



高等学 校  
电 子 信 息 类 规划教材

# 通信原理

(第5版)

樊昌信 张甫翊 徐炳祥 吴成柯 编著



国防工业出版社

# 通 信 原 理

(第 5 版)

樊昌信 张甫翊 徐炳祥 吴成柯 编著

國防工業出版社

·北京·

**图书在版编目(CIP)数据**

通信原理/樊昌信等编著. —5版. —北京:国防工业出版社, 2001.5

ISBN 7-118-02481-3

I. 通… II. 樊… III. 通信理论 - 高等学校 - 教材 IV. TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 05526 号

**国防工业出版社出版发行**

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京奥隆印刷厂印刷

新华书店经售

开本 787 × 1092 1/16 印张 27<sup>1</sup>/<sub>4</sub> 633 千字

2001 年 5 月第 5 版 2001 年 5 月北京第 1 次印刷

印数: 1 - 6000 册 定价: 36.00 元

---

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

## 出版说明

为做好全国电子信息类专业“九五”教材的规划和出版工作,根据国家教委《关于“九五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》和《普通高等教育“九五”国家级重点教材立项、管理办法》,我们组织各有关高等学校、中等专业、出版社,各专业教学指导委员会,在总结前四轮规划教材编审、出版工作的基础上,根据当代电子信息科学技术的发展和面向 21 世纪教学内容和课程体系改革的要求,编制了《1996—2000 年全国电子信息类专业教材编审出版规划》。

本轮规划教材是由个人申报,经各学校、出版社推荐,由各专业教学指导委员会评选,并由我部教材办商各专指委、出版社后,审核确定的。本轮规划教材的编制,注意了将教学改革力度较大、有创新精神、特色风格的教材和质量较高、教学适用性较好、需要修订的教材以及教学急需,尚无正式教材的选题优先列入规划。在重点规划本科、专科和中专教材的同时,选择了一批对学科发展具有重要意义,反映学科前沿的选修课、研究生课教材列入规划,以适应高层次专门人才培养的需要。

限于我们的水平和经验,这批教材的编审、出版工作还可能存在不少缺点和不足,希望使用教材的学校、教师、同学和广大读者积极提出批评和建议,以不断提高教材的编写、出版质量,共同为电子信息类专业教材建设服务。

电子工业部教材办公室



# 前 言

本教材系按原电子工业部《1996—2000 年全国电子信息类专业教材编审出版规划》，由全国高等学校通信和信息工程教学指导委员会编审、推荐出版的一本国家级重点教材。本教材由西安电子科技大学樊昌信教授等编著，由清华大学梅顺良教授主审，全国电子信息类通信和信息工程教学指导委员会委员副主任委员乐光新教授任责任编委。

本教材的参考学时数为 90 个计划学时。教师也可根据需要灵活安排较少的学时，比如 46 或 60 个计划学时，用来讲授该书的前几个章节。全书共 12 章，主要内容包括模拟通信和数字通信，但侧重数字通信。全书内容可分为三部分。第一部分，第 1~4 章，阐述通信基础知识和模拟通信原理，其中第 2 章扼要介绍本书其他章节所需的随机信号与噪声分析的数学知识；第二部分，第 5~8 章，主要论述数字通信、模拟信号数字化和数字信号最佳接收原理；第三部分，第 9~12 章，讨论数字通信中的编码和同步等技术，并简要叙述通信网的概念。各章均设有习题和思考题，书后附有部分习题答案。在实施教学过程中，尚需配合一定的示教和实验。

本书编著者有：第 1、3、4 章 徐炳祥；第 2、6 章 徐炳祥、张甫翊；第 5、8 章 张甫翊、徐炳祥；第 7、12 章 张甫翊；第 9 章 樊昌信、张甫翊；第 10 章 樊昌信；第 11 章 吴成柯。樊昌信对全部初稿作了修改和定稿，统编全书。

本教材是在前四版的基础上重新编写的，修改和补充了相当多的内容，删掉了过时的内容。本教材的前四版，在近 20 年来，得到全国数十所大专院校的支持和采用作为教材或教学参考书，并得到广大师生提出的许多宝贵意见，使得它能够不断改进。在这里对他们表示诚挚的感谢。

本书在编写中得到西安电子科技大学教材建设基金的资助。

由于水平限制，书中难免有缺点或错误，诚心希望读者指正。

编 者

## 内 容 简 介

本书是在 1980、1984、1988、1995 年出版的《通信原理》教材的基础上,根据科技发展和教学改革实践的需要,经评审和重新修订而成的

本书讲述现代通信的基本原理,主要包括模拟通信和数字通信,而侧重于数字通信。全书共 12 章,可分为三个部分:第一部分(第 1~4 章)阐述通信基础知识及模拟通信原理;第二部分(第 5~8 章)主要论述数字通信、模拟信号数字化及数字信号最佳接收的基本原理;第三部分(第 9~12 章)讨论数字通信中的编码和同步等技术以及通信网的概念。各章均设有习题和思考题,书后并附有部分习题答案。全书内容丰富,讲述由浅入深,简明透彻,概念清楚,重点较为突出,既便于教学,也有助于广大工程技术人员参考

本书是全国高等院校工科电子类通信专业的统编教材,又可作为从事通信及有关工程技术人员的重要参考书

# 目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 通信系统的组成	1
1.3 通信系统的分类及通信方式	4
1.4 信息及其度量	6
1.5 主要性能指标	9
思考题	11
习题	11
第 2 章 随机信号分析	13
2.1 引言	13
2.2 随机过程的一般表述	13
2.3 平稳随机过程	15
2.4 平稳随机过程的相关函数与功率谱密度	16
2.5 高斯过程	19
2.6 窄带随机过程	21
2.7 正弦波加窄带高斯过程	26
2.8 随机过程通过线性系统	28
思考题	31
习题	31
第 3 章 信道	34
3.1 引言	34
3.2 信道定义	34
3.3 信道数学模型	35
3.4 恒参信道举例	37
3.5 恒参信道特性及其对信号传输的影响	42
3.6 随参信道举例	44
3.7 随参信道特性及其对信号传输的影响	48
3.8 随参信道特性的改善——分集接收	51
3.9 信道的加性噪声	53
3.10 信道容量的概念	56
思考题	60
习题	60

<b>第4章 模拟调制系统</b>	63
4.1 引言	63
4.2 幅度调制的原理及抗噪声性能	63
4.3 非线性调制(角度调制)的原理及抗噪声性能	75
4.4 各种模拟调制系统的比较	81
4.5 频分复用(FDM)	83
4.6 复合调制及多级调制的概念	84
思考题	85
习题	85
<b>第5章 数字基带传输系统</b>	89
5.1 引言	89
5.2 数字基带信号及其频谱特性	90
5.3 基带传输的常用码型	96
5.4 基带脉冲传输与码间干扰	100
5.5 无码间干扰的基带传输特性	102
5.6 部分响应系统	106
5.7 基带传输系统的抗噪声性能	111
5.8 眼图	115
5.9 时域均衡	116
思考题	123
习题	123
<b>第6章 正弦载波数字调制系统</b>	129
6.1 引言	129
6.2 二进制数字调制原理	130
6.3 二进制数字调制系统的抗噪声性能	142
6.4 二进制数字调制系统的性能比较	155
6.5 多进制数字调制系统	157
6.6 改进的数字调制方式	176
思考题	184
习题	185
<b>第7章 模拟信号的数字传输</b>	187
7.1 引言	187
7.2 抽样定理	187
7.3 脉冲振幅调制(PAM)	193
7.4 模拟信号的量化	195
7.5 脉冲编码调制(PCM)	206
7.6 差分脉冲编码调制(DPCM)系统	215
7.7 增量调制	218
7.8 DPCM 系统中的量化噪声	222

7.9 时分复用和多路数字电话系统 .....	223
7.10 话音和图像的压缩编码 .....	229
思考题 .....	234
习题 .....	234
<b>第 8 章 数字信号的最佳接收</b> .....	237
8.1 引言 .....	237
8.2 数字信号接收的统计表述 .....	237
8.3 关于最佳接收的准则 .....	239
8.4 确知信号的最佳接收 .....	241
8.5 随相信号的最佳接收 .....	251
8.6 起伏信号的最佳接收 .....	256
8.7 普通接收机与最佳接收机的性能比较 .....	259
8.8 匹配滤波器 .....	260
8.9 最佳基带传输系统 .....	272
思考题 .....	277
习题 .....	277
<b>第 9 章 差错控制编码</b> .....	280
9.1 引言 .....	280
9.2 纠错编码的基本原理 .....	281
9.3 常用的简单编码 .....	285
9.4 线性分组码 .....	287
9.5 循环码 .....	292
9.6 卷积码 .....	303
9.7 网格编码调制 .....	315
思考题 .....	318
习题 .....	319
<b>第 10 章 正交编码与伪随机序列</b> .....	322
10.1 引言 .....	322
10.2 正交编码 .....	322
10.3 伪随机序列 .....	326
10.4 伪随机序列的应用 .....	339
思考题 .....	347
习题 .....	348
<b>第 11 章 同步原理</b> .....	349
11.1 引言 .....	349
11.2 载波同步的方法 .....	349
11.3 载波同步系统的性能 .....	355
11.4 载波相位误差对解调性能的影响 .....	358
11.5 位同步的方法 .....	359

11.6 位同步系统的性能及其相位误差对性能的影响 .....	367
11.7 群同步 .....	370
11.8 扩展频谱系统同步 .....	378
11.9 网同步的基本概念 .....	382
思考题 .....	386
习题 .....	387
<b>第 12 章 通信网</b> .....	389
12.1 引言 .....	389
12.2 通信网的分类和交换原理 .....	389
12.3 通信网的拓扑结构协议和网举例 .....	393
12.4 综合业务数字网(ISDN) .....	405
思考题 .....	409
<b>附录</b> .....	411
附录 A PCM 量化误差功率谱公式的证明 .....	411
附录 B Q 函数和误差函数 .....	415
附录 C 英文缩写名词对照表 .....	417
附录 D 部分习题答案 .....	419
参考资料 .....	426

# 第1章 绪 论

## 1.1 引 言

通信按照传统的理解就是信息的传输与交换。在当今信息社会,通信则与传感、计算技术紧密结合,成为整个社会的高级“神经中枢”。没有通信,人类社会是不可想象的。一般来说,社会生产力水平要求社会通信水平与之相适应。若通信的水平跟不上,社会成员之间的合作程度就受到限制,社会生产力的发展也必然最终受到限制。可见,通信是十分重要的。

本教材讨论信息的传输、交换及通信网的基本原理,但侧重信息传输原理。在深入讨论上述内容之前,先简要讨论通信系统的有关基础知识。

## 1.2 通信系统的组成

### 1.2.1 通信系统模型

通信的目的是传输消息。消息具有不同的形式,例如:符号、文字、语音、音乐、数据、图片、活动图像等等。因而,根据所传递消息的不同,目前通信业务可分为电报、电话、传真、数据传输及可视电话等。如果从广义的角度看,则广播、电视、雷达、导航、遥测、遥控等也可列入通信的范畴。

实际上,基本的点对点通信,均是把发送端的消息通过某种信道传递到接收端。因而,这种通信系统可由图1-1中模型加以概括。图中,在发送端信息源(也称发终端)的作用是把各种可能消息转换成原始电信号。为了使这个原始信号适合在信道中传输,由发送设备对原始信号完成某种变换,然后再送入信道。信道是指信号传输的通道。在接收端,接收设备的功能与发送设备的相反,它能从接收信号中恢复出相应的原始信号,而受信者(也称信息宿或收终端)是将复原的原始信号转换成相应的消息。图中的噪声源是信道中的噪声及分散在通信系统其他各处的噪声的集中表示。

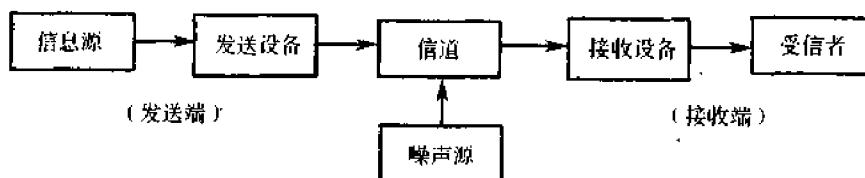


图 1-1 通信系统的一种简化模型

上述模型概括地反映了通信系统的共性。根据我们的研究对象及所关心的问题不同将会使用不同形式的较具体的通信系统模型。通信原理的讨论就是围绕通信系统的模型

而展开的。

### 1.2.2 模拟通信与数字通信系统模型

如上所述,通信传输的消息是多种多样的,可以是符号、文字、语音、数据、图像等等各种不同的消息可以分成两类:一类称作离散消息;另一类称作连续消息。离散消息是指消息的状态是可数的或离散型的,比如符号、文字或数据等。离散消息也称为数字消息。而连续消息则是其状态连续变化的消息,例如,连续变化的语音、图像等。连续消息也称为模拟消息。

为了传递消息,各种消息需要转换成电信号。由图 1-1 的通信过程可知,消息与电信号之间必须建立单一的对应关系,否则在接收端就无法复制出原来的消息。通常,消息被载荷在电信号的某一参量上,如果电信号的该参量携带着离散消息,则该参量必将是离散取值的。这样的信号就称为数字信号。例如,电传机输出的信号就是数字信号。如果电信号的参量连续取值,则称这样的信号为模拟信号。例如,普通电话机输出的信号就是模拟信号。按照信道中传输的是模拟信号还是数字信号,可以相应地把通信系统分成两类:模拟通信系统和数字通信系统。

应当指出,我们也可以先把模拟信号变换成数字信号(这种变换称作模拟—数字变换),经数字通信方式传输后,在接收端再进行相反的变换(即数字—模拟变换),以还原出模拟信号。

自 1844 年 5 月 24 日莫尔斯(Morse)在华盛顿和巴尔的摩之间发送世界上第一份电报以来,电报通信已经经历了 150 多年。但是长期以来,由于电报通信不如电话通信方便,作为数字通信主要形式的电报却比 1876 年贝尔(Bell)发明的电话发展缓慢。直到 20 世纪 60 年代以后,数字通信才日益兴旺起来,甚至目前出现了数字通信替代模拟通信的某种趋势。除了计算机的广泛应用需要传输大量数字信息的客观要求外,数字通信迅速发展基本原因是它与模拟通信相比,更能适应对通信技术越来越高的要求。第一,数字传输抗干扰能力强,尤其在中继时,数字信号可以再生而消除噪声的积累;第二,传输差错可以控制,从而改善了传输质量;第三,便于使用现代数字信号处理技术来对数字信息进行处理;第四,数字信息易于做高保密性的加密处理;第五,数字通信可以综合传递各种消息,使通信系统功能增强。

模拟通信系统正如图 1-1 表明的那样,需要两种变换。首先,发送端的连续消息要变换成原始电信号,接收端收到的信号要反变换成原连续消息。这里所说的原始电信号,由于它通常具有频率很低的频谱分量,一般不宜直接传输。因此,模拟通信系统里常需要有第二种变换:将原始电信号变换成其频带适合信道传输的信号,并在接收端进行反变换。这种变换和反变换通常称为调制或解调。经过调制后的信号称为已调信号,它应有两个基本特征:一是携带有消息,二是适应在信道中传输。通常,我们将发送端调制前和接收端解调后的信号称为基带信号。因此,原始电信号又称为基带信号,而已调信号则常称为频带信号。

有必要指出,消息从发送端传递到接收端并非仅经过以上两种变换,系统里可能还有滤波、放大、变频、辐射等等过程。但本书只着重研究上述两种变换和反变换,其余过程被



认为都是足够理想的,而不予讨论。

于是,一般的模拟通信系统模型可由图 1-1 略加改变而成,如图 1-2 所示。这里的调制器与解调器就代表图 1-1 中的发送设备与接收设备。

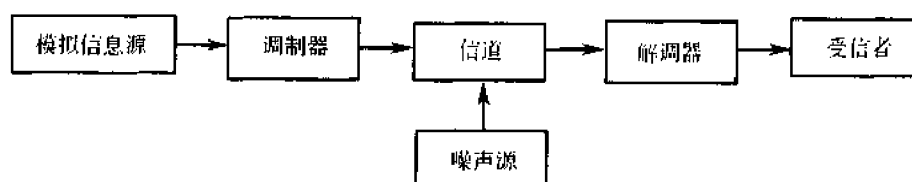


图 1-2 模拟通信系统模型

那么,数字通信系统的模型是怎样的呢?正如前面指出的,数字通信的基本特征是,它传输的信号是“离散”或数字的,从而使数字通信有许多特点。比如,对于上面提到的第二个变化来说,在模拟通信中强调变换的线性特性,即强调已调参量与基带信号成比例;而在数字通信中,则强调已调参量与基带信号之间的一一对应。

此外,数字通信还有以下突出的问题。第一,数字信号传输时,信道噪声或干扰所造成的差错,原则上都是可以控制的。这是通过差错控制编码等手段来实现的。为此,在发送端需要增加一个编码器,而在接收端相应地需要一个解码器。第二,当需要保密时,可以有效地对基带信号进行人为“搅乱”,即加上密码,这叫加密,此时,在接收端就需要进行解密。第三,由于数字通信传输的是一个接一个按节拍传送的数字信号单元,即码元,因而接收端必须按与发送端相同的节拍接收。不然,会因收发节拍不一致而造成混乱,使接收性能变坏。另外,为了表述消息内容,基带信号都是按消息内容进行编组的(相当于写文章要有标点符号那样)。因此,编组的规律在收发之间也必须一致,否则接收时消息的正确内容就无法恢复。在数字通信中,通常称节拍一致为“位同步”或“码元同步”,而称编组一致为“群同步”、“帧同步”、“句同步”或“码组同步”。可见,数字通信还必须有一个同步问题。

综上所述,点对点的数字通信系统模型,一般的可用图 1-3(a)表示。图中,同步环节没有出示,因它的位置往往不是固定的。当然,实际上的数字通信系统并非一定要如图 1-3(a)所示的那样包括所有的环节。比如,调制与解调、加密与解密、编码与解码等环节究竟采用与否,还取决于具体设计方法及要求。例如,在本书中将要详细讨论的数字基带传输系统,它的模型就不包括调制与解调环节,如图 1-3(b)所示。另外,数字通信系统传送的消息一般都是离散型的,但也可以是连续型的。尚若需要在数字通信系统中传送模拟消息,则在发送端的信息源中应包括一个模—数转换装置,而在接收端的受信者中包括一个数—模转换装置。

一般来说,数字通信的许多优点都是用比模拟通信占据更宽的系统频带而换得的。以电话为例,一路模拟电话通常只占据 4kHz 带宽,而一路传输质量相同的数字电话则可能要占用数十千赫的带宽。在系统频带紧张场合,数字通信的这一缺点显得很突出,但是在系统频带富裕的场合,比如毫米波通信、光通信等场合,数字通信几乎成了唯一的选择。考虑到现有大量模拟通信系统这一事实,目前还常常需要利用它来传输数字信号。这就需要对其做些改造,或者加装数字终端设备。

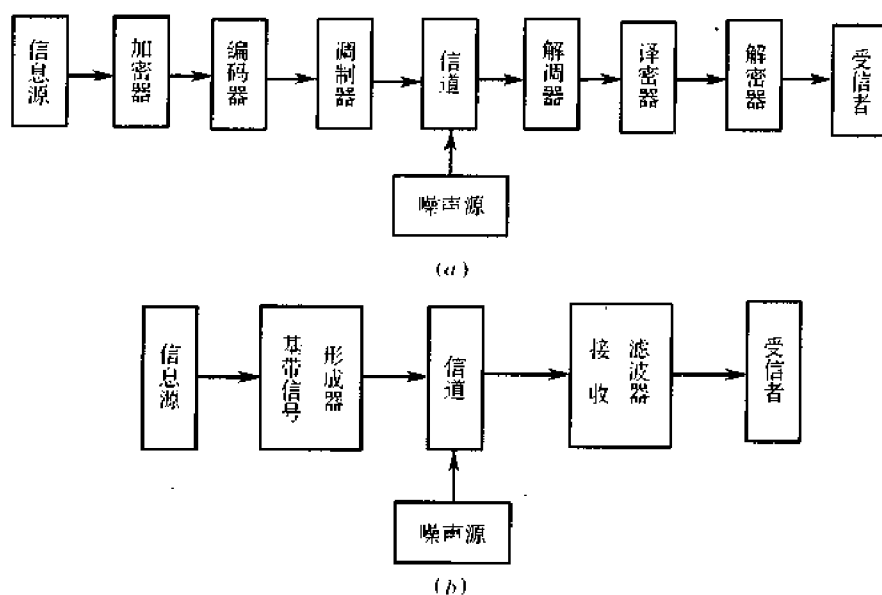


图 1-3 数字通信系统模型

### 1.3 通信系统的分类及通信方式

为了便于今后的讲述,本节把常见的通信系统和通信方式作一综合介绍。

#### 1.3.1 通信系统分类

通信系统有不同分类方法。这里从通信系统模型的角度讨论分类。

##### 1. 按消息的物理特征分类

根据消息的物理特征的不同,通信系统可以分为电报通信系统、电话通信系统、数据通信系统、图像通信系统等。由于电话通信网最为发达普及,因而其他消息常常通过公共的电话通信网传送。例如,电报常通过电话信道传送。又如,随着电子计算机发展而迅速增长起来的数据通信,在远距离传输数据时也常常利用电话信道传送。在综合业务通信网中,各种类型的消息都在统一的通信网中传送。

##### 2. 按调制方式分类

前面已经指出,根据是否采用调制,可将通信系统分为基带传输和频带(调制)传输。基带传输是将未经调制的信号直接传送,如音频市内电话;频带传输是对各种信号调制后传输的总称。调制方式很多,常见的一些如表 1-1 所列。

##### 3. 按信号特征分类

前面已经指出,按照信道中传输的是模拟信号还是数字信号,可以相应地把通信系统分成模拟通信系统与数字通信系统两类。

##### 4. 按传输媒介分类

按传输媒介,通信系统可分为有线(包括光纤)和无线两类。

表 1-1 常用调制方式及用途

调 制 方 式			用 途 举 例
载波调制	线性调制	常规双边带调幅 AM	广播
		单边带调制 SSB	载波通信、短波无线电通信
		双边带调制 DSB	立体声广播
		残留边带调制 VSB	电视广播、传真
	非线性调制	频率调制 FM	微波中继、卫星通信
		相位调制 PM	中间调制方式
	数字调制	振幅键控 ASK	数据传输
		频移键控 FSK	数据传输
相位键控 PSK、DPSK		数据传输	
其他高效数字调制 QAM、MSK		数字微波、空间通信	
脉冲调制	脉冲模拟调制	脉幅调制 PAM	中间调制方式、遥测
		脉宽调制 PDM	中间调制方式
		脉位调制 PPM	遥测、光纤传输
	脉冲数字调制	脉码调制 PCM	市话中继线、卫星、空间通信
		增量调制 DM( $\Delta M$ )	军用、民用数字电话
		差分脉码调制 DPCM	电视电话、图像编码
		其他编码方式 ADPCM	中速数字电话

### 5. 按信号复用方式分类

传送多路信号有三种复用方式,即频分复用、时分复用和码分复用。频分复用是用频谱搬移的方法使不同信号占据不同的频率范围;时分复用是用抽样或脉冲调制方法使不同信号占据不同的时间区间;码分复用则是用一组包含互相正交的码字的码组携带多路信号。

传统的模拟通信中大都采用频分复用。随着数字通信的发展,时分复用通信系统的应用越来越广泛。码分复用多用于空间扩频通信系统中,目前又开始用于移动通信系统中。

### 1.3.2 通信方式

对于点与点之间的通信,按消息传送的方向与时间关系,通信方式可分为单工通信、半双工通信及全双工通信三种。

所谓单工通信,是指消息只能单方向传输的工作方式,如图 1-4(a)所示。例如遥测、遥控,就是单工通信方式。

所谓半双工通信,是指通信双方都能收发消息,但不能同时进行收发的工作方式,如图 1-4(b)所示。例如,使用同一载频工作的无线电对讲机,就是按这种通信方式工作的。

所谓全双工通信,是指通信双方可同时进行收发消息的工作方式,如图 1-4(c)所示。例如,普通电话就是一种最常见的全双工通信方式。

在数字通信中,按照数字信号码元排列方法不同,有串行传输与并行传输之分。

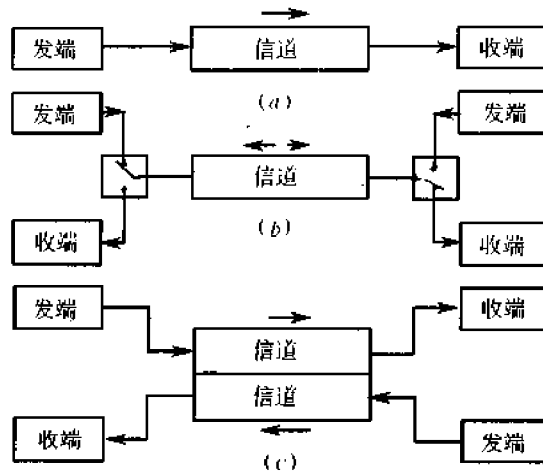


图 1-4 通信方式示意图

(a)单工通信方式;(b)半双工通信方式;(c)全双工通信方式。

所谓串行传输,是将数字信号码元序列按时间顺序一个接一个地在信道中传输,如图 1-5(a)所示。如果将数字信号码元序列分割成两路或两路以上的数字信号码元序列同时在信道中传输,则称为并行传输,如图 1-5(b)所示。

一般的远距离数字通信大都采用串行传输方式,因为这种方式只需占用一条通路。并行传输在近距离数字通信中有时也会遇到,它需要占用两条或两条以上的通路,比如,使用多条导线传输。

实际的通信系统分为专线和通信网两类。专门为两点之间设立传输线的通信,称之为专线通信,有时简称为点与点通信。多点间的通信属于网通信。显然,网通信的基础仍是点与点的通信。因此,本书重点讨论点与点通信的原理。

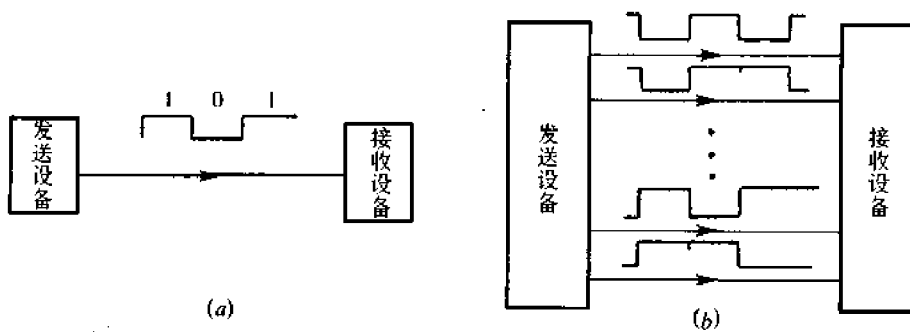


图 1-5 串行和并行方式传输

(a)串行传输;(b)并行传输。

## 1.4 信息及其度量

通信的目的在于传递信息。为了便于今后对通信系统的主要性能做定量的分析,对信息这个术语的含义以及它的定量描述做扼要的讨论是十分必要的。

信息一词在概念上与消息的意义相似,但它的含义却更普遍化、抽象化。信息可被理解为消息中包含的有意义的内容。这就是说,不同形式的消息,可以包含相同的信息。例如,分别用话音和文字发送的天气预报,所含信息内容相同。如同运输货物多少采用“货运量”来衡量一样,传输信息的多少使用“信息量”去衡量。现在的问题是信息如何度量。

已经指出,消息是多种多样的。因此度量消息中所含的信息量的方法,必须能够用来度量任何消息的信息量,而与消息种类无关。另外,消息中所含信息量的多少也应与消息的重要程度无关。

在一切有意义的通信中,虽然消息的传递意味着信息的传递,但对于接收者而言,某些消息比另外一些消息却含有更多的信息。例如,若一方告诉另一方一件非常可能发生的事件:“今年冬天的气候要比去年冬天的更冷些”,比起告诉另一方一件很不可能发生的事件:“今年冬天的气候将与去年夏天的一样热”来说,前一消息包含的信息显然要比后者少些。因为在接收者看来,前一事件很可能发生,不足为奇,但后一事件却极难发生,听后使人惊奇。这表明消息确实有量值的意义。而且,我们可以看出,对接收者来说,事件越不可能,越是使人感到意外和惊奇,信息量就越大。

概率论告诉我们,事件的不确定程度,可以用其出现的概率来描述。亦即事件出现的可能性越小,则概率就越小;反之,则概率就越大。据于这种认识,我们得到:消息中的信息量与消息发生的概率紧密相关,消息出现的概率越小,则消息中包含的信息量就越大。如果事件是必然的(概率为1),则它传递的信息量应为零;如果事件是不可能的(概率为0),则它将有无穷的信息量。如果我们得到不是由一个事件构成而是由若干个独立事件构成的消息,那么这时我们得到的总的信息量,就是若干个独立事件的信息量的总和。

综上所述可以看出,为了计算信息量,消息中所含的信息量  $I$  与消息  $x$  出现的概率  $P(x)$  间的关系式应当反映如下规律:

(1)消息中所含的信息量  $I$  是出现该消息的概率  $P(x)$  的函数,即

$$I = I[P(x)] \quad (1.4-1)$$

(2)消息的出现概率越小,它所含的信息量越大;反之信息量越小,且当  $P(x) = 1$  时,  $I = 0$ 。

(3)若干个互相独立事件构成的消息,所含信息量等于各独立事件信息量的和,即

$$I[P(x_1)P(x_2)\cdots] = I[P(x_1)] + I[P(x_2)] + \cdots \quad (1.4-2)$$

不难看出,若  $I$  与  $P(x)$  间的关系式为

$$I = \log_a \frac{1}{P(x)} = -\log_a P(x) \quad (1.4-3)$$

就可满足上述要求。所以我们定义公式(1.4-3)为消息  $x$  所含的信息量。

信息量的单位的确定取决于上式中对数底  $a$  的确定。如果取对数的底  $a = 2$ ,则信息量的单位为比特(bit);如果取  $e$  为对数的底,则信息量的单位为奈特(nit);若取 10 为底,则信息量的单位称为十进制单位,或叫哈特莱。上述三种单位的使用场合,应根据计算及使用的方便来决定。通常广泛使用的单位为比特。

下面我们先来讨论等概率出现的离散消息的度量。若需要传递的离散消息是在  $M$  个消息之中独立地选择其一,且认为每一消息的出现概率是相同的。显然,为了传递一个消息,只需采用一个  $M$  进制的波形来传送。也就是说,传送  $M$  个消息之一这样一件事与

传送  $M$  进制波形之一是完全等价的。 $M$  进制中最简单的情况是  $M=2$ , 即二进制, 在等概率出现时, 式(1.4-3)变为

$$I = \log_2 \frac{1}{1/2} = \log_2 2 = 1 \text{ (bit)} \quad (1.4-4)$$

这里选择的对数是以 2 为底, 在数学运算上这也是方便的。同时, 在数字通信中, 由于常以二进制传输方式为主, 因而这也是恰当的。按式(1.4-4)的定义, 对于  $M>2$ , 则传送每一波形的信息量应为

$$I = \log_2 \frac{1}{1/M} = \log_2 M \text{ (bit)} \quad (1.4-5)$$

若  $M$  是 2 的整幂次, 比如  $M=2^K$  ( $K=1, 2, 3, \dots$ ), 则式(1.4-5)可改写成

$$I = \log_2 2^K = K \text{ (bit)} \quad (1.4-6)$$

式(1.4-6)表明,  $M$  ( $M=2^K$ ) 进制的每一波形包含的信息量, 恰好是二进制每一波形包含信息量的  $K$  倍。由于  $K$  就是每一个  $M$  进制波形用二进制波形表示时所需的波形数目, 故传送每一个  $M$  ( $M=2^K$ ) 进制波形的信息量就等于用二进制波形表示该波形所需的波形数目  $K$ 。

综上所述, 只要在接收者看来每一传送波形是独立等概率(简称等概)出现的, 则一个波形所能传递的信息量为

$$I = \log_2 \frac{1}{P} \text{ (bit)} \quad (1.4-7)$$

$$\text{或} \quad I = \log_2 M \text{ (bit)} \quad (1.4-8)$$

式中  $M$ ——传送的波形数;

$P$ ——每一波形出现的概率。

但应强调指出, 上述结论仅在每一波形独立等概传送的条件下才是成立的。

现在再来考察非等概的情况。设离散信息源是一个由  $n$  个符号组成的集合, 称符号集。符号集中的每一个符号  $x_i$  在消息中是按一定概率  $P(x_i)$  独立出现的, 又设符号集中各符号出现的概率为

$$\left[ \begin{array}{cccc} x_1, & x_2, & \dots, & x_n \\ P(x_1), & P(x_2), & \dots, & P(x_n) \end{array} \right], \text{ 且有 } \sum_{i=1}^n P(x_i) = 1$$

则  $x_1, x_2, \dots, x_n$  所包含的信息量分别为  $-\log_2 P(x_1), -\log_2 P(x_2), \dots, -\log_2 P(x_n)$ 。于是, 每个符号所含信息量的统计平均值, 即平均信息量为

$$\begin{aligned} H(x) &= P(x_1)[-\log_2 P(x_1)] + P(x_2)[-\log_2 P(x_2)] + \dots + P(x_n)[-\log_2 P(x_n)] = \\ &= -\sum_{i=1}^n P(x_i) \log_2 P(x_i) \text{ (bit/符号)} \end{aligned} \quad (1.4-9)$$

由于  $H$  同热力学中的熵形式相似, 故通常又称它为信息源的熵, 其单位为 bit/符号, 显然, 当  $P(x_i) = 1/M$  (等概条件时的概率值) 时, 式(1.4-9)即成为式(1.4-8)。用平均信息量来计算消息的信息量是有用的。

**[例 1.4.1]** 一信息源由 4 个符号 0, 1, 2, 3 组成, 它们出现的概率分别为 3/8, 1/4, 1/4, 1/8, 且每个符号的出现都是独立的。试求某个消息 201020130213001203210100321010023102002010312032100120210 的信息量。

在此消息中,0 出现 23 次,1 出现 14 次,2 出现 13 次,3 出现 7 次,消息共有 57 个符号。其中出现 0 的信息量为  $23\log_2 8/3 = 33 \text{ bit}$ , 出现 1 的信息量为  $14\log_2 4 = 28 \text{ bit}$ , 出现 2 的信息量为  $13\log_2 4 = 26 \text{ bit}$ , 出现 3 的信息量为  $7\log_2 8 = 21 \text{ bit}$ , 故该消息的信息量为

$$I = 33 + 28 + 26 + 21 = 108 \text{ (bit)}$$

平均(算术平均)一个符号的信息量应为

$$\bar{I} = \frac{I}{\text{符号数}} = \frac{108}{57} = 1.89 \text{ (bit/符号)}$$

若用熵的概念计算,根据式(1.4-9)有

$$H = -\frac{3}{8}\log_2 \frac{3}{8} - \frac{1}{4}\log_2 \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\log_2 \frac{1}{4} - \frac{1}{8}\log_2 \frac{1}{8} = 1.906 \text{ (bit/符号)}$$

则该消息所含信息量为

$$I = 57 \times 1.906 \approx 108.64 \text{ (bit)}$$

以上两个结果略有差别的原因在于,它们平均处理方法不同。前一种按算术平均的方法,结果可能存在误差。这种误差将随消息中符号数的增加而减少。

顺便指出,根据式(1.4-9)可知,不同的离散信息源可能有不同的熵值。无疑,我们期望熵值愈大愈好。可以证明<sup>[2]</sup>,在式(1.4-9)成立的条件下,信息源的最大熵发生在每一符号等概率出现时,即  $P(x_i) = 1/n, i = 1, 2, \dots, n$ , 而最大熵值等于  $\log_2 n$  (bit/符号)。

以上我们讨论了离散消息的度量。同样,关于连续消息的信息量可用概率密度来描述。可以证明,连续消息的平均信息量(相对熵)为

$$H_1(x) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \log_2 f(x) dx \quad (1.4-10)$$

式中  $f(x)$ ——连续消息出现的概率密度。

关于信息量的进一步讨论,限于篇幅,这里就不再进行了。有兴趣的读者,可参考信息论有关专著<sup>[2],[3]</sup>。

## 1.5 主要性能指标

在设计或评述通信系统时,往往要涉及通信系统的主要性能指标,否则就无法衡量其质量的优劣。性能指标也称质量指标,它们是对整个系统综合提出或规定的。

通信系统的性能指标涉及其有效性、可靠性、适应性、标准性、经济性及维护使用等等。尽管对通信系统可有名目繁多的实际要求,但是,从研究消息的传输来说,通信的有效性、与可靠性将是主要的矛盾所在。这里所说的有效性主要是指消息传输的“速度”问题,而可靠性主要是指消息传输的“质量”问题。显然,这是两个相互矛盾的问题,这对矛盾通常只能依据实际要求取得相对的统一。例如,在满足一定可靠性指标下,尽量提高消息的传输速度;或者,在维持一定有效性下,使消息传输质量尽可能地提高。

对于模拟通信系统来说,消息传输速度主要决定于消息所含的信息量和对连续消息(即信息源)的处理。处理的目的在于使单位时间内传送更多的消息。从信息论观点来说,消息传输速度可用单位时间内传送的信息量来衡量。模拟通信中还有一个重要性能指标,即均方误差。它是衡量发送的模拟信号与接收端复制的模拟信号之间误差程度的质量指标。均方误差越小,说明复制的信号越逼真。



顺便指出,在实际的模拟通信中,上述误差是由两方面原因造成的。第一,由于信号在传输时叠加上噪声,我们称之为由加性干扰产生的误差;第二,由于信道传输特性不理想产生的误差,一般称为乘性干扰产生的误差。第一种干扰是始终存在的,不管信号有无,而第二种干扰则随信号的消失而消失。对于由乘性干扰产生的误差,常常还用更具体的性能指标来表述。例如,用于电话系统还有保真度、可懂度、清晰度等质量指标;由加性干扰产生的误差,通常用信号噪声比这一指标衡量。在后面的讨论中,我们主要研究加性干扰的影响,故认为在模拟通信中均方误差的大小最终将完全取决于接收端输出的信号平均功率与噪声平均功率之比(简称输出信噪比)。如果在相同的条件下,某个系统的输出信噪比最高,则称该系统通信质量最好,或称该系统抗信道噪声(或干扰)的能力最强。

在数字通信系统里,主要的性能指标有两个,即传输速率和差错率。为了说清楚这两个指标的确切概念,有必要先说明数字通信中信号是怎样表示的。

如前所述,由于数字通信传输的是离散信号,因此,这些离散值就可以用数字表示。在计算机和数字通信中最适用的是二进制数字,即“0”和“1”。在数字通信中,若离散信号的状态只有两种,则可用一位二进制数字去表示;若离散信号的状态多于两种,则可用若干位二进制数字去表示。当然,除了采用二进制外,还可采用多进制,比如选用  $N$  进制,这里的  $N$  是大于 2 的一个正整数。自然,  $N$  进制与二进制仍然是可以相互表示的。比如,当  $N=4$ ,则  $N$  进制的每一位数字可以用两位二进制数字去表示,反之亦然。原则上,  $N$  进制的数字可用  $\log_2 N$  个二进制数字去表示,但要注意,当  $\log_2 N$  不为整数时,则应取大于此值的第一个整数。

在数字通信中常常用时间间隔相同的符号来表示一位二进制数字。这个间隔被称为码元长度,而这样的时间间隔内的信号称为二进制码元。同样,  $N$  进制的信号也是等长的,并被称为  $N$  进制码元。

有了上述知识,我们就可方便地介绍关于传输速率及差错率的概念。

(1) 传输速率,它通常以码元传输速率来衡量。码元传输速率,又称码元速率或传码率。它被定义为每秒钟传送码元的数目,单位为“波特”,常用符号“B”表示。例如,若某系统每秒钟传送 4800 个码元,则该系统的传码率为 4800 波特或 4800 B。但要注意,码元速率仅仅表征单位时间内传送码元的数目,而没有限定这时的码元是何种进制。考虑到同一系统的各点上可能采用不同的进制,故给出码元速率时必须说明码元的进制和该速率在系统中的位置。设二进制码元速率为  $R_{B2}$ ,  $N$  进制码元速率为  $R_{BN}$ ,且有  $2^k = N$ , ( $k=1, 2, 3, \dots$ ), 则二进制与  $N$  进制的码元速率有如下转换关系式

$$R_{B2} = R_{BN} \log_2 N \quad (\text{B})$$

传输速率还可由信息传输速率来表征。信息传输速率又称为信息速率或传信率。它被定义为每秒钟传递的信息量,单位是比特/秒,或记为 bit/s(或可写成 bps)。例如,若某信息源每秒钟传送 1200 个符号,而每一符号的平均信息量为 1 bit,则该信息源的信息速率为 1200 bit/s 或 1200 bps。今后,在无特别声明的情况下,每个二进制码元规定含有 1 bit 信息量。这意味着式(1.4-4)得到满足时的情况。于是,码元速率与信息速率在数值上存在一定的关系;在二进制下,码元速率与信息速率在数值上相等,只是单位不同;在  $N$  进制下,设信息速率为  $R_b$  (bit/s),码元速率为  $R_{BN}$  (B),则有

$$R_b = R_{BN} \log_2 N \quad (\text{bit/s}) \quad (1.5-1)$$



或

$$R_{\text{BA}} = \frac{R_{\text{b}}}{\log_2 N} \quad (\text{B}) \quad (1.5-2)$$

例如,若某八进制系统的码元速率为 1200 B,则该系统的信息速率为 3600 bit/s。

(2)现在来讨论数字通信的另一性能指标——差错率。它是衡量系统正常工作时,传输消息可靠程度的重要性能指标。差错率有两种表述方法:误码率及误信率。

所谓误码率,是指错误接收的码元数在传送总码元数中所占的比例,或者更确切地说,误码率即是码元在传输系统中被传错的概率。

所谓误信率,又称误比特率,是指错误接收的信息量在传送信息总量中所占的比例,或者说,它是码元的信息量在传输系统中被丢失的概率。

## 思 考 题

1-1 以无线广播和电视为例,说明图 1-1 模型中信息源、受信者及信道包含的具体内容是什么?

