讨论(这里 $|\Gamma_s| \leq 1$)中引出。此时要求 $|\Gamma_s| = 1$ 的区域必须全部落在 $|\Gamma_{out}| = 1$ 的圆内,如图 9.7(b)所示。在 Γ_{out} 平面上画出 $|\Gamma_s| = 1$ 的轨迹可得到一个圆,其圆心坐标为:

$$C_S = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} S_{11}^*}{1 - |S_{11}|^2} \quad (9.25)$$

图 9.7 $|S_{11}| < 1$ 时, Γ_{out} 和 Γ_S 平面上的绝对稳定条件

半径为:

$$r_S = \frac{|S_{12} S_{21}|}{1 - |S_{11}|^2} \quad (9.26)$$

另外还必须符合 $|C_S| + r_S < 1$ 的条件。我们注意到(9.25)式可以改写为 $C_S = S_{11} - \Delta S_{11}^* / (1 - |S_{11}|^2)$ 。考虑到 $|C_S| + r_S < 1$ 以及(9.26)式可得:

$$|S_{22} - \Delta S_{11}^*| + |S_{12} S_{21}| < 1 - |S_{11}|^2 \quad (9.27a)$$

由于 $|S_{12} S_{21}| \leq |S_{22} - \Delta S_{11}^*| + |S_{12} S_{21}|$ 则可得:

$$|S_{12} S_{21}| < 1 - |S_{11}|^2 \quad (9.27b)$$

我们也可以采用类似的方法讨论 Γ_{in} 复平面上的 Γ_L 。在相应的圆心坐标 C_L 和圆半径 r_L 表达式中,令 $|C_S| = 0$ 和 $r_S < 1$, 则

$$|S_{12} S_{21}| < 1 - |S_{22}|^2 \quad (9.28)$$

无论如何,只要 $|\Delta| < 1$, 式(9.24)就是绝对稳定的充分条件。 $|\Delta| < 1$ 的证明方法如下,将(9.27b)式与(9.28)式相加,可得:

$$2|S_{12} S_{21}| < 2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2$$

代入不等式 $|\Delta| = |S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}| \leq |S_{11} S_{22}| + |S_{12} S_{21}|$ 则有:

$$|\Delta| < 1 - \frac{1}{2}(|S_{11}|^2 + |S_{22}|^2 - 2|S_{11}||S_{22}|) = 1 - \frac{1}{2}(|S_{11}| - |S_{22}|)^2$$

由于 $(1/2)(|S_{11}| - |S_{22}|)^2 < 1$, 显然(9.27b)式和(9.28)式等价于 $|\Delta| < 1$ 。



例题 9.2 稳定性因子的导出

根据(9.23a)式导出稳定性因子 k (Rollett 因子)。

解: 将(9.21)式和(9.22)式代入(9.23a)式可得:

RF & MW

$$\left| \frac{|S_{11} - S_{22}^* \Delta| - |S_{12} S_{21}|}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right| > 1 \quad (9.30a)$$

将(9.30a)式平方后,整理可得:

$$2|S_{11} - S_{22}^* \Delta| |S_{12} S_{21}| < |S_{11} - S_{22}^* \Delta|^2 + |S_{12} S_{21}|^2 - (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)^2 \quad (9.30b)$$

将(9.30b)式中的 $|S_{11} - S_{22}^* \Delta|^2$ 改写为:

$$|S_{11} - S_{22}^* \Delta|^2 = |S_{12} S_{21}|^2 + (1 - |S_{22}|^2)(|S_{11}|^2 - |\Delta|^2) \quad (9.30c)$$

再将(9.30b)式平方后,整理可得:

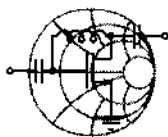
$$(|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)^2 \{ [(1 - |S_{22}|^2) - (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)]^2 - 4|S_{12} S_{21}|^2 \} > 0 \quad (9.30d)$$

化简式中大括号内的表达式就可得到稳定性因子:

$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}| |S_{21}|} > 1 \quad (9.30e)$$

若根据(9.23b)式做稳定性分析也可得到完全相同的结论。所以,稳定性因子 k 对于输入、输出端口都适用。

为了保险起见,通常要求 $|\Delta| < 1$ 和 $k > 1$ 两个条件同时成立,以确保放大器的绝对稳定。下面的例题将研究一个共发射极晶体管电路的输入、输出稳定性特征。



RF&MW

例题 9.3 双极晶体管的稳定性判定圆与其工作频率的关系

求双极晶体管(Philips BFG505W)的稳定区,工作条件为 $V_{CE} = 6\text{ V}$, $I_C = 4\text{ mA}$ 。 S 参量与工作频率的对应关系如表 9.1 所列。

表 9.1 BFG505W 的 S 参量与工作频率的对应关系

工作频率	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}
500 MHz	$0.70 \angle -57^\circ$	$0.04 \angle 47^\circ$	$10.5 \angle 136^\circ$	$0.79 \angle -33^\circ$
750 MHz	$0.56 \angle -78^\circ$	$0.05 \angle 33^\circ$	$8.6 \angle 122^\circ$	$0.66 \angle -42^\circ$
1000 MHz	$0.46 \angle -97^\circ$	$0.06 \angle 22^\circ$	$7.1 \angle 112^\circ$	$0.57 \angle -48^\circ$
1250 MHz	$0.38 \angle -115^\circ$	$0.06 \angle 14^\circ$	$6.00 \angle 104^\circ$	$0.50 \angle -52^\circ$

解:根据 k , $|\Delta|$, C_{in} , r_{in} , C_{out} 和 r_{out} 的定义,利用 MATLAB 程序可计算它们的数值。上述 6 个参数对应于表 9.1 所列频率的计算结果都已列在表 9.2 中。

表 9.2 BFG505W 的稳定性参数,工作频率对应于表 9.1

k	$ \Delta $	C_{in}	r_{in}	C_{out}	r_{out}
0.41	0.69	$39.04 \angle 108^\circ$	38.62	$3.56 \angle 70^\circ$	3.03
0.60	0.56	$62.21 \angle 119^\circ$	61.60	$4.12 \angle 70^\circ$	3.44
0.81	0.45	$206.23 \angle 131^\circ$	205.42	$4.39 \angle 69^\circ$	3.54
1.02	0.37	$42.42 \angle 143^\circ$	41.40	$4.24 \angle 68^\circ$	3.22

工作频率为 $f = 750 \text{ MHz}$ 和 $f = 1.25 \text{ GHz}$ 时,输入、输出端口的稳定性判定圆如图 9.8 所示。我们注意到该晶体管符合 $|S_{11}| < 1$ 和 $|S_{22}| < 1$ 的条件。这意味着原点 $\Gamma_L = 0$ 和 $\Gamma_S = 0$ 都是稳定点,即 Smith 圆图内和稳定性判定圆外的公共区域是稳定区。

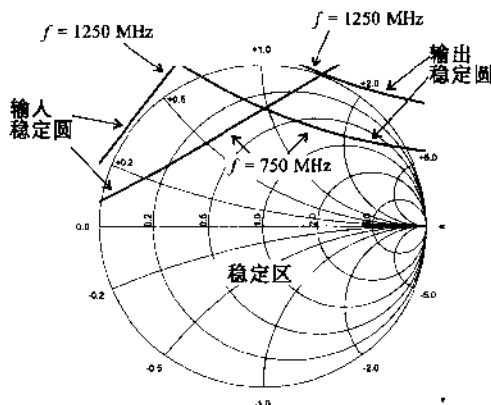
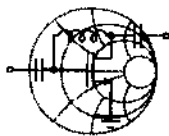


图 9.8 BFG505W 的输入、输出稳定性判定圆,
工作频率为 $f = 750 \text{ MHz}$ 和 $f = 1.25 \text{ GHz}$

另外,根据图 9.8 和表 9.2 可见,在 $f = 1.25 \text{ GHz}$ 频率点,该晶体管的输入、输出端口稳定性判定圆都落在 $|\Gamma| = 1$ 的圆外,因而处于绝对稳定状态。

我们知道晶体管的 S 参量与特定的偏置条件相关,所以,稳定性判定圆不但与工作频率有关,也与偏置条件有关。如果改变偏置条件,甚至于改变温度都必须重新进行稳定性分析。

尽管 k 因子的变化范围很宽,但大多数不稳定的设计实例都符合 $0 \leq k \leq 1$ 。我们在第 10 章中将要讨论的振荡器就是要将整个 Smith 圆图都设计成为非稳定区,即使 k 成为负值。需要注意的是,如果没有输出端口到输入端口的反馈($S_{12} = 0$),晶体管必然是稳定的,因为稳定性因子 k 将趋于无穷大。实际上,人们常常仅考虑 k 因子,而将 $|\Delta| < 1$ 的条件忽略了。这也许会带来潜在的问题,关于这个问题我们将在下面的例题中讨论。

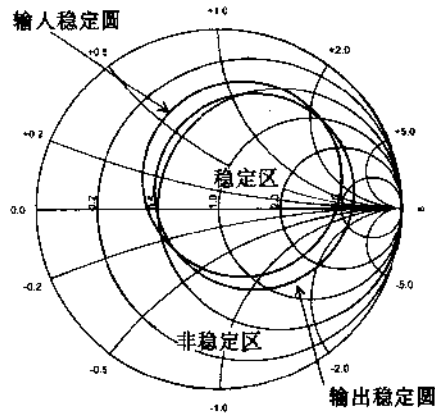


RF & MW

例题 9.4 晶体管的稳定区和非稳定区

考察某晶体管的稳定区,其 S 参量的测量值为: $S_{11} = 0.7 \angle -70^\circ$, $S_{12} = 0.2 \angle -10^\circ$, $S_{21} = 5.5 \angle 85^\circ$, 以及 $S_{22} = 0.7 \angle -45^\circ$ 。

解:我们再次计算 k , $|\Delta|$, C_{in} , r_{in} , C_{out} 和 r_{out} 的值。计算结果为: $k = 1.15$, $|\Delta| = 1.58$, $C_{in} = 0.21 \angle 52^\circ$, $r_{in} = 0.54$, $C_{out} = 0.21 \angle 27^\circ$ 和 $r_{out} = 0.54$ (见图 9.9)。尽管 $k > 1$,但是由于 $|\Delta| > 1$,则该晶体管仍然有潜在的不稳定性。在 Smith 圆图上看,输入、输出稳定性判定圆都落在了 Smith 圆图之内。由于 $|S_{11}|$ 和 $|S_{22}|$ 都小于 1,即 Smith 圆图的原点是稳定点,另外有 $|C_{in}| < r_{in}$, $|C_{out}| < r_{out}$,所以稳定性判定圆的内部是稳定区,见图 9.9。

图 9.9 $k > 1, |\Delta| > 1$ 时的稳定性判定圆

生产厂商通常会在晶体管的封装壳内配置匹配网络,从而避免晶体管同时出现 $k > 1$ 及 $|\Delta| > 1$ 的条件。

9.3.3 放大器的稳定措施

如果在工作频段内场效应晶体管或双极结晶体管处于非稳定状态,则应当采取适当措施使晶体管进入稳定状态。已知 $|\Gamma_{out}| > 1$ 和 $|\Gamma_{in}| > 1$ 可以改用输入、输出阻抗表达:

$$|\Gamma_{in}| = \left| \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \right| > 1 \quad \text{和} \quad |\Gamma_{out}| = \left| \frac{Z_{out} - Z_0}{Z_{out} + Z_0} \right| > 1$$

这表明非稳定状态有 $\text{Re}\{Z_{in}\} < 0$ 和 $\text{Re}\{Z_{out}\} < 0$ 。所以,稳定有源器件的一个方法就是在其不稳定的端口增加一个串联或并联的电阻。图 9.10 给出了输入端口的电路。这个电阻必须与 $\text{Re}\{Z_S\}$ 一起抵消掉 $\text{Re}\{Z_{in}\}$ 的负值成分。因此,我们要求:

$$\text{Re}\{Z_{in} + R_{in}' + Z_S\} > 0 \quad \text{或} \quad \text{Re}\{Y_{in} + G_{in}' + Y_S\} > 0 \quad (9.31a)$$

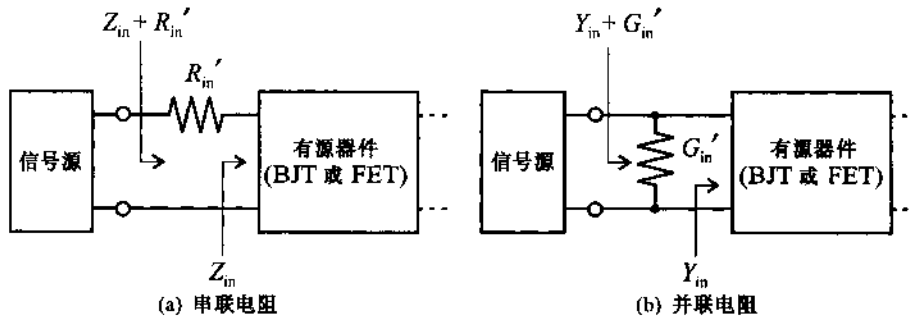


图 9.10 用串联或并联的电阻稳定晶体管的输入端口

同理,图 9.11 给出了输出端口的稳定电路。相应的条件是:

$$\text{Re}\{Z_{out} + R_{out}' + Z_L\} > 0 \quad \text{或} \quad \text{Re}\{Y_{out} + G_{out}' + Y_L\} > 0 \quad (9.31b)$$

下面的例题说明了晶体管的稳定方法

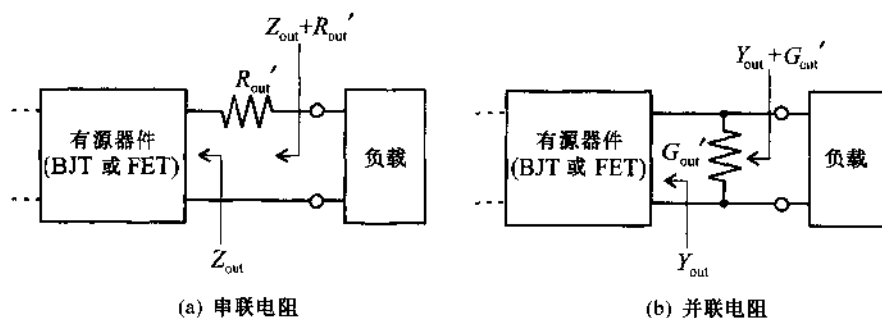
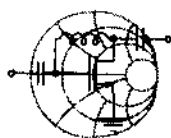


图 9.11 用串联或并联的电阻稳定晶体管的输出端口

**例题 9.5 双极晶体管的稳定方法**

在 $f = 750 \text{ MHz}$ 频率点使用例题 9.3 中的晶体管 BFG505W (S 参量如下: $S_{11} = 0.56 \angle -78^\circ$, $S_{21} = 0.05 \angle 33^\circ$, $S_{12} = 8.64 \angle -122^\circ$, $S_{22} = 0.66 \angle -42^\circ$)。求能使晶体管的输入、输出端口进入稳定状态的串联或并联电阻。

解: 根据已知的 S 参量, 可以求出输入、输出端口稳定性判定圆的半径和圆心坐标为: $C_{in} = 62.21 \angle 119^\circ$, $r_{in} = 61.60$, $C_{out} = 4.12 \angle 70^\circ$, $r_{out} = 3.44$ 。相应的稳定性判定圆如图 9.12 所示。阻抗 Smith 圆图中的等电阻圆 $r' = 0.33$ 给出了能使输入端口进入稳定状态的最小串联电阻值。如果一个无源网络与 $R'_{in} = r' Z_0 = 16.5 \Omega$ 的电阻相串联, 则总阻抗必然落在 $r' = 0.33$ 等电阻圆内, 因而也必然落在稳定区内。同理, 只要画出等电导圆 $g' = 2.8$, 就可以求出能使晶体管输出端口进入稳定状态的并联电导 $G'_{in} = g' / Z_0 = 56 \text{ mS}$ 。此时, 任何无源网络与 G'_{in} 并联后的总电导必然落在导纳 Smith 圆图中等电导圆 $g' = 2.8$ 之内, 因而就必然落在晶体管输入端口的稳定区内。

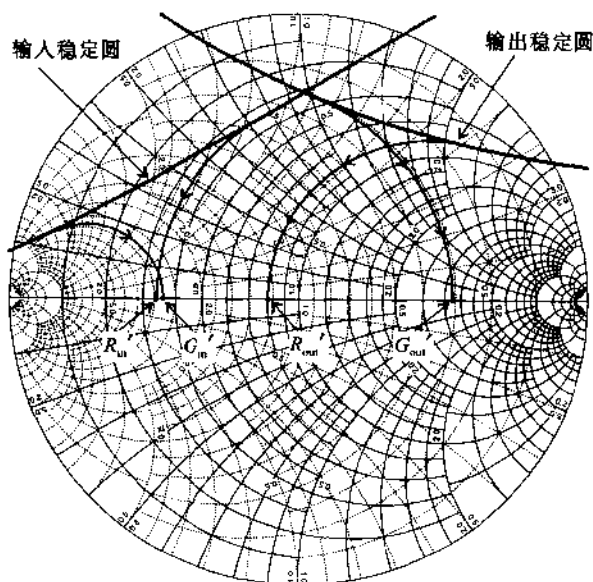


图 9.12 输入、输出稳定性判定圆及求解串联和并联稳定电阻的有关圆

由于晶体管输入、输出端口之间的耦合效应,通常只需要稳定一个端口。具体稳定那个端口完全取决于电路设计者。然而,应尽量避免在输入端口增加电阻元件,因为电阻产生的附加噪声将会被放大。

用增加电阻的方法实现晶体管稳定的代价包括:阻抗匹配状态可能被破坏,这将会产生功率传输损失;由于电阻产生的附加热噪声,晶体管的噪声系数通常会恶化。

9.4 增益恒定

9.4.1 单向化设计法

除了保证稳定外,获得预定的功率增益也是放大器设计任务的一个重要考虑内容。如果忽略晶体管自身反馈的影响($S_{12} \approx 0$),在实际情况中我们经常这样处理,则可以采用(9.12)式定义的单向化功率增益 G_{TV} 。我们可以改写这个公式,以便输入、输出匹配网络的效果能被区别开。参考图 9.13,则:

$$G_{TV} = \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_s|^2} \times |S_{21}|^2 \times \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_L S_{22}|^2} = G_S \times G_0 \times G_L \quad (9.32)$$

其中每一项可表示为:

$$G_S = \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_s|^2}, G_0 = |S_{21}|^2, G_L = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_L S_{22}|^2} \quad (9.33)$$

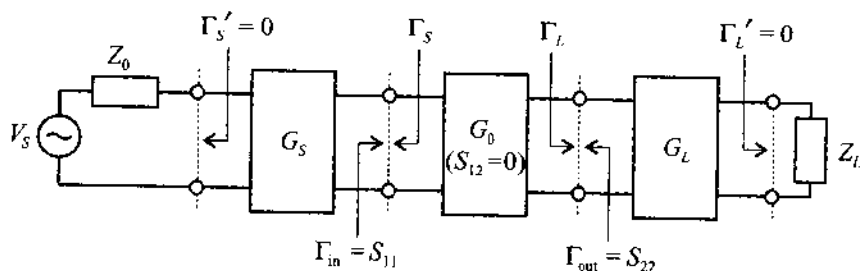


图 9.13 单向化功率增益的原理框图

由于增益的计算通常采用 dB 表示,(9.32)式也常常写为:

$$G_{TV}(\text{dB}) = G_S(\text{dB}) + G_0(\text{dB}) + G_L(\text{dB}) \quad (9.34)$$

其中 G_S 和 G_L 是与输入、输出匹配网络有关的增益分量, G_0 是晶体管的插入增益。由(9.33)式可见,匹配网络的增益可能大于 1,由于匹配网络是无源的,所以初看起来这有些不可思议。产生这种反常现象的原因是,如果没有匹配网络,在放大器的输入、输出端口上可能会有明显的功率损耗。 G_S 和 G_L 降低了这种固有损耗,因而可被视为增益。

如果 $|S_{11}|$ 和 $|S_{22}|$ 都小于 1,且输入、输出端口都匹配(即有 $\Gamma_s = S_{11}^*$, $\Gamma_L = S_{22}^*$),则有最大单向化功率增益 $G_{TV\max}$,此时可得:

$$G_{S\max} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} \quad (9.35)$$

$$G_{L\max} = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} \quad (9.36)$$

G_S 和 G_L 的贡献可以用它们的最大值来归一化,即

$$g_S = \frac{G_S}{G_{S\max}} = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2} (1 - |S_{11}|^2) \quad (9.37a)$$

$$g_L = \frac{G_L}{G_{L\max}} = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2} (1 - |S_{22}|^2) \quad (9.37b)$$

这两种归一化增益都符合 $0 \leq g_i \leq 1$, 其中 $i = S, L$ 。

尽管我们已经明确了输入、输出匹配网络的增益表达式,但它们并不能直接用于确定恒定增益的条件。关键的问题是对于给定的 S_{11} (或 S_{22}) 和要求的归一化增益 g_S (或 g_L), Γ_S (或 Γ_L), 在什么范围内取值才可以得到预定的增益? 这需从(9.37)式的一般形式:

$$g_i = \frac{1 - |\Gamma_i|^2}{|1 - S_{ii}\Gamma_i|^2} (1 - |S_{ii}|^2) \quad (9.38)$$

中求解反射系数 Γ_i 。其中 $ii = 11, 22$ 对应于 $i = S, L$ 。 Γ_i 的求解结果是一族圆, 其圆心坐标为:

$$d_{g_i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \quad (9.39)$$

圆半径为

$$r_{g_i} = \frac{\sqrt{1 - g_i} (1 - |S_{ii}|^2)}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \quad (9.40)$$

例题 9.6 详细介绍了推导单向化等增益圆方程(9.39)式和(9.40)式的必要步骤。



例题 9.6 等增益圆的推导

导出 r_{g_i} 和 d_{g_i} 的表达式(9.39)和(9.40)。

解: 我们从式(9.38)入手求解问题, 先将其整理为:

$$g_i (1 + |S_{ii}\Gamma_i|^2 - S_{ii}^* \Gamma_i^* - S_{ii} \Gamma_i) = 1 - |S_{ii}|^2 - |\Gamma_i|^2 + |S_{ii}|^2 |\Gamma_i|^2 \quad (9.41a)$$

提出反射系数 Γ_i , 则

$$\begin{aligned} |\Gamma_i|^2 - \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \Gamma_i - \frac{g_i S_{ii}}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \Gamma_i^* + \\ + \frac{g_i^2 |S_{ii}|^2}{(1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i))^2} = \frac{(1 - g_i)(1 - |S_{ii}|^2)^2}{(1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i))^2} \end{aligned} \quad (9.41b)$$

此复数方程描述的是一个圆:

$$(\Gamma_i - d_{g_i})(\Gamma_i^* - d_{g_i}^*) = r_{g_i}^2 \quad (9.41c)$$

其中圆心坐标和圆半径分别为:

$$d_{g_i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \text{ 和 } r_{g_i} = \frac{\sqrt{1 - g_i} (1 - |S_{ii}|^2)}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

整理(9.41c)可得我们熟悉的形式:

$$(\Gamma_i^R - d_{g_i}^R)^2 + (\Gamma_i^I - d_{g_i}^I)^2 = r_{g_i}^2 \quad (9.41d)$$

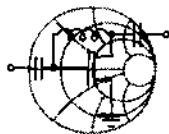
其中上标 R 和表 I 分别表示 Γ_i 和 d_{g_i} 的实部和虚部。

由于有单向化的假设,我们可以分别导出输入网络和输出网络的增益圆方程。

根据等增益圆方程(9.39)和(9.40),可以得到下列结论:

- 在 $\Gamma_i = S_{ii}^*$ 条件下,即考察圆心为 $d_{g_i} = S_{ii}^*$,半径为 $r_{g_i} = 0$ 的增益圆,可得最大增益 $G_{i\max} = 1/(1 - |S_{ii}|^2)$ 。
- 所有等增益圆的圆心都落在原点到 S_{ii}^* 的连线上。增益值越小,则圆心 r_{g_i} 越靠近原点,同时半径 d_{g_i} 越大。
- 对于特殊情况 $\Gamma_i = 0$,归一化增益变为 $g_i = 1 - |S_{ii}|^2$,而且 d_{g_i} 和 r_{g_i} 具有相同的数值,等于 $S_{ii}/(1 + |S_{ii}|^2)$ 。这表明 $G_i = 1$ (即 0 dB) 圆总是与 Γ_i 平面的原点相切。

例题 9.7 求出了在单向化近似条件下,放大器的输入网络增益圆



例题 9.7 求单向化设计近似条件下的输入网络增益圆

一场效应晶体管的工作频率 $f = 4 \text{ GHz}$,在正常工作状态下 $S_{11} = 0.7 \angle 125^\circ$ 。假设晶体管处于绝对稳定状态,符合应用单向化近似的条件。求输入网络最大功率增益 $G_{S\max}$ 并画出不同 G_s 所对应的等增益圆。

解:首先利用(9.35)式求出输入网络最大增益 $G_{S\max}$ 。计算结果为:

$$G_{S\max} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} = \frac{1}{1 - 0.7^2} = 1.96 \text{ 或 } G_{S\max} = 2.92 \text{ dB}$$

我们可以根据(9.39)式和(9.40)式以及圆心坐标 d_{g_i} 和 r_{g_i} 的计算值画出等增益圆。表 9.3 列出了输入网络增益 G_s 的几个值。

表 9.3 例题 9.7 中输入网络等增益圆的参数

G_s	g_s	d_{g_i}	r_{g_i}
2.6 (dB)	0.93	$0.67 \angle -125^\circ$	0.14
2 (dB)	0.81	$0.62 \angle -125^\circ$	0.25
1 (dB)	0.64	$0.54 \angle -125^\circ$	0.37
0 (dB)	0.51	$0.47 \angle -125^\circ$	0.47
-1 (dB)	0.41	$0.40 \angle -125^\circ$	0.56

根据表 9.3, $G_S = 0$ dB 的圆半径 r_{e_s} 等于圆心矢径 d_{e_s} 的模, 而且该圆确实经过 Smith 圆图的中心。我们还发现, 所有 G_S 圆的圆心都在 $\theta = \angle S_{11}^* = -125^\circ$ 的直线上, 当 G_S 靠近 $G_{S_{\max}}$ 时, 相应的圆半径逐渐减小为零, 同时圆心坐标趋于 $S_{11}^* = 0.7 \angle -125^\circ$ 。

根据表 9.3 的计算数据, 可以绘出输入网络的几个等增益圆, 如图 9.14 所示。该图清楚地表明, 尽管输入匹配网络是无源的, 其增益却可以大于 0 dB 而呈现放大功能。这一现象的物理意义在于, 匹配网络使整个系统的输入反射系数减小了, 从而实际上增加了“额外”的增益。

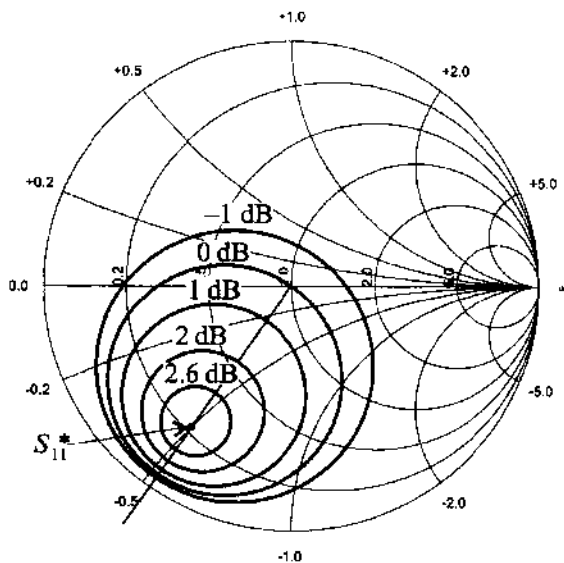
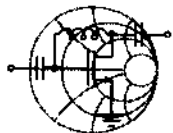


图 9.14 Smith 圆图上的输入网络等增益圆

由于单向化近似法忽略了晶体管的反向增益, 此例题隐含了输入匹配网络的增益与输出匹配网络无关的假设。

下面我们将讨论一个需要利用等增益圆方法的典型实例, 即按照预定的增益指标设计一个单向化放大器



RF & MW

例题 9.8 设计一个工作频率为 5.7 GHz, 增益为 18 dB 的 MESFET 放大器
已知 MESFET 在 5.7 GHz 频率点的 S 参量为: $S_{11} = 0.5 \angle -60^\circ$, $S_{12} = 0.02 \angle 0^\circ$, $S_{21} = 6.5 \angle -115^\circ$, $S_{22} = 0.6 \angle -35^\circ$ 。

- 放大器是否为无条件稳定?
- 假设单向化条件成立 ($S_{12} = 0$), 求最佳反射系数条件下的最大功率增益。
- 根据等增益圆的概念, 调整输出反射系数, 实现放大器的预定增益指标。

解: (a) 利用 (9.24) 式和 (9.29) 式可评估晶体管的稳定性, 即:

$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2 |S_{12}| |S_{21}|} = 2.17 \text{ 和}$$

$$|\Delta| = |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}| = 0.42$$

由于 $k > 1$ 且 $|\Delta| < 1$, 所以晶体管处于绝对稳定状态。

(b) 计算最佳反射系数条件下的最大功率增益(即 $\Gamma_L = S_{22}^*$, $\Gamma_S = S_{11}^*$):

$$G_{S_{\max}} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} = 1.33 \text{ 或 } 1.25 \text{ dB}$$

$$G_{L_{\max}} = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} = 1.56 \text{ 或 } 1.94 \text{ dB}$$

$$G_0 = |S_{21}|^2 = 42.25 \text{ 或 } 16.26 \text{ dB}$$

则最大单向化转换功率增益为:

$$G_{TU \max} = G_{S_{\max}} G_0 G_{L_{\max}} = 88.02 \text{ 或 } 19.45 \text{ dB}$$

(c) 由于输入匹配网络($\Gamma_S = S_{11}^*$)与晶体管一起共产生了 17.51 dB 的增益, 所以必须调整 Γ_L 以便符合 $G_L = 0.49 \text{ dB}$ 。这就要求 Γ_L 必须落在 $r_{g_L} = 0.38$, $d_{g_L} = 0.48 \angle 35^\circ$ 的圆上, 见图 9.15。如果取 $\Gamma_L = 0.03 + j0.17$, 则输出匹配网络就简化为一个元件(即一个电感量为 $L = 0.38 \text{ nH}$ 的串联电感器), 该元件将负载变换为与传输线特性阻抗相匹配($Z_L = Z_0$)。

如果放大器需要工作在一个频带内, 则必须根据晶体管 S 参量的变化, 选择适当数目的频率点, 然后计算放大器在各频率点的功率增益。

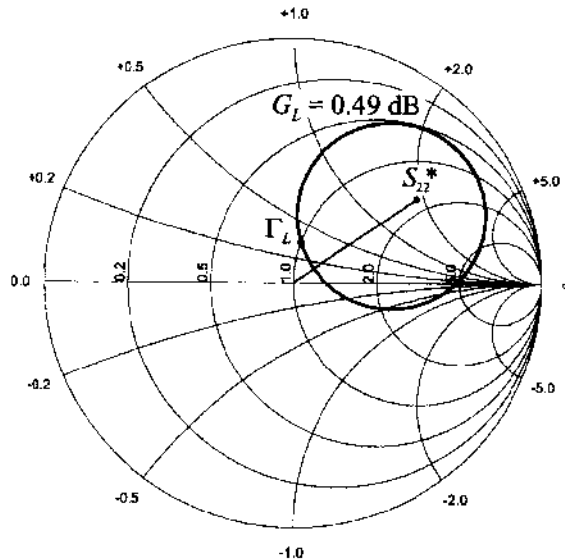


图 9.15 Smith 圆图上的输出网络等增益圆

在 $|S_{ii}| > 1$ 的情况下($ii = 11$ 代表输入端口, $ii = 22$ 代表输出端口), 无源网络可能产生

无穷大的增益 G_i ($i = S$ 或 L)。这种情况出现在 $\Gamma_i = S_{ii}^{-1}$ 时,这意味着,在幅度上,与 Γ_i 相对应的阻抗的实部等于与 S_{ii} 对应的负阻。所以,两个电阻相互抵消并产生振荡,放大器则处于非稳定状态。为了避免这种情况,我们先画出 $|S_{ii}| > 1$ 条件下的等增益圆以及相应的稳定性判定圆,然后选择适当的 Γ_i 使其既落在预定的增益圆上也落在稳定区内。

9.4.2 单向化设计误差因子

例题 9.8 中讨论的单向化设计法包含了一个近似条件,即忽略了放大器的反馈效应,或者说反向增益 ($S_{12} = 0$)。为了估计此近似条件产生的误差,可以求出考虑了 S_{12} 的转换增益 G_T 与单向化转换增益 G_{TU} 的比值。利用定义式(9.8)和(9.12),可得:

$$\frac{G_T}{G_{TU}} = \frac{1}{\left| 1 - \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_L \Gamma_S}{(1 - S_{11} \Gamma_S)(1 - S_{22} \Gamma_L)} \right|^2} \quad (9.42)$$

其中 $G_T \leq G_{TU}$ 。

当输入、输出端口匹配时 ($\Gamma_S = S_{11}^*$, $\Gamma_L = S_{22}^*$), G_{TU} 有最大值,同时误差也最大。此时, (9.42) 可写为:

$$\frac{G_T}{G_{TU_{\max}}} = \left| \frac{1}{1 - \frac{S_{12} S_{21} S_{22}^* S_{11}^*}{(1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2)}} \right|^2 \quad (9.43)$$

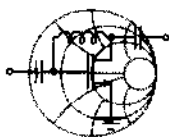
此式可用于确定误差起伏的极限:

$$(1 + U)^{-2} \leq \frac{G_T}{G_{TU}} \leq (1 - U)^{-2} \quad (9.44)$$

其中 U 就是与频率有关的所谓单向化设计误差因子:

$$U = \frac{|S_{12}| |S_{21}| |S_{22}| |S_{11}|}{(1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2)} \quad (9.45)$$

在评估单向化放大器设计方案时,这个误差因子应当尽量小。在极限情况下,即在 $S_{12} = 0$ 的理想情况下,随这 G_T 趋于 G_{TU} , 误差确实消失了 (即 $U = 0$)。



例题 9.9 单向化设计的可行性验证

针对例题 9.8 讨论的放大器,评估采用单向化近似设计产生的误差。

解:将各 S 参量值代入(9.45)式,则单向化设计误差因子为:

$$U = \frac{|S_{12}| |S_{21}| |S_{22}| |S_{11}|}{(1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2)} = 0.0812$$

最大误差可用(9.44)式估计:

$$0.86 \leq \frac{G_T}{G_{TU}} \leq 1.18$$

此结果表明,转换增益的理论值与单向化近似的偏差高达 18%。然而,实际

RF&MW

上它们的差别通常要小得多。如果将例题 9.8 的计算结果代入转换功率增益的定义式(9.8),就可以看得很清楚。通过计算可得 $G_r = 62.86 \text{ dB}$ 或 17.98 dBm ,这与 $G_{TU} = 63.10 \text{ dB}$ 或 18.00 dBm 非常吻合。换句话说,我们引入的误差不超过 1%。

单向化设计误差因子给出了最保守的、最坏情况的误差估计。

9.4.3 双共轭匹配设计法

在许多实际情况中,采用单向化设计法并不合适,因为令 $S_{12} = 0$ 将导致超出误差要求的不可容忍结果。双共轭匹配设计法没有忽略晶体管的反馈效应,所以,不同于单向化设计法的匹配条件 $\Gamma_S^* = S_{11}$, $\Gamma_L^* = S_{22}$,它需要处理输入、输出端口反射系数的完整方程 [见(9.15b)和(9.15c)]。

$$\Gamma_S^* = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} = \frac{S_{11} - \Gamma_L\Delta}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (9.46a)$$

$$\Gamma_L^* = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} = \frac{S_{22} - \Gamma_S\Delta}{1 - S_{11}\Gamma_L} \quad (9.46b)$$

这需要同时的共轭匹配。此处“同”意味着匹配信号源和匹配负载反射系数 Γ_{MS} 和 Γ_{ML} 必须同时满足这一对联立方程。如果晶体管具有潜在的不稳定性,则复数共轭就不能同时成立。例题 9.10 将介绍求解上述问题最佳参数的方法。匹配信号源反射系数 Γ_{MS} 为:

$$\Gamma_{MS} = \frac{B_1}{2C_1} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{B_1}{C_1}\right)^2 - 4 \frac{C_1^*}{C_1}} \quad (9.47)$$

其中:

$$C_1 = S_{11} - S_{22}^*\Delta \text{ 和 } B_1 = 1 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2 + |S_{11}|^2 \quad (9.48)$$

同理,匹配负载反射系数 Γ_{ML} 为:

$$\Gamma_{ML} = \frac{B_2}{2C_2} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{B_2}{C_2}\right)^2 - 4 \frac{C_2^*}{C_2}} \quad (9.49)$$

其中:

$$C_2 = S_{22} - S_{11}^*\Delta \text{ 和 } B_2 = 1 - |S_{11}|^2 - |\Delta|^2 + |S_{22}|^2 \quad (9.50)$$

在绝对稳定的前提下,可导出(9.47)式和(9.49)式的解。

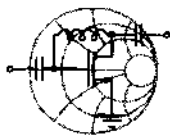
根据(9.47)式和(9.49)式给出的 Γ_{ML} 和 Γ_{MS} ,最佳匹配条件可以表示为:

$$\Gamma_{MS}^* = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_{ML}}{1 - S_{22}\Gamma_{ML}} \quad (9.51a)$$

和

$$\Gamma_{ML}^* = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_{MS}}{1 - S_{11}\Gamma_{MS}} \quad (9.51b)$$

由此可见,忽略了输入、输出耦合效应的单向化设计法是双共轭匹配设计法的一部分。



RF & MW

例题 9.10 导出双共轭匹配的反射系数并导出反射系数表达式(9.47)

解:由(9.46a)式和(9.46b)式,可得:

$$(1 - S_{22}\Gamma_L)(\Gamma_S^* - S_{11}) = \Gamma_L S_{12} S_{21} \quad (9.52a)$$

$$(1 - S_{11}\Gamma_S)(\Gamma_L^* - S_{22}) = \Gamma_S S_{12} S_{21} \quad (9.52b)$$

从(9.52a)式中解出 Γ_L 即

$$\Gamma_L = \frac{S_{11} - \Gamma_S^*}{\Delta - S_{22}\Gamma_S^*} \quad (9.52c)$$

将(9.52c)式代入(9.52b)式,经整理,则有:

$$\Gamma_S^2 (S_{11} - S_{22}^* \Delta) - \Gamma_S (1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2) = -S_{11}^* + S_{22} \Delta^* \quad (9.52d)$$

引入 $C_1 = (S_{11} - S_{22}^* \Delta)$, $B_1 = (1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2)$

可得标准二次方程:

$$\Gamma_S^2 - \frac{B_1}{C_1} \Gamma_S = -C_1^* \quad (9.52e)$$

其解为:

$$\Gamma_{MS} = \frac{B_1}{2C_1} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{B_1}{C_1}\right)^2 - 4 \frac{C_1^*}{C_1}} \quad (9.52f)$$

开方根前取负号以便保证稳定性($k > 1$)。

在负载端口采用同样的分析方法可以得到关于 Γ_S 的标准二次方程,该方程的解即为 Γ_{ML} 。

例题 9.11 演示了如何使用双共轭反射系数设计具有最大增益的放大器



RF & MW

例题 9.11 设计具有最大增益的放大器

已知双极晶体管的直流工作条件为 $I_C = 10 \text{ mA}$, $V_{CE} = 6 \text{ V}$, 工作频率 $f = 2.4 \text{ GHz}$, 相应的 S 参量为: $S_{11} = 0.3 \angle 30^\circ$, $S_{12} = 0.2 \angle -60^\circ$, $S_{21} = 2.5 \angle -80^\circ$, $S_{22} = 0.2 \angle -15^\circ$ 。问:晶体管是否为绝对稳定,求与最大增益对应的源反射系数和负载反射系数。

解:晶体管的稳定性取决于根据(9.24)式和(9.29)式算出的 k 和 $|\Delta|$, 本题计算结果为 $k = 1.18$, $|\Delta| = 0.56$ 。由于 $k > 1$ 且 $|\Delta| < 1$, 所以晶体管处于绝对稳定状态。

正如晶体管的 S 参量显示, S_{12} 的幅度相当大,采用单向化设计法设计该放大器显然不合适,因此应当采用双共轭匹配法。

利用(9.48)式和(9.50)式,可以算出下列参数 $C_1 = 0.19 + j0.06$, $B_1 = 0.74$,

$C_2 = 0.03 + j0.07$, $B_2 = 0.64$ 。根据这些参数可算出双共轭匹配源反射系数和双共轭匹配负载反射系数分别为 $\Gamma_{MS} = 0.30 \angle -18^\circ$ 和 $\Gamma_{ML} = 0.12 \angle 69^\circ$ 。特别需要注意,上述反射系数与 S_{11}^* 和 S_{22}^* 的差别很大,这正是需要引入双共轭匹配设计法的原因。

用 Γ_{ML} 和 Γ_{MS} 替换(9.8)式中 Γ_L 和 Γ_S , 可以求出转换增益 $G_T = 8.42$ dB。此值正好也是最大转换增益 $G_{T_{\max}}$ 。

当 S_{11}^* 与 Γ_{MS} 以及 S_{22}^* 与 Γ_{ML} 的相位差别较大时,单向化功率增益和双共轭匹配增益的差异则非常明显。

9.4.4 功率增益和资用功率增益圆

在反向增益 S_{12} 不可忽略的情况下,放大器的输入阻抗与负载反射系数有关。反过来,输出阻抗也是源反射系数的函数。由于这种双向的互耦,9.4.1 小节介绍的单向化设计法就不再适用于设计有预定增益要求的放大器。

对于设计有预定增益要求的放大器,考虑了输入、输出端口互耦效应的双共轭设计法有两种设计方案可供选择。

第一个方案是采用由(9.14)式定义的功率增益 G 。此时我们需要假设源与输入反射系数处于共轭匹配状态[即 $\Gamma_S = \Gamma_{in}^*$ 。其中 Γ_{in} 由(9.9a)式确定。]并由此求出负载反射系数 Γ_L 。这种方法导出的输入电压驻波比 $VSWR_{in} = 1$ 。

