

2015 年上海市初中毕业统一学业考试数学试卷

一、选择题：(每题 4 分，共 24 分)

1、下列实数中，是有理数的为.....( )

A、 $\sqrt{2}$ ；                      B、 $\sqrt[3]{4}$ ；                      C、 $\pi$ ；                      D、0.

2、当  $a > 0$  时，下列关于幂的运算正确的是.....( )

A、 $a^0=1$ ；                      B、 $a^{-1}=-a$ ；                      C、 $(-a)^2=-a^2$ ；                      D、 $a^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{a^2}$ .

3、下列  $y$  关于  $x$  的函数中，是正比例函数的为.....( )

A、 $y=x^2$ ；                      B、 $y=\frac{2}{x}$ ；                      C、 $y=\frac{x}{2}$ ；                      D、 $y=\frac{x+1}{2}$ .

4、如果一个正多边形的中心角为  $72^\circ$ ，那么这个正多边形的边数是.....( )

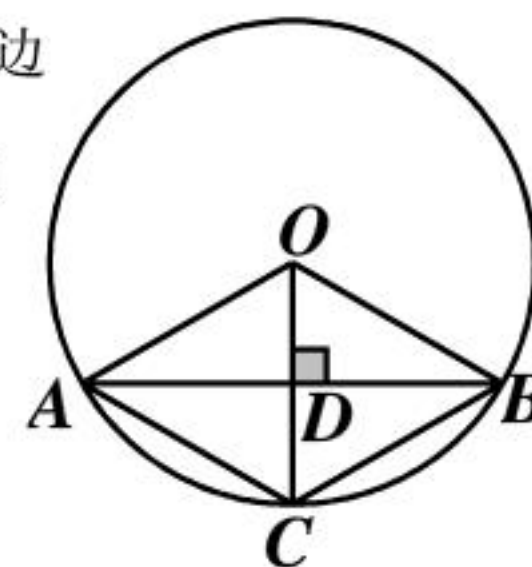
A、4；                      B、5；                      C、6；                      D、7.

5、下列各统计量中，表示一组数据波动程度的量是.....( )

A、平均数；                      B、众数；                      C、方差；                      D、频率.

6、如图，已知在  $\odot O$  中， $AB$  是弦，半径  $OC \perp AB$ ，垂足为点  $D$ ，要使四边形  $OACB$  为菱形，还需要添加一个条件，这个条件可以是.....( )

A、 $AD=BD$ ；                      B、 $OD=CD$ ；  
C、 $\angle CAD=\angle CBD$ ；                      D、 $\angle OCA=\angle OCB$ .



二、填空题：(每题 4 分，共 48 分)

7、计算： $|-2|+2=$ \_\_\_\_\_.

8、方程  $\sqrt{3x-2}=2$  的解是\_\_\_\_\_.

9、如果分式  $\frac{2x}{x+3}$  有意义，那么  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10、如果关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+4x-m=0$  没有实数根，那么  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

11、同一温度的华氏度数  $y(^{\circ}\text{F})$  与摄氏度数  $x(^{\circ}\text{C})$  之间的函数关系是  $y=\frac{9}{5}x+32$ . 如果某一温度的摄氏度数是  $25^{\circ}\text{C}$ ，那么它的华氏度数是\_\_\_\_\_  $^{\circ}\text{F}$ .

12、如果将抛物线  $y=x^2+2x-1$  向上平移，使它经过点  $A(0, 3)$ ，那么所得新抛物线的表达



式是\_\_\_\_\_.

13、某校学生会提倡双休日到养老院参加服务活动，首次活动需要 7 位同学参加，现有包括小杰在内的 50 位同学报名，因此学生会将从这 50 位同学中随机抽取 7 位，小杰被抽到参加首次活动的概率是\_\_\_\_\_.

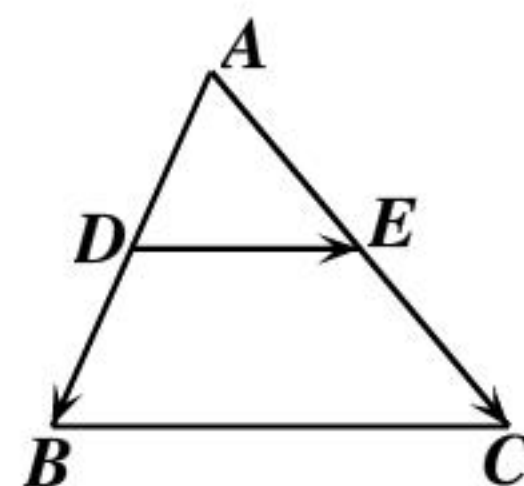
14、已知某校学生“科技创新社团”成员的年龄与人数情况如下表所示：

年龄(岁)	11	12	13	14	15
人数	5	5	16	15	12

那么“科技创新社团”成员年龄的中位数是\_\_\_\_\_岁.