1-2 数字通信有哪些特点?

1-3 按消息的物理特征,通信系统如何分类?

1-4 按调制方式,通信系统如何分类?

1-5 按传输信号的特征,通信系统如何分类?

1-6 按传送信号的复用方式,通信系统如何分类?

1-7 通信方式是如何确定的?

1-8 通信系统的主要性能指标是什么?

1-9 什么是误码率?什么是误信率?它们之间的关系如何?

1-10 什么是码元速率?什么是信息速率?它们之间的关系如何?

1-11 未来通信技术的发展趋势如何?

1-12 什么是信源符号的信息量?什么是离散信源的信源熵?

## 习 题

1-1 设英文字母 E 出现的概率为 0.105, x 出现的概率为 0.002。试求 E 及 x 的信息量。

1-2 某信息源的符号集由 A, B, C, D 和 E 组成,设每一符号独立出现,其出现概率分别为 1/4, 1/8, 1/8, 3/16 和 5/16。试求该信息源符号的平均信息量。

1-3 设有四个消息 A, B, C, D 分别以概率 1/4, 1/8, 1/8 和 1/2 传送,每一消息的出现是相互独立的。试计算其平均信息量。

1-4 一个由字母 A, B, C, D 组成的字。对于传输的每一个字母用二进制脉冲编码, 00 代替 A, 01 代替 B, 10 代替 C, 11 代替 D, 每个脉冲宽度为 5 ms。

(1)不同的字母是等可能出现时,试计算传输的平均信息速率;

(2)若每个字母出现的可能性分别为

$$P_A = \frac{1}{5}, P_B = \frac{1}{4}, P_C = \frac{1}{4}, P_D = \frac{3}{10}$$

试计算传输的平均信息速率。

1-5 国际莫尔斯电码用点和划的序列发送英文字母,划用持续3单位的电流脉冲表示,点用持续1个单位的电流脉冲表示;且划出现的概率是点出现概率的1/3:

(1)计算点和划的信息量;

(2)计算点和划的平均信息量。

1-6 设一信息源的输出由128个不同符号组成。其中16个出现的概率为1/32,其余112个出现概率为1/224。信息源每秒发出1000个符号,且每个符号彼此独立。试计算该信息源的平均信息速率。

1-7 对于二电平数字信号,每秒钟传输300个码元,问此传码率 $R_B$ 等于多少?若该数字信号0和1出现是独立等概的,那么传信率 $R_b$ 等于多少?

1-8 若题1-2中信息源以1000 B速率传送信息,则传送1小时的信息量为多少?传送1小时可能达到的最大信息量为多少?

1-9 如果二进独立等概信号,码元宽度为0.5ms,求 $R_B$ 和 $R_b$ ;有四进制信号,码元宽度为0.5ms,求传码率 $R_B$ 和独立等概时的传信率 $R_b$ 。

## 第2章 随机信号分析

### 2.1 引言

通信过程是有用信号通过通信系统的过程,且在通信系统各点常伴随有噪声的加入及此加入噪声在系统中的传输。由此看来,分析与研究通信系统,总离不开对信号和噪声的分析。通信系统中遇到的信号,通常总带有某种随机性,即它们的某个或几个参数不能预知或不能完全预知(如能预知,通信就失去意义)。我们把这种具有随机性的信号称为随机信号。通信系统中还必然遇到噪声,例如自然界中的各种电磁波噪声和设备本身产生的热噪声、散粒噪声等,它们更不能预测。凡是不能预测的噪声就统称为随机噪声,或简称为噪声。

从统计数学的观点看,随机信号和噪声统称为随机过程。因而,统计数学中有关随机过程的理论可以运用到随机信号和噪声的分析中来。本章只准备介绍分析通信系统所必需的内容,即随机信号与噪声的特性表述,以及它们通过线性系统的基本分析方法。

### 2.2 随机过程的一般表述

通信过程中的随机信号和噪声均可归纳为依赖于时间参数  $t$  的随机过程。这种过程的基本特征是,它是时间  $t$  的函数,但在任一时刻上观察到的值却是不确定的,是一个随机变量。或者,它可看成是随机实验的可能出现的  $\xi(t)$  函数,存在一个由全部可能实现构成的总体,每个实现都是一个确定的时间函数,而随机性就体现在出现哪一个实现是不确定的。例如,设有  $n$  台性能完全相同的通信机,它们的工作条件也都相同。现用  $n$  部记录仪同时记录各部通信机的输出噪声波形。测试结果将会表明,得到的  $n$  张记录图形并不因为有相同的条件而输出相同的波形。恰恰相反,即使  $n$  足够的大,也找不到两个完全相同的波形(见图 2-1)。这

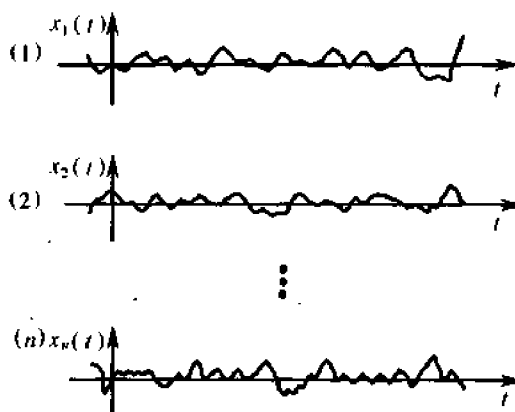


图 2-1  $n$  部通信机的输出记录

就是说,通信机输出的噪声电压随时间的变化是不可预知的,因而它是一个随机过程。这里的一次记录(图 2-1 中的一个波形)就是一个实现,无数个记录构成的总体是一个样本空间。

从数学的角度说,随机过程  $\xi(t)$  的定义如下:设随机试验  $E$  的可能结果为  $\xi(t)$ ,试验

的样本空间  $S$  为  $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_i(t), \dots\}$ ,  $i$  为正整数,  $x_i(t)$  为第  $i$  个样本函数(又称之为实现), 每次试验之后,  $\xi(t)$  取空间  $S$  中的某一样本函数, 于是称此  $\xi(t)$  为随机函数。当  $t$  代表时间量时, 称此  $\xi(t)$  为随机过程。

随机过程的统计特性是通过它的概率分布或数字特征加以表述的。

设  $\xi(t)$  表示一个随机过程, 则在任意一个时刻  $t_1$  上  $\xi(t_1)$  是一个随机变量。显然, 这个随机变量的统计特性可以用分布函数或概率密度函数去描述, 我们称

$$F_1(x_1, t_1) = P\{\xi(t_1) \leq x_1\} \quad (2.2-1)$$

为随机过程  $\xi(t)$  的一维分布函数。如果存在

$$\frac{\partial F_1(x_1, t_1)}{\partial x_1} = f_1(x_1, t_1)$$

则称  $f_1(x_1, t_1)$  为  $\xi(t)$  的一维概率密度函数。无疑, 在一般情况下用一维分布函数去描述随机过程的完整统计特性是极不充分的, 通常需要在足够多的时刻上考虑随机过程的多维分布函数。 $\xi(t)$  的  $n$  维分布函数被定义为

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = P\{\xi(t_1) \leq x_1, \xi(t_2) \leq x_2, \dots, \xi(t_n) \leq x_n\} \quad (2.2-2)$$

如果存在 
$$\frac{\partial F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$$

则称其为  $\xi(t)$  的  $n$  维概率密度函数。显然,  $n$  越大, 用  $n$  维分布函数或  $n$  维概率密度函数去描述  $\xi(t)$  的统计特性就越充分。

在许多场合, 除关心随机过程的  $n$  维分布外, 还需要关心随机过程的数字特征。相应于对随机变量数字特征的定义方法, 容易得到关于随机过程的数字特征, 比如, 随机过程的数学期望、方差及相关函数等。

随机过程  $\xi(t)$  的数学期望被定义为

$$E[\xi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_1(x, t) dx \quad (2.2-3)$$

并记为  $E[\xi(t)] = a(t)$ 。这里, 它本该在某一时刻  $t_1$  上求得, 因此数学期望与  $t_1$  有关。然而,  $t_1$  是任意取的, 故可把  $t_1$  直接写成  $t$ 。所以, 随机过程的数学期望被认为是时间  $t$  的函数。

随机过程的方差定义为

$$D[\xi(t)] = E\{\xi(t) - E[\xi(t)]\}^2$$

由此还可得

$$D[\xi(t)] = E[\xi^2(t)] - [E\xi(t)]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_1(x, t) dx - [a(t)]^2 \quad (2.2-4)$$

$D[\xi(t)]$  也常记为  $\sigma^2(t)$ 。这里也把任一时间  $t_1$  直接写成了  $t$ 。

衡量随机过程任意两个时刻上获得的随机变量的统计相关特性时, 常用协方差函数  $B(t_1, t_2)$  和相关函数  $R(t_1, t_2)$  来表示。协方差函数定义为

$$B(t_1, t_2) = E\{[\xi(t_1) - a(t_1)][\xi(t_2) - a(t_2)]\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - a(t_1)][x_2 - a(t_2)] f_2(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (2.2-5)$$

式中,  $t_1$  与  $t_2$  是任取的两个时刻;  $a(t_1)$  与  $a(t_2)$  为在  $t_1$  及  $t_2$  得到的数学期望;  $f_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$  为二维概率密度函数。

相关函数  $R(t_1, t_2)$  定义为

$$R(t_1, t_2) = E[\xi(t_1)\xi(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_2(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (2.2-6)$$

显然, 由式(2.2-5)及式(2.2-6)可得到  $B(t_1, t_2)$  与  $R(t_1, t_2)$  之间的关系式

$$B(t_1, t_2) = R(t_1, t_2) - E[\xi(t_1)] \cdot E[\xi(t_2)] \quad (2.2-7)$$

若  $E[\xi(t_1)]$  或  $E[\xi(t_2)]$  为零, 则  $B(t_1, t_2)$  与  $R(t_1, t_2)$  完全相同。这里的  $B(t_1, t_2)$  及  $R(t_1, t_2)$  由于是衡量同一过程的相关程度的, 因此, 它们又常分别称为自协方差函数及自相关函数。

协方差函数和相关函数的概念也可引入到两个或更多个随机过程中去, 从而获得互协方差及互相关函数。设  $\xi(t)$  与  $\eta(t)$  分别表示两个随机过程, 则互协方差函数定义为

$$B_{\xi\eta}(t_1, t_2) = E[(\xi(t_1) - a_{\xi}(t_1))(\eta(t_2) - a_{\eta}(t_2))] \quad (2.2-8)$$

而互相关函数定义为

$$R_{\xi\eta}(t_1, t_2) = E[\xi(t_1)\eta(t_2)] \quad (2.2-9)$$

从以上对随机过程的一般表述看到, 随机过程的统计特性, 原则上都与时刻  $t_1, t_2 \dots$  有关。就相关函数而言, 它的相关程度与选择时刻  $t_1$  及  $t_2$  有关。如果  $t_2 > t_1$ , 并令  $t_2 = t_1 + \tau$ , 即  $\tau$  是  $t_2$  与  $t_1$  之间的时间间隔, 则相关函数  $R(t_1, t_2)$  可表示为  $R(t_1, t_1 + \tau)$ 。这说明, 相关函数依赖于起始时刻(或时间起点)  $t_1$  及时间间隔  $\tau$ , 即相关函数是  $t_1$  和  $\tau$  的函数。

## 2.3 平稳随机过程

我们不准备一一地介绍各种随机过程, 而想着重讨论在通信系统中占重要地位的一种特殊类型的随机过程——平稳随机过程。所谓平稳随机过程, 即指它的任何  $n$  维分布函数或概率密度函数与时间起点无关。也就是说, 如果对于任意的正整数  $n$  和任意实数  $t_1, t_2, \dots, t_n, \tau$ , 随机过程  $\xi(t)$  的  $n$  维概率密度函数满足

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + \tau, t_2 + \tau, \dots, t_n + \tau) \quad (2.3-1)$$

则称  $\xi(t)$  是平稳随机过程。由此可见, 平稳随机过程的统计特性将不随时间的推移而不同。它的一维分布与  $t$  无关, 二维分布只与时间间隔  $\tau$  有关。

显然, 如果考虑的是平稳随机过程, 则它的一些数字特征也变得简明了: 平稳随机过程的数学期望与  $t$  无关, 为  $a$ ; 它的自相关函数只与时间间隔  $\tau$  有关, 即

$$R(t_1, t_1 + \tau) = R(\tau)$$

随机过程的这种“平稳”数字特征, 有时就直接用来判断随机过程是否平稳, 即若一个随机过程的数学期望与时间无关, 而其相关函数仅与  $\tau$  有关, 则称这个随机过程是宽平稳的或广义平稳的; 相应地, 称前面式(2.3-1)定义的过程为严平稳的或狭义平稳的。

在通信系统中所遇到的信号及噪声, 大多数均可视为平稳的随机过程。因此, 研究平

稳随机过程有很大实际意义。

平稳随机过程一般具有一个有趣的又非常有用的特性,这个特性称为“各态历经性”。经反复考察发现,许多平稳随机过程的数字特征,完全可由随机过程中的任一实现的数字特征来决定;随机过程的数学期望(统计平均值),可以由任一实现的时间平均值来代替;随机过程的自相关函数,也可以由“时间平均”来代替“统计平均”。这就是说,假设  $x(t)$  是从平稳随机过程中任意取得的一个实现,并令

$$\begin{cases} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt = \bar{a} \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)x(t+\tau) dt = \overline{R(\tau)} \end{cases} \quad (2.3-2)$$

那么,平稳随机过程往往有下列式子成立

$$\begin{cases} a = \bar{a} \\ R(\tau) = \overline{R(\tau)} \end{cases} \quad (2.3-3)$$

使式(2.3-3)以概率1成立的随机过程,称之为具有“各态历经性”的平稳随机过程。“各态历经”的意思是说,从随机过程中得到的任一实现,好像它经历了随机过程的所有可能状态。由式(2.3-3)可知,各态历经的随机过程,就其数字特征而言,无需做无限多次的考察,而只需获得一次考察,从而使“统计平均”化为“时间平均”,使计算的问题大为简化。

但应注意,只有平稳随机过程才可能具有各态历经性。当  $\tau \rightarrow \infty$  时,如果平稳随机过程的  $\bar{a}$  和  $\overline{R(\tau)}$  的均方差趋于零,则认为该过程是各态历经的<sup>[4]</sup>。对于平稳随机过程而言,这是很宽的条件。

## 2.4 平稳随机过程的相关函数与功率谱密度

对于平稳随机过程而言,它的相关函数是特别重要的一个函数。这是因为,一方面平稳随机过程的统计特性,比如数字特征等,可通过相关函数来描述;另一方面,相关函数还揭示了随机过程的频谱特性。我们先来讨论相关函数的有关性质,然后引入与相关函数紧密联系的有关功率谱密度的概念。

### 1. 相关函数

设  $\xi(t)$  为实平稳随机过程,那么它的自相关函数有如下主要性质:

$$(1) \quad R(0) = E[\xi^2(t)] = s \quad [\xi(t) \text{ 的平均功率}] \quad (2.4-1)$$

这是因为,平稳随机过程的总能量往往是无穷的,而其平均功率却是有限的。

$$(2) \quad R(\tau) = R(-\tau) \quad [R(\tau) \text{ 是偶函数}] \quad (2.4-2)$$

这一点直接可由定义式(2.2-6)得到证实。

$$(3) \quad |R(\tau)| \leq R(0) \quad [R(\tau) \text{ 的上界}] \quad (2.4-3)$$

这可由非负式  $E[\xi(t) \pm \xi(t+\tau)]^2 \geq 0$  推演而得。

$$(4) \quad R(\infty) = E^2[\xi(t)] \quad [\xi(t) \text{ 的直流功率}]$$

这是因为

$$\lim_{T \rightarrow \infty} R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} E[\xi(t)\xi(t+\tau)] = E[\xi(t)] \cdot E[\xi(t+\tau)] = E^2[\xi(t)] \quad (2.4-4)$$

这里利用了当  $\tau \rightarrow \infty$  时  $\xi(t)$  与  $\xi(t+\tau)$  变得没有依赖关系, 即统计独立, 而且也认为  $\xi(t)$  不含有周期分量。

$$(5) \quad R(0) - R(\infty) = \sigma^2 [\text{方差}, \xi(t) \text{ 的交流功率}] \quad (2.4-5)$$

这一点直接由式(2.2-4)得到。

由上述性质可知, 用相关函数可表述  $\xi(t)$  的主要数字特征, 且以上性质有明显的实用意义。

关于互相关函数的性质, 这里不准备介绍了, 有兴趣的读者, 参阅有关资料<sup>[5]</sup>。

## 2. 频谱特性

大家知道, 确定信号的自相关函数与其谱密度之间有确定的傅里叶变换关系。那么, 对于平稳随机过程, 其自相关函数是否与功率谱密度也存在这种变换关系呢?

任意的确定功率信号  $f(t)$ , 它的功率谱密度  $P_s(\omega)$  可表示成<sup>[6]</sup>

$$P_s(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|F_T(\omega)|^2}{T} \quad (2.4-6)$$

式中,  $F_T(\omega)$  是  $f(t)$  的截短函数  $f_T(t)$  (如图 2-2 所示) 之频谱函数。而对于功率型的平稳随机过程而言, 它的每一实现也将是功率信号, 因而每一实现的功率谱也可由式(2.4-6)表示。但是, 随机过程中哪一实现出现是不能预知的, 因此, 某一实现的功率谱密度不能作为过程的功率谱密度。过程的功率谱密度应看作是每一可能实现的功率谱的统计平均。设  $\xi(t)$  的功率谱密度为  $P_\xi(\omega)$ ,  $\xi(t)$  的某一实现之截短函数为

$$\xi_T(t), \text{ 且 } \xi_T(t) \Leftrightarrow F_T(\omega) \text{ ①}$$

于是有

$$P_\xi(\omega) = E[P_s(\omega)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E|F_T(\omega)|^2}{T} \quad (2.4-7)$$

$\xi(t)$  的平均功率  $S$  即可表示成

$$S = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_\xi(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E|F_T(\omega)|^2}{T} d\omega \quad (2.4-8)$$

为了寻求功率谱密度与相关函数之间的关系, 我们来考察式(2.4-7)。因为

$$\begin{aligned} \frac{E|F_T(\omega)|^2}{T} &= E\left\{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \xi_T(t) e^{-j\omega t} dt \int_{-T/2}^{T/2} \xi_T(t') e^{-j\omega t'} dt'\right\} = \\ &= E\left\{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \xi(t) e^{-j\omega t} dt \int_{-T/2}^{T/2} \xi(t') e^{-j\omega t'} dt'\right\} = \end{aligned}$$

① 符号  $\Leftrightarrow$  表示傅里叶变换关系, 以后不再声明。

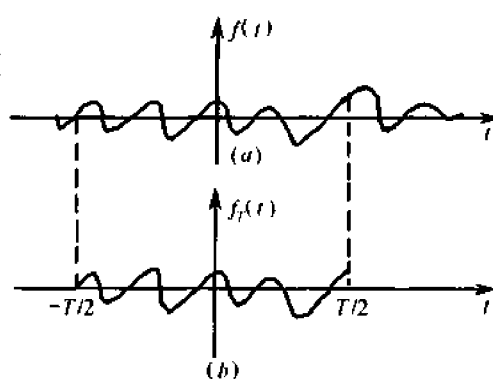


图 2-2 功率信号  $f(t)$  及其截短函数

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} R(t-t') e^{-j\omega(t-t')} dt' dt$$

利用二重积分换元法, 令  $\tau = t - t'$ ,  $k = t + t'$ , 则上式可化简成<sup>[23]</sup>

$$\frac{E[|F_T(\omega)|^2]}{T} = \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

于是

$$P_{\xi}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[|F_T(\omega)|^2]}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.4-9)$$

可见

$$P_{\xi}(\omega) \Leftrightarrow R(\tau) \quad (2.4-10)$$

这说明,  $\xi(t)$  的自相关函数与其功率谱密度之间互为傅里叶变换关系。

[例 2.4.1] 求随机相位正弦波  $\xi(t) = \sin(\omega_0 t + \theta)$  的自相关函数与功率谱密度。式中,  $\omega_0$  是常数;  $\theta$  是在区间  $(0, 2\pi)$  上均匀分布的随机变量。

先求  $\xi(t)$  的数学期望  $a(t)$

$$\begin{aligned} a(t) &= E[\sin(\omega_0 t + \theta)] = E[\sin\omega_0 t \cos\theta + \cos\omega_0 t \sin\theta] = \\ &E[\sin\omega_0 t \cos\theta] + E[\cos\omega_0 t \sin\theta] = \\ &\sin\omega_0 t \int_0^{2\pi} \cos\theta (1/2\pi) d\theta + \cos\omega_0 t \int_0^{2\pi} \sin\theta (1/2\pi) d\theta = 0 \end{aligned}$$

再根据式(2.2-6), 有

$$R(t_1, t_2) = E[\xi(t_1)\xi(t_2)] = E[\sin(\omega_0 t_1 + \theta)\sin(\omega_0 t_2 + \theta)]$$

令  $t_1 = t, t_2 = t + \tau$ , 则上式变为

$$\begin{aligned} R(t, t + \tau) &= E[\sin(\omega_0 t + \theta)\sin(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta)] = \\ &E\{\sin(\omega_0 t + \theta)[\sin(\omega_0 t + \theta)\cos\omega_0 \tau + \cos(\omega_0 t + \theta)\sin\omega_0 \tau]\} = \\ &\cos(\omega_0 \tau) E[\sin^2(\omega_0 t + \theta)] + \sin(\omega_0 \tau) E[\sin(\omega_0 t + \theta)\cos(\omega_0 t + \theta)] = \\ &\cos(\omega_0 \tau) E\left\{\frac{1}{2}[1 - \cos 2(\omega_0 t + \theta)]\right\} + \sin(\omega_0 \tau) E\left[\frac{1}{2}\sin 2(\omega_0 t + \theta)\right] = \\ &\frac{1}{2}\cos\omega_0 \tau - \frac{1}{2}\cos\omega_0 \tau \int_0^{2\pi} \cos 2(\omega_0 t + \theta) \left(\frac{1}{2\pi}\right) d\theta + \\ &\frac{1}{2}\sin\omega_0 \tau \int_0^{2\pi} \sin 2(\omega_0 t + \theta) \left(\frac{1}{2\pi}\right) d\theta = \frac{1}{2}\cos\omega_0 \tau \end{aligned}$$

可见,  $R(t, t + \tau)$  与时间  $t$  无关, 仅与  $\tau$  有关。由此看出,  $\xi(t)$  是宽平稳的随机过程。另外,  $\xi(t)$  的功率谱密度为[利用式(2.4-9)]

$$\begin{aligned} P_{\xi}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}\cos\omega_0 \tau e^{-j\omega\tau} d\tau = \\ &\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4}(e^{j\omega_0 \tau} + e^{-j\omega_0 \tau}) e^{-j\omega\tau} d\tau = \\ &\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega - \omega_0)\tau} d\tau + \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega + \omega_0)\tau} d\tau = \end{aligned}$$



$$\frac{\pi}{2} \delta(\omega - \omega_0) + \frac{\pi}{2} \delta(\omega + \omega_0)$$

容易看出,由  $R(\tau)$  或  $P_{\xi}(\omega)$  可求得  $\xi(t)$  的平均功率为  $1/2$ 。

## 2.5 高斯过程

高斯过程又称正态随机过程,它是一种普遍存在和重要的随机过程。在通信信道中的噪声,通常是一种高斯过程。

所谓高斯过程  $\xi(t)$ ,即指它的任意  $n$  维 ( $n=1,2,\dots$ ) 概率密度函数由下式表示的过程,即

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n |B|^{1/2}} \times \exp \left[ -\frac{1}{2|B|} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n |B|_{jk} \left( \frac{x_j - a_j}{\sigma_j} \right) \left( \frac{x_k - a_k}{\sigma_k} \right) \right] \quad (2.5-1)$$

式中  $a_k = E[\xi(t_k)]$ ;  $\sigma_k^2 = E[\xi(t_k) - a_k]^2$ ;

$|B|$ ——归一化协方差矩阵的行列式,即

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & 1 & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

$|B|_{jk}$ ——行列式  $|B|$  中元素  $b_{jk}$  的代数余因子;

$b_{jk}$ ——归一化协方差函数:

$$b_{jk} = \frac{E\{[\xi(t_j) - a_j][\xi(t_k) - a_k] \}}{\sigma_j \sigma_k} \quad (2.5-2)$$

由上式可以看出,由于正态随机过程的  $n$  维分布仅由各随机变量的数学期望、方差和两两之间的归一化协方差函数所决定。所以,如果过程是宽平稳的,即其均值与时间无关,协方差函数只与时间间隔  $\tau$  有关,而与时间起点无关,则它的  $n$  维分布也与时间起点无关,故它也是严平稳的。这就是说,高斯过程若是宽平稳的,则是严平稳的。

另外,如果各随机变量两两之间互不相关,则在式(2.5-2)中,对所有  $j \neq k$  有  $b_{jk} = 0$ ,故式(2.5-1),变为

$$\begin{aligned} f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) &= \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \prod_{j=1}^n \sigma_j} \exp \left[ -\sum_{j=1}^n \frac{(x_j - a_j)^2}{2\sigma_j^2} \right] = \\ &= \prod_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp \left[ -\frac{(x_j - a_j)^2}{2\sigma_j^2} \right] = \\ &= f(x_1, t_1) \cdot f(x_2, t_2) \dots f(x_n, t_n) \end{aligned} \quad (2.5-3)$$

这就是说,如果高斯过程中的随机变量之间互不相关,则它们也是统计独立的。

为今后分析问题的需要,下面我们将正态随机过程中的一维分布作必要的介绍。

若随机变量的概率密度函数可表示成

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2.5-4)$$

则称  $\xi$  为服从正态分布的随机变量。式中,  $a$  及  $\sigma$  是两个常量(均值及方差),  $f(x)$  可由图 2-3 表示。

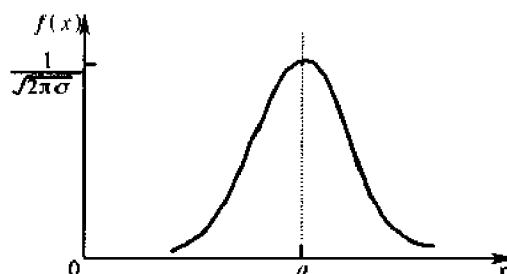


图 2-3 正态分布的密度函数

由式(2.5-4)及图 2-3 容易看到  $f(x)$  有如下特性(所有的证明都很容易,在此就不证明了):

(1)  $f(x)$  对称于  $x=a$  这条直线, 即有

$$f(a+x) = f(a-x)$$

(2)  $f(x)$  在  $(-\infty, a)$  内单调上升, 在  $(a, \infty)$  内单调下降, 且在点  $a$  处达到极大值  $\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)$ 。当  $x \rightarrow -\infty$  或  $x \rightarrow +\infty$  时,

$$f(x) \rightarrow 0$$

$$(3) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (2.5-5)$$

$$\text{且有} \quad \int_{-\infty}^a f(x) dx = \int_a^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{2} \quad (2.5-6)$$

(4) 对不同的  $a$  (固定  $\sigma$ ), 表现为  $f(x)$  的图形左右平移; 对不同的  $\sigma$  (固定  $a$ ),  $f(x)$  的图形将随  $\sigma$  的减小而变高和变窄。

如果式(2.5-4)中  $a=0, \sigma=1$ , 则称这种正态分布为标准化的, 这时有

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (2.5-7)$$

现在我们再来看正态分布函数。根据定义, 显然它可表示为

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}\right] dz = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}\right] dz = \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad (2.5-8)$$

式中,  $\Phi(x)$  称为概率积分函数, 简称概率积分, 其定义为

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{z^2}{2}\right] dz \quad (2.5-9)$$

这个积分不易计算, 但可借助于一表的积分表查出不同  $x$  值时的近似值。

正态分布函数还经常表示成与误差函数相联系的形式。所谓误差函数,它的定义式为

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-z^2} dz \quad (2.5-10)$$

并称  $1 - \operatorname{erf}(x)$  为补误差函数,记为  $\operatorname{erfc}(x)$ ,即

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-z^2} dz \quad (2.5-11)$$

因为

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}\right] dz$$

若  $x \geq a$ , 则

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^a \exp\left[-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}\right] dz + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_a^x \exp\left[-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}\right] dz = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_a^x \exp\left[-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}\right] dz \end{aligned} \quad (2.5-12)$$

若  $x \leq a$ , 则

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}\right] dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_x^\infty \exp\left[-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}\right] dz = \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_x^\infty \exp\left[-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}\right] dz \end{aligned} \quad (2.5-13)$$

现令新积分变量  $t = (z-a)/\sqrt{2}\sigma$ , 代入式(2.5-12)和式(2.5-13), 则该两式变成

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x-a}{\sqrt{2}\sigma}} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{x-a}{\sqrt{2}\sigma}\right), & \text{当 } x \geq a \text{ 时} \\ 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x-a}{\sqrt{2}\sigma}}^\infty e^{-t^2} dt = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x-a}{\sqrt{2}\sigma}\right), & \text{当 } x \leq a \text{ 时} \end{cases}$$

因为  $F(x) = \varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$  [见式(2.5-8)], 故当  $x \leq a$  时, 有

$$\operatorname{erfc}\left(\frac{x-a}{\sqrt{2}\sigma}\right) = 2 - 2\varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$$

或

$$\operatorname{erfc}(x) = 2 - 2\varphi(\sqrt{2}x) \quad (2.5-14)$$

而当  $x \geq a$  时, 则有

$$\operatorname{erf}\left(\frac{x-a}{\sqrt{2}\sigma}\right) = 2\varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) - 1$$

或

$$\operatorname{erf}(x) = 2\varphi(\sqrt{2}x) - 1 \quad (2.5-15)$$

在今后讨论通信系统抗噪声性能时, 公式(2.5-11)及式(2.5-14)、(2.5-15)是常用的。

## 2.6 窄带随机过程

在通信系统中, 许多实际的信号和噪声都满足“窄带”的假设, 且其频谱均被限制在“载波”或某中心频率附近一个窄的频带上, 而这个中心频率离开零频率又相当远。例如, 无

线广播系统中的中频信号及噪声就是如此。如果这时的信号或噪声是一个随机过程,则称它们为窄带随机过程。为了表述窄带随机过程,让我们来导出窄带信号的一般表示式。

窄带波形的定义借助于它的频谱图 2-4 来说明。图中,波形的频带为  $\Delta f$ , 中心频率为  $f_c$ 。若波形满足  $\Delta f \ll f_c$ , 则称该波形为窄带的。

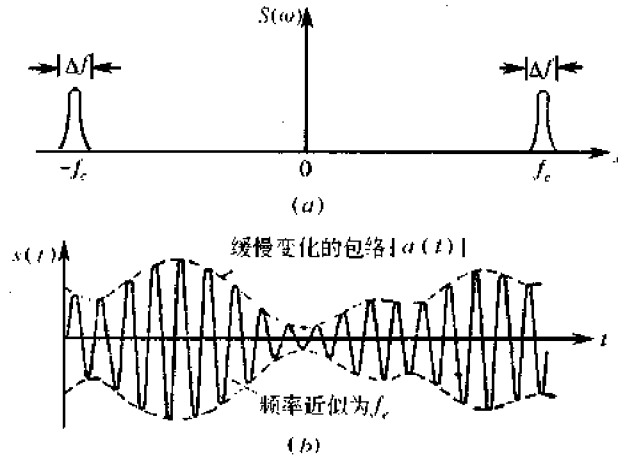


图 2-4 窄带波形的频谱及示意波形

如果在示波器上观察这个过程的一个实现的波形,则它像一个包络和相位缓慢变化的正弦波。因此,窄带随机过程可用下式表示

$$\xi(t) = a_{\xi}(t) \cos[\omega_c t + \varphi_{\xi}(t)] \quad a_{\xi}(t) \geq 0 \quad (2.6-1)$$