第二个方案是利用(9.13)式定义的资用功率增益 G_u 。此时我们假设放大器的输出端口处于良好匹配状态(即 $\Gamma_L = \Gamma_{out}^*$),然后通过调整负载以便达到预定的增益。如果此方案导出的输出电压驻波比恰好为 1(即 $VSWR_{out} = 1$),则这种方案就是最佳设计方案。

功率增益

为了导出基于功率增益(并由此确保 $VSWR_{in} = 1$)的设计步骤,我们将(9.14)式改写为如下形式:

$$G = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2}{(1 - |\Gamma_{in}|^2) |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2}{\left(1 - \left|S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}\right|^2\right) |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} = g_0 |S_{21}|^2 \quad (9.53)$$

其中我们用(9.9a)式代换了 Γ_{in} , g_0 为比例系数,其定义为:

$$g_0 = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{\left(1 - \left|S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}\right|^2\right) |1 - S_{22}\Gamma_L|^2} = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2 - |S_{11} - \Delta\Gamma_L|^2} \quad (9.54)$$

仿照例题 9.12, 可以将(9.54)式改写为负载反射系数 Γ_L 的圆方程形式,即:

$$|\Gamma_L - d_{g_0}| = r_{g_0} \quad (9.55)$$

其中圆心坐标 d_{g_0} 为:

$$d_{g_0} = \frac{g_0(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)} \quad (9.56)$$

圆半径 r_{g_0} 为:

$$r_{g_0} = \frac{\sqrt{1 - 2kg_0|S_{12}S_{21}| + g_0^2|S_{12}S_{21}|^2}}{[1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)]} \quad (9.57)$$

k 为式(9.24)定义的 Rollett 稳定因子。



RF&MW→

例题 9.12 等功率增益圆的导出

根据公式(9.54), 导出 Γ_L 复平面上的等功率增益圆方程(9.55)。

解: 首先将(9.54)式改写为:

$$g_0 = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{1 - |S_{11}|^2 + |\Gamma_L|^2(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2) - 2\text{Re}[\Gamma_L(S_{22} - \Delta S_{11}^*)]} \quad (9.58)$$

在等式(9.58)两边同乘分母并整理后可得:

$$\begin{aligned} |\Gamma_L|^2[1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)] - 2g_0\text{Re}[\Gamma_L(S_{22} - \Delta S_{11}^*)] \\ = 1 - g_0(1 - |S_{11}|^2) \end{aligned} \quad (9.59)$$

在等式(9.59)两边同除 $[1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)]$, 可得:

$$|\Gamma_L|^2 - \frac{2g_0\text{Re}[\Gamma_L(S_{22} - \Delta S_{11}^*)]}{1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)} = \frac{1 - g_0(1 - |S_{11}|^2)}{1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)}$$

此等式已经可以化为 $|\Gamma_L - d_{g_0}|^2 = r_{g_0}^2$ 形式的圆方程, 其中圆心坐标 d_{g_0} 由(9.56)式确定, 圆半径 r_{g_0} 可由以下等式求出:

$$\begin{aligned} r_{g_0}^2 &= \frac{1 - g_0(1 - |S_{11}|^2)}{1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)} + \left| \frac{g_0(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)} \right|^2 \\ &= \frac{[1 - g_0(1 - |S_{11}|^2)][1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)] + [g_0|S_{22} - \Delta S_{11}^*|^2]}{[1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)]^2} \\ &= \frac{1 - g_0(1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2) - g_0^2 M}{[1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)]^2} \\ &= \frac{1 - 2g_0|S_{12}S_{21}| + k - g_0^2 M}{[1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)]^2} \end{aligned}$$

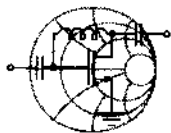
式中 k 为式(9.24)定义的稳定因子, M 为以下等式确定的常数:

$$M = (1 - |S_{11}|^2)(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2) - |S_{22} - \Delta S_{11}^*|^2 = -|S_{12}S_{21}|^2$$

至此, 我们求得圆半径的平方为:

$$r_{g_0}^2 = \frac{1 - 2g_0|S_{12}S_{21}| + k + g_0^2|S_{12}S_{21}|^2}{[1 + g_0(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)]^2}$$

此式与(9.57)式相同。



例 9.13 利用等增益圆设计放大器

采用与例 9.11 相同的双极晶体管设计一个放大器,要求 $G_{T \max} = 8.42 \text{ dB}$, 功率增益为 8 dB, 放大器的输入端口有良好匹配。

解:与例 9.11 的结论相同,晶体管处于绝对稳定状态。根据输入端口良好匹配的设计要求,设计过程中需要利用等功率增益圆。

首先,计算比例系数 g_0 , 其值为:

$$g_0 = \frac{G}{|S_{21}|^2} = 1.0095$$

其中 $G = 6.31$ 等于 8 dB 的预定功率增益。将 g_0 代入(9.56)式和(9.57)式, 可以在 Γ_L 平面上求得等功率增益圆的圆心和半径。求解结果为 $d_{g_0} = 0.11 \angle 69^\circ$ 和 $r_{g_0} = 0.35$ 。相应的等增益圆如图 9.16 所示。

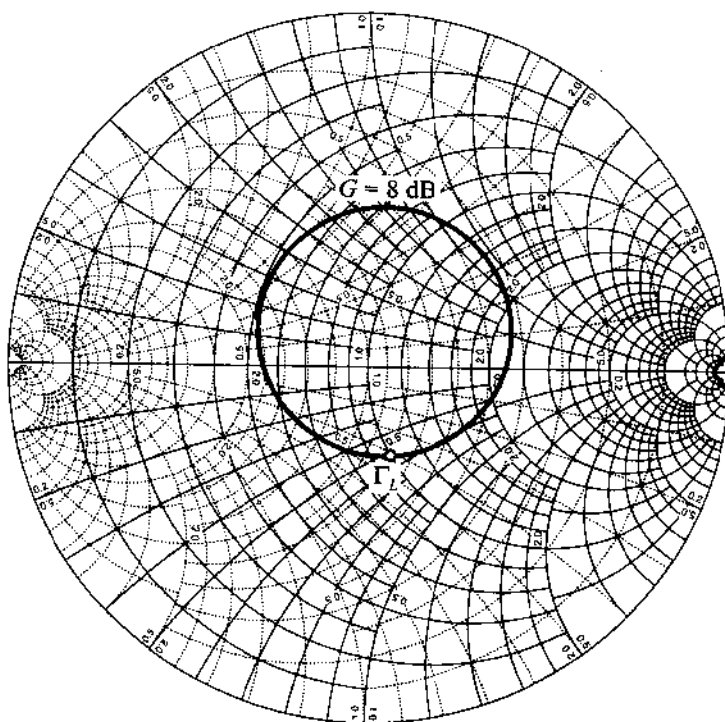


图 9.16 Γ_L 平面上的等功率增益圆

在保证实现功率增益 $G = 8 \text{ dB}$ 的前提下,负载反射系数存在很多种可能的选择。为了简化输出匹配网络,可以令 Γ_L 落在等功率增益圆与等电阻圆 $r = 1$ 的交点上(见图 9.16)。该点的相应值为 $\Gamma_L = 0.26 \angle -75^\circ$ 。求得 Γ_L 后,就可以计算源反射系数了,该反射系数必须与公式(9.9a)确定的输入反射系数共

扼:

$$\Gamma_s = \left(\frac{S_{11} - \Delta \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \right)^* = 0.28 \angle -55^\circ$$

我们可以根据上述计算结果验证设计方案的正确性。将 Γ_{in} 和 Γ_L 代入(9.10)式,可得转换功率增益确实等于 8 dB。

因为 $\Gamma_s = \Gamma_{in}^*$, 而且 Γ_{in} 是 Γ_L 的函数, 所以输入匹配网络的复杂程度与 Γ_L 的选择恰当与否有直接关系。

在例题 9.13 中, 我们任选了一个 Γ_L 值(在预定的增益圆上), 计算了与 $\Gamma_s = \Gamma_{in}^*$ 条件相对应的输入阻抗, 并假设 Γ_s 的取值没有限制条件。遗憾的是, 在许多实际应用中, Γ_s 必须符合特定的约束条件(例如, 符合预定的噪声特性)。这些附加的条件限制了我们选择 Γ_s 的自由度, 其结果又反过来限制了 Γ_L 的选择范围。使上述两种要求(Γ_L 落在适当的增益圆内, Γ_s 符合预定的噪声要求)同时得到满足的方法是借助于试探法, 即先任选 Γ_L 值, 然后考察相应的 Γ_s 是否符合预定设计要求。这种方法相当简单但也非常枯燥、费时。

另外一种更科学的方法是将 Γ_L 平面上的等增益圆(9.55)映射为 Γ_s 平面上的圆, 即:

$$|\Gamma_s - d_{g_s}| = r_{g_s} \quad (9.60)$$

其中圆半径 r_{g_s} 和圆心 d_{g_s} 的表达式可由 $\Gamma_s = \Gamma_{in}^*$ 的条件导出。已知 Γ_s 可写为:

$$\Gamma_s^* = \frac{S_{11} - \Delta \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \quad (9.61)$$

或

$$\Gamma_L = \frac{S_{11} - \Gamma_s^*}{\Delta - S_{22} \Gamma_s^*} \quad (9.62)$$

将(9.62)式代入(9.55)式可得:

$$\left| \frac{S_{11} - \Gamma_s^*}{\Delta - S_{22} \Gamma_s^*} - d_{g_0} \right|^2 = r_{g_0}^2 \quad (9.63)$$

此式可以化为(9.60)的形式, 其中圆半径为:

$$r_{g_s} = \frac{r_{g_0} |S_{12} S_{21}|}{|1 - S_{22} d_{g_0}|^2 - r_{g_0}^2 |S_{22}|^2} \quad (9.64)$$

圆心坐标为:

$$d_{g_s} = \frac{(1 - S_{22} d_{g_0})(S_{11} - \Delta d_{g_0})^* - r_{g_0}^2 \Delta^* S_{22}}{|1 - S_{22} d_{g_0}|^2 - r_{g_0}^2 |S_{22}|^2} \quad (9.65)$$

等式(9.64)和(9.65)的推导留作本章结尾的习题。等增益圆的映射实例将在本小节例题 9.14 中进一步讨论。

资用功率增益

在放大器输出端口需要良好匹配的情况下($VSWR_{out} = 1$), 必须采用资用功率增益方案而

不能采用上述功率增益方案。此时,采用导出(9.55)式相同的方法,可以得到等资用功率圆的方程。推导的结果是一个圆方程,该方程在源反射系数和预定的增益之间建立了联系:

$$|\Gamma_S - d_{g_a}| = r_{g_a} \quad (9.66)$$

其中圆心坐标 d_{g_a} 为:

$$d_{g_a} = \frac{g_a (S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{1 + g_a (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)} \quad (9.67)$$

圆半径 r_{g_a} 定义为:

$$r_{g_a} = \frac{\sqrt{1 - 2kg_a |S_{12}S_{21}| + g_a^2 |S_{12}S_{21}|^2}}{|1 + g_a (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)|} \quad (9.68)$$

比例系数 g_a 由下式确定:

$$g_a = \frac{G_A}{|S_{21}|^2} \quad (9.69)$$

其中 G_A 是预定的资用功率增益。

类似于等功率增益圆,采用以下关系可以将等资用功率增益圆映射到 Γ_L 平面上:

$$|\Gamma_L - d_{g_1}| = r_{g_1} \quad (9.70)$$

其中圆半径为:

$$r_{g_1} = \frac{r_{g_a} |S_{12}S_{21}|}{|1 - S_{11}d_{g_a}|^2 - r_{g_a}^2 |S_{11}|^2} \quad (9.71)$$

圆心坐标为:

$$d_{g_1} = \frac{(1 - S_{11}d_{g_a})(S_{22} - \Delta d_{g_a})^* - r_{g_a}^2 \Delta^* S_{11}}{|1 - S_{11}d_{g_a}|^2 - r_{g_a}^2 |S_{11}|^2} \quad (9.72)$$

我们发现,将(9.71)式和(9.72)式中的 S_{11} 换为 S_{22} ,则符合 $VSWR_{out} = 1$ 要求的 r_{g_1} 和 d_{g_1} 对应于符合 $VSWR_{in} = 1$ 要求的 r_{g_1} 和 d_{g_1} 。

9.5 噪声系数圆

对许多射频放大器来说,在低噪声前提下对信号进行放大是系统的基本要求。遗憾的是,放大器的低噪声要求与其他参数,如稳定性、增益等相冲突。例如,最小噪声特性和最大增益就不能同时实现。因此,关键是必须设法将噪声参数标在 Smith 圆图上,以便观察、比较噪声与增益和稳定性之间的相互关系。

在实际应用中,噪声分析的关键参数是以导纳形式定义的两端口放大器的噪声系数:

$$F = F_{min} + \frac{R_n}{G_s} |Y_s - Y_{opt}|^2 \quad (9.73)$$

以及等价的阻抗表达式:

$$F = F_{min} + \frac{G_n}{R_s} |Z_s - Z_{opt}|^2 \quad (9.74)$$

其中 $Z_S = 1/Y_S$ 是源阻抗。

附录 H 给出了这两个表达式的导出方法。对于晶体管, 4 个典型的噪声参数可以从场效应晶体管或双极结晶体管生产厂家提供的数据中查到, 也可以通过实验直接测量。这 4 个参数是:

- 最小(也称为最佳)噪声系数 F_{\min} , 它与偏置条件和工作频率有关。如果器件没有噪声, 则 $F_{\min} = 1$ 。
- 器件的等效噪声电阻 $R_n = 1/G_n$ 。
- 最佳源导纳 $Y_{\text{opt}} = G_{\text{opt}} + jB_{\text{opt}} = 1/Z_{\text{opt}}$ 。有时不给出源阻抗或导纳, 而列出最佳反射系数 Γ_{opt} 。 Y_{opt} 和 Γ_{opt} 的关系为:

$$Y_{\text{opt}} = Y_0 \frac{1 - \Gamma_{\text{opt}}}{1 + \Gamma_{\text{opt}}} \quad (9.75)$$

由于 S 参量表达方法最适合于高频电路设计, 我们用反射系数替代(9.73)式中的导纳。将(9.75)式和

$$Y_S = Y_0 \frac{1 - \Gamma_S}{1 + \Gamma_S} \quad (9.76)$$

代入(9.73)式。考虑到 G_S 可以表示为 $G_S = Y_0(1 - |\Gamma_S|^2)/(1 + |\Gamma_S|^2)$, 则最终结果为:

$$F = F_{\min} + \frac{4R_n}{Z_0} \frac{|\Gamma_S - \Gamma_{\text{opt}}|^2}{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 + |\Gamma_{\text{opt}}|^2)} \quad (9.77)$$

在(9.77)式中, F_{\min} , R_n 和 Γ_{opt} 为已知数。一般情况, 设计工程师可以通过调整 Γ_S 来改变噪声系数。当 $\Gamma_S = \Gamma_{\text{opt}}$ 时, 可以得到噪声系数的极小值 $F = F_{\min}$ 。为了将特定的噪声系数 F_k 与 Γ_S 联系起来, 我们将(9.77)式改写为:

$$|\Gamma_S - \Gamma_{\text{opt}}|^2 = (1 - |\Gamma_S|^2)(1 + |\Gamma_{\text{opt}}|^2) \left(\frac{F_k - F_{\min}}{4R_n/Z_0} \right) \quad (9.78)$$

等式右侧已经具有圆方程的形式。引入常数 Q_k 为:

$$Q_k = (1 + |\Gamma_{\text{opt}}|^2) \left(\frac{F_k - F_{\min}}{4R_n/Z_0} \right) \quad (9.79)$$

并重新整理(9.78)式可得:

$$(1 + Q_k) |\Gamma_S|^2 - 2\text{Re}\{\Gamma_S \Gamma_{\text{opt}}^*\} + |\Gamma_{\text{opt}}|^2 = Q_k \quad (9.80)$$

等式两边除以 $(1 + Q_k)$, 经过计算组成一个完全平方项后可得:

$$\left| \Gamma_S - \frac{\Gamma_{\text{opt}}}{1 + Q_k} \right|^2 = Q_k \left[\frac{1}{1 + Q_k} - \frac{|\Gamma_{\text{opt}}|^2}{(1 + Q_k)^2} \right] = \frac{Q_k^2 + Q_k(1 - |\Gamma_{\text{opt}}|^2)}{(1 + Q_k)^2} \quad (9.81)$$

这就是我们需要的标准形式的圆方程, 它可以标在 Smith 圆图中:

$$|\Gamma_S - d_{F_k}^R|^2 = (\Gamma_S^R - d_{F_k}^R)^2 + (\Gamma_S^I - d_{F_k}^I)^2 = r_{F_k}^2 \quad (9.82)$$

该圆圆心坐标 d_{F_k} 由复数表示:

$$d_{F_k} = d_{F_k}^R + j d_{F_k}^I = \frac{\Gamma_{opt}}{1 + Q_k} \quad (9.83)$$

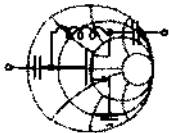
相应的圆半径为:

$$r_{F_k} = \frac{\sqrt{(1 - |\Gamma_{opt}|^2) Q_k + Q_k^2}}{1 + Q_k} \quad (9.84)$$

根据(9.83)式和(9.84)式可以引出两个值得注意的结论:

- 当 $F_k = F_{min}$ 时, 可得最小噪声系数, 此时圆心坐标 $d_{F_k} = \Gamma_{opt}$ 而且半径 $r_{F_k} = 0$ 。
- 所有等噪声系数圆的圆心都落在原点与 Γ_{opt} 的连线上。噪声系数越大, 则圆心 d_{F_k} 距离原点越近而且圆半径 r_{F_k} 越大。

下面的例题提出了小信号放大器增益与噪声系数的兼顾原则。



RF & MW

例题 9.14 设计一个具有最佳噪声系数和预定增益的小信号放大器

采用与例题 9.13 相同的双极结晶体管, 设计一个低噪声功率放大器, 要求增益为 8 dB, 噪声系数小于 1.6 dB。设晶体管的噪声参数为: $F_{min} = 1.5$ dB, $R_n = 4 \Omega$, $\Gamma_{opt} = 0.5 \angle 45^\circ$ 。

解: 虽然噪声系数与负载反射系数无关, 但却是源阻抗的函数。因此, 可将例题 9.13 求出的等增益圆映射到 Γ_s 平面上。应用(9.64)式, (9.65)式以及例题 9.13 的计算结果, 可以求出映射后的等增益圆的圆心坐标和半径: $d_{g_s} = 0.29 \angle -18^\circ$ 和 $r_{g_s} = 0.18$ 。此圆上的任意 Γ_s 点都能满足给定的增益要求。然而, 要符合噪声系数的指标要求, 则必须保证 Γ_s 点落在 $F_k = 2$ dB 的等噪声系数圆内。

等噪声系数圆的圆心和半径可分别用(9.83)式和(9.84)式计算。下面将列出它们的计算结果, 以及根据(9.79)式算出的 Q_k :

$$Q_k = 0.2, d_{F_k} = 0.42 \angle 45^\circ, r_{F_k} = 0.36$$

符合 $G = 8$ dB, $F_k = 1.6$ dB 要求的圆都已标在图 9.17 中。

注意, 在 $\Gamma_{ms} = 0.30 \angle -18^\circ$ 点上可得最大功率增益(详细计算见例题 9.11), 然而, 在 $\Gamma_s = \Gamma_{opt} = 0.30 \angle -18^\circ$ 点上可得最小噪声系数。所以, 本例的情况表明, 最大增益和最小噪声系数是不能同时得到的。

在给定的增益要求下, 要减小噪声系数, 则必须让源反射系数沿等增益圆移动并尽可能靠近 Γ_{opt} 。任选 $\Gamma_s = 0.29 \angle 19^\circ$, 根据(9.62)式, 则相应的负载反射系数则为 $\Gamma_L = 0.45 \angle 50^\circ$ 。利用(9.77)式可计算出放大器的噪声系数为:

$$F = F_{\min} + \frac{4R_n}{Z_0} \frac{|\Gamma_s - \Gamma_{\text{opt}}|^2}{(1 - |\Gamma_s|^2)(1 + |\Gamma_{\text{opt}}|^2)} = 1.54 \text{ dB}$$

最大增益和最小噪声系数的要求不可能同时满足,只能采取两者兼顾的设计原则。

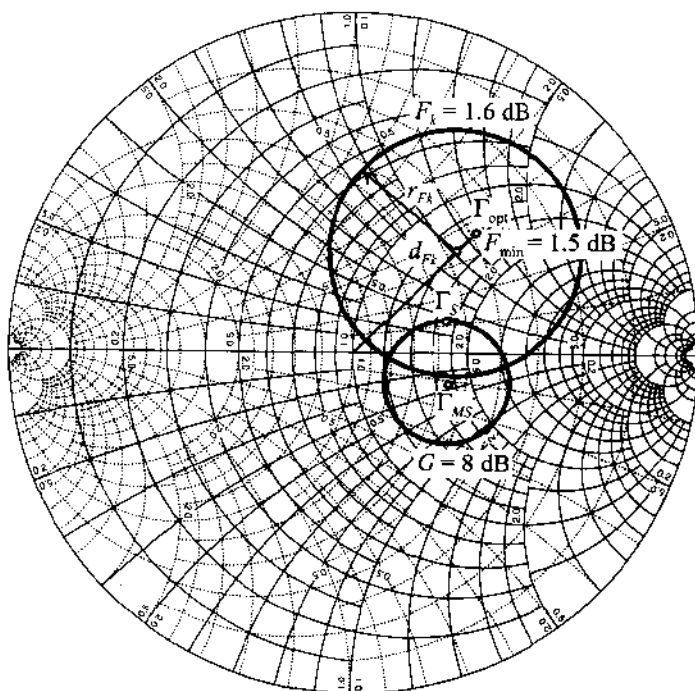


图 9.17 映射到 Γ_s 平面上的等噪声系数圆和等增益圆

9.6 等驻波比圆

在某些场合,当对放大器的输入或输出端口进行测量时,其驻波比必须保持在特定指标之下。该指标通常为 $1.5 \leq \text{VSWR} \leq 2.5$ 。根据我们在第4章中的讨论,匹配网络的主要目的是要在晶体管端口降低驻波比。而问题的复杂性在于,输入端口的驻波比(VSWR_{IN})由输入端口匹配网络(IMN)确定,而该网络又受到有源器件的影响以及由反馈效应带来的输出匹配网络(OMN)的影响。反过来,由于反馈效应的存在,输出端口的驻波比(VSWR_{OMN})既取决于输出端口的匹配网络,也与输入端口的匹配网络有关。这就是我们曾在9.4.3小节讨论过的所谓双共轭匹配设计法。

首先,我们来考察如图9.18所示的电路原理框图。作为射频放大器特性参数的两个电压驻波比为:

$$\text{VSWR}_{\text{IN}} = \frac{1 + |\Gamma_{\text{IMN}}|}{1 - |\Gamma_{\text{IMN}}|} \text{ 和 } \text{VSWR}_{\text{OMN}} = \frac{1 + |\Gamma_{\text{OMN}}|}{1 - |\Gamma_{\text{OMN}}|} \quad (9.85)$$

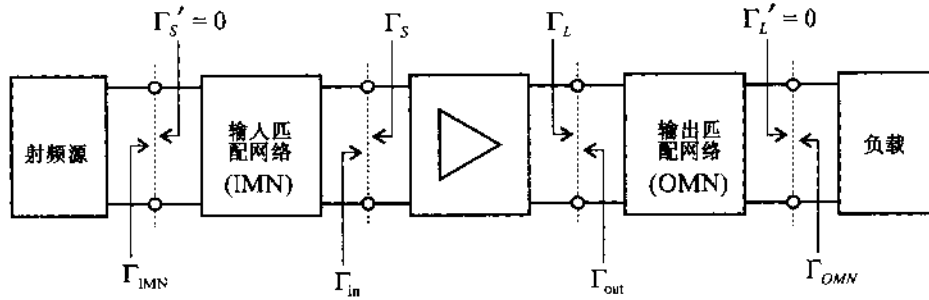


图 9.18 电路系统输入、输出端口的电压驻波比

反射系数 Γ_{IMN} 和 Γ_{OMN} 还有待于进一步求解。我们先重点讨论 Γ_{IMN} ，由 9.4.3 小节可知，输入功率 P_{in} 可以表示为资用功率 P_A 的函数(假设 $\Gamma_s' = 0$)：

$$P_{\text{in}} = P_A (1 - |\Gamma_{\text{IMN}}|^2) \quad (9.86)$$

假定匹配网络是无耗的，则有源器件输入端口得到的功率应与无匹配网络时的情况相同：

$$P_{\text{in}} = P_A \frac{(1 - |\Gamma_s|^2)(1 - |\Gamma_{\text{in}}|^2)}{|1 - \Gamma_s \Gamma_{\text{in}}|^2} \quad (9.87)$$

令两式相等并解出 $|\Gamma_{\text{IMN}}|$ 则有：

$$|\Gamma_{\text{IMN}}| = \sqrt{1 - \frac{(1 - |\Gamma_s|^2)(1 - |\Gamma_{\text{in}}|^2)}{|1 - \Gamma_s \Gamma_{\text{in}}|^2}} = \left| \frac{\Gamma_{\text{in}} - \Gamma_s^*}{1 - \Gamma_s \Gamma_{\text{in}}} \right| = \left| \frac{\Gamma_{\text{in}}^* - \Gamma_s}{1 - \Gamma_s \Gamma_{\text{in}}} \right| \quad (9.88)$$

方程(9.88)可以变换为以 Γ_s 为自变量的圆方程，其圆心在 $d_{V_{\text{IMN}}}$ 半径为 $r_{V_{\text{IMN}}}$ ，即：

$$(\Gamma_s^R - d_{V_{\text{IMN}}}^R)^2 + (\Gamma_s^I - d_{V_{\text{IMN}}}^I)^2 = r_{V_{\text{IMN}}}^2 \quad (9.89)$$

其中：

$$d_{V_{\text{IMN}}} = d_{V_{\text{IMN}}}^R + j d_{V_{\text{IMN}}}^I = \frac{(1 - |\Gamma_{\text{IMN}}|^2) \Gamma_{\text{in}}^*}{1 - |\Gamma_{\text{IMN}} \Gamma_s|^2} \quad (9.90)$$

以及：

$$r_{V_{\text{IMN}}} = \frac{(1 - |\Gamma_{\text{in}}|^2) |\Gamma_{\text{IMN}}|}{1 - |\Gamma_{\text{IMN}} \Gamma_s|^2} \quad (9.91)$$

此处 $d_{V_{\text{IMN}}}$ 和 $r_{V_{\text{IMN}}}$ 的下标 V_{IMN} 表示输入匹配网络端口的电压驻波比。

采用相同的方法可以导出输出端口的驻波比圆方程。电压源连接在输出端口，阻抗 Z_L 被视为源阻抗，同时将 Z_s 视为负载阻抗。这样，采用完全相同的方法可得输出端口的反射系数：

$$|\Gamma_{\text{OMN}}| = \sqrt{1 - \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)(1 - |\Gamma_{\text{out}}|^2)}{|1 - \Gamma_L \Gamma_{\text{out}}|^2}} = \left| \frac{\Gamma_{\text{out}} - \Gamma_L^*}{1 - \Gamma_L \Gamma_{\text{out}}} \right| = \left| \frac{\Gamma_{\text{out}}^* - \Gamma_L}{1 - \Gamma_L \Gamma_{\text{out}}} \right| \quad (9.92)$$

将(9.92)式变成为以 Γ_L 为自变量的圆方程，其圆心在 $d_{V_{\text{OMN}}}$ ，半径为 $r_{V_{\text{OMN}}}$ 即：

$$(\Gamma_L^R - d_{V_{OMN}}^R)^2 + (\Gamma_L^I - d_{V_{OMN}}^I)^2 = r_{V_{OMN}}^2 \quad (9.93)$$

其中:

$$d_{V_{OMN}} = d_{V_{OMN}}^R + j d_{V_{OMN}}^I = \frac{(1 - |\Gamma_{OMN}|^2) \Gamma_{out}^*}{1 - |\Gamma_{OMN} \Gamma_L|^2} \quad (9.94)$$

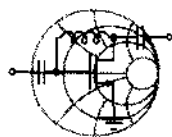
以及:

$$r_{V_{OMN}} = \frac{(1 - |\Gamma_{out}|^2) |\Gamma_{OMN}|}{1 - |\Gamma_{OMN} \Gamma_L|^2} \quad (9.95)$$

根据上述推导可以得到关于等驻波比圆的如下结论:

- 对于电压驻波比的极小值(输入端口 $VSWR_{IMN} = 1, |\Gamma_{IMN}| = 0$; 输出端口 $VSWR_{OMN} = 1, |\Gamma_{OMN}| = 0$)两圆心坐标为 $d_{V_{IMN}} \Big|_{|\Gamma_{IMN}|=0} = \Gamma_{in}^*$ (对于输入端口) 以及 $d_{V_{OMN}} \Big|_{|\Gamma_{OMN}|=0} = \Gamma_{out}^*$ (对于输出端口)两圆半径同时都为零。
- 所有等驻波比圆的圆心都落在原点到 Γ_{in}^* (输入) 或 Γ_{out}^* (输出) 的连线上。

需要特别注意的是,在双共轭匹配的情况下,输入、输出反射系数都是源和负载反射系数 (Γ_S, Γ_L) 的函数。所以,输入和输出电压驻波比圆不能同时画出,而只能用每次只考查一个的迭代方法调整 Γ_S 和 Γ_L 。



RF & MW →

例题 9.15 用等驻波比设计法实现预定的功率增益和噪声系数

利用例题 9.14 的结果,在 Smith 圆图的 Γ_S 平面上画出 $VSWR_{IMN} = 1.5$ 的圆。以 Γ_S 为自变量画出 $VSWR_{OMN}$ 的图形,其中 Γ_S 在 $VSWR_{IMN} = 1.5$ 的圆上移动。求放大器输出端口有最小反射系数时的 Γ_S 值并计算相应的增益。

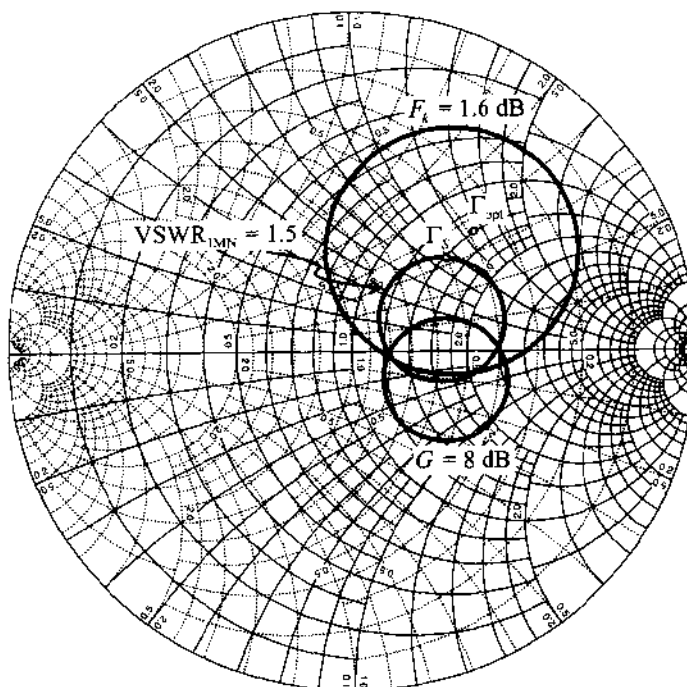
解:在例题 9.14 中,我们已求出源和负载反射系数分别为 $\Gamma_S = 0.29 \angle 19^\circ$ 和 $\Gamma_L = 0.45 \angle 50^\circ$ 时可以满足预定的功率增益和噪声系数。由于当时采用的是等增益圆设计法,我们在放大器的输入端口实现了最佳匹配。但是,输出端口是不匹配的,其电压驻波比 $VSWR_{OMN}$ 可以根据 $|\Gamma_{OMN}|$ 求得,由 (9.92) 式和 (9.9b) 式可知 $|\Gamma_{OMN}|$ 为:

$$|\Gamma_{OMN}| = \left| \frac{\Gamma_{out}^* - \Gamma_L}{1 - \Gamma_L \Gamma_{out}} \right| = 0.26$$

$VSWR_{OMN}$ 的计算结果为:

$$VSWR_{OMN} = \frac{1 + |\Gamma_{OMN}|}{1 - |\Gamma_{OMN}|} = 1.69$$

为了改善 $VSWR_{OMN}$,可以放宽对 $VSWR_{IMN}$ 的要求,在输入端口引入一定程度的失配。如果令 $VSWR_{IMN} = 1.5$,相应的 $VSWR$ 圆可以画在 Smith 圆图上,如图 9.19 所示。

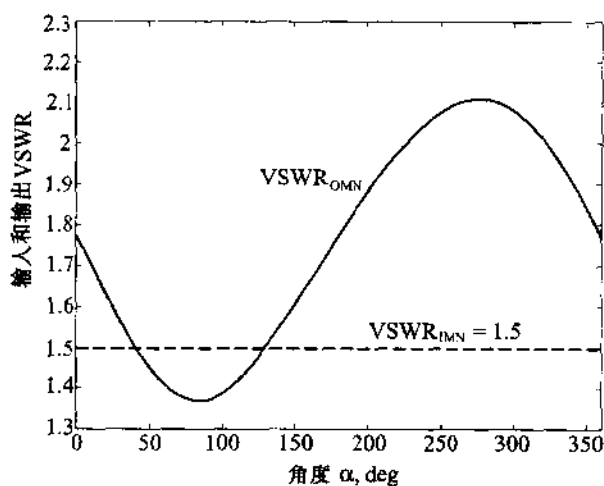
图 9.19 Γ_s 平面上的等增益圆、等噪声系数圆及等驻波比圆

$VSWR_{IMN} = 1.5$ 圆的圆心和半径可分别由(9.90)式和(9.91)式求得,其数值为 $d_{V_{IMN}} = 0.28 \angle 19^\circ$ 和 $r_{V_{IMN}} = 0.18$ 。

$VSWR_{IMN} = 1.5$ 圆上的所有点都可以用极坐标表示:

$$\Gamma_s = d_{V_{IMN}} + r_{V_{IMN}} \exp(j\alpha)$$

其中角度 α 的变化范围是 0 至 360° , 改变角度 α 将使 Γ_s 发生变化, 从而引起 Γ_{out} 以及 $VSWR_{OMN}$ 的变化。图 9.20 画出了这种对应关系。

图 9.20 输入、输出电压驻波比与 Γ_s 的函数关系

正如图 9.20 所示,大约在 $\alpha = 85^\circ$ 时, $VSWR_{\text{OMN}}$ 达到其最小值 1.37。此时,源反射系数、输出反射系数、转换增益、噪声系数如下:

$$\Gamma_s = 0.39 \angle 45^\circ, \Gamma_{\text{out}} = 0.32 \angle -52^\circ$$

$$G_T = 7.82 \text{ dB}, F = 1.51 \text{ dB}$$

以减小增益为代价,我们使 $VSWR_{\text{OMN}}$ 得到了改善。如果增益的降低超出了容忍的限度,则必须同时调整源反射系数和负载反射系数。

关于放大器设计的许多技术规范都明确地规定了电压驻波比所必须符合的最大容许范围。这在涉及多个电路单元级连的系统集成问题时就变得非常重要。

9.7 宽带、高功率、多级放大器

9.7.1 宽带放大器

许多调制电路和编码电路要求放大器具有较宽的工作频带。在射频领域中,设计宽带放大器的主要障碍是受到有源器件增益—带宽乘积的制约。正如第 7 章所述,任何有源器件的增益在高频端都具有逐渐下降的特征,其原因是双极结晶体管的基极—集电极电容或场效应晶体管的栅极—源极电容和栅极—漏极电容。其结果是,当工作频率达到晶体管的截止频率 f_T 后,晶体管失去了放大器功能而变成了衰减器。

由于 $|S_{21}|$ 不可能在宽频带内保持为常数,所以必须采取补偿措施。除了正向增益 $|S_{21}|$ 降低之外,在设计宽带放大器方面存在的其他困难包括:

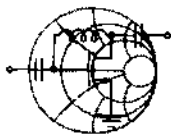
- 反向增益 $|S_{12}|$ 增加,这将使放大器的整体增益进一步降低,并使器件进入振荡状态的可能性增加
- S_{11} 和 S_{22} 随频率而改变
- 在高频下噪声系数恶化

为了解决这些问题,人们提出了两种不同的放大器设计方法:频率补偿匹配网络和负反馈技术。我们将在以下小节中讨论这两种方法。

频率补偿匹配网络

频率补偿匹配网络在器件的输入或输出端口引入失配,用于补偿由于 S 参量随频率变化产生的影响。这种匹配网络的主要问题在于,它的设计相当困难,而且设计过程几乎是靠经验而不是依据能够保证成功的完善工程设计方法。频率补偿匹配网络必须根据具体情况灵活处理。

下面的例题介绍了设计频率补偿匹配网络的一些主要步骤。



RF & MW →

例题 9.16 采用频率补偿匹配网络的宽带放大器的设计

设计一个宽带放大器,在 2 GHz 至 4 GHz 频段内其标称增益为 7.5 dB,增益平

坦度为 ± 0.2 dB。放大器采用 HP AT41410 双极结晶体管,该器件的直流偏置为集电极电流 $I_C = 10$ mA,集电极-发射极电压 $V_{CE} = 8$ V。在单向化近似条件下,晶体管在 2,3 和 4 GHz 频率点测得的 S 参量如表 9.4 所示。

表 9.4 AT41410 双极结晶体管的 S 参量 ($I_C = 10$ mA, $V_{CE} = 8$ V)

f, GHz	$ S_{21} $	S_{11}	S_{22}
2	3.72	$0.61 \angle 165^\circ$	$0.45 \angle -48^\circ$
3	2.56	$0.62 \angle 149^\circ$	$0.44 \angle -58^\circ$
4	1.96	$0.62 \angle 130^\circ$	$0.48 \angle -78^\circ$

解:根据表 9.4 的数据可知,晶体管的插入增益在 $f = 2$ GHz 点,为 $|S_{21}|^2 = 11.41$ dB;在 $f = 3$ GHz 点,为 $|S_{21}|^2 = 8.16$ dB;在 $f = 4$ GHz 点,为 $|S_{21}|^2 = 5.85$ dB。要实现标称增益为 8.7 dB 的放大器,必须按以下要求设计源匹配网络和负载匹配网络:在 $f = 2$ GHz 点,使标称增益降低 2.71 dB;在 $f = 3$ GHz 和 $f = 4$ GHz 点,使标称增益分别增加 0.54 dB 和 2.85 dB。

源匹配网络和负载匹配网络所能提供的最大增益可由(9.35)式和(9.36)式求出:

$$f = 2 \text{ GHz: } G_{S_{\max}} = 2.02 \text{ dB}, G_{L_{\max}} = 0.98 \text{ dB}$$

$$f = 3 \text{ GHz: } G_{S_{\max}} = 2.11 \text{ dB}, G_{L_{\max}} = 0.93 \text{ dB}$$

$$f = 4 \text{ GHz: } G_{S_{\max}} = 2.11 \text{ dB}, G_{L_{\max}} = 1.14 \text{ dB}$$

在一般情况下,必须同时设计源匹配网络和负载匹配网络,但在本例中通过源匹配网络产生的附加增益 G_s 已经可以满足放大器的参数要求。所以,我们的重点将放在源匹配网络上,在晶体管的输出端口不加任何匹配网络。

由于晶体管的输出与负载直接相连,则有 $G_L = 0$ dB,所以输入匹配网络必须分别在 $f = 2$ GHz, 3 GHz 和 4 GHz 频率上产生 (-3.9 ± 0.2) dB, (-0.7 ± 0.2) dB 和 (1.7 ± 0.2) dB 的附加增益。相应的等增益圆已标画在图 9.21 上。

我们设计的输入匹配网络必须能将图 9.21 中等增益圆上的点变换到 Smith 圆图的中心。能够实现这个目的的网络有许多,其中之一是由两个电容构成,如图 9.22 所示。其中一个电容与晶体管并联,另一个与放大器的输入端口串联。根据已知的 Γ_s ,令 $\Gamma_L = 0$,则可根据(9.10)式算出转换增益。然后我们就可以求输入、输出端口的电压驻波比。因为 $\Gamma_L = 0$,所以 $VSWR_{\text{OMN}}$ 与 $VSWR_{\text{out}}$ 在数值上相等,其值为:

$$VSWR_{\text{out}} = \frac{1 + |S_{22}|}{1 - |S_{22}|}$$

在计算输入端口的电压驻波比时,我们取:

$$VSWR_{\text{IMN}} = \frac{1 + |\Gamma_{\text{IMN}}|}{1 - |\Gamma_{\text{IMN}}|}$$

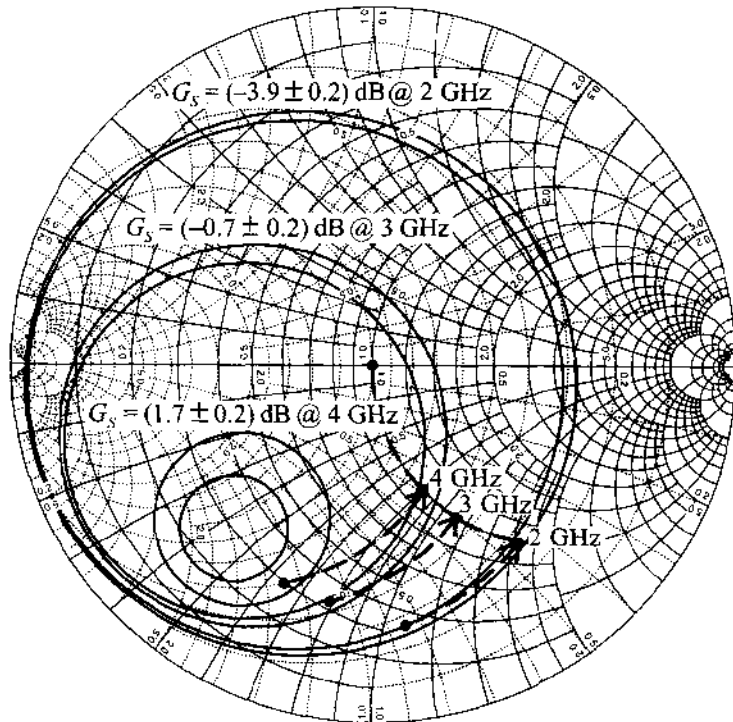
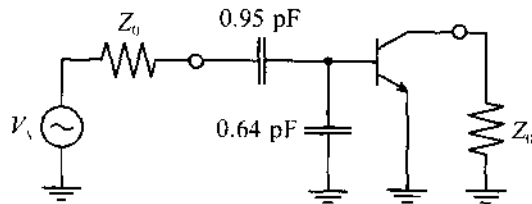