15、如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $D$ 、 $E$ 分别是边  $AB$ 、边  $AC$  的中点， $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$ ，

$\overrightarrow{AC} = \vec{n}$ ，那么向量  $\overrightarrow{DE}$  用向量  $\vec{m}$ 、 $\vec{n}$  表示为\_\_\_\_\_.



16、已知  $E$  是正方形  $ABCD$  的对角线  $AC$  上一点， $AE = AD$ ，过点  $E$  作  $AC$  的垂线，交边  $CD$  于点  $F$ ，那么  $\angle FAD =$ \_\_\_\_\_度.

17、在矩形  $ABCD$  中， $AB = 5$ ， $BC = 12$ ，点  $A$  在  $\odot B$  上. 如果  $\odot D$  与  $\odot B$  相交，且点  $B$  在  $\odot D$  内，那么  $\odot D$  的半径长可以等于\_\_\_\_\_. (只需写出一个符合要求的数)

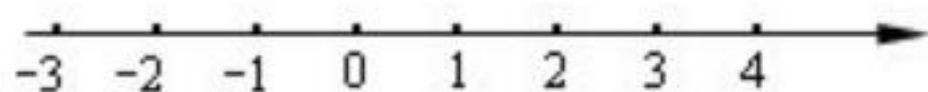
18、已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 8$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ . 将 $\triangle ABC$ 绕点  $A$  旋转，使点  $B$  落在原 $\triangle ABC$ 的点  $C$  处，此时点  $C$  落在点  $D$  处. 延长线段  $AD$ ，交原 $\triangle ABC$ 的边  $BC$  的延长线于点  $E$ ，那么线段  $DE$  的长等于\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

19、(本题满分 10 分)先化简，再求值： $\frac{x^2}{x^2 + 4x + 4} \div \frac{x}{x + 2} - \frac{x - 1}{x + 2}$ ，其中  $x = \sqrt{2} - 1$ .

20、(本题满分 10 分)

解不等式组： $\begin{cases} 4x > 2x - 6 \\ \frac{x - 1}{3} \leq \frac{x + 1}{9} \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来.