式中,  $a_{\xi}(t)$  及  $\varphi_{\xi}(t)$  是窄带随机过程  $\xi(t)$  的包络函数及随机相位函数;  $\omega_c$  是正弦波的中心角频率。显然,这里的  $a_{\xi}(t)$  及  $\varphi_{\xi}(t)$  变化一定比载波  $\cos \omega_c t$  的变化要缓慢得多。

窄带过程也可用下式表示

$$\xi(t) = \xi_c(t) \cos \omega_c t - \xi_s(t) \sin \omega_c t \quad (2.6-2)$$

其中

$$\xi_c(t) = a_{\xi}(t) \cos \varphi_{\xi}(t) \quad (2.6-3)$$

$$\xi_s(t) = a_{\xi}(t) \sin \varphi_{\xi}(t) \quad (2.6-4)$$

这里的  $\xi_c(t)$  及  $\xi_s(t)$  通常分别称为  $\xi(t)$  的同相分量及正交分量。由以上表述看出,  $\xi(t)$  的统计特性可由  $a_{\xi}(t)$ 、 $\varphi_{\xi}(t)$  或  $\xi_c(t)$ 、 $\xi_s(t)$  的统计特性确定。那么,如果已知  $\xi(t)$  的统计特性,则  $a_{\xi}(t)$ 、 $\varphi_{\xi}(t)$  或  $\xi_c(t)$ 、 $\xi_s(t)$  的特性如何确定呢? 作为一个今后特别有用的例子,我们来确定零均值平稳高斯窄带过程的  $a_{\xi}(t)$ 、 $\varphi_{\xi}(t)$  及  $\xi_c(t)$ 、 $\xi_s(t)$ 。

先来确定  $\xi_c(t)$  及  $\xi_s(t)$  的统计特性。对式(2.6-2)求数学期望

$$E[\xi(t)] = E[\xi_c(t)] \cos \omega_c t - E[\xi_s(t)] \sin \omega_c t \quad (2.6-5)$$

因为  $\xi(t)$  是平稳的,且已假设均值为零,也就是说,对于任意的时间  $t$ ,有  $E[\xi(t)]$  等于零,故由式(2.6-5)得

$$\begin{cases} E[\xi_c(t)] = 0 \\ E[\xi_s(t)] = 0 \end{cases} \quad (2.6-6)$$

再来看  $\xi(t)$  的自相关函数。由式(2.6-5)可知,自相关函数可表示为

$$R_{\xi}(t, t + \tau) = R_{\xi}(t, t + \tau) \cos \omega_c t \cos \omega_c (t + \tau) -$$

$$\begin{aligned}
 & R_{\xi_r \xi_r}(t, t + \tau) \cos \omega_c t \sin \omega_c (t + \tau) - \\
 & R_{\xi_s \xi_s}(t, t + \tau) \sin \omega_c t \cos \omega_c (t + \tau) + \\
 & R_{\xi_r \xi_s}(t, t + \tau) \sin \omega_c t \sin \omega_c (t + \tau)
 \end{aligned} \quad (2.6-7)$$

其中

$$\begin{aligned}
 R_{\xi_r}(t, t + \tau) &= E[\xi_r(t) \xi_r(t + \tau)] \\
 R_{\xi_s \xi_s}(t, t + \tau) &= E[\xi_s(t) \xi_s(t + \tau)] \\
 R_{\xi_r \xi_s}(t, t + \tau) &= E[\xi_r(t) \xi_s(t + \tau)] \\
 R_{\xi_s}(t, t + \tau) &= E[\xi_s(t) \xi_s(t + \tau)]
 \end{aligned}$$

因为  $\xi(t)$  是平稳的, 故有

$$R_{\xi}(t, t + \tau) = R_{\xi}(\tau)$$

这就要求式(2.6-7)的右边与时间  $t$  无关, 而仅与  $\tau$  有关。若令  $t=0$ , 则式(2.6-7)仍应成立

$$\begin{aligned}
 R_{\xi}(\tau) &= [R_{\xi_r}(t, t + \tau) |_{t=0}] \cos \omega_c \tau - \\
 & [R_{\xi_s \xi_s}(t, t + \tau) |_{t=0}] \sin \omega_c \tau
 \end{aligned} \quad (2.6-8)$$

这时显然要求下式恒等

$$\begin{aligned}
 R_{\xi_r}(t, t + \tau) &= R_{\xi_r}(\tau) \\
 R_{\xi_s \xi_s}(t, t + \tau) &= R_{\xi_s \xi_s}(\tau)
 \end{aligned}$$

所以, 式(2.6-8)变为

$$R_{\xi}(\tau) = R_{\xi_r}(\tau) \cos \omega_c \tau - R_{\xi_s \xi_s}(\tau) \sin \omega_c \tau \quad (2.6-9)$$

再令  $t = \frac{\pi}{2\omega_c}$ , 则同理可求得

$$R_{\xi}(\tau) = R_{\xi_r}(\tau) \cos \omega_c \tau + R_{\xi_s \xi_s}(\tau) \sin \omega_c \tau \quad (2.6-10)$$

由此我们证明了: 如果  $\xi(t)$  是平稳的, 则  $\xi_r(t)$  与  $\xi_s(t)$  也必将是宽平稳的。

另外, 我们从式(2.6-9)及式(2.6-10)还看到, 要使这两个式子同时成立, 则应有

$$R_{\xi_r}(\tau) = R_{\xi_r}(\tau) \quad (2.6-11)$$

$$R_{\xi_s \xi_s}(\tau) = -R_{\xi_s \xi_s}(\tau) \quad (2.6-12)$$

可是, 根据互相关函数的性质, 应有

$$R_{\xi_s \xi_s}(\tau) = R_{\xi_s \xi_s}(-\tau)$$

将上式代入式(2.6-12), 则得

$$R_{\xi_s \xi_s}(\tau) = -R_{\xi_s \xi_s}(-\tau) \quad (2.6-13)$$

上式表明,  $R_{\xi_s \xi_s}(\tau)$  是  $\tau$  的一个奇函数, 故

$$R_{\xi_s \xi_s}(0) = 0 \quad (2.6-14)$$

同理可证

$$R_{\xi_r \xi_r}(0) = 0 \quad (2.6-15)$$

于是, 由式(2.6-9)及式(2.6-10)得到

$$R_{\xi}(0) = R_{\xi_c}(0) = R_{\xi_s}(0) \quad (2.6-16)$$

$$\text{即} \quad \sigma_{\xi}^2 = \sigma_{\xi_c}^2 = \sigma_{\xi_s}^2 \quad (2.6-17)$$

又因为已证得  $\xi_c(t)$ 、 $\xi_s(t)$  是平稳的, 而由式(2.6-2)可得

当  $t_1 = 0$  时,  $\xi(t_1) = \xi_c(t_1)$ ;

当  $t_2 = \frac{\pi}{2\omega_c}$  时,  $\xi(t_2) = -\xi_s(t_2)$ 。

因为  $\xi(t)$  是高斯过程, 故  $\xi_c(t_1)$ 、 $\xi_s(t_2)$  也是高斯的随机变量, 从而  $\xi_c(t)$ 、 $\xi_s(t)$  也是高斯过程。

综上所述, 一个均值为零的窄带平稳高斯过程, 它的同相分量  $\xi_c(t)$  和正交分量  $\xi_s(t)$  同样是平稳高斯过程, 而且均值都为零, 方差也相同。另外, 在同一时刻上得到的  $\xi_c$  及  $\xi_s$  是不相关的或统计独立的[见式(2.6-14)]。

现在来分析  $a_{\xi}(t)$ 、 $\varphi_{\xi}(t)$  的有关统计特性——一维分布函数。

由上面分析得知,  $\xi_c$  与  $\xi_s$  的二维分布密度函数为

$$f(\xi_s, \xi_c) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\xi}^2} \exp\left(-\frac{\xi_s^2 + \xi_c^2}{2\sigma_{\xi}^2}\right) \quad (2.6-18)$$

设  $a_{\xi}$ 、 $\varphi_{\xi}$  的二维分布密度函数为  $f(a_{\xi}, \varphi_{\xi})$ , 则根据概率论知识<sup>[4]、[19]</sup>有

$$f(a_{\xi}, \varphi_{\xi}) = f(\xi_s, \xi_c) \left| \frac{\partial(\xi_s, \xi_c)}{\partial(a_{\xi}, \varphi_{\xi})} \right|$$

利用式(2.6-3)及式(2.6-4)的关系, 我们可得

$$\frac{\partial(\xi_s, \xi_c)}{\partial(a_{\xi}, \varphi_{\xi})} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \xi_c}{\partial a_{\xi}} & \frac{\partial \xi_s}{\partial a_{\xi}} \\ \frac{\partial \xi_c}{\partial \varphi_{\xi}} & \frac{\partial \xi_s}{\partial \varphi_{\xi}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_{\xi} & \sin \varphi_{\xi} \\ -a_{\xi} \sin \varphi_{\xi} & a_{\xi} \cos \varphi_{\xi} \end{vmatrix} = a_{\xi}$$

所以, 可得

$$\begin{aligned} f(a_{\xi}, \varphi_{\xi}) &= a_{\xi} f(\xi_s, \xi_c) = \frac{a_{\xi}}{2\pi\sigma_{\xi}^2} \exp\left[-\frac{(a_{\xi}\cos\varphi_{\xi})^2 + (a_{\xi}\sin\varphi_{\xi})^2}{2\sigma_{\xi}^2}\right] = \\ &= \frac{a_{\xi}}{2\pi\sigma_{\xi}^2} \exp\left[-\frac{a_{\xi}^2}{2\sigma_{\xi}^2}\right] \end{aligned} \quad (2.6-19)$$

注意, 这里  $a_{\xi} \geq 0$  [因  $a_{\xi}(t) \geq 0$ ], 而  $\varphi_{\xi}$  在  $(0, 2\pi)$  内取值。

再利用概率论中边际分布知识, 可分别求得  $f(a_{\xi})$  及  $f(\varphi_{\xi})$

$$\begin{aligned} f(a_{\xi}) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(a_{\xi}, \varphi_{\xi}) d\varphi_{\xi} = \int_0^{2\pi} \frac{a_{\xi}}{2\pi\sigma_{\xi}^2} \exp\left[-\frac{a_{\xi}^2}{2\sigma_{\xi}^2}\right] d\varphi_{\xi} = \\ &= \frac{a_{\xi}}{\sigma_{\xi}^2} \exp\left[-\frac{a_{\xi}^2}{2\sigma_{\xi}^2}\right] \quad a_{\xi} \geq 0 \end{aligned} \quad (2.6-20)$$

可见,  $a_{\xi}$  服从瑞利分布; 而

$$f(\varphi_{\xi}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(a_{\xi}, \varphi_{\xi}) da_{\xi} = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{\infty} \frac{a_{\xi}}{\sigma_{\xi}^2} \exp\left(-\frac{a_{\xi}^2}{2\sigma_{\xi}^2}\right) da_{\xi} \right]$$

上面方括号中的积分值为 1 (根据瑞利分布性质), 故

$$f(\varphi_\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \quad 0 \leq \varphi_\varepsilon \leq 2\pi \quad (2.6-21)$$

可见,  $\varphi_\varepsilon$  服从均匀分布。

综上所述, 我们得到一个重要结论: 一个均值为零、方差为  $\sigma_\varepsilon^2$  的平稳高斯窄带过程, 其包络  $a_\varepsilon(t)$  的一维分布是瑞利分布, 而其相位  $\varphi_\varepsilon(t)$  的一维分布是均匀分布, 并且就一维分布而言,  $a_\varepsilon$  与  $\varphi_\varepsilon$  是统计独立的[因为式(2.6-19)是式(2.6-20)与式(2.6-21)的乘积]

顺便指出, 既然有窄带过程, 则必存在非窄带过程。在这里介绍一个理想的宽带过程——白噪声。功率谱密度在整个频域内都是均匀分布的噪声, 被称之为白噪声, 即

$$P_\varepsilon(\omega) = \frac{n_0}{2} \quad (2.6-22)$$

式中,  $n_0$  是一个常数, 单位取“瓦/赫”(W/Hz)。显然, 白噪声的自相关函数可借助于式(2.4-10)求得。这时, 因为  $1 \Leftrightarrow \delta(t)$ , 故

$$\frac{n_0}{2} \Leftrightarrow \frac{n_0}{2} \delta(\tau)$$

即白噪声的自相关函数为

$$R(\tau) = \frac{n_0}{2} \delta(\tau) \quad (2.6-23)$$

显见, 白噪声的自相关函数仅在  $\tau=0$  时才不为零; 而对于其他任意的  $\tau$ , 它都为零。这说明, 白噪声只有在  $\tau=0$  时才相关, 而它在任意两个时刻上的随机变量都是不相关的。白噪声的自相关函数及其功率谱密度, 如图 2-5(a) 所示。

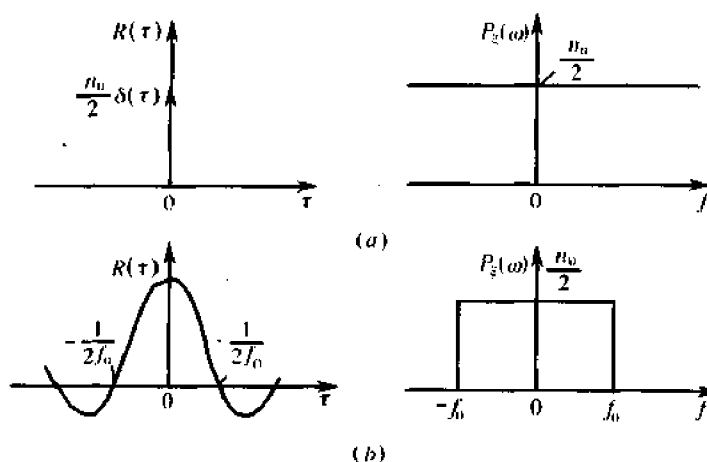


图 2-5 白噪声与带限白噪声的相关函数与谱密度

如果白噪声被限制在  $(-f_0, f_0)$  之内, 即在该频率区上有  $P_\varepsilon(\omega) = n_0/2$ , 而在该区间外  $P_\varepsilon(\omega) = 0$ , 则这样的白噪声被称为带限白噪声。带限白噪声的自相关函数为

$$R(\tau) = \int_{-f_0}^{f_0} \frac{n_0}{2} e^{j2\pi f\tau} df = f_0 n_0 \frac{\sin \omega_0 \tau}{\omega_0 \tau} \quad (2.6-24)$$

式中,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ 。由此看到, 带限白噪声只有在  $\tau = k/2f_0$  ( $k=1, 2, 3, \dots$ ) 上得到的随机变量才不相关。它告诉我们, 如果对带限白噪声按抽样定理抽样的话, 则各抽样值是互不相关的随机变量。带限白噪声的自相关函数与功率谱密度如图 2-5(b) 所示。

## 2.7 正弦波加窄带高斯过程

现在我们来求正弦波加窄带高斯噪声的包络及相应的概率密度函数<sup>[4],[19]</sup>,这是通信中常遇到的又一种情况。

在这种情况下,被考察的混合信号形式为

$$\begin{aligned} r(t) &= A\cos(\omega_c t + \theta) + n(t) = \\ &= A\cos(\omega_c t + \theta) + [x(t)\cos\omega_c t - y(t)\sin\omega_c t] = \\ &= [A\cos\theta + x(t)]\cos\omega_c t - [A\sin\theta + y(t)]\sin\omega_c t \end{aligned} \quad (2.7-1)$$

式中,  $n(t) = x(t)\cos\omega_c t - y(t)\sin\omega_c t$  为窄带高斯过程,其均值为零;正弦波的  $\theta$  在  $(0, 2\pi)$  上均匀分布,且假定振幅  $A$  和频率  $\omega_c$  已知。显然,信号  $r(t)$  的包络函数为

$$z(t) = \{[A\cos\theta + x(t)]^2 + [A\sin\theta + y(t)]^2\}^{1/2}$$

令  $z_c(t) = A\cos\theta + x(t)$ ,  $z_s(t) = A\sin\theta + y(t)$ , 则有

$$z(t) = \sqrt{z_c^2(t) + z_s^2(t)}$$

利用上一节的结果,如果  $\theta$  值已给定,则  $z_c$  及  $z_s$  都是相互独立的高斯随机变量,故有

$$Ez_c = A\cos\theta$$

$$Ez_s = A\sin\theta$$

$$Dz_c = Dz_s = \sigma^2 \text{——} n(t) \text{ 的方差}$$

所以,以给定相位  $\theta$  为条件的  $z_c$  与  $z_s$  的联合密度函数为

$$f(z_c, z_s/\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(z_c - A\cos\theta)^2 + (z_s - A\sin\theta)^2]\right\}$$

因为式(2.7-1)可以改写成  $r(t) = z\cos(\omega_c t + \varphi)$  的形式,所以其包络随机变量为

$$z = \sqrt{z_c^2 + z_s^2} \quad z \geq 0$$

而其相位随机变量为

$$\varphi = \arctan \frac{z_s}{z_c} \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

于是

$$z_c = z\cos\varphi \quad z_s = z\sin\varphi$$

所以,以相位  $\theta$  为条件的  $z$  与  $\varphi$  的联合密度函数为

$$\begin{aligned} f(z, \varphi/\theta) &= f(z_c, z_s/\theta) \begin{vmatrix} \frac{\partial z_c}{\partial z} & \frac{\partial z_s}{\partial z} \\ \frac{\partial z_c}{\partial \varphi} & \frac{\partial z_s}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = f(z_c, z_s/\theta) z = \\ &= \frac{z}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[z^2 + A^2 - 2Az\cos(\theta - \varphi)]\right\} \end{aligned}$$

而以相位  $\theta$  为条件的包络  $z$  的概率密度为



$$f(z/\theta) = \int_0^{2\pi} f(z, \varphi/\theta) d\varphi =$$

$$\frac{z}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(z^2 + A^2)\right\} \times \int_0^{2\pi} \exp\left[\frac{Az}{\sigma^2} \cos(\theta - \varphi)\right] d\varphi$$

$$\text{由于} \quad \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[x \cos \theta] d\theta = I_0(x) \quad (2.7-2)$$

$$\text{故有} \quad \int_0^{2\pi} \exp\left[\frac{Az}{\sigma^2} \cos(\theta - \varphi)\right] d\varphi = 2\pi I_0\left(\frac{Az}{\sigma^2}\right)$$

式中,  $I_0(x)$  为零阶修正贝塞尔函数。当  $x \geq 0$  时,  $I_0(x)$  是单调上升函数, 且有  $I_0(0) = 1$ 。因此

$$f(z/\theta) = \frac{z}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(z^2 + A^2)\right] I_0\left(\frac{Az}{\sigma^2}\right)$$

由此看出,  $f(z/\theta)$  与  $\theta$  无关, 故正弦波加窄带高斯过程的包络概率密度函数为

$$f(z) = \frac{z}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(z^2 + A^2)\right] I_0\left(\frac{Az}{\sigma^2}\right) \quad z \geq 0 \quad (2.7-3)$$

这个概率密度函数称为广义瑞利分布, 也称莱斯 (Rice) 密度函数。如果  $A = 0$ , 则上式便是式 (2.6-20), 即为瑞利分布, 这是预料的结果。

现在来求  $f(\varphi/\theta)$ , 它可由下式得到:

$$f(z/\theta) = \int_0^\infty f(z, \varphi/\theta) dz = (1/2\pi\sigma^2) \exp\left[-(A^2/2\sigma^2) \sin^2(\theta - \varphi)\right] \times \\ \int_0^\infty z \exp\left\{-[z - A \cos(\theta - \varphi)]^2/2\sigma^2\right\} dz$$

上式经积分和整理后, 得到

$$f(z/\theta) = \frac{\exp(-A^2/2\sigma^2)}{2\pi} + \frac{A \cos(\theta - \varphi)}{2(2\pi)^{1/2}\sigma} \times \\ \exp\left[-\frac{A^2}{2\sigma^2} \sin^2(\theta - \varphi)\right] \left\{1 + \operatorname{erf}\left[\frac{A \cos(\theta - \varphi)}{2^{1/2}\sigma}\right]\right\} \quad (2.7-4)$$

式中  $\operatorname{erf}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^x e^{-z^2} dz$  [见式 (2.5-10)]。

因为  $f(\varphi, \theta) = f(\varphi/\theta)f(\theta)$ , 所以, 正弦波加窄带高斯过程的相位概率密度函数  $f(\varphi)$  为

$$f(\varphi) = \int_0^{2\pi} f(\varphi, \theta) d\theta = \int_0^{2\pi} f(\varphi/\theta)f(\theta) d\theta \quad (2.7-5)$$

这个积分比较复杂, 这里就不演算了。

图 2-6 绘出了在几个特定的  $A^2/2\sigma^2$  下的  $f(z)$  曲线及  $f(\varphi/\theta)$  曲线。其中,  $A^2/2\sigma^2$  即是信号平均功率与高斯窄带过程的平均功率之比;  $f(\varphi/\theta)$  是在给出  $\theta$  条件下画出的曲线, 它并不直接是  $f(\varphi)$  的分布。但从  $f(\varphi/\theta)$  也已看到信号  $r(t)$  的相位变化的大致规律。

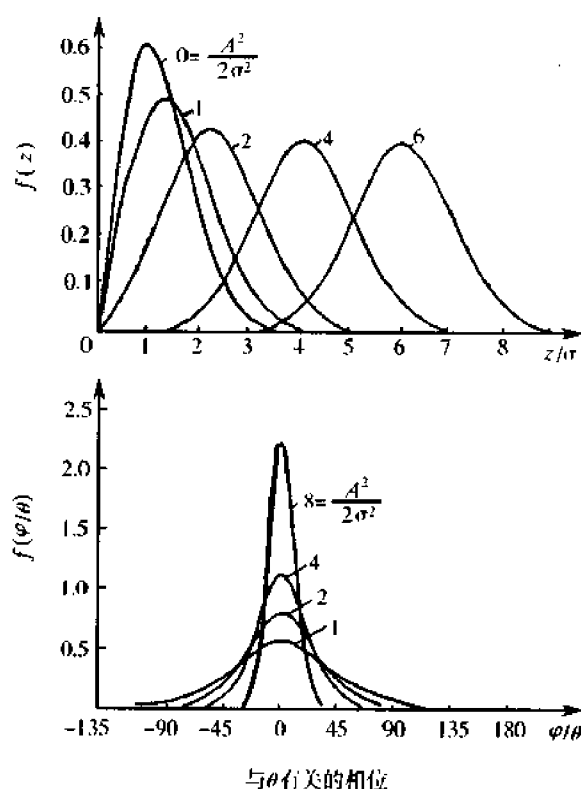


图 2-6 正弦波加高斯窄带过程的包络和相位分布

## 2.8 随机过程通过线性系统

前面只是对随机过程本身的一些特性做了必要的讨论。现在我们来讨论随机过程通过线性系统的情况。随机过程通过线性系统的分析,完全是建立在信号通过线性系统的分析原理的基础之上的。

众所周知,线性系统响应  $v_0(t)$  等于输入信号  $v_i(t)$  与冲激响应  $h(t)$  的卷积,即

$$v_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} v_i(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (2.8-1)$$

如果  $v_0(t) \Leftrightarrow V_0(\omega)$ ,  $v_i(t) \Leftrightarrow V_i(\omega)$ ,  $h(t) \Leftrightarrow H(\omega)$ , 则有

$$V_0(\omega) = H(\omega) V_i(\omega) \quad (2.8-2)$$

如果考虑的线性系统是物理可实现的,则

$$v_0(t) = \int_{-\infty}^t v_i(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

或 
$$v_0(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) v_i(t - \tau) d\tau \quad (2.8-3)$$

由式(2.8-3)看到,假设线性系统的输入是随机过程的一个实现  $v_i(t)$ , 则必将获得一个系统响应  $v_0(t)$ 。这个  $v_0(t)$  可以看成是输出随机过程的一个实现。因此,只要输入有界且系统是物理可实现的,则当输入是随机过程  $\xi_i(t)$  时,便有输出随机过程  $\xi_0(t)$ , 且

有

$$\xi_0(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) \xi_i(t - \tau) d\tau \quad (2.8-4)$$

假定输入  $\xi_i(t)$  是平稳随机过程, 现在来分析系统的输出过程  $\xi_0(t)$  的统计特性。我们先确定输出过程的数学期望、方差及相关函数与功率谱密度, 然后再讨论输出过程的概率分布问题。

### 1. $\xi_0(t)$ 的数学期望 $E[\xi_0(t)]$

根据式(2.2-3)的定义, 有

$$E[\xi_0(t)] = E\left[\int_0^{\infty} h(\tau) \xi_i(t - \tau) d\tau\right] = \int_0^{\infty} h(\tau) E[\xi_i(t - \tau)] d\tau$$

再根据平稳性假设,  $E[\xi_i(t - \tau)] = E[\xi_i(t)] = \mu_i$  常数, 故上式成为

$$E[\xi_0(t)] = \mu_i \int_0^{\infty} h(\tau) d\tau \quad (2.8-5)$$

因为

$$H(\omega) = \int_0^{\infty} h(t) e^{j\omega t} dt$$

求得

$$H(0) = \int_0^{\infty} h(t) dt$$

所以

$$E[\xi_0(t)] = \mu_i \cdot H(0) \quad (2.8-6)$$

由此可见, 输出过程的数学期望等于输入过程的数学期望与  $H(0)$  相乘, 并且  $E[\xi_0(t)]$  与  $t$  无关。

### 2. $\xi_0(t)$ 的自相关函数 $R_0(t_1, t_1 + \tau)$

根据自相关函数的定义, 则有

$$\begin{aligned} R_0(t_1, t_1 + \tau) &= E[\xi_0(t_1) \xi_0(t_1 + \tau)] = \\ &= E\left[\int_0^{\infty} h(\alpha) \xi_i(t_1 - \alpha) d\alpha \int_0^{\infty} h(\beta) \xi_i(t_1 + \tau - \beta) d\beta\right] = \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h(\alpha) h(\beta) E[\xi_i(t_1 - \alpha) \xi_i(t_1 + \tau - \beta)] d\alpha d\beta \end{aligned}$$

根据平稳性

$$E[\xi_i(t_1 - \alpha) \xi_i(t_1 + \tau - \beta)] = R_i(\tau + \alpha - \beta)$$

于是

$$R_0(t_1, t_1 + \tau) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h(\alpha) h(\beta) R_i(\tau + \alpha - \beta) d\alpha d\beta = R_0(\tau) \quad (2.8-7)$$

可见, 自相关函数只依赖时间间隔  $\tau$  而与时间起点  $t_1$  无关。由以上(1)及(2)证明, 这时的输出过程是宽平稳的。

### 3. $\xi_0(t)$ 的功率谱密度 $P_{\xi_0}(\omega)$

利用式(2.4-9), 有

$$P_{\xi_0}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_0(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_0^{\infty} d\alpha \int_0^{\infty} [h(\alpha)h(\beta)R_i(\tau + \alpha - \beta)e^{-j\omega\tau}]d\beta$$

令  $\tau' = \tau + \alpha - \beta$ , 则有

$$P_{\xi_0}(\omega) = \int_0^{\infty} h(\alpha)e^{j\omega\alpha}d\alpha \int_0^{\infty} h(\beta)e^{-j\omega\beta}d\beta \int_{-\infty}^{\infty} R_i(\tau')e^{-j\omega\tau'}d\tau' = \\ H^*(\omega)H(\omega)P_{\xi_i}(\omega) = |H(\omega)|^2P_{\xi_i}(\omega) \quad (2.8-8)$$

可见,系统输出功率谱密度是输入功率谱密度  $P_{\xi_i}(\omega)$  与  $|H(\omega)|^2$  的乘积。这是今后很有用的一个结论。

**[例 2.8.1]** 试求功率谱密度为  $n_0/2$  的白噪声通过理想低通滤波器后的功率谱密度、自相关函数及噪声功率。

因为理想低通传输特性可由下式表示

$$H(\omega) = \begin{cases} K_0 e^{-j\omega t_d}, & |\omega| \leq \omega_H \\ 0, & \text{其他 } \omega \end{cases}$$

可见  $|H(\omega)|^2 = K_0^2, |\omega| \leq \omega_H$ 。

根据式(2.8-8)输出功率谱密度为

$$P_{\xi_0}(\omega) = |H(\omega)|^2 P_{\xi_i}(\omega) = K_0^2 \frac{n_0}{2}, |\omega| \leq \omega_H$$

而自相关函数  $R(\tau)$  为

$$R_0(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_{\xi_0}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = (K_0^2 n_0 / 4\pi) \int_{-\omega_H}^{\omega_H} e^{j\omega\tau} d\omega = \\ K_0^2 n_0 f_H (\sin \omega_H \tau / \omega_H \tau)$$

其中

$$f_H = \frac{\omega_H}{2\pi}$$

于是,输出噪声功率  $N$  即为  $R_0(0)$ , 即

$$N = R_0(0) = K_0^2 n_0 f_H$$

可见,输出的噪声功率与  $K_0^2$ 、 $n_0$  及  $f_H$  成正比。

#### 4. 输出过程 $\xi_0(t)$ 的分布

原理上,在给定输入过程的分布的情况下,借助于式(2.8-4)总可以确定输出过程的分布。其中一个十分有用的情形是:如果线性系统的输入过程是高斯型的,则系统的输出过程也是高斯型的。

因为式(2.8-4)可以表示成一个和式的极限

$$\xi_0(t) = \lim_{\Delta\tau_k \rightarrow 0} \sum_{k=0}^{\infty} \xi_i(t - \tau_k) h(\tau_k) \Delta\tau_k \quad (2.8-9)$$

由于  $\xi_i(t)$  已假设成高斯型的,因此,在任一时刻上的每一项  $\xi_i(t - \tau_k) h(\tau_k) \Delta\tau_k$  都是一个正态随机变量。所以,在任一时刻上得到的输出随机变量,将是无限多个(独立的或不独立的)正态随机变量之和。由概率论<sup>[4]</sup>可知道,这个“和”也是正态随机变量。

于是,我们便得到在任一时刻上的输出[如式(2.8-9)]随机变量是服从正态分布的结论。还可以证明<sup>[7]</sup>,输出过程的  $n$  维联合分布也是正态的,故输出过程也是正态的。

但要注意,与输入正态过程相比,它的数字特征已经改变了。

更一般地说,高斯过程经线性变换后的过程仍为高斯的。这一结论是很有用的。

## 思考题

- 2-1 什么是随机过程?它有什么特点?
- 2-2 什么是随机过程的数学期望和方差?它们分别描述了随机过程的什么性质?
- 2-3 什么是随机过程的协方差函数和自相关函数?它们之间有什么关系?它们反映了随机过程的什么性质?
- 2-4 什么是宽平稳随机过程?什么是严平稳随机过程?它们之间有什么关系?
- 2-5 平稳随机过程的自相关函数具有什么特点?
- 2-6 何谓各态历经性?对于一个各态历经性的平稳随机噪声电压来说,它的数学期望和方差分别代表什么?它的自相关函数在  $\tau=0$  时的值  $R(0)$  又代表什么?
- 2-7 什么是高斯噪声?什么是白噪声?它们各有什么特点?
- 2-8 若某高斯型白噪声  $n(t)$  的数学期望为 1, 方差也为 1, 试写出它的二维概率密度函数。
- 2-9 什么是窄带高斯噪声?它在波形上有什么特点?它的包络和相位各服从什么概率分布?
- 2-10 什么是窄带高斯噪声的同相分量和正交分量?它们各具有什么样的统计特性?
- 2-11 正弦波加窄带高斯噪声的合成波包络服从什么概率分布?
- 2-12 平稳随机过程通过线性系统时,输出随机过程和输入随机过程的数学期望及功率谱密度之间有什么关系?