图 9.21 设计宽带放大器(例题 9.16)的 Smith 圆图

图 9.22 工作频率 2~4 GHz, 增益 8.7 dB,
平坦度 ± 0.2 dB 的宽带放大器

其中 $|\Gamma_{\text{MN}}|$ 由(9.88)计算:

$$|\Gamma_{\text{MN}}| = \left| \frac{\Gamma_{\text{in}}^* - \Gamma_s}{1 - \Gamma_s \Gamma_{\text{in}}} \right| = \left| \frac{S_{11}^* - \Gamma_s}{1 - \Gamma_s S_{11}} \right|$$

全部计算结果都列在表 9.5 中。

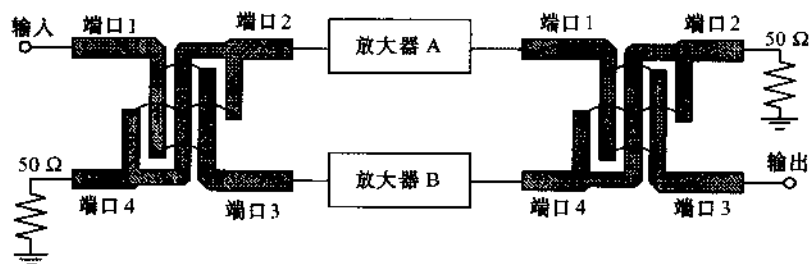
表 9.5 宽带放大器的设计参数

f, GHz	Γ_s	G_T, dB	VSWR_{DMN}	VSWR_{OMN}
2	$0.74 \angle -83^\circ$	7.65	13.1	2.6
3	$0.68 \angle -101^\circ$	7.57	5.3	2.6
4	$0.66 \angle -112^\circ$	7.43	2.0	2.8

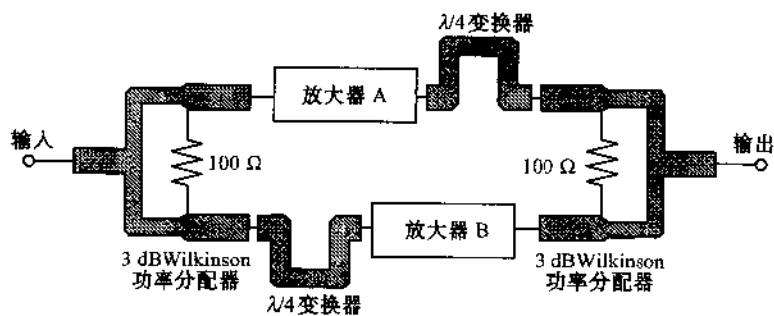
由表 9.5 中的数值可见, 以提高电压驻波比为代价, 可以实现增益的平坦性。

平衡放大器设计

图 9.23(a)和图 9.23(b)分别画出了采用 3 dB Lange 耦合器或混合耦合器以及采用 3 dB Wilkinson 功率分配和合成器构成的典型平衡放大器电路框图。输入信号功率被一分为二,分别放大,然后在输出端口合成起来。附录 G 介绍了耦合器和功率分配器的完整理论分析。



(a) 3 dB 耦合器构成的平衡放大器



(b) 3 dB Wilkinson 功率分配器和合成器构成的平衡放大器

图 9.23 宽带平衡放大器的电路框图

我们首先讨论图 9.23(a)所示平衡放大器的工作原理。进入输入耦合器端口 1 的功率在幅度上被等分成两部分,它们达到端口 2 和端口 3 时存在 90° 的相位差,而端口 4 没有输出功率。输出耦合器通过引入 90° 附加相移,使放大器 A 和放大器 B 的输出信号恢复同相,然后将它们的功率合成起来。我们将放大器 A 的 S 参量标记为 $S_{11}^A, S_{12}^A, S_{21}^A, S_{22}^A$, 同样也给放大器 B 的 S 参量加上标记 B。整个放大器的 S 参量与各个支路上的 S 参量之间的关系为:

$$\begin{aligned} |S_{11}| &= \frac{1}{2} |S_{11}^A - S_{11}^B| \\ |S_{21}| &= \frac{1}{2} |S_{21}^A + S_{21}^B| \\ |S_{12}| &= \frac{1}{2} |S_{12}^A + S_{12}^B| \\ |S_{22}| &= \frac{1}{2} |S_{22}^A - S_{22}^B| \end{aligned} \quad (9.96)$$

其中系数 $1/2$ 表示 3 dB 衰减,由于 3 端口有 90° 相移,负号则表示信号两次经过端口 3 所产生的 180° 总相移。

如果放大器的两个支路完全相同,则 $|S_{11}| = |S_{22}| = 0$, 而且平衡放大器的正向、反向增

益等于每个支路放大器的相应增益。

由 Wilkinson 功率分配器[见图 9.23(b)]构成的平衡放大器的工作原理也是如此。相对于耦合器方案的惟一区别是功率分配器没有相位差,因此需要添加一段 $\lambda/4$ 的传输线,以便在两个支路间产生 90° 相移。

平衡放大器的主要优点是其输入、输出端口(要求两个支路放大器具有相同的特性)的阻抗匹配都非常好,而且即使一个放大器完全损坏,另一个放大器仍可以继续工作。平衡放大器的主要缺点包括电路尺寸增加和由于耦合器带宽造成的频率响应劣化。

负反馈电路

频率补偿网络的另一种设计思路就是利用负反馈。这种方法可以得到平坦的增益响应并可在宽频带内降低输入、输出电压驻波比。负反馈方案的另外一个优点是,它可以降低晶体管参数的离散性对放大器特性的影响。这种方案的主要缺点是,它限制了晶体管的最大功率增益并增加了噪声系数。

负反馈一词意味着晶体管输出端口的信号被耦合回到输入端口并与输入信号反相叠加,所以反馈信号抵消了部分输入信号,使输入信号减小。如果反馈信号与输入信号同相叠加,则信号将增强,此时即得到正反馈。用于双极结晶体管和场效应晶体管的常见电阻反馈电路如图 9.24 所示,其中电阻 R_1 为并联反馈, R_2 为串联反馈。

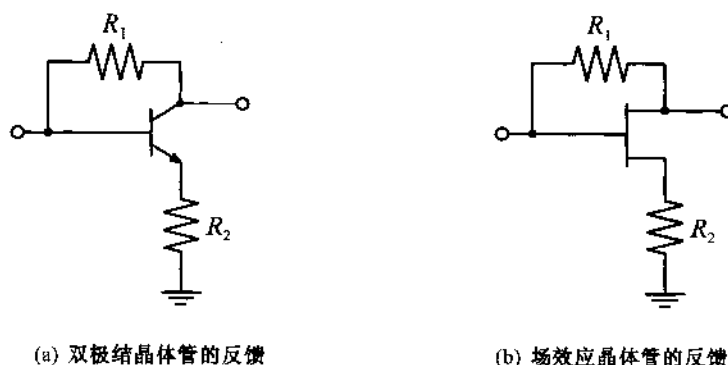


图 9.24 电阻性负反馈电路

我们在第 7 章中曾提到过,在低频下,图 9.24 中的两个电路都可以用如图 9.25 所示的 π 形等效模型描述,其中输入电阻 r_π 对于场效应晶体管而言为无穷大。

对于双极结晶体管,如果假设:

$$r_\pi(1 + g_m R_2) \gg R_1 \quad (9.97)$$

则图 9.25 中的 r_π 可用开路情况代替,而且 h 参量表达式可以写为:

$$[h] = \begin{bmatrix} R_1 & 1 \\ \frac{g_m R_1}{1 + g_m R_2} - 1 & \frac{g_m}{1 + g_m R_2} \end{bmatrix} \quad (9.98)$$

利用附录 D 中的矩阵变换公式,可以求出相应的 S 参量表达式:

$$[S] = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \frac{R_1}{Z_0} - \frac{g_m Z_0}{1 + g_m R_2} & 2 \\ 2 \left(1 - \frac{g_m R_1}{1 + g_m R_2} \right) & \frac{R_1}{Z_0} - \frac{g_m Z_0}{1 + g_m R_2} \end{bmatrix} \quad (9.99)$$

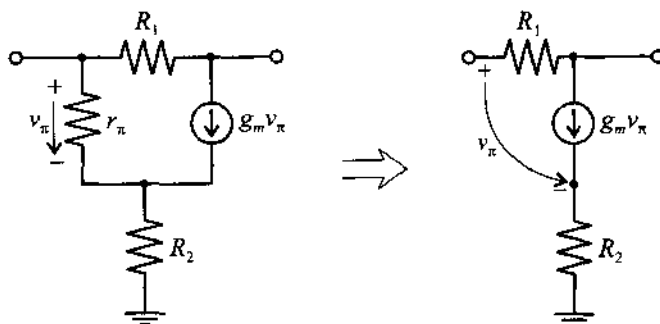


图 9.25 负反馈电路的低频模型

其中:

$$\Delta = 2 + \frac{R_1}{Z_0} + \frac{g_m Z_0}{1 + g_m R_2} \quad (9.100)$$

假设理想匹配条件成立 $S_{11} = S_{22} = 0$ (即输入、输出电压驻波比为 1) 可得并联反馈电阻与串联反馈电阻 R_1 之间的关系:

$$R_2 = \frac{Z_0^2}{R_1} - \frac{1}{g_m} \quad (9.101)$$

其中 Z_0 为传输线的特性阻抗, g_m 为晶体管的跨导。

将(9.101)代入(9.100)和(9.99)则:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{Z_0}{R_1 + Z_0} \\ 1 - \frac{R_1}{Z_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (9.102)$$

由(9.99)式和(9.102)式可见,通过选择合适的反馈电阻 R_1 和 R_2 ,增益平坦性和良好的匹配都可以实现。惟一的限制条件是 R_2 必为正值,所以根据(9.101)式可知 g_m 必存在最小值 $g_{m_{\min}}$, 即 g_m 的取值范围是:

$$g_m \geq g_{m_{\min}} = \frac{R_1}{Z_0^2} = \frac{1 - S_{21}}{Z_0} \quad (9.103)$$

任何满足等式(9.103)的晶体管都可以应用于图 9.24 所示的负反馈电路。

由于忽略了电抗效应,上述关于负反馈电路的分析只能适用于工作在低频频段的理想器件。在实际应用中,由于必须考虑晶体管的内电阻,由此可引出反馈电阻的修正值。此外,在射频和微波频带内,不但晶体管内部的电容、电感影响不能忽略,而且还要研究在反馈环中额

外增加的电抗性元件。最常见的情况是增加了一个与反馈电阻 R_1 串联的电感。该电感的作用是减小反馈环在高频段的反馈量,以补偿 S_{21} 在高频段的逐渐下降。

下面的例题介绍了如何采用负反馈技术设计宽带放大器,我们先求出反馈电阻的理论计算值,然后利用 CAD 软件进行调整。



例题 9.17 负反馈宽带放大器的设计

已知 BFG403W 双极结晶体管的偏置条件为 $V_{CE} = 3\text{ V}$, $I_C = 3.3\text{ mA}$ ($\beta = 125$), 在共发射极连接情况下的相应 S 参量如表 9.6 所示, 电路中增加了一个 $500\ \Omega$ 的稳定电阻。

采用负反馈环方案设计一个宽带放大器, 要求其带宽为 10 MHz 至 2 GHz , 转换增益 $G_T = 10\text{ dB}$ 。

表 9.6 例题 9.17 中晶体管的 S 参量

f, MHz	$ S_{11} $	$\angle S_{11}$	$ S_{21} $	$\angle S_{21}$	$ S_{12} $	$\angle S_{12}$	$ S_{22} $	$\angle S_{22}$
10	0.877	-0.3	7.035	179.6	1×10^{-4}	66.8	0.805	-0.1
100	0.876	-2.4	7.027	176.1	7×10^{-4}	85.9	0.805	-1.4
250	0.870	-5.9	6.983	170.2	0.002	84.3	0.803	-3.4
500	0.850	-11.5	6.834	160.6	0.003	80.5	0.797	-6.6
750	0.820	-16.9	6.607	151.4	0.004	76.0	0.789	-9.8
1000	0.783	-21.7	6.327	142.8	0.005	68.2	0.777	-12.7
1500	0.700	-29.6	5.711	127.2	0.007	74.1	0.755	-18.1
2000	0.619	-35.7	5.119	113.8	0.007	74.1	0.735	-23.0

解: 根据表 9.6, 在 $f = 2\text{ GHz}$ 频率点, 晶体管有最小增益 14.2 dB , 该值远大于设计要求的功率增益 $G_T = 10\text{ dB}$ 。

在开始近似分析之前, 我们必须先确认(9.103)式的条件成立。我们可以算出 r_π 的值为 $r_\pi = \beta / g_m = 984\ \Omega$, 其中跨导 g_m 的数值为 $g_m = I_C / V_T = 0.127\text{ S}$ 。由此可见, 即使在 $R_2 = 0$ 时, (9.103)的条件也成立, 所以, 我们可以应用负反馈设计方案。

下一步是估计电阻 R_1 和 R_2 的阻值。由于放大器的预定增益是 $G = 10\text{ dB}$, 则低频 S_{21} 参数必须等于 -3.16 。其中负号是由于共发射极连接产生的 180° 相移。将该值代入(9.103)式可得:

$$R_1 = Z_0(1 - S_{21}) = 208\ \Omega$$

再由(9.101)式, 可以计算出串联反馈电阻 R_2 的阻值:

$$R_2 = \frac{Z_0^2}{R_1} - \frac{1}{g_m} = 4.1\ \Omega$$

此负反馈网络的插入增益计算值列在表 9.7 的第 2 列中。显然, 负反馈使得放大器在低频段的增益响应基本一致, 但数值太低。我们预定的增益是 10 dB ,

设计结果为 $|S_{21}|^2 = 7.5 \text{ dB}$, 造成这个差别的主要原因是我们忽略了电阻器的全部内电阻。这些内电阻包括基极电阻, 它与 r_π 相串联从而降低了跨导 g_m 的效能。另外, 与 R_2 串联的发射极电阻也应当从 R_2 的计算结果中扣除。

采用 CAD 工具在 $10 \sim 500 \text{ MHz}$ 频段优化电路参数, 可得反馈电阻的如下修正值: $R_1 = 276 \Omega$ 和 $R_2 = 1.43 \Omega$ 。相应的插入增益列在表 9.7 的第 3 列中。

考察表 9.7 可见, 采用优化的反馈电阻值, 则晶体管的增益在低频段非常接近 10 dB 的设计要求, 但在高频段则随频率的上升而迅速下降。这表明, 在高频下, $R_1 = 276 \Omega$ 的反馈电阻太小了, 因此必须加大。加大该电阻的方法是增加一个与 R_1 串联的电感 $L_1 = 4.5 \text{ nH}$ (L_1 的电感量由 CAD 优化程序估算)。

增加电感后的增益值列在表 9.7 的最后一列中。由表中可见, 增加电感器改善了放大器的频率响应, 并使其增益平坦度在整个频段内优于 1% 。

表 9.7 负反馈放大器的插入增益

f, MHz	$ S_{21} ^2, \text{dB}$		
	$R_1 = 208 \Omega,$ $R_2 = 4.1 \Omega$	$R_1 = 276 \Omega$ $R_2 = 1.4 \Omega$	$R_1 = 276 \Omega,$ $R_2 = 1.4 \Omega,$ $L_1 = 4.5 \text{ nH}$
10	7.50	10.01	10.01
100	7.50	10.01	10.01
250	7.50	10.00	10.01
500	7.50	9.97	10.00
750	7.50	9.93	10.00
1 000	7.50	9.88	10.00
1 500	7.51	9.75	9.99
2 000	7.54	9.59	9.99

随着工作频率的增加, 负反馈电路更容易受到寄生参数的影响。当频率超过大约 5 GHz 时, 这类集总参数元件方案就开始失效了。

9.7.2 大功率放大器

在此之前, 我们一直是在线性、小信号 S 参量的基础上讨论放大器的设计。然而, 当涉及到大功率放大器时, 由于放大器工作在非线性区, 所以小信号近似通常将失效, 此时必须求得晶体管的大信号 S 参量或阻抗以便得到合理的设计结果。小信号 S 参量仍然可以用于甲类放大器的设计, 此时, 信号的放大基本限制在晶体管的线性区。然而, 小信号 S 参量不适合于分析工作在饱和区的甲乙类、乙类或丙类放大器。

大功率放大器的一个重要指标是所谓功率压缩。当晶体管的输入功率达到饱和状态时, 其增益开始下降, 或者称为压缩。典型的输入、输出功率关系可以画在双对数坐标中, 如图 9.26 所示。

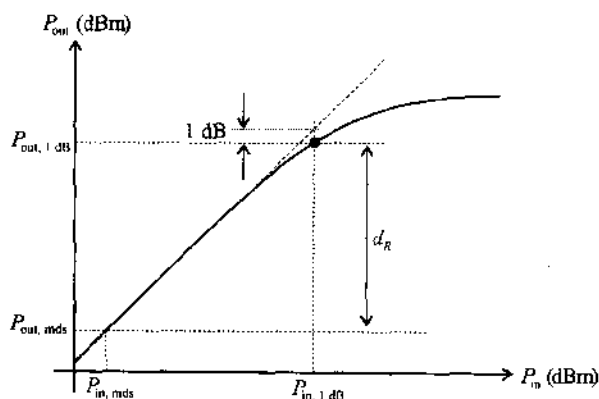


图 9.26 放大器的输出功率与输入功率的函数关系

当输入功率较低时,输出功率与输入功率成比例关系。然而,当输入功率超过一定的量值之后,晶体管的增益开始下降,最终结果是输出功率达到饱和。当放大器的增益偏离常数或比其小信号增益低 1 dB 时,此点就被称为 1 dB 压缩点并被用来衡量放大器的功率容量。1 dB 压缩点的相应增益记为 G_{1dB} 且有 $G_{1dB} = G_0 - 1 \text{ dB}$, 其中 G_0 是放大器的小信号增益。如果将 1 dB 压缩点的输出功率 $P_{out, 1dB}$ 用 dBm 表示,则它与相应的输入功率 $P_{in, 1dB}$ 的关系为:

$$\begin{aligned} P_{out, 1dB}(\text{dBm}) &= G_{1dB}(\text{dB}) + P_{in, 1dB}(\text{dBm}) \\ &= G_0(\text{dB}) - 1\text{dB} + P_{in, 1dB}(\text{dBm}) \end{aligned} \quad (9.104)$$

放大器的另外一个主要指标是其动态范围,符号为 d_R 。动态范围用 $P_{out, 1dB}$ 和 $P_{out, mds}$ 之差表示了放大器的线性放大区,其中 $P_{out, mds}$ 为对应于最小输入信号的输出功率,其量值比输出噪声功率 $P_{n, out}$ 大 X dB。在多数情况下,指标 X dB 取为 3 dB。放大器的输出噪声功率为:

$$P_{n, out} = kTBG_0F \quad (9.105)$$

若用 dBm 表示,上式可变为:

$$P_{n, out}(\text{dBm}) = 10\log(kT) + 10\log B + G_0(\text{dB}) + F(\text{dB}) \quad (9.106)$$

其中,在 $T = 300 \text{ K}$ 时, $10\log(kT) = -173.8 \text{ dBm}$, B 即为放大器带宽。

与所有非线性电路一样,大功率放大器会产生谐波(基频的倍数)失真。谐波失真就好像是基波功率的损耗。一般说来,甲类工作状态的失真系数最小。在大功率应用情况下,由于甲类工作状态的效率低而不再适用,而采用甲乙类推挽放大器则可得到与甲类放大器相当的失真指标。谐波失真以 dB 表示的总谐波输出功率与基波输出功率之差。

所谓交调失真(IMD)是功率放大器中的另一个有害现象。尽管交调失真在任何放大器中都会发生(正如谐波失真一样),但有源器件工作在必须考虑非线性效应的高功率状态下该现象则更加严重。交调失真与谐波失真不同,它对应于两个频差不大的未调制谐波信号输入到一个放大器所产生的相应输出,见图 9.27。

由于放大器的三阶非线性效应,输入信号 $P_{in}(f_1)$ 和 $P_{in}(f_2)$ 除了产生输出信号 $P_{out}(f_1)$ 和 $P_{out}(f_2)$ 之外还产生了新的频率 $P_{out}(2f_1 - f_2)$ 和 $P_{out}(2f_2 - f_1)$ 。对于混频电路,这些新的频率分量可能正是我们所需要的(见第 10 章)。然而,对于放大器,我们希望这种效应尽可能地小。

通常,输出端口有用与无用功率(单位 dBm)之差被定义为以 dB 为单位的交调失真,即:

$$\text{IMD}(\text{dB}) = P_{\text{out}}(f_2)(\text{dBm}) - P_{\text{out}}(2f_2 - f_1)(\text{dBm}) \quad (9.107)$$

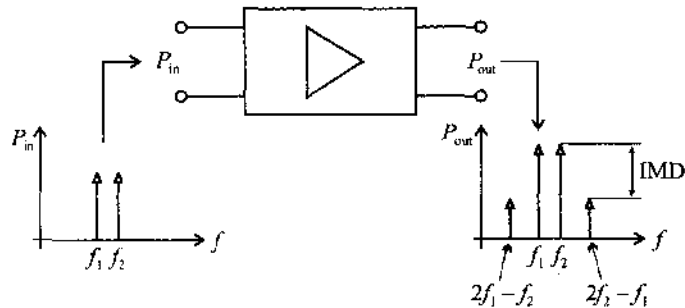


图 9.27 放大器交调失真示意图

在图 9.28 中,输出功率 $P_{\text{out}}(f_2)$ 和 $P_{\text{out}}(2f_2 - f_1)$ 与输入功率 $P_{\text{in}}(f_2)$ 的对应关系画在双对数坐标中。在线性放大区,输出功率 $P_{\text{out}}(f_2)$ 随着输入功率 $P_{\text{in}}(f_2)$ 按比例增加,即有 $P_{\text{out}}(f_2) = \alpha P_{\text{in}}(f_2)$ 。然而,3 阶产物 $P_{\text{out}}(2f_2 - f_1)$ 却与输入功率 $P_{\text{in}}(f_2)$ 的 3 次幂成正比[即 $P_{\text{out}}(2f_2 - f_1) = \alpha^3 P_{\text{in}}(f_2)$]。* 所以 IMD 与输入功率的平方成反比。延伸 $P_{\text{out}}(f_2)$ 和 $P_{\text{out}}(2f_2 - f_1)$ 的线性区可得所谓的截点(IP)。实际上,如果能够忽略 3 阶以上的产物,则此截点就是个固定点,即与放大器的特定功率增益无关。这使得我们可以用此截点作为量化交调失真特性的惟一参数。

如图 9.28 所示, d_f 即所谓无失真动态范围其定义为:

$$d_f(\text{dB}) = \frac{2}{3} [IP(\text{dBm}) - G_0(\text{dB}) - P_{\text{in, mds}}(\text{dBm})] \quad (9.108)$$

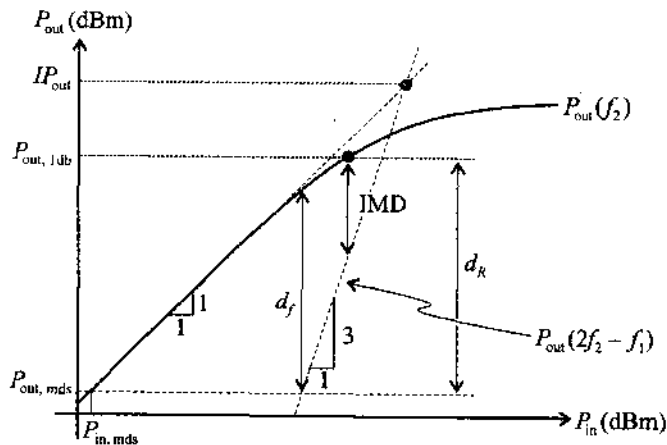


图 9.28 根据输入输出功率关系测量交调失真

MESFET 的典型值为 $P_{\text{in, mds}} = -100 \text{ dBm}$, $IP = 40 \text{ dBm}$, $d_f = 85 \text{ dB}$ 。

* 注:原文如此,似乎有误——译者注。

9.7.3 多级放大器

如果单级放大器不能实现预定的功率增益指标,则必须采用多级放大器电路。图 9.29 是一个典型的两级 BJT 放大器电路。

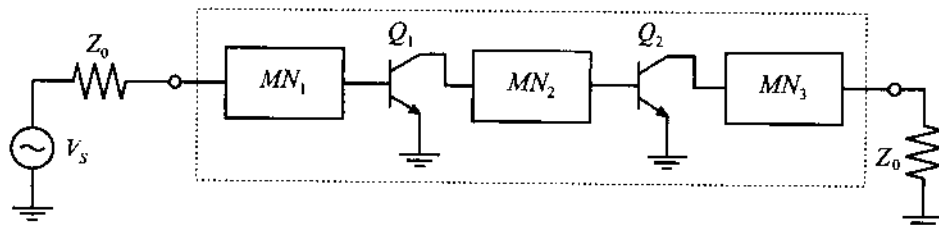


图 9.29 两级晶体管放大器

除了常规的输入、输出匹配网络(MN_1 和 MN_3)之外,这个电路的特色是拥有一个级间匹配网络(MN_2)以便对第一级的输出与第二级的输入进行匹配。级间匹配网络除了完成适当的匹配功能外,还可以用于调整放大器的增益平坦度。

在网络无耗和良好匹配的前提下,我们可以给出两级放大器的某些最主要特性参数。在线性工作条件下,两级放大器的总功率增益 G_{tot} 等于个单级放大器增益 G_1 和 G_2 的乘积,如果以 dB 为单位即:

$$G_{\text{tot}}(\text{dB}) = G_1(\text{dB}) + G_2(\text{dB}) \quad (9.109)$$

遗憾的是,增益指标的提提高伴随着噪声系数的增加(参见附录 H)。准确的说,如果 F_1 和 F_2 分别表示第 1 级和第 2 级的噪声系数,则总噪声系数为:

$$F_{\text{tot}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} \quad (9.110)$$

此外,如果输入端口在热噪声功率 3 dB 以上的最小可探测功率为 $F_{\text{in, mds}} = kTB + 3\text{dB} + F_1$, 则与最小可探测功率对应的输出功率 $P_{\text{out, mds}}$ 为:

$$P_{\text{out, mds}}(\text{dBm}) = kTB(\text{dBm}) + 3\text{dB} + F_{\text{tot}}(\text{dB}) + G_{\text{tot}}(\text{dB}) \quad (9.111)$$

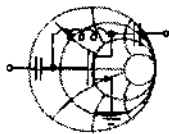
另外,增益指标的提提高也将使放大器的动态特性指标受到影响。Rhode 和 Bucher 已经证明(见参考文献)前面讨论的 3 阶截点将变为:

$$IP_{\text{tot}}(\text{dBm}) = \frac{1}{1/IP_1(\text{dBm}) + 1/(G_2 IP_2)(\text{dBm})} \quad (9.112)$$

其中 IP_1 和 IP_2 分别是第 1 级和第 2 级放大器的 3 阶截点。由此可知,总的无失真动态范围 $d_{f_{\text{tot}}}$ 近似为:

$$d_{f_{\text{tot}}}(\text{dBm}) = IP_{\text{tot}}(\text{dBm}) - P_{\text{out, mds}}(\text{dBm}) \quad (9.113)$$

公式(9.113)表明,增加第 2 级放大器导致了总动态范围的减小。



RF & MW →

例题 9.18 多级放大器晶体管的选择

设计一个放大器, 要求 $P_{\text{out, 1dB}} = 18 \text{ dBm}$, 功率增益不低于 20 dB 。请根据表 9.8 中列出的某些晶体管在 2 GHz 频率上的有关特性参数, 确定放大器的级数并为每一放大级选择合适的晶体管。估算放大器的总噪声系数 F_{tot} 和 3 阶截点 IP_{tot} 。

表 9.8 用于例题 9.18 的晶体管特性参数

晶体管型号	$F[\text{dB}]$	$G_{\text{max}}[\text{dB}]$	$P_{\text{out, 1dB}}[\text{dBm}]$	$IP[\text{dBm}]$
BFG505	1.9	10	4	10
BFG520	1.9	9	17	26
BFG540	2.0	7	21	34

解: 由于放大器的输出功率必须达到 18 dBm , 所以放大器的输出级只能采用 BFG540 晶体管。因为放大器的输出功率 $P_{\text{out, 1dB}} = 18 \text{ dBm}$ 远小于 BFG540 的饱和功率 $P_{\text{out, 1dB}}$, 所以该晶体管可以工作在其最大增益状态 $G_{\text{max}} = 7 \text{ dB}$ 。这表明放大器的另外一级必须能提供 $20 \text{ dB} - 7 \text{ dB} = 13 \text{ dB}$ 的增益。所以, 这个放大器至少需要有 3 级。

为使最后一级具有 18 dBm 的输出功率, 第 2 级晶体管必须能够提供 $P_{\text{out, 1dB}} = 18 \text{ dBm} - 7 \text{ dBm} = 11 \text{ dBm}$ 的功率输出, 这使 BFG505 被淘汰出侯选名单。由于 BFG540 的功率容量大大超出了第 2 级的需要, 所以我们选用 BFG520。

因为 $P_{\text{out, 1dB}} = 11 \text{ dBm}$ 远小于 BFG520 的 1 dB 压缩功率, 所以第 2 级晶体管也可以工作在远离饱和压缩点的状态, 其最大增益状态将可达 $G_{\text{max}} = 9 \text{ dB}$ 。由此可知, 第 1 级晶体管必须具备的最小增益为 $G = 13 \text{ dB} - 9 \text{ dB} = 4 \text{ dB}$, 最小输出功率输出 $P_{\text{out}_1} = 11 \text{ dBm} - 9 \text{ dBm} = 2 \text{ dBm}$ 。显然, BFG505 完全能够胜任 $P_{\text{out}_1} = 2 \text{ dBm}, G_1 = 4 \text{ dB}$ 的任务。而放大器的输入功率则为 $P_{\text{in}} = -2 \text{ dBm}$ 。

根据附录 H, 整个放大器的噪声系数为:

$$F_{\text{tot}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2}$$

而且第一级的增益越高则噪声系数越小。在此例中 BFG505 最多只能提供 6 dB 的增益(在给定的 P_{in} 下), 否则将进入饱和工作状态。如果采用 BFG520 作为第 1 级, 则可以避开这个问题。这样我们可以使第 1 级提供最大的增益, 第 2 级则提供足够的功率去驱动输出晶体管, 还可以调整每一级的增益以使所有晶体管都不进入饱和状态。

放大器最终设计的原理框图如图 9.30 所示, 其中各级放大器的增益是根据上述讨论结果的选定, 这个放大器的噪声系数预计为:

$$F_{\text{tot}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} = 2.13 \text{ dB}$$

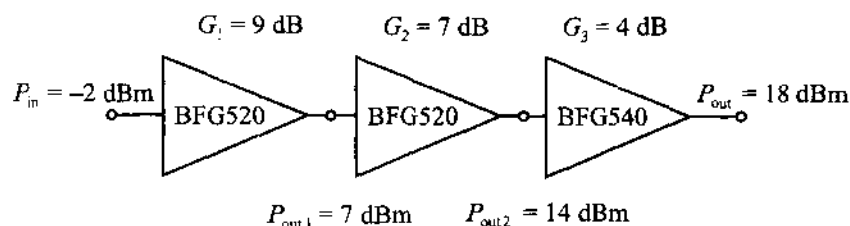


图 9.30 3级放大器的结构框图

放大器在3阶截点处的输出功率可由(9.112)式计算,而对应于3级放大器的修正公式为:

$$IP_{\omega} = \frac{1}{1/IP_3 + 1/(G_3 IP_2) + 1/(G_3 G_2 IP_1)} = 28 \text{ dBm}$$

此修正公式可由(9.112)式导出,先用(9.112)式计算前两级放大器的 IP ,然后再将结果代入(9.112)式即可。

上述分析实际上只是放大器设计程序中最初级的工作之一,它包括了至关重要的晶体管类型选择和放大器级数的确定。这些工作奠定了详细分析放大器特性的基础。

9.8 小结

本章的内容涉及了宽频带放大器的设计原则。首先,我们定义了各种功率关系,其中特别重要的是转换功率增益:

$$G_T = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2 |1 - S_{22} \Gamma_L|^2}$$

资用功率增益以及功率增益。然后,我们导出了各种输入、输出稳定性判定圆的方程,考察了绝对稳定的意义。明确地说,就是采用:

$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2 |S_{12}| |S_{21}|} > 1$$

来评估有源器件的绝对稳定。如果晶体管被判定为不稳定,可以增加串联或并联电阻使其稳定。我们还建立了单向化等增益圆并将其标在 Smith 圆图上。其圆心坐标和半径方程为:

$$d_{g_i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \text{ 和 } r_{g_i} = \frac{\sqrt{1 - g_i (1 - |S_{ii}|^2)}}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

揭示了在单向化(忽略反向增益)设计条件下特定增益值在 Smith 圆图上的位置。我们引入了单向化设计误差因子来定量描述单向化设计法相对于双共轭匹配设计法所产生的误差。如果单向化设计的误差太大,则必须采用双共轭匹配设计法。这种方法要求同时对输入、输出端口的反射系数(Γ_{MS}, Γ_{ML})做共轭匹配。理想匹配条件为:

$$\Gamma_{MS}^* = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_{ML}}{1 - S_{22} \Gamma_{ML}} \text{ 和 } \Gamma_{ML}^* = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_{MS}}{1 - S_{11} \Gamma_{MS}}$$

可使放大器设计达到最大增益。根据功率增益的表达式,可以导出源匹配状态下的等增益圆。同样,根据资用功率的表达式,可以导出负载匹配状态下的等增益圆。

我们还研究了放大器所产生的噪声现象。根据常规两端口网络的噪声系数:

$$F = F_{\min} + \frac{R_n}{G_s} |Y_s - Y_{opt}|^2$$

我们导出了噪声系数在 Smith 圆图上的圆方程。我们可以利用噪声系数圆和上述的等增益圆综合考虑放大器的设计参数。

在研究如何降低输入、输出网络的关键参数——电压驻波比的过程中,我们导出了一系列可对匹配网络端口电压驻波比进行定量的圆方程:

$$\text{VSWR}_{\text{DMN}} = \frac{1 + |\Gamma_{\text{DMN}}|}{1 - |\Gamma_{\text{DMN}}|} \text{ 和 } \text{VSWR}_{\text{OMN}} = \frac{1 + |\Gamma_{\text{OMN}}|}{1 - |\Gamma_{\text{OMN}}|}$$

综合考虑这些圆的表达式,我们就可以依据同时标在 Smith 圆图上的等增益圆、等噪声圆、等驻波比圆进行小信号放大器的设计。

在宽带放大器设计方面,我们讨论了采用频率补偿匹配网络拓宽工作频带的必要性,并引入了负反馈环路以便在宽频带内均衡功率增益。

在大功率放大器方面,我们特别注意的是与输出饱和功率有关的问题,因为它们制约了放大功能的动态范围。功率放大器的一个重要参数是 1 dB 压缩点:

$$P_{\text{out},1\text{dB}}(\text{dBm}) = G_0(\text{dB}) - 1\text{dB} + P_{\text{in},1\text{dB}}(\text{dBm})$$

此外,另一个有害的现象是由于非线性效应产生的交调失真。最后,我们研究了多级放大器设计中的功率饱和、噪声和增益问题。

参考文献

1. Bahil and P. Bhartia, *Microwave Solid State Circuit Design*, John Wiley, New York, 1988.
- G. Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers, Analysis and Design*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1997.
- K. C. Gupta, R. Garg, and R. Chada, *Computer-Aided Design of Microwave Circuits*, Artech, Dedham, MA, 1981.
- Hewlett-Packard, *RF Design and Measurement Seminar*, Seminar Notes, Burlington, MA, 1999.
- Hewlett-Packard, *S-Parameter Techniques for Faster and more Accurate Network Design*, Application Notes 95-1, 1968.
- H. Krauss, C. Bostian, and F. Raab, *Solid Radio Engineering*, John Wiley, New York, 1980.
- S. Y. Liao, *Microwave Circuit Analysis and Amplifier Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987.
- S. J. Mason, *Power Gain in Feedback Amplifiers*, *IRE Trans.*, Vol. 1, pp.20-25, 1954.
- D. Pozar, *Microwave Engineering*, John Wiley, New York, 1998.

- B. Razavi, *RF Microelectronics*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1998.
- U. L. Rohde and T. T. N. Bucher, *Communication Receivers, Principle and Design*, McGraw-Hill, New York, 1988.
- J. M. Rollett, *Stability and Power - Gain Invariants of Linear Two - Ports*, *IRE Trans.*, Vol. 9, pp. 29 - 32, 1962.
- G. D. Vendelin, *Design of Amplifiers and Oscillators by the S - Parameter Method*, John Wiley, New York, 1982.