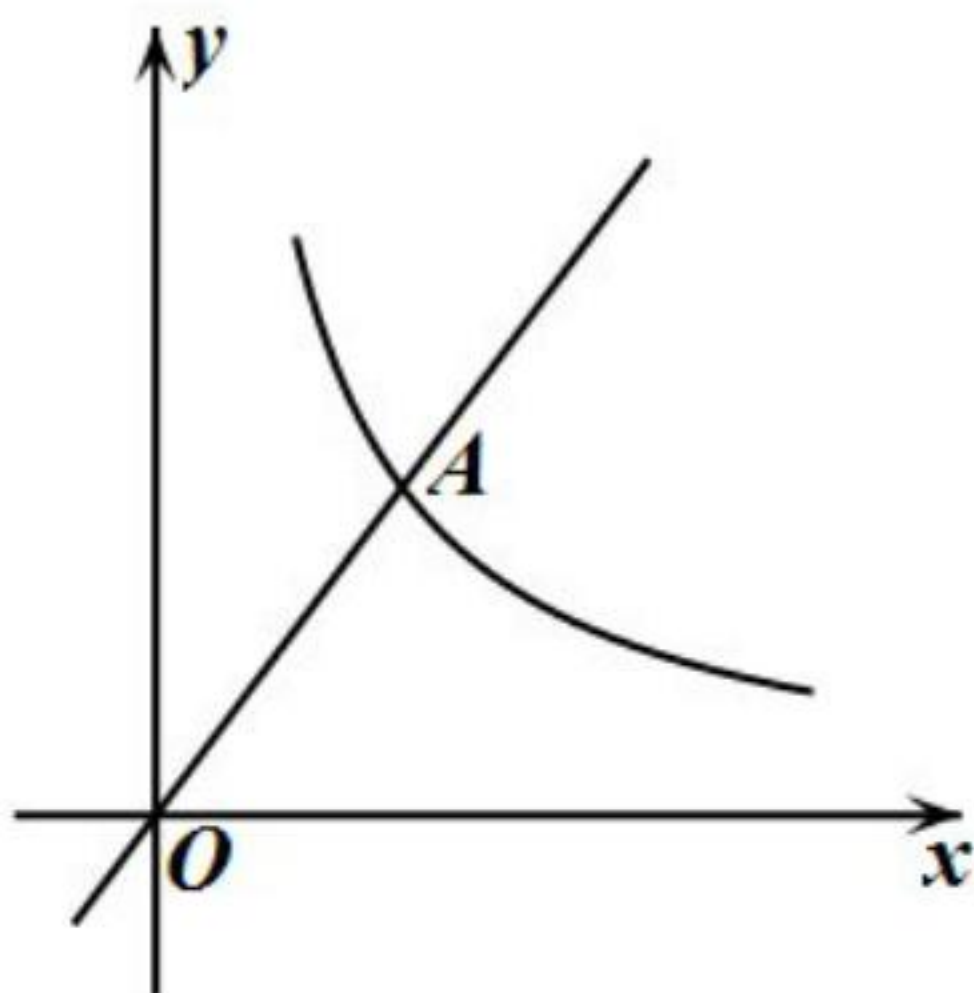




21、(本题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分)

已知：如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，正比例函数  $y = \frac{4}{3}x$  的图像经过点  $A$ ，点  $A$  的纵坐标为 4，反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图像也经过点  $A$ ，第一象限内的点  $B$  在这个反比例函数的图像上，过点  $B$  作  $BC \parallel x$  轴，交  $y$  轴于点  $C$ ，且  $AC = AB$ 。

求：(1)这个反比例函数的解析式； (2)直线  $AB$  的表达式。



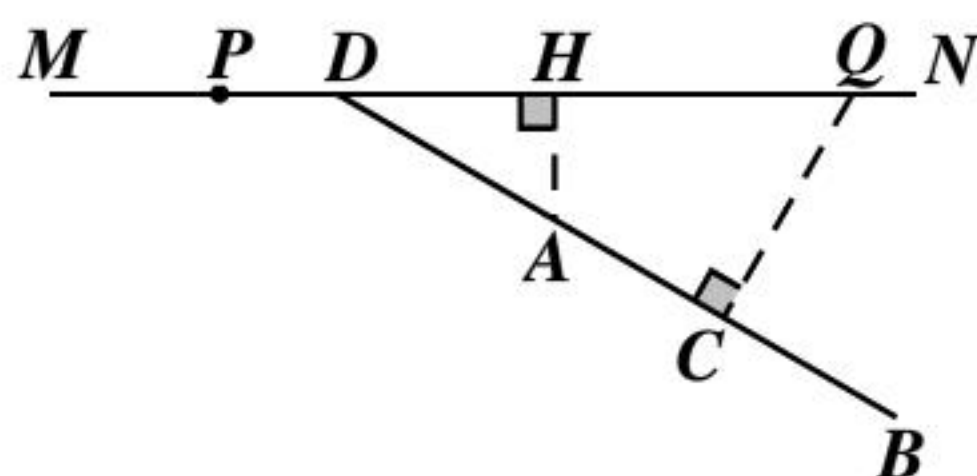
22、(本题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分)

如图， $MN$  表示一段笔直的高架道路，线段  $AB$  表示高架道路旁的一排居民楼。已知点  $A$  到  $MN$  的距离为 15 米， $BA$  的延长线与  $MN$  相交于点  $D$ ，且  $\angle BDN = 30^\circ$ ，假设汽车在高速道路上行驶时，周围 39 米以内会受到噪音的影响。

(1)过点  $A$  作  $MN$  的垂线，垂足为点  $H$ 。如果汽车沿着从  $M$  到  $N$  的方向在  $MN$  上行驶，当汽车到达点  $P$  处时，噪音开始影响这一排的居民楼，那么此时汽车与点  $H$  的距离为多少米？

(2)降低噪音的一种方法是在高架道路旁安装隔音板。当汽车行驶到点  $Q$  时，它与这一排居民楼的距离  $QC$  为 39 米，那么对于这一排居民楼，高架道路旁安装的隔音板至少需要多少