## 习题

- 2-1 设随机过程  $\xi(t)$  可表示成

$$\xi(t) = 2\cos(2\pi t + \theta)$$

式中  $\theta$  是一个离散随机变量,且  $P(\theta=0)=1/2$ 、 $P(\theta=\pi/2)=1/2$ , 试求  $E_{\xi}(1)$  及  $R_{\xi}(0, 1)$ 。

- 2-2 设  $z(t) = X_1 \cos \omega_0 t - X_2 \sin \omega_0 t$  是一随机过程,若  $X_1$  和  $X_2$  是彼此独立且具有均值为 0、方差为  $\sigma^2$  的正态随机变量,试求

- (1)  $E[z(t)]$ 、 $E[z^2(t)]$ ;
- (2)  $z(t)$  的一维分布密度函数  $f(z)$ ;
- (3)  $B(t_1, t_2)$  与  $R(t_1, t_2)$ 。

- 2-3 求乘积  $z(t) = X(t)Y(t)$  的自相关函数。已知  $X(t)$  与  $Y(t)$  是统计独立的平稳随机过程,且它们的自相关函数分别为  $R_X(\tau)$ 、 $R_Y(\tau)$ 。

2-4 若随机过程  $z(t) = m(t)\cos(\omega_0 t + \theta)$ , 其中,  $m(t)$  是宽平稳随机过程, 且自相关函数  $R_m(\tau)$  为

$$R_m(\tau) = \begin{cases} 1 + \tau, & -1 < \tau < 0 \\ 1 - \tau, & 0 \leq \tau < 1 \\ 0, & \text{其他 } \tau \end{cases}$$

$\theta$  是服从均匀分布的随机变量, 它与  $m(t)$  彼此统计独立。

- (1) 证明  $z(t)$  是宽平稳的;
- (2) 绘出自相关函数  $R_z(\tau)$  的波形;
- (3) 求功率谱密度  $P_z(\omega)$  及功率  $S$ 。

2-5 已知噪声  $n(t)$  的自相关函数  $R_n(\tau) = \frac{a}{2} e^{-a|\tau|}$ ,  $a$  为常数:

- (1) 求  $P_n(\omega)$  及  $S$ ;
- (2) 绘出  $R_n(\tau)$  及  $P_n(\omega)$  的图形。

2-6  $\xi(t)$  是一个平稳随机过程, 它的自相关函数是周期为  $2s$  的周期函数。在区间  $(-1, 1)(s)$  上, 该自相关函数  $R(\tau) = 1 - |\tau|$ 。试求  $\xi(t)$  的功率谱密度  $P_\xi(\omega)$ , 并用图形表示。

2-7 将一个均值为零、功率谱密度为  $n_0/2$  的高斯白噪声加到一个中心角频率为  $\omega_c$ 、带宽为  $B$  的理想带通滤波器上, 如图 P2-1 所示。

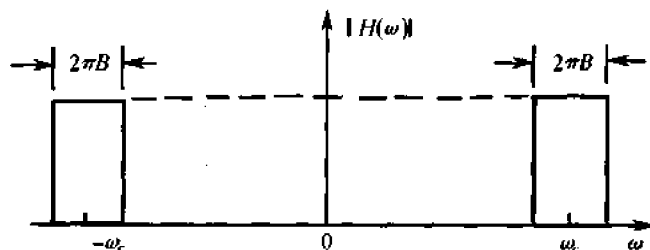


图 P2-1

- (1) 求滤波器输出噪声的自相关函数;
- (2) 写出输出噪声的一维概率密度函数。

2-8 设 RC 低通滤波器如图 P2-2, 求当输入均值为零、功率谱密度为  $n_0/2$  的白噪声时, 输出过程的功率谱密度和自相关函数。

2-9 将均值为零、功率谱密度为  $n_0/2$  的高斯白噪声加到图 P2-3 所示的低通滤波器的输入端。

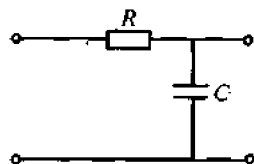


图 P2-2

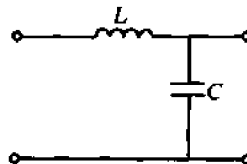


图 P2-3

(1) 求输出噪声  $n_0(t)$  的自相关函数;

(2) 求输出噪声  $n_0(t)$  的方差。

2-10 设有一个随机二进制矩形脉冲波形, 它的每个脉冲的持续时间为  $T_b$ , 脉冲幅度取  $\pm 1$  的概率相等。现假设任一间隔  $T_b$  内波形取值与任何别的间隔内取值统计无关, 且过程具有宽平稳性, 试证:

(1) 自相关函数

$$R_{\xi}(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau|/T_b, & |\tau| \leq T_b \\ 0, & |\tau| > T_b \end{cases}$$

(2) 功率谱密度  $P_{\xi}(\omega) = T_b [Sa(\pi f T_b)]^2$ 。

2-11 图 P2-4 为单个输入、两个输出的线性过滤器, 若输入过程  $\eta(t)$  是平稳的, 求  $\xi_1(t)$  与  $\xi_2(t)$  的互功率谱密度的表示式。(提示: 互功率谱密度与互相关函数为傅里叶变换对)。

2-12 若  $\xi(t)$  是平稳随机过程, 自相关函数为  $R_{\xi}(\tau)$ , 试求它通过如图 P2-5 系统后的自相关函数及功率谱密度。

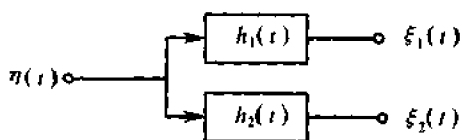


图 P2-4

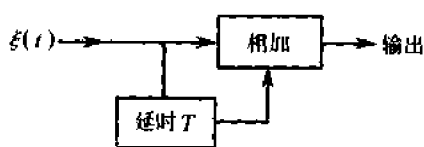


图 P2-5

2-13 若通过图 P2-2 的随机过程是均值为零、功率谱密度为  $n_0/2$  的高斯白噪声, 试求输出过程的一维概率密度函数。

2-14 一噪声的功率谱密度如图 P2-6 所示, 试求其自相关函数为  $KSa(\Omega\tau/2) \cdot \cos\omega_0\tau$ 。

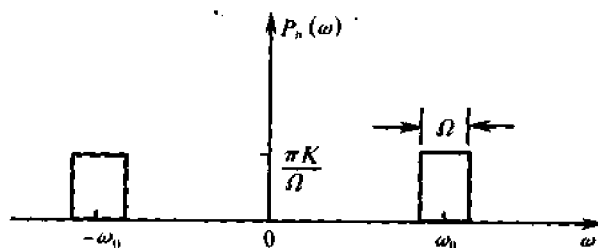


图 P2-6

2-15 一正弦波加窄带高斯平稳过程为

$$z(t) = A\cos(\omega_c t + \theta) + n(t)$$

(1) 求  $z(t)$  通过能够理想地提取包络的平方律检波器后的一维分布密度函数;

(2) 若  $A = 0$ , 重做(1)。

## 第3章 信道

### 3.1 引言

如图 1-1 所示,信道是通信系统必不可少的组成部分,而信道中的噪声又是不可避免的。因而,对信道和噪声的研究乃是研究通信问题的基础。

信道是信号的传输媒质,它可分为有线信道与无线信道两类。有线信道包括明线、对称电缆、同轴电缆及光缆等。而无线信道有地波传播、短波电离层反射、超短波或微波视距中继、人造卫星中继以及各种散射信道等。应该说,信道的这种分类是直观的。但从研究消息传输的观点来说,我们所关心的只是如 1.2 节所指出的那些基本问题。因此,信道的范围还可以扩大,除包括传输媒质外,还可以包括有关的变换装置(如:发送设备、接收设备、馈线与天线、调制器、解调器等等)。我们称这种扩大范围的信道为广义信道,而称前者为狭义信道。在讨论通信的一般原理时,我们采用广义信道。不过,狭义信道(传输媒质)是广义信道十分重要的组成部分,通信效果的好坏,在很大程度上将依赖于狭义信道的特性,因此,在研究信道的一般特性时,“传输媒质”仍是讨论的重点。今后,为了叙述方便,常把广义信道简称为信道。

本章在讨论信道模型的基础上,着重分析信道的特性及其对信号传输的影响,并介绍信道加性噪声的一般特性及信道容量的概念。

### 3.2 信道定义

广义信道按照它包含的功能,可以划分为调制信道与编码信道。所谓调制信道是指图 3-1 中调制器输出端到解调器输入端的部分。从调制和解调的角度来看,调制器输出端到解调器输入端的所有变换装置及传输媒质,不论其过程如何,只不过是已调信号进行某种变换。我们只需要关心变换的最终结果,而无需关心其详细物理过程。因此,研究调制和解调时,采用这种定义是方便的。

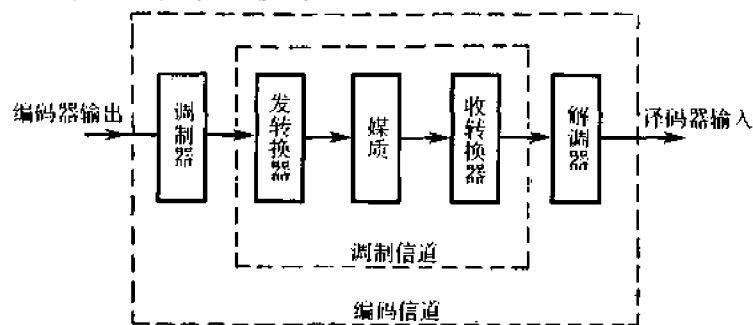


图 3-1 调制信道与编码信道



同理,在数字通信系统中,如果我们仅着眼于讨论编码和译码,采用编码信道的概念是十分有益的。所谓编码信道是指图 3-1 中编码器输出端到译码器输入端的部分。这样定义是因为从编译码的角度看来,编码器的输出是某一数字序列,而译码器的输入同样也是某一数字序列,它们可能是不同的数字序列。因此,从编码器输出端到译码器输入端,可以用一个对数字序列进行变换的方框来加以概括。图 3-1 为调制信道与编码信道的示意图。当然,根据我们研究的对象和关心的问题不同,也可以定义其他范畴的广义信道。

### 3.3 信道数学模型

为了分析信道的一般特性及其对信号传输的影响,我们在信道定义的基础上,引入调制信道与编码信道的数学模型。

#### 1. 调制信道模型

首先,讨论调制信道模型。在具有调制和解调过程的任何一种通信方式中,调制器输出的已调信号即被送入调制信道。对于研究调制与解调的性能而言,可以不管信号在调制信道中作了什么样的变换,也可以不管选用了什么样的传输媒质,我们只需关心已调信号通过调制信道后的最终结果,即只需关心调制信道输出信号与输入信号之间的关系。

对调制信道进行大量的考察之后,可以发现它具有如下共性:

- (1)有一对(或多对)输入端和一对(或多对)输出端;
- (2)绝大多数的信道都是线性的,即满足叠加原理;
- (3)信号通过信道具有一定的迟延时间,而且它还会受到(固定的或时变的)损耗;
- (4)即使没有信号输入,在信道的输出端仍有一定的功率输出(噪声)。

根据上述共性,我们可以用一个二对端(或多对端)的时变线性网络来表示调制信道。这个网络便称为调制信道模型,如图 3-2 所示。

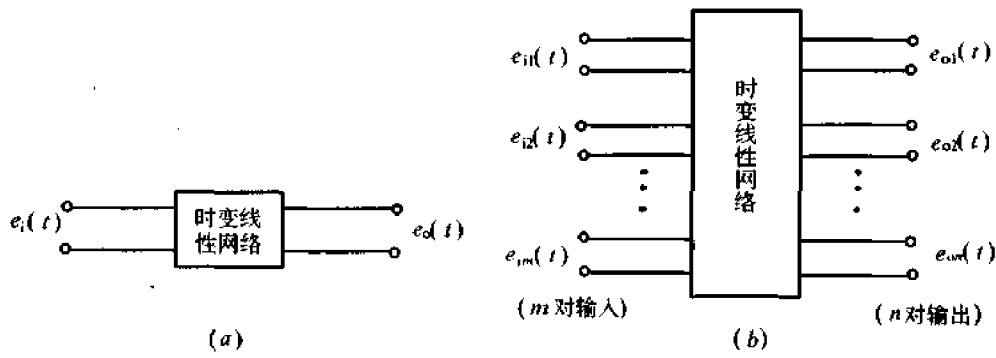


图 3-2 调制信道模型

对于二对端的信道模型,其输出与输入的关系应该有

$$e_o(t) = f[e_i(t)] + n(t) \tag{3.3-1}$$

式中  $e_i(t)$ ——输入的已调信号;  
 $e_o(t)$ ——信道总输出波形;

$n(t)$ ——加性噪声(或称加性干扰)。

这里  $n(t)$  与  $e_i(t)$  无依赖关系,或者说,  $n(t)$  独立于  $e_i(t)$ 。

$f[e_i(t)]$  表示已调信号通过网络所发生的(时变)线性变换。现在,我们假定能把  $f[e_i(t)]$  写为  $k(t)e_i(t)$ <sup>①</sup>,其中,  $k(t)$  依赖于网络的特性,  $k(t)$  乘  $e_i(t)$  反映网络特性对  $e_i(t)$  的作用。 $k(t)$  的存在,对  $e_i(t)$  来说是一种干扰,通常称其为乘性干扰。于是式(3.3-1)可表示为

$$e_o(t) = k(t)e_i(t) + n(t) \quad (3.3-2)$$

式(3.3-2)即为二对端信道的数学模型。

由以上分析可见,信道对信号的影响可归结到两点:一是乘性干扰  $k(t)$ ,二是加性干扰  $n(t)$ 。如果我们了解  $k(t)$  与  $n(t)$  的特性,就能搞清楚信道对信号的具体影响。信道的不同特性反映在信道模型上仅为  $k(t)$  及  $n(t)$  不同而已。

通常乘性干扰  $k(t)$  是一个复杂的函数,它可能包括各种线性畸变、非线性畸变。同时由于信道的迟延特性和损耗特性随时间作随机变化,故  $k(t)$  往往只能用随机过程来表述。不过,经大量观察表明,有些信道的  $k(t)$  基本不随时间变化,也就是说,信道对信号的影响是固定的或变化极为缓慢的;而有些信道却不然,它们的  $k(t)$  是随机快变化的。因此,在分析乘性干扰  $k(t)$  时,可以把信道粗略分为两大类:一类称为恒(定)参(量)信道,即它们的  $k(t)$  可看成不随时间变化或基本不变化;另一类则称为随(机)参(量)信道,它是非恒参信道的统称,或者说,它的  $k(t)$  是随机快变化的。

## 2. 编码信道模型

现在,再来讨论编码信道模型,它与调制信道模型有明显的不同。调制信道对信号的影响是通过  $k(t)$  及  $n(t)$  使已调制信号发生模拟性的变化;而编码信道对信号的影响则是一种数字序列的变换,即把一种数字序列变成另一种数字序列。因此,有时把调制信道看成是一种模拟信道,而把编码信道则看成是一种数字信道。

由于编码信道包含调制信道,故它要受调制信道的影响。不过,从编码和译码的角度来看,这个影响已反映在解调器的输出数字序列中,即输出数字将以某种概率发生差错。显然,如果调制信道越差,即特性越不理想和加性噪声越严重,则发生错误的概率将会越大。因此,编码信道模型可以用数字的转移概率来描述。例如,最常见的二进制数字传输系统的一种简单的编码信道模型如图 3-3 所示。我们说,这个模型是“简单的”,这是因为这里假设解调器每个输出码元的差错发生是相互独立的。或者说,这种信道是无记忆的,即一码元的差错与其前后码元是否发生差错无关。在这个模型里,  $P(0/0)$ 、 $P(1/0)$ 、 $P(0/1)$  及  $P(1/1)$  称为信道转移概率,其中,  $P(0/0)$  与  $P(1/1)$  是正确转移的概率,而  $P(1/0)$  与  $P(0/1)$  是错误转移概率。

根据概率的性质可知

$$P(0/0) = 1 - P(1/0)$$

$$P(1/1) = 1 - P(0/1)$$

转移概率完全由编码信道的特性所决定。一个特定的编码信道,有确定的转移概率。

<sup>①</sup> 一般说来,  $f[e_i(t)]$  不一定能表述成  $k(t)e_i(t)$  的形式,因此,把  $f[e_i(t)]$  写成  $k(t)e_i(t)$ ,只是为了在数学上的简洁。

但应该指出,转移概率一般需要对实际编码信道作大量的统计分析才能得到

由无记忆二进制编码信道模型,容易推出无记忆多进制的模型。图3-4给出一个无记忆四进制编码信道模型。

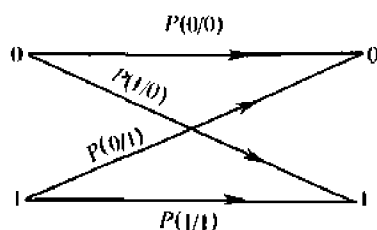


图 3-3 二进制编码信道模型

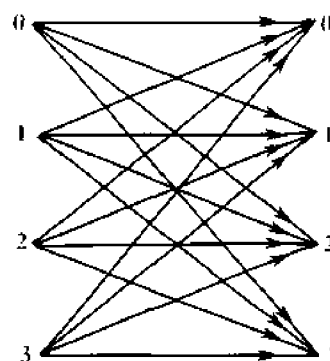


图 3-4 四进制编码信道模型

需要指出,如果编码信道是有记忆的,即信道中码元发生差错的事件是非独立事件,则编码信道模型要比图3-3或图3-4所示的模型复杂得多,信道转移概率表示式也变得很复杂。这些就不再进一步讨论了。

由于编码信道包含调制信道,且它的特性也紧密地依赖于调制信道,故在建立了编码信道和调制信道的一般概念之后,有必要对调制信道作进一步的讨论。如前所述,调制信道分为恒参信道和随参信道,故我们分别来加以讨论。

### 3.4 恒参信道举例

恒参信道是指由架空明线、电缆、中长波地波传播,超短波及微波视距传播,人造卫星中继,光导纤维以及光波视距传播等传输媒质构成的信道。为了分析它们的一般特性及其对信号传输的影响,让我们先简要介绍几种有代表性的恒参信道的例子。

#### 3.4.1 三种有线电信道

##### 1. 明线

明线是指平行而相互绝缘的架空裸线线路。与电缆相比,它的优点是传输损耗低。但它易受气候和天气的影响,并且对外界噪声干扰较敏感。目前,已逐渐被电缆所代替。

##### 2. 对称电缆

对称电缆是在同一保护套内有许多对相互绝缘的双导线的传输媒质。导线材料是铝或铜,直径为0.4~1.4mm。为了减小各线对之间的相互干扰,每一对线都拧成扭绞状。由于这些结构上的特点,故电缆的传输损耗比明线大得多,但其传输特性比较稳定。

##### 3. 同轴电缆

图3-5示出了一单根同轴电缆的结构图。图中,同轴电缆由同轴的两个导体构成,外导体是一个圆柱形的空管(在可弯曲的同轴电缆中,它可以由金属丝编织而成),内导体是金属线(芯线)。它们之间填充着介质,电介质可能是塑料,也可能是空气。在采用空气

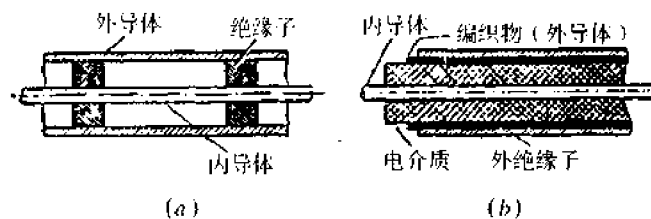


图 3-5 单根同轴电缆的基本结构

绝缘的情况下,内导体依靠有一定间距的绝缘子来定位。

几根同轴线管往往套在一个大的保护套内,如图 3-6 所示。其中,还装入一些二芯扭绞线对或四芯线组,作为传输控制信号之用。同轴线的外导体是接地的,由于它起屏蔽作用,故外界噪声很少进入其内部。

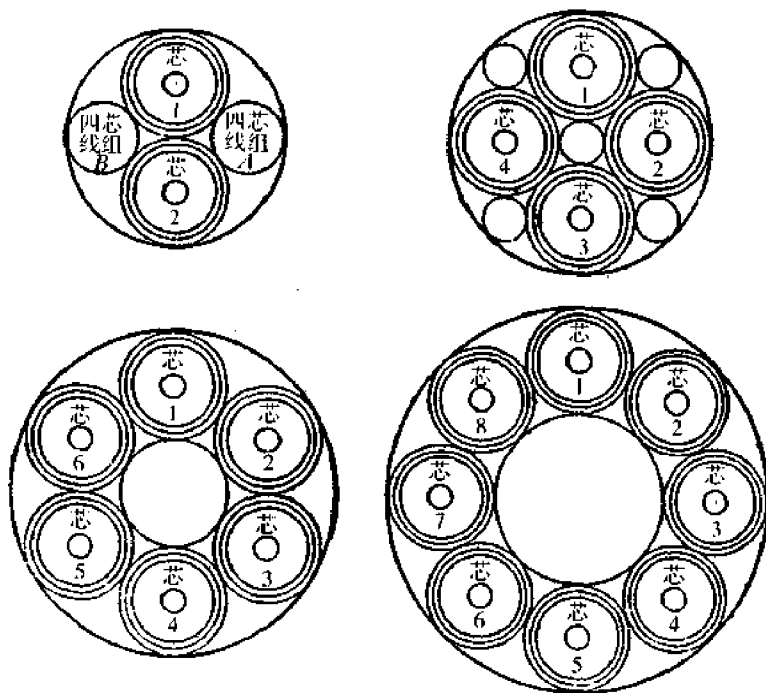


图 3-6 同轴电缆

以上简要介绍了三种有线电信道。表 3-1 列出了它们的工作频率范围、通话路数及增音段长度等参数。

表 3-1 三种有线电信道的性能

线路类型	通话路数	频率范围/kHz	增音段长度/km
架空明线	1+3	0.3~27	300
架空明线	1+3+12	0.3~150	0~120
对称电缆	24	12~108	35
对称电缆	60	12~252	12~18
小同轴电缆	300	60~1300	8
小同轴电缆	960	60~4100	4
中同轴电缆	1800	300~9000	6
中同轴电缆	2700	300~12000	4.5
中同轴电缆	10800	300~60000	3.5

顺便指出,小同轴的标准尺寸:外导体的内径为 4.4mm,内导体的外径为 1.2mm。中同轴的标准尺寸:外导体的内径为 9.5mm,内导体的外径为 2.6mm。这两种同轴电缆的特性阻抗近似为  $75\Omega$ 。

### 3.4.2 光纤信道

以光导纤维(简称光纤)为传输媒质、光波为载波的光纤信道,可望提供极大的传输容量。光纤这一新的传输媒质具有损耗低、频带宽、线径细、重量轻、可弯曲半径小、不怕腐蚀、节省有色金属以及不受电磁干扰等优点。

光纤信道的简化方框图如图 3-7 所示。它由光源、光纤线路及光电探测器等三个基本部分构成。光源是光载波的发生器,目前,广泛应用半导体发光二极管(LED)或激光二极管(LD)做光源。光纤线路可能是一根或多根光纤。在接收端是一个直接检波式的光探测器,常用 PIN 光电二极管或雪崩光电二极管(APD 管)来实现光强度的检测。根据应用情况的不同,在光纤线路中可能还设有中继器。当然,也可能不设中继器。

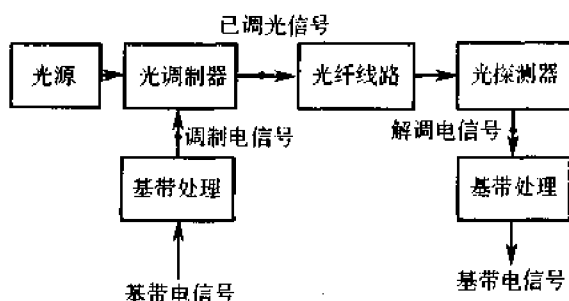


图 3-7 光纤信道的一般组成

中继器有两种类型:直接中继器和间接中继器。所谓直接中继器就是光放大器,它直接将光信号放大以补偿光纤的传输损耗,以便延长传输距离;所谓间接中继器是将光信号先解调为电信号,经放大或再生处理后,再调制到光载波上,利用光纤继续进行传输。在数字光纤信道中,为了减小失真以及防止噪声的积累,每隔一定距离需加入再生中继器。

需要指出,由于技术上的原因,目前,光外差式接收及相干检测还不能使用,故在实际系统中,仅限于采用光强度调制和平方律检测。同时,又因光纤信道中某些元件的线性度较差,所以,广泛采用数字调制方式,即用光载波脉冲的有和无来代表二进制数字。因此,光纤信道是一个典型的数字信道。

实用的光纤通常都是由介质芯线及包在它外面的用另一种介质材料做成的包层构成。光纤有不同的结构形式。从结构上来说,目前使用的光纤可分为均匀光纤及非均匀光纤两类。图 3-8 示出了这两种光纤剖面的折射指数分布图。图 3-8(a)是光纤的剖面图,其芯线的直径为  $2a$ ,包层的直径为  $2b$ 。图 3-8(b)表示均匀光纤剖面上的折射指数分布。芯线的折射指数为  $n_1$ ,包层的折射指数为  $n_2$ 。芯线和包层中的折射指数都是均匀分布的。由于其折射指数在芯线和包层的交界面上成阶梯形的突变,所以也称其为阶跃型折射指数光纤。图 3-8(c)表示非均匀光纤的剖面折射指数分布。在包层中折射指数为  $n_2$ ,它是均匀的,而在芯线中折射指数则是沿半径方向逐渐减少的。这种光纤称为渐变型折射指数光纤。

当光纤中只能传输一种光波的模式时,称为单模光纤。由于光波波长极短,故单模光纤的芯径极小。均匀单模光纤芯线的直径约在  $4 \sim 10 \mu\text{m}$  之间。单模光纤传光特性较好,但因截面尺寸小,在制造、耦合和连接上都比较困难。

如果光纤中能传输的模式不止一个,则称为多模光纤。多模光纤的截面尺寸较大,非均匀多模光纤的典型尺寸是  $2a = 50 \mu\text{m}$ ,在制造、耦合和连接上都比单模光纤容易。

非均匀光纤芯线中的折射指数要求按一定规律变化,因而在制造上比均匀光纤困难。

光纤信道是远距离传送光波的一种手段,其长度常达几十公里,甚至几百或几千公里。在这样长的距离上传送光信号,对光纤提出了较高的要求。这些要求中最主要的是低损耗和低色散。

低损耗是光纤能实现远距离传输的前提。目前,高纯度的石英玻璃光纤,在长波长波段(即波长  $\lambda = 1.35 \mu\text{m}$  与  $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$  附近),其损耗一般可低至  $0.2 \text{ dB/km}$  以下。

色散是光纤的另一个重要指标。色散是指信号的群速度随频率或模式不同而引起的信号失真这种物理现象。

多模光纤的色散有三种:

- (1)材料色散。它是由材料的折射指数随频率而变化引起的色散。
- (2)模式色散。在多模光纤中,由于一个信号同时激发不同的模式,即使是同一频率,各模式的群速也是不同的。这样引起的色散称为模式色散。
- (3)波导色散。对同一模式,不同的频谱分量有不同的群速,由此引起的色散,称为波导色散。

在单模光纤中不存在模式色散<sup>①</sup>,因而其色散性能也较好。在多模光纤中,非均匀光纤的色散比均匀光纤小得多,这是因为非均匀光纤采用了合理的折射指数分布,从而均衡了模式色散的缘故。

光纤色散将会使信号产生畸变,它限制着通信容量和信号传输距离的增加。

### 3.4.3 无线电视距中继

无线电视距中继是指工作频率在超短波和微波波段时,电磁波基本上沿视线传播,通信距离依靠中继方式延伸的无线电路。相邻中继站间距离一般在  $40 \sim 50 \text{ km}$ 。它主要用于长途干线、移动通信网及某些数据收集(加水文、气象数据的测报)系统中。

无线电中继信道的构成如图 3-9 所示。它由终端站、中继站及各站间的电波传播路

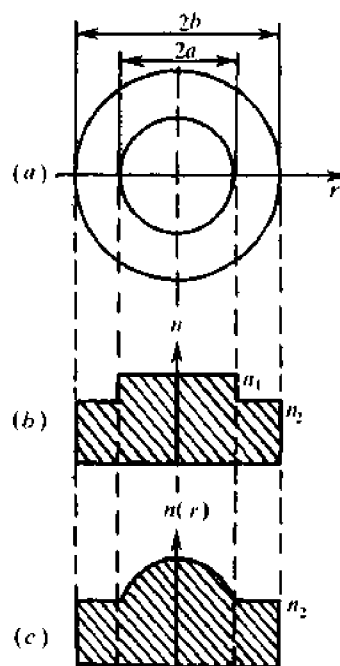


图 3-8 光纤的剖面折射率分布  
(a)光纤剖面;(b)均匀光纤的剖面折射率分布上;  
(c)非均匀光纤的剖面折射率分布

<sup>①</sup> 单模光纤中有极化色散,严格来说,极化色散也是一种模式色散。

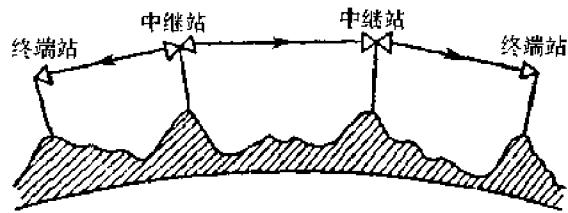


图 3-9 无线电中继信道的构成

径所构成。由于这种系统具有传输容量大、发射功率小、通信稳定可靠,以及和同轴电缆相比,可以节省有色金属等优点,因此,被广泛用来传输多路电话及电视。

### 3.4.4 卫星中继信道

人造卫星中继信道可视为无线电中继信道的一种特殊形式。轨道在赤道平面上的人造卫星,当它离地面高度为 35860km 时,绕地球运行一周的时间恰为 24h。这种卫星称为同步通信卫星,使用它作为中继站,可以实现地球上 18000km 范围内的多点之间的联接。采用三个适当配置的同步卫星中继站就可以覆盖全球(除两极盲区外)。图 3-10 示出这种卫星中继信道的概貌。这种信道具有传输距离远、覆盖地域广、传播稳定可靠、传输容量大等突出的优点。目前广泛用来传输多路电话、电报、数据和电视。

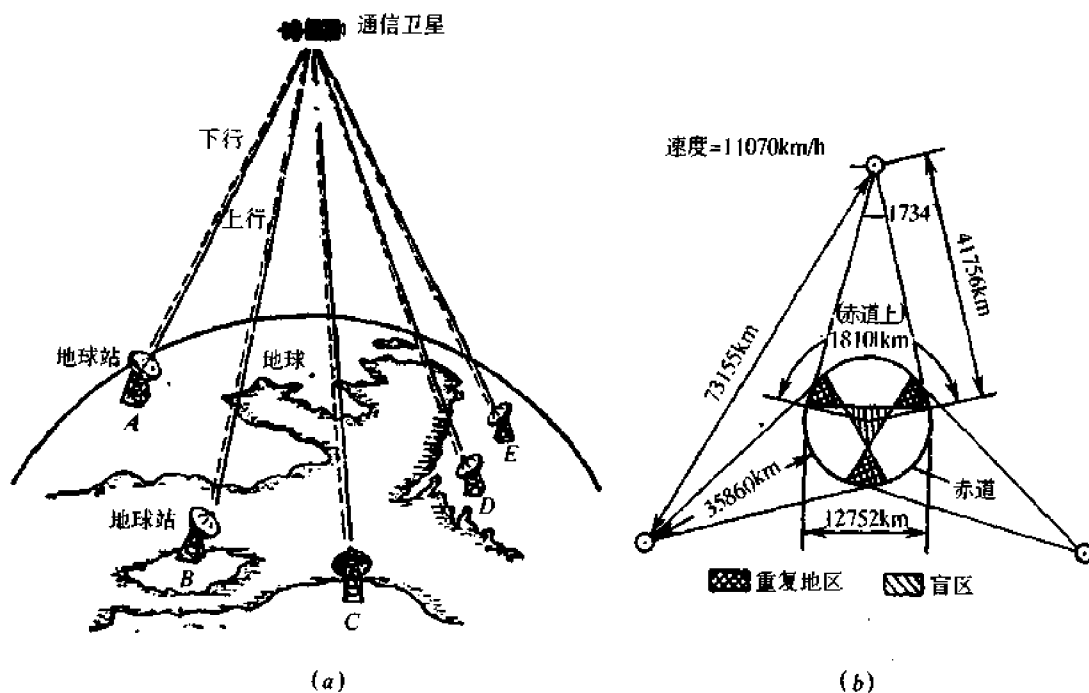


图 3-10 卫星中继信道的概貌

卫星中继信道由通信卫星、地球站、上行线路及下行线路构成。其中上行与下行线路是地球站至卫星及卫星至地球站的电波传播路径,而信道设备集中于地球站与卫星中继站中。相对于地球站来说,同步卫星在空中的位置是静止的,所以它又称为“静止”卫星。除静止卫星外,在较低轨道上运行的卫星及不在赤道平面上的卫星也可以用于中继通信。



在几百公里高度的低轨道上运行的卫星,由于要求地球站的发射功率较小,特别适用于移动通信和个人通信系统中。

以上我们介绍了几种有代表性的恒参信道的例子。下面再来讨论恒参信道的特性及其对信号传输的影响。

### 3.5 恒参信道特性及其对信号传输的影响

由上面列举的恒参信道的几个例子可以看出,恒参信道对信号传输的影响是确定的或者是变化极其缓慢的。因此,可以认为它等效于一个非时变的线性网络。从理论上来说,只要得到了这个网络的传输特性,则利用信号通过线性系统的分析方法,就可求得已调信号通过恒参信道的变化规律。

网络的传输特性通常可以用幅度—频率特性及相位—频率特性来表征。现在让我们以有线电音频信道或载波信道为例来分析恒参信道等效网络的上述两个特性,以及它们对信号传输的影响。

#### 3.5.1 幅度—频率畸变

幅度—频率畸变是由有线电话信道的幅度—频率特性的不理想所引起的。这种畸变又称为频率失真。在通常的电话信道中可能存在各种滤波器,还可能存在混合线圈、串联电容和分路电感等。因此,电话信道的幅度—频率特性总不可能是理想的。譬如,图 3-11 所示的典型音频电话信道就是如此。图中示出了这种信道的总幅度—频率特性曲线。由图可见,低频端截止频率约在 300Hz 以下,每倍频程衰耗升高 15~25dB;在 300~1100Hz 范围内衰耗比较平坦,在 1100~2900Hz 之间,衰耗通常是线性上升的(2600Hz 的衰耗比 1100Hz 处高 8dB);在 2900Hz 以上,衰耗增加很快,每倍频程增加 80~90dB。

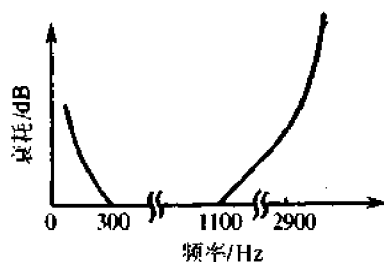


图 3-11 典型音频电话信道的相对衰耗

十分明显,如上所述的不均匀衰耗必然使传输信号的幅度随频率发生畸变,引起信号波形的失真。此时,若要传输数字信号,还会引起相邻码元波形在时间上的相互重叠,即造成码间串扰。

为了减小幅度—频率畸变,在设计总的电话信道传输特性时,一般都要求把幅度—频率畸变控制在一个允许的范围内。这就要求改善电话信道中的滤波性能,或者再通过一个线性补偿网络,使衰耗特性曲线变得平坦。这后一措施通常称之为“均衡”。在载波电话信道上传输数字信号时,通常要采取均衡措施(均衡原理将在第 5 章介绍)。

#### 3.5.2 相位—频率畸变

相位—频率畸变是指信道的相位—频率特性偏离线性关系所引起的畸变。电话信道的相位—频率畸变主要来源于信道中的各种滤波器及可能的加感线圈,尤其是在信道频带的边缘畸变更为严重。



相频畸变对模拟语音通信影响并不显著,这是因为人耳对相频畸变不太灵敏;但对数字信号传输却不然,尤其当传输速率高时,相频畸变会引起严重的码间串扰,造成误码。

信道的相位—频率特性还经常采用群延迟—频率特性来衡量。所谓群延迟—频率特性就是相位—频率特性对频率的导数。若相位—频率特性用  $\varphi(\omega)$  来表示,则群延迟—频率特性  $\tau(\omega)$  为

$$\tau(\omega) = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \quad (3.5-1)$$

不难看出,如果  $\varphi(\omega)-\omega$  呈线性关系,那么  $\tau(\omega)-\omega$  曲线将是一条水平直线,如图 3-12 所示。此时信号的不同频率成分将有相同的群延迟,因而信号经过传输后不会发生畸变。但实际的信道特性总是偏离图 3-12 所示的特性的,例如图 3-13 给出一个典型的电话信道的群延迟—频率特性。可以看出,当非单一频率的信号通过该信道时,信号频

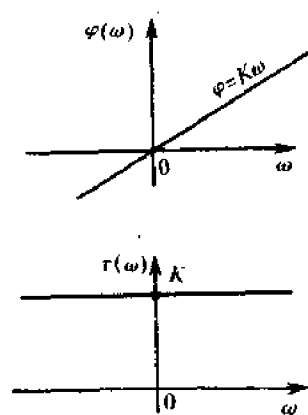


图 3-12 理想的相位—频率特性及  
群延迟—频率特性

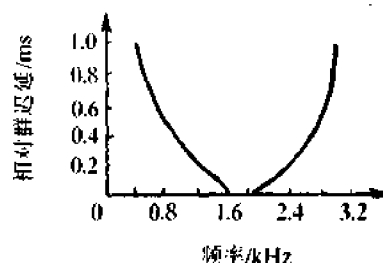


图 3-13 群延迟—频率特性一例

谱中的不同频率分量将有不同的群延迟,即它们到达的时间不一样,从而引起信号的畸变。这种畸变可通过图 3-14 的例子来说明。图 3-14(a) 是原信号——未经延迟时的信号,它由基波和三次谐波组成,其幅度比为 2:1。若它们经受不同的延迟,基波相移  $\pi$ , 三次谐波相移  $2\pi$ ,则这时的合成波形[如图 3-14(b)所示]与原信号的波形有了明显的差别。这个差别就是由群延迟—频率特性不理想(偏离水平直线)而造成的。

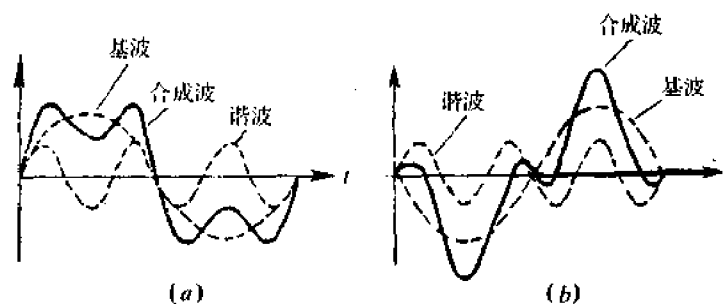


图 3-14 群延迟产生畸变的例子

群延迟畸变如同幅频畸变一样,也是一种线性畸变。因此,采取均衡措施也可以得到补偿。

综上所述,恒参信道通常用它的幅度—频率特性及相位—频率特性来表述。这两个特性的不理想,将是损害信号传输特性的重要因素。此外,还存在其他一些因素使信道的输出与输入产生差异(亦可称畸变)。例如,非线性畸变、频率偏移及相位抖动等。非线性畸变主要由信道中元器件的振幅特性非线性引起的,它造成谐波失真及若干寄生频率等;频率偏移通常是由于载波电话(单边带)信道中接收端解调载频与发送端调制载频之间有偏差造成的;相位抖动也是由于调制和解调载频不稳定性造成的,这种抖动的结果相当于发送信号附加上一个小指数的调频。以上的非线性畸变一旦产生,均难以消除。因此,在系统设计时要加以重视。

### 3.6 随参信道举例

随参信道包括短波电离层反射,超短波流星余迹散射,超短波及微波对流层散射,超短波电离层散射以及超短波超视距绕射等传输媒质所分别构成的调制信道。同样,为了分析它们的一般特性及其对信号传输的影响,我们先来简要介绍两种典型的随参信道的例子。

#### 3.6.1 短波电离层反射信道

所谓短波是指波长为 100 ~ 10m(相应的频率为 3 ~ 30MHz)的无线电波。它既可沿地表面传播,也可由电离层反射传播。前者简称为地波传播;后者则简称为天波传播。地波传播一般是近距离的,限于几十千米范围;而天波传播借助于电离层的一次反射或多次反射可传输几千千米,乃至上万千米的距离。下面我们就来简要介绍一下这种信道的传播路径、工作频率、多径传播以及应用。

##### 1. 传播路径

离地面高 60 ~ 600km 的大气层称为电离层。电离层是由分子、原子、离子及自由电子组成的。形成电离层的主要原因是太阳辐射的紫外线和 x 射线。

实际观察表明,电离层可分为 D、E、F<sub>1</sub>、F<sub>2</sub> 四层。由于 D 层和 F<sub>1</sub> 层在夜晚几乎完全消失,故经常存在的是 E 层和 F<sub>2</sub> 层。电离层是半导电媒质,其相对介电常数为

$$\epsilon_r = 1 - 80.8 \frac{N_e}{f^2} \quad (3.6-1)$$

式中  $N_e$ ——电子密度,以每立方米内的电子数计;