习题

- 9.1 若用资用功率为 P_A 的射频信号源驱动一个负载为 $Z_L = 80 \Omega$ 的放大器,则有:

$$P_A = \frac{1}{2} \frac{|b_s|^2}{1 - |\Gamma_s|^2}$$

根据图 9.2(b)所示的信号流图:

- (a)用 P_L, Γ_s 以及 b_s 表示负载吸收的功率 P_L 。
- (b)设 $Z_s = 40 \Omega, Z_0 = 50 \Omega, V_s = 5 V \angle 0^\circ$, 求资用功率 P_A 和负载吸收的功率 P_L 。
- 9.2 根据图 9.2(b)所示的信号流图,求证 9.2.2 小节中的公式(9.8)。
- 9.3 已知放大器的 S 参量为: $S_{11} = 0.78 \angle -65^\circ, S_{21} = 2.2 \angle 78^\circ, S_{12} = 0.11 \angle -21^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.90 \angle -29^\circ$ 。放大器的输入端口接 $V_s = 4 V \angle 0^\circ, Z_s = 65 \Omega$ 的电压源,输出端口驱动一个阻抗为 $Z_L = 85 \Omega$ 的天线。假设放大器的 S 参量是相对于 75Ω 传输线测得,求下列参数:
- (a)转换功率增益 G_T , 单向化转换功率增益 G_{TU} , 资用功率增益 G_A 以及功率增益 G 。
- (b)负载吸收的功率 P_L , 资用功率 P_A , 放大器输入功率 P_{inc} 。
- 9.4 一场效应晶体管工作频率为 $f = 5.5 \text{ GHz}$, 偏置条件为 $V_{DS} = 3.2 \text{ V}, I_D = 24 \text{ mA}$ 。已知其 S 参量为: $S_{11} = 0.73 \angle 176^\circ, S_{21} = 3.32 \angle 75^\circ, S_{12} = 0.05 \angle 34^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.26 \angle -107^\circ$ 。假设放大器没有匹配网络,且负载为 $Z_L = 75 \Omega$, 源阻抗为 $Z_s = 30 \Omega$, 传输线阻抗为 $Z_0 = 50 \Omega$:
- (a)求 G_{TU}, G_T, G_A , 并画出负载为 $10 \Omega \leq Z_L \leq 100 \Omega$ 时 G_{TU} 的幅度变化。
- (b)在单向化条件下为输入端口做匹配并求出 G_{TU} 。
- (c)在单向化条件下为输入、输出端口做匹配并求出 $G_{TU} = G_{TU \max}$ 。
- 9.5 Γ_{out} 复平面上的绝对稳定要求 $|\Gamma_s| = 1$ 区完全落在 $|\Gamma_{out}| = 1$ 的圆内,或者 $|C_s| - r_s| < 1$, 其中:

$$C_s = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} S_{11}^*}{1 - |S_{11}|^2} \quad \text{和} \quad r_s = \frac{|S_{12} S_{21}|}{1 - |S_{11}|^2}$$

- (a)请导出这两个方程。
- (b)求出 C_L 和 r_L 的圆方程并证明 $|S_{12} S_{21}| < 1 - |S_{22}|^2$ 。

9.6 证明例题 9.2 中导出稳定性因子的关键恒等式:

$$|S_{11} - S_{22}^* \Delta|^2 = |S_{12} S_{21}|^2 + (1 - |S_{11}|^2)(|S_{22}|^2 - |\Delta|^2).$$

9.7 某双极结晶体管在 4 个频率点上的 S 参量如表中所示。求出它们的稳定区并标在 Smith 圆图上。

频率 (MHz)	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}
500 MHz	$0.70 \angle -57^\circ$	$0.04 \angle 47^\circ$	$10.5 \angle 136^\circ$	$0.79 \angle -33^\circ$
750 MHz	$0.56 \angle -78^\circ$	$0.05 \angle 33^\circ$	$8.6 \angle 122^\circ$	$0.66 \angle -42^\circ$
1 000 MHz	$0.46 \angle -97^\circ$	$0.06 \angle 22^\circ$	$7.1 \angle 112^\circ$	$0.57 \angle -48^\circ$
1 250 MHz	$0.38 \angle -115^\circ$	$0.06 \angle 14^\circ$	$6.0 \angle 104^\circ$	$0.50 \angle -52^\circ$

9.8 已知双极结晶体管在特定偏置点和工作频率下的 S 参量为: $S_{11} = 0.60 \angle 157^\circ$, $S_{21} = 2.18 \angle 61^\circ$, $S_{12} = 0.09 \angle 77^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.47 \angle -29^\circ$ 。考察该晶体管的稳定性, 如果需要则设法使其稳定, 并用该晶体管设计具有最大增益的放大器。

9.9 本章中我们导出了等增益圆的方程, 而且也知道等增益圆的半径为零时放大器有最大增益。根据这个条件, 证明在绝对稳定状态下, 最大转换功率增益为:

$$G_{T\max} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} (k - \sqrt{k^2 - 1})$$

其中 k 为稳定性因子 ($k > 1$)。

9.10 某双极结晶体管的工作频率 $f = 750$ MHz (已知其 S 参量为: $S_{11} = 0.56 \angle -78^\circ$, $S_{12} = 8.64 \angle 122^\circ$, $S_{21} = 0.05 \angle 33^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.66 \angle -42^\circ$)。求出使晶体管进入稳定状态的输入、输出端口串联或并联电阻。

9.11 在例题 9.2 中, 我们由输入端口稳定性判定圆的方程导出了稳定性因子。求证根据输出端口稳定性判定圆的方程也可以得到与 (9.24) 相同的结论。

9.12 已知双极结晶体管的工作频率 $f = 7.5$ GHz, 在特定偏置条件下其 $S_{11} = 0.85 \angle 105^\circ$ 。假设晶体管处于绝对稳定状态, 可以应用单向化近似方法。求最大源增益 G_s 并画出对应于几个适当 g_s 值的等源增益圆。

9.13 已知 MESFET 单级放大器的工作频率为 2.25 GHz。在该频率点和已知偏置条件下放大器的 S 参量为: $S_{11} = 0.83 \angle -132^\circ$, $S_{21} = 4.9 \angle 71^\circ$, $S_{12} = 0.03 \angle 22^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.36 \angle -82^\circ$ 。要求放大器增益的设计值为 18 dB, 根据单向化假设 $S_{12} = 0$:

(a) 考察电路是否为绝对稳定。

(b) 求最佳反射系数条件下, 放大器的最大功率增益。

(c) 利用等增益圆调整负载反射系数, 实现设计要求的增益值。

9.14 已知双极结晶体管放大器的工作频率为 7.5 GHz。在该频率点和已知偏置条件下放大器的 S 参量为: $S_{11} = 0.63 \angle -140^\circ$, $S_{21} = 5.7 \angle 98^\circ$, $S_{12} = 0.08 \angle 35^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.47 \angle -57^\circ$ 。要求放大器增益的设计值为 19 dB, 根据单向化假设:

(a) 求最佳反射系数条件下, 放大器的最大功率增益。

(b)调整负载反射系数,使放大器在稳定工作状态下实现设计要求的增益指标。

- 9.15 已知双极结晶体管小信号放大器的工作频率为 4 GHz,在正常偏置状态下其 S 参量为: $S_{11} = 0.57 \angle -150^\circ$, $S_{21} = 2.0 \angle 56^\circ$, $S_{12} = 0.12 \angle 45^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.35 \angle -85^\circ$ 。如果采用单向化设计,请给出误差估计。
- 9.16 已知双极结晶体管的工作频率为 2.4 GHz,偏置条件为 $I_C = 10 \text{ mA}$, $V_{CE} = 6 \text{ V}$,相应的 S 参量为: $S_{11} = 0.54 \angle -70^\circ$, $S_{21} = 1.53 \angle 91^\circ$, $S_{12} = 0.017 \angle 176^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.93 \angle -15^\circ$ 。考察晶体管是否处于绝对稳定状态,求对应于最大增益的源反射系数和负载反射系数。
- 9.17 采用与习题 9.16 相同的双极结晶体管设计一个放大器,要求其转换功率增益等于 $G_{T_{\max}}$ 的 60%,而且放大器的输入端口有良好匹配。
- 9.18 已知 MESFET 的工作频率为 9 GHz,在正常偏置条件下其 S 参量为: $S_{11} = 1.20 \angle -60^\circ$, $S_{21} = 6.50 \angle 115^\circ$, $S_{12} = 0.02 \angle 0^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.60 \angle -35^\circ$ 。要求设计一个放大器,其转换功率增益等于 $G_{T_{\max}}$ 的 80%,而且确保 $VSWR_{\text{out}} = 1$ 。
- 9.19 在 9.4.4 小节中我们曾提到,由输入端口匹配的等增益设计可导出如下圆方程:

$$\left| \frac{S_{11} - \Gamma_S^*}{\Delta - S_{22}\Gamma_S^*} - d_{s_0} \right|^2 = r_{s_0}^2$$

求证圆心坐标 d_{s_0} 和圆半径 r_{s_0} 如下:

$$r_{s_0} = \frac{r_{s_0} |S_{12} S_{21}|}{|1 - S_{22} d_{s_0}|^2 - r_{s_0}^2 |S_{22}|^2}$$

和

$$d_{s_0} = \frac{(1 - S_{22} d_{s_0})(S_{11} - \Delta d_{s_0})^* - r_{s_0}^2 \Delta S_{22}}{|1 - S_{22} d_{s_0}|^2 - r_{s_0}^2 |S_{22}|^2}$$

- 9.20 已知等资用增益圆 $|\Gamma_S - d_{s_0}| = r_{s_0}$ [见(9.66)式],求证:

$$d_{s_0} = \frac{g_a (S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{1 + g_a (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)} \text{ 和 } r_{s_0} = \frac{\sqrt{1 - 2kg_a |S_{12} S_{21}| + g_a^2 |S_{12} S_{21}|^2}}{|1 + g_a (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)|}$$

- 9.21 已知晶体管的型号为 BFG197X,偏置条件为 $V_{CE} = 8 \text{ V}$, $I_C = 10 \text{ mA}$ 。在 1 GHz 频率下测得该晶体管的 S 参量为: $S_{11} = 0.73 \angle 176^\circ$, $S_{21} = 3.32 \angle 75^\circ$, $S_{12} = 0.07 \angle 35^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.26 \angle 107^\circ$ 。求单向化设计误差因子,对比采用单向化设计法和采用双共轭匹配设计法得到的放大器转换功率增益。
- 9.22 已知双极结晶体管 BFG33 的直流偏置状态为 $V_{CE} = 5 \text{ V}$, $I_C = 5 \text{ mA}$,其 S 参量和噪声指标如下:

	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}	$F_{\text{min}}(\text{dB})$	Γ_{opt}	$R_n(\Omega)$
500 MHz	$0.72 \angle -39^\circ$	$0.05 \angle 63^\circ$	$6.22 \angle 135^\circ$	$0.78 \angle -32^\circ$	2.3	$0.64 \angle 5^\circ$	58.5
1000 MHz	$0.45 \angle -70^\circ$	$0.08 \angle 56^\circ$	$5.13 \angle 109^\circ$	$0.61 \angle -43^\circ$	2.5	$0.56 \angle 13^\circ$	67.5
2000 MHz	$0.18 \angle -115^\circ$	$0.12 \angle 54^\circ$	$3.32 \angle 82^\circ$	$0.49 \angle -54^\circ$	3.0	$0.52 \angle 39^\circ$	49.7

- 请设计一个低噪声、宽带放大器,要求其增益大于 10 dB,噪声系数不超过 3.5 dB。
- 9.23 请用砷化镓场效应晶体管设计一个微波放大器,已知晶体管在 $f = 10$ GHz 频率上的 S 参量为: $S_{11} = 0.79 \angle 100^\circ$, $S_{21} = 6.50 \angle -73^\circ$, $S_{12} = 0.20 \angle -21^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.74 \angle 152^\circ$ 。分析稳定性、增益以及电压驻波比的相互影响。
- 9.24 构成平衡放大器的单级放大器标称特性为 $VSWR_{in} = 4$, $VSWR_{out} = 2.8$, $G_T = 10$ dB。如果上述参数的调整量为 10%, 计算该平衡放大器的最大输入、输出电压驻波比以及插入增益 G_0 。
- 9.25 在 9.7.3 小节中我们给出了两级放大器 IP 参数的计算公式(9.112)。
- (a) 导出计算 N 级放大器 IP 参数的通用计算公式。
- (b) 假设放大器的各级完全相同且 $IP_{out} = 35$ dBm, $F = 2$ dB, $G = 8$ dB。计算 N 级放大器的总 IP 值和总噪声系数。
- 9.26 用双极结晶体管设计一个增益为 15 dB 的负反馈宽带放大器。计算负反馈电阻阻值和晶体管的最小集电极电流。假设放大器的工作温度是 $T = 300$ K。
- 9.27 晶体管的 S 参量为: $S_{11} = 0.61 \angle 152^\circ$, $S_{21} = 1.89 \angle 55^\circ$, $S_{12} = 0.10 \angle 79^\circ$ 以及 $S_{22} = 0.47 \angle -30^\circ$ 。已知 $F_{min} = 3$ dB, $\Gamma_{opt} = 0.52 \angle -153^\circ$, $R_n = 9 \Omega$, 请设计一个具有最小噪声系数的放大器。
- 9.28 公式(9.113)给出了总的无失真动态范围, 请证明该公式。
- 9.29 已知放大器的转换功率增益 $G_T = 25$ dB, 带宽为 200 MHz, 噪声系数 $F = 2.5$ dB, 1 dB 压缩点 $P_{out, 1dB} = 20$ dBm。假设放大器工作在室温环境, $IP_{out} = 40$ dBm。求该放大器的动态范围和无失真动态范围。
- 9.30 一放大器在 1GHz 频率点的功率增益为 $G = 8$ dB, 1 dB 压缩点 $P_{out, 1dB} = 12$ dB, 3 阶截点为 $IP_{out} = 25$ dBm。求级连放大器第 2 级、第 3 级的 3 阶截点。当级连数目趋于无穷大时 IP_{out} 为何值?
- 9.31 试导出平衡放大器的噪声系数公式。假设每个支路放大器的功率增益和噪声系数分别是 G_A, G_B 和 F_A, F_B , 且平衡放大器的输入、输出端口均采用 3 dB 混合耦合器。

第 10 章 振荡器和混频器

随着现代电信系统和现代雷达系统的出现,我们需要在特定的载波频率点建立稳定的谐波振荡以便为调制和混频创造必要的条件。

早期的载波频率大都处于 1 MHz 至 1 GHz 的低端,而现代射频系统的载波却常常超过 1 GHz。这就需求有能够产生稳定的、单频正弦波信号的特殊振荡电路。振荡器设计之所以是非常困难的任务,其原因是由于我们利用了非线性电路的固有特征,而且这种特征不能用线性系统的分析理论来全面描述。准确地说,小信号线性电路模型无法全面描述有源器件内部复杂的反馈机制。此外,由于振荡器必然要向后面的电路输出功率,所以,随工作频率变化的输出负载也常常会扮演重要的角色。正是由于这些原因,目前振荡器的设计工作仍然更像是一门手艺,而不是严格的工程设计方法。特别是在高频领域内更是如此,因为寄生元件可以显著影响整个系统的特性。由于受到无源电路元件寄生振荡效应的某种影响,振荡器有可能不仅仅在我们需要的频率上工作,还可能产生频率较低或较高的谐波,某些振荡器电路甚至还会因此而完全停振。

在本章的第一部分,我们的重点是负阻谐波振荡器、反馈型谐波振荡器以及一系列肖特基二极管混频器。当我们掌握了产生振荡的基本原理后,我们将首先考察基本的 Colpitts 和 Hartley 谐振器,然后转向讨论现代射频电路的设计方法,包括讨论有源器件在各种网络结构中的 S 参量。

在本章的第二部分,我们将侧重于讨论混频器具有的基本功能——频率变换。

由于混频器具有广泛的应用领域,所以它有许多种不同的电路形式,本章的重点在于下变频电路。混频器的典型应用是在接收系统中将射频输入信号变换为频率较低的中频信号,以便更容易对信号进行后续的调整和处理。这种变换是通过将射频信号和本振信号混合的乘法操作实现的,这种乘法操作需要非线性效应或要求传递函数至少具有二次项。早期的晶体管、二极管混频器目前仍然在使用,但当前的 FET 技术已经可以制作出工作频率达 50 GHz 的混频器,同时二极管混频器的工作频率也已经超过了 100 GHz。

10.1 振荡器的基本模型

所有振荡器的核心都是一个能够在特定频率上实现正反馈的环路。图 10.1(a)描述了常规闭环系统的特征,图 10.1(b)给出的是双口网络的表达方式。

一个电路发生振荡的数学条件可以由闭环传递函数导出,闭环传递函数则由放大单元的传递函数 $H_A(\omega)$ 以及反馈单元的传递函数 $H_F(\omega)$ 构成:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = H_{CL}(\omega) = \frac{H_A(\omega)}{1 - H_F(\omega)H_A(\omega)} \quad (10.1)$$

由于振荡器没有输入信号,即 $V_{in} = 0$,若要得到非零电压输出 V_{out} ,则(10.1)的分母必须

为零。由此条件可得 Barkhausen 判据,即环路增益方程:

$$H_F(\omega)H_A(\omega) = 1 \quad (10.2)$$

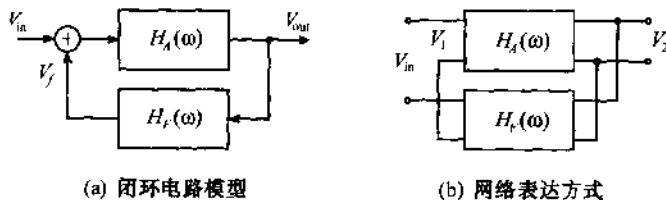


图 10.1 基本振荡器结构

如果将其中的反馈传递函数 $H_F(\omega)$ 写为复数形式[即 $H_F(\omega) = H_{Fr}(\omega) + jH_{Fi}(\omega)$]且放大器传递函数具有实数增益,即 $H_A(\omega) = H_{A0}$,则(10.2)可以改写为:

$$H_{A0} = \frac{1}{H_{Fr}(\omega)} \quad (10.3a)$$

$$H_{Fi}(\omega) = 0 \quad (10.3b)$$

条件(10.2)式和(10.3)式只适用于稳态情况。在振荡的初始状态,必须有 $H_{A0}H_{Fr}(\omega) > 1$ 。换句话说,环路的增益必须大于 1 才能使传递电压逐步增加。然而,传输电压必须能够达到稳定状态(即最终电压幅度必须是稳定的)。由图 10.2 可见振荡器的这种非线性特征。

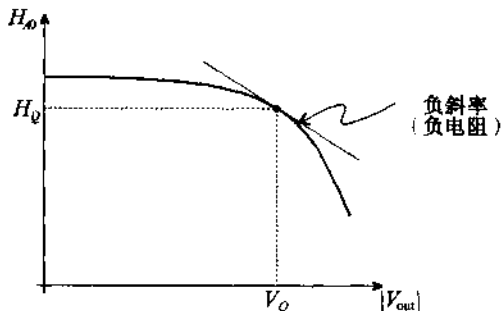


图 10.2 传输电压与增益特性的关系

曲线的负值斜率确保了增益随着电压的增加而下降。 $H_{A0} = H_Q = H_{Fr}(\omega)$, $|V_{out}| = V_Q$ 所对应的点就是稳定振荡点。对于稳定的谐振频率 f_Q ,我们还可以画出频率与环路增益的类似曲线。

10.1.1 负阻振荡器

为了揭示振荡器的内在机理,我们需要了解一个似乎是不可能的现象,即负阻的产生。振荡器需要负阻的原因最好通过考察一个包含电阻 R 、电感 L 和电容 C 的串联谐振电路来说明。如图 10.3 所示,我们用电压控制的电压源作为输入信号,这种电压源可以描述如 BJT 或 FET 等有源器件的输出。

我们可以写出电流遵循的方程为:

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = -\frac{dv(i)}{dt} \quad (10.4)$$

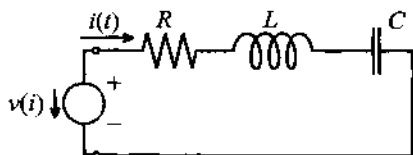


图 10.3 压控源的串联谐振电路

如果我们令方程的右端为零(即电路进入稳态,电压幅度不变),则可得标准的解:

$$i(t) = e^{\alpha t} (I_1 e^{j\omega_0 t} + I_2 e^{-j\omega_0 t}) \quad (10.5)$$

其中 $\alpha = -R/(2L)$, $\omega_0 = \sqrt{1/(LC) - (R/(2L))^2}$ 。一般情况下,由于 α 是负值,谐振电路的谐波响应将随时间逐渐降低并趋于零,而在 R 趋于零的极限状态下,就会出现无阻尼的正弦振荡。振荡器中有源器件的作用就是提供能源以便补偿电路中电阻的耗能。这种状态只有当出现负阻时才能实现。所以,如果我们能够找到电压-电流响应为 $v(i) = v_0 + R_1 i + R_2 i^2 + \dots$ 的非线性器件,则此表达式中的某些项也许能被调整为恰好补偿掉 R 。事实上,将此级数展开式中的前两项代入(10.5)式,可得:

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = -\frac{dv(i)}{dt} = -R_1 \frac{di(t)}{dt} \quad (10.6)$$

合并一阶导数的系数,并根据要求令衰减系数为零,可得:

$$R + R_1 = 0 \quad (10.7)$$

现在我们可以看出(10.7)式暗示器件具有负的微分电阻:

$$R_1 = -R \quad (10.8)$$

另外,为了建立初始振荡,需要衰减系数具有正值,这意味着 R_1 必须小于 $-R$ 。这种状态对应于传递函数在复频域平面右侧有极点的情况。

实现负阻状态的最直接方法就是利用隧道二极管,这种二极管的电路模型我们已经在第6章中讨论过(见图6.26)。图10.4画出了隧道二极管振荡器的电路原理图以及相应的小信号电路模型。由于隧道二极管自身存在固有的电容,所以外电路中就不必再加额外的电容了。

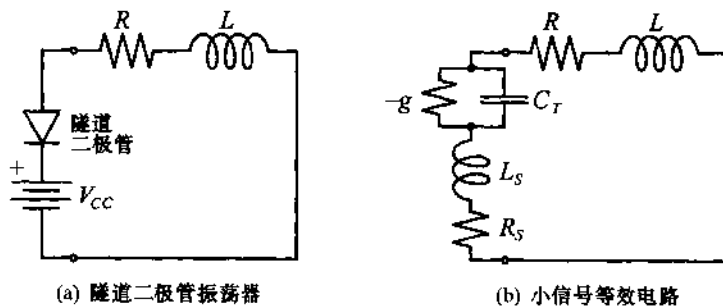


图 10.4 隧道二极管振荡器电路及其小信号模型

图 10.4 所示电路可以用作振荡器,其振荡频率可达 100 GHz。

10.1.2 反馈振荡器的设计

由于图 10.5 所示的两端口反馈网络在低频振荡器及射频振荡器设计方面的重要性,我们将对它们进行重点研究。

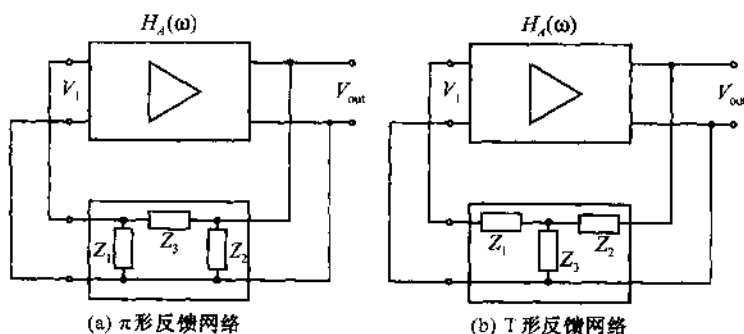


图 10.5 采用 π 形和 T 形反馈环路的反馈电路

求出反馈环的传递函数并不困难。例如,在输入、输出均为高阻抗的条件下,我们可得 π 形网络的传递函数:

$$H_F(\omega) = \frac{V_1}{V_{out}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} \quad (10.9)$$

放大器传递函数 $H_A(\omega)$ 的计算就要复杂得多,而且还与有源器件的选择以及器件的等效电路模型有关。为了说明这些问题,我们考察一个电压增益为 μ_V , 输出阻抗为 R_B 的低频 FET 简化模型。图 10.6 所示电路的相应环路方程为:

$$\mu_V V_1 + I_B R_B + I_B Z_C = 0 \quad (10.10)$$

其中 $1/Z_C = Y_C = 1/Z_2 + 1/(Z_1 + Z_3)$ 。

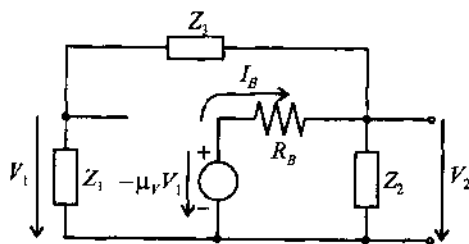


图 10.6 采用 FET 电路模型的反馈型振荡器

从(10.10)式中解出 I_B 并与 Z_C 相乘则可得输出电压 V_{out} , 由 V_{out} 可求出电压增益为:

$$H_A(\omega) = \frac{V_{out}}{V_1} = \frac{-\mu_V}{Y_C R_B + 1} \quad (10.11)$$

所以,闭环传递函数则为:

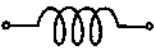
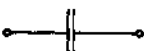
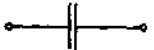

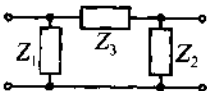
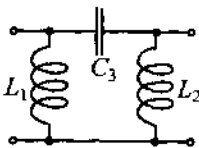
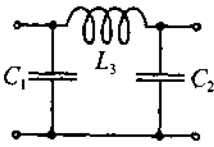
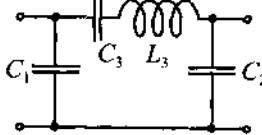
$$H_F(\omega)H_A(\omega) = \frac{-\mu_v Z_1 Z_2}{Z_2 Z_1 + Z_2 Z_3 + R_b(Z_1 + Z_2 + Z_3)} \approx 1 \quad (10.12)$$

根据这个公式调整反馈环路中的 3 个电阻,我们就可以设计出各种类型的振荡器。为了减小电阻性损耗,我们采用纯电抗性元件 $Z_i = jX_i (i = 1, 2, 3)$,这也确保了分子为实数。另外,为了使分母为实数,必须有 $X_1 + X_2 + X_3 = 0$,即其中某个电抗必须与其他两个电抗之和的数值相等且符号相反。显然,负值电抗对应于电容,正值电抗则为电感。例如,如果我们决定采用 $X_3 = -(X_1 + X_2)$,那么,将它们代入(10.12),则有:

$$\frac{\mu_v X_1 X_2}{-X_2 X_1 + X_2(X_1 + X_2)} = \frac{\mu_v}{X_2} X_1 = 1 \quad (10.13)$$

根据(10.13)式容易看出, X_1 和 X_2 必须同号但量值不同。表 10.1 总结了几种可能的反馈电路。

表 10.1 对应于图 10.5(a)的几种可用于振荡器设计的反馈电路

X_1, X_2		
X_3		
	 Hartley	 Colpitts  Clapp

Hartley 振荡器和 Colpitts 振荡器是两种常用的振荡器电路。如图 10.7 所示,振荡器的有源器件均为 FET;在 Hartley 振荡器中 $X_1 = \omega L_1$, $X_2 = \omega L_2$, $X_3 = 1/(\omega C_3)$;在 Colpitts 振荡器中 $X_1 = 1/(\omega C_1)$, $X_2 = 1/(\omega C_2)$, $X_3 = \omega L_3$ 。电路中的电阻 R_d , R_g , R_p 以及 R_s 用于设定晶体管的直流工作点。 C_s 是射频旁路电容, C_B 为隔直电容。

在实际中,由于 L 和 C 元件的各种设计方案受到在给定频率下元件可选量值的限制,因此,我们常常需要使用混合型结构,例如,如果电感很小,则与电感串联的电容将形成较大的等效电纳(Clapp 振荡器)。

如图 10.8 所示,除了标准的共源极(对于 BJT 则为共发射极)电路外,共栅极(共基极)和共漏极(共集电极)电路也可以构成振荡器。图 10.8 中省略了所有的直流偏置元件。

10.1.3 振荡器的设计步骤

振荡器设计十分困难的根本原因是,描述有源器件(BJT, FET)的非线性等效电路随着工作频率的提高变得越加复杂。此外,由于振荡器必须要驱动其他电路,因此它必须能提供一定的功率输出。这种输出负载效应将反过来影响振荡器的频率稳定性和频谱纯度。

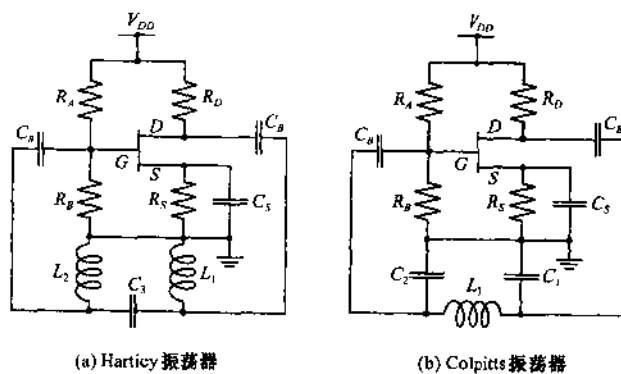


图 10.7 Hartley 振荡器和 Colpitts 振荡器

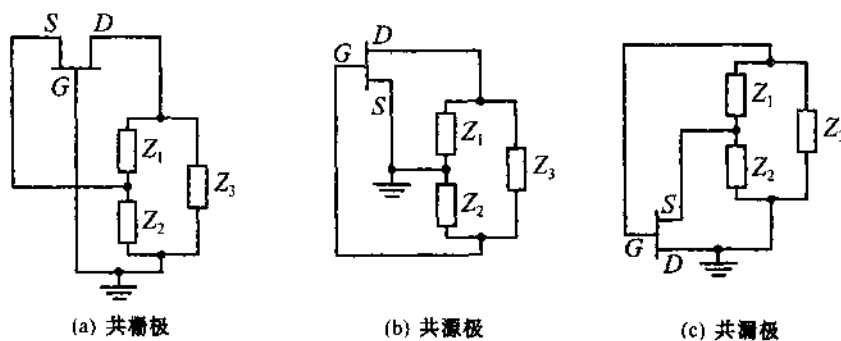


图 10.8 共栅极、共源极和共漏极振荡器电路

为了让读者了解振荡器设计的最基本步骤,我们首先将考察低频 Colpitts 振荡器的设计方法。图 10.9 为晶体管的 h 参量模型以及相应的反馈电路。包括输入、输出和反馈环路的相应基尔霍夫电压回路方程可以根据输出电压 $V_2 = V_{out} = I_2 / h_{22} - I_1 (h_{21} / h_{22})$ 求得。根据未知电流的矩阵表达式,可得:

$$\begin{bmatrix} \left(h_{11} - jX_{C1} - \frac{h_{12}h_{21}}{h_{22}} \right) & \frac{h_{12}}{h_{22}} & jX_{C1} \\ -\frac{h_{21}}{h_{22}} & \left(\frac{1}{h_{22}} - jX_{C2} \right) & -jX_{C2} \\ jX_{C1} & -jX_{C2} & j(X_{L3} - X_{C1} - X_{C2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10.14)$$

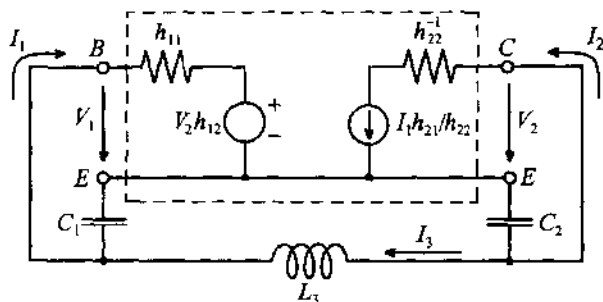


图 10.9 Colpitts 振荡器设计

计算该行列式并令其虚部为零,经过一系列运算可得:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{h_{22}/h_{11} + (C_1 + C_2)/L_3} \quad (10.15)$$

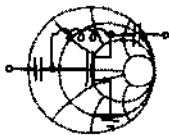
然后,令(10.14)行列式的实部为零并假设 $h_{12} \ll 1$, 可得一个以电容比值 C_1/C_2 为变量的二次方程:

$$\frac{C_1^2}{C_2^2} (h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21}) - \frac{C_1}{C_2} h_{21} + 1 = 0 \quad (10.16)$$

在 $h_{12}^2 \gg 4(h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21})$ 的假设条件下,该方程可以化简为:

$$C_1 \approx \frac{h_{21}}{(h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21})} C_2 \quad (10.17)$$

上述处理过程将 h 参量视为实数的假设在一般情况下是不成立的。事实上,即使在不太高的频率范围内, h 参量的幅角变化也是十分明显的。为了揭示此振荡器的实际频率特征,我们需要借助于 4.3.2 小节给出的方程。在这种情况下,我们就不可能得到类似于(10.15)式和(10.17)式那样的简洁方程,而只能利用机辅软件寻找数值解。



RF&MW → 例题 10.1 Colpitts 振荡器的设计

设计一个振荡频率为 200 MHz 的共发射极电路 BJT Colpitts 振荡器。已知:偏置状态为 $V_{CE} = 3\text{ V}$, $I_C = 3\text{ mA}$; 在室温 25 °C 条件下的电路参数为: $C_{BC} = 0.1\text{ fF}$, $r_{BE} = 2\text{ k}\Omega$, $r_{CE} = 10\text{ k}\Omega$, $C_{BE} = 100\text{ fF}$ 。如果电感不超过 $L_3 = L = 50\text{ nH}$, 求反馈环路的电容值。

解:首先需要确定晶体管的 h 参量。我们可计算直流状态下的 h 参量(即 $f \rightarrow 0$)。

$$h_{11} = h_{ie} = \frac{r_{BE}}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} = 2000\ \Omega$$

$$h_{12} = h_{re} = \frac{j\omega C_{BC} r_{BE}}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} = 0$$

$$h_{21} = h_{fe} = \frac{r_{BE}(g_m - j\omega C_{BC})}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} = 233.32$$

$$h_{22} = h_{oe} = \frac{1}{r_{CE}} + \frac{j\omega C_{BC}(1 + g_m r_{BE} + j\omega C_{BE} r_{BE})}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} = 0.1\text{ mS}$$

在直流状态下,晶体管的 h 参量是实数,所以我们可以根据(10.17)式求出电容 C_1 与 C_2 的比值:

$$C_1 = \frac{h_{21}}{(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})} C_2 = 1\,166.6 C_2$$

引入一个适当的比例常数 K 则有 $C_1 = KC_2$, 公式(10.15)可改写为:

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{C_2 \sqrt{K}} \sqrt{\frac{h_{22}}{h_{11}} + (1+K) \frac{C_2}{L}} \quad (10.18)$$

解出谐振状态下的 C_2 , 则:

$$C_2 = \frac{\frac{1+K}{L} + \sqrt{\left(\frac{1+K}{L}\right)^2 + 16K\pi^2 f^2 \frac{h_{22}}{h_{11}}}}{8K\pi^2 f^2} = 12.68 \text{ pF}$$

其中电感的取值为 $L = 50 \text{ nH}$ 。

根据求出的 C_2 , 我们可以确定 $C_1 = 1\,166.6 C_2$, 即 $C_1 = 14.79 \text{ nF}$ 。在以上设计过程中,我们采用的是直流状态下的晶体管的 h 参量。然而,在实际情况中,振荡器是工作在 200 MHz 的谐振频率上。此时晶体管的 h 参量如下:

$$\begin{aligned} h_{11} = h_{ie} &= \frac{r_{BE}}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} = (1\,881 - j473) \Omega \\ h_{12} = h_{re} &= \frac{j\omega C_{BC} r_{BE}}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} = 5.9 \times 10^{-5} + j2.4 \times 10^{-4} \\ h_{21} = h_{fe} &= \frac{r_{BE}(g_m - j\omega C_{BC})}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} = 219 - j55 \\ h_{22} = h_{oe} &= \frac{1}{r_{CE}} + \frac{j\omega C_{BC}(1 + g_m r_{BE} + j\omega C_{BE} r_{BE})}{1 + j\omega(C_{BE} + C_{BC})r_{BE}} \\ &= (0.11 + j0.03) \text{ mS} \end{aligned}$$

由此可见,在 200 MHz 频率下与在直流状态下的晶体管 h 参量仅有微小的差别。因此,上述分析可适应用于 200 MHz 频率附近的振荡器设计,而且设计结果仅需小量的调整。

在实际情况中,当晶体管的 h 参量在直流状态与在振荡频率下存在较大差别时,常常需要对设计参数进行较大幅度的调整。工作频率越高,则晶体管 h 参量与直流状态下的差别就越大。

10.1.4 石英晶体振荡器

与电子振荡电路相比,石英晶体谐振器具有许多优点。其中主要优点包括极高的品质因数(高达 $10^5 \sim 10^6$),良好的频率稳定性及温度稳定性。遗憾的是,由于石英晶体谐振器属于机械系统,所以其谐振频率不能超过大约 250 MHz 。

石英晶体具有在电场作用下会发生机械形变的压电效应。根据晶体的几何结构以及切割的方向,它会具有截然不同的纵向或切向谐振频率。

典型的石英晶体等效电路模型如图 10.10 所示。在石英晶体的设计谐振频率点上,此电

路近似描述了石英晶体的电特性。

图中电容 C_q 与 R_q 和 L_q 一起描述了晶体谐振器的机械谐振特征, C_0 对应于晶体与外部相连的电极电容。 C_q 与 C_0 的比值通常可以高达 1000。另外, 电感 L_q 的典型值在 0.1 mH 至 100 H 之间。

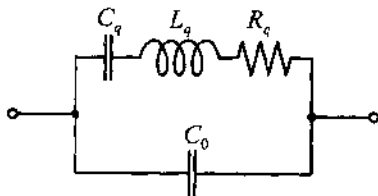


图 10.10 石英晶体谐振器的等效电路模型

此模型的导纳可以表示为:

$$Y = j\omega C_0 + \frac{1}{R_q + j[\omega L_q - 1/(\omega C_q)]} = G + jB \quad (10.19)$$

令导纳的虚部 B 为零则可求得谐振角频率 ω_0 为:

$$\omega_0 C_0 - \frac{\omega_0 L_q - 1/(\omega_0 C_q)}{R_q^2 + [\omega_0 L_q - 1/(\omega_0 C_q)]^2} = 0 \quad (10.20)$$

用泰勒级数展开的方法求解这个方程, 可得串联和并联谐振频率的近似表达式:

$$\omega_0 = \omega_s \approx \omega_{s0} \left[1 + \frac{R_q^2}{2} \left(\frac{C_0}{L_q} \right) \right] \quad (10.21a)$$

$$\omega_0 = \omega_p \approx \omega_{p0} \left[1 - \frac{R_q^2}{2} \left(\frac{C_0}{L_q} \right) \right] \quad (10.21b)$$

其中 $\omega_{s0} = 1/\sqrt{L_q C_q}$, $\omega_{p0} = \sqrt{(C_q + C_0)/(L_q C_q C_0)}$ 。下面我们将讨论一个有代表性的实例。



例 10.2 石英晶体谐振频率的估算

一晶体的特性参数为 $L_q = 0.1 \text{ H}$, $R_q = 25 \Omega$, $C_q = 0.3 \text{ pF}$, $C_0 = 1 \text{ pF}$ 。求其串联和并联谐振频率, 将其导纳的虚部与(10.19)式给定的导纳虚部做比较。

解: 第一种方法是分别利用(10.21a)式和(10.21b)式计算石英晶体的串联和并联谐振频率:

$$f_s = f_{s0} \left[1 + \frac{R_q^2}{2} \left(\frac{C_0}{L_q} \right) \right] = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_q C_q}} \left[1 + \frac{R_q^2}{2} \left(\frac{C_0}{L_q} \right) \right] = 0.919 \text{ MHz}$$

$$f_p = f_{p0} \left[1 - \frac{R_q^2}{2} \left(\frac{C_0}{L_q} \right) \right] = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{C_q + C_0}{L_q C_q C_0}}} \left[1 - \frac{R_q^2}{2} \left(\frac{C_0}{L_q} \right) \right] = 1.048 \text{ MHz}$$

第二种方法是图解法。在谐振状态下, 由于电路的电抗和电纳均为零, 所以我们可以画出(10.19)式所示导纳值的虚部。该虚部图形如图 10.11 所示, 图中曲线描述了电纳的绝对值与频率的关系。

比较图解法与解析法(10.21)式的结果, 可见它们完全相同。

由于石英晶体的多谐波谐振特性,在使用中必须特别注意其参数的选择。由于晶体的不同,有些谐波谐振频率可能非常靠近我们需要的谐振频率点。

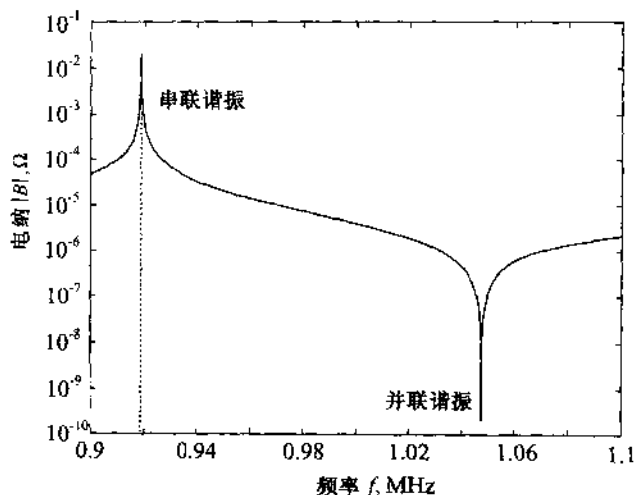


图 10.11 石英谐振器的电纳频率响应

10.2 高频振荡器电路

当工作频率接近 GHz 频段时,电压和电流的波动特性将不能被忽略。正如我们在前面章节所述,我们必须采用反射系数和传输系数以及相应的 S 参量来描述电路的特性。这就需要我们

从传输线的角度重新考察公式(10.1)。Barkhausen 判据也必须采用反射系数的形式重新描述。

为了采用传输线的概念重新表达环路增益,我们采用 4.4.5 小节介绍过的信号流图(见图 10.12)。

对于匹配源($Z_s = Z_0$),输入反射系数为:

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma_L}\Gamma_L = \frac{S_{11} - \Delta\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (10.22)$$

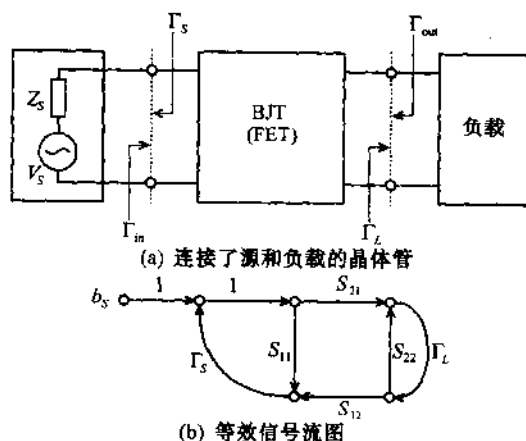


图 10.12 连接了源和负载的晶体管及其信号流图模型

其中 $\Delta = S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}$ 。这与例题 4.8 给出的定义完全相同。根据源条件 $b_s = V_G \sqrt{Z_0/(Z_G + Z_0)}$ 并通过计算, 我们可定义回路增益:

$$\frac{b_1}{b_s} = \frac{\Gamma_{in}}{1 - \Gamma_s \Gamma_{in}} \quad (10.23)$$

该等式意味着, 如果在某个频率下:

$$\Gamma_{in} \Gamma_s = 1 \quad (10.24)$$

则电路处于非稳定状态并开始振荡。

如果考察输出端口, 可得相同的电路振荡条件:

$$\Gamma_{out} \Gamma_L = 1 \quad (10.25)$$

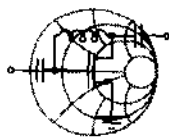
如果考虑到稳定系数 $k = (1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2) / (2|S_{12}||S_{21}|)$, 见第 9 章, 则上述振荡条件可以归纳为:

$$k < 1 \quad (10.26a)$$

$$\Gamma_{in} \Gamma_s = 1 \quad (10.26b)$$

$$\Gamma_{out} \Gamma_L = 1 \quad (10.26c)$$

由于稳定系数取决于有源器件的 S 参量, 所以我们必须首先确保 (10.26a) 式得到满足。如果晶体管的 S 参量在需要的频率上不能确保上述要求, 如下面的例题所示, 我们可以改用共基极或共集电极电路, 或者增加正反馈以便增加电路的不稳定性。



例题 10.3 利用正反馈元件产生振荡

一 BJT 的工作频率为 2 GHz, 在共基极电路中的 S 参量为: $S_{11} = 0.94 \angle 174^\circ$, $S_{12} = 0.013 \angle -98^\circ$, $S_{21} = 1.9 \angle -28^\circ$, $S_{22} = 1.01 \angle -17^\circ$ 。如果在晶体管的基极增加一个电感量为 0~2 nH 的电感, 求该电感对 Rollett 稳定系数的影响。

解: 根据稳定系数 k 的定义, 求出其不包括电感的值

$$k = (1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2) / (2|S_{12}||S_{21}|) = -0.25$$

考虑到电感后的电路可以用图 10.13 所示的两端口网络表达。

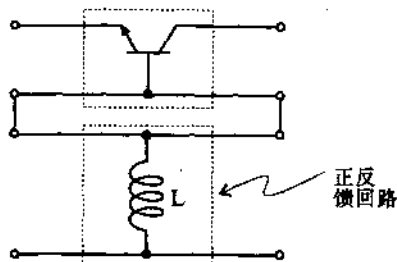


图 10.13 基极接电感的 BJT 网络结构

在这种情况下, 整个网络的 S 参量可用如下方法求解: 首先将晶体管的 S 参量变换为阻抗参量, 然后将晶体管的阻抗参量与电感的阻抗参量相加, 最后

再将总阻抗参量变换成 S 参量。

利用第 4 章介绍的变换公式,可得晶体管在共基极电路中的 Z 参量为:

$$[Z]_r = \begin{bmatrix} -0.42 + j3.43 & -2.17 - j0.097 \\ -95.23 - j303.06 & -6.88 - j321.03 \end{bmatrix}$$

对于电感,其 Z 矩阵为:

$$[Z]_{ind} = j\omega L \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L & j\omega L \\ j\omega L & j\omega L \end{bmatrix}$$

将 $[Z]_r$ 与 $[Z]_{ind}$ 相加就可得到整个电路的 Z 参量,通过变换则可以得到相应的 s 参量。

为了求出 Rollett 稳定系数与反馈电感的函数关系,我们必须对每一个 L 值重复上述计算过程。全部计算结果如图 10.14 所示。

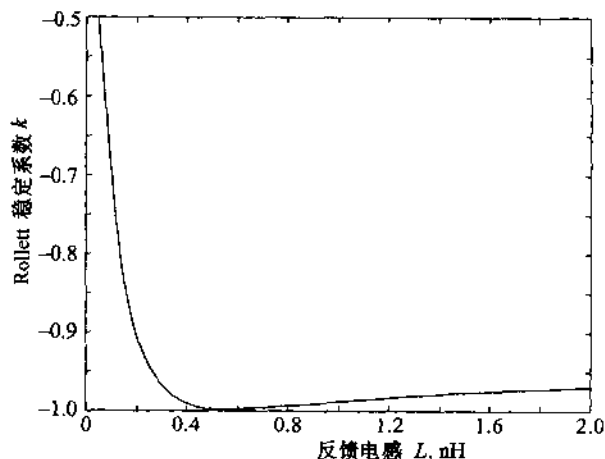


图 10.14 共基极电路中 Rollett 稳定系数(k)与反馈电感的函数关系

由图 10.14 可见,最不稳定的状态(k 为最小值)出现在基极电感等于 0.6 nH 的时候。

在 GHz 频段内,即使是一段导线也可以在晶体管的基极上产生我们需要的电感量。

有趣的是,如果输入或输出端口中的任何一个端口符合振荡条件,则该电路的两个端口都将产生振荡。通过比较输入和输出端口的反射系数,我们就可以了解其原因。已知:

$$\frac{1}{\Gamma_{in}} = \frac{1 - S_{22}\Gamma_L}{S_{11} - \Delta\Gamma_L} \equiv \Gamma_s \quad (10.27)$$