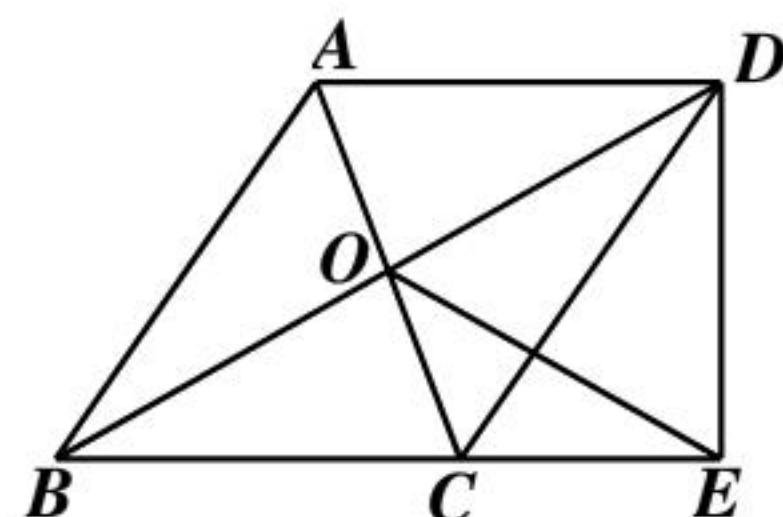
米长? (精确到 1 米) (参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.7$ )



23、(本题满分 12 分, 每小题满分各 6 分)

已知: 如图, 平行四边形  $ABCD$  的对角线相交于点  $O$ , 点  $E$  在边  $BC$  的延长线上, 且  $OE=OB$ , 联结  $DE$ .

(1) 求证:  $DE \perp BE$ ; (2) 如果  $OE \perp CD$ , 求证:  $BD \cdot CE = CD \cdot DE$ .



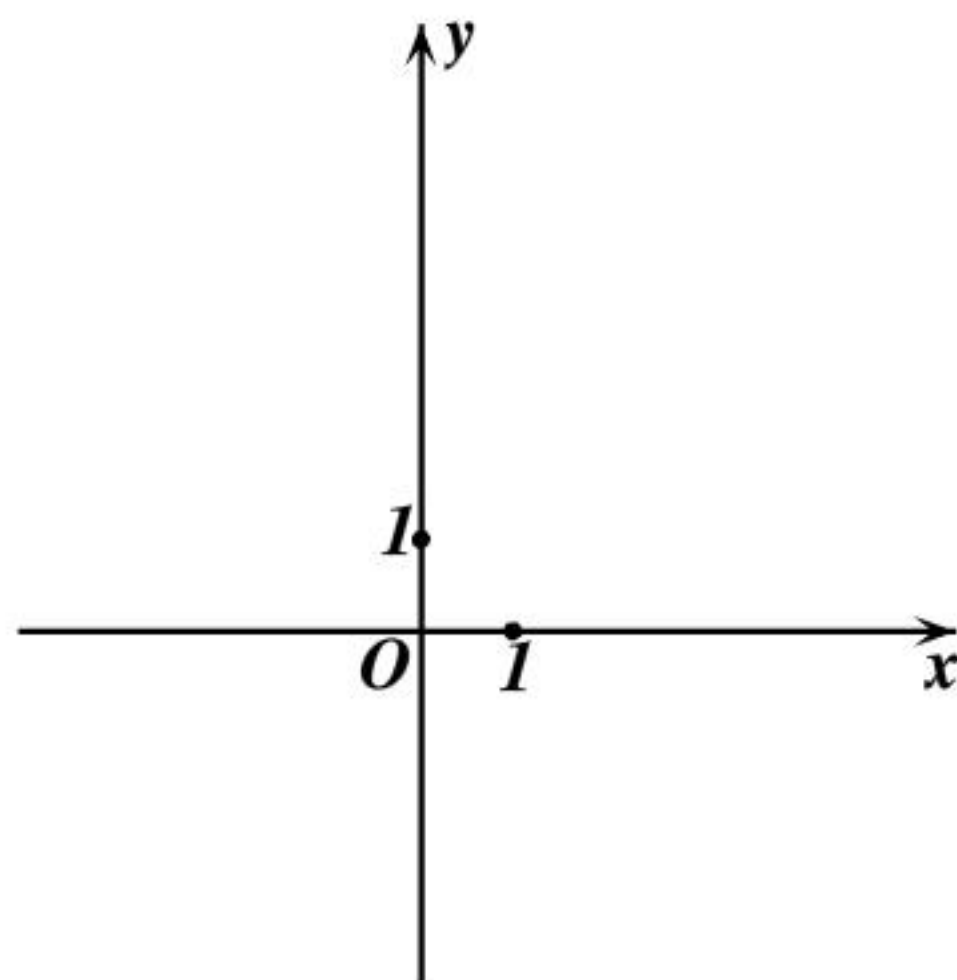
24、(本题满分 12 分, 每小题满分各 4 分)