$f$ ——电磁波的频率,以 Hz 计。

电子密度  $N_e$  随高度而变化,在某一高度上出现相对最大值。由于在某一高度范围内, $N_e$  随高度的增加而增加,故相对介电常数  $\epsilon_r$  及媒质的折射率(它等于  $\sqrt{\epsilon_r}$ )都随高度的增加而减小。当电波在这样的媒质中传播时,因逐步折射使轨道发生弯曲,从而,在某一高度将产生全反射。短波电磁波从电离层反射的传播路径如图 3-15 所示。一般来说,F<sub>2</sub> 层是反射层,D、E 层是吸收层。因为 D、E 层电子密度小,短波电磁波不会反射,但会受到吸收损耗。由于 F<sub>2</sub> 层的高度为 250 ~ 300km,故一次反射的最大距离约为 4000km。如果通过两次反射,那么通信距离可达 8000km。

##### 2. 工作频率

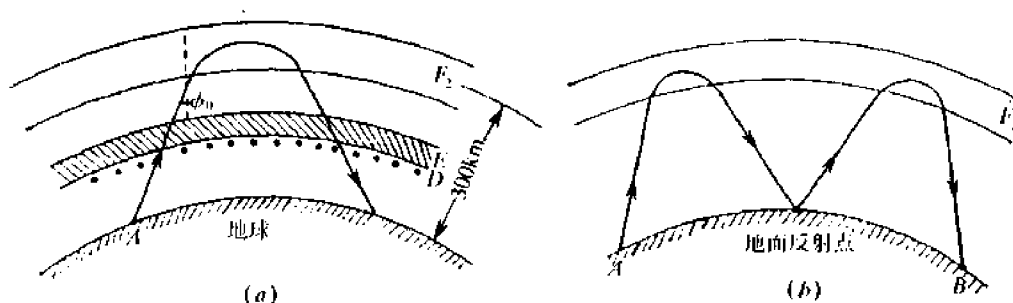


图 3-15 短波信号从电离层反射的传播路径

为了实现短波通信,在选用工作频率时要考虑以下两个条件:

- (1) 工作频率应小于最高可用频率;
- (2) 使电磁波在 D、E 层的吸收较小。

最高可用频率取决于电离层电子密度的最大值  $N_{\text{max}}$  及电磁波投射到电离层的入射角  $\varphi_0$ 。当垂直入射 ( $\varphi_0 = 0^\circ$ ) 时,能从电离层反射的最高频率称为临界频率,记为  $f_0$ 。它由下式决定

$$f_0 = \sqrt{80.8 N_{\text{max}}} \quad (3.6-2)$$

当电磁波以  $\varphi_0$  角入射时,能从电离层反射的最高频率称为最高可用频率 MUF。它与临界频率  $f_0$  的关系为

$$\text{MUF} = f_0 \sec \varphi_0 \quad (3.6-3)$$

当工作频率高于最高可用频率时,电磁波将穿透电离层,不再返回地面。

从电离层观测站预报的电离层图上可得到临界频率和 4000km 的最高可用频率,由这些数据便可推算出任意跳距的最高可用频率。

电离层对电磁波的吸收损耗与层中电子密度成比例。由于电离层的电子密度随昼夜、季节以至年份剧烈地变化,使得最高可用频率和吸收损耗也相应变化。因此,工作频率需要经常更换。在夜间工作频率必须降低,这是因为  $F_2$  层的电子密度减小,若仍采用白天的工作频率,则电波将会穿透  $F_2$  层。同时,夜间 D 层消失, E 层吸收大大减小,也允许工作频率降低。

### 3. 多径传播

在短波电离层反射信道中,引起多径传播的主要原因如下:

- (1) 电波经电离层的一次反射和多次反射;
- (2) 几个反射层高度不同;
- (3) 电离层不均匀性引起的漫射现象;
- (4) 地球磁场引起的电磁波束分裂成寻常波与非寻常波。

以上四种情况下,多径传播的示意图如图 3-16 所示。由于第一种情况下的路程时延差最大,可达几毫秒,故它不仅引起快衰落,而且还会产生多径时延失真。相比之下,其他三种情况属于细多径,主要的影响是快衰落。

快衰落信号的振幅大体上服从广义瑞利分布,但在工程设计时,仍按瑞利分布考虑,

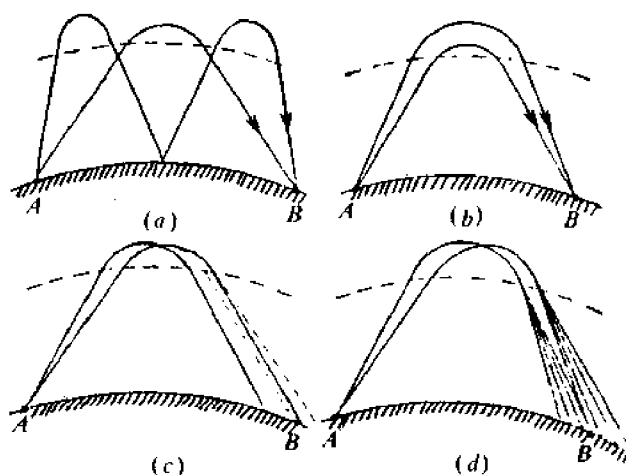


图 3-16 多径传播的几种主要形式

(a)一次反射和两次反射;(b)反射区高度不同;(c)寻常波与非寻常波;(d)漫射现象。

也就估计到最严重的衰落情况。通常,为了克服快衰落的影响,一般采用分集接收的办法。

#### 4. 应用

短波电离层反射信道过去是、现在仍然是远距离传输的重要信道之一。这是因为:

- (1)要求的功率较小,终端设备的成本较低;
- (2)传播距离远;
- (3)受地形限制较小;
- (4)有适当的传输频带宽度;
- (5)不易受到人为破坏。这一点在军事通信上有重要意义。

但是,它也存在以下缺点:

- (1)传输可靠性差,电离层中的异常变化(如电离层骚动、电离层暴变等)会引起较长时间的通信中断,传播可靠性一般只能达到0.9;
- (2)需要经常更换工作频率,因而使用较复杂;
- (3)存在快衰落与多径时延失真;
- (4)干扰电平高。

#### 3.6.2 对流层散射信道

对流层散射信道是一种超视距的传播信道,其一跳的传播距离约为100~500km,可工作在超短波和微波波段。设计良好的对流层散射线路可提供12~240个频分复用(FDM)<sup>①</sup>的话路,而传播可靠性可达99.9%。

离地面10~12km以下的大气层称为对流层。在对流层中,由于大气湍流运动等原因产生了不均匀性,故引起电波的散射。图3-17示出了对流层散射传播路径的示意图。

<sup>①</sup> 关于频分复用的概念将在4.5节中介绍。

图中  $ABCD$  所表示的收发天线共同照射区,称为散射体积,其中包含许多不均匀气团。每个气团都是一个二次辐射源。

经研究表明,散射具有强方向性,接收到的能量大致与  $\sin^2(\theta/2)$  成反比,这里  $\theta$  是入射线与散射线的夹角。这意味着主要能量集中于小  $\theta$  角方向,即集中于前方,故又称“前向散射”。下面对对流层散射信道的主要特征作一简述。

### 1. 衰落

散射信号电平是不断随时间变化的,这些变化分为慢衰落(长期变化)和快衰落(短期变化)。前者取决于气象条件;后者由多径传播引起。

(1)慢衰落。在一年之内,夏季的信号比冬季强(约 10dB);在一天之内,中午的信号比早晚弱(约 5dB)。慢衰落用小时中值(有的取 5 分钟中值,但分钟中值与小时中值接近)相对于月中值的起伏来表示。

(2)快衰落。散射体积内各不均匀气团散射的电波是经过不同路径到达接收点的,即有多条路径。这种多径传播的影响之一是形成了接收信号的快衰落,即信号振幅和相位的快速随机变化。理论与实测均表明,散射接收信号振幅服从瑞利分布,相位服从均匀分布。克服快衰落影响的有效办法是分集接收。

### 2. 传播损耗

无线电波经散射传播能量的总损耗包括两部分:

- (1)自由空间的能量扩散损耗;
- (2)散射损耗。

### 3. 信道的允许频带

散射信道是典型的多径信道。多径传播不仅引起信号电平的快衰落,而且还会导致波形失真。图 3-18 示出了一个例子。图中,某时刻发出的窄脉冲经过不同长度的路程到达接收点。由于经过的路程不同,因而到达接收点的时刻也不同,结果脉冲被展宽了。这种现象称为信号的时间扩散,简称多径时散。

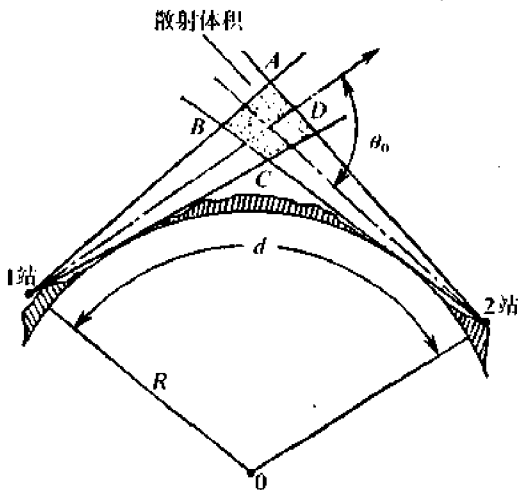


图 3-17 对流层前向散射的传播路径

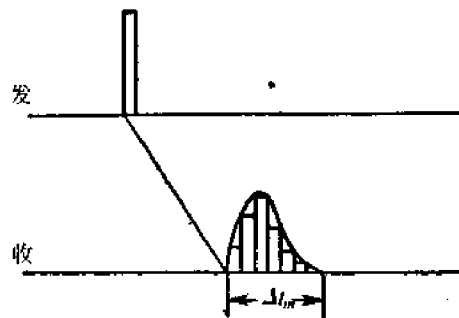


图 3-18 多径时散示意图

大家知道,脉冲信号通过带限系统后,波形也被展宽,而且系统频带越窄,波形展宽越多。从这一角度来看,散射信道好像是一个带限滤波器,其允许频带定义为

$$B_c \approx \frac{1}{\tau_m} \quad (3.6-4)$$

式中  $\tau_m$ ——最大多径时延差。

当信号带宽小于信道的允许频带时,波形不会产生严重失真;反之,信号将遭受严重失真。关于这个问题的详细分析将在后面进行。

#### 4. 天线与媒质间的耦合损耗

天线与媒质间的耦合损耗又称“无线增益亏损”,这是由散射的性质造成的。随着天线增益的提高,散射体积减小,因而接收电平不能像自由空间传播那样按比例增加。天线在自由空间的理论增益与在对流层散射线路上测得的实际增益之差称为天线与媒质间的耦合损耗。

#### 5. 应用

对流层散射信道的应用场合可分为:

(1)干线通信,通常每隔 300km 左右建立一个中继站,构成无线电中继线路,以达到远距离传输;

(2)点对点通信,譬如,海岛与陆地、边远地区与中心城市之间的通信。

以上我们介绍了两种比较典型的随参信道的特性。下面再来讨论它们对信号传输的影响。

### 3.7 随参信道特性及其对信号传输的影响

由以上例子可以看出,随参信道的特性比恒参信道要复杂得多,对信号的影响也要严重得多,其根本原因在于它包含一个复杂的传输媒质。虽然,随参信道中包含着除媒质外的其他转换器,并且也应该把它们特性算作随参信道特性的组成部分。但是,从对信号传输的影响来看,传输媒质的影响是主要的,而转换器特性的影响是次要的,甚至可以忽略不计。因此,本节仅将讨论随参信道的传输媒质所具有的一般特性以及它对信号传输的影响。

由上一节的分析可知,随参信道的传输媒质具有三个特点:

(1)对信号的衰耗随时间而变化;

(2)传输的时延随时间而变;

(3)多径传播。

在存在多径传播的随参信道中,就每条路径的信号而言,它的衰耗和时延都是随机变化的。因此,多径传播后的接收信号将是衰减和时延都随时间变化的各路径的信号的综合。

设发射波为  $A\cos\omega_0 t$ ,则经过  $n$  条路径传播后的接收信号  $R(t)$ 可用下式表述:

$$R(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \cos\omega_0 [t - \tau_i(t)] = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_i(t)] \quad (3.7-1)$$

式中  $\mu_i(t)$ ——第  $i$  条路径的接收信号振幅;

$\tau_i(t)$ ——第  $i$  条路径的传输时延,它随时间不同而变化

$$\varphi_i(t) = -\omega_0 \tau_i(t)$$

经大量观察表明,  $\mu_i(t)$  和  $\varphi_i(t)$  随时间的变化与发射载频的周期相比, 通常要缓慢得多, 即  $\mu_i(t)$  及  $\varphi_i(t)$  可以认为是缓慢变化的随机过程。因此, 式(3.7-1)可改写成

$$R(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \cos \varphi_i(t) \cos \omega_0 t - \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \sin \varphi_i(t) \sin \omega_0 t \quad (3.7-2)$$

设

$$X_c(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \cos \varphi_i(t) \quad (3.7-3)$$

$$X_s(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \sin \varphi_i(t) \quad (3.7-4)$$

则式(3.7-2)变成

$$R(t) = X_c(t) \cos \omega_0 t - X_s(t) \sin \omega_0 t = V(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] \quad (3.7-5)$$

式中  $V(t)$ ——合成波  $R(t)$  的包络;

$\varphi(t)$ ——合成波  $R(t)$  的相位。

即有

$$\begin{cases} V(t) = \sqrt{X_c^2(t) + X_s^2(t)} \\ \varphi(t) = \arctan \frac{X_s(t)}{X_c(t)} \end{cases} \quad (3.7-6)$$

由于  $\mu_i(t)$  及  $\varphi_i(t)$  是缓慢变化的, 因而,  $X_c(t)$ 、 $X_s(t)$  及包络  $V(t)$ 、相位  $\varphi(t)$  也是缓慢变化的。于是,  $R(t)$  可视为一个窄带过程。

从式(3.7-5)看到: 第一, 从波形上看, 多径传播的结果使确定的载波信号  $A \cos \omega_0 t$  变成了包络和相位受到调制的窄带信号, 如图 3-19(a) 所示, 这样的信号, 通常称之为衰落信号; 第二, 从频谱上看, 多径传输引起了频率弥散, 即由单个频率变成了一个窄带频谱, 如图 3-19(b) 所示。

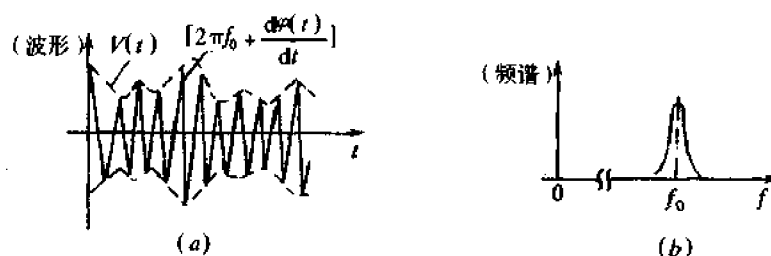


图 3-19 衰落信号的波形与频谱示意图

现在让我们来考察式(3.7-5)中  $V(t)$  及  $\varphi(t)$  的统计特性。由式(3.7-6)看到,  $V(t)$  及  $\varphi(t)$  与  $X_c(t)$  及  $X_s(t)$  有关, 而  $X_c(t)$  及  $X_s(t)$  由式(3.7-3)和式(3.7-4)决定。由这两式可见, 在任一时刻  $t_1$  上,  $X_c(t_1)$  及  $X_s(t_1)$  是  $n$  个随机变量之和。当  $n$  充分大时 (多径传播时通常满足这一条件), 在“和”中的每一个随机变量可以认为是独立地出现的且具有均匀的特性。因此, 根据概率论中的中心极限定理, 我们可以确认  $X_c(t_1)$ 、 $X_s(t_1)$  是高斯随机变量, 从而, 认为  $X_c(t)$  及  $X_s(t)$  是平稳的高斯过程 (因为与选取什么样的  $t_1$  无关)。这样, 利用 2.6 节的原理可知  $R(t)$  是一个窄带高斯过程, 而且  $V(t)$  的一维分布服从瑞利分布, 而  $\varphi(t)$  的一维分布服从均匀分布。实践也表明, 把衰落信号看成窄带高

斯过程是足够准确的。当然,以上的一般性认识对某种特定情况会有出入,例如,当短波电离层反射中出现一条固定镜面反射信号时, $R(t)$ 的包络 $V(t)$ 将趋于广义瑞利分布,而 $\varphi(t)$ 也将偏离均匀分布。

信号的包络服从瑞利分布律的衰落,通常称之为瑞利型衰落。设瑞利型衰落信号的包络值记为 $V$ ,则随机变量 $V$ 的一维概率密度函数 $f(V)$ 可表示成

$$f(V) = \frac{V}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{V^2}{2\sigma^2}\right), \quad (V \geq 0, \sigma > 0) \quad (3.7-7)$$

多径传播不仅会造成上述的衰落及频率弥散,同时还可能发生频率选择性衰落。所谓频率选择性衰落,是信号频谱中某些分量的一种衰落现象,这是多径传播的又一个重要特征。下面通过一个例子来建立这个概念。

设多径传播的路径只有两条,且到达接收点的两路信号具有相同的强度和一个相对时延差。那么,若令发射信号为 $f(t)$ ,则到达接收点的两条路径信号可分别表示成 $V_0 f(t - t_0)$ 及 $V_0 f(t - t_0 - \tau)$ 。这里, $t_0$ 是固定的时延, $\tau$ 是两条路径信号的相对时延差, $V_0$ 为某一确定值。不难看出,上述的传播过程可用图3-20所示的模型来表示。

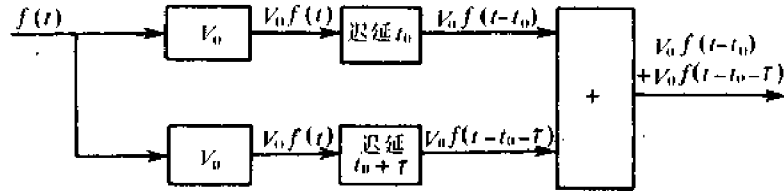


图 3-20 两径传播模型

现在我们来求上面模型的传输特性。设 $f(t)$ 的频谱密度函数为 $F(\omega)$ ,即有

$$f(t) \Leftrightarrow F(\omega)$$

则

$$V_0 f(t - t_0) \Leftrightarrow V_0 F(\omega) e^{-j\omega t_0}$$

$$V_0 f(t - t_0 - \tau) \Leftrightarrow V_0 F(\omega) e^{-j\omega(t_0 + \tau)}$$

$$V_0 f(t - t_0) + V_0 f(t - t_0 - \tau) \Leftrightarrow V_0 F(\omega) e^{-j\omega t_0} (1 + e^{-j\omega \tau})$$

于是,当两径传播时,模型的传输特性 $H(\omega)$ 为

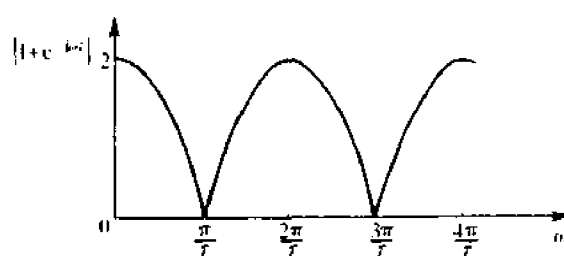
$$H(\omega) = \frac{V_0 F(\omega) e^{-j\omega t_0} (1 + e^{-j\omega \tau})}{F(\omega)} = V_0 e^{-j\omega t_0} (1 + e^{-j\omega \tau})$$

由此可见,所求的传输特性除常数因子 $V_0$ 外,是由一个模值为1、固定时延为 $t_0$ 的网络与另一个特性为 $(1 + e^{-j\omega \tau})$ 的网络级联所组成。而后一个网络的模特性(幅度—频率特性)为

$$|1 + e^{-j\omega \tau}| = |1 + \cos \omega \tau - j \sin \omega \tau| = \left| 2 \cos^2 \frac{\omega \tau}{2} - j 2 \sin \frac{\omega \tau}{2} \cos \frac{\omega \tau}{2} \right| = 2 \left| \cos \frac{\omega \tau}{2} \right|$$

图3-21表示了上述关系。由此可见,两径传播的模特性将依赖于 $|\cos \omega \tau / 2|$ 。这就是说,对不同的频率,两径传播的结果将有不同的衰减。例如,当 $\omega = 2n\pi / \tau$ 时( $n$ 为整数),出现传播极点;当 $\omega = (2n + 1)\pi / \tau$ 时( $n$ 为整数),出现传输零点。另外,相对时延差 $\tau$ 一般是随时间变化的,故传输特性出现的零点与极点在频率轴上的位置也是随时间而变的。



图 3-21  $(1 + e^{-j\omega\tau})$  网络的模特性

显然, 当一个传输波形的频谱约宽于  $1/\tau(t)$  时 [ $\tau(t)$  表示有时变的相对时延], 传输波形的频谱将受到畸变。这种畸变就是所谓的频率选择性衰落 (简称选择性衰落) 所引起的。

上述概念可以推广到多径传播中去, 虽然这时的传输特性要复杂得多, 但是出现的频率选择性衰落的基本规律将是同样的, 即频率选择性将同样依赖于相对时延差。多径传播时的相对时延差 (简称多径时延差) 通常用最大多径时延差来表征, 并用它来估算传输零极点在频率轴上的位置。设最大多径时延差为  $\tau_m$ , 则定义

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_m} \quad (3.7-8)$$

即为相邻传输零点的频率间隔。这个频率间隔通常称为多径传播媒质的相关带宽。如果传输信号的频谱宽于  $\Delta f$ , 则该信号将产生明显的频率选择性衰落。由此看出, 为了不引起明显的选择性衰落, 传输信号的频带必须小于多径传输媒质的相关带宽  $\Delta f$ 。

一般地说, 数字信号传输时希望有较高的传输速率, 而较高的传输速率对应应有较宽的信号频带。因此, 数字信号在多径媒质中传输时, 容易因存在选择性衰落现象而引起严重的码间干扰。为了减小码间干扰的影响, 通常要限制数字信号的传输速率。

随参信道的一般衰落特性和频率选择性衰落特性, 是严重影响信号传输的重要特性。至于前面所说的慢衰落特性, 因它的变化速度十分慢, 通常可以通过调整设备参量 (譬如, 调整发射功率) 来弥补, 故这里就不再讨论了。

### 3.8 随参信道特性的改善——分集接收

随参信道的衰落, 将会严重降低通信系统的性能 (定量的分析将在第 8 章中给出)。为了抗快衰落, 通常可采用多种措施, 例如, 各种抗衰落的调制解调技术, 抗衰落接收技术及扩谱技术等。其中, 明显有效且被广泛应用的措施之一, 乃是分集接收技术。按广义信道的含义说, 分集接收可看作是随参信道中的一个组成部分或一种改造形式, 而改造后的随参信道, 衰落特性将能得到改善。

下面简单介绍分集接收的原理。前面说过, 快衰落信道中接收的信号是到达接收机的各径分量的合成 [见式 (3.7-1)]。如果在接收端同时获得几个不同路径的信号, 将这些信号适当合并构成总的接收信号, 则能够大大减小衰落的影响。这就是分集接收的基本思想。分集两字就是分散得到几个合成信号并集中 (合并) 这些信号的意思。只要被分集的几个信号之间是统计独立的, 那么经适当的合并后就能使系统性能大为改善。

互相独立或基本独立的一些接收信号,一般可利用不同路径或不同频率、不同角度、不同极化等接收手段来获取。于是大致有如下几种分集方式:

(1)空间分集 在接收端架设几副天线,各天线的位置间要求有足够的间距(一般在100个信号波长以上),以保证各天线上获得的信号基本互相独立。

(2)频率分集 用多个不同载频传送同一个消息,如果各载频的频差相隔比较远[例如,频差选成多径时延差的倒数,参见式(3.7-8)],则各载频信号也基本互不相关。

(3)角度分集 这是利用天线波束指向不同使信号不相关的原理构成的一种分集方法。例如,在微波面天线上设置若干个照射器,产生相关性很小的几个波束。

(4)极化分集 这是分别接收水平极化和垂直极化波而构成的一种分集方法。一般说,这两种波是相关性极小的(在短波电离层反射信道中)。

当然,还有其他的分集方法,这里就不加详述了。但要指出的是,分集方法均不是互相排斥的。在实际使用时可以是组合式的,例如由二重空间分集和二重频率分集组成四重分集系统等。

各分散的信号进行合并的方法通常有:

(1)最佳选择式 从几个分散信号中设法选择其中信噪比最好的一个作为接收信号。

(2)等增益相加式 将几个分散信号以相同的支路增益进行直接相加,相加后的信号作为接收信号。

(3)最大比值相加式 控制各支路增益,使它们分别与本支路的信噪比成正比,然后再相加获得接收信号。

以上各合并方式改善总接收信噪比的能力不同,如图3-22所示。图中, $k$ 为分集的重数, $\bar{\gamma}$ 为合并后输出信噪比的平均值。由图可见,最大比值合并方式性能最好,等增益相加方式次之,最佳选择方式最差。

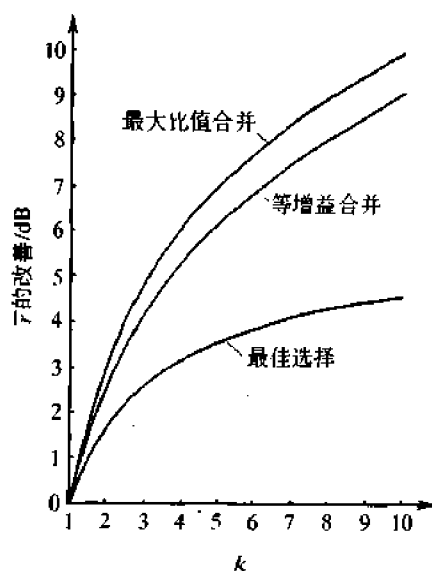


图 3-22 三种合并方式的比较

从总的分集效果来说,分集接收除能提高接收信号的电平外(例如二重空间分集在不增加发射机功率情况下,可使接收信号电平增加一倍左右),主要是改善了衰落特性,使信

道的衰落平滑了、减小了。例如,无分集时若误码率为  $10^{-2}$ ,则在用四重分集时,误码率可降低至  $10^{-7}$  左右。由此可见,采用分集接收方法对随参信道进行改造是十分有效的

### 3.9 信道的加性噪声

前面已经指出,调制信道对信号的影响除乘性干扰外,还有加性干扰(即加性噪声)乘性干扰的影响上面已经较详细地分析了,下面讨论信道中的加性噪声

加性噪声虽然独立于有用信号,但它却始终干扰有用信号,因而不可避免地对通信造成危害。

信道中加性噪声(简称噪声)的来源,一般可以分为三方面:人为噪声;自然噪声;内部噪声。人为噪声来源于由人类活动造成的其他信号源,例如:外台信号、开关接触噪声、工业的点火辐射及荧光灯干扰等;自然噪声是指自然界存在的各种电磁波源,例如:闪电、大气中的电暴、银河系噪声及其他各种宇宙噪声等;内部噪声是系统设备本身产生的各种噪声,例如,在电阻一类的导体中自由电子的热运动(常称为热噪声)、真空管中电子的起伏发射和半导体中载流子的起伏变化(常称为散弹噪声)及电源哼声等。

某些类型的噪声是确知的,例如电源哼声、自激振荡、各种内部的谐波干扰等。虽然消除这些噪声不一定很容易,但至少在原理上可消除或基本消除。另一些噪声则往往不能准确预测其波形。这种不能预测的噪声统称为随机噪声。本书所关心的只是随机噪声。

常见的随机噪声可分为单频噪声、脉冲噪声和起伏噪声三类。单频噪声是一种连续波的干扰(如外台信号),它可视为一个已调正弦波,但其幅度、频率或相位是事先不能预知的。这种噪声的主要特点是占有极窄的频带,但在频率轴上的位置可以实测。因此,单频噪声并不是在所有通信系统中都存在。脉冲噪声是在时间上无规则地突发的短促噪声,例如,工业上的点火辐射、闪电及偶然的碰撞和电气开关通断等产生的噪声。这种噪声的主要特点是其突发的脉冲幅度大,但持续时间短,且相邻突发脉冲之间往往有较长的安静时段。从频谱上看,脉冲噪声通常有较宽的频谱(从甚低频到高频),但频率越高,其频谱强度就越小。起伏噪声是以热噪声、散弹噪声及宇宙噪声为代表的噪声。这些噪声的特点是,无论在时域内还是在频域内它们总是普遍存在和不可避免的。

由以上分析可见,单频噪声不是所有的通信系统中都有的,而且也比较容易防止;脉冲噪声由于具有较长的安静期,故对模拟话音信号的影响不大;起伏噪声既不能避免,且始终存在,因此,一般来说,它是影响通信质量的主要因素之一。在研究噪声对通信系统的影响时,应以起伏噪声为重点。

应当指出,脉冲噪声虽然对模拟话音信号的影响不大,但是在数字通信中,它的影响是不容忽视的。一旦出现突发脉冲,由于它的幅度大,将会导致一连串的误码,对通信造成严重的危害。不过,在数字通信中,通常可以通过纠错编码技术来减轻这种危害。

下面着重介绍起伏噪声的基本性质。

#### 3.9.1 热噪声

热噪声是在电阻一类导体中,自由电子的布朗运动引起的噪声。导体中的每一个自

由电子由于其热能而运动。电子运动的途径,由于和其他粒子碰撞,是随机的和曲折的,即呈现布朗运动。所有电子运动的总结果形成通过导体的电流。电流的方向是随机的,因而其平均值为零。然而,电子的这种随机运动还会产生一个交流电流成分。这个交流成分称为热噪声。

根据热噪声的物理性质不难看出,它是服从高斯分布的,因为它满足中心极限定理的条件。而且,分析和测量都表明,在从直流到微波( $< 10^{13}$  Hz)的频率范围内,电阻或导体的热噪声具有均匀的功率谱密度  $2kTG$ , 其中  $k$  为玻耳兹曼常数( $k = 1.3805 \times 10^{-23}$  J/K),  $T$  为热噪声源的绝对温度,  $G$  为电阻  $R$  的电导。

电阻中的热噪声可有两种表示方法:一种是无噪声电导  $G$  和功率谱密度为  $2kTG$  的噪声电流源  $i_n(t)$  并联,如图 3-23(b);另一种则利用戴文宁(Thevenin)等效电路把图 3-23(b)等效成 3-23(c)。图 3-23(c)是无噪声电阻和噪声电压源  $v_n(t) = Ri_n(t)$  的串联。由于功率谱密度是信号平方的函数,  $v_n(t)$  的功率谱密度  $P_v(\omega)$  和  $i_n(t)$  的功率谱密度  $P_i(\omega)$  的关系是

$$P_v(\omega) = R^2 P_i(\omega) = R^2 (2kTG) = 2kTR$$

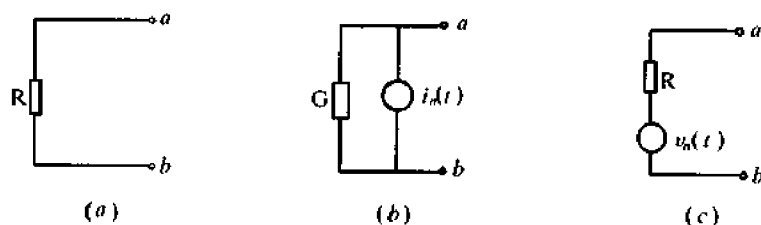


图 3-23 电阻噪声的表示

由噪声的功率谱密度还可以得到噪声电流源及电压源的均方根值(或称等效的有效值)。这是因为,电阻总是处在一定频率范围的电路之中。若电路的频率范围为  $B$  赫,则噪声电流源实际提供的噪声功率为  $2P_i(\omega)B$ ,而噪声电压源实际提供的噪声功率为  $2P_v(\omega)B$ 。设噪声的电流源  $i_n(t)$  及电压源  $v_n(t)$  的均方根值分别为  $I_n$  及  $V_n$ ,则有

$$I_n = \sqrt{4kTGB}$$

$$V_n = \sqrt{4kTRB}$$

【例 3.9-1】 设某接收天线的等效电阻为  $300\Omega$ ,接收机的通频带为  $4\text{kHz}$ ,环境温度为  $17^\circ\text{C}$ ,试求该天线产生的热噪声电压的有效值。

解:已知  $R = 300\Omega$ ,  $T = 17 + 273 = 290\text{K}$ ,等效噪声带宽  $B = 4\text{kHz}$ ,则

$$V_n = \sqrt{4kTRB} = \sqrt{4 \times 1.3805 \times 10^{-23} \times 290 \times 300 \times 4 \times 10^3} = 1.386 \times 10^{-7} (\text{V})$$

有了上述对单个电阻噪声的表述方法,我们可以很容易地把它推广到复杂的电阻网络或其他网络中去。这里就不详述了。

### 3.9.2 散弹噪声

散弹噪声是由真空电子管和半导体器件中电子发射的不均匀性引起的。散弹噪声的物理性质可由图 3-24 所示的平行板二极管的热阴极电子发射来说明。在给定的温度下,二极管热阴极每秒发射的电子平均数目是常数,不过电子发射的实际数目随时间是变

化的和不能预测的。这就是说,如果我们将时间轴分为许多等间隔的小区间,则每一小区内电子发射数目不是常量而是随机变量。因此,发射电子所形成的电流并不是固定不变的,而是在一个平均值上起伏变化,如图 3-25 所示

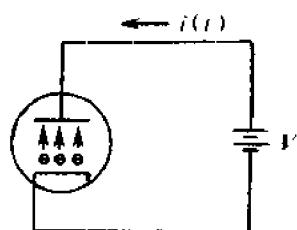


图 3-24 平行板二极管热电子发射示意图



图 3-25 二极管的总电流变化示意图

图 3-25 所示的总电流实际上是许多单个电子单独作用的总结果。由于从阴极发射的每一个电子可认为是独立出现的,且观察表明,每 1 安培的平均电流相当在 1 秒钟内通过约  $6 \times 10^{18}$  个电子,所以总电流便是相当多的独立小电流之和。于是,根据中心极限定理可知,总电流是一个高斯随机过程,也就是说,图 3-25 中的起伏电流(即散弹噪声)是一个高斯随机过程。

利用普通电子学的知识,还可以找到在温度限定下二极管的散弹噪声的功率谱密度在非常宽的频率范围内(通常认为不超过 100MHz),散弹噪声电流的功率谱密度等于一个恒值  $qI_0^{(4)}$ ,其中,  $I_0$  是平均电流值,  $q$  是电子的电荷,  $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ 。

### 3.9.3 宇宙噪声

宇宙噪声是指天体辐射波对接收机形成的噪声。它在整个空间的分布是不均匀的,最强的来自银河系的中部,其强度与季节、频率等因素有关。实测表明,在 20 ~ 300MHz 的频率范围内,它的强度与频率的三次方成反比。因而,当工作频率低于 300MHz 时就要考虑到它的影响。

实践证明宇宙噪声也是服从高斯分布律的,在一般的工作频率范围内,它也具有平坦的功率谱密度。

综上所述,无论是散弹噪声、热噪声,还是宇宙噪声,它们都可认为是一种高斯噪声,且在相当宽的频率范围内具有平坦的功率谱密度。如果噪声在整个频率范围内具有平坦的功率谱密度,则称其为白噪声,因此,上述三种起伏噪声常常被近似地表述成高斯白噪声。

有必要指出,通信系统模型中的噪声源是分散在通信系统各处的噪声的集中表示。因此,我们应该把加性噪声的主要代表——起伏噪声同样理解成散弹噪声、热噪声、宇宙噪声等的集中表示,而不再详加区分。而且为了使今后分析问题简明,一律把起伏噪声定义为高斯白噪声。

从通信系统看来,起伏噪声是最基本的噪声来源。但从调制信道的角度来看,到达或集中于解调器输入端的噪声并不是上述起伏噪声的本身,而却是它的某种变换形式——通常是一种带通型噪声。这是因为,在到达解调器之前,起伏噪声通常要经过接收转换器(见图 3-1),而接收转换器主要作用之一是滤出有用信号和部分地滤除噪声,因此,它可

等效成一个带通滤波器。它的输出噪声是带通型噪声。由于这种噪声通常满足“窄带”的定义,故常称它为窄带噪声。又考虑到带通滤波器常常是一种线性网络,其输入端的噪声是高斯白噪声。因此,它的输出窄带噪声应是窄带高斯噪声。也就是说,当我们研究调制与解调的问题时,调制信道的加性噪声可直接表述为窄带高斯噪声(窄带高斯噪声的统计特性在上一章已详细讨论过)。

大家知道,信号占有一定的带宽。自然,噪声同样也有它的带宽。设带通型噪声的功率谱密度  $P_n(\omega)$  如图 3-26 所示,它可以由高斯白噪声通过一个带通滤波器而得到。

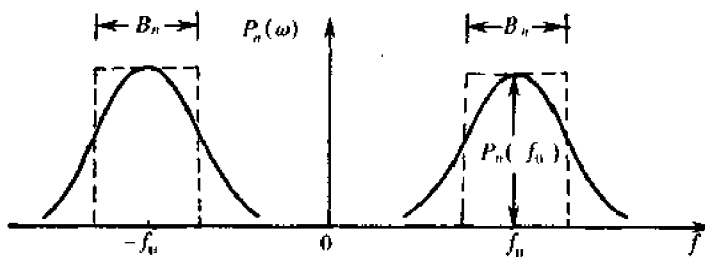


图 3-26 带通型噪声的功率谱密度

假设  $P_n(\omega)$  在  $\omega_0$  及  $-\omega_0$  处分别有最大值  $P_n(\omega_0)$  及  $P_n(-\omega_0)$ , 则该噪声带宽  $B_n$  被定义为

$$B_n = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P_n(\omega) df}{2P_n(\omega_0)} = \frac{\int_0^{\infty} P_n(\omega) df}{P_n(\omega_0)}$$

$B_n$  已表示在图 3-26 中。它的意义是明显的,即表征图中虚线下的面积等于功率谱密度曲线下的面积。

上述噪声带宽的定义将适用于今后常见的窄带高斯噪声。可见,对于带宽为  $B_n$  的窄带高斯噪声,可以认为它的功率谱密度  $P_n(\omega)$  在带宽  $B_n$  内是平坦的。

### 3.10 信道容量的概念

从信息论的观点来看,各种信道可以概括为两大类,即离散信道和连续信道。所谓离散信道就是输入与输出信号都是取值离散的时间函数;而连续信道是指输入和输出信号都是取值连续的。前者就是广义信道中的编码信道,其信道模型用转移概率来表示;后者则是调制信道,其信道模型用时变线性网络来表示。下面我们分别讨论这两种信道的信道容量。

#### 3.10.1 离散信道的信道容量

设离散信道模型如图 3-27 所示。图 3-27(a) 是无噪声信道。图中,  $P(x_i)$  表示发送符号  $x_i$  的概率,  $P(y_i)$  表示收到符号  $y_i$  的概率,  $P(y_i/x_i)$  是转移概率。这里  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 。由于信道无噪声,故它的输入与输出一一对应,即  $P(x_i)$  与  $P(y_i)$  相同。图 3-27(b) 是有噪声信道。图中,  $P(x_i)$  是发送符号  $x_i$  的概率,这里  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $P(y_j)$  是收到符号  $y_j$  的概率,这里  $j = 1, 2, \dots, m$ ,  $P(y_j/x_i)$  或  $P(x_i/y_j)$  是转移概率。在这种信道中,输





$$R = r[H(x) - H(x/y)] \quad (3.10-6)$$

该式表示有噪声信道中信息传输速率等于每秒钟内信息源发送的信息量与由信道不确定性而引起丢失的那部分信息量之差。

显然,在无噪声时,信道不存在不确定性,即  $H(x/y) = 0$ 。这时,信道传输信息的速率等于信息源的信息速率,即

$$R = rH(x)$$

如果噪声很大时,  $H(x/y) \rightarrow H(x)$ , 则信道传输信息的速率为  $R \rightarrow 0$ 。

**[例 3.10.1]** 设信息源由符号 0 和 1 组成,顺次选择两符号构成所有可能的消息。如果消息传输速率是每秒 1000 符号,且两符号出现概率相等。在传输中,弱干扰引起的差错是:平均每 100 符号中有一个符号不正确,信道模型如图 3-28 所示。试问这时传输信息的速率是多少?