解出 Γ_L , 则:

$$\Gamma_L = \frac{1 - S_{11}\Gamma_s}{S_{22} - \Delta\Gamma_s} \quad (10.28)$$

由于 Γ_{out} 也可表示为:

$$\Gamma_{\text{out}} = \frac{S_{22} - \Delta \Gamma_s}{1 - S_{11} \Gamma_s} \quad (10.29)$$

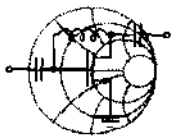
所以,可证明(10.28)式和(10.29)式互为倒数,即:

$$\Gamma_L = 1/\Gamma_{\text{out}} \quad (10.30)$$

此结果与(10.26c)式的要求相同。

10.2.1 固定频率振荡器

最通用的振荡器设计方法是两端口网络设计方法,该方法首先要选择晶体管的电路结构以便符合 $k < 1$ 的条件(也许需要增加反馈电感),然后应选择合适的 Γ_L ,以便形成 $|\Gamma_{\text{in}}| > 1$;或选择合适的 Γ_s ,以便形成 $|\Gamma_{\text{out}}| > 1$ 。这两个条件都包含了使对方成立的条件。例如,如果 $|\Gamma_{\text{out}}| > 1$,则必有 $|\Gamma_{\text{in}}| > 1$,反之亦然。有关证明将留做习题。下面的例题将详细解释两端口网络设计方法的步骤。



RF & MW →

例题 10.4 集总元件固定频率振荡器的设计

已知在共基极电路中使用的 BJT 是 Philips 半导体公司生产的 BFQ65。在直流偏置条件 $V_{CE} = 3 \text{ V}$, $V_{BE} = 0.9 \text{ V}$, 工作频率为 1.5 GHz 的条件下测得该晶体管的 S 参量为: $S_{11} = 1.47 \angle 125^\circ$, $S_{12} = 0.327 \angle 130^\circ$, $S_{21} = 2.2 \angle -63^\circ$, $S_{22} = 1.23 \angle -45^\circ$ 。请设计一个在 $f = 1.5 \text{ GHz}$ 频率点符合(10.26)式条件的串联反馈振荡器。

解:设计程序的第一步是必须确认晶体管至少应当具有潜在的不稳定性。这需要计算 Rollett 稳定系数:

$$k = (1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2) / (2|S_{12}||S_{21}|) = -0.975$$

由于 k 小于 1,则晶体管确实具有潜在的不稳定性。

然后,我们根据输入稳定性判定圆确定输入端口的反射系数。输入稳定性判定圆的圆心和半径可根据第 9 章导出的公式计算:

$$r_{\text{in}} = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right| = 0.82$$

$$C_{\text{in}} = \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} = 0.27 \angle -57^\circ$$

由于 $|C_{\text{in}}| < r_{\text{in}}$ 和 $|S_{22}| > 1$,如图 10.15 所示,稳定区在阴影圆之外。

根据图 10.15,我们选择输入匹配网络反射系数的自由度相当大。从理论上讲,稳定性判定圆内的任何 Γ_s 都能满足我们的要求。然而在实际工作中,我们希望选用能够导致最大输出反射系数的 Γ_s 值:

$$\Gamma_{\text{out}} = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21}}{1 - S_{11} \Gamma_s} \Gamma_s \quad (10.31)$$

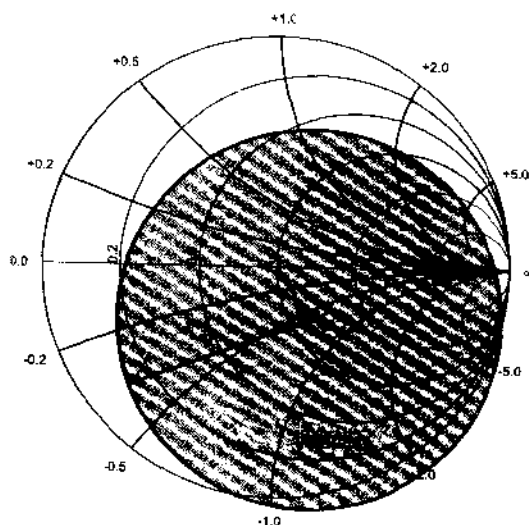


图 10.15 设计振荡器的输入稳定性判定圆

根据(10.31)式可见当 $\Gamma_s = S_{11}^{-1}$ 时, Γ_{out} 有最大值。在 $\Gamma_s = S_{11}^{-1}$ 的条件下, 由于输出反射系数趋于无穷大, 根据(10.26c)可知 $\Gamma_L = 0$ (即 $Z_L = Z_0 = 50 \Omega$)。这种设计思路存在一个问题, 即在实际应用中要实现完全的 50Ω 匹配几乎是不可能。此外, 如果我们选择 $\Gamma_s = S_{11}^{-1}$ 的条件, 则振荡器将对负载阻抗的变化十分敏感。也就是说在 $\Gamma_s = S_{11}^{-1}$ 的条件下, 负载如果稍微偏离 50Ω 则会导致振荡器完全停振。因此, 我们应选择非常靠近 S_{11}^{-1} 的 Γ_s 值, 但并不让它们正好相等。

试探过几个源反射系数值以后, 我们最终选定 $\Gamma_s = 0.65 \angle -125^\circ$ 。根据 Γ_s 可计算出源阻抗为 $Z_s = (13 - j25) \Omega$, 如图 10.16 所示, 它可以用 13Ω 电阻与 4.3 pF 电容相串联实现。

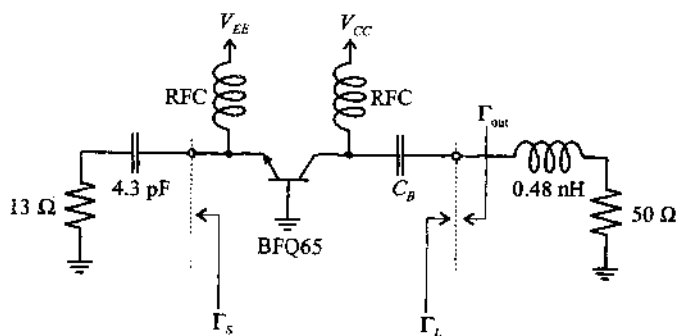


图 10.16 BJT 串联反馈振荡器电路

输出反射系数可根据(10.31)式计算, 其结果为 $\Gamma_{out} = 14.67 \angle -36.85^\circ$ 。我们利用(10.26c)式求解输出匹配网络并求得 $\Gamma_L = \Gamma_{out}^{-1} = 0.068 \angle 36.85^\circ$ 。这对应于阻抗 $Z_L = (55.6 + j4.57) \Omega = -Z_{out}$, 可以用 55.6Ω 的电阻与 0.48 nH

的电感相串联实现。

在设计过程中我们必须考虑的最后一个问题是,当振荡器的输出功率开始增大时,晶体管的小信号 S 参量将失效。通常,晶体管的 S 参量与其输出功率有关,当输出功率增大时,晶体管的 S 参量变化将导致 $R_{out} = \operatorname{Re}\{Z_{out}\}$ 的负阻成分减小。因此,必须根据 $R_L + R_{out} < 0$ 的条件选择 $R_L = \operatorname{Re}\{Z_L\}$ 。在实际应用中,通常选择 $R_L = -R_{out}/3$ 。然而,我们必须特别小心,因为这种选择只适用于我们前面提到的 Γ_S 远离 S_{11}^{-1} 的情况。另外, $R_L \neq -R_{out}$ 还可能产生振荡频率的偏移。

如图 10.16 所示,我们在此设计中选择 $R_L = 50 \Omega$ 。振荡器的基波输出功率是 16 dBm,即相当于正弦波具有 2 V 的振荡幅度。由于我们采用的负载电阻非常接近于 $-R_{out}$,所以振荡器的频率偏差很小。

尽管所有元件值保证了振荡器的设计指标,振荡器的电特性也经过了仿真验证,但是最终制造出的电路仍将存在其他问题。考虑到电路中 0.48 nH 的电感量与 PCB 电路板上的过孔电感以及其他元件的寄生参数的量值相当,则很容易理解上述问题。

在高频应用的场合,更容易实现的设计方法是采用分布参数元件。图 10.17 是一个采用 FET 和 50Ω 负载的典型振荡器实例。其中 $TL_i (i = 1, \dots, 6)$ 为微带线。

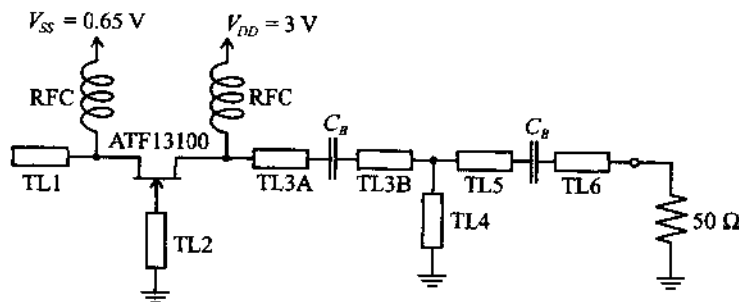
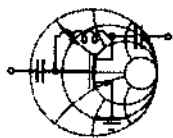


图 10.17 采用微带线实现的 GaAs FET 振荡器

下面的例题将介绍此振荡器的设计步骤,其中包括利用连接在栅极上的微带线增加晶体管的不稳定性以及如何选择合适的微带线与负载阻抗相匹配等方面的细节。



例题 10.5 微带线 GaAs FET 振荡器的设计

已知在共栅极电路中 GaAs FET (Hewlett-Packard ATF13100) 在 10 GHz 频率点的 S 参量测量值为 $S_{11} = 0.37 \angle -176^\circ$, $S_{21} = 1.37 \angle -20.7^\circ$, $S_{12} = 0.17 \angle 19.8^\circ$, $S_{22} = 0.90 \angle -25.6^\circ$ 。请设计一个输出阻抗为 50Ω , 基波频率为 10 GHz 的振荡器。

解: 仿照例题 10.4, 我们首先通过计算 Rollett 稳定系数确定晶体管的稳定性:

RF & MW →

$$k = (1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2) / (2|S_{12}||S_{21}|) = 0.776$$

虽然 $k < 1$ 表明晶体管具有潜在的不稳定性,我们仍将在晶体管的栅极上连接反馈电感以便增加其不稳定性。我们根据例题 10.3 讨论的方法画出稳定系数与电感的函数关系(见图 10.18)。

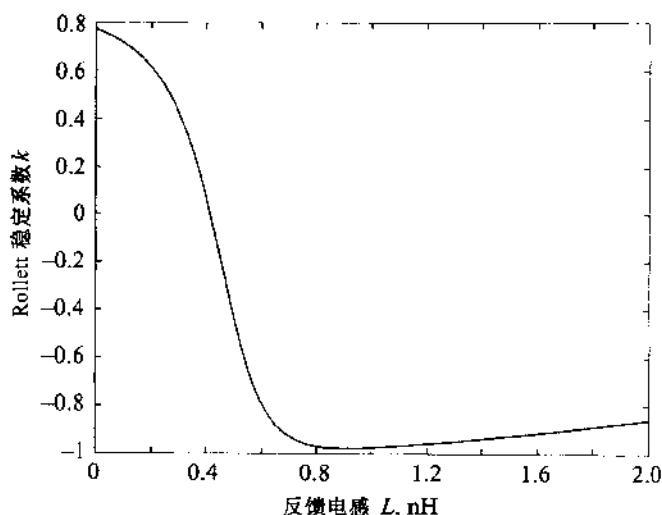


图 10.18 共栅极电路中 FET 的稳定系数与栅极电感的函数关系

显然,当 $L = 0.9 \text{ nH}$ 时晶体管最不稳定。由于振荡器的工作频率很高,不宜采用集总参数元件,我们必须用等效的分布参数元件替代分立电感。实现分布参数元件替代分立电感的一种方法是采用短路传输线段。参考第 2 章的内容,假设传输线的特性阻抗为 50Ω ,我们可以算出此传输线的电长度:

$$\Theta = \beta l = \arctan\left(\frac{\omega L}{Z_0}\right) = 48.5^\circ$$

FET 栅极上连接了短路传输线段后的 S 参量计算结果为:

$$[S] = \begin{bmatrix} 1.01 \angle 169^\circ & 0.29 \angle 148^\circ \\ 2.04 \angle -33^\circ & 1.36 \angle -34^\circ \end{bmatrix}$$

设计程序的下一个步骤是求解输入匹配网络。我们在例题 10.4 曾指出,为了实现振荡必须使振荡器的源反射系数接近于晶体管 S_{11} 参量的倒数。在本例题中我们选择 $\Gamma_s = 1 \angle -160^\circ$,这对应于源阻抗 $Z_s = -j8.8 \Omega$,该源阻抗可用电长度为 80° ,特性阻抗为 50Ω 开路短截线实现。

输出反射系数的计算值为:

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}}{1 - S_{11}\Gamma_s} \Gamma_s = 4.18 \angle 26.7^\circ$$

它等效于 $Z_{out} = (-74.8 + j17.1) \Omega$ 。为了使(10.26c)式得到满足,我们必须选择 $Z_L = -Z_{out}$,但是,由于晶体管 S 参量与其输出功率有关(见例题 10.4),我们选择负载阻抗的实部略小于 $-R_{out}$:

$$Z_L = (70 - j17.1)\Omega$$

利用一个匹配网络将振荡器的 $50\ \Omega$ 输出阻抗变换为 Z_L , 该匹配网络由特性阻抗为 $50\ \Omega$, 电长度为 67° 的传输线及电长度为 66° 的短路短截线构成。采用第 2 章例题 2.5 中介绍的方法可以由上述传输线的电参数计算出其几何尺寸。对于厚度为 40 mil 的 FR-4 介质基片, 传输线几何尺寸的计算结果均归纳在表 10.2 中。

表 10.2 FET 振荡器中传输线的几何尺寸

传输线编号	电长度(角度)	宽度(mil)	长度(mil)
TL1	80	74	141
TL2	48.5	74	86
TL3	67	74	118
TL4	66	74	116

根据图 10.17 所示的振荡器电路原理图, 为了安装隔直电容, TL3 被分为两段, TL3A 和 TL3B。由于 TL5 和 TL6 直接与 $50\ \Omega$ 负载相连, 所以它们的长度可为任意值。

根据每段传输线的长度可知, 采用微带线电路结构可以将振荡器做得非常小。

10.2.2 介质谐振腔振荡器

对于微带线振荡器电路, 可以增加介质谐振器(DR)以便得到极高的品质因数(高达 10^5)以及优于 $\pm 10\ \text{ppm}/^\circ\text{C}$ 的良好温度稳定性。这种谐振器可以放在金属屏蔽盒内的微带线上方或旁边。如图 10.19 所示, 在谐振频率附近, 微带线与圆柱谐振器之间的电场耦合可以等效为一个并联 RLC 电路。调谐螺钉可以改变谐振腔的几何尺寸, 从而引起谐振频率的变化。

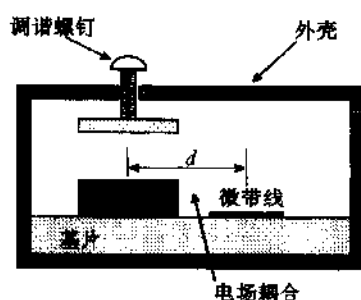


图 10.19 放置在微带线附近的介质谐振器(DR)

我们不研究谐振器内激励起的各种波导模式(TE 模或 TM 模), 而将重点讨论工作在 TEM 模状态下的 DR。

一般说来, DR 的电路模型(见图 10.20)可以在需要的谐振角频率 $\omega_0 = 1/(\sqrt{LC})$ 下, 用固有品质因数 Q 或 Q_u :

$$Q_u = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC \quad (10.32)$$

以及耦合系数 β :

$$\beta = \frac{R}{R_{\text{ext}}} = \frac{R}{2Z_0} = \frac{\omega_0 Q_u L}{2Z_0} \quad (10.33)$$

由于要对 Z_0 形成对称的终端条件,外部电阻的阻值 R_{ext} 需等于传输线阻抗的二倍。类似于变压器一样,耦合系数定量地描述了谐振器与微带线之间的电磁联系,其典型值为 2~20 之间。此外,也由于描述固有品质因数(Q_u),有载品质因数(Q_L)以及外部品质因数(Q_E)之间的联系:

$$Q_u = \beta Q_E = (1 + \beta) Q_L \quad (10.34)$$

为了进行振荡器设计,我们需要用 S 参量来描述 DR 的特征。图 10.20(b)是修正后的传输线电路等效模型。

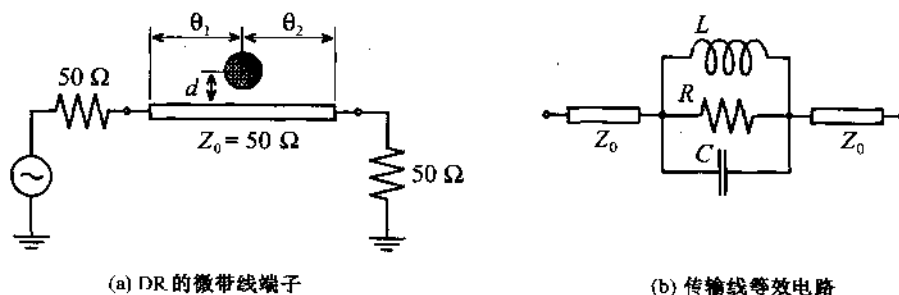


图 10.20 沿传输线放置的 DR 及求解 S 参量的等效电路

根据 5.1.4 小节中关于并联谐振电路的讨论,可以求出阻抗 Z_{DR} 等于:

$$Z_{\text{DR}} = \frac{R}{1 + j\omega RC - jR/(\omega L)} = \frac{R}{1 + jQ_u(\omega/\omega_0) - jQ_u(\omega_0/\omega)} \quad (10.35)$$

并可简化为:

$$Z_{\text{DR}} = \frac{R}{1 + jQ_u \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0} \right)} \approx \frac{R}{1 + j2Q_u \Delta f/f_0} \quad (10.36)$$

其中工作频率相对于中心频率的频偏为 $\Delta f = f - f_0$ 。公式(10.36)仅在谐振频率附近在有效,此时 $\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0$ 。将上式在谐振频率点附近相对于 Z_0 归一化,则有:

$$z_{\text{DR}} \approx \frac{R/Z_0}{1 + j2Q_u(\Delta f/f_0)} = 2\beta \quad (10.37)$$

现在可以将介质谐振器两端的传输线段也包括进来,即:

$$[S]_{\text{DR}} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-\beta_1} \\ e^{-\beta_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\beta}{\beta+1} & \frac{1}{\beta+1} \\ \frac{1}{\beta+1} & \frac{\beta}{\beta+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & e^{-\beta_2} \\ e^{-\beta_2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\beta e^{-j2\theta_1}}{\beta+1} & \frac{e^{-j(\theta_1+\theta_2)}}{\beta+1} \\ \frac{e^{-j(\theta_1+\theta_2)}}{\beta+1} & \frac{\beta e^{-j2\theta_2}}{\beta+1} \end{bmatrix} \quad (10.38)$$

根据传输方向的不同,我们可以确定反射系数 S_{11}^{DR} 和 S_{22}^{DR} 。如果 DR 两端微带线的电长度相等,则有 $\theta_1 = \theta_2 = \theta = (2\pi/\lambda)(l/2)$,所以:

$$\Gamma_{in}(\omega_0) = \frac{\beta}{\beta+1} e^{-j2\theta} = \Gamma_{out}(\omega_0) \quad (10.39)$$

通常我们能很容易地在生产厂家的网址上挑选和购买 DR。设计者只要给定谐振频率和电路板参数(厚度,介电系数),生产厂家将会提供 DR 的直径、长度、调谐螺钉的调整范围、谐振器与微带线的距离 d 以及腔体材料。另外,生产厂家也会提供耦合系数、无载品质因数 Q 以及 CAD 仿真软件需要的并联等效电路集总参数元件值。



例题 10.6 介质谐振腔振荡器设计

采用 GaAs FET 设计一个工作频率为 8 GHz 的介质谐振腔振荡器(DRO)。已知晶体管在 $f_0 = 8$ GHz 频率点的 S 参量为: $S_{11} = 1.1 \angle 170^\circ$, $S_{12} = 0.4 \angle -98^\circ$, $S_{21} = 1.5 \angle -163^\circ$, $S_{22} = 0.9 \angle -170^\circ$ 。振荡器采用的介质谐振器在谐振频率点 $f_{res} = f_0$ 具有以下参数: $\beta = 7$, $Q_u = 5000$ 。假设 DR 的终端为 50Ω 电阻,而且 DR 放在微带线的中间,求 FET 输入端口 50Ω 微带线的长度。考察对比 DRO 与前面讨论过的常规振荡器在频率波动方面的差异。

解: FET 在 $f_0 = 8$ GHz 频率下的输入端口稳定性判定圆如图 10.21 所示。

为了满足振荡条件,我们必须将源反射系数选在图 10.21 中非阴影区的某处。由于介质谐振器的终端负载电阻等于微带线的特性阻抗,则 DR 的输出反射系数可根据(10.39)式计算:

$$\Gamma_s = \frac{\beta}{\beta+1} e^{-j2\theta} = 0.875 e^{-j2\theta}$$

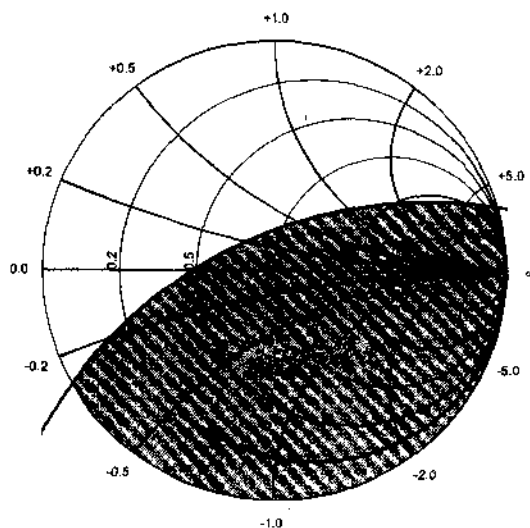


图 10.21 DRO 设计实例中 FET 的输入稳定性判定圆

我们曾在前一例题中提到,为了提高晶体管的输出反射系数,必须使 Γ_s 接近于 S_{11} 参量的倒数。由于 Γ_s 的绝对值是确定不变的,最好的方法就是调整 Θ 值使 Γ_s 的幅角等于 S_{11}^{-1} 的幅角,即 $-2\Theta = \angle S_{11}^{-1} = -\angle S_{11}$,由此可得 $\Theta = 85^\circ$ 。介质振荡器输入匹配网络的最终设计电路图如图 10.22 所示。

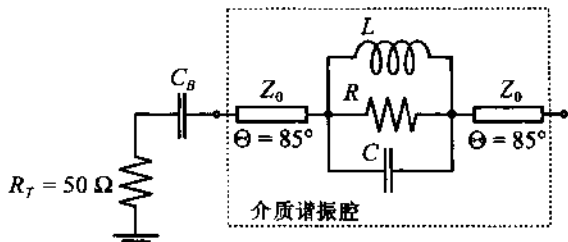


图 10.22 用 DR 构成的 FET 振荡器的输入匹配网络

如果晶体管的输入匹配网络中不采用 DR,那么,同样能在谐振频率点 f_0 形成 $\Gamma_s = 0.875 \angle -170^\circ$ 的最简单网络则为 3.35Ω 的电阻与 4.57 pF 的电容相串联。图 10.23 绘出了 $|\Gamma_{\text{out}}|$ 值与频率的函数关系并给出了采用 DR 及不采用 DR 的两种情况。其中假设 FET 的 S 参量与频率无关,DR 由图 10.20 所示等效电路模拟,电路元件参数采用(10.32)和(10.33)计算:

$$R = 2\beta Z_0 = 700 \Omega$$

$$L = R/(\omega_0 Q_u) = 2.79 \text{ pH}$$

$$C = \omega_0^{-2} L^{-1} = 14.2 \text{ nF}$$

由图 10.23 可清楚地看到,相对于常规振荡器而言,DR $|\Gamma_{\text{out}}| > 1$ 的频带非常窄。这通常对应于较高的频率选择性并能抑制振荡器的频率漂移。采用调谐螺钉可以进行小范围的频率调整,调整范围的典型值为设计振荡频率附近 $\pm 0.01f_0$ 。

采用介质谐振器是提高振荡器品质因数的一种简便的、低成本方法。遗憾的是,介质谐振器的尺寸与谐振频率有关,在低频段其尺寸通常过大。

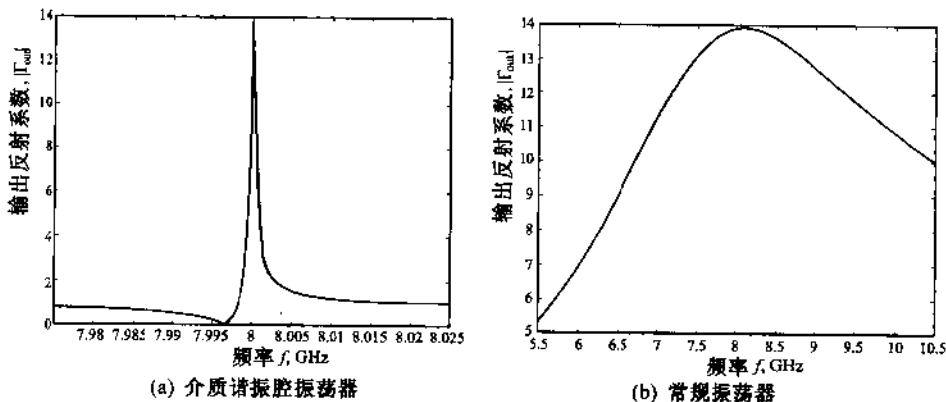


图 10.23 振荡器输出反射系数的频率响应

10.2.3 YIG 调谐振荡器

介质谐振腔振荡器的振荡频率只能在谐振频率附近做窄带调整,典型值为 0.01% 到 1% 之间。如果采用磁调元件则能设计出宽带可调振荡器,其频率调谐范围可以超过一个数量级。这种通常为球形的可调元件因钇铁石榴石(YIG)而得名,这种亚铁磁性材料的有效磁导率可以通过外加的静偏置磁场 H_0 控制。外加磁场直接影响由电导 G_0 、电感 L_0 以及电容 C_0 构成的并联等效谐振电路的 Q 值。图 10.24 为典型的 YIG 振荡器电路。

其无载品质因数为:

$$Q_u = \frac{-4\pi(M_s/3) + H_0}{H_L} \quad (10.40)$$

其中 M_s 为 YIG 小球的饱和磁化强度, H_L 为谐振线宽*。磁矩的进动角频率 ω_m 与饱和磁化强度的关系为:

$$\omega_m = 2\pi\gamma(4\pi M_s) = 8\pi^2\gamma M_s \quad (10.41)$$

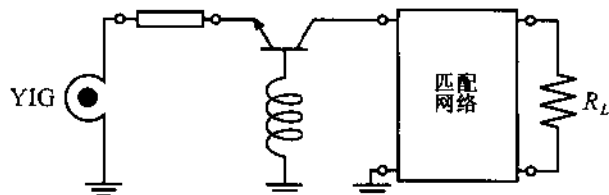


图 10.24 基于 YIG 调谐元件的振荡器电路

其中 γ 是旋磁比,其数值为 2.8 MHz/Oe。小球的谐振频率取决于外加偏置磁场:

$$\omega_0 = 2\pi\gamma H_0 \quad (10.42)$$

根据这些公式就可以对并联谐振电路中的元件进行定量分析。准确地说,可求出电感值为:

$$L_0 = \frac{\mu_0 \omega_m}{\omega_0 d^2} \left(\frac{4}{3} \pi a^3 \right) \quad (10.42a)$$

其中 a 为 YIG 小球的半径。根据谐振条件 $\omega_0^2 = 1/(L_0 C_0)$,可确定电容 C_0 ,即:

$$C_0 = 1_0 \omega_0^2 \quad (10.42b)$$

最后可求得电导为:

$$G_0 = \frac{d^2}{\mu_0 \omega_m Q_u \left(\frac{4}{3} \pi a^3 \right)} \quad (10.42c)$$

在公式(10.42a)至(10.42c)中, d 为耦合环的直径。

10.2.4 压控振荡器

在第 6 章中我们曾经提到,随着外加偏置电压的变化,某些二极管的电容可以发生很大的

* 注:对于表面很光滑的极纯 YIG 小球, H_L 约为 0.2 奥斯特——译者注。

改变。最典型的例子就是变容管,其可变电容 $C_V = C_{V0}(1 - V_Q/V_{\text{BR}})^{-1/2}$ 由反向偏置电压 V_Q 决定。图 10.25 描述了调整 Clapp 振荡器反馈环的方法,即将图 10.25(a)中的 C_3 换为变容管及相应的直流隔离电路。调整后的振荡电路如图 10.25(b)所示。如果采用简化的 BJT 模型 ($R_L \ll h_{22}$),则此电路很容易分析。

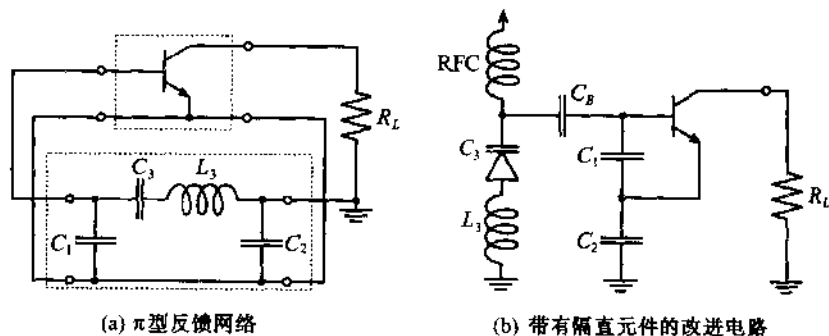


图 10.25 变容管调谐振荡器

在图 10.26 中,变容管和传输线元件形成了振荡器输入端口的终端电路,其中传输线应具有适当的长度以使传输线呈现感性。如果将变容管与传输线断开,则输入阻抗 Z_{IN} 可由两个环路方程求出:

$$v_{\text{IN}} - i_{\text{IN}}X_{C1} - i_{\text{IN}}X_{C2} + i_B X_{C1} - \beta i_B X_{C2} = 0 \quad (10.43a)$$

$$h_{11} i_B + i_B X_{C1} - i_{\text{IN}} X_{C1} = 0 \quad (10.43b)$$

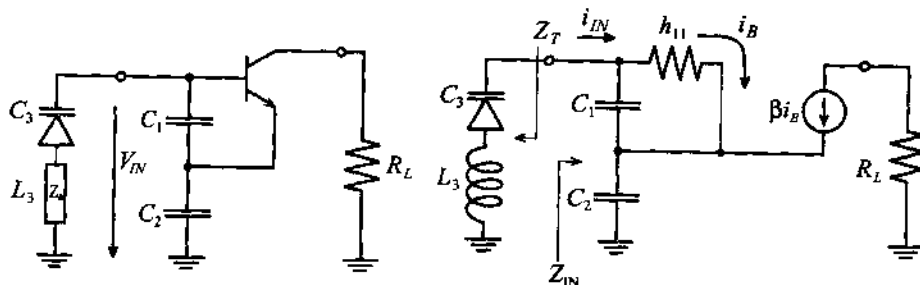


图 10.26 变容管振荡器的电路分析

整理后可得:

$$Z_{\text{IN}} = \frac{1}{h_{11} + X_{C1}} [h_{11}(X_{C1} + X_{C2}) + X_{C1}X_{C2}(1 + \beta)] \quad (10.44)$$

考虑到 $(1 + \beta) \approx \beta$ 并假设 $h_{11} \gg X_{C1}$, (10.44) 式可以进一步简化为:

$$Z_{\text{IN}} = \frac{1}{j\omega} \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right] - \frac{\beta}{h_{11}} \left(\frac{1}{\omega^2 C_1 C_2} \right) \quad (10.45)$$

输入阻抗确实是负值,这正是我们以前分析的结论。所以,根据 $g_m = \beta/h_{11}$,可得:

$$R_{\text{IN}} = -\frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2} \quad (10.46a)$$

和

$$X_{IN} = \frac{1}{j\omega C_{IN}} \quad (10.46b)$$

其中 $C_{IN} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$ 。谐振频率可根据以前确定的关系 $X_1 + X_2 + X_3 = 0$ 求出 (参见 10.1.2 小节), 即:

$$j\left(\omega_0 L_3 - \frac{1}{\omega_0 C_3}\right) - \frac{1}{j\omega_0} \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right] = 0 \quad (10.47)$$

由此可得:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_3} \left(\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1}\right)} \quad (10.48)$$

根据(10.46a)式可以断定, 为了形成稳定的振荡, 变容管的总电阻必须等于或小于 $|R_{IN}|$ 。



例题 10.7 例题 10.7 变容管调谐振荡器的设计

一典型变容管的串联等效电阻为 45Ω , 当反向电压在 30 V 至 2 V 变化时, 电容值调整范围是 10 pF 至 30 pF 。假设晶体管的跨导为常数 $g_m = 115 \text{ mS}$ 。请设计一个 Clapp 型压控振荡器, 要求中心振荡频率为 300 MHz , 频率调整范围为 $\pm 10\%$ 。

解: 为了建立稳定的振荡, 我们必须保证变容管的串联电阻在整个工作频段内等于或小于由(10.46a)算出的 $|R_{IN}|$ 值。根据(10.46a)式, 我们发现当工作频率最高时 $|R_{IN}|$ 有最小值。将 $\omega_{\max} = 2\pi f_{\max}$ (其中 $f_{\max} = 1.1 f_0 = 330 \text{ MHz}$ 是最高振荡频率)代入(10.46a)式, 则可求得电容 C_1 与 C_2 的关系为:

$$C_1 = \frac{g_m}{\omega_{\max}^2 R_s C_2} = \frac{1}{k C_2} = \frac{1}{1.68 \times 10^{21} C_2} \quad (10.49)$$

其中 $R_s = 45 \Omega$ 是变容管的等效串联电阻。

由于变容管的最小电容对应于振荡器的最高振荡频率, 最大电容 C_3 对应于振荡器的最低振荡频率, 则(10.48)式可改写为:

$$f_{\min} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_3} \left(\frac{1}{C_{3\max}} + \frac{1}{C_2} + k C_2\right)} \quad (10.50)$$

$$f_{\max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_3} \left(\frac{1}{C_{3\min}} + \frac{1}{C_2} + k C_2\right)} \quad (10.51)$$

其中利用了公式(10.49)以便消去 C_1 。用(10.51)式除(10.50)式并将结果平方, 可得以下关于 C_2 的二次方程:

$$k(1 - \alpha^2) C_2^2 + \left(\frac{1}{C_{3\max}} - \frac{\alpha^2}{C_{3\min}}\right) C_2 + (1 - \alpha^2) = 0 \quad (10.52)$$

其中 $\alpha = f_{\min} / f_{\max}$ 。解出(10.52)式并将结果代入(10.49)式及(10.50)或(10.51)式, 就可以求出我们需要的参数 $C_1 = 12.4 \text{ pF}$, $C_2 = 48 \text{ pF}$, $L_3 = 46.9 \text{ nH}$ 。

不同于机械调谐的介质谐振器,变容管可以在更宽的频率范围内实现动态调谐。

10.2.5 耿氏二极管(Gunn diode)振荡器

耿二极管可以用于制造工作频率在 $1 \sim 100$ GHz 频段内,功率大约 1 W 以下的小功率振荡器。1963 年 Gunn 发现了这种器件的独特负阻效应。当某些半导体材料中的电场逐渐加强时,其内部的电子会从能带结构的主能谷转移到(或者说传输到)边能谷中。当 $90\% \sim 95\%$ 的电子积累在这些边能谷中后,将引起有效载流子迁移率的大幅度下降并将导致一种在科学上十分有趣的 I-V 特性。具有这种能带结构的半导体材料主要是砷化镓(GaAs)和磷化铟(InP)。图 10.27 画出了耿氏器件及其电压-电流响应曲线。

我们注意到,在直流电压作用下,当电场强度较低时耿氏器件的特征就像一个常规的欧姆接触电阻。然而,一旦电压超过阈值 V_0 ,则在器件的阴极附近会出现由于掺杂不均匀诱发产生的偶极畴。如图 10.27(b)所示,这种偶极畴的形成将会使电流减小。当偶极畴从阴极向阳极渡越时,器件中的电流将保持不变。一旦偶极畴在阳极被吸收后,上述过程又会重新开始。上述现象的重复频率可以用偶极畴的漂移速度 $v_d \approx 10^5$ m/s 以及其在耿氏器件有源区的渡越距离 L 来估计。如果器件的有源区长度为 $10 \mu\text{m}$,则:

$$f = \frac{v_d}{L} = \frac{10^5 \text{ m/s}}{10 \times 10^{-6} \text{ m}} = 10 \text{ GHz} \quad (10.53)$$

如果对器件外加直流电压,则偶极畴的运动将会受到影响并可因此改变谐振频率。谐振频率的调整范围大约在 1% 以内。

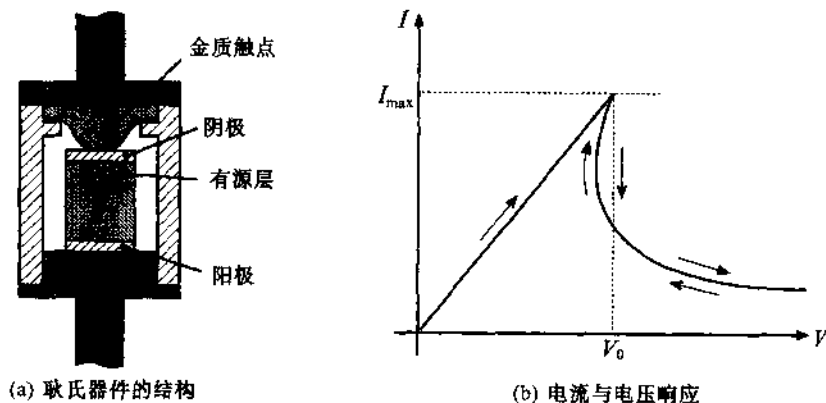


图 10.27 耿氏器件及电流-电压响应

图 10.28 是采用微带线的电路制作的耿氏振荡器。其中耿氏器件与一段长度为 $\lambda/4$ 的微带线相连,该微带线又与一个介质谐振器相耦合。耿氏器件的直流电压通过一个连接在微带线上的 RFC 提供。

须采用诸如二极管、FET 或 BJT 等非线性器件,它们可以产生丰富的谐波成分。图 10.30 是一个基本的系统框图,其中混频器与射频信号 $V_{RF}(t)$ 以及本振信号 $V_{LO}(t)$ 相连,本振信号也被称为泵浦信号。

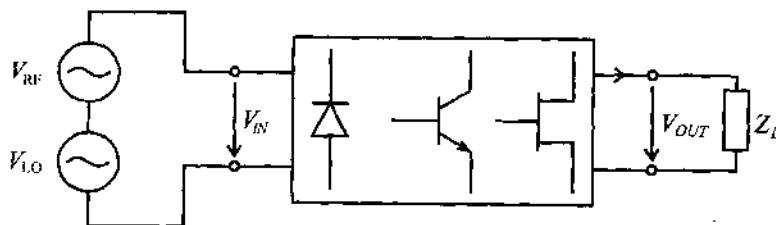


图 10.30 混频器的基本原理:用两个输入信号频率在系统的输出端口产生新的信号频率

由图可见,输入电压信号与本振信号混合后施加在具有非线性传输特性的半导体器件上,该器件则以输出电流驱动负载。二极管和 BJT 都具有指数型传输特性,类似于第 6 章讨论的肖特基二极管方程:

$$I = I_0(e^{V/V_T} - 1) \quad (10.54a)$$

然而, MESFET 的传输特征可近似为二次曲线:

$$I(V) = I_{DSS}(1 - V/V_{T0})^2 \quad (10.54b)$$

为了简化书写,我们省略了漏极电流和栅极-源极电压的下标。输入电压由射频信号 $v_{RF} = V_{RF}\cos(\omega_{RF}t)$, 本振信号 $v_{LO} = V_{LO}\cos(\omega_{LO}t)$ 以及偏置电压 V_Q 之和表示;即:

$$V = V_Q + V_{RF}\cos(\omega_{RF}t) + V_{LO}\cos(\omega_{LO}t) \quad (10.55)$$

此电压作用在非线性器件上所产生的电流响应可根据电压在 Q 点附近的泰勒级数展开求得:

$$I(V) = I_Q + V\left(\frac{dI}{dV}\right)\bigg|_{V_Q} + \frac{1}{2}V^2\left(\frac{d^2I}{dV^2}\right)\bigg|_{V_Q} + \cdots = I_Q + VA + V^2B + \cdots \quad (10.56)$$

其中常数 A 和 B 分别为 $(dI/dV)|_{V_Q}$ 和 $(1/2)(d^2I/dV^2)|_{V_Q}$ 。忽略直流偏置 V_Q 和 I_Q , 并将 (10.55) 式代入 (10.56) 式可得:

$$\begin{aligned} I(V) = & A\{V_{RF}\cos(\omega_{RF}t) + V_{LO}\cos(\omega_{LO}t)\} \\ & + B\{V_{RF}^2\cos^2(\omega_{RF}t) + V_{LO}^2\cos^2(\omega_{LO}t)\} \\ & + 2BV_{RF}V_{LO}\cos(\omega_{RF}t)\cos(\omega_{LO}t) + \cdots \end{aligned} \quad (10.57)$$