已知在平面直角坐标系  $xOy$  中(如图), 抛物线  $y=ax^2-4$  与  $x$  轴的负半轴相交于点  $A$ , 与  $y$  轴相交于点  $B$ ,  $AB=2\sqrt{5}$ . 点  $P$  在抛物线上, 线段  $AP$  与  $y$  轴的正半轴交于点  $C$ , 线段  $BP$  与  $x$  轴相交于点  $D$ . 设点  $P$  的横坐标为  $m$ .

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) 用含  $m$  的代数式表示线段  $CO$  的长;

(3) 当  $\tan \angle ODC = \frac{3}{2}$  时, 求  $\angle PAD$  的正弦值.





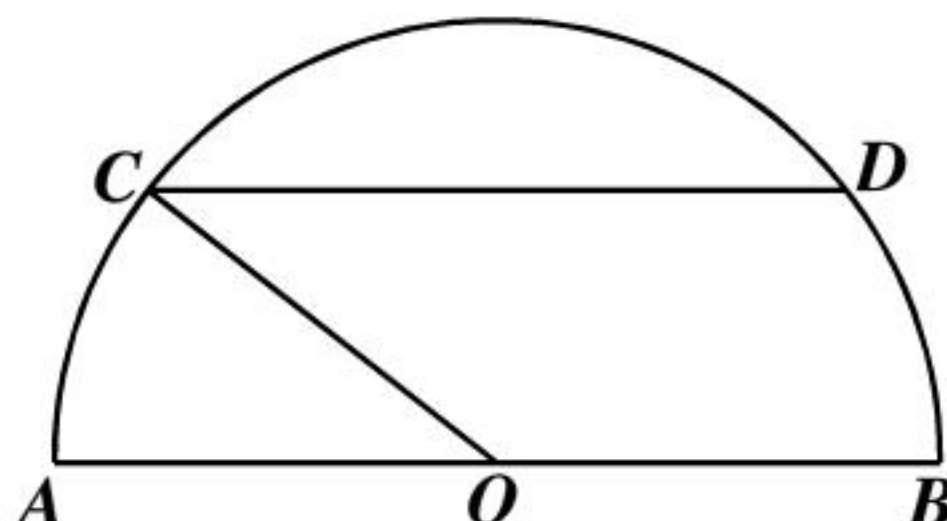
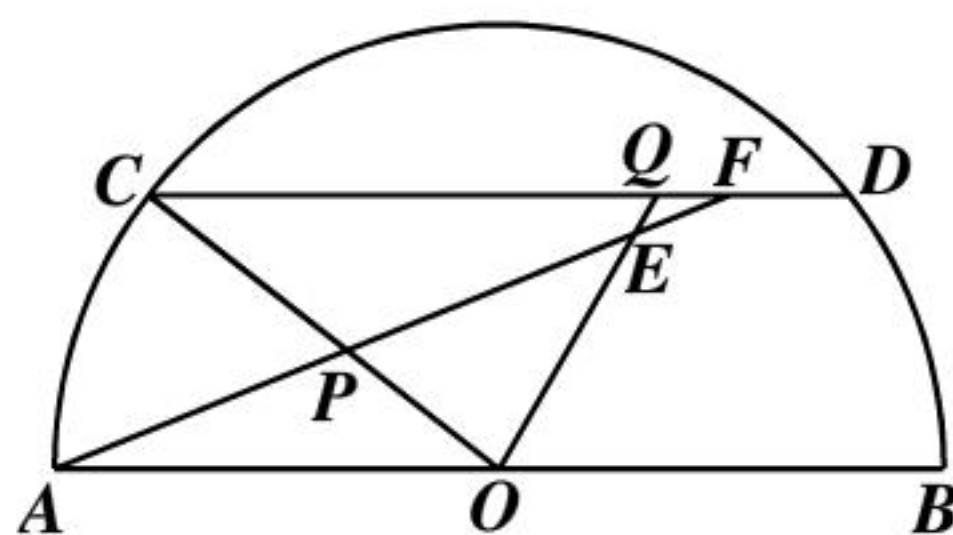
25、(本题满分 14 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 5 分，第(3)小题满分 5 分)