由于信息源的平均信息量为

$$H(x) = -\left(\frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2}\right) = 1 \text{ (bit/符号)}$$

则信息源发送信息的速率为

$$H_t(x) = rH(x) = 1000 \text{ bit/s}$$

在干扰下,信道输出端收到符号 0,而实发送符号也是 0 的概率为 0.99,实发送符号是 1 的概率为 0.01。同样,信道输出端收到符号 1,而实发送符号也是 1 的概率为 0.99,实发送符号是 0 的概率为 0.01,即它们有相同的条件平均信息量

$$H(x/y) = -(0.99\log_2 0.99 + 0.01\log_2 0.01) = 0.081 \text{ (bit/符号)}$$

由于信道不可靠性在单位时间内丢失的信息量为

$$H_t(x/y) = rH(x/y) = 81 \text{ (bit/符号)}$$

故信道传输信息的速率等于

$$R = H_t(x) - H_t(x/y) = 919 \text{ (bit/s)}$$

**[例 3.10.2]** 上例中,在强干扰的条件下,假设无论发送什么符号(0 或 1),其输出端出现符号 0 或 1 的概率都相同(即等于 1/2)。试求该信道传输信息的速率。

按题意得条件平均信息量为

$$H(x/y) = -\left(\frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2}\right) = 1 \text{ (bit/符号)}$$

而每秒钟内由于信道的不可靠性而引起丢失的信息量为

$$H_t(x/y) = rH(x/y) = 1000 \text{ (bit/s)}$$

故信道传输信息的速率为

$$R = H_t(x) - H_t(x/y) = 0$$

由以上定义的信道传输信息的速率  $R$  可以看出,它与单位时间传送的符号数目  $r$ 、信息源的概率分布以及信道干扰的概率分布有关。然而,对于某个给定的信道来说,干扰的概率分布应当认为是确定的。如果单位时间传送的符号数目  $r$  一定,则信道传送信息的速率仅与信息源的概率分布有关。信息源的概率分布不同,信道传输信息的速率也不同。一个信道的传输能力当然应该以这个信道最大可能的传输信息的速率来量度。因此,我

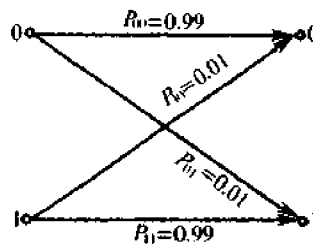


图 3-28 二进制离散信道模型



们得到信道容量的定义如下。

对于一切可能的信息源概率分布来说,信道传输信息的速率  $R$  的最大值称为信道容量,记之为  $C$ ,即

$$C = \max_{p(x)} R = \max_{p(x)} [H_i(x) - H_i(x/y)] \quad (3.10-7)$$

式中,  $\max$  是表示对所有可能的输入概率分布来说的最大值。

### 3.10.2 连续信道的信道容量

假设信道的带宽为  $B(\text{Hz})$ ,信道输出的信号功率为  $S(\text{W})$ 及输出加性高斯白噪声功率为  $N(\text{W})$ ,则可以证明<sup>[2]</sup>该信道的信道容量为

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right) \quad (\text{bit/s}) \quad (3.10-8)$$

上式就是信息论中具有重要意义的香农(Shannon)公式,它表明了当信号与作用在信道上的起伏噪声的平均功率给定时,在具有一定频带宽度  $B$  的信道上,理论上单位时间内可能传输的信息量的极限数值。同时,该式还是扩展频谱技术的理论基础。

由于噪声功率  $N$  与信道带宽  $B$  有关,故若噪声单边功率谱密度为  $n_0$ ,则噪声功率  $N$  将等于  $n_0 B$ 。因此,香农公式的另一形式为

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{n_0 B} \right) \quad (3.10-9)$$

由上式可见,一个连续信道的信道容量受“三要素”—— $B$ 、 $n_0$ 、 $S$  的限制。只要这三要素确定,则信道容量也就随之确定。

现在我们来讨论信道容量  $C$  与“三要素”之间的关系。从式(3.10-9)容易看出,当  $n_0=0$  或  $S=\infty$  时,信道容量  $C=\infty$ 。这是因为  $n_0=0$  意味着信道无噪声,而  $S=\infty$  意味着发送功率达到无穷大,所以信道容量为无穷大。显然,这在任何实际系统中都是无法实现的。不过,这个关系提示我们:若要使信道容量加大,则通过减小  $n_0$  或增大  $S$  在理论上是可行的。那么,如果增大带宽  $B$ ,能否使  $C \rightarrow \infty$  呢?可以证明,这是不可能的。因为式(3.10-9)可以改写为

$$C = \frac{S}{n_0} \cdot \frac{n_0 B}{S} \log_2 \left( 1 + \frac{S}{n_0 B} \right)$$

于是,当  $B \rightarrow \infty$  时,则上式变为

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C = \lim_{B \rightarrow \infty} \left[ \frac{n_0 B}{S} \log_2 \left( 1 + \frac{S}{n_0 B} \right) \right] \left( \frac{S}{n_0} \right) \quad (3.10-10)$$

利用关系式

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log_2(1+x) = \log_2 e \approx 1.44$$

因而式(3.10-10)变为

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C = \frac{S}{n_0} \log_2 e \approx 1.44 \frac{S}{n_0} \quad (3.10-11)$$

上式表明,保持  $S/n_0$  一定,即使信道带宽  $B \rightarrow \infty$ ,信道容量  $C$  也是有限的,这是因为信道带宽  $B \rightarrow \infty$  时,噪声功率  $N$  也趋于无穷大。

通常,把实现了上述极限信息速率的通信系统称为理想通信系统。但是,香农定理只证明了理想系统的“存在性”,却没有指出这种通信系统的实现方法。因此,理想系统通常只能作为实际系统的理论界限。另外,上述讨论都是在信道噪声为高斯白噪声的前提下进行的,对于其他类型的噪声,香农公式需要加以修正。

[例 3.10.3] 下面我们将应用上述概念来计算传输电视图像信号时所需的带宽。

电视图像可以大致认为由 300 000 个小像元组成。对于一般要求的对比度,每一像元大约取 10 个可辨别的亮度电平(例如对应黑色、深灰色、浅灰色、白色等)。现假设对于任何像元,10 个亮度电平是等概率地出现的<sup>①</sup>,每秒发送 30 帧图像;还已知,为了满意地重现图像,要求信噪比  $S/N$  为 1000(即 30dB)。在这种条件下,我们来计算传输上述信号所需的带宽。

首先计算每一像元所含的信息量。因为每一像元能以等概率取 10 个亮度电平,所以每个像元的信息量为  $\log_2 10 = 3.32\text{bit}$ 。每帧图像的信息量为  $300\,000 \times 3.32 = 996\,000\text{bit}$ ;又因为每秒有 30 帧,所以每秒内传送的信息量为  $996\,000 \times 30 = 29.9 \times 10^6\text{bit}$ 。显然,这就是需要传送的信息速率。为了传输这个信号,信道容量  $C$  至少必须等于  $29.9 \times 10^6\text{bit/s}$ 。因为已知  $S/N = 1000$ ,因此,将  $C$ 、 $S/N$  代入公式(3.10-8),可得所需信道的传输带宽  $B$

$$B = \frac{C}{\log_2(1 + S/N)} \approx \frac{29.9 \times 10^6}{\log_2 1000} = 3.02 \times 10^6 \quad (\text{Hz})$$

可见,所求带宽  $B$  约为 3MHz。

## 思考题

- 3-1 什么是调制信道?什么是编码信道?
- 3-2 什么是恒参信道?什么是随参信道?目前常见的信道中,哪些属于恒参信道?哪些属于随参信道?
- 3-3 信号在恒参信道中传输时主要有哪些失真?如何才能减小这些失真?
- 3-4 什么是群延迟频率特性?它与相位频率特性有何关系?
- 3-5 随参信道的特点如何?为什么信号在随参信道中传输时会发生衰落现象?
- 3-6 信道中常见的起伏噪声有哪些?它们的主要特点是什么?
- 3-7 信道容量是如何定义的?连续信道容量和离散信道容量的定义有何区别?
- 3-8 香农公式有何意义?信道容量与“三要素”的关系如何?

## 习题

- 3-1 设一恒参信道的幅频特性和相频特性分别为

<sup>①</sup> 这是一个近似的假设,实际上,图像的各像元之间有相关性,因而,每个像元的信息量将要小于  $\log_2 10\text{bit}$ 。

$$\begin{cases} |H(\omega)| = K_0 \\ \varphi(\omega) = -\omega t_d \end{cases}$$

其中,  $K_0$  和  $t_d$  都是常数。试确定信号  $s(t)$  通过该信道后的输出信号的时域表示式, 并讨论之。

3-2 设某恒参信道的幅频特性为

$$H(\omega) = [1 + \cos T_0] e^{-j\omega t_d}$$

其中,  $t_d$  为常数。试确定信号  $s(t)$  通过该信道后的输出信号表示式, 并讨论之。

3-3 设某恒参信道可用图 P3-1 所示的线性二端对网络来等效。试求它的传输函数  $H(\omega)$ , 并说明信号通过该信道时会产生哪些失真?

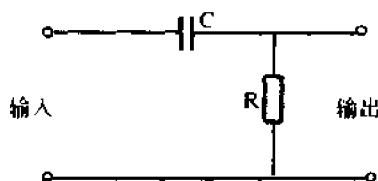


图 P3-1

3-4 今有两个恒参信道, 其等效模型分别如图 P3-2(a)、(b) 所示。试求这两个信道的群延迟特性及画出它们的群延迟曲线, 并说明信号通过它们时有无群延迟失真?

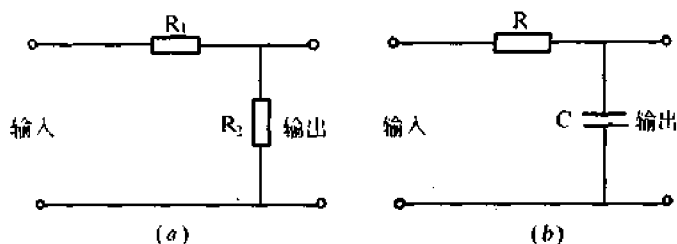


图 P3-2

3-5 一信号波形  $s(t) = A \cos \Omega t \cos \omega_0 t$ , 通过衰减为固定常数值、存在相移的网络。试证明: 若  $\omega_0 \gg \Omega$ , 且  $\omega_0 \pm \Omega$  附近的相频特性曲线可近似为线性, 则该网络对  $s(t)$  的延迟等于它的包络的延迟 (这一原理常用于测量群延迟特性)。

3-6 瑞利型衰落的包络值  $V$  为何值时,  $V$  的一维概率密度函数有最大值?

3-7 试根据式(3.7-7)求包络值  $V$  的数学期望和方差。

3-8 假设某随参信道的两径时延差  $\tau$  为 1ms, 试求该信道在哪些频率上传输衰耗最大? 选用哪些频率传输信号最有利?

3-9 图 P3-3 所示的传号和空号相间的数字信号通过某随参信道。已知接收信号是通过该信道两条路径的信号之和。设两径的传输衰减相等 (均为  $d_0$ )、且时延差  $\tau = T/4$ 。试画出接收信号的波形示意图。

3-10 设某随参信道的最大多径时延差等于 3ms, 为了避免发生频率选择性衰落, 试估算在该信道上传输的数字信号的码元脉冲宽度。

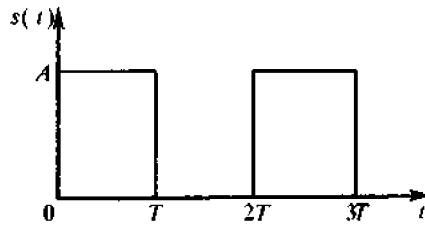


图 P3-3

3-11 已知  $n(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(2\pi f_k t + \theta_k)$ , 式中,  $f_k = k/T$ , 且  $n(t)$  为平稳高斯白噪声, 试证明式中的  $C_k$  为服从瑞利分布的随机变量,  $\theta_k$  为服从均匀分布的随机变量。

3-12 若两个电阻的阻值都为  $1000\Omega$ , 它们的噪声温度分别为  $300\text{K}$  和  $400\text{K}$ , 试求这两个电阻串联后两端的噪声功率谱密度。

3-13 具有  $6.5\text{MHz}$  带宽的某高斯信道, 若信道中信号功率与噪声功率谱密度之比为  $45.5\text{dB}$ , 试求其信道容量。

3-14 设高斯信道的带宽为  $4\text{kHz}$ , 信号与噪声的功率比为  $63$ , 试确定利用这种信道的理想通信系统之传信率和差错率。

3-15 某一待传输的图片约含  $2.25 \times 10^6$  个像元。为了很好地重现图片需要  $12$  个亮度电平。假若所有这些亮度电平等概率出现, 试计算用  $3\text{min}$  传送一张图片时所需的信道带宽(设信道中信噪功率比为  $30\text{dB}$ )。

## 第4章 模拟调制系统

### 4.1 引言

由于从消息变换过来的原始信号具有频率较低的频谱分量,这种信号在许多信道中不宜直接进行传输。因此,在通信系统的发送端通常需要有调制过程,而在接收端则需要有反调制过程——解调过程。

所谓载波调制,就是按调制信号(基带信号)的变化规律去改变载波某些参数的过程。调制的载波可以分为两类:用正弦型信号作为载波;用脉冲串或一组数字信号作为载波。通常,调制可以分为模拟(连续)调制和数字调制两种方式。在模拟调制中,调制信号的取值是连续的;而数字调制中的调制信号的取值则为离散的。目前常见的模—数变换可以看成是一种用脉冲串作为载波的数字调制,它又称为脉冲编码调制。

调制在通信系统中具有重要的作用。通过调制,不仅可以进行频谱搬移,把调制信号的频谱搬移到所希望的位置上,从而将调制信号转换成适合于信道传输或便于信道多路复用的已调信号,而且它对系统的传输有效性和传输可靠性有着很大的影响。调制方式往往决定了一个通信系统的性能。

本章以及第6、7章将要分别讨论上述的各种调制系统,但重点将放在近些年来发展较快的数字调制上。然而,考虑到模拟调制方式是其他调制的基础,故本章将首先扼要地讨论模拟调制系统的原理及其抗噪声性能。

最常用和最重要的模拟调制方式是用正弦波作为载波的幅度调制和角度调制。常见的调幅(AM)、双边带(DSB)、残留边带(VSB)和单边带(SSB)等调制就是幅度调制的几个典型实例;而频率调制(FM)就是角度调制中被广泛采用的一种。考虑到读者对于模拟调制的基本原理在有关先修课程中已经学过,故这里将侧重讨论它的抗噪声性能。

### 4.2 幅度调制的原理及抗噪声性能

#### 4.2.1 幅度调制的原理

幅度调制是正弦型载波的幅度随调制信号作线性变化的过程。设正弦型载波为

$$s(t) = A\cos(\omega_c t + \varphi_0) \quad (4.2-1)$$

式中  $\omega_c$ ——载波角频率;

$\varphi_0$ ——载波的初始相位;

$A$ ——载波的幅度。

那么,幅度调制信号(已调信号)一般可表示成

$$S_m(t) = A m(t) \cos(\omega_c t + \varphi_0) \quad (4.2-2)$$

式中  $m(t)$ ——基带调制信号。

设调制信号  $m(t)$  的频谱为  $M(\omega)$ , 则由式(4.2-2)不难得到已调信号的  $s_m(t)$  频谱  $S_m(\omega)$ , 即

$$S_m(\omega) = F[s_m(t)] = \frac{A}{2} [M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)] \quad (4.2-3)$$

由以上表示式可见, 幅度已调信号, 在波形上, 它的幅度随基带信号变化而呈正比地变化; 在频谱结构上, 它的频谱完全是基带信号频谱结构在频域内的简单搬移(精确到常数因子)。由于这种搬移是线性的, 因此, 幅度调制通常又称为线性调制<sup>①</sup>。但应注意, 这里的“线性”并不意味着已调信号与调制信号之间符合线性变换关系。事实上, 任何调制过程都是一种非线性的变换过程。

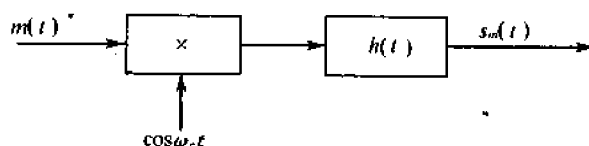


图 4-1 线性调制器的一般模型

由式(4.2-2)还可以看出线性调制信号的一般产生方法。线性调制器的一般模型如图 4-1 所示。它由一个相乘器和一个冲激响应为  $h(t)$  的带通滤波器组成。该模型输出信号的时域和频域表示式为

$$\begin{aligned} s_m(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) m(t - \tau) \cos(\omega_c t - \omega_c \tau) d\tau = \\ &\cos \omega_c t \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) m(t - \tau) \cos \omega_c \tau d\tau + \\ &\sin \omega_c t \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) m(t - \tau) \sin \omega_c \tau d\tau \end{aligned} \quad (4.2-4)$$

$$S_m(\omega) = 0.5 [M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)] H(\omega) \quad (4.2-5)$$

这里,  $H(\omega) \Leftrightarrow h(t)$ 。

上述模型之所以称为调制器的一般模型, 是因为在该模型中, 适当选择带通滤波器的冲激响应  $h(t)$ , 便可以得到各种幅度调制信号。例如, 双边带信号、振幅调制信号、单边带信号及残留边带信号等。

### 1. 双边带(DSB)信号

在图 4-1 中, 如果输入的基带信号没有直流分量, 且  $h(t)$  是理想带通滤波器, 则得到的输出信号便是无载波分量的双边带调制信号, 或称双边带抑制载波(DSB-SC)调制信号, 简称 DSB 信号。这时的 DSB 信号实质上就是  $m(t)$  与载波  $s(t)$  的相乘, 即  $s_m(t) = m(t) \cos \omega_c t$ , 其波形和频谱如图 4-2 所示。

### 2. 调幅(AM)信号

如果输入基带信号  $m(t)$  带直流分量, 则它可以表示为  $m_0$  与  $m'(t)$  之和, 其中,  $m_0$  是

<sup>①</sup> 幅度调制属线性调制, 而角度调制则不满足这里的“线性”定义, 故常称其为非线性调制。今后我们也常采用这些名称。

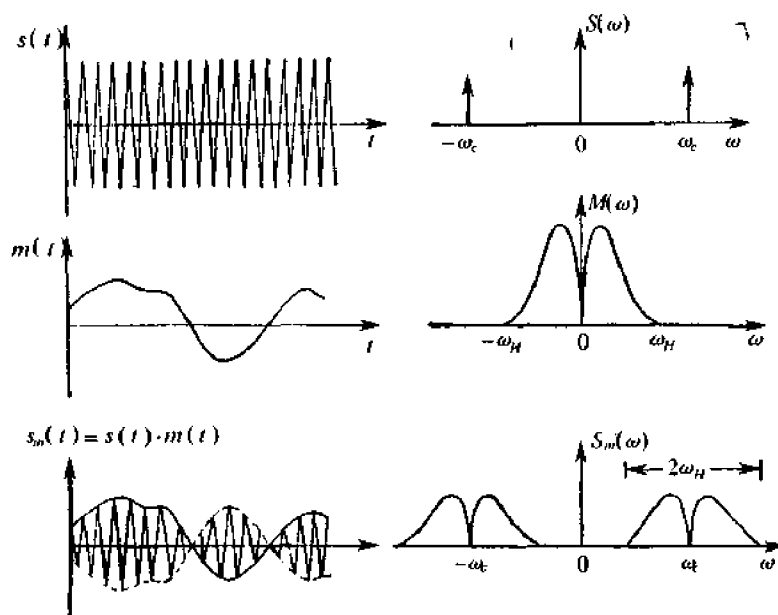


图 4-2 DSB 信号的波形及频谱

$m(t)$  的直流分量,  $m'(t)$  是表示消息变化的交流分量, 且假设  $h(t)$  也是理想带通滤波器的冲激响应, 则得到的输出信号便是有载波分量的双边带信号。在这种信号中, 如果满足  $m_0 > |m'(t)|_{\max}$ , 则该信号为调幅(AM)信号, 其时域和频域表示式分别为

$$s_m(t) = m(t) \cos \omega_c t = [m_0 + m'(t)] \cos \omega_c t = m_0 \cos \omega_c t + m'(t) \cos \omega_c t \quad (4.2-6)$$

其中,  $m_0 \cos \omega_c t$  表示载波项; 而  $m'(t) \cos \omega_c t$  表示 DSB 信号项。

$$S_m(\omega) = \pi m_0 [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{1}{2} [M'(\omega - \omega_c) + M'(\omega + \omega_c)] \quad (4.2-7)$$

式中  $M'(\omega) \Leftrightarrow m'(t)$ 。

### 3. 单边带(SSB)信号

双边带调制信号包含有两个边带, 即上、下边带。由于这两个边带包含的信息相同, 因而, 从信息传输的角度来考虑, 传输一个边带就够了。所谓单边带调制, 就是只产生一个边带的调制方式。

利用图 4-1 所示的调制器一般模型, 同样可以产生单边带信号。这时, 只需将带通滤波器设计成如图 4-3 所示的传输特性。图 4-3(a) 将产生上边带信号, 而图 4-3(b) 则将产生下边带信号, 相应的频谱如图 4-4 所示。图中,  $M(\omega)$  是调制信号  $m(t)$  的频谱。

下面我们来推导单边带信号的时域表示式。SSB 信号的时域表示式一般需要借助希尔伯特(Hilbert)变换来表述。现在以形成下边带的单边带调制为例, 来说明单边带信号的产生过程。

由图 4-4 可见, 下边带的 SSB 信号可以由一个 DSB 信号通过图 4-3(b) 所示的理想低通滤波器获得。若令此单边带信号的频谱为  $S_{\text{SSB}}(\omega)$ , 则根据式(4.2-5)可得

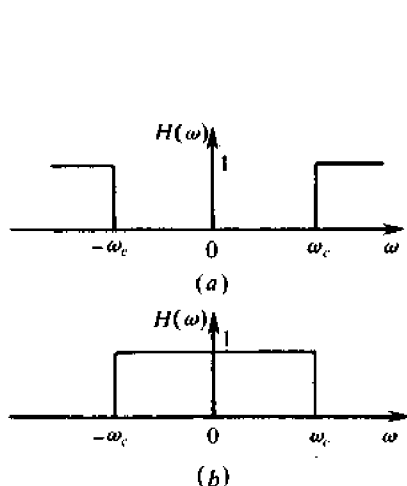


图 4-3 形成单边带信号的滤波特性

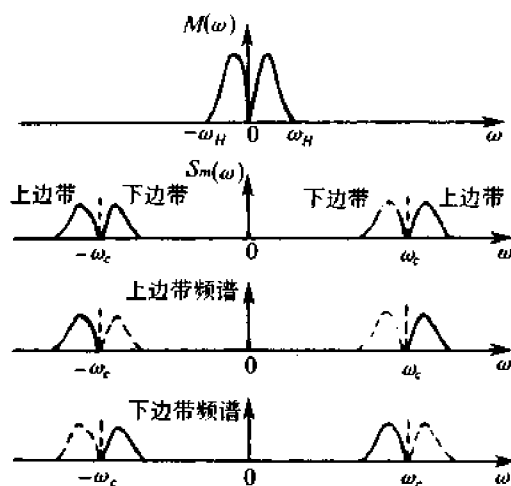


图 4-4 单边带信号的频谱

$$S_{SSB}(\omega) = \frac{1}{2} [M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)] H(\omega) \quad (4.2-8)$$

其中

$$H(\omega) = \frac{1}{2} [\operatorname{sgn}(\omega + \omega_c) - \operatorname{sgn}(\omega - \omega_c)] \quad (4.2-9)$$

它就是图 4-3(b)所示的滤波器的特性。将上式代入式(4.2-8),可得

$$S_{SSB}(\omega) = \frac{1}{4} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)] + \frac{1}{4} [M(\omega + \omega_c) \operatorname{sgn}(\omega + \omega_c) - M(\omega - \omega_c) \operatorname{sgn}(\omega - \omega_c)] \quad (4.2-10)$$

由于

$$\frac{1}{4} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)] \Leftrightarrow \frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t \quad (4.2-11)$$

$$\frac{1}{4} [M(\omega + \omega_c) \operatorname{sgn}(\omega + \omega_c) - M(\omega - \omega_c) \operatorname{sgn}(\omega - \omega_c)] \Leftrightarrow \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t \quad (4.2-12)$$

式中,  $\hat{m}(t)$  是  $m(t)$  的希尔伯特变换。故可得下边带 SSB 信号的时域表示式为

$$s_m(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t + \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t \quad (4.2-13)$$

同理,可得上边带 SSB 信号的时域表示式为

$$s_m(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t - \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t \quad (4.2-14)$$

#### 4. 残留边带(VSB)信号

残留边带调制是介于双边带与单边带之间的一种线性调制。它既克服了双边带调制信号占用频带宽的缺点,又解决了单边带信号实现上的难题。在这种调制方式中,不是将一个边带完全抑制,而是部分抑制,使其仍残留一小部分。由于残留边带调制也是线性调制,因此它同样可用图 4-1 所示的调制器来产生。不过,这时图中滤波器的单位冲激响



应  $h(t)$  应按残留边带调制的要求来进行设计。显然,这个滤波器不需要十分陡峭的滤波特性,因而,它比单边带滤波器容易制作。

现在我们来确定残留边带滤波器的特性。假设  $H(\omega)$  是所需的残留边带滤波器的传输特性。根据图 4-1 所示的线性调制器的一般模型,可以得到残留边带信号的频域表示式

$$S_m(\omega) = \frac{1}{2} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)] H(\omega) \quad (4.2-15)$$

为了确定上式中残留边带滤波器传输特性  $H(\omega)$  应满足的条件,让我们分析一下接收端是如何从该信号中来恢复原基带信号的。假设采用同步解调法进行解调,其组成方框图如图 4-5 所示。这时,图中相乘器的输出信号应为残留边带信号  $s_m(t)$  与同步载波  $s(t)$  的乘积。根据卷积定理,该乘积信号的频谱应等于  $s_m(t)$  和  $s(t)$  相应频谱的卷积,即

$$\frac{1}{2\pi} [S_m(\omega) * S(\omega)] \quad (4.2-16)$$

这里,假设同步载波  $s(t) = \cos \omega_c t$ , 故其频谱为

$$S(\omega) = \pi [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] \quad (4.2-17)$$

将它代入卷积关系式中,可得

$$\frac{1}{2\pi} [S_m(\omega) * S(\omega)] = \frac{1}{2} [S_m(\omega + \omega_c) + S_m(\omega - \omega_c)] \quad (4.2-18)$$

将式(4.2-15)中的  $\omega$  分别以  $(\omega + \omega_c)$  和  $(\omega - \omega_c)$  代入后可得

$$\begin{cases} S_m(\omega + \omega_c) = \frac{1}{2} [M(\omega + 2\omega_c) + M(\omega)] H(\omega + \omega_c) \\ S_m(\omega - \omega_c) = \frac{1}{2} [M(\omega) + M(\omega - 2\omega_c)] H(\omega - \omega_c) \end{cases} \quad (4.2-19)$$

再将式(4.2-19)代入式(4.2-18)可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} [S_m(\omega) * S(\omega)] &= \frac{1}{4} \{ [M(\omega + 2\omega_c) + M(\omega)] H(\omega + \omega_c) + \\ &\quad \frac{1}{4} [M(\omega) + M(\omega - 2\omega_c)] H(\omega - \omega_c) \} \end{aligned} \quad (4.2-20)$$

式中,  $M(\omega + 2\omega_c)$  及  $M(\omega - 2\omega_c)$  即是  $M(\omega)$  搬移到  $\pm 2\omega_c$  处的频谱,它可以由解调器中的低通滤波器滤除。于是,低通滤波器的输出频谱  $S_b(\omega)$  为

$$S_b(\omega) = \frac{1}{4} M(\omega) [H(\omega + \omega_c) + H(\omega - \omega_c)] \quad (4.2-21)$$

显然,为了准确地获向  $M(\omega)$ , 上式中的  $H(\cdot)$  必须满足

$$H(\omega + \omega_c) + H(\omega - \omega_c) = c \quad (4.2-22a)$$

式中,  $c$  是常数。

因为,当  $|\omega| > \omega_H$  时,有  $M(\omega) = 0$ , 所以,式(4.2-22a)只需在  $|\omega| < \omega_H$  内得到满足,即只要求

$$H(\omega + \omega_c) + H(\omega - \omega_c) = c, \quad |\omega| < \omega_H \quad (4.2-22b)$$

式中  $\omega_H$ ——基带信号的截止角频率。

式(4.2-22)就是确定残留边带滤波器传输特性  $H(\omega)$  时所必须遵循的条件。下面就来进一步分析该条件究竟说明什么概念。

假设残留边带滤波器的传输特性  $H(\omega)$  如图 4-6(a) 所示。显见,它是一个低通滤

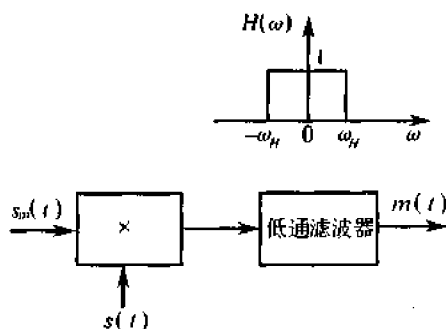


图 4-5 同步解调法组成方框图

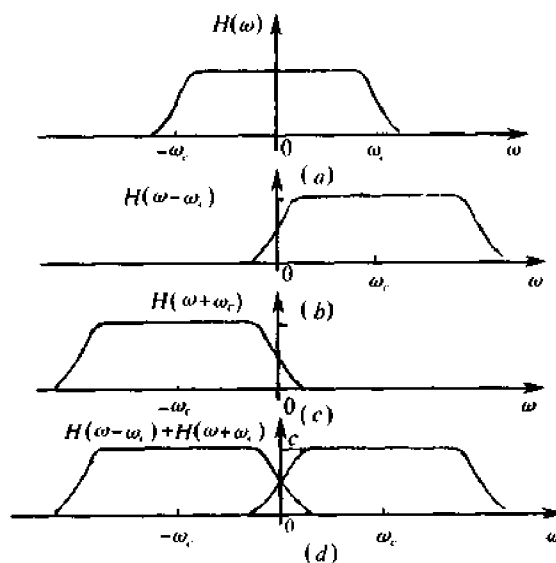


图 4-6 残留边带滤波器的几何解释

波器。这个滤波器将使上边带小部分残留,而使下边带绝大部分通过。我们所关心的是这种滤波器的截止特性。由于  $H(\omega - \omega_c)$  和  $H(\omega + \omega_c)$  分别是  $H(\omega)$  从原点搬移到  $\omega_c$  和  $-\omega_c$  处的[见图 4-6(b)和(c)],故  $H(\omega - \omega_c) + H(\omega + \omega_c)$  应如图 4-6(d)所示。由该图可以看出,若要求在  $|\omega| < \omega_H$  内保持  $H(\omega - \omega_c) + H(\omega + \omega_c)$  为常数,则必须使  $H(\omega - \omega_c)$  和  $H(\omega + \omega_c)$  在  $\omega = 0$  处具有互补对称的截止特性。显然,满足这种要求的截止特性曲线并不是唯一的,而是有无穷多个。由此我们得到如下重要概念:只要残留边带滤波器的截止特性在载频处具有互补对称特性,那么,采用同步解调法解调残留边带信号就能够准确地恢复所需的基带信号。

上述概念表明:残留边带滤波器的截止特性具有很大的选择自由度。但必须注意,有选择自由度并不意味着对“陡峭程度”就没有什么制约了。很明显,如果滤波器截止特性非常陡峭,那么,所得到的残留边带信号便接近单边带信号;滤波器将难以制作;如果滤波器截止特性的陡峭程度变差,则残留部分自然就增多,残留边带信号所占据的带宽也越宽,甚至越来越逼近双边带信号。可见,残留边带信号的带宽与滤波器的实现之间存在着矛盾,在实际中需要恰当处理。

顺便指出,以上分析是以图 4-6 为例进行的。实际中,如果用带通(或高通)滤波器来代替图 4-6 中的低通滤波器,同样可以实现残留边带调制。

#### 4.2.2 线性调制系统的抗噪声性能

上一章已经指出,信道加性噪声主要取决于起伏噪声,而起伏噪声又可视作高斯白噪声。因此,本节将要讨论的问题是信道存在加性高斯白噪声时,各种线性调制系统的抗噪声性能。

由于加性噪声被认为只对信号的接收产生影响,故调制系统的抗噪声性能是利用解调器的抗噪声能力来衡量。而抗噪声能力通常用“信噪比”来度量。所谓信噪比,这里是指信号与噪声的平均功率之比。

图 4-7 示出了分析解调器性能的模型。模型输入端的已调制信号用  $s_m(t)$  表示,信道用相加器表示,而加性高斯白噪声用  $n(t)$  表示。 $s_m(t)$  及  $n(t)$  在到达解调器之前,通常都要经过一带通滤波器,将混合在噪声中的有用信号滤出来,同时,滤除滤波器通带外的噪声。因此,在解调器输入端的信号仍可认为是  $s_m(t)$ ,而噪声  $n(t)$  则由白噪声变为带通型噪声  $n_i(t)$ 。可见,解调器输入端的噪声带宽与已调信号的带宽是相同的。

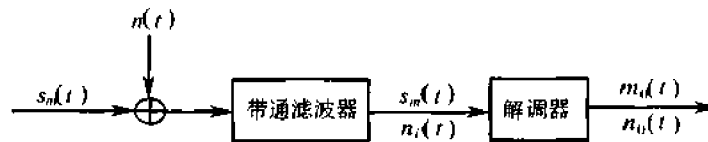


图 4-7 分析解调器性能的模型

对于不同的调制系统,将有不同形式的信号  $s_m(t)$ ,但解调器输入端的噪声形式却都是相同的,即带通型噪声。这个带通型噪声是由高斯白噪声通过带通滤波器而得到的,它通常是一个高斯窄带噪声。利用式(2.6-2)可将带通型噪声表示成

$$n_i(t) = n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \quad (4.2-23)$$