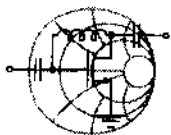
根据三角恒等式 $\cos^2(\omega t) = (1/2)\{1 + \cos(2\omega t)\}$, 上式中包含余弦平方的项可以展开为直流项以及包含 $2\omega_{RF}t$ 和 $2\omega_{LO}t$ 的项。关键的是 (10.57) 式中的最后一项, 它变为:

$$I(V) = \cdots + BV_{RF}V_{LO}\{\cos[(\omega_{RF} + \omega_{LO})t] + \cos[(\omega_{RF} - \omega_{LO})t]\} \quad (10.58)$$

这个表达式清楚地表明, 二极管或晶体管的非线性效应可以产生新的频率分量 $\omega_{RF} \pm \omega_{LO}$, 而且其幅度与 $V_{RF}V_{LO}$ 有关, 其中 B 是与器件有关的参数。

公式(10.58)只包含了泰勒级数展开式的前 3 项,因此只有 2 阶交调产物($V^2 B$)。其他高阶产物,如 3 阶交调产物($V^3 C$)都被忽略了。二极管和 BJT 中的这类高阶谐波项对混频器性能的影响极大。然而,如果采用具有二次曲线传输特征的 FET,则输出信号中将只有 2 阶交调产物。所以,FET 不容易产生有害的高阶交调产物。

下面例题讨论的是如何将给定射频信号频率下变频为需要的中频信号。



例题 10.8 本振频率的选择

已知一射频信道的中心频率为 1.89 GHz,带宽为 20 MHz,需要下变频为 200 MHz 的中频。请选择合适的本振频率 f_{LO} 。确定能够滤出该射频信道和相应中频信道的带通滤波器的品质因数。

解:由(10.58)式可见,通过非线性器件将射频信号与本振信号混频后,根据 f_{RF} 和 f_{LO} 的相对大小,我们可得到 $f_{IF} = f_{RF} - f_{LO}$ 或 $f_{IF} = f_{LO} - f_{RF}$ 的中频信号。因此,为了从 $f_{RF} = 1.89$ GHz 产生 $f_{IF} = 200$ MHz 的中频,我们可以采用 $f_{LO} = f_{RF} - f_{IF} = 1.69$ GHz 或 $f_{LO} = f_{RF} + f_{IF} = 2.09$ GHz。这两种方案都是可行的,实际应用中也都常被采用。如果选择 $f_{RF} > f_{LO}$,则称混频器为低本振注入(Low-side injection);如果选择 $f_{RF} < f_{LO}$,则称混频器为高本振注入(High-side injection)。由于本振信号频率越低则越容易生成和处理,所以前一种方案更常用。

因为在下变频之前,信号带宽为 20 MHz,中心频率为 1.89 GHz,所以,如果要滤出该信号,我们必须使用品质因数 $Q = f_{RF}/BW = 94.5$ 的滤波器。然而,下变频之后,信号的带宽没有变,但中心频率变为 $f_{IF} = 200$ MHz,所以,滤波器的品质因数只需为 $Q = f_{IF}/BW = 10$ 。

此例题表明,一旦使用混频器实现了对射频信号的下变频,则可大大降低对滤波器的技术指标要求。

10.3.2 频域分析

在频域中考察前一小节的内容是十分重要的。为此目的,我们假设射频信号的中心角频率为 ω_{RF} 并有两个额外的频率分量分别位于 $\omega_{RF} + \omega_w$ 处和 $\omega_{RF} - \omega_w$ 处,本振信号则只有一个频率分量 ω_{LO} 。根据公式(10.58)可知,上述信号经过混频之后,将形成上移频率分量和下移频率分量两个频谱成分。图 10.31 是这一过程的图解说明。

一般说来,上变频对应于发射机中的调制过程,而下变频过程则出现在接收机中。当涉及调制问题时,经常会遇到以下术语:

- 下边带,即 LSB ($\omega_{RF} - \omega_{LO}$)
- 上边带,即 USB ($\omega_{RF} + \omega_{LO}$)
- 双边带,即 DSB ($\omega_{RF} + \omega_{LO}, \omega_{RF} - \omega_{LO}$)

我们需要考虑的一个关键问题是如何选择本振频率以便将射频信号移动到适当的中频频率。

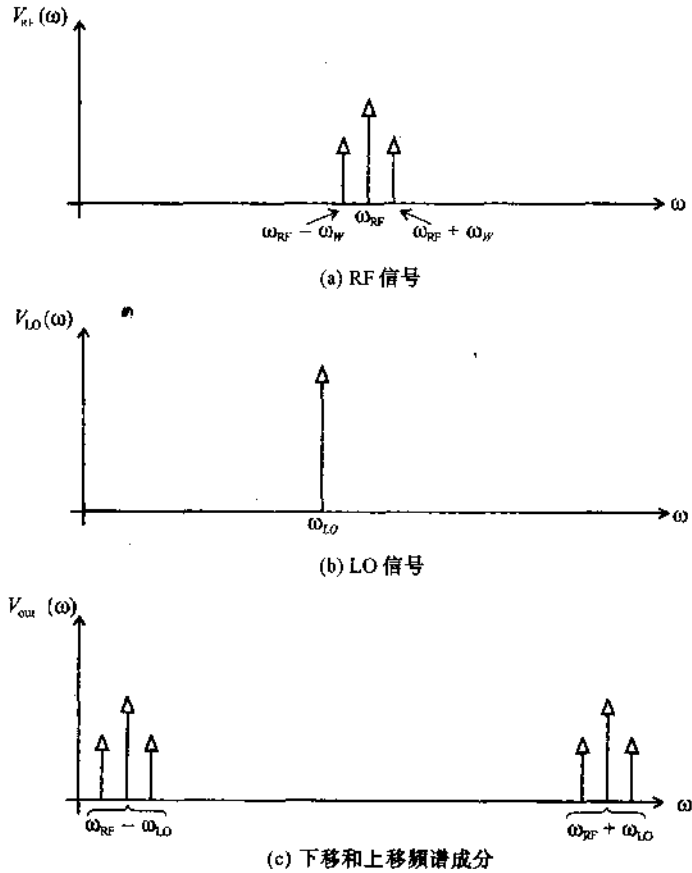


图 10.31 混频过程中的频谱图像

另一个有关的问题是与下变频信号处于相同频段的镜频。为了说明镜频问题,我们可考察射频信号用给定本振信号进行下变频的情况。除了需要的信号外,我们再以 ω_{IF} 为间隔相对于 LO 对称放置一个干扰信号(见图 10.32)。射频信号的变换关系应为:

$$\omega_{RF} - \omega_{LO} = \omega_{IF} \quad (10.59a)$$

镜频信号 ω_{IM} 的变换关系则为:

$$\omega_{IM} - \omega_{LO} = (\omega_{LO} - \omega_{IF}) - \omega_{LO} = -\omega_{IF} \quad (10.59b)$$

由于 $\cos(-\omega_{IF}t) = \cos(\omega_{IF}t)$, 所以这两个频率谱都移动到了相同的频段内,如图 10.32 所示。

为了避免出现幅度可能大于射频信号的有害镜频信号,可以在混频器电路的前面增加所谓镜频滤波器来抑制镜频的影响,并提供有效的信号频谱隔离。更有效的措施是采用镜频抑制混频器。

10.3.3 单端混频器设计

如图 10.33(a)所示,最简单、效率也最低的混频器就是由一个肖特基二极管构成的单端混频器。射频信号和本振信号被加到一个适当偏置的二极管上,二极管后面连接了一个谐振频

率等于所需中频的谐振电路。图 10.33(b)为采用 FET 的改进型混频器电路,与二极管不同的是, FET 能够对输入的射频信号和本振信号进行放大。

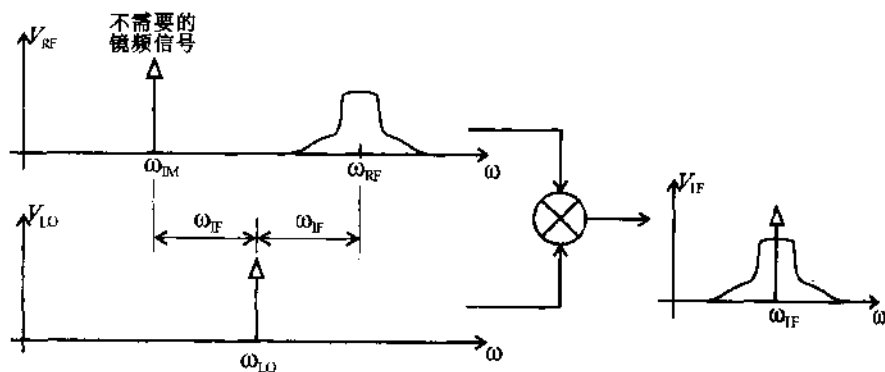
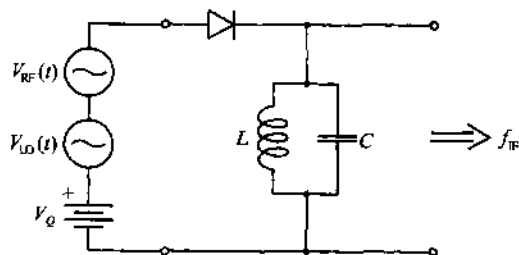
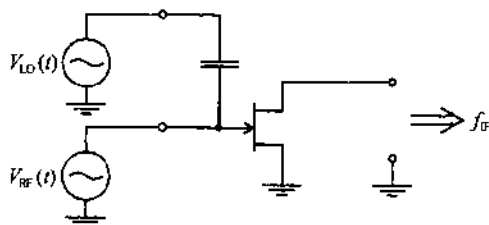


图 10.32 镜频映射问题



(a) 二极管混频器



(b) FET 混频器

图 10.33 两种单端混频器

在上述两种设计方案中,射频信号和本振信号经混合后输入到具有指数(二极管)或准二次函数(FET)传输特性的非线性器件中,该器件后面有低通滤波器以便分离出中频信号。这两种截然不同的方案使我们能在设计滤波器的以下重要参数时有对比选择的余地:

- 射频、中频功率间的变频损耗或增益
- 噪声系数
- 本振端口与射频端口之间的隔离度
- 非线性

由于图 10.33(a)中的本振信号与射频信号没有分开,因此具有潜在的问题,如本振信号可能干扰射频信号的接收,甚至可能通过接收天线辐射出部分本振功率。图 10.33(b)中的 FET

方案不但能使本振信号与射频信号相互隔离,还能产生信号增益以便降低变频损耗。混频器的变频损耗(CL)通常定义为输入信号功率 P_{RF} 与中频信号功率 P_{IF} 的比值,单位为 dB:

$$CL = 10 \log \left(\frac{P_{RF}}{P_{IF}} \right) \quad (10.60)$$

对于 BJT 和 FET 混频器,人们更喜欢采用上述功率比值的倒数来定义所谓变频增益(CG)。

另外,混频器的噪声系数通常定义为:

$$F = \frac{P_{n_{out}}}{CG P_{n_{in}}} \quad (10.61)$$

其中 CG 是变频增益, $P_{n_{out}}$ 是射频输入信号在输出端口产生的噪声功率(在射频信号频率点), $P_{n_{in}}$ 是输出端口的总噪声功率(在中频信号频率点)。一般来说, FET 的噪声系数比 BJT 的噪声系数低,而且由于其准二次曲线形式的传输特性(见 7.2 小节),高阶非线性项的影响也最小。相对于 FET 混频器方案来说, BJT 混频器的应用领域在于需要高变频效率和低偏置电压的场合(例如,由电池供电的系统)。

混频器的非线性指标通常采用变频压缩(Conversion compression)和交调失真(IMD)来描述。变频压缩对应于中频信号与射频输入信号的函数关系开始偏离线性特征时的某一特定点。当上述偏离达到 1 dB 时所对应的点就可作为混频器的特性参数。与我们在讨论放大器时的情况相同,交调失真与射频信号中二次谐波频率成分的影响有关,二次谐波频率会增大失真。为了对这种影响进行定量,通常要采用双频测量法。假设 f_{RF} 是所需信号, f_2 是第 2 个输入频率,那么混频效应将产生一个新的频率成分 $2f_2 - f_{RF} \pm f_{LO}$,其中 \pm 分别表示上变频或下变频。这种交调产物的结果可与变频压缩特性画在同一个图中(如图 10.34 所示)。

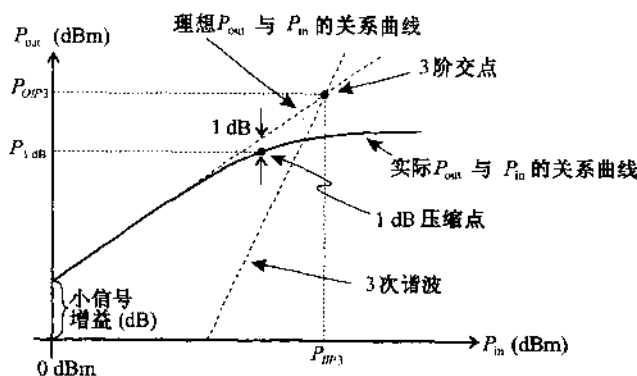


图 10.34 混频器的变频压缩与交调产物

理想线性输出响应与不需要的 3 阶交调失真响应曲线的交点是一个常用的评估参数,它表明了混频器抑制交调失真的能力。混频器的其他指标包括其内部产生的谐波交调失真;射频与中频端口之间的隔离度,该指标与功率合成器有直接关系(混合耦合器;参见附录 G);以及动态范围,它限定了确保混频器性能不出现劣化的信号幅度。

射频混频器电路与射频放大器具有相似设计步骤。射频信号和中频信号首先要被送入适

当偏置的晶体管或二极管的输入端口。第 8 章中已介绍了输入和输出端的匹配技术,这些技术都可以直接应用在混频器中。然而,必须注意的是,输入端口的射频、本振信号与输出端口的中频信号存在很大频率差别。由于两个端口都必须与常规的 $50\ \Omega$ 传输线匹配,所以晶体管的端口阻抗(或 S 参量指标)在这两个不同的频率点都必须符合要求。另外,为了减小对器件输出端的干扰,必须在输入端口对中频信号形成短路,并在输出端口对射频信号形成短路(见图 10.35)。在匹配网络中实现这些要求有时是非常困难的。

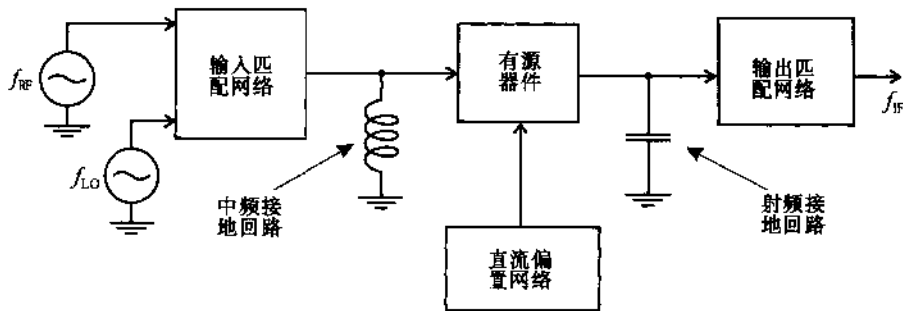
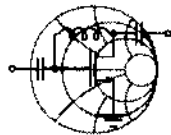


图 10.35 单端混频器设计的常规步骤

这些短路条件通常会因晶体管的内部反馈机制影响其工作特性。在理想情况下, $\Gamma_{in}(\omega_{RF})$ 应当在输出端口短路的条件求得,同样 $\Gamma_{out}(\omega_{RF})$ 也应对应于输入端口的短路条件。通常情况下,输出端口上需要增加一个负载电阻以便调整变频增益。我们将在下面的例题中介绍混频器设计的主要步骤。



例题 10.9 单端 BJT 混频器的设计

根据图 10.36 所示的直流偏置电路拓扑以及偏置条件,计算 R_1 和 R_2 的电阻值。以此网络为基础设计一个 $f_{RF} = 1900\ \text{MHz}$, $f_{IF} = 200\ \text{MHz}$ 且元件数目最少的低本振注入混频器。已知 BJT 在输入端短路和中频频率下测得的输出阻抗为 $Z_{out} = (677.7 - j2324)\ \Omega$, 在输出端短路和射频频率下测得的输入阻抗为 $Z_{in} = (77.9 - j130.6)\ \Omega$ 。

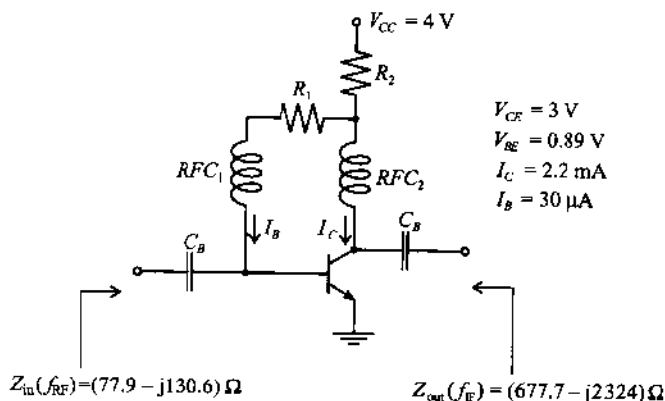


图 10.36 BJT 混频器电路的直流偏置网络

解: 由于 R_2 上的电压降等于 V_{CC} 与 V_{CE} 之差, 电流为基极电流与集电极电流之和, 所以 R_2 为:

$$R_2 = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C + I_B} = 448 \Omega$$

同理, 偏置电阻 R_1 可由 $V_{CC} - V_{CE}$ 与基极电流的比值确定:

$$R_1 = \frac{V_{CE} - V_{BE}}{I_B} = 70.3 \text{ k}\Omega$$

在开始设计输入匹配网络之前, 我们必须先确定如何输入本振信号。最简单的方法如图 10.37 所示, 即通过一个去耦电容直接将本振信号源与晶体管的基极相连。

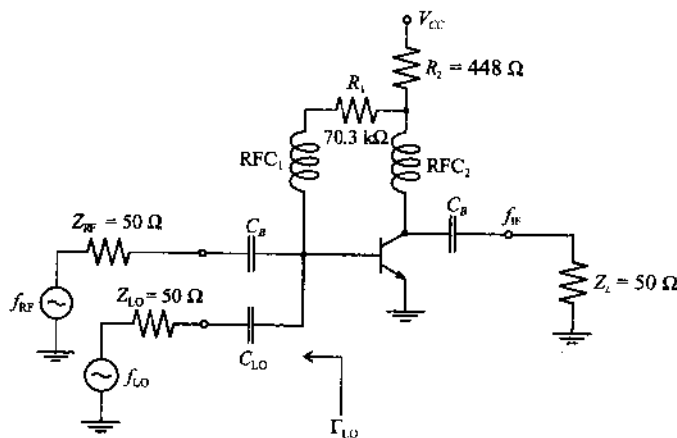


图 10.37 射频源及本振源与晶体管的连接方式

去耦电容 C_{LO} 的电容量必须足够小, 以便防止射频信号被耦合到本振源上。此处我们选 $C_{LO} = 0.2 \text{ pF}$ 。在这种情况下, C_{LO} 与 Z_{LO} 的串联阻抗所产生的射频反射损耗 RL_{RF} 仅为 0.24 dB :

$$RL_{RF} = -20\log|\Gamma_{LO}|_{f_{RF}}| = -20\log(0.9727) = 0.24 \text{ dB}$$

遗憾的是, 由于本振信号频率与 f_{RF} 非常接近, 所以上述电容量不但衰减了射频信号同样也将衰减本振信号。我们可以计算出在 $f_{LO} = f_{RF} - f_{IF}$ 频率下, 此去耦电容对本振信号的插入损耗 IL_{RF} :

$$IL_{RF} = -10\log(1 - |\Gamma_{LO}|^2)_{f_{LO}} = 13.6 \text{ dB}$$

由此可知, 如果本振信号源的输出功率为 -20 dBm , 则只有 -33.6 dBm 的本振功率可到达晶体管。由于我们可以调整本地振荡器的输出功率, 所以这种看起来很高的功率损耗是可以容忍的。

C_{LO} 和 Z_{LO} 的存在使我们还可调整混频器的输入阻抗。新的总输入阻抗 Z'_{in} 等于 C_{LO} 和 Z_{LO} 的串联阻抗与连接在本振源上的晶体管输入阻抗相并联:

$$Z'_{in} = \left(Z_{LO} + \frac{1}{j\omega_{RF} C_{LO}} \right) \parallel Z_{in} = (47.2 - j103.5) \Omega$$

输出阻抗不会发生变化,因为 Z_{out} 是在输入端短路的条件下测量的。

求出了 Z'_{in} 后,我们就可以利用第 8 章介绍的任何一种方法设计输入匹配网络。如图 10.38 所示,由并联电感以及随后的串联电容构成的电路就是可行的拓扑结构之一。其中我们添加了一个隔直电容 C_{B1} 用于防止直流接地短路。

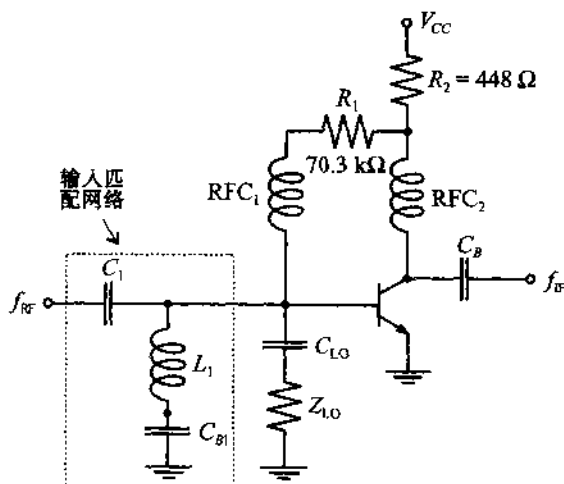


图 10.38 单端 BJT 混频器的输入匹配网络

图 10.38 的电路有很多种改进方案。我们首先注意到,除了通过 RFC 为晶体管的基极提供偏置外,也可以将 R_1 直接连在 L_1 和 C_{B1} 之间。此时我们仍然通过 L_1 为晶体管的基极提供偏置,而射频信号则通过 C_{B1} 接地短路,从而保持了射频信号与直流电源的隔离。这种匹配网络的另一个任务是提供中频信号的短路条件。尽管电感 L_1 在中频信号下的阻抗已经非常小,我们仍可以选择适当的 C_{B1} 值使 L_1 与 C_{B1} 在中频信号下发生串联谐振从而进一步降低该串联阻抗。例如,若选择 $C_{B1} = 120 \text{ pF}$,则射频信号仍然保持良好短路,而且 f_{RF} 信号的接地通道得到了改善。改进后的输入匹配网络如图 10.39 所示。输出匹配网络也可以采用类似的方法设计。最基本的匹配网络仍然包括并联电感 L_2 和随后的串联电容 C_2 。它们的值为 $L_2 = 416 \text{ nH}$, $C_2 = 1.21 \text{ pF}$ 。这种电路结构使我们省去晶体管集电极端口的 RFC。然而,这种拓扑结构存在的问题是它不能为射频信号提供接地短路,因而可能会对输出端造成干扰。为了弥补这个缺陷,我们用一个等效 L_c 电路代替 L_2 ,其中增加的电容 $C_3 = 120 \text{ pF}$ 用于为射频信号提供良好的接地条件, L_2 则调整为 $L_2 = 5.2 \text{ nH}$ 。单端 BJT 混频器的最终设计电路如图 10.40 所示。

上述例题表明匹配网络可以实现多种目的,表面看起来这常常难于理解。同时实现匹配功能和隔离功能对于匹配网络电路的设计者来说是一个重大考验。

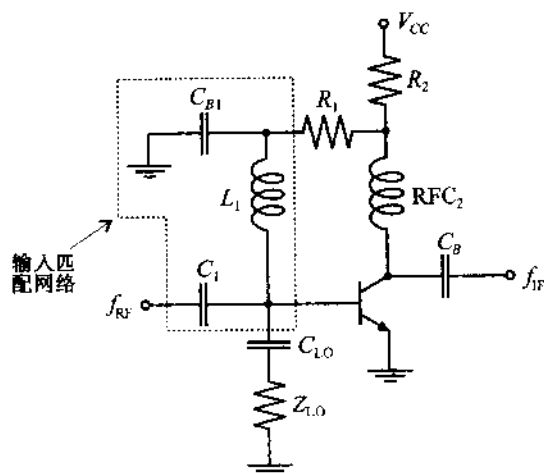
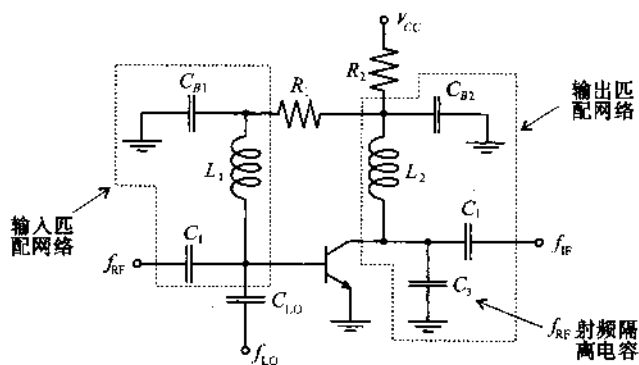


图 10.39 改进后的输入匹配网络

图 10.40 $f_{RF} = 1900 \text{ MHz}$, $f_{IF} = 200 \text{ MHz}$ 的低本振注入、单端BJT混频器的最终设计电路

10.3.4 单平衡混频器

根据上一小节的学习,我们知道单端混频器是最容易实现的电路结构。这种混频器的主要缺点是,如果在宽带应用中保持本振信号、射频信号以及中频信号的相互隔离,则本振能量不易注入。由混合耦合器及平衡配置的两个二极管或两个晶体管构成的混频器则有能力实现上述宽带应用功能。另外,这种混频器具有的其他优点,如噪声抑制和寄生模式隔离。采用单平衡混频器作为接收机前端只能抑制振荡器和放大器中寄生振荡及非线性效应产生的噪声,所以,热噪声则成为此类接收机的本地噪声上升的关键因素。图 10.41 画出了这种混频器的基本结构,其中包括一个四分支耦合器,一个双二极管检测器以及一个作为合成器的电容。

除了具有优良的电压驻波系数之外(见附录 G),由于反向配置并具有 90° 相移的二极管电路使噪声在很大程度上相互抵消,所以这种混频器具有很强的噪声抑制能力。有关证明将留作练习,见习题 10.22。

另一种更复杂的电路结构如图 10.42 所示,其中包括两个 MESFET,一个 90° 混合耦合器以

及一个 180° 混合耦合器。需要 180° 相移的原因是第二个 MESFET 不能像图 10.41 中的二极管那样反平行配置。特别需要指出的是, 这种电路能使本振与射频之间以及本振与中频之间相互隔离, 但在射频信号与中频信号之间却没有隔离。因此, 通常要在图 10.42 中每个晶体管的输出匹配网络内部增加一个低通滤波器。

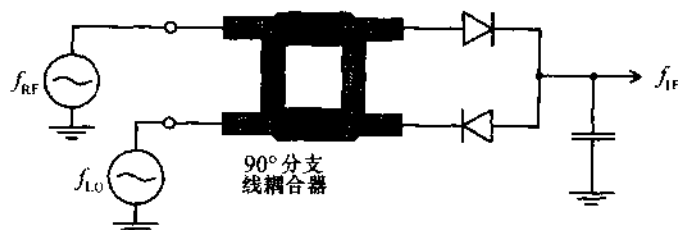


图 10.41 由混合耦合器构成的平衡混频器

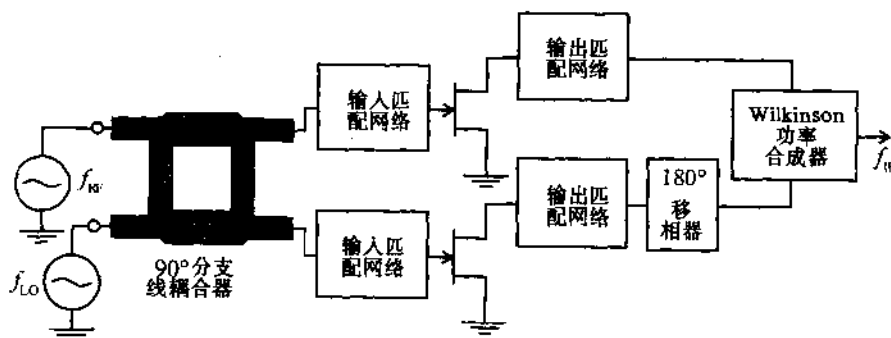


图 10.42 由耦合器及功率合成器组成的单平衡 MESFET 混频器

10.3.5 双平衡混频器

将 4 个二极管按整流器电路结构配置就可以构成双平衡混频器。新增加的二极管可以改善隔离度并增强对寄生模式的抑制。与单平衡混频器不同的是, 双平衡混频器可以消去本振信号和射频信号中的所有偶次谐波, 然而, 其缺点是需要相当大的本振功率并具有较强的变频损耗。图 10.34 画出了双平衡混频器的典型电路。其中所有 3 个信号通道都是相互隔离的, 而且输入、输出变压器可实现射频信号与本振信号的均衡混频。

对于双平衡混频器的设计细节, 读者可参阅本章末尾列出的 Vendelin 和 Mass 的著作。

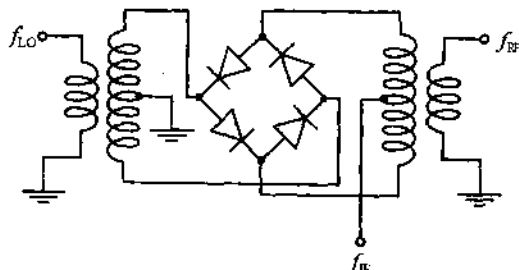


图 10.43 双平衡混频器电路

10.4 小结

振荡器和混频器具有非线性的传输特性,因此比标准线性放大器更难设计。工程师们常常会遇到这样的情况,即电路的性能符合要求,但设计者却并不了解其真正的原因。当前广泛应用的 CAD 软件可使我们从烦琐的试探法中解脱出来,这类软件既可用于振荡器设计也可用于混频器设计。

振荡器设计的关键问题之一是由反馈环路方程引出的负阻条件,此条件可以定义为 Barkhausen 判据:

$$H_F(\omega)H_A(\omega)=1$$

例如,采用(型反馈网络可设计出许多种振荡器,其中包括我们讨论过的 Hartley, Colpitts 以及 Clapp 振荡器电路。当工作频率接近 250 MHz 以后,振荡器中某一个无源反馈元件可以采用石英晶体来替代,石英晶体的机械振动特性可以大幅度改善振荡器的频率稳定性和温度稳定性。

若工作频率进一步升高, S 参量则又成为人们乐于采用的设计工具。对于两端口振荡器,稳定性条件,输入、输出振荡条件被认为是至关重要的:

$$k < 1, \quad \Gamma_{in}\Gamma_S = 1, \Gamma_{out}\Gamma_L = 1$$

常规的设计步骤是从考察稳定性圆 k 开始,然后根据特定的输出负载条件及已知的输入反射系数,可以确定输出反射系数。反过来,也可以在输入端口重复此设计过程。为了提高振荡器在高频下的品质因数 Q ,可以在电路中加入介质谐振器。介质谐振器的特征是具有归一化特性阻抗的并联谐振电路:

$$z_{DR} \approx \frac{R/Z_0}{1 + j2Q_s(\Delta f/f_0)} = 2\beta$$

除了介质谐振器以外,利用 YIG 元件可建立由磁感应控制的谐振条件。耿氏二极管可以用于设计工作频率极高的振荡器。为了增加频率调谐的灵活性,常常采用变容二极管来改善谐振电路的调谐范围。

除了振荡器之外,混频器是第二类直接利用二极管、双极及单极晶体管等有源固体器件非线性传输特性的实用电路。混频器的频率变换能力使其在外差式接收机和发射机电路中得到了应用。射频信号与本振信号混频后产生的输出电流主要成分为:

$$I(V) = \cdots + BV_{RF}V_{LO}\{\cos[(\omega_{RF} + \omega_{LO})t] + \cos[(\omega_{RF} - \omega_{LO})t]\}$$

其中第一项表示上变频,第二项对应于下变频。式中第二项响应可用来作为接收机的中频输出信号。为了隔离出有用的信号,需要在混频器的输入端口(镜像滤波器)、输出端口(低通)进行严格的滤波。在有源器件与源及负载之间实现适当的阻抗匹配后,就可以设计出单端、单平衡及双平衡混频器。与放大器匹配网络相比,混频器匹配网络需要完成一个额外的困难任务,既必须在中频输出端口滤除射频、本振输入信号;反过来,必须在射频、本振输入信号中滤除中频输出信号。虽然平衡混频器可以通过部分抵消有害的谐波响应来改善信号质量,但它需要增加复杂的耦合器以便实现必要的相移。

参考文献

- Y. Anand and W. J. Moroney, "Microwave Moxer and Detector Diodes," *Proceedings of IEEE*, Vol. 59, pp. 1182 – 1190, 1970.
- R. J. Gilmore and F. J. Rosenbaum, "An Analytical Approach to Optimum Oscillator Design Using S – Parameters," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 31, pp. 633 – 639, 1983.
- G. Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers, Analysis and Design*, Prentice – Hall, Upper Saddle River, NJ, 1997.
- J. B. Gunn, "Effect of Domain and Circuit Properties on Oscillations on GaAs.," *IBM Journal of Res. Development*, Vol. 10, pp. 310 – 320, 1996.
- J. M. Manley and H. E. Rowe, "Some General Properties of Nonlinear Elements," *Proceedings of IRE*, Vol. 44, pp. 904 – 913, 1956.
- S. A. Mass, *Microwave Mixers*, Artech House, Dedham, MA, 1986.
- M. A. Smith, K. J. Anderson, and A. M. Pavio, "Decade – Band Mixer Covers 3.5 to 35 GHz," *Microwave Journal*, pp. 163 – 171, Feb. 1986.
- G. Vendelin, A. Pavio, and U. L. Rhode, *Microwave Circuit Design Using Linear and Nonlinear Techniques*, John Wiley, New York, 1990.
- G. Vendelin, *Design of Amplifiers and Oscillators by the S – Parameter Method*, John Wiley, New York, 1982.
- P. C. Wade, "Novel FET Power Oscillators," *Electronics Letters*, September 1978.

习题

- 10.1 已知 $v(i) = 0$, 初始条件为零, 请导出图 10.3 所示串联谐振电路的传递函数。证明 $\omega_0 = (LC)^{-1/2}(1 - R^2 C/(4L))^{1/2}$ 以及 $\alpha = -R/(2L)$ 。设 $R = 5 \Omega$, $L = 50 \text{ nH}$, $C = 270 \text{ pF}$, 画出谐振电路的频率响应。
- 10.2 我们在 10.1.3 小节中采用 h 参量设计了 BJT 共发射极电路的 Colpitts 振荡器。请按照相同的步骤设计 Hartley 振荡器。用 L_1 , L_2 , C , 以及 h 参量表示谐振频率, 并给出 L_2 与 L_1 的比值。
- 10.3 设计一个工作频率为 250 MHz 的 Colpitts 振荡器。已知, 在 25 °C 室温条件下, 偏置条件为 $V_{CE} = 2.7 \text{ V}$, $I_C = 2 \text{ mA}$ 时, 电路参数为: $C_{BC} = 0.2 \text{ fF}$, $r_{BE} = 3 \text{ k}\Omega$, $r_{CE} = 12 \text{ k}\Omega$, $C_{BE} = 80 \text{ fF}$ 。如果电感值固定为 47 nH, 求反馈环路中的电容值并考察采用直流 h 参量是否合适。
- 10.4 在 10.1.4 小节中我们曾介绍了石英晶体元件。请证明: 求解 (10.20) 式可得串联和并联电路的近似谐振条件 (10.21a) 式和 (10.21b) 式。提示: 采用泰勒级数展开, 并取前两项。

- 10.5 石英晶体谐振器的特性通常采用其串联和并联谐振频率来描述。已知等效电路参数为 $R_q = 50 \Omega$, $L_q = 50 \text{ mH}$, $C_q = 0.4 \text{ pF}$, $C_0 = 0.8 \text{ pF}$, 根据(10.21a)式和(10.21b)式求串联和并联谐振频率。在适当的频率范围内画出此晶体谐振器的电抗。
- 10.6 已知晶体振荡器工作在晶体的并联谐振模式。现将一无耗电感与晶体谐振器并联, 如果要求晶体谐振器与无耗电感并联后的总电抗仍等于晶体谐振器原来的电抗, 则振荡频率应当上升还是下降? 说明你的结论。
- 10.7 在设计振荡器时我们通常需要晶体管工作在共基极(CB)模式的 S 参量。然而, 生产厂家提供的一般都是晶体管在共发射极模式(CE)下 S 参量测量值。因此, 我们必须将它们转换为共基极模式的 S 参量。在实际中通常的做法是, 先将共发射极模式下 S 参量转换为 Y 参量, 然后将共发射极模式下 Y 参量转换到共基极模式, 最后再将共基极模式的 Y 参量转换为 S 参量。请导出 Y 参量从共发射极模式到共基极模式的变换公式。
- 10.8 在 4 GHz 频率下, 一砷化镓 MESFET 芯片在共源极电路中的 S 参量测量值为: $S_{11} = 0.83 \angle -67^\circ$, $S_{21} = 2.16 \angle 119^\circ$, $S_{12} = 0.17 \angle 61^\circ$, $S_{22} = 0.66 \angle -23^\circ$ 。利用习题 10.7 导出的变换公式, 计算此晶体管在共源极模式下的 S 参量。设 $L = 0.5 \text{ nH}$, 工作频率为 4 GHz , 请画出有正反馈电感以及无正反馈电感的稳定圆。
- 10.9 在 10.2.1 小节中我们曾讨论过如何选择 Γ_L 以便使 $|\Gamma_{in}| > 1$ 。请证明, $|\Gamma_{in}| > 1$ 意味着 $|\Gamma_{out}| > 1$ 反之亦然。
- 10.10 当采用 S 参量设计振荡器时, 已知以下条件必须满足: $k < 1$, $\Gamma_s \Gamma_{in} = \Gamma_L \Gamma_{out} = 1$ 。将输入阻抗和输出阻抗改写为 $Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$ 和 $Z_{out} = R_{out} + jX_{out}$, 源阻抗和负载阻抗改写为 $Z_s = R_s + jX_s$ 和 $Z_L = R_L + jX_L$, 然后证明 $R_{in} = -R_s$, $X_{in} = -X_s$, $R_{out} = -R_L$, $X_{out} = -X_L$ 。本习题的结果表明 S 参量设计法等价于负阻设计法。
- 10.11 一振荡器的设计频率为 3.5 GHz , BJT 的共基极电路 S 参量为 $S_{11} = 1.1 \angle 127^\circ$, $S_{12} = 0.86 \angle 128^\circ$, $S_{21} = 0.94 \angle -61^\circ$, $S_{22} = 0.9 \angle -44^\circ$ 。已知在晶体管的基极上连接电感可以增加不稳定性, 求出使此晶体管具有最大不稳定性的电感值。
- 10.12 在 10.2.2 小节中我们引入了介质谐振器及其在谐振角频率 ω_0 下的 S 参量表达式(10.38)。请证明: 在谐振频率附近(10.38)必须修正为:

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{\beta}{1 + \beta + j2(Q_u \Delta f/f_0)} \frac{1 + j2(Q_u \Delta f/f_0)}{1 + \beta + j2(Q_u \Delta f/f_0)} \\ \frac{1 + j2(Q_u \Delta f/f_0)}{1 + \beta + j2(Q_u \Delta f/f_0)} \frac{\beta}{1 + \beta + j2(Q_u \Delta f/f_0)} \end{bmatrix}$$

- 10.13 由于 $|\Gamma_{in}| > 1$ 和 $|\Gamma_{out}| > 1$ 的情况不能标在常规的圆图上。如果将圆图扩大以便将反射系数大于 1 的情况标在圆图上, 那么, 此时等电阻圆会发生什么变化?
- 10.14 采用共发射极 BJT 电路设计一个工作频率为 7.5 GHz 的振荡器。已知, 在 $V_{CE} = 5.0 \text{ V}$, $I_C = 20 \text{ mA}$ 的条件下, 晶体管的 S 参量为: $S_{11} = 0.87 \angle -40^\circ$, $S_{12} = 0.25 \angle -32^\circ$, $S_{21} = 0.6 \angle 100^\circ$, $S_{22} = 1.21 \angle 165^\circ$ 。画出包括直流偏置网络的电路图($\beta = 80$)。

- 10.15 一个BJT工作在共基极模式,偏置条件为 $V_{CE} = 3\text{ V}$, $V_{BE} = 0.9\text{ V}$ 。此时,晶体管在 2.5 GHz 频率下的 S 参量为 $S_{11} = 1.41\angle 125^\circ$, $S_{12} = 0.389\angle 130^\circ$, $S_{21} = 1.5\angle -63^\circ$, $S_{22} = 1.89\angle -45^\circ$ 。设计一个符合(10.26)式中3个条件的串联反馈振荡器。
- 10.16 在 9 GHz 频率点,采用共源极工作模式测出砷化镓 MESFET 的 S 参量为: $S_{11} = 0.30\angle -167^\circ$, $S_{12} = 0.15\angle 21.3^\circ$, $S_{21} = 1.12\angle -23.5^\circ$, $S_{22} = 0.90\angle -25.6^\circ$ 。设计一个基波频率为 9 GHz 且与 $50\ \Omega$ 负载阻抗匹配的振荡器。若微带线的基片是厚度为 40 mil 的 FR-4($\epsilon_r = 3.6$)材料,求电路元件的宽度和长度。
- 10.17 本题要求设计一个含有变容管的可调振荡器。已知变容管的参数如下:等效串联电阻为 $35\ \Omega$,当反向电压在 30 V 至 2 V 范围变化时,电容量的变化范围为 15 pF 至 35 pF 。假设晶体管的跨导为常数 $g_m = 115\text{ mS}$ 。设计一个中心频率为 300 MHz ,调频范围为 $\pm 10\%$ 的压控 Clapp 型振荡器。
- 10.18 振荡器输出功率的近似表达式为:

$$P_{\text{out}} = P_{\text{sat}} \left[1 - \exp\left(-\frac{G_0 P_{\text{in}}}{P_{\text{sat}}}\right) \right]$$

其中 P_{sat} 是饱和输出功率, $G_0 = |S_{21}|^2$ 是小信号功率增益, P_{in} 是输入功率。在最大输出功率情况下,应有:

$$d(P_{\text{out}} - P_{\text{in}}) = 0 \text{ 或 } \frac{dP_{\text{out}}}{dP_{\text{in}}} = 1$$