已知：如图， $AB$  是半圆  $O$  的直径，弦  $CD \parallel AB$ ，动点  $P$ 、 $Q$  分别在线段  $OC$ 、 $CD$  上，且  $DQ = OP$ ， $AP$  的延长线与射线  $OQ$  相交于点  $E$ 、与弦  $CD$  相交于点  $F$  (点  $F$  与点  $C$ 、 $D$  不重合)， $AB = 20$ ， $\cos \angle AOC = \frac{4}{5}$ 。设  $OP = x$ ， $\triangle CPF$  的面积为  $y$ 。

(1)求证： $AP = OQ$ ；

(2)求  $y$  关于  $x$  的函数关系式，并写出它的定义域；

(3)当  $\triangle OPE$  是直角三角形时，求线段  $OP$  的长。





## 2015 年上海中考数学解析

### 一、 选择题：

1	2	3	4	5	6
D	A	C	B	C	B

### 二、 填空题：

7	8	9	10	11	12
4	$x=2$	$x \neq 3$	$m < -4$	77	$y = x^2 + 2x + 3$
13	14	15	16	17	18
$\frac{7}{50}$	14	$\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}m$	22.5	14	$4\sqrt{3} - 4$

### 三、 解答题：

$$19. \quad \text{原式} = \frac{x^2}{(x+2)^2} \cdot \frac{x+2}{x} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{x+2},$$

$$\text{当 } x = \sqrt{2} - 1 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2} - 1$$

$$20. \quad \begin{cases} 4x > 2x - 6 \Rightarrow x > -3 \\ \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+1}{9} \Rightarrow x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow -3 < x \leq 2$$

在数轴上画出解集，如下图所示：



$$21. \quad (1) \text{ 由已知, } A(3,4), \text{ 故反比例函数的解析式为 } y = \frac{12}{x};$$

$$(2) \text{ 设 } B\left(m, \frac{12}{m}\right), \text{ 则 } C\left(0, \frac{12}{m}\right),$$

$$AB = AC, \text{ 即 } (3-m)^2 + \left(4 - \frac{12}{m}\right)^2 = 3^2 + \left(4 - \frac{12}{m}\right)^2$$

解得,  $m_1 = 0$  (舍),  $m_2 = 6$ , 即点 B 的坐标为 (6, 2)

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = -\frac{2}{3}x + 6$$



22. (1) 联结  $PA$ ，由已知， $AP = 39m$ ，在  $Rt\triangle APH$  中，

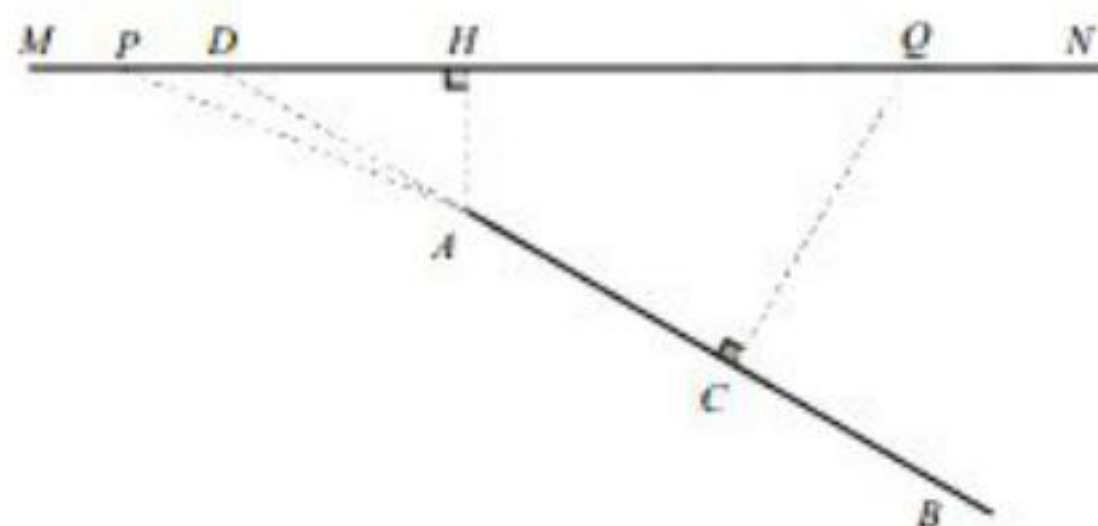
$$PH = \sqrt{AP^2 - AH^2} = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36 \text{ (米)};$$