或者写成

$$n_i(t) = V(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (4.2-24)$$

根据式(2.6-17)还可知,  $n_i(t)$ 、 $n_c(t)$  及  $n_s(t)$  均具有相同的平均功率,即

$$\sigma_{ni} = \sigma_{nc} = \sigma_{ns} \quad (4.2-25)$$

或记为

$$\overline{n_i^2(t)} = \overline{n_c^2(t)} = \overline{n_s^2(t)} \quad (4.2-26)$$

式中,“—”表示统计平均(对随机信号)或时间平均(对确定信号)。

如果解调器输入噪声  $n_i(t)$  具有带宽  $B$ ,则输入噪声平均功率为

$$N_i = \overline{n_i^2(t)} = n_0 B \quad (4.2-27)$$

式中,  $n_0$  是噪声单边功率谱密度,它在通带  $B$  内是恒定的。

若设经解调器解调后得到有用基带信号记为  $m_0(t)$ ,解调器输出噪声记为  $n_o(t)$ ,则解调器输出信号平均功率  $S_o$  与输出噪声平均功率  $N_o$  之比可表示为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\overline{m_0^2(t)}}{\overline{n_o^2(t)}} \quad (4.2-28)$$

由求得的解调器输入及输出信噪比,便可以对该解调器的抗噪声性能做出评估。为了简明起见,通常可以观察解调器的输出信噪比与输入信噪比的比值  $G$

$$G = \frac{\text{输出信噪比}}{\text{输入信噪比}}$$

这个比值  $G$  通常称为调制制度增益。

现在的任务就是要在给定  $s_m(t)$  及  $n_i(t)$  的情况下,推导出各种解调器的输入及输出信噪比,并在此基础上对各种调制系统的抗噪声性能做出评述。

### 1. DSB 调制系统的性能

由于 DSB 信号的解调器为同步解调器,即由相乘器和低通滤波器构成,故在解调过程中,输入信号及噪声可以分别单独解调。若解调器输入信号为

$$s_m(t) = m(t)\cos\omega_c t$$

则其平均功率为

$$S_i = \overline{s_m^2(t)} = \overline{[m(t)\cos\omega_c t]^2} = 0.5 \overline{m^2(t)} \quad (4.2-29)$$

若同步解调器中的相干载波为  $\cos\omega_c t$ , 则解调器输出端的信号可以写为

$$m_0(t) = 0.5 m(t)$$

于是, 输出端的有用信号功率为

$$S_o = \overline{m_0^2(t)} = \overline{\left[\frac{1}{2}m(t)\right]^2} = \frac{1}{4} \overline{m^2(t)} \quad (4.2-30)$$

为了计算解调器输出端的噪声平均功率, 我们先求出同步解调的相乘器输出的噪声, 即

$$\begin{aligned} n_i(t)\cos\omega_c t &= [n_c(t)\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t]\cos\omega_c t \approx \\ &\quad \frac{1}{2}n_c(t) + \frac{1}{2}[n_c(t)\cos 2\omega_c t - n_s(t)\sin 2\omega_c t] \end{aligned}$$

由于  $n_c(t)\cos 2\omega_c t$  及  $n_s(t)\sin 2\omega_c t$  分别表示  $n_c(t)$  及  $n_s(t)$  调制到  $2\omega_c$  载频上的波形, 它们将被解调器的低通滤波器所滤除, 故解调器最终的输出噪声为

$$n_o(t) = \frac{1}{2}n_c(t)$$

因此, 输出噪声功率为

$$N_o = \overline{n_o^2(t)} = \frac{1}{4} \overline{n_c^2(t)} \quad (4.2-31)$$

根据式(4.2-26), 则有

$$N_o = \frac{1}{4} \overline{n_i^2(t)} = \frac{1}{4} N_i \quad (4.2-32)$$

由式(4.2-29)及式(4.2-27)可得解调器的输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{\frac{1}{2} \overline{m^2(t)}}{n_0 B} \quad (4.2-33)$$

又根据式(4.2-30)及式(4.2-32)可得解调器的输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\frac{1}{4} \overline{m^2(t)}}{\frac{1}{4} N_i} = \frac{\overline{m^2(t)}}{n_0 B} \quad (4.2-34)$$

由式(4.2-33)及式(4.2-34)可得

$$G = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = 2 \quad (4.2-35)$$

由此可见, 对于 DSB 调制系统而言, 调制制度增益为 2。这就是说, DSB 信号的解调器使信噪比改善一倍。这是因为采用同步解调, 使输入噪声中的一个正交分量  $n_s(t)$  被消除的缘故。

## 2. SSB 调制系统的性能

单边带信号的解调方法与双边带信号相同, 其区别仅在于解调器之前的带通滤波器。在 SSB 调制时, 带通滤波器只让一个边带信号通过; 而在 DSB 调制时, 带通滤波器必须让

两个边带信号通过。可见,前者的带通滤波器的带宽是后者的一半。

由于单边带信号的解调器与双边带信号的相同,故计算单边带信号解调器输入及输出信噪比的方法也相同。单边带信号解调器的输出噪声与输入噪声的功率可由式(4.2-32)给出,即

$$N_o = \frac{1}{4} N_i = \frac{1}{4} n_o B \quad (4.2-36)$$

这里,  $B$  是单边带的带通滤波器的带宽。对于单边带解调器的输入及输出信号功率,不能简单地照搬双边带时的结果。这是因为单边带信号的表示式与双边带的不同。它的表示式由式(4.2-13)及式(4.2-14)给出,即

$$s_m(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t \pm \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t \quad (4.2-37)$$

式中,  $\hat{m}(t)$  是将  $m(t)$  的所有频率成分都相移  $\pi/2$  的信号。上式中取“+”将形成下边带,取“-”则形成上边带。

现以 SSB 信号(上边带)为例,计算它在解调器输入和输出端的信号功率。首先计算单边带解调器的输入信号功率  $S_i$

$$\begin{aligned} S_i = \overline{s_m^2(t)} &= \frac{1}{4} \overline{[m(t) \cos \omega_c t - \hat{m}(t) \sin \omega_c t]^2} = \\ &= \frac{1}{4} \{ \overline{[m(t) \cos \omega_c t]^2} + \overline{[\hat{m}(t) \sin \omega_c t]^2} - 2 \overline{m(t) \hat{m}(t) \cos \omega_c t \sin \omega_c t} \} = \\ &= \frac{\overline{m^2(t)}}{8} + \frac{[\overline{\hat{m}(t)}]^2}{8} - \frac{1}{4} \overline{m(t) \hat{m}(t) \sin 2\omega_c t} \end{aligned} \quad (4.2-38)$$

式中,由于  $m(t)$  是基带信号,故  $\hat{m}(t)$  同样也是基带信号。因而,  $m(t) \hat{m}(t)$  随时间的变化,相对于以  $2\omega_c$  为载频的载波的变化是十分缓慢的。所以式(4.2-38)中的第三项应为

$$\overline{m(t) \hat{m}(t) \sin 2\omega_c t} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} m(t) \hat{m}(t) \sin 2\omega_c t dt = 0$$

于是,式(4.2-38)变为

$$S_i = \frac{\overline{m^2(t)}}{8} + \frac{[\overline{\hat{m}(t)}]^2}{8} \quad (4.2-39)$$

由于  $m(t)$  与  $\hat{m}(t)$  具有相同的功率谱密度或相同的平均功率,故有

$$\frac{\overline{m^2(t)}}{8} = \frac{[\overline{\hat{m}(t)}]^2}{8}$$

因此,式(4.2-39)变成

$$S_i = \frac{1}{4} \overline{m^2(t)} \quad (4.2-40)$$

单边带解调器的输出信号功率是容易计算的。将式(4.2-37)所表示的单边带信号  $s_m(t)$  通过同步解调器(即相乘器及低通滤波器)便可得到

$$S_o = \left[ \frac{1}{4} \overline{m(t)} \right]^2 = \frac{1}{16} \overline{m^2(t)} \quad (4.2-41)$$

于是,单边带解调器的输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{\frac{1}{4} \overline{m^2(t)}}{n_o B} = \frac{\overline{m^2(t)}}{4 n_o B} \quad (4.2-42)$$

输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\frac{1}{16} \overline{m^2(t)}}{\frac{1}{4} n_o B} = \frac{\overline{m^2(t)}}{4 n_o B} \quad (4.2-43)$$

调制制度增益为

$$G = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = 1 \quad (4.2-44)$$

比较式(4.2-35)及式(4.2-44)可见,双边带解调器的调制制度增益为单边带的二倍。造成这个结果的原因是单边带信号中的  $\hat{m}(t)\sin\omega_c t$  分量被解调器滤除了,而它在解调器输入端却是信号功率的组成部分。

根据上述结果,并不能得出双边带解调性能比单边带好的结论。这是因为,单边带信号所需带宽仅仅是双边带的一半。因而,在噪声功率谱密度相同的情况下,双边带解调器的输入噪声功率是单边带的二倍,从而也使双边带解调器输出噪声功率比单边带的大一倍。因此,尽管双边带解调器的制度增益比单边带的大,但它的实际解调性能不会优于单边带的解调性能。不难看出,如果解调器的输入噪声功率谱密度相同,输入的信号功率也相等,则双边带和单边带在解调器输出端的信噪比是相等的。这就是说,从抗噪声的观点看,单边带的解调性能和双边带是相同的。

### 3. AM 系统的性能

众所周知,AM 信号可用同步检测和包络检波两种方法进行解调。因为不同的解调方法,解调器输出端将可能有不同的信号噪声功率比,所以,分析 AM 系统的性能应根据不同的解调方法来进行。实际中,AM 信号的解调器几乎都采用包络检波器(线性检波或平方律检波等),因此,下面结合线性包络检波器来进行讨论。至于同步检测时 AM 系统的性能分析,其方法与前面双边带(或单边带)信号相同,故留作习题。

设解调器输入信号  $s_m(t)$  为

$$s_m(t) = [A + m(t)]\cos\omega_c t \quad (4.2-45)$$

式中  $A \geq |m(t)|_{\max}$ 。输入噪声  $n_i(t)$  为

$$n_i(t) = n_c(t)\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t \quad (4.2-46)$$

显然,解调器输入的信号功率  $S_i$  和噪声功率  $N_i$  为

$$S_i = \frac{A^2}{2} + \frac{\overline{m^2(t)}}{2} \quad (4.2-47)$$

$$N_i = \overline{n_i^2(t)} = n_o B \quad (4.2-48)$$

为了求得包络检波器输出端的信号功率  $S_o$  和噪声功率  $N_o$ ,有必要求检波器输入端信号加噪声的合成包络。根据式(4.2-45)和式(4.2-46)可得

$$\begin{aligned} s_m(t) + n_i(t) &= [A + m(t)]\cos\omega_c t + n_c(t)\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t = \\ &= [A + m(t) + n_c(t)]\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t = \\ &= E(t)\cos[\omega_c t + \phi(t)] \end{aligned} \quad (4.2-49)$$

其中

$$E(t) = \sqrt{[A + m(t) + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)} \quad (4.2-50)$$

$$\phi(t) = \arctan \left[ \frac{n_s(t)}{A + m(t) + n_r(t)} \right] \quad (4.2-51)$$

很明显,  $E(t)$  便是所求的合成包络, 而  $\phi(t)$  则是相位。当包络检波器的传输系数  $K_d \approx 1$  时, 则检波器的输出就是  $E(t)$ 。

由式(4.2-50)可以看出, 包络  $E(t)$  中的信号和噪声存在着非线性关系。因此, 通常分析检波器的输出信号和噪声会遇到一定的困难。为使讨论简明, 我们来考虑两种特殊情况。

#### 1. 大信噪比情况

所谓大信噪比是指满足下列条件, 即

$$A + m(t) \gg n_r(t)$$

根据上述条件, 故有  $A + m(t) \gg n_r(t)$  及  $A + m(t) \gg n_s(t)$ 。于是, 式(4.2-50)可变为

$$\begin{aligned} E(t) &= \sqrt{[A + m(t)]^2 + 2[A + m(t)]n_r(t) + n_r^2(t) + n_s^2(t)} \approx \\ &\sqrt{[A + m(t)]^2 + 2[A + m(t)]n_r(t)} \approx \\ &[A + m(t)] \left[ 1 + \frac{2n_r(t)}{A + m(t)} \right]^{1/2} \approx \\ &[A + m(t)] \left[ 1 + \frac{n_r(t)}{A + m(t)} \right] \approx \\ &A + m(t) + n_r(t) \end{aligned} \quad (4.2-52)$$

这里, 我们利用了近似公式

$$(1+x)^{1/2} \approx 1 + \frac{x}{2}, \text{ 当 } |x| \ll 1 \text{ 时}$$

由式(4.2-52)可见, 包络检波器输出的有用信号是  $m(t)$ , 输出噪声是  $n_r(t)$ , 故输出的信号功率及噪声功率分别为

$$\begin{cases} S_o = \overline{m^2(t)} \\ N_o = \overline{n_r^2(t)} = \overline{n_s^2(t)} = n_0 B \end{cases} \quad (4.2-53)$$

于是, 我们得到

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{\overline{m^2(t)}}{n_0 B} \quad (4.2-54)$$

及

$$G = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = \frac{2 \overline{m^2(t)}}{A^2 + \overline{m^2(t)}} \quad (4.2-55)$$

显然, 在大信噪比情况下, AM 信号检波器的  $G$  随  $A$  的减小而增加。但对包络检波器来说, 为了不发生调制现象,  $A$  不能减小到低于  $|m(t)|_{\max}$ 。因此, 对于 100% 调制 (即  $A = |m(t)|_{\max}$ ), 且  $m(t)$  又是正弦型信号, 有

$$\overline{m^2(t)} = \frac{A^2}{2} \quad (4.2-56)$$

将式(4.2-56)代入式(4.2-55), 可得

$$G = \frac{2}{3} \quad (4.2-57)$$

这就是包络检波器能够得到的最大信噪比改善值。

需要指出,若采用同步检测法解调 AM 信号,则得到的调制制度增益  $G$  与式(4.2-55)给出的结果相同。由此可见,对于 AM 调制系统,在大信噪比时,采用包络检波器解调时的性能与同步检测器时的性能几乎一样。但是,应该注意到,同步检测器的调制制度增益  $G$  不受信号与噪声相对幅度假设条件的限制,即它的  $G$  对于一切噪声的值均由式(4.2-55)确定。

## 2. 小信噪比情况

所谓小信噪比是指满足下列条件,即

$$A + m(t) \ll n_i(t)$$

根据上述条件,有  $n_c(t) \gg A + m(t)$  及  $n_s(t) \gg A + m(t)$ 。于是,式(4.2-50)变成

$$\begin{aligned} E(t) &\approx \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t) + 2n_c(t)[A + m(t)]} = \\ &\sqrt{[n_c^2(t) + n_s^2(t)] \left[ 1 + \frac{2n_c(t)[A + m(t)]}{n_c^2(t) + n_s^2(t)} \right]} = \\ &R(t) \sqrt{1 + \frac{2[A + m(t)]}{R(t)} \cos\theta(t)} \end{aligned} \quad (4.2-58)$$

其中

$$R(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)}$$

$$\theta(t) = \arctan \left[ \frac{n_s(t)}{n_c(t)} \right]$$

$$\cos\theta(t) = \frac{n_c(t)}{R(t)}$$

由于  $n_c(t)$  及  $n_s(t) \gg [A + m(t)]$ , 故有  $R(t) \gg [A + m(t)]$ 。于是,式(4.2-58)可以进一步近似为

$$\begin{aligned} E(t) &\approx R(t) \left[ 1 + \frac{A + m(t)}{R(t)} \cos\theta(t) \right] = \\ &R(t) + [A + m(t)] \cos\theta(t) \end{aligned} \quad (4.2-59)$$

这个结果表明,在检波器输出端没有单独的信号项,只有受到  $\cos\theta(t)$  调制的  $m(t)\cos\theta(t)$  项。由于  $\cos\theta(t)$  是一个依赖于噪声变化的随机函数,故实际上它就是一个随机噪声。因而,有用信号  $m(t)$  被包络检波器扰乱,致使  $m(t)\cos\theta(t)$  也只能看作是噪声。

在小信噪比情况下,包络检波器会把有用信号扰乱成噪声,这种现象通常称为“门限效应”。进一步说,所谓门限效应,就是当包络检波器的输入信噪比降低到一个特定的数值后,检波器输出信噪比出现急剧恶化的一种现象。该特定的输入信噪比值被称为“门限”。这种门限效应是由包络检波器的非线性解调作用所引起的。

有必要指出,用同步检测的方法解调各种线性调制信号时,由于解调过程可视为信号与噪声分别解调,故解调器输出端总是单独存在有用信号项的,因而,同步解调器不存在门限效应。

由以上分析可得如下结论:在大信噪比情况下,AM 信号包络检波器的性能几乎与同步检测器相同。但随信噪比的减小,包络检波器将在一个特定输入信噪比值上出现门限效应。一旦出现门限效应,解调器的输出信噪比将急剧变坏。



## 4.3 非线性调制(角度调制)的原理及抗噪声性能

### 4.3.1 非线性调制的原理

线性调制是通过改变载波的幅度来实现基带调制信号的频谱搬移,而非线性调制虽然也要完成频谱的搬移,但它所形成的信号频谱不再保持原来基带频谱的结构。也就是说,已调信号频谱与基带信号频谱之间存在着非线性变换关系。非线性调制通常是通过改变载波的频率或相位来达到的,即载波的振幅保持不变,而载波的频率或相位随基带信号变化。因为频率或相位的变化都可以看成是载波角度的变化,故这种调制又称角度调制。角度调制就是频率调制(FM)和相位调制(PM)的统称。

角度调制信号的一般表示式为

$$s_m(t) = A \cos[\omega_c t + \varphi(t)] \quad (4.3-1)$$

式中,  $A$  是载波的恒定振幅;  $[\omega_c t + \varphi(t)]$  是信号的瞬时相位,而  $\varphi(t)$  称为瞬时相位偏移;  $d[\omega_c t + \varphi(t)]/dt$  为信号的瞬时频率,而  $d\varphi(t)/dt$  称为瞬时频率偏移,即相对于  $\omega_c$  的瞬时频率偏移。

所谓相位调制,即是瞬时相位偏移随基带信号成比例变化的调制,亦即

$$\varphi(t) = K_p m(t) \quad (4.3-2)$$

式中,  $K_p$  为比例常数。于是,相位调制信号可表示为

$$s_m(t) = A \cos[\omega_c t + K_p m(t)] \quad (4.3-3)$$

所谓频率调制,即是瞬时频率偏移随基带信号成比例变化的调制,即

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = K_f m(t) \quad (4.3-4)$$

或有

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau \quad (4.3-5)$$

将式(4.3-5)代入式(4.3-1),则可得频率调制信号为

$$s_m(t) = A \cos\left[\omega_c t + \int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau\right] \quad (4.3-6)$$

以上我们简要地说明了非线性调制的概念。至于频率调制和相位调制的原理,在高频电子线路一类先修课程中已经进行了较详细的分析,故这里不再重述。

### 4.3.2 非线性调制系统的抗噪声性能

前面已经指出,这里的非线性调制指的是角度调制。角度调制又是频率调制与相位调制的统称。因此,分析非线性调制系统的抗噪声性能,也就是要分析角度调制系统的抗噪声性能。又因为频率调制和相位调制在本质上没有多大区别,故在研究角度调制系统的性能时,只需讨论其中一种调制方式即可。我们将选择常用的频率调制(简称调频)系统来分析它的抗噪声性能。

调频信号的解调方法通常是采用鉴频法。它的方框图如图 4-8 所示。接入带通限幅器的目的是为了消除接收信号在幅度上可能出现的畸变。为了分析调频系统的性能,我们仍可用图 4-7 所示的模型。不过,这时的解调器应包括图 4-8 所示的限幅器、鉴频器和低通滤波器。



图 4-8 调频信号的解调方框图

若设调频系统解调器输入端的信号为

$$s_m(t) = A \cos[\omega_c t + \varphi(t)] \quad (4.3-7)$$

其中

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau \quad (4.3-8)$$

且设它的带宽为  $B$ , 则解调器输入端的信号噪声比为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{\frac{A^2}{2}}{n_0 B} = \frac{A^2}{2n_0 B} \quad (4.3-9)$$

为了求得调频系统的调制制度增益  $G$ , 让我们来求解调器输出端的信号和噪声的平均功率。由于解调器输入波形是调频信号和噪声的混合波形, 该波形在进行限幅以前可表示为

$$s_m(t) + n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \quad (4.3-10)$$

故将式(4.3-7)及式(4.2-24)代入上式, 可得

$$A \cos[\omega_c t + \varphi(t)] + V(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (4.3-11)$$

这是两个余弦波的合成。若令合成波为  $V(t) \cos \psi(t)$ , 它经限幅后可除去包络的起伏, 于是得到限幅后的波形为  $V_0 \cos \psi(t)$ 。由此可见, 对于鉴频器输出信号来说,  $V(t)$  究竟为何值是无关紧要的, 我们感兴趣的是  $\psi(t)$ 。

为了求得  $\psi(t)$ , 现令

$$\begin{cases} A \cos[\omega_c t + \varphi(t)] = a_1 \cos \phi_1 \\ V(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)] = a_2 \cos \phi_2 \\ a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2 = a \cos \phi \end{cases} \quad (4.3-12)$$

利用三角函数的矢量表示法, 合成矢量  $a \cos \phi$  可用图 4-9 来表示。由图 4-9(a) 可见, 为了求出  $\phi$ , 可先求出  $\phi - \phi_1$ 。利用三角形关系可得

$$\tan(\phi - \phi_1) = \frac{BC}{OB} = \frac{a_2 \sin(\phi_2 - \phi_1)}{a_1 + a_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)}$$

因而

$$\phi = \phi_1 + \arctan \frac{a_2 \sin(\phi_2 - \phi_1)}{a_1 + a_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)} \quad (4.3-13)$$

同理, 由图 4-9(b) 可得  $\phi$  的另一种表达式

$$\phi = \phi_2 + \arctan \frac{a_1 \sin(\phi_1 - \phi_2)}{a_2 + a_1 \cos(\phi_1 - \phi_2)} \quad (4.3-14)$$

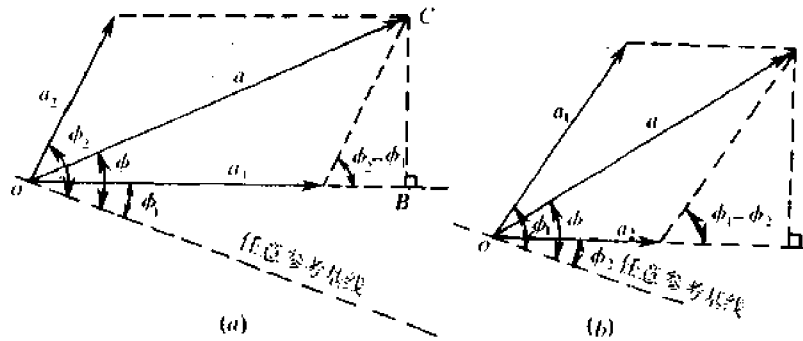


图 4-9 矢量合成图

根据式(4.3-12)给定的条件,由式(4.3-13)及式(4.3-14)可得

$$\psi(t) = \omega_c t + \varphi(t) + \arctan \frac{V(t) \sin[\theta(t) - \varphi(t)]}{A + V(t) \cos[\theta(t) - \varphi(t)]} \quad (4.3-15)$$

或

$$\psi(t) = \omega_c t + \theta(t) + \arctan \frac{A \sin[\varphi(t) - \theta(t)]}{V(t) + A \cos[\varphi(t) - \theta(t)]} \quad (4.3-16)$$

由于解调器的输出正比于瞬时频率偏移,故原则上可以从式(4.3-15)或(4.3-16)求得相应的输出。不过,直接利用以上两式来求解调器的输出是困难的,因而,我们只考虑两种特殊的情形。

在大信噪比情况下,即  $A \gg V(t)$ ,式(4.3-15)可简化为

$$\psi(t) \approx \omega_c t + \varphi(t) + \frac{V(t)}{A} \sin[\theta(t) - \varphi(t)] \quad (4.3-17)$$

显然,式中  $\varphi(t)$  是与有用信号有关的项;而上式右边第三项是取决于噪声的项。这样分解后,便可以得到大信噪比条件下的输出信号与噪声。因解调器的输出电压  $v_0(t)$  应与输入信号的瞬时频偏成正比,利用上式可得

$$v_0(t) = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{d\psi(t)}{dt} \right] - f_c = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{d\varphi(t)}{dt} \right] + \frac{1}{2\pi A} \frac{d}{dt} [V(t) \sin[\theta(t) - \varphi(t)]] \quad (4.3-18)$$

于是解调器输出的有用信号为

$$m_0(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (4.3-19)$$

考虑到

$$\varphi(t) = K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$$

故有

$$m_0(t) = \frac{K_f}{2\pi} m(t)$$

于是在大信噪比情况下,解调器输出的信号功率为

$$S_o = \overline{m_o^2(t)} = \frac{K_F^2}{4\pi^2} \overline{m^2(t)} \quad (4.3-20)$$

而解调器的输出噪声为

$$\begin{aligned} n_o(t) &= \frac{1}{2\pi A} \frac{d}{dt} \{ V(t) \sin[\theta(t) - \varphi(t)] \} = \\ &= \frac{1}{2\pi A} \frac{dn_s(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi A} n'_s(t) \end{aligned} \quad (4.3-21)$$

其中

$$\begin{aligned} n'_s(t) &= \frac{dn_s(t)}{dt} \\ n_s(t) &= V(t) \sin[\theta(t) - \varphi(t)] \end{aligned}$$

为了求出噪声功率,可先求出  $n_s(t)$  的功率。根据对噪声的分析可知,噪声  $n_s(t)$  的功率在数值上与  $n_i(t)$  的功率相同,即有

$$\overline{n_s^2(t)} = \overline{n_i^2(t)} = n_0 B \quad (4.3-22)$$

不过,应该注意,  $n_i(t)$  是带通型噪声,而  $n_s(t)$  是解调后的低通  $(0, \frac{B}{2})$  型的噪声。

由于  $\frac{dn_s(t)}{dt}$  实际上就是  $n_s(t)$  通过理想微分电路后的输出,故它的功率谱密度应等于  $n_s(t)$  的功率谱密度乘以理想微分电路的功率传输函数。

设  $n_s(t)$  的功率谱密度为  $P_i(\omega)$ , 理想微分电路的功率传输函数为

$$|H(\omega)|^2 = |j\omega|^2 = \omega^2 \quad (4.3-23)$$

若设  $n'_s(t)$  的功率谱密度为  $P_o(\omega)$ , 则

$$P_o(\omega) = |H(\omega)|^2 \cdot P_i(\omega) = \omega^2 P_i(\omega) \quad (4.3-24)$$

因为

$$P_i = \begin{cases} \frac{\overline{n_s^2(t)}}{B} = n_0, & |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0, & \text{其他 } f \end{cases}$$

所以

$$P_o(\omega) = \omega^2 n_0 = (2\pi f)^2 n_0, \quad |f| \leq \frac{B}{2} \quad (4.3-25)$$

上述结果可用图 4-10 来表示。

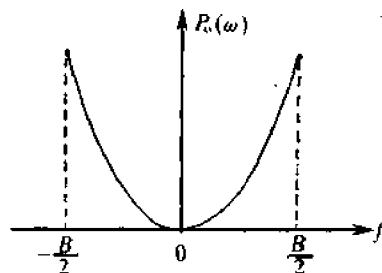


图 4-10  $n'_s(t)$  的功率谱密度

由此可见,  $n_s'(t)$  的功率谱密度在频带内不再是均匀的, 而是与  $f^2$  成正比。现假设解调器中的低通滤波器的截止频率为  $f_m$ , 且有  $f_m < \frac{B}{2}$ , 再利用式(4.3-21), 可求得输出噪声功率为

$$\begin{aligned} N_o &= \overline{n_o'^2(t)} = \frac{\overline{n_s'^2(t)}}{4\pi^2 A^2} = \frac{1}{4\pi^2 A^2} \int_{-f_m}^{f_m} P_o(f) df = \\ &= \frac{1}{4\pi^2 A^2} \int_{-f_m}^{f_m} (2\pi f)^2 n_0 df = \frac{2n_0}{3A^2} f_m^3 \end{aligned} \quad (4.3-26)$$

于是, 由式(4.3-20)和式(4.3-26)可得调频信号解调器的输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{3A^2 K_f^2 \overline{m^2(t)}}{8\pi^2 n_0 f_m^3} \quad (4.3-27)$$

为使上式具有简明的结果, 让我们考虑  $m(t)$  为单一频率余弦波时的情况, 即

$$s_m(t) = A \cos[\omega_c t + m_f \sin \omega_m t] \quad (4.3-28)$$

式中

$$m_f = \frac{K_f}{\omega_m} = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{\Delta f}{f_m}$$

比较式(4.3-28)及式(4.3-7)、式(4.3-8), 可得

$$K_f m(t) = 2\pi \Delta f \cos 2\pi f_m t$$

因而

$$K_f^2 \overline{m^2(t)} = \frac{4\pi^2 (\Delta f)^2}{2} = 2\pi^2 (\Delta f)^2$$

这样, 我们得到

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{3}{2} \left( \frac{\Delta f}{f_m} \right) \frac{A^2/2}{n_0 f_m} = \frac{3}{2} m_f^2 \frac{A^2/2}{n_0 f_m} \quad (4.3-29)$$

由于  $S_i = A^2/2$ , 而  $n_0 f_m$  可视为频带  $(0, f_m)$  内的输入噪声功率, 并记为  $N_m$ , 故上式可写成

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{3}{2} m_f^2 \left( \frac{S_i}{N_m} \right) \quad (4.3-30)$$

因为  $f_m \neq B$ , 所以  $N_i \neq N_m$ 。在宽带调频时, 考虑到调频波的总带宽  $B = 2(\Delta f + f_m)$ , 上式可表示成另一种形式, 即

$$\begin{aligned} \frac{S_o}{N_o} &= \frac{3}{2} m_f^2 \left( \frac{S_i}{N_i} \right) \frac{B}{f_m} = \frac{3}{2} m_f^2 \left[ \frac{2(\Delta f + f_m)}{f_m} \right] \left( \frac{S_i}{N_i} \right) = \\ &= 3m_f^2 (m_f + 1) \frac{S_i}{N_i} \end{aligned} \quad (4.3-31)$$

由此我们可以得到调频系统的调制制度增益  $G$  为

$$G = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = 3m_f^2 (m_f + 1) \quad (4.3-32)$$

上述结果表明, 在大信噪比的情况下, 宽带调频解调器的制度增益是很高的, 即抗噪

声性能好。例如,当宽带调频时,若  $m_f = 5$ , 则制度增益  $G = 450$ 。也就是说,加大调制指数  $m_f$ , 可使系统的抗噪声性能迅速改善。

为了更清楚地看出大信噪比情况下,宽带调频系统具有高的抗噪声性能这一特点,我们将调频系统与调幅系统作一比较。

在大信噪比情况下,调幅信号包络检波器的输出信噪比为

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{AM} = \frac{\overline{m^2(t)}}{n_0 B}$$

若设调幅信号为 100% 调制,且  $m(t)$  为正弦信号,则  $m(t)$  的平均功率为

$$\overline{m^2(t)} = \frac{1}{2} A^2$$

因而

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{AM} = \frac{A^2/2}{n_0 B} \quad (4.3-33)$$

大家知道,上式中的  $B$  是调幅信号的带宽,通常,它是基带信号频带的两倍,即  $B = 2f_m$ , 故有

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{AM} = \frac{A^2/2}{2n_0 f_m} \quad (4.3-34)$$

由上式及式(4.3-29),我们可以得到调频系统输出信噪比与调幅系统输出信噪比之比的关系式为

$$\frac{(S_o/N_o)_{FM}}{(S_o/N_o)_{AM}} = 3m_f^2 \quad (4.3-35)$$

由上式可见,在大信噪比的情况下,若系统接收端的输入  $A$  与  $n_0$  也相同,则宽带调频系统解调器的输出信噪比是调幅系统的  $3m_f^2$  倍。例如,当调频指数  $m_f = 5$  时,宽带调频的  $S_o/N_o$  是调幅时的 75 倍。这一结果是很可观的。但是,我们必须注意到,上述得益实际上是以增加调频系统的传输带宽来换取的。因为,对于调幅信号而言,传输带宽是  $2f_m$ ;而对于宽带调频信号而言,相应于  $m_f = 5$  的传输带宽为  $2(5f_m + f_m) = 12f_m$ 。后者是前者的 6 倍。

宽带调频的传输带宽  $B_{FM}$  与调幅的传输带宽  $B_{AM}$  之间的一般关系为

$$\begin{aligned} B_{FM} &= 2(\Delta f + f_m) = 2(m_f f_m + f_m) = \\ &= 2f_m(m_f + 1) = B_{AM}(m_f + 1) \end{aligned} \quad (4.3-36)$$

当  $m_f \gg 1$  时,上式可近似为

$$B_{FM} \approx m_f B_{AM}$$

故有

$$m_f \approx \frac{B_{FM}}{B_{AM}} \quad (4.3-37)$$

在上述条件下,式(4.3-35)变成

$$\frac{(S_o/N_o)_{FM}}{(S_o/N_o)_{AM}} = 3\left(\frac{B_{FM}}{B_{AM}}\right)^2 \quad (4.3-38)$$

由此可见,宽带调频输出信噪比相对于调幅的改善将与其传输带宽的平方成正比。这就意味着,对于调频系统来说,增加传输带宽就可以改善抗噪声性能。调频方式的这种以带宽换取信噪比的特性是十分有益的。在调幅制中,由于信号带宽是固定的,因而不能利用带宽换取信噪比的改善。由此我们得到如下结论,在大信噪比的情况下,调频系统抗噪声性能将比调幅系统优越,且其优越程度将随传输带宽的增加而提高。

应该指出,以上分析都是在大信噪比条件下进行的。当处于小信噪比(即  $V(t) \gg 1$ ) 情况时,式(4.3-16)可简化为

$$\psi(t) \approx \omega_c t + \theta(t) + \frac{A}{V(t)} \sin[\varphi(t) - \theta(t)]$$

分析上式可知,这时没有单独存在的有用信号项,解调器输出几乎完全由噪声决定。也就是说,调频系统的解调器也存在“门限效应”。

图4-11示出了调频解调器的输出与输入信噪比性能。为了便于比较,图中还画出了双边带(DSB)信号同步检测时的性能曲线。由前面讨论可知,后者是通过原点的直线。但对FM系统而言,当未发生门限效应时,FM与AM性能关系符合(4.3-35)关系式。在相同输入信噪比的情况下,FM输出信噪比要优于AM输出信噪比;但是,当输入信噪比降低到某一门限时,例如,图中当  $S_i/N_i = a$  分贝时,FM便开始出现门限效应;若继续降低输入信噪比,则FM解调器的输出信噪比将急剧变坏,甚至比AM的性能还要差。

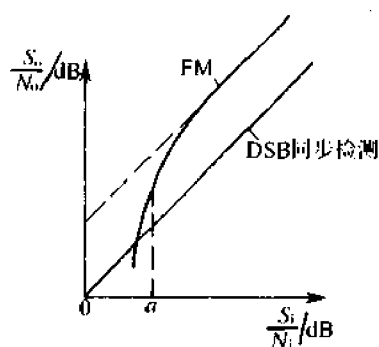


图4-11 解调器性能曲线示意图

实践和理论计算均表明,应用普通鉴频器解调调频信号时,其门限效应与输入信噪比有关,一般发生在输入信噪比  $a = 10\text{dB}$  左右处。

在实际中,改善门限效应(或者说降低噪声门限)有许多种方法,目前用的较多的有锁相环路鉴频法及调频负回授鉴频法。

另外,也可采用所谓“预加重”和“去加重”技术来改善解调器输出信噪比。预加重和去加重技术不仅在低信号电平范围内减小了不希望的噪声,而且,还削减了输出端的总噪声,从而改善了输出信噪比。实际上,改善了频率调制的门限。

如同包络检波器一样,FM解调器的门限效应也是由它的非线性的解调作用所引起的。由于在门限值以上时,FM解调器具有良好的性能,故在实际中除设法改善门限效应外,一般应使系统工作在门限值以上。

## 4.4 各种模拟调制系统的比较

为了便于在实际中合理地选用各种模拟调制系统,现对它们作一扼要的比较。

我们先用图示法来比较它们的抗噪声性能。假设所有系统在接收机输入端具有相等的信号功率,且加性噪声都是均值为零、双边功率谱密度为  $n_0/2$  的高斯白噪声,基带信号  $m(t)$  在所有系统中都满足

$$\begin{cases} \overline{m(t)} = 0 \\ \overline{m^2(t)} = \frac{1}{2} \\ |m(t)|_{\max} = 1 \end{cases} \quad (4.4-1)$$