证明:由此条件可得振荡器的最大输出功率为:

$$P_{\text{out}}(\text{max}) = P_{\text{sat}} \left(1 - \frac{1}{G_0} - \frac{\ln G_0}{G_0} \right)$$

已知,在 7 GHz 频率下,一常规 MESFET 的 $G_0 = 7\text{ dB}$, $P_{\text{sat}} = 2\text{ W}$,求此振荡器的最大输出功率。

- 10.19 图 10.21 是最基本的下变频接收机系统。请画出上变频发射机系统的类似原理框图,并说明其功能。
- 10.20 在制作 BJT 和二极管混频器时,3 阶交调失真(IMD)是一个重要的设计指标。在理想情况下,混频器在输入信号幅度的整个变化范围内都不应产生任何交调。然而,在实际中却会有相当大的影响。仿照 10.3.1 小节的推导方法,导出混频器的总输入电压 $V = V_{\text{RF}} \cos(\omega_{\text{RF}} t) + V_{\text{LO}} \cos(\omega_{\text{LO}} t)$ 的 1 次、2 次和 3 次谐波。如果射频信号是 1.9 GHz ,中频输出为 2 MHz ,求出混频器产生的 3 次谐波以下的所有频率分量。
- 10.21 设计一个如图 10.36 所示的单端 BJT 混频器。根据电源电压 $V_{CC} = 3.2\text{ V}$,偏置状态为 $V_{CE} = 2.5\text{ V}$, $V_{BE} = 0.8\text{ V}$, $I_C = 2.5\text{ mA}$, $I_B = 40\ \mu\text{A}$ 的条件,计算电阻 R_1 和 R_2 的值。已知射频和中频为 $f_{\text{RF}} = 2.5\text{ GHz}$, $f_{\text{IF}} = 250\text{ MHz}$,而且,在中频频率下,输入端短路时测得的 BJT 输出阻抗 $Z_{\text{out}} = (650 - j2400)\ \Omega$,在射频频率下,输出端短路时测得的 BJT 输入阻抗 $Z_{\text{in}} = (80 - j136)\ \Omega$ 。
- 10.22 假设图 10.41 所示二极管平衡混频器的输入电压为:

$$v_{\text{RF}}(t) = V_{\text{RF}} \cos(\omega_{\text{RF}} t) \text{ 和 } v_{\text{LO}}(t) = [V_{\text{LO}} + v_a(t)] \cos(\omega_{\text{LO}} t)$$

其中幅度常数满足 $V_{\text{RF}} \ll V_{\text{LO}}$ 而且噪声电压 v_n 远小于 V_{LO} 。

(a) 假设二极管的传输特性为:

$$i_n = C(-1)^{n+1}, (n=1,2)$$

其中 C 为常数, v_1 和 v_2 是相应二极管上的电压。求通过上面二极管和下面二极管的电流 $i_1(t)$ 和 $i_2(t)$ 。

(b) 说明噪声相互抵消现象是如何产生的, 并证明, 经过适当的低通滤波后(在每个二极管之后), 中频电流可以表示为:

$$\begin{aligned} i_{\text{IF}} &= -2CV_{\text{RF}}(V_{\text{LO}} + v_n)\sin[(w_{\text{RF}} - w_{\text{LO}})t] \\ &\cong -2CV_{\text{RF}}V_{\text{LO}}\sin(w_{\text{F}}t) \end{aligned}$$

附录 A 常用物理量和单位

表 A.1 物理常数

物 理 量	符 号	单 位	数 值
真空中的介电常数	ϵ_0	法拉/米 (F/m)	$8.854\,18 \times 10^{-12}$
真空中的磁导率	μ_0	亨利/米 (H/m)	$4\pi \times 10^{-7}$
真空中的光速	c	米/秒 (m/s)	$2.997\,92 \times 10^8$
波尔兹曼常数	k	焦耳/K (J/K)	$1.380\,66 \times 10^{-23}$
电子的电荷	e	库仑 (Coulomb)	$1.602\,18 \times 10^{-19}$
电子静止质量	m_0	千克 (kg)	$0.910\,95 \times 10^{-30}$
电子伏特	eV	焦耳 (J)	$1.602\,18 \times 10^{-19}$

表 A.2 相关量、单位和符号

量	符 号	单 位	数 值
飞 (femto)	f	—	10^{-15}
皮 (pico)	p	—	10^{-12}
纳 (nano)	n	—	10^{-9}
微 (micro)	μ	—	10^{-6}
毫 (milli)	m	—	10^{-3}
千 (kilo)	k	—	10^3
兆 (mega)	M	—	10^6
吉 (giga)	G	—	10^9
密耳 (mil)	mil	0.001 inch = 25.4 μ m	
电导率 (Conductivity)	σ	西门子/米 (S/m)	
电阻率 (Resistivity)	ρ	欧姆·米 ($\Omega \cdot m$)	

国际单位制

物 理 量	符 号	单 位	量 纲
电子电荷 (Electric Charge)	C	库仑 (Coulomb)	A·s
电流 (Current)	A	安培 (Ampere)	C/s
电压 (Voltage)	V	伏特 (Volts)	J/C
频率 (Frequency)	Hz	赫兹 (Hertz)	1/s
电场 (Electric field)	E	伏/米 (V/m)	
磁场 (Magnetic field)	H	安培/米 (A/m)	
磁通量 (Magnetic flux)	Wb	韦伯 (Weber)	V·s
能量 (Energy)	J	焦耳 (Joule)	N·m

(续表)

物理量	符号	单位	量纲
功率 (Power)	W	瓦 (Watt)	J/s
电容 (Capacitance)	F	法拉 (Farad)	C/V
电感 (Inductance)	H	亨利 (Henry)	Wb/A
电阻 (Resistance)	Ω	欧姆 (Ohm)	V/A
电导 (Conductance)	S	西门子 (Siemens)	A/V

表 A.3 不同介质材料的损耗角正切

材 料	损耗角正切			
	$f = 1 \text{ kHz}$	$f = 1 \text{ MHz}$	$f = 100 \text{ MHz}$	$f = 3 \text{ GHz}$
氧化铝	0.000 57	0.000 33	0.000 3	0.001
钛酸钡	0.000 44	0.000 2		0.002 3
陶瓷	0.014 0	0.007 5	0.007 8	
氧化硅	0.000 75	0.000 1	0.000 2	0.000 06
环氧树脂 CN-501	0.002 4	0.019 0	0.034 0	0.027 0
环氧树脂 RN-48	0.003 8	0.014 2	0.026 4	0.021 0
泡沫聚苯乙烯	< 0.000 2	< 0.000 1	< 0.000 2	0.000 1
胶木 BM120	0.022 0	0.028 0	0.038 0	0.043 8
聚乙烯	< 0.000 2	< 0.000 2	0.000 2	0.000 31
聚苯乙烯	< 0.000 05	0.000 07	< 0.000 1	0.000 33
聚四氟乙烯	< 0.000 3	< 0.000 2	< 0.000 2	0.000 15
氯化钠	< 0.000 1	< 0.000 2		< 0.000 5
蒸馏水		0.040 0	0.005 0	0.157 0

表 A.4 美国线规代码

导线号码 (AWG)	直 径 (mil)	直 径 (mm)	截 面 积 (mil) ²	截面积 (mm) ²
1	289.3	7.348 22	262 934	169.634 5
2	257.6	6.543 04	208 469	134.495 9
3	229.4	5.826 76	165 324	106.660 6
4	204.3	5.189 22	131 125	84.596 82
5	181.9	4.620 26	103 948	67.062 96
6	162.0	4.114 8	82 448.0	53.192 12
7	144.3	3.665 22	65 415.8	42.203 64
8	128.5	3.263 9	51 874.8	33.467 52
9	114.4	2.905 76	41 115.2	26.525 85
10	101.9	2.588 26	32 621.1	21.045 81

(续表)

导线号码 (AWG)	直 径 (mil)	直 径 (mm)	截 面 积 (mil) ²	截面积 (mm) ²
11	90.7	2.303 78	25 844.2	16.673 70
12	80.8	2.052 32	20 510.3	13.232 44
13	72.0	1.828 8	16 286.0	10.507 09
14	64.1	1.628 14	12 908.2	8.327 859
15	57.1	1.450 34	10 242.9	6.608 296
16	50.8	1.290 32	8 107.32	5.230 518
17	45.3	1.150 62	6 446.83	4.159 237
18	40.3	1.023 62	5 102.22	3.291 754
19	35.9	0.911 86	4 048.92	2.612 199
20	32.0	0.812 8	3 216.99	2.075 474
21	28.5	0.723 9	2 551.76	1.646 293
22	25.3	0.642 62	2 010.90	1.297 354
23	22.6	0.574 04	1 604.60	1.035 224
24	20.1	0.510 54	1 269.23	0.818 860
25	17.9	0.454 66	1 006.60	0.649 417
26	15.9	0.403 86	794.226	0.512 403
27	14.2	0.360 68	633.470	0.408 690
28	12.6	0.320 04	498.759	0.321 780
29	11.3	0.287 02	401.150	0.258 806
30	10.0	0.254	314.159	0.202 683
31	8.9	0.226 06	248.846	0.160 545
32	8.0	0.203 2	201.062	0.129 717
33	7.1	0.180 34	158.368	0.102 172
34	6.3	0.160 02	124.690	0.080 445
35	5.6	0.142 24	98.520 3	0.063 561
36	5.0	0.127	78.539 8	0.050 671
37	4.5	0.114 3	63.617 3	0.041 043
38	4.0	0.101 6	50.265 4	0.032 429
39	3.5	0.088 9	38.484 5	0.024 829
40	3.1	0.078 74	30.190 7	0.019 478

(续表)

导线号码 (AWG)	直 径 (mil)	直 径 (mm)	截 面 积 (mil) ²	截面积 (mm) ²
41	2.8	0.071 12	24.630 1	0.015 890
42	2.5	0.063 5	19.635 0	0.012 668
43	2.2	0.055 88	15.205 3	0.009 810
44	2.0	0.050 8	12.566 4	0.008 107
45	1.76	0.044 704	9.731 40	0.006 278
46	1.57	0.039 878	7.743 71	0.004 996
47	1.40	0.035 56	6.157 52	0.003 973
48	1.24	0.031 496	4.830 51	0.003 116
49	1.11	0.028 194	3.870 76	0.002 497
50	0.99	0.025 146	3.079 07	0.001 986

附录 B 圆柱导体的趋肤公式

趋肤效应分析的出发点是用微分形式的安培定律和法拉第定律表示的麦克斯韦方程：

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{B.1a})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) \quad (\text{B.1b})$$

其中,在(B.1a)式中在导体内部的位移电流密度 $\epsilon(\partial \mathbf{E}/\partial t)$ 是被忽略了。这是因为,即使是在高频下,相对于传导电流而言,介电常数连同电场的时变率是非常小的。这些方程我们能用圆柱坐标系进行计算。其中只有 E_z , E_r 和 H_ϕ 是非零分量。在圆柱坐标中进行旋度运算为:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\phi) = \sigma E_z \quad (\text{B.2a})$$

$$-\frac{\partial H_\phi}{\partial z} = \sigma E_r = 0 \quad (\text{B.2b})$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z} = \mu \frac{\partial H_\phi}{\partial t} \quad (\text{B.2c})$$

第2个方程为零是因为 H_ϕ (与 z 坐标无关。因此 E_r 也为零。将最后一个方程对 r 求微分,然后将其代入到第1个方程中,得到二阶微分方程:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial E_z}{\partial r} \right) - \mu \sigma \left(\frac{\partial E_z}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{B.3})$$

对于时谐场,对时间的导数可用 $j\omega$ 代替,与 $\mu\sigma$ 组合形成新的参量 $p^2 = -j\omega\mu\sigma$ 。最后的形式是:

$$\frac{d^2 E_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{dE_z}{dr} \right) + p^2 E_z = 0 \quad (\text{B.4})$$

这是解为 $E_z = A J_0(pr)$ 的标准贝塞尔方程。其中 A 是常数, J_0 是零阶贝塞尔函数。将该解代入到时谐形式的(B.2c)式得出:

$$j\omega\mu H_\phi = A p J_0'(pr) \quad (\text{B.5})$$

符号“'”代表对宗量求微分。电流是与 H_ϕ 沿导体外周界 $r = a$ 的线积分有关, $H_\phi 2\pi a = I$ 。所以我们可以表示为:

$$H_\phi = A \left(\frac{p}{j\omega\mu} \right) J_0'(pa) = \frac{I}{2\pi a} \quad (\text{B.6})$$

用该式定出常数 A 。将 A 代入到贝塞尔方程的解得到:

$$E_z = \frac{j\omega\mu}{2\pi pa} I \left(\frac{J_0(pr)}{J_0'(pa)} \right) \quad (\text{B.7})$$

贝塞尔函数的一个有趣的特性是 $J_0'(pa) = -J_1(pa)$, 将其代入到 (B.7) 式, 并经过简单的代数运算后得出最终结果为:

$$E_z = \frac{p}{2\pi\sigma a} I \frac{J_0(pr)}{J_1(pa)} \quad (\text{B.8})$$

该方程已在第 1 章使用。(B.8) 式在零频或直流条件下的正确性是容易证明的。在低频时因为:

$$J_0(pr) = 1 - \left(\frac{pr}{2}\right)^2 + \frac{(pr)^4}{(2.4)^2} - \frac{(pr)^6}{(2.4.6)^2} + \cdots \approx 1 \quad (\text{B.9a})$$

$$J_1(pa) = \frac{pa}{2} \left[1 - \frac{(pa)^2}{2.4} + \cdots \right] \approx \frac{pa}{2} \quad (\text{B.9b})$$

将 (B.9) 式代入到 (B.8) 式可得出均匀电流密度 J_z 情况下的欧姆定律:

$$E_z = \frac{I_p}{2\pi a \sigma} \left(\frac{2}{pa} \right) = \frac{I}{\sigma \pi a^2} \equiv \frac{J_z}{\sigma} \quad (\text{B.10})$$

附录 C 复数

本附录简单总结了有关复数的几个有用的概念和定义,以及它们的计算。因为本书中要重复地使用复数,着重点是在复数的基本定义、幅值的计算及圆方程的含义。

C.1 基本定义

复数 z , 例如归一化阻抗能用直角和极坐标形式表示为:

$$z = x + jy = |z|e^{j\Theta} \quad (\text{C.1})$$

其中幅值是:

$$|z| = \sqrt{z \cdot z^*} = \sqrt{(x + jy) \cdot (x - jy)} = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{C.2})$$

相位是:

$$\Theta = \arctan(y/x) \quad (\text{C.3})$$

星(*)号表示复共轭(即, $z^* = x - jy$)。

C.2 幅值计算

我们将前面的定义用于有关两个复数和的幅值的典型计算, 诸如:

$$|z + w^*|^2$$

其中 w 是形式为 $w = u + jv$ 的另一个复数。将 w 代入上式可得:

$$|z + w^*|^2 = (z + w^*) \cdot (z^* + w) = |z|^2 + |w|^2 + 2\text{Re}\{z \cdot w\} \quad (\text{C.4})$$

此处, 我们用到了 $z \cdot w = ux - vy + j(uy + vx)$ 和 $z^* \cdot w^* = ux - vy - j(uy + vx)$ 组合成 $2\text{Re}\{z \cdot w\}$, 此处 $\text{Re}\{\dots\}$ 代表实部。

C.3 圆方程

在 RF 电路中包含复数的最常用的方程之一大概是圆方程:

$$|z - w| = r \text{ 或 } |z - w|^2 = r^2 \quad (\text{C.5})$$

该形式是 Smith 圆图的基础。通过幅值计算我们能证明该式的确是一个圆方程:

$$\begin{aligned} |z - w|^2 &= (z - w) \cdot (z - w)^* \\ &= (x - u)^2 + (y - v)^2 = r^2 \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

可看出 u 和 v 是在复数 z 平面上圆心的坐标, 而 r 是半径。正如图 C.1 所示。

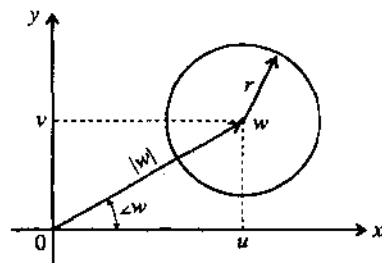


图 C.1 在复数 z 平面上圆的表示法

附录 D 矩阵变换

Z, Y, h 和 $ABCD$ 参量之间的变换

	$[Z]$	$[Y]$	$[h]$	$[ABCD]$
$[Z]$	$Z_{11} \ Z_{12} \ Z_{21} \ Z_{22}$	$\frac{Z_{22}}{\Delta Z} - \frac{Z_{12}}{\Delta Z} - \frac{Z_{21}}{\Delta Z} \frac{Z_{11}}{\Delta Z}$	$\frac{\Delta Z}{Z_{22}} \frac{Z_{12}}{Z_{22}} - \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{22}} \frac{\Delta Z}{Z_{21}} \frac{1}{Z_{21}} \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$
$[Y]$	$\frac{Y_{22}}{\Delta Y} - \frac{Y_{12}}{\Delta Y} - \frac{Y_{21}}{\Delta Y} \frac{Y_{11}}{\Delta Y}$	$Y_{11} \ Y_{12} \ Y_{21} \ Y_{22}$	$\frac{1}{Y_{11}} - \frac{Y_{12}}{Y_{11}} \frac{Y_{21}}{Y_{11}} \frac{\Delta Y}{Y_{11}}$	$-\frac{Y_{22}}{Y_{21}} - \frac{1}{Y_{21}} - \frac{\Delta Y}{Y_{21}} - \frac{Y_{11}}{Y_{21}}$
$[h]$	$\frac{\Delta h}{h_{22}} \frac{h_{12}}{h_{22}} - \frac{h_{21}}{h_{22}} \frac{1}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{11}} - \frac{h_{12}}{h_{11}} \frac{h_{21}}{h_{11}} \frac{\Delta h}{h_{11}}$	$h_{11} \ h_{12} \ h_{21} \ h_{22}$	$-\frac{\Delta h}{h_{21}} - \frac{h_{11}}{h_{21}} - \frac{h_{22}}{h_{21}} - \frac{1}{h_{21}}$
$[ABCD]$	$\frac{A}{C} \frac{\Delta ABCD}{C} \frac{1}{C} \frac{D}{C}$	$\frac{D}{B} - \frac{\Delta ABCD}{B} - \frac{1}{B} \frac{A}{B}$	$\frac{B}{D} \frac{\Delta ABCD}{D} - \frac{1}{D} \frac{C}{D}$	$A \ B \ C \ D$

$$\Delta Z = Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}, \Delta Y = Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}, \Delta h = h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21}, \Delta ABCD = AD - BC$$

从 S 参量到 Z, Y, h 和 $ABCD$ 参量之间的变换

$[Z]$	$Z_{11} = Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12} S_{21}}{\Psi_1} \quad Z_{12} = Z_0 \frac{2S_{12}}{\Psi_1} \quad Z_{21} = Z_0 \frac{2S_{21}}{\Psi_1}$ $Z_{22} = Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12} S_{21}}{\Psi_1}$ $\Psi_1 = (1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12} S_{21}$		
$[Y]$	$Y_{11} = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12} S_{21}}{Z_0 \Psi_2} \quad Y_{12} = \frac{-2S_{12}}{Z_0 \Psi_2} \quad Y_{21} = \frac{-2S_{21}}{Z_0 \Psi_2}$ $Y_{22} = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12} S_{21}}{Z_0 \Psi_2}$ $\Psi_2 = (1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12} S_{21}$		
$[h]$	$h_{11} = Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12} S_{21}}{\Psi_3} \quad h_{12} = \frac{2S_{12}}{\Psi_3} \quad h_{21} = \frac{-2S_{21}}{\Psi_3}$ $h_{22} = \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12} S_{21}}{Z_0 \Psi_3}$ $\Psi_3 = (1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12} S_{21}$		
$[ABCD]$	$A = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12} S_{21}}{2S_{21}} \quad B = Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12} S_{21}}{2S_{21}}$ $C = \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12} S_{21}}{2S_{21} Z_0} \quad D = \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12} S_{21}}{2S_{21}}$		

从 Z, Y, h 和 $ABCD$ 参量到 S 参量之间的变换

$[Z]$	$S_{11} = \frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{\Psi_4} \quad S_{12} = \frac{2Z_{12}Z_0}{\Psi_4} \quad S_{21} = \frac{2Z_{21}Z_0}{\Psi_4}$ $S_{22} = \frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{\Psi_4}$ $\Psi_4 = (Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}$
$[Y]$	$S_{11} = \frac{(1 - Z_0 Y_{11})(1 + Z_0 Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}Z_0^2}{\Psi_5} \quad S_{12} = \frac{-2Y_{12}Z_0}{\Psi_5} \quad S_{21} = \frac{-2Y_{21}Z_0}{\Psi_5}$ $S_{22} = \frac{(1 + Z_0 Y_{11})(1 - Z_0 Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}Z_0^2}{\Psi_5}$ $\Psi_5 = (1 + Z_0 Y_{11})(1 + Z_0 Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}Z_0^2$
$[h]$	$S_{11} = \frac{(h_{11}/Z_0 - 1)(h_{22}Z_0 + 1) - h_{12}h_{21}}{\Psi_6} \quad S_{12} = \frac{2h_{12}}{\Psi_6} \quad S_{21} = \frac{-2h_{21}}{\Psi_6}$ $S_{22} = \frac{(h_{11}/Z_0 + 1)(h_{22}Z_0 - 1) + h_{12}h_{21}}{\Psi_6}$ $\Psi_6 = (h_{11}/Z_0 + 1)(h_{22}Z_0 + 1) - h_{12}h_{21}$
$[ABCD]$	$S_{11} = \frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{\Psi_7} \quad S_{12} = \frac{2(AD - BC)}{\Psi_7} \quad S_{21} = \frac{2}{\Psi_7}$ $S_{22} = \frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{\Psi_7}$ $\Psi_7 = A + B/Z_0 + CZ_0 + D$

附录 E 半导体的物理参量

表 E.1 锗(Ge)、硅(Si)和砷化镓(GaAs)的特性(在 300 K)

特 性	锗(Ge)	硅(Si)	砷化镓(GaAs)
介电常数	16.0	11.9	13.1
禁带宽度(eV)	0.66	1.12	1.424
本征载流子浓度 (cm^{-3})	2.4×10^{13}	1.45×10^{10}	1.79×10^6
本征电阻率 ($\Omega \cdot \text{cm}$)	47	2.3×10^5	10^8
少数载流子寿命 (s)	10^{-3}	2.5×10^{-3}	10^{-8}
电子迁移率(漂移率)($\text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$)	3 900	1350	8500
电子的归一化有效质量 (m_0^*/m_0)	0.55	1.08	0.067
空穴迁移率(漂移率)($\text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$)	1 900	480	400
空穴的归一化有效质量 (m_p^*/m_0)	0.37	0.56	0.48
电子亲和力 χ (V)	4.0	4.05	4.07
比热 ($\text{J}/(\text{g} \cdot \text{K})$)	0.31	0.7	0.35
热导率 ($\text{W}/(\text{cm} \cdot \text{K})$)	0.6	1.5	0.46
热扩散率 (cm^2/s)	0.36	0.9	0.24

附录 F 长和短的二极管模型

在外加正向偏置电压(见第 6 章)的情况下,流过二极管的电流是根据每个半导体区注入的额外载流子浓度进行计算的。根据半导体层的长度不同,我们必须区别出长和短的二极管模型。下面的讨论将推导出对于这两种情况的电流。

参照图 F.1 我们分析正向偏压 V_A 条件下的 PN 结。

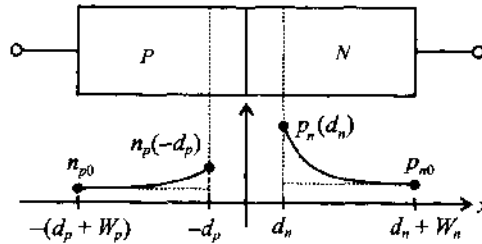


图 F.1 正向偏置电压情况下的 PN 结

在外加电场情况下,结不再处于热平衡状态且产生了超过热平衡条件时在 P 层的 n_{p0} 在 N 层的 p_{n0} 少数载流子浓度。按照热力学考虑,可预示在每个层中少数载流子密度为:

$$p_n(d_n) = p_{n0} e^{V_A/V_T} \quad \text{和} \quad n_p(-d_p) = n_{p0} e^{V_A/V_T} \quad (\text{F.1})$$

对应的额外电荷密度为:

$$\Delta p_n = p_n - p_{n0} \quad \text{和} \quad \Delta n_p = n_p - n_{p0} \quad (\text{F.2})$$

开始扩散进入半导体层,该过程由静态扩散方程决定。对于 N 层方程表示式为:

$$\frac{d^2(\Delta p_n)}{dx^2} = \frac{\Delta p_n}{D_p \tau_p} \quad (\text{F.3})$$

其中, D_p , τ_p 分别是在 N 层的空穴扩散常数和额外电荷载流子的寿命($10^{-7} \sim 10^{-6}$ 量级)。通常所说的扩散长度为:

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} \quad \text{和} \quad L_n = \sqrt{D_n \tau_n} \quad (\text{F.4})$$

与每个半导体层的长度有关,取决于我们采用的是长的或是短的二极管模型。(F.3)式的通解是 $\Delta p_n = C_1 e^{x/L_p} + C_2 e^{-x/L_p}$, 通过在半导体两端的边界条件定出两个未知常数。下面分两种情况讨论。

F.1 长二极管 ($W_n > L_p$, $\Delta p_n \rightarrow 0$ 当 $x \rightarrow \infty$)

因为额外载流子在到达该层的边界之前完全衰变到零,所以 $C_1 = 0$,只剩下 C_2 。应用边界条件(F.1)式我们能求出 C_2 ,并将其代入到通解中,结果为:

$$\Delta p_n = p_{n0} (e^{V_A/V_T} - 1) [e^{-(x-d_n)/L_p}] \quad (\text{F.5})$$

我们利用同样的方法对 P 层 ($W_p > L_n, \Delta n_p \rightarrow 0$ 当 $x \rightarrow -\infty$) 求解, 其结果是:

$$\Delta n_p = n_{p0} (e^{V_A/V_T} - 1) [e^{(x+d_p)/L_p}] \quad (\text{F.6})$$

F.2 短二极管 ($W_n < L_p, \Delta p_n \rightarrow 0$ 当 $x \rightarrow d_n + W_n$)

此种情况更复杂些, 因为衰变发生在有限的距离, 必须定出解的两个系数。现在, 另一个边界条件在层的右侧, 表示为 $p_n(d_n + W_n) = p_{n0}$ 。通过数学运算最终得到:

$$\Delta p_n = p_{n0} (e^{V_A/V_T} - 1) \left(\frac{\sinh[(d_n + W_n - x)/L_p]}{\sinh[W_n/L_p]} \right) \quad (\text{F.7})$$

该式可通过用宗量近似表示的双曲正弦函数 \sinh 进一步简化。当层的长度小于扩散长度 ($W_n < L_p$) 时是可容许的。最终结果为:

$$\Delta p_n = p_{n0} (e^{V_A/V_T} - 1) \left(\frac{d_n + W_n - x}{L_p} \right) \quad (\text{F.8})$$

对于 P 层 ($W_p < L_n, \Delta n_p \rightarrow 0$ 当 $x \rightarrow -(d_p + W_p)$):

$$\Delta n_p = n_{p0} (e^{V_A/V_T} - 1) \left(\frac{x - (d_p + W_p)}{L_p} \right) \quad (\text{F.9})$$

相似于(6.14)式, 能用(F.5)式(F.6)式或(F.8)式, (F.9)式求出通过二极管的总电流:

$$I = A [J_p(d_n) + J_n(d_p)] = A \left[(-q) D_p \left(\frac{d\Delta p_n}{dx} \right) \Big|_{d_n^+} + q D_n \left(\frac{d\Delta n_p}{dx} \right) \Big|_{-d_p} \right] \quad (\text{F.10})$$

将(F.5)式, (F.6)式或(F.8)式, (F.9)式代入到(F.10)式, 最后求出 Shockley 方程:

$$I = I_0 (e^{V_A/V_T} - 1) \quad (\text{F.11})$$

其中, 对长二极管的反向饱和电流为:

$$I_0 = A \left[\frac{q D_p p_{n0}}{L_p} + \frac{q D_n n_{p0}}{L_n} \right] \quad (\text{F.12})$$

对短二极管为:

$$I_0 = A \left[\frac{q D_p p_{n0}}{W_n} + \frac{q D_n n_{p0}}{W_p} \right] \quad (\text{F.13})$$

以短硅二极管为例, 典型参数如下:

$$\begin{aligned} A &= 2 \times 10^{-5} \text{ cm}^2, D_n = 22 \text{ cm}^2/\text{s}, D_p = 9 \text{ cm}^2/\text{s}, N_A = 1.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}, \\ n_i &= 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}, N_D = 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}, \tau_p = \tau_n = 10^{-7} \text{ s}, \\ W_n &= W_p = 25 \text{ } \mu\text{m} \end{aligned}$$

用这些数据我们能计算在热平衡条件下, 少数载流电子和空穴浓度:

$$p_{n0} = n_i^2/N_D = 7.5 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}, n_{p0} = n_i^2/N_A = 15 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

代入到(F.13)式求出反向饱和电流为 0.5 fA。

附录 G 耦 合 器

在 RF 电路和测量装置中,分支线耦合器和功率分配器起重要作用,因为它们能在固定参考相位条件下分开和组合 RF 信号。特别是在第 10 章混频器一节和第 4 章用于测量网络 S 参量的方案中,我们看到了它们的用途。本附录的目的是讨论某些常用的耦合器和功率分配器的 S 参量和品质因数。

G.1 Wilkinson 功率分配器

传输线结构和应用微带线制作的功率分配器,如图 G.1 所示。对于此种三端口网络的 S 参量用矩阵表示:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & j \\ j & 0 & 0 \\ j & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (G.1)$$

品质因数是在端口 1 和端口 2 的回波损耗:

$$RL_1 = -20\log|S_{11}| \text{ 和 } RL_2 = -20\log|S_{22}| \quad (G.2)$$

端口 1 和端口 2 之间的耦合度:

$$CP_{12} = -20\log|S_{21}| \quad (G.3)$$

端口 2 和端口 3 之间的隔离度:

$$IL_{23} = -20\log|S_{23}| \quad (G.4)$$

图 G.2 给出了 RL_1 , CP_{12} 和 IL_{23} 的典型的频率响应,对于中心频率 $f_0 = 1 \text{ GHz}$ 。

理想情况下,在中心频率处回波损耗和隔离度应该接近负无穷大,而耦合度应该尽量接近 3 dB。我们还要注意这种耦合器不是宽带器件,典型的频率带宽不超过中心频率的 20%。

用偶模和奇模分析法很容易推导出矩阵 (G.1),正像在图 G.3 描绘的。为了计算 S_{12} 系数,我们加上一个源 V_s 到端口 2,另外两个端口接负载 Z_0 。为了线路的对称性,在端口 2,源 V_s 分为两个同相工作 $V_s/2$ 源的串联组合。在端口 3,两个 $V_s/2$ 源有 180° 相移,所以它们的和等于零。还有,端口 1 的负载阻抗 Z_0 是用两个并联的 $2Z_0$ 阻抗的并联组合。

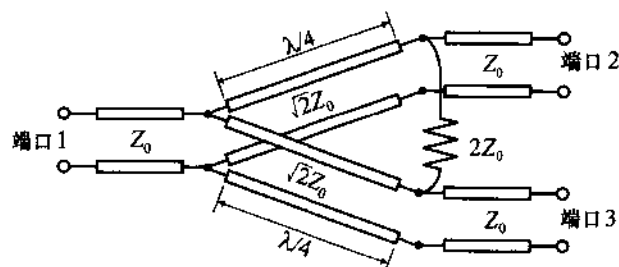
我们立即可看清选择奇模和偶模分离的原因。让我们首先考虑图 G.3(a) 的电路,该图是由偶模得出的,意思是在端口 2 和端口 3 用同相位的驱动信号。在这种情况下 $2Z_0$ 交叉点两端的阻抗有同样的电位,而没有电流流过,所以阻抗能被忽略。对于这种情况,在端口 2 看到的输入阻抗是特性阻抗为 $\sqrt{2}Z_0$ 的 $[Z_2 = (\sqrt{2}Z_0)^2/(2Z_0) = Z_0]$ 变换器亦即 Z_0 端接阻抗 $2Z_0$ 。因此,在偶模激励下,端口 2 是完全匹配且在端口 2 的电压是 $V_2^* = 0.5(V_s/2) = V_s/4$ 。在端口 1 对应的电压能根据我们沿传输线(见第 2 章)电压分布的讨论求出:

$$V_1^* = V^+ (1 + \Gamma_0^*) \quad (G.5)$$

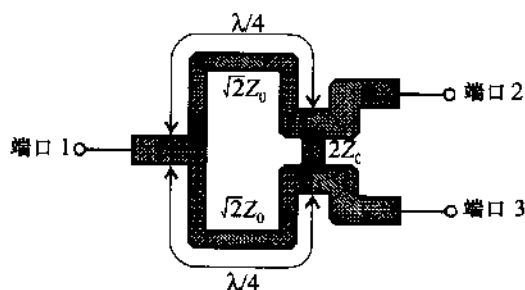
其中 $\Gamma_0^* = (2Z_0 - \sqrt{2}Z_0)/(2Z_0 + \sqrt{2}Z_0)$ 是在端口 1 处偶模的反射系数。所以,在端口 1 处

偶模的电压是:

$$V_1^e = V^* (1 + \Gamma_0^e) = jV_2^e \frac{\Gamma_0^e + 1}{\Gamma_0^e - 1} = \frac{-j\sqrt{2}}{4} V_s \quad (\text{G.6})$$



(a) 传输线模型



(b) 微带线结构

图 G.1 3 dB Wilkinson 功率分配器

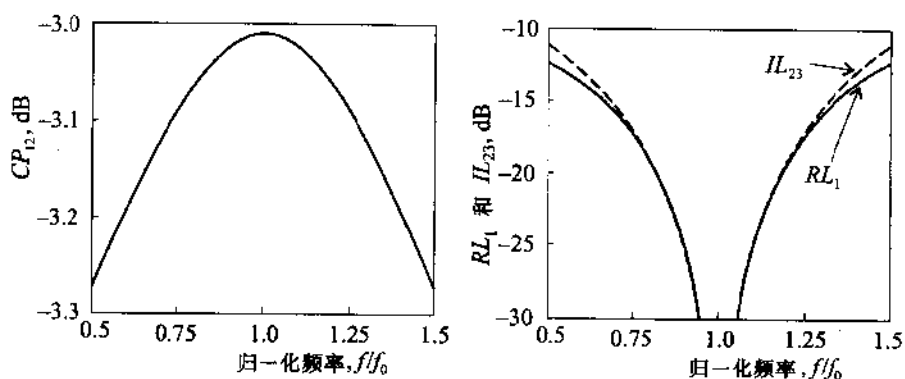


图 G.2 Wilkinson 功率分配器的频率响应

此处,系数 j 是由于 $\lambda/4$ 传输线引起的。对于奇模在端口 2 和端口 3 的激励电压有相反的极性,所以沿线的中点是零电位,意思是中点对地短路。所有,从端口 2 看输入阻抗也是 Z_0 ,而端口 1 是接地。我们求出 $V_1^o = 0$ 和 $V_2^o = V_s/4$ 。

在端口 1 和端口 2 的总电压由偶模和奇模的电压相加。然后由下式计算相应的 S_{12} 参量:

$$S_{12} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1^e + V_1^o}{V_2^e + V_2^o} = -\frac{j}{\sqrt{2}} \quad (\text{G.7})$$

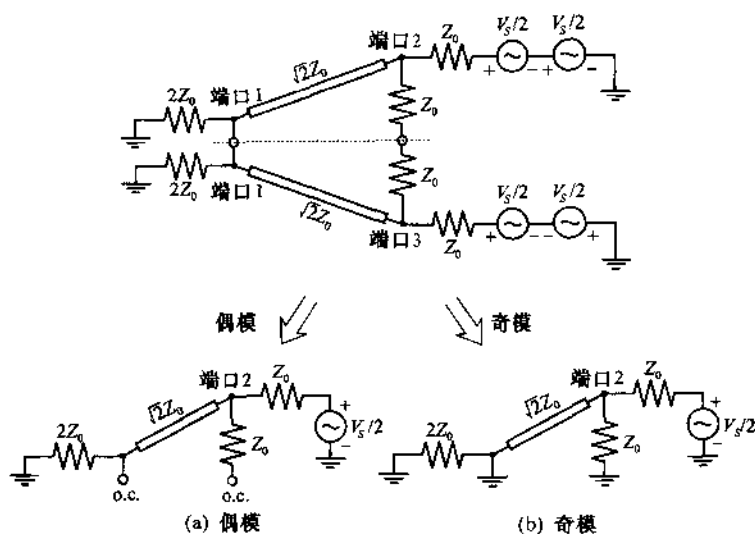


图 G.3 Wilkinson 功率分配器偶模和奇模表示法(O.C. = 开路线)

对端口 3 到端口 1 的情况用同样的分析方法可得出 $S_{13} = -j/\sqrt{2}$ 。此外,因为功率分配器是线性无源网络,我们可知 $S_{21} = S_{12}$ 和 $S_{31} = S_{13}$ 。还有,通过开路线或接地方法用偶模和奇模对端口 3 到端口 2 的隔离度进行分析,我们求出 $S_{23} = S_{32} = 0$,所以,在(G.1)式中的全部非对角线项都做了验证。

另外, $S_{22} = S_{33} = 0$ 是由于奇模和偶模的匹配。留下的只是要证明 $S_{11} = 0$ 。我们注意到当端口 1 被激励,在端口 2 和端口 3 之间通过电阻 $2Z_0$ 电流还是零,对电路没有影响,所以在端口 1 看阻抗 Z_1 是两个通过特性阻抗 $\sqrt{2}Z_0$ 的 $\lambda/4$ 变换器与 Z_0 终端负载相连的并联组合:

$$Z_1 = \frac{1}{2} \frac{(\sqrt{2}Z_0)^2}{Z_0} = Z_0 \quad (\text{G.8})$$

这就证明了端口 1 是匹配的(即 $S_{11} = 0$)

G.2 分支线耦合器

重要的是由两个 3 dB 分支线组成的耦合器,按照它们的相移可归类为 90° (90° 相位差) 或 180° 耦合器。对于 90° 耦合器, S 参量表示式为:

$$[S_{90}] = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{G.9})$$

电路示意图如图 G.4 所示。

除了回波损耗、耦合度和隔离度按(G.2) ~ (G.4)式给出的定义之外,分支耦合器的方向性是个关键性的参量,定义如下:

$$D_{34} = -20 \log |S_{34}| \quad (\text{G.10})$$

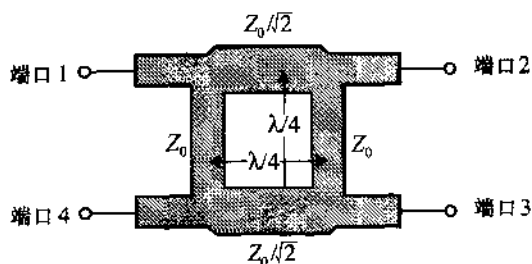


图 G.4 微带线实现的正交混合网络

此处,在理想情况下 D_{34} 在中心频率 f_0 处接近无限大。

为了验证(G.9)式,我们开始用偶模和奇模分析如图 G.5 所示电路。我们用 RF 源 V_s 在混合网络的端口 1 进行激励,其余端口端接特性阻抗 Z_0 。假如在端口 1 的源电压表示为偶模(V_{1e})和奇模(V_{1o})电压的和,那么从等效电路求出 $V_1 = V_s = V_{1e} + V_{1o}$ 且 $V_{1e} = V_s/2$ 和 $V_{1o} = V_s/2$ 。在端口 4 我们能强制电压为零,条件是通过设 $V_4 = 0 = V_{4e} + V_{4o}$,其中 $V_{4e} = V_s/2$ 和 $V_{4o} = -V_s/2$ 。

总的由端口 1 的输入电压传送到端口 2 的电压能确定为:

$$V_2 = (T_e + T_o) \frac{V_s}{2} = S_{21} V_s \quad (\text{G.11})$$

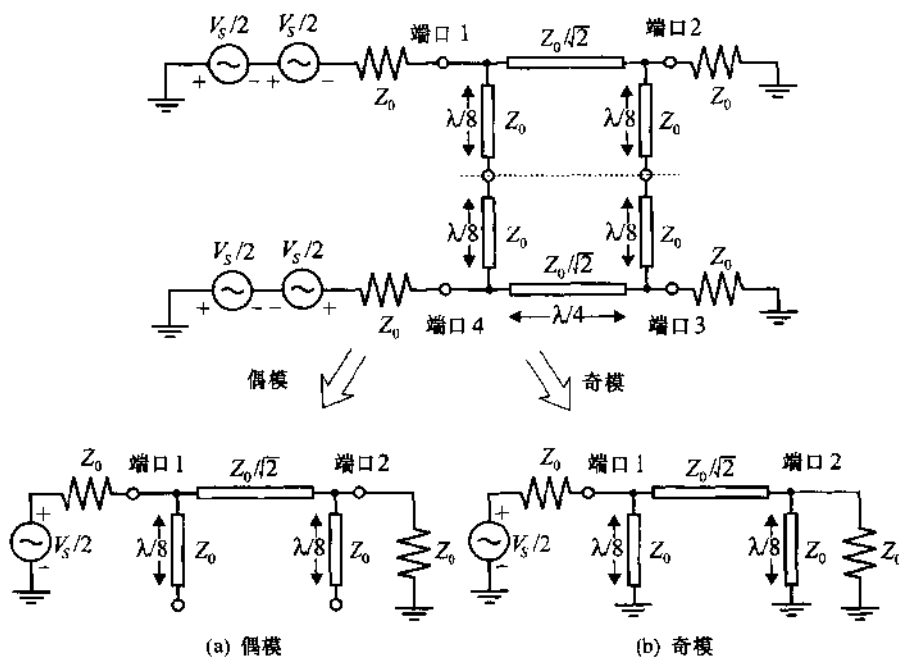


图 G.5 分支线耦合器的结构框图

相似的方法得到:

$$V_3 = (T_e - T_o) \frac{V_s}{2} = S_{31} V_s \quad (\text{G.12})$$

$$V_4 = (T_e - T_o) \frac{V_s}{2} = S_{41} V_s \quad (\text{G.13})$$

在端口 1 的反射信号是:

$$V_1 = (\Gamma_e + \Gamma_o) \frac{V_s}{2} = S_{11} V_s \quad (\text{G.14})$$

下一步我们必须集中力量找出 T_e , T_o , Γ_e 和 Γ_o 。在图 G.5(a)和 G.5(b)中表示的传输线电路能表示为三元件模型,包括长度为 $\lambda/8$ 的终端短路或开路的短截线。

偶模和奇模短截线有导纳:

$$Y_e = Y^{\infty} = \frac{1}{Z_0} \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ 和 } Y_o = Y^{\text{sc}} = \frac{-1}{Z_0} \cot\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{G.15})$$

这种三元件电路的 ABCD 网络表示式为:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} V_{11} \\ I_{11} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jY_{e,o} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & jY_A^{-1} \sin(\beta l) \\ jY_A \sin(\beta l) & \cos(\beta l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jY_{e,o} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{12} \\ -I_{12} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{12} \\ -I_{12} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{G.16})$$

其中 $Y_A = 1/Z_A$ 是 $\lambda/4$ 线元件的导纳。将这 3 个矩阵相乘,并将结果转换成 S 参量形式,经过冗长的计算之后,可得到下列非零系数: $S_{21} = S_{12} = -j(Z_A/Z_0)$, $S_{43} = S_{34} = -j(Z_A/Z_0)$ 和 $S_{31} = S_{13} = -[1 - (Z_A/Z_0)^2]^{1/2} = S_{42} = S_{24}$, 设 $Z_A = Z_0/\sqrt{2}$ 得到所希望的在(G.9)式中列出的矩阵。还要注意到全部 4 个端口都与 Z_0 相匹配。

180°耦合,能通过调整环形结构中的 4 个传输线段的长度和安排它们的阻抗来构成。如图 G.6 所示。

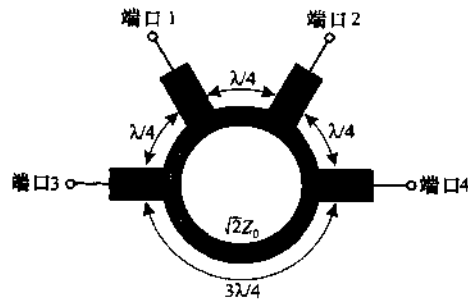


图 G-6 一个 180° 环形耦合器

对于这种环形结构的 S 参量矩阵为:

$$[S_{180}] = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{G.17})$$

G.3 Lange 耦合器

最常用的微带线形式的正交混合网络是 Lange 耦合器,图 G.7 所示的是四带结构。另外,可改变为包括六带或八带来实现。交叉指微带线具有几何尺寸小和耦合紧密的特点。

典型的耦合值的范围是 -5 和 -1dB 之间。通过选择合适的微带线长度,可实现高达 40% 的带宽。



图 G.7 3 dB Lange 耦合器

参考文献

P. Karmel, G. Colef, and R. Camisa, *Introduction to Electromagnetic and Microwave Engineering*, John Wiley, New York, 1998.