(2) 由题意，隔音板位置应从  $P$  到  $Q$ ，

$$\text{在 } Rt\triangle ADH \text{ 中， } DH = AH \cdot \cot 30^\circ = 15\sqrt{3} \text{ (米)};$$

$$\text{在 } Rt\triangle CDQ \text{ 中， } DQ = \frac{CQ}{\sin 30^\circ} = \frac{39}{\frac{1}{2}} = 78 \text{ (米)};$$

$$PQ = PH + HQ = PH + DQ - DH = 36 + 78 - 15\sqrt{3} \approx 114 - 15 \times 1.7 = 88.5 \approx 89 \text{ (米)}.$$



23. (1)  $\because OB = OE$ ， $\therefore \angle OEB = \angle OBE$

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形， $\therefore OB = OD$ ；

$\because OB = OE$ ， $\therefore OD = OE$ ， $\therefore \angle OED = \angle ODE$ ；

$\because$  在  $\triangle BED$  中， $\angle OEB + \angle OBE + \angle OED + \angle ODE = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle OEB + \angle OED = 90^\circ$ ，即  $\angle BED = 90^\circ$ ，故  $DE \perp BE$ 。

(2) 设  $OE$  交  $CD$  于  $H$ 。

$\because OE \perp CD$  于  $H$ ， $\therefore \angle CHE = 90^\circ$ ， $\therefore \angle CEH + \angle HCE = 90^\circ$ ；

$\because \angle CED = 90^\circ$ ， $\therefore \angle CDE + \angle DCE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle CEH$ ；

$\because \angle OEB = \angle OBE$ ， $\therefore \angle OBE = \angle CDE$ ；

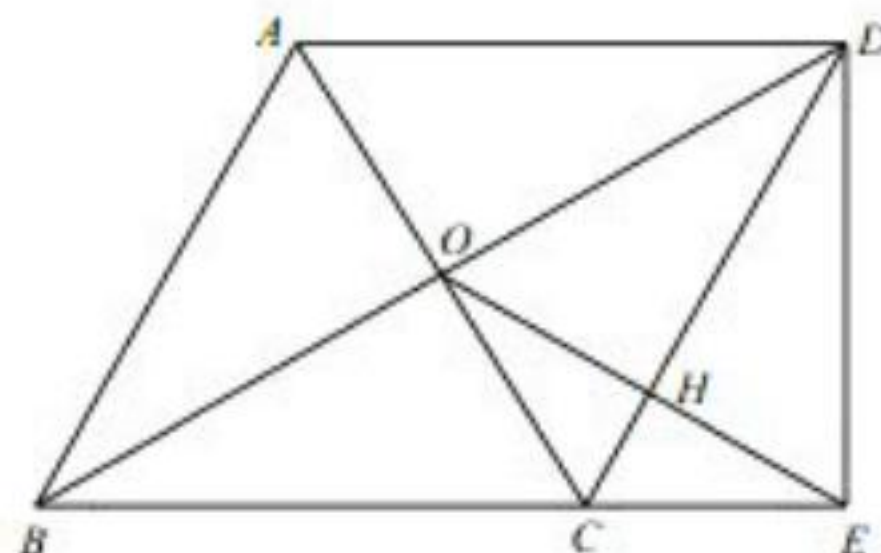
在  $\triangle CED$  与  $\triangle DEB$  中

$$\begin{cases} \angle CED = \angle DEB \\ \angle CDE = \angle DBE \end{cases}$$

$\therefore \triangle CED \sim \triangle DEB$

$$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{CD}{DB}, \text{ 即 } BD \cdot CE = CD \cdot DE$$

得证。





24. (1)  $AB = 2\sqrt{5}$ ,  $OB = 4$

$\therefore OA = 2$ , 即  $A(-2, 0)$

$\therefore$  二次函数解析式为  $y = x^2 - 4$

(2) 由(1)得,  $P(m, m^2 - 4)$

$\therefore l_{AP}: y = (m-2)x + 2(m-2)$

$l_{BP}: y = mx - 4$

$\therefore OC = 2m - 4$ ,  $OD = \frac{4}{m}$

(3)  $\tan \angle ODC = \frac{OC}{OD} = \frac{m(m-2)}{2} = \frac{3}{2}$

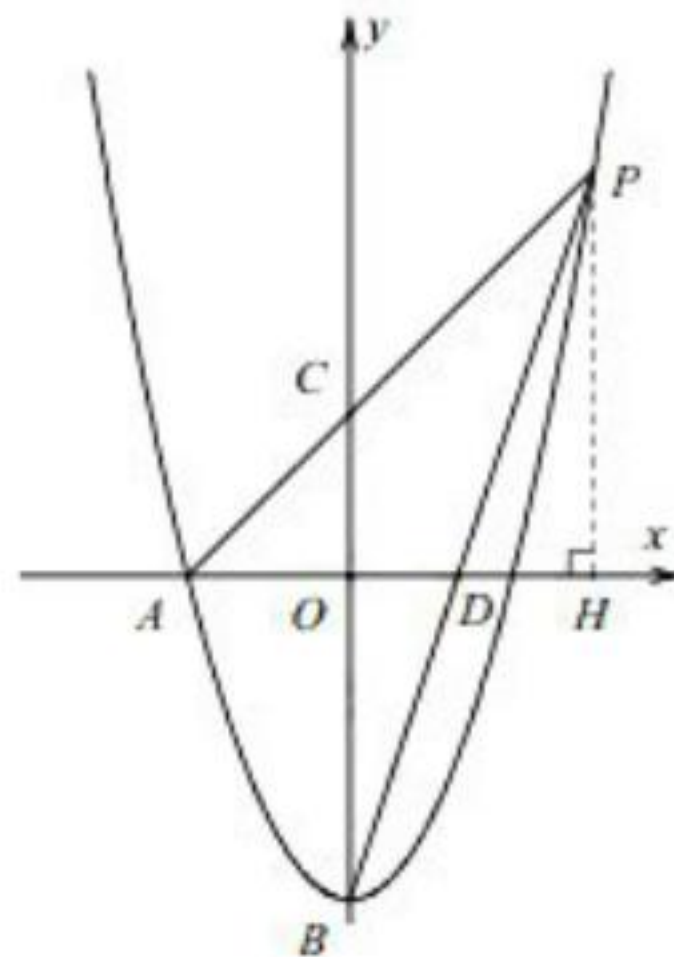
解得,  $m = 3$  (舍负)

作  $PH \perp x$  轴

$\therefore PH = m^2 - 4 = 5$ ,  $AH = AO + OH = 5$

$\therefore AP = 5\sqrt{2}$

$\therefore \sin \angle PAD = \frac{PH}{AP} = \frac{\sqrt{2}}{2}$



25. (1) 联结  $OD$

$AO = OD$ ,  $\angle AOC = \angle C = \angle ODQ$

$OP = DQ$

$\therefore \triangle AOP \cong \triangle ODQ$

$\therefore AP = OQ$

(2) 作  $PH \perp OA$

$\therefore OH = \frac{4}{5}OP = \frac{4}{5}x$ ,  $PH = \frac{3}{5}x$

$\therefore S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2}AO \cdot PH = 3x$

又  $\triangle PFC \sim \triangle PAO$

$\therefore \frac{y}{S_{\triangle AOP}} = \left(\frac{CP}{OP}\right)^2 = \left(\frac{10-x}{x}\right)^2$ , 即  $y = \frac{3x^2 - 60x + 300}{x} \left(\frac{50}{13} < x < 10\right)$

(3) 当  $\angle POE = 90^\circ$  时,  $CQ = \frac{OC}{\cos \angle QCO} = \frac{25}{2}$ ,  $OP = DQ = CD - CQ = \frac{7}{2}$  (舍)

当  $\angle OPE = 90^\circ$  时,  $OP = AO \cdot \cos \angle COA = 8$

当  $\angle OEP = 90^\circ$  时,  $\angle AOQ = \angle DQO = \angle APO$

$\therefore \angle AOC = \angle AEO$ , 即  $\angle OEP = \angle COA$ , 即, 此种情况  $XRS$  不存在

$\therefore$  线段  $OP$  的长为 8