J. Lange, "Interdigitated Stripline Quadrature Hybrid," *IEEE Trans. on MTT*, Vol. 17, pp. 1150 – 1151, 1969.

附录 H 噪声分析

本附录的目的是提供与第 9 章中噪声系数分析有关的最重要的噪声定义和概念。

H.1 基本定义

就广义上说,噪声能表征为任何不希望的信号对正在处理的主要信号的干扰。噪声信号的例子是 AC 电源耦合以及少数几个有名的电磁(EM)辐射源与电路之间的串音。数学上我们用平均值为零的高斯分布随机变量来描述噪声的性质。虽然平均值为零,但是噪声电压信号 $v_n(t)$ 的均方根(RMS)值不为零。可表示为:

$$V_{n\text{RMS}} = \sqrt{V_n^2} = \left\{ \lim_{T_M \rightarrow \infty} \int_{T_1}^{T_1 + T_M} [v_n(t)]^2 dt \right\}^{1/2} \neq 0 \quad (\text{H.1})$$

其中 T_1 是时间的任意点,而 T_M 是测量间隔。

1928 年 Johnson 首先观察到,电阻在不存在任何外部电流时,由于在导体中电荷载流子的随机运动而产生噪声。在导体中的噪声功率定量表示为:

$$P_n = kT\Delta f = kTB \quad (\text{H.2})$$

其中 k 是波尔兹曼常数, T 是绝对温度用 K 表示,而 $\Delta f = B$ 是测量系统的噪声带宽。噪声带宽被定义为仪器的增益 $G(f)$ 对全部频率的积分,并用最大增益 G_{\max} 归一化:

$$B = \frac{1}{G_{\max}} \int_0^{\infty} G(f) df \quad (\text{H.3})$$

下一步我们的注意力转向噪声电压,我们考虑图 H.1 所示的简单电路。

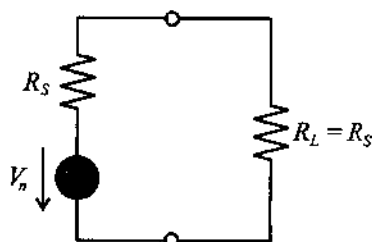


图 H.1 电路的噪声电压

按照这个电路,噪声功率是看做一个噪声电压源激励一无噪声电阻 R_S ,在匹配条件下 $R_S = R_L$,得出电阻的噪声功率是:

$$P_n = \frac{V_{n\text{RMS}}^2}{4R_S} = kTB \quad (\text{H.4})$$

从上式求出 RMS 噪声电压:

$$V_{n\text{RMS}} = \sqrt{4kTB R_s} \quad (\text{H.5})$$

为了简化符号,脚标 RMS 被略去(即 $V_{n\text{RMS}} \equiv V_n$)。通常我们用一噪声电压源与无噪声电阻 R 串联,代表有噪电阻 R (戴维南等效电路),或者用一个噪声电流源 $I_n = \sqrt{4kTB/R}$ 和无噪声电阻并联,如图 H.2 所示。

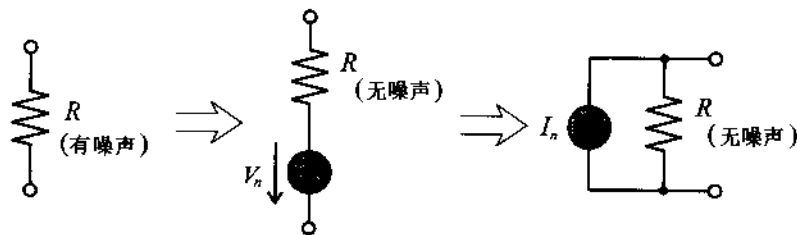


图 H.2 对于有噪电阻的等效电压和电流模型

如果从(H.5)式中消去带宽,我们能定义通常所说的频谱噪声电压和频谱噪声电流:

$$\bar{V}_n = V_n / \sqrt{B} \text{ 和 } \bar{I}_n = I_n / \sqrt{B} \quad (\text{H.6})$$

它的单位是 $\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ 和 $\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。

常常用频谱密度 $S(f)$ 表示在单位带宽 1 Hz 中的噪声容量。对于与电阻 R 相联系的热噪声源,其值为:

$$S(f) = \frac{V_n^2}{B} = 4kTR \quad (\text{H.7})$$

如果 $S(f)$ 是一个常量(即与频率无关),我们称其为白噪声。当有噪元件加到电路上时,需要特别注意。例如,如果两个有噪电阻 R_1 和 R_2 相加,相应的噪声源 V_{n1} 和 V_{n2} 不能线性相加,而噪声源 V_n 应该由两个非相关噪声源构成:

$$V_n = \sqrt{V_{n1}^2 + V_{n2}^2} \quad (\text{H.8})$$

换句话说,只有正比于电压平方的功率可以相加,因为电压的幅值和相位,以及各个非谐波频率都是随机分布的。

假如噪声源是相关的,相关系数 $C_{n1,n2}$ 引入(H.8)式,如:

$$V_n^2 = V_{n1}^2 + V_{n2}^2 + 2C_{n1,n2} V_{n1} V_{n2} \quad (\text{H.9})$$

其中 $-1 \leq C_{n1,n2} \leq 1$ 。要注意观察其相关程度,如果 V_{n1} 和 V_{n2} 是 100% 相关($C_{n1,n2} = 1$),则 $V_n^2 = V_{n1}^2 + V_{n2}^2 + 2V_{n1} V_{n2} = (V_{n1} + V_{n2})^2$, 电压又能相加,和基尔霍夫线性电路理论一致。

电阻的热噪声也能被认为是一种内部的噪声源,因为没有施加外电流时也能观察到噪声电压。然而,许多噪声机理只出现在由于外部的施加电流经过器件时,它们统称为额外噪声,其中主要是 $1/f$ 噪声(也称为闪烁噪声,半导体噪声,粉红噪声)和散粒噪声。 $1/f$ 噪声在低频时是主要的,并且能展现出来,正如和所用的名称一样,是反比于与频率有关的频谱分布。它首先是在真空中遇到的,其结果是在阳极板上出现“闪烁”。在半导体器件中散粒噪声是最重要的,它起因于不连续的电流穿过结势垒。例如在半导体二极管中,反向偏置噪声电流 I_{sn} 为:

$$I_{sa} = \sqrt{4qI_s B} \quad (\text{H.10})$$

其中 I_s 是反向饱和电流, q 是电子电荷。

H.2 有噪两端口网络

前面的分析能解释两端口网络。图 H.3 表明一个有噪网络等效于无噪声网络再加上两个噪声电流源 I_{n1} 和 I_{n2} 。

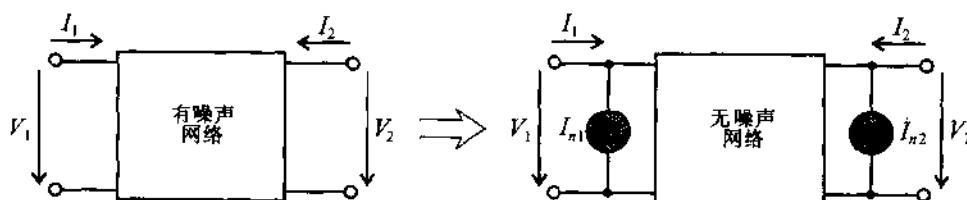


图 H.3 有噪两端口网络和它的等效表示法

Y 参量矩阵表示式为:

$$\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{Bmatrix} \quad (\text{H.11})$$

重新整理(H.11)式我们能获得更有用的表示式如下:

$$V_1 = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} V_2 + \frac{1}{Y_{21}} I_2 - \frac{1}{Y_{21}} I_{n2} \quad (\text{H.12a})$$

和

$$I_1 = \frac{Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}}{Y_{21}} V_2 + \frac{Y_{11}}{Y_{21}} I_2 + I_{n1} - \frac{Y_{11}}{Y_{21}} I_{n2} \quad (\text{H.12b})$$

转换噪声电压和转换噪声电流定义为:

$$V_n = -\frac{1}{Y_{21}} I_{n2} \quad \text{和} \quad I_n = I_{n1} - \frac{Y_{11}}{Y_{21}} I_{n2} \quad (\text{H.13})$$

我们得到了图 H.4 所示的网络模型。

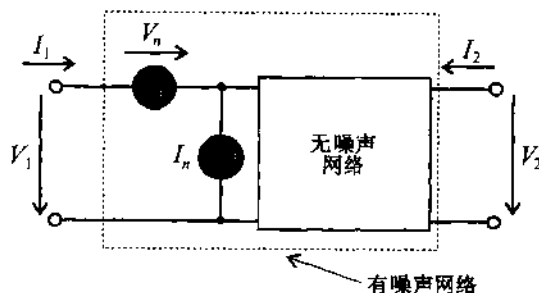
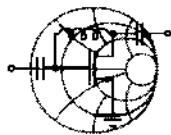


图 H.4 转换的网络模型在输入端有噪声源

将各种噪声定义和概念应用到实际的例子中,我们考察一个如例题 H.1 所示的简化的

BJT 放大器。



例题 H.1 低频 BJT 放大器的噪声分析

在图 H.5 中,把一个简化的 BJT 放大器作为两端口网络来处理,包括下列参量: $V_s = 25 \text{ mV}$, $R_s = 50 \Omega$, $R_{in} = 200 \Omega$, 电压增益 $g_v = 50$, 及测量带宽 $B = 1 \text{ MHz}$ 。放大器的频谱噪声电压和电流为 $\bar{V}_n = 9 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ 和 $\bar{I}_n = 9 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$, 求出在输出端信噪比 $\text{SNR} = 20\log(V_2/V_{n2})$

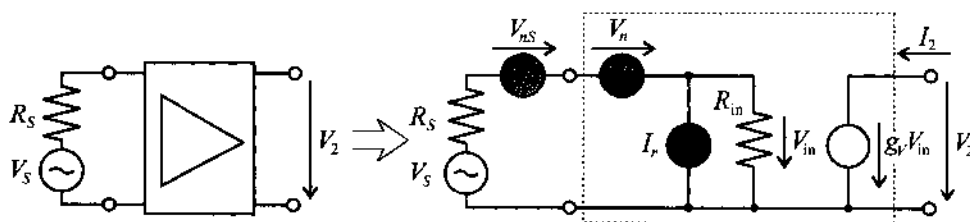


图 H.5 放大器模型及用噪声源的网络表示法

可直接求出输出电压 $V_2 = g_v R_{in} / (R_{in} + R_s) V_s = 1 \text{ V}$ 。从下面的表示式可求出用 RMS 噪声电压和噪声电流表示的网络的频谱噪声源。

$$V_n = \bar{V}_n \sqrt{B} = 9 \mu\text{V} \text{ 和 } I_n = \bar{I}_n \sqrt{B} = 9 \text{ pA}$$

电压源可通过电压分压器定律求出 R_{in} 两端的电压:

$$\frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} V_n = 7.2 \text{ nV}$$

噪声电流源是引起噪声电压的主要原因:

$$\frac{R_{in} R_s}{R_{in} + R_s} I_n = 0.36 \text{ nV}$$

最后,源电阻对电压的贡献是:

$$\frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} V_{ns} = 728 \text{ nV}$$

其中 $V_{ns} = \sqrt{4kTBR_s} = 910 \text{ nV}$, 假定 $T = 300\text{K}$, 所以,在输出端总的噪声电压是:

$$V_{n2} = g_v \sqrt{\left(\frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} V_n\right)^2 + \left(\frac{R_{in} R_s}{R_{in} + R_s} I_n\right)^2 + \left(\frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} V_{ns}\right)^2} = 36.4 \mu\text{V}$$

最后,信噪比是:

$$\text{SNR} = 20\log\left(\frac{V_2}{V_{n2}}\right) = 122.8 \text{ dB}$$

我们注意到噪声电压是受源支配的。

这个例子使我们清楚地看出,为了求出输出噪声电压,噪声电压是如何分别进行计算相加和放大的。这和线性电路理论形成鲜明地对比。

H.3 两端口网络的噪声系数

噪声系数定义为网络输入端口的 SNR 和网络输出端口的 SNR 之间的比值。图 H.6 画出了有关功率流的表示法,包括源阻抗 Z_S 的噪声表示方式。

噪声系数 F 有几种等效表示式,最主要的形式是输入端和输出端功率信噪比之比

$$F = \frac{P_1/P_{n1}}{P_2/P_{n2}} = \frac{P_{n2}/P_2}{P_{n1}/P_1} \quad (\text{H.14})$$

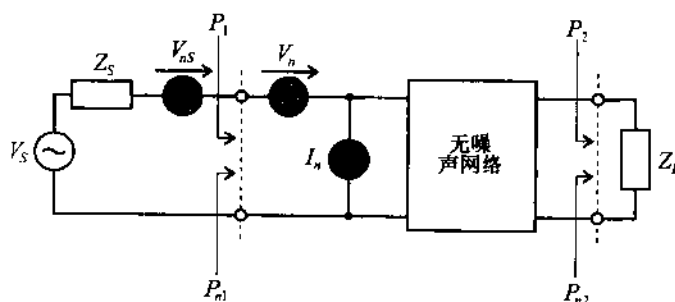


图 H.6 用于噪声系数计算的通用噪声模型

利用从 9.2.3 节中得到的资用功率增量 G_A , 将 P_2 和 P_{n2} 表示为 $P_2 = G_A P_1$ 和 $P_{n2} = G_A P_{n1} + P_n$, (H.14) 式可化为:

$$F = 1 + \frac{P_n}{G_A P_{n1}} \quad (\text{H.15})$$

其中 P_n 是放大器内部产生的噪声功率。

根据图 H.6, 我们看出信号功率 P_1 是:

$$P_1 = \frac{1}{2} \frac{\text{Re}\{Z_{in}\}}{|Z_S + Z_{in}|^2} V_S^2 \quad (\text{H.16})$$

该功率小于源匹配 ($Z_S = Z_{in}^*$) 状态下的功率:

$$P_1|_{Z_S = Z_{in}^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{|V_S|^2}{4\text{Re}\{Z_{in}\}} \right) \quad (\text{H.17})$$

有源阻抗 $Z_S = R_S + jX_S$ 时, 输入端的热噪声表示为:

$$P_{n1} = 4kTR_S B \frac{\text{Re}\{Z_{in}\}}{|Z_S + Z_{in}|^2} = V_{ns}^2 \frac{\text{Re}\{Z_{in}\}}{|Z_S + Z_{in}|^2} \quad (\text{H.18})$$

所以功率比为:

$$P_1/P_{n1} = \frac{V_S^2}{V_{ns}^2} \quad (\text{H.19})$$

信号功率 $P_2 = G_A P_1$, 其中 P_1 由 (H.16) 式给出。我们设噪声功率 $P_{n2} = G_A P_{n1} + P_{ni}$, 其中内部产生的噪声功率 P_{ni} 考虑为与两端口网络相联系的噪声源 V_n 和 I_n 。所以在 (H.18) 式中的 V_{ns}^2 可用 3 种噪声源 $V_{ns}^2 + V_n^2 + (I_n R_{in})^2$ 代替。其中 $R_{in} = \text{Re}\{Z_{in}\}$ 是网络的输入电阻。因为增益相同地应用于信号和噪声, 它可略去, 可得到:

$$P_2/P_{n2} = \frac{V_s^2}{V_{ns}^2 + V_n^2 + (I_n R_{in})^2} \quad (\text{H.20})$$

所以噪声系数为下面的形式:

$$F = \frac{V_{ns}^2 + V_n^2 + (I_n R_{in})^2}{V_{ns}^2} = 1 + \frac{V_n^2 + (I_n R_{in})^2}{4kTBR_{in}} \quad (\text{H.21})$$

前面的处理没有考虑对 V_n 和 I_n 通常具有相同噪声机理的事实。其实, 这些源在某种程度上是相关的。这一现象可通过将噪声模型中的 I_n 分解为非相关分量 I_{ni} 和相关分量 I_{nc} 来实现。相关电流的贡献是与通过复数相关系数 $Y_c = G_c + jB_c$ 与噪声电压 V_n 相联系, 诸如 $I_{nc} = Y_c V_n$ 。因为对我们的网络采用电流比电压更方便, 我们转变源为等效诺顿表示法, 如图 H.7 所示。

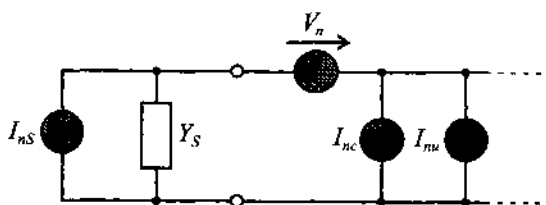


图 H.7 在网络输入端噪声源的模型

总的 RMS 噪声电流 I_{ntot} 在短电路输入条件下能表示为:

$$I_{ntot}^2 = I_{ns}^2 + V_n^2 (Y_s + Y_c)^2 + I_{ni}^2 \quad (\text{H.22})$$

其中 $I_{nc} = Y_c V_n$ 和 $I_n = V_n Y_s$ 是因为它们的相关性组合在一起, 现在我们能将 (H.21) 改写为:

$$F = \frac{I_{ns}^2 + V_n^2 (Y_s + Y_c)^2 + I_{ni}^2}{I_{ns}^2} \quad (\text{H.23})$$

我们假定在 (H.23) 式中所有噪声源都用等效热噪声源表示:

$$I_{ns}^2 = 4kT B G_s: \text{由源 } Y_s = G_s + jB_s \text{ 引起的噪声} \quad (\text{H.24})$$

$$I_{ni}^2 = 4kT B G_u: \text{由等效噪声电导 } G_u \text{ 引起的噪声} \quad (\text{H.25})$$

$$V_n^2 = 4kT B R_n: \text{由源等效噪声电阻 } R_n \text{ 引起的噪声} \quad (\text{H.26})$$

将 (H.24) ~ (H.26) 式代入到 (H.23) 式, 得出:

$$F = 1 + \frac{G_u + R_n |Y_s + Y_c|^2}{G_s} = 1 + \frac{G_u}{G_s} + \frac{R_n}{G_s} [(G_s + G_c)^2 + (B_s + B_c)^2] \quad (\text{H.27})$$

电路设计师能通过选择合适的源导纳 Y_s 将 (H.27) 式减至最小。这个过程通过下面步骤完成, 首先关注虚部, 选择 $B_s = -B_c$, 消去了 (H.27) 式中的 $(B_s + B_c)^2$, 下一步求出剩下的表

示式相对于 G_s 的最小值,即:

$$\frac{dF(B_s = -B_c)}{dG_s} = \frac{1}{G_{s\text{opt}}^2} [R_n [2G_{s\text{opt}}(G_{s\text{opt}} + G_c) - (G_{s\text{opt}} + G_c)^2]] = 0 \quad (\text{H.28})$$

该式可明确地给出最佳值为:

$$G_{s\text{opt}} = \frac{1}{\sqrt{R_n}} \sqrt{R_n G_c^2 + G_u} \quad (\text{H.29})$$

所以,最小噪声系数的获得是通过最佳源导纳:

$$Y_{s\text{opt}} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_n}} \sqrt{R_n G_c^2 + G_u} \right) - jB_c \quad (\text{H.30})$$

将(H.29)式代入到(H.30)时,得出:

$$F_{\min} = 1 + \frac{G_u}{G_{s\text{opt}}} + \frac{R_n}{G_{s\text{opt}}} (G_{s\text{opt}} + G_c)^2 \quad (\text{H.31})$$

用从图(H.29)式中给出的 $G_u = R_n G_{s\text{opt}}^2 - R_n G_c^2$ 消去(H.31)式中的 G_u 得:

$$F_{\min} = 1 + 2R_n (G_{s\text{opt}} + G_c) \quad (\text{H.32})$$

器件生产商提供的典型数据是与频率和偏置条件有关的。公式(H.32)能与公式(H.27)合并,得到:

$$F = F_{\min} - 2R_n G_{s\text{opt}} - 2R_n G_c + \frac{G_u}{G_s} + \frac{R_n}{G_s} [(G_s + G_c)^2 + (B_s - B_{s\text{opt}})^2] \quad (\text{H.33})$$

用 $G_u = R_n G_{s\text{opt}}^2 - R_n G_c^2$ 代替 G_u , 重新整理后得出最终结果:

$$F = F_{\min} + \frac{R_n}{G_s} [(G_s - G_{s\text{opt}})^2 + (B_s - B_{s\text{opt}})^2] = F_{\min} + \frac{R_n}{G_s} |Y_s - Y_{s\text{opt}}|^2 \quad (\text{H.34})$$

这就是在9.5节中噪声源分析的出发点。根据传输线的特性阻抗 $Z_0 = 1/Y_0$, (H.34)式经常表示为归一化噪声电阻 $r_n = R_n/Z_0$, 电导 $g_s = G_s/Y_0$, 和导纳 $y_s = Y_s/Y_0$, $y_{s\text{opt}} = Y_{s\text{opt}}/Y_0$ 的形式:

$$F = F_{\min} + \frac{r_n}{g_s} |y_s - y_{s\text{opt}}|^2 \quad (\text{H.35})$$

H.4 级连多端口网络的噪声系数

前面讨论的是单个双端口网络的噪声系数,它能扩展到如图H.8所示的多个级连网络。集中 P_{n1} 是输入噪声,而 $P_{n2} = G_A P_{n1} + P_{ni}$ 是输出噪声,

按照图H.8,我们可采用合适的符号,如 G_{nk} 和 P_{ni} 代表第 k ($k = 1, 2, \dots$) 个放大器组件的功率增益和内部产生的噪声。所以,第二个放大器组件的噪声功率能表示为:

$$P_{n3} = G_{A2} (G_{A1} P_{n1} + P_{ni1}) + P_{ni2} \quad (\text{H.36})$$

或者总的噪声系数 F_{tot} 为:

$$F_{\text{tot}} = \frac{P_{n3}}{P_{n1} G_{A1} G_{A2}} = 1 + \frac{P_{ni1}}{P_{n1} G_{A1}} + \frac{P_{ni2}}{P_{n1} G_{A1} G_{A2}} \quad (\text{H.37})$$

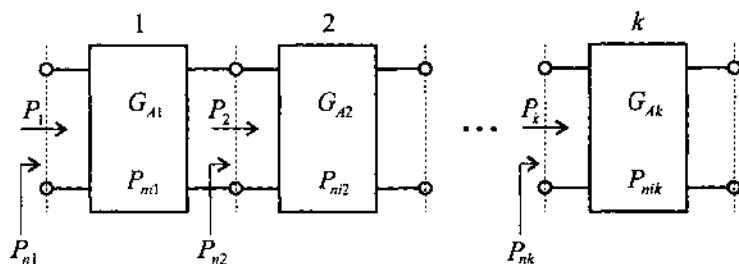


图 H.8 级连网络表示法

习惯上对于各个组件采用相同于单个网络推出的噪声系数表示式,即为:

$$F_1 = 1 + \frac{P_{n1}}{P_{i1} G_{A1}}, F_2 = 1 + \frac{P_{n2}}{P_{i2} G_{A2}}, \dots, F_k = 1 + \frac{P_{nk}}{P_{ik} G_{Ak}} \quad (\text{H.38})$$

对于两个网络,用这个概念导出的表示式:

$$F_{\text{tot}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{A1}} \quad (\text{H.39})$$

或者对于多个级连网络:

$$F_{\text{tot}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{A1}} + \frac{F_3 - 1}{G_{A1} G_{A2}} + \dots + \frac{F_k - 1}{G_{A1} G_{A2} \dots G_{A(k-1)}} + \dots \quad (\text{H.40})$$

前面的考虑在实际应用中很重要。例如具有不同的增益和噪声系数(F_1, G_{A1} 和 F_2, G_{A2})的两个放大器级连,为了得到最低噪声系数,应该如何安排它们的级连顺序? 为了回答这个问题,我们假定放大器组件 1(F_1, G_{A1})后面跟随放大器组件 2(F_2, G_{A2})。对于这种排列的总噪声系数是:

$$F_{\text{tot}}(1,2) = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{A1}} \quad (\text{H.41})$$

另一方面,假如放大器 2 后面跟随放大器 1,我们得到:

$$F_{\text{tot}}(2,1) = F_2 + \frac{F_1 - 1}{G_{A2}} \quad (\text{H.42})$$

假定 $F_{\text{tot}}(1,2)$ 比 $F_{\text{tot}}(2,1)$ 有较低的噪声系数,下面的不等式必须成立:

$$F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{A1}} < F_2 + \frac{F_1 - 1}{G_{A2}} \quad (\text{H.43})$$

改写(H.43)式得:

$$(F_1 - 1) \left(1 - \frac{1}{G_{A2}} \right) < (F_2 - 1) \left(1 - \frac{1}{G_{A1}} \right) \quad (\text{H.44})$$

我们定义:

$$NM_1 < NM_2 \quad (\text{H.45})$$

其中, $NM_1 = (F_1 - 1)/(1 - G_{A1}^{-1})$ 和 $NM_2 = (F_2 - 1)/(1 - G_{A2}^{-1})$ 是分别对放大器 1 和放大器 2 的噪声参数。换句话说,噪声系数和增益共同决定噪声参数,该值是总噪声特性的比较依据。

附录 I MATLAB 简介

为了向读者重新演示书中例题的解,我们已建立了相当数量的 MATLAB M 文件。读者还可利用这些文件模拟和开发编辑与本书所包含的内容有关的课题。本附录不是 MATLAB 指导书,也不详细讨论书中提供的软件的编写,而是为了使读者了解和使用已建立的 MATLAB 程序以及如何输入数据和重新显示书中所介绍的某些图解结果提供充分的准备知识。MATLAB 是一般目的的机辅分析软件包,不能代替专门开发的 RF 和 MW CAD 程序,诸如 MMICAD 和 ADS,他们有很强的电路分析、优化设计,甚至还有布线等多种功能。这种专门用于仿真的软件包,对一般读者来讲,可能没有使用的条件。由于这个原因,作者已经设法用 MATLAB 开发了一个价格合理的适合于广大学生使用的软件包。关于更多的使用 MATLAB 的信息,读者可登录下面网站:<http://www.mathworks.com>。

本附录首先提供一些建立 M 文件的基础知识,而后是在第 9 章中使用的稳定性分析的简单例题。所有 M 文件都能从我们的网站:http://www.wpi.edu/ece/EM_RF_LAB/book 上下载。

I.1 基本知识

MATLAB 是一个容易使用的机辅分析软件包,它具有书写专用程序用于本书中讨论问题的数学求解和显示图解结果的能力。作者已将 MATLAB 软件安装在 PC 机上,该 PC 机为 450 MHz 奔腾 II 处理器,128 MB RAM 和 8 GB 硬盘空间。这不是最小的配置,它仅仅是反映在写本教科书期间一般 PC 机的水平。

执行 MATLAB 后,视窗打开显示指令行,表示为“>>”,用命令 pwd 选择合适的目录:

```
>> pwd
ans =
d:\RF\simulations
```

表示目录是位在 d 驱动器子目录 RF \ simulations 中能通过指令 cd 改变不同的目录,用指令 ls 或 dir 列出目录中的文件名。

以第 2 章的一个例题当作例子,我们考虑下面的指令串。这些指令是顺序执行的,每行的结尾按 Enter 键。

```
I = 5
a = 0.005
N = 100
M = 10
r = (0:N)/N * (M * a)
for k = 1:N+1
    if(r(k) <= a)
        H(k) = I/r(k)/(2 * pi * a * a)
    else
        H(k) = I/(2 * pi * r(k))
    end
```

```
plot(r*1000,H,'k')
```

程序第 1 行是设定通过线的电流,第 2 行定义线的半径,可变量 N 和 M 设定点数和最大距离,该距离是从线的中心开始计算,在此距离内计算磁场。这里 $M=10$,意思是我们关注的范围从 0 到 10 个线半径,并设点数 $N=100$ 。第 5 行是定义点的一维阵列,它决定从线中心开始计算的实际位置。命令 $(0:N)$ 建立一个 $N+1$ 个元素的阵列,有值 0,1,2,3 等,然后用 N 除以阵列,所得的值在 0 到 1 之间,该阵列被标度了,所以距离是从 0 变到 $M*a$ 。另一种方法是阵列定义为 $r=(0:M*a/N:M*a)$,其中冒号之间的参量是表示每步的大小。

程序的下一行是开始循环, k 的范围从 1 到 $N+1$,每个 k 与阵列 r 中元素的序号对应,并判断该序号对应的 $r(k)$ 是小于还是大于线半径。正像第 2 章讨论的,在线的内部场随距离线性增加:

$$H = \frac{Ir}{2\pi a^2}$$

而在线的外部,场的表示式为:

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

最后一行是指示程序去画一个磁场 H 随半径 r 的变化图,该图在括号内表示,图的颜色在画图指令的最后参量中设定,可以选择为 k 为黑色, r 为红色, y 为黄色, b 为蓝色, g 为绿色。为了建立一个图形,其他有用的选择如下:

```
semilogx——logarithmic scale along x-axis, linear scale on y-axis
semilogy——logarithmic scale along y-axis, linear scale on x-axis
loglog——logarithmic scale on both axes
polar——polar plot
```

整个指令表能用人机对话方式写入。指令表也能放在文件中,用批处理方式执行。例如,我们能将程序存放在文件名 $.m$ 文件中,然后,在 MATLAB 命令行写入 $>>$ 文件名即可执行该程序。注意 $.m$ 是 MATLAB 专用的扩展名。

1.2 稳定度计算的简单例题

MATLAB 另一个有用的功能是建立一个函数。例如,下面列出的是一个函数,该函数利用一个 S 参量数据(S -param)阵列,计算两个输出参量:稳定系数 k 和 $|\Delta|$,用 k 和 δ 表示。

```
function [K,delta] = K_factor(s_param)
% Usage: [K,delta] = K_factor(s_param)
%
% purpose: returns K factor for a given s-parameter matrix
% if K>1 and delta<1 then circuit is unconditionally stable
% otherwise circuit might be unstable

s11=s_param(1,1);
s12=s_param(1,2);
s21=s_param(2,1);
s22=s_param(2,2);

delta=abs(det(s_param));
```

```
K=(1-abs(s11).^2-abs(s22).^2+delta.^2)/(2*abs(s12.*s21));
```

列表第 1 行是定义一个函数 `k_factor`, 它是用一个输入参量 `s_param` 输出两个求解值: `k` 和 `delta`, 它们是用内部函数计算的。不同于程序正本, 含有函数的文件, 必须用与函数名同样的名字, 所以该函数是存放在文件 `k_factor.m` 中。

假如使用者不知道或者忘记了如何用函数, 可在 MATLAB 的命令行键入 `help k_factor`。跟随该指令的第 1 行将显示这个函数。

建立一个实际的晶体管的 S 参量矩阵和稳定度检验以及显示稳定度圆的程序文件见下面文件, 键入 `test.m`:

```
% s-parameters for hypothetical transistor
close all;

s11=0.7*exp(j*(-70)/180*pi);
s12=0.2*exp(j*(-10)/180*pi);
s21=5.5*exp(j*(+85)/180*pi);
s22=0.7*exp(j*(-45)/180*pi);

s_param=[s11,s12;s21,s22];

% check stability
[K,delta]=K_factor(s_param)

% create a Smith Chart
smith_chart;

% plot input and output stability circles
input_stability(s_param,'r');
output_stability(s_param,'b');

% create postscript copy of the figure
print -deps 'fig9_8.eps'.
```

这个文件不是函数, 而是指令的集合(程序正本), 所以能任意命名, 在这里, 我们用的文件名是 `test.m`。

我们可以注意到, S 参量是用幅度和相角给出的, 并存放在 `s_param` 阵列中。下一步稳定度的检验是通过 `s_param` 阵列进入 M 文件 `k_factor.m`, 根据公式(9.24)和公式(9.25)求出稳定系数 k 和 $|\Delta|$ 。然后调用 3 个用户定义函数:

- `smith_chart`——创建包含 Z 变换的 Smith 圆图。
- `input_stability`——绘制由 S 参量计算出的稳定输入, 并使用指定颜色(这里为红色)将电路图绘制在当前活动的图形中(Smith 圆图)。
- `output_stability`——在当前活动的图形中绘制稳定的输出。

正文的最后一行建立一个调入 `fig9_8.eps` 文件, 该文件包含用 PostScript 形式存储的图形。此形式是用于产生本书多数模拟求解的形式。

I.3 光盘中的模拟软件

I.3.1 概述

随本书提供的光盘(CD)包含了供本书使用的所有已开发的并(用 MATLAB 版本 5.2)测试过的程序,虽然作者相信所有程序应该是和较早期的 MATLAB 版本兼容的,也可能不是,这种情况,软件的维护和定期更新,可通过我们的网址 www.wpi.edu/ece/EM_RF_lab/book。

I.3.2 软件安装

RF 软件安装步骤如下:

1. 将全部目录 **rf_matlab** 复制到自己选定的硬驱位置。
2. 调用 MATLAB。
3. 在 MATLAB 主窗口中指令提示行键入 **cd c:\rf_matlab**(此处假定所有文件已复制到 C 驱动器)。
4. 在 MATLAB 指令行键入 **set_path**,将加上所有在搜寻 3 个 MATLAB 必须的路径。假如不愿意存放这些信息为了将来用,现在你能停止安装过程。在这种情况下,可以运行所有程序,但是全部路径信息在关闭 MATLAB 之后全部丢失。假如为了将来使用,决定存储路径信息则继续下列步骤。
5. 在 MATLAB 指令窗口选择 **file \ set path**,激活路径浏览器。
6. 在主窗口看到的路径浏览器内选择 **file \ save path**。
7. 该步的所有路径信息是存储,你能开始从指令行运行 M 文件程序。

I.3.3 文件编排方式

所有文件是安排在下面所示的目录结构中,每个文件夹的内容描述在下表中。

对于每个程序的附加信息能获得通过运行命令 **help < program_name >** 执行,其中 **< program_name >** 是特定的 M 文件名,例如为了获得关于 **smith_chart.m** 的程序,可以在 MATLAB 主窗口执行指令 **help smith_chart**。

文件夹名	说明
RF_matlab	根目录
ch01 ch02 ch03 ch04 ch05 ch06 ch07 ch08 ch09 ch10	第 1 章至第 10 章的例题和图
tools	用于模拟的一般文件
amplifiers	稳定系数的计算和模拟用于双向设计的复共轭匹配程序
circles	各种圆方程
gain	等增益圆
noise	等噪声圆
quality	等 Q_n 圆
stability	稳定度圆
conversion	各种不同两端的网络参量之间的转换程序
global	计算输入和输出反射系数及 VSWR 等的一些有用程序
networks	定义匹配网络拓扑(电路布局)的程序
smith	在 smith 圆中描述结构和画各种弧线的程序

参考文献

Student Edition of MATLAB, The MathWorks, Inc., 1995.

附录 J 本书中英文缩写词

AC alternating current	交流
ADE analog-to-digital converter	模拟 - 数字变换器
AWG American wire gauge	美国线规
BARRITT barrier injection transit time	势垒注入渡越时间(二极管)
BJT bipolar-junction transistor	双极结晶体管
BW bandwith	带宽
CAD computer aided design	计算机辅助设计
CG conversion gain	转换增益
CL conversion loss	转换损耗
DAC digital-to-analog converter	数字 - 模拟变换器
DC direct current	直流
DUT device under test	被测器件
DR dielectric resonator	介质谐振腔
DRO dielectric resonator oscillator	介质谐振腔振荡器
DSB double sideband	双边带
EHF extreme high frequency	极高频
ELF extreme low frequency	极低频
ESR equivalent series resistance	等效串联电阻
FET field-effect transistor	场效应晶体管
GPS global positioning system	全球定位系统
HBT heterojunction bipolar transistor	异质结双极晶体管
HEMT high electron mobility transistor	高迁移率晶体管
HF high frequency	高频
IC integrated circuit	集成电路
IF intermediate frequency	中频
IL insertion loss	插入损耗
IMD intermodulation distortion	交调失真
IMPATT impact avalanche and transit time diode	碰雪崩渡越时间二极管
IP intercept point	截点(功率)
JFET junction FET	结型场效应晶体管
LF loss factor	损耗因数
LF low frequency	低频
LNA low-noise amplifier	低噪声放大器
LO local oscillator	本地振荡器

LP low-pass	低通
LPF low-pass filter	低通滤波器
LSB lower sideband	下边带
MESFET metal semiconductor field effect transistor	金属-半导体场效应晶体管
MF medium frequency	中频
MISFET metal insulator semiconductor field effect transistor	金属-绝缘-半导体场效应晶体管
MODFET modulationdoped field effect transistor	调制掺杂场效应晶体管
MOSFET metal oxide semiconductor field effect transistor	金属-氧化物-半导体场效应晶体管
MW microwave	微波
PA power amplifier	功率放大器
PCB printed circuit board	印刷电路板
RF radio frequency	射频
RFC radio frequency coils	射频线圈
RFC radio frequency choke	射频扼流圈, 高频扼流圈
RL return loss	回波损耗
RMS root-mean-square	均方根值
SHF superhigh frequency	超高频
SMD surface mounted device	表面安装器件
SWR standing wave ratio	驻波比
TE transverse electric	横向电场
TEM transverse electromagnetic mode	横电磁模
TL transducer loss	转换器损耗
TM transverse magnetic	横向磁场
TRAPATT trapped plasma avalanche triggered transit	俘获等离子体雪崩触发渡越(二极管)
TRL through-reflect-line	直通-反射-传输线
TV television	电视
UHF ultrahigh frequency	特高频
USB upper sideband	上边带
VF voice frequency	声频
VHF very high frequency	甚高频
VLF very low frequency	甚低频
VSWR voltage standing wave ratio	电压驻波比
YIG yttrium iron garnet	钇铁石榴石

教学支持说明

本书系我社获全球最大的教育出版集团——Pearson Education Group 独家授权之英文原版 / 简体中文版。

Pearson Education 旗下的国际知名教育图书出版公司 Prentice Hall, 以其高品质的电子与通信类出版物而享誉全球教育界、工商界、技术界, 成为全美及全球高校采用率最高的教材。为秉承 Prentice Hall 出版公司对于教材类产品的一贯教学支持, 我社特获独家授权影印本书的教师指导手册和习题解答, 向采纳本书作为教材的教师免费提供。

获取相关教师指导手册和习题解答的教师烦请填写如下情况调查表, 以确保此教学辅导材料仅为教师获得。
情况调查表如下所示:

证 明

兹证明 _____ 大学 _____ 系 / 院 _____ 专业 _____ 学年 (学期)
开设的 _____ 课程, 共 _____ 学时, 现采用电子工业出版社出版的英文原版 / 简体中文
版 _____ (书名 / 作者) 作为主要教材。任课教师为 _____, 学生 _____ 个班共 _____ 人。

任课教师需要与本书配套的教师指导手册和习题解答。

电 话: _____
传 真: _____
E-mail: _____
联系地址: _____
邮 编: _____

建议和要求:

系 / 院主任: _____ (签字)

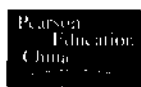
(系 / 院办公室章)

____ 年 ____ 月 ____ 日

本书还配有其他教学辅导资料, 相关事宜敬请访问 Pearson Education Group 的相关网站: <http://www.pearsoned.com>。



Publishing House of Electronics Industry
电子工业出版社
Tel: 8610-68270519
Fax: 8610-68270516
E-mail: Te_service@phei.com.cn



Pearson Education Beijing Office
培生教育出版集团北京办事处
Tel: 8610-6891 7488 / 6891 6659
Fax: 8610-68917499
E-mail: service@pearsoned.com.cn