例如  $m(t)$  为正弦型信号;同时,所有的调制与解调系统都具有理想的特性。显然,在上述的比较条件下,表征系统性能的式(4.2-35)、式(4.2-44)、式(4.2-55)及式(4.3-29)可分别写成

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{\text{DSB}} = \left(\frac{S_i}{n_0 B_b}\right) \quad (4.4-2)$$

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{\text{SSB}} = \left(\frac{S_i}{n_0 B_b}\right) \quad (4.4-3)$$

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{\text{AM}} = \frac{1}{3} \left(\frac{S_i}{n_0 B_b}\right) \quad (4.4-4)$$

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{\text{FM}} = \frac{3}{2} m_f^2 \left(\frac{S_i}{n_0 B_b}\right) \quad (4.4-5)$$

上述各式中,  $B_b$  为调制信号的带宽,或称基带宽度。在式(4.4-4)中已假定 AM 的调幅度为 100%。图 4-12 表示 DSB、SSB、AM 及 FM 调制系统的性能曲线。图中,圆点表示出现门限效应时的曲线拐点。门限电平以下,曲线将迅速跌落;在门限值以上,DSB-SC、SSB-SC 的信噪比比 AM 优越 4.7dB 以上,而 FM( $m_f=6$ )的信噪比比 AM 优越 22dB。由此可见,当输入信噪比较高时,采用 FM 方式可以得到更大好处。

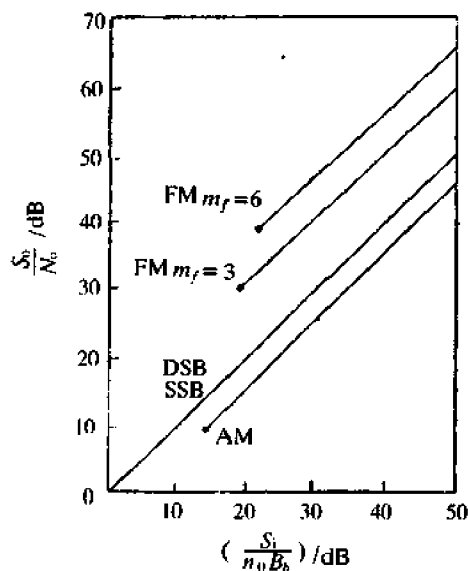


图 4-12 各种模拟调制系统的性能曲线

表 4-1 扼要地给出了各种系统在带宽、直流响应、设备(调制与解调)复杂性等方面的比较,并指出了它们的一些主要应用。



表 4-1

调制方式	传输带宽	直流响应	设备复杂性	主要应用
DSB	$2B_b$	有	中等;要求相干解调,常与DSB信号一起传输一个小导频	模拟数据传输;低带宽信号多路复用系统
AM	$2B_b$	无	较小;调制与解调(包络检波)简单	无线电广播
SSB	$B_b$	无	较大;要求相干解调,调制器也较复杂	话音通信,话音频分多路通信
VSB	略大于 $B_b$	有	较大;要求相干解调,调制器需要对称滤波	数据传输;宽带(电视)系统
FM	$2(m_f+1)B_b$	有	中等;调制器有点复杂,解调器较简单	数据传输,无线电广播,微波中继

## 4.5 频分复用(FDM)

“复用”是一种将若干个彼此独立的信号合并为一个可在同一信道上传输的复合信号的方法。譬如,在电话系统中,传输的语音信号的频谱一般在  $300 \sim 3400\text{Hz}$  内。为了使若干个这种信号能在同一信道上传输,可以使它们的频谱调制到不同的频段,合并在一起而不致相互影响,并能在接收端彼此分离开来。

常见的信道复用采用按频率区分或按时间区分信号。按频率区分信号的方法称为频分复用(FDM);按时间区分信号的方法称为时分复用(TDM)。这里我们先讨论频分复用,而时分复用将在第7章中讨论。

通常,在通信系统中,信道所能提供的带宽往往要比传送一路信号所需的带宽宽得多。因此,一个信道只传送一路信号有时是非常浪费的。为了充分利用信道的带宽,因而提出了信道频分复用的问题。

图4-13示出了一个频分复用电话系统的组成方框图。由图可见,复用的信号共有  $n$  路,每路信号首先通过低通滤波器(LPF),以便限制各路信号的最高角频率  $\omega_m$ 。为简单起见,这里假定各路  $\omega_m$  都相等,例如,若各路都是话音信号,则每路信号的最高频率均

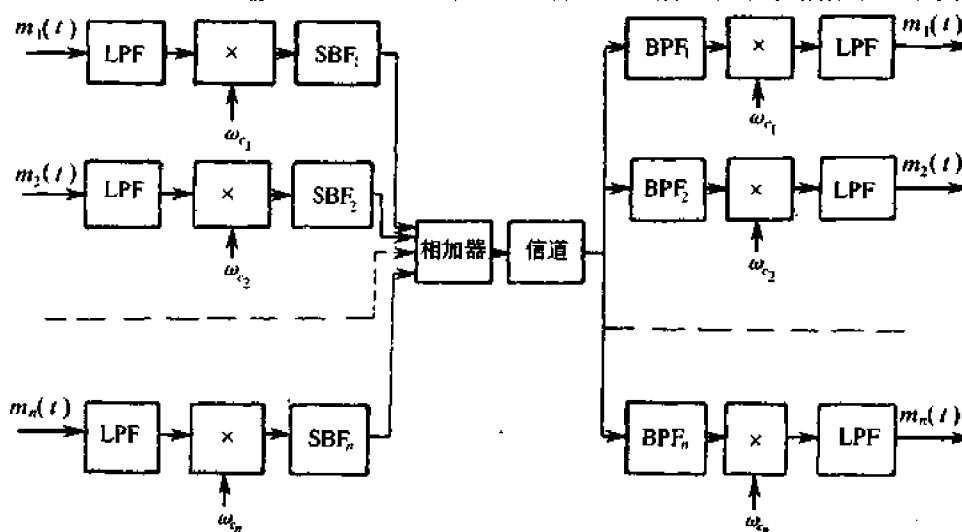


图 4-13 频分复用系统组成方框图

为 3400Hz。然后,各路信号通过各自的调制器,它们的电路可以是相同的,但所用的载波频率则不同。调制的方式可以任意选择,但最常用的是单边带调制,因为它最节约频带。因此,图 4-13 中的调制器由相乘器和边带滤波器(SBF)构成。在选择载频时,应考虑到边带频谱的宽度。同时,为了防止邻路信号间相互干扰,还应留有一定的防护频带,即

$$f_{c(i+1)} = f_{c_i} + (f_m + f_g), i = 1, 2, \dots, n \quad (4.5-1)$$

式中  $f_{c_i}$  与  $f_{c(i+1)}$  ——分别为第  $i$  路与第  $(i+1)$  路的载频的频率;

$f_m$  ——每一路的最高频率;

$f_g$  ——邻路间隔防护频带。

显然,若  $f_g$  越大,则在邻路信号干扰指标相同的情况下,对边带滤波器的技术指标要求允许放宽些。但这时占用总的频带要加宽,这对提高信道复用率不利。因此,实际中我们宁愿提高边带滤波器的技术指标,以使  $f_g$  尽量缩小。目前,按 CCITT 标准,防护频带间隔应为 900Hz,这样,可以使邻路干扰电平低于 -40dB 以下。

经过单边带调制后的各路信号,在频率位置上就被分开了。因此,可以通过相加器将它们合并成适合信道内传输的复用信号,其频谱结构如图 4-14 所示。图中,各路信号具

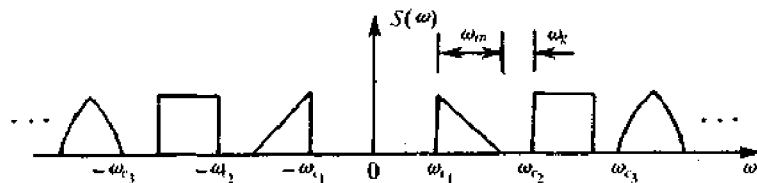


图 4-14 频分复用信号的频谱结构

有相同的  $f_m$ ,但它们的频谱结构可能不同。 $n$  路单边带信号的总频带宽度最小应等于

$$B_n = nf_m + (n-1)f_g = (n-1)(f_m + f_g) + f_m = (n-1)B_1 + f_m \quad (4.5-2)$$

式中  $B_1 = f_m + f_g$ ,它是一路占用的带宽。

合并后的复用信号原则上可以在信道中传输,但有时为了更好地利用信道的传输特性,也可以再进行一次调制。

在频分复用系统的接收端,可以利用相应的带通滤波器(BPF)来区分各路信号的频谱。然后,通过各自的相干解调器便可恢复各路调制信号。

频分复用系统的最大优点是信道复用率高,容许复用的路数多,同时分路也很方便。因此,它成为目前模拟通信中最主要的一种复用方式,特别是在有线和微波通信系统中,应用十分广泛。

频分复用系统的主要缺点是设备生产较为复杂。另一缺点是因滤波器特性不够理想和信道内存在非线性而产生路间干扰。

## 4.6 复合调制及多级调制的概念

在模拟调制系统中,除单独采用前面讨论过的各种幅度调制和频率调制外,还会遇到复合调制和多级调制。所谓复合调制,就是对同一载波进行两种或更多种的调制。例如,对一个频率调制波再进行一次振幅调制,所得结果变成了调频调幅波。这里的调制信号

(例如基带信号)可以不止一个。所谓多级调制,通常是将同一基带信号实施两次或更多次的调制过程。这里所采用的调制方式可以是相同的,也可以是不同的。

图 4-15 示出了一个多级调制的例子。这是一个频分复用系统, $\omega_{1i}$  是为频分设置的第  $i$  次调制的载波频率,而  $\omega_2$  则是第二次调制的载频。图中,对每一路来说,第一次采用 SSB 调制方式,第二次也采用 SSB 调制方式,一般记为 SSB/SSB。在实际的通信系统中,常见的多级调制方式除 SSB/SSB 外,还有 SSB/FM、FM/FM 等。例如,频分多路微波通信系统中的多级调制方式,便是采用 SSB/FM 调制方式。

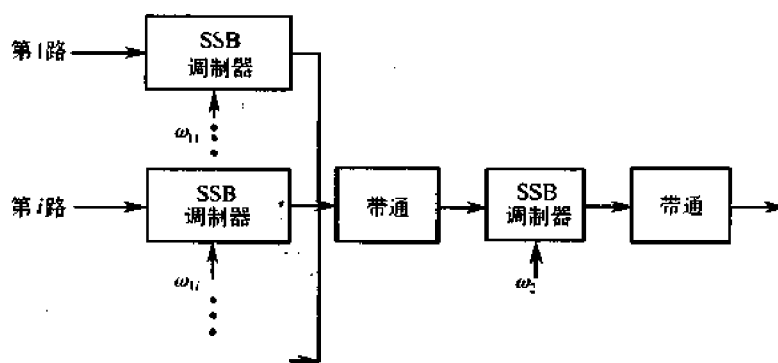


图 4-15 SSB/SSB 多级调制的组成方框图

复合调制方式在模拟通信系统中的使用不如数字通信系统中广泛。因此,这方面的例子以后在有关章节中再作介绍。

## 思 考 题

- 4-1 什么是线性调制? 常见的线性调制有哪些?
- 4-2 残留边带滤波器的传输特性应如何? 为什么?
- 4-3 什么叫调制制度增益? 其物理意义如何?
- 4-4 双边带调制系统解调器的输入信号功率为什么和载波功率无关?
- 4-5 如何比较两个系统的抗噪声性能?
- 4-6 DSB 调制系统和 SSB 调制系统的抗噪声性能是否相同? 为什么?
- 4-7 什么是门限效应? AM 信号采用包络检波法解调时为什么会产生门限效应?
- 4-8 在小噪声情况下,试比较 AM 系统和 FM 系统抗噪声性能的优劣。
- 4-9 FM 系统产生门限效应的主要原因是什么?
- 4-10 FM 系统调制制度增益和信号带宽的关系如何? 这一关系说明什么问题?
- 4-11 什么是频分复用?
- 4-12 什么是复合调制? 什么是多级调制?

## 习 题

- 4-1 已知线性调制信号表示式如下:

$$(1) \cos \Omega t \cos \omega_c t$$

$$(2) (1 + 0.5 \sin \Omega t) \cos \omega_c t$$

式中,  $\omega_c = 6\Omega$ 。试分别画出它们的波形图和频谱图。

4-2 根据图 P4-1 所示的调制信号波形, 试画出 DSB 及 AM 信号的波形图, 并比较它们分别通过包络检波器后的波形差别。

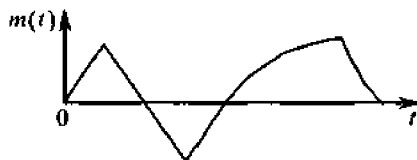


图 P4-1

4-3 已知调制信号  $m(t) = \cos(2000\pi t) + \cos(4000\pi t)$  载波为  $\cos 10^4 \pi t$ , 进行单边带调制, 试确定该单边带信号的表示式, 并画出频谱图。

4-4 将调幅波通过残留边带滤波器产生残留边带信号。若此滤波器的传输函数  $H(\omega)$  如图 P4-2 所示(斜线段为直线)。当调制信号为  $m(t) = A[\sin 100\pi t + \sin 6000\pi t]$  时, 试确定所得残留边带信号的表示式。

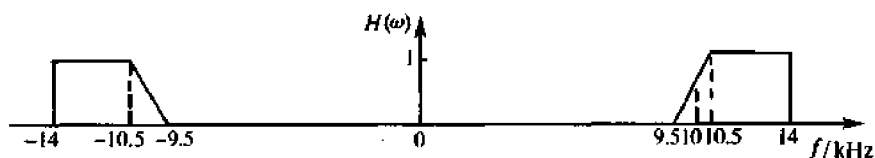


图 P4-2

4-5 某调制方框图如图 P4-3(b) 所示。已知  $m(t)$  的频谱如图 P4-3(a), 载频  $\omega_1 \ll \omega_2, \omega_1 > \omega_H$ , 且理想低通滤波器的截止频率为  $\omega_1$ , 试求输出信号  $s(t)$ , 并说明  $s(t)$  为何种已调制信号。

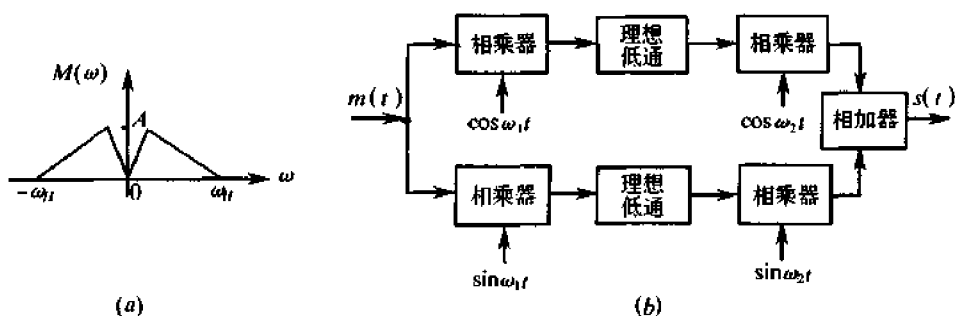


图 P4-3

4-6 某调制系统如图 P4-4 所示。为了在输出端同时分别得到  $f_1(t)$  及  $f_2(t)$ , 试确定接收端的  $c_1(t)$  及  $c_2(t)$ 。

4-7 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度  $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ W/Hz}$  在该信道中传输抑制载波的双边带信号, 并设调制信号  $m(t)$  的频带限制在 5kHz, 而载波为 100kHz, 已调信号的功率为 10kW。若接收机的输入信号在加至解调器之前, 先经过带宽

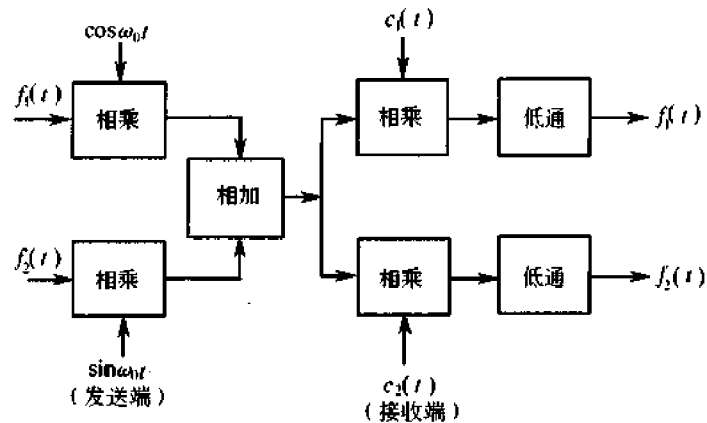


图 P4-4

为 10kHz 的一理想带通滤波器滤波,试问:

- (1)该理想带通滤波器中心频率为多大?
- (2)解调器输入端的信噪功率比为多少?
- (3)解调器输出端的信噪功率比为多少?
- (4)求出解调器输出端的噪声功率谱密度,并用图形表示出来。

4-8 若对某一信号用 DSB 进行传输,设加至接收机的调制信号  $m(t)$  之功率谱密度为

$$P_m(f) = \begin{cases} \frac{n_m}{2} \cdot \frac{|f|}{f_m} & |f| \leq f_m \\ 0 & |f| > f_m \end{cases}$$

试求:

- (1)接收机的输入信号功率;
- (2)接收机的输出信号功率;
- (3)若叠加于 DSB 信号的白噪声具有双边功率谱密度为  $n_0/2$ , 设解调器的输出端接有截止频率为  $f_m$  的理想低通滤波器,那么,输出信噪功率比是多少?

4-9 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度  $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ W/Hz}$ , 在该信道中传输抑制载波的单边带(上边带)信号,并设调制信号  $m(t)$  的频带限制在 5kHz, 而载波是 100kHz, 已调信号功率是 10kW。若接收机的输入信号在加至解调器前,先经过带宽为 10kHz 的一理想带通滤波器滤波,试问:

- (1)该理想带通滤波器中心频率为多大?
- (2)解调器输入端的信噪功率比为多少?
- (3)解调器输出端的信噪功率比为多少?

4-10 某线性调制系统的输出信噪比为 20dB, 输出噪声功率为  $10^{-9} \text{ W}$ , 由发射机输出端到解调器输入端之间总的传输损耗为 100dB, 试求:

- (1)DSB/SC 时的发射机输出功率;
- (2)SSB/SC 时的发射机输出功率。

4-11 设调制信号  $m(t)$  的功率谱密度与题 4-8 相同, 若用 SSB 调制方式进行传输

(忽略信道的影响),试求:

(1)接收机的输入信号功率;

(2)接收机的输出信号功率;

(3)若叠加于SSB信号的白噪声的双边功率谱密度为  $n_0/2$ ,设解调器的输出端接有截止频率为  $f_m$  Hz的理想低通滤波器,那么,输出信噪功率比为多少?

(4)该系统的调制制度增益  $G$  为多少?

4-12 试证明:当AM信号采用同步检测法进行解调时,其制度增益  $G$  与公式(4.2-55)的结果相同。

4-13 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度  $P_n(f) = 0.5 \times 10^{-3} \text{ W/Hz}$ ,在该信道中传输振幅调制信号,并设调制信号  $m(t)$  的频带限制于5kHz,载频是100kHz,边带功率为10kW,载波功率为40kW。若接收机的输入信号先经过一个合适的理想带通滤波器,然后再加至包络检波器进行解调。试求:

(1)解调器输入端的信噪功率比;

(2)解调器输出端的信噪功率比;

(3)制度增益  $G$ 。

4-14 设被接收的调幅信号为:  $s_m(t) = A[1 + m(t)]\cos\omega_c t$ ,采用包络检波法解调,其中  $m(t)$  的功率谱密度与题4-8相同。若一双边功率谱密度为  $n_0/2$  的噪声叠加于已调信号,试求解调器输出的信噪功率比。

4-15 试证明:若在残留边带信号中加入大的载波,则可采用包络检波法实现解调。

4-16 设一宽带频率调制系统,载波振幅为100V,频率为100MHz,调制信号  $m(t)$  的频带限制于5kHz,  $\overline{m^2(t)} = 5000\text{V}^2$ ,  $k_f = 500\pi \text{ rad}/(\text{s} \cdot \text{V})$ ,最大频偏  $\Delta f = 75\text{kHz}$ ,并设信道中噪声功率谱密度是均匀的,其  $P_n(f) = 10^{-3} \text{ W/Hz}$  (单边谱),试求:

(1)接收机输入端理想带通滤波器的传输特性  $H(\omega)$ ;

(2)解调器输入端的信噪功率比;

(3)解调器输出端的信噪功率比;

(4)若  $m(t)$  以振幅调制方法传输,并以包络检波器检波,试比较在输出信噪比和所需带宽方面与频率调制系统有何不同?

4-17 设有一个频分多路复用系统,副载波用DSB/SC调制,主载波用FM调制。如果有60路等幅的音频输入通路,每路频带限制在3.3kHz以下,防护频带为0.7kHz;

(1)如果最大频偏为800kHz,试求传输信号的带宽;

(2)试分析与第一路相比时第60路输入信噪比降低的程度(假定鉴频器输入的噪声是白噪声,且解调器中无加重电路)。

## 第 5 章 数字基带传输系统

### 5.1 引言

从本章起,我们将侧重讨论数字通信的基本原理及有关技术问题。

在“绪论”中已经指出,一个数字通信系统的模型可由图 1-3 表示。从消息传输角度看,该系统包括了两个重要的变换,即消息与数字基带信号之间的变换;数字基带信号与信道信号之间的变换。通常,前一个变换由收发终端设备来完成,它把无论是离散的还是连续的消息转换成数字的基带信号,而后一变换则由调制和解调器完成。

在数字通信中,有些场合可以不经过程如前章所述的载波调制和解调过程而让基带信号直接进行传输。例如,在市区内利用电传机直接进行电报通信,或者利用中继方式在长距离上直接传输 PCM 信号(第 7 章中介绍)等。这种不使用载波调制解调装置而直接传送基带信号的系,我们称它为基带传输系统,它的基本结构如图 5-1 所示。该结构由信道信号形成器、信道、接收滤波器以及抽样判决器组成。这里信道信号形成器用来产生适合于信道传输的基带信号,信道可以是允许基带信号通过的媒质(例如能够通过从直流至高频的有线线路等);接收滤波器用来接收信号和尽可能排除信道噪声和其他干扰;抽样判决器则是在噪声背景下用来判定与再生基带信号。

与图 5-1 相应,我们把包括了载波调制和解调过程的传输系统称为频带传输系统,如图 5-2 所示。

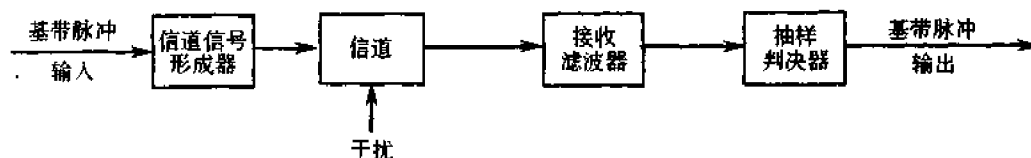


图 5-1 基带传输系统的基本结构

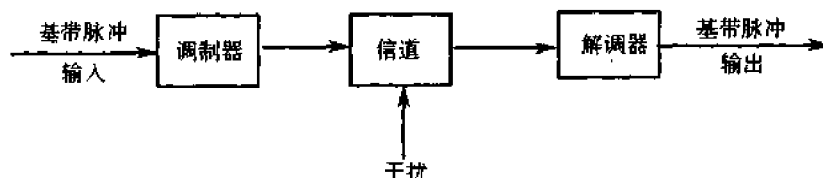


图 5-2 频带传输系统的基本结构

目前,虽然在实际使用的数字通信系统中基带传输不如频带传输那样广泛,但是,对于基带传输系统的研究仍然是十分有意义的。这是因为,第一,由图 5-2 及图 5-1 可以看出,即使在频带传输制里也同样存在基带传输问题,也就是说,基带传输系统的许多问

题也是频带传输系统必须考虑的问题;第二,随着数字通信技术的发展,基带传输这种方式也有迅速发展的趋势,目前,它不仅用于低速数据传输,而且还用于高速数据传输;第三,理论上也可以证明,任何一个采用线性调制的频带传输系统,总是可以由一个等效的基带传输系统所替代<sup>[10]</sup>。因此,本章先介绍数字基带传输系统,而数字频带传输系统(即数字调制系统)将在下一章讨论。

## 5.2 数字基带信号及其频谱特性

### 5.2.1 数字基带信号

为了分析消息在数字基带传输系统的传输过程,先分析数字基带信号及其频谱特性是必要的。

数字基带信号(以下简称为基带信号)的类型是举不胜举的。现以由矩形脉冲组成的基带信号为例,介绍几种最基本的基带信号码波形。

#### 1. 单极性码波形

设消息代码由二进制符号 0、1 组成,则单极性码波形的基带信号可用图 5-3(a)表征。这里,基带信号的 0 电位及正电位分别与二进制符号 0 及 1 一一对应。容易看出,这种信号在一个码元时间内,不是有电压(或电流),就是无电压(或电流),电脉冲之间无间隔,极性单一。该波形经常在近距离传输时(比如在印制板内或相近印制板之间传输时)被采用。

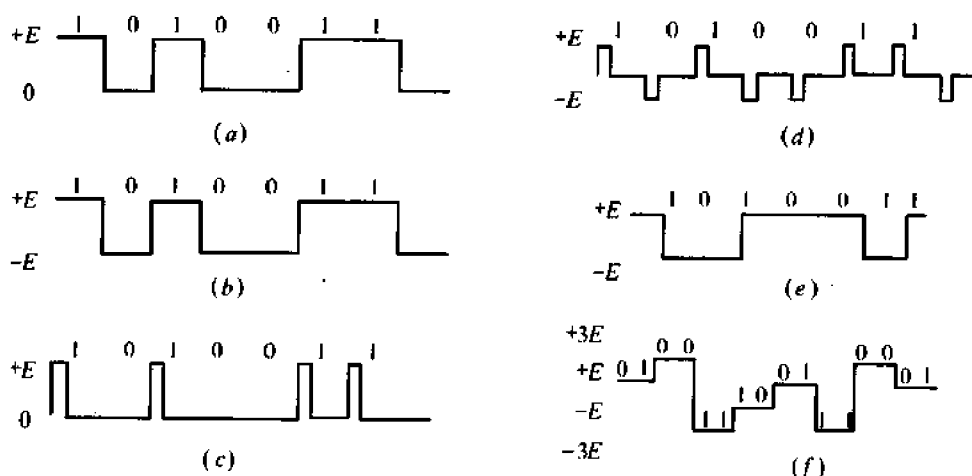


图 5-3 几种最基本的基带信号波形

#### 2. 双极性码波形

双极性波形就是二进制符号 0、1 分别与正、负电位相对应的波形,如图 5-3(b)所示。它的电脉冲之间也无间隔。但因为是双极性波形,故当 0、1 符号等可能出现时,它将无直流成分。该波形常在 CCITT 的 V 系列接口标准或 RS-232C 接口标准中使用。

#### 3. 单极性归零码波形

单极性归零码波形是指它的有电脉冲宽度比码元宽度窄,每个脉冲都回到零电位,如图 5-3(c)所示。该波形常在近距离内实行波形变换时使用。



#### 4. 双极性归零码波形

它是双极性波形的归零形式,如图 5-3(d)所示。由图可见,此时对应每一符号都有零电位的间隙产生,即相邻脉冲之间必定留有零电位的间隔。

#### 5. 差分码波形

这是一种把信息符号 0 和 1 反映在相邻码元的相对变化上的波形。比如,若以相邻码元的电位改变表示符号 1,而以电位不改变表示符号 0,如图 5-3(e)所示。当然,上述规定也可以反过来。由图可见,这种码波形在形式上与单极性码或双极性码波形相同,但它代表的信息符号与码元本身电位或极性无关,而仅与相邻码元的电位变化有关。差分码波形也称相对码波形,而相应地称前面的单极性或双极性波形为绝对码波形。差分码波形常在相位调制(将在第 6 章中讲述)系统的码变换器中使用。

#### 6. 多元码波形(多电平码波形)

上述各种信号都是一个二进制符号对应一个脉冲码元。实际上还存在多于一个二进制符号对应一个脉冲码元的情形。这种波形统称为多元码波形或多电平码波形。例如,若令两个二进制符号 00 对应  $+3E$ ,01 对应  $+E$ ,10 对应  $-E$ ,11 对应  $-3E$ ,则所得波形为 4 元码波形或 4 电平码波形,如图 5-3(f)所示。由于这种波形的一个脉冲可以代表多个二进制符号,故在高数据速率传输系统中,采用这种信号形式是适宜的。

实际上,组成基带信号的单个码元波形并非一定是矩形的。根据实际的需要,还可有多种多样的波形形式,比如升余弦脉冲、高斯形脉冲、半余弦脉冲等等。这说明,信息符号并不是与唯一的基带波形相对应。若令  $g_1(t)$  对应于二进制符号的“0”, $g_2(t)$  对应于“1”,码元的间隔为  $T_s$ ,则基带信号可表示成

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT_s) \quad (5.2-1)$$

式中  $a_n$ ——第  $n$  个信息符号所对应的电平值(0、1 或 -1、1 等);

$$g(t - nT_s) = \begin{cases} g_1(t - nT_s) & (\text{出现符号“0”时}) \\ g_2(t - nT_s) & (\text{出现符号“1”时}) \end{cases}$$

由于  $a_n$  是信息符号所对应的电平值,它是一个随机量。因此,通常在实际中遇到的基带信号都是一个随机的脉冲序列。

### 5.2.2 基带信号的频谱特性

在研究基带传输系统时,对于基带信号频谱的分析是十分必要的。由于基带信号是一个随机脉冲序列,故我们面临的是一个随机序列的谱分析问题。

随机脉冲序列的谱分析,根据实际给定条件的不同,应采用不同的方法。第 2 章中介绍的由随机过程的相关函数去求功率(或能量)谱密度的方法就是一种典型的分析宽平稳随机过程的方法。这里,我们准备介绍另一种分析方法,因为这种方法对于数字随机序列的谱分析比较简明和方便<sup>[10]</sup>。

设一个二进制的随机脉冲序列如图 5-4 所示。这里  $g_1(t)$  和  $g_2(t)$  分别表示符号的 0 和 1,  $T_s$  为每一码元的宽度。应当指出,图中虽然把  $g_1(t)$  及  $g_2(t)$  都画成了三角形(高度不同),但实际上  $g_1(t)$  和  $g_2(t)$  可以是任意的脉冲。

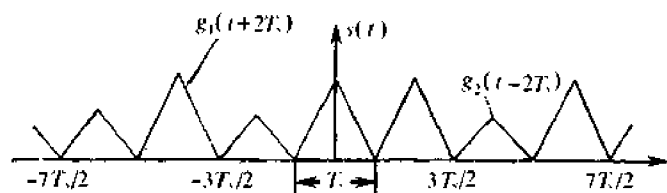


图 5-4 任一随机脉冲序列示意波形

现在假设序列中任一码元时间  $T_s$  内  $g_1(t)$  和  $g_2(t)$  出现的概率分别为  $P$  和  $1 - P$ , 且认为它们的出现是互不依赖的(统计独立), 则该序列  $s(t)$  可由式(5.2-1)表征, 或者写成

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_n(t) \quad (5.2-2)$$

其中

$$s_n(t) = \begin{cases} g_1(t - nT_s), & \text{以概率为 } P \\ g_2(t - nT_s), & \text{以概率为 } 1 - P \end{cases} \quad (5.2-3)$$

下面我们来确定  $s(t)$  的功率谱密度  $P_s(\omega)$ 。由于随机脉冲序列通常是功率型的, 因而,  $s(t)$  的功率谱密度可由式(2.4-7)确定, 即

$$P_s(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[|s_T(\omega)|^2]}{T} \quad (5.2-4)$$

设截取时间  $T$  为

$$T = (2N + 1)T_s \quad (5.2-5)$$

式中,  $N$  为一个足够大的数值。

则  $s_T(t)$  可表示成

$$s_T(t) = \sum_{n=-N}^N s_n(t) \quad (5.2-6)$$

且式(5.2-4)变成

$$p_s(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{E[|s_T(\omega)|^2]}{(2N + 1)T_s} \quad (5.2-7)$$

我们可以把截短信号  $s_T(t)$  看成是由一个稳态波  $v_T(t)$  和一个交变波  $u_T(t)$  构成。这里的所谓稳态波, 即是随机信号  $s_T(t)$  的平均分量, 它可表示成

$$\begin{aligned} v_T(t) &= P \sum_{n=-N}^N g_1(t - nT_s) + (1 - P) \sum_{n=-N}^N g_2(t - nT_s) = \\ &= \sum_{n=-N}^N [Pg_1(t - nT_s) + (1 - P)g_2(t - nT_s)] \end{aligned} \quad (5.2-8)$$

这样, 交变波  $u_T(t)$  即为

$$u_T(t) = s_T(t) - v_T(t) \quad (5.2-9)$$

于是, 我们得到

$$u_T(t) = \sum_{n=-N}^N u_n(t) \quad (5.2-10)$$

其中

$$u_n(t) = \begin{cases} g_1(t - nT_s) - Pg_1(t - nT_s) - (1 - P)g_2(t - nT_s) = \\ (1 - P)[g_1(t - nT_s) - g_2(t - nT_s)], \text{以概率 } P \\ g_2(t - nT_s) - Pg_1(t - nT_s) - (1 - P)g_2(t - nT_s) = \\ -P[g_1(t - nT_s) - g_2(t - nT_s)], \text{以概率 } 1 - P \end{cases}$$

或者写成

$$u_n(t) = a_n[g_1(t - nT_s) - g_2(t - nT_s)] \quad (5.2-11)$$

其中

$$a_n = \begin{cases} 1 - P, \text{以概率 } P \\ -P, \text{以概率 } 1 - P \end{cases} \quad (5.2-12)$$

由式(5.2-8)及式(5.2-10)看到, 稳态波及交变波都有相应的确定表示式, 因而可以分别找到它们的频谱特性。这样, 根据式(5.2-9)关系, 我们就可最后找到  $s_T(t)$  的频谱特性

### 1. 求稳态波 $v_T(t)$ 的功率谱密度

由式(5.2-8)看出, 当  $T \rightarrow \infty$  时,  $v_T(t)$  变成  $v(t)$ , 且有

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [Pg_1(t - nT_s) + (1 - P)g_2(t - nT_s)] \quad (5.2-13)$$

此时, 因为  $v(t + T_s) = v(t)$ , 故  $v(t)$  是以  $T_s$  为周期的周期性信号。于是,  $v(t)$  可展成傅里叶级数, 即

$$v(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m e^{j2\pi mf_s t} \quad (5.2-14)$$

其中

$$\begin{aligned} C_m &= \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} v(t) e^{-j2\pi mf_s t} dt = \\ &= \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} e^{-j2\pi mf_s t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [Pg_1(t - nT_s) + (1 - P)g_2(t - nT_s)] dt = \\ &= f_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-nT_s - T_s/2}^{-nT_s + T_s/2} [Pg_1(t) + (1 - P)g_2(t)] e^{-j2\pi mf_s(t + nT_s)} dt = \\ &= f_s \int_{-\infty}^{\infty} [Pg_1(t) + (1 - P)g_2(t)] e^{-j2\pi mf_s t} dt = \\ &= f_s [PG_1(mf_s) + (1 - P)G_2(mf_s)] \end{aligned} \quad (5.2-15)$$

又

$$G_1(mf_s) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) e^{-j2\pi mf_s t} dt$$

$$G_2(mf_s) = \int_{-\infty}^{\infty} g_2(t) e^{-j2\pi mf_s t} dt$$

于是,  $v(t)$  的功率谱密度  $P_v(\omega)$  为

$$P_v(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} |f_s [PG_1(mf_s) + (1 - P)G_2(mf_s)]|^2 \cdot \delta(f - mf_s) \quad (5.2-16)$$

### 2. 求交变波 $u_T(t)$ 的功率谱密度

现在先求出交变波  $u_T(t)$  的频谱函数  $U_T(\omega)$ 。由式(5.2-10),显然有

$$\begin{aligned} U_T(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} u_T(t) e^{-j\omega t} dt = \\ &= \sum_{n=-N}^N a_n \int_{-\infty}^{\infty} [g_1(t - nT_s) - g_2(t - nT_s)] e^{-j2\pi f t} dt = \\ &= \sum_{n=-N}^N a_n e^{-j2\pi f n T_s} [G_1(f) - G_2(f)] \end{aligned} \quad (5.2-17)$$

其中

$$\begin{aligned} G_1(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) e^{-j2\pi f t} dt \\ G_2(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} g_2(t) e^{-j2\pi f t} dt \end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned} |U_T(\omega)|^2 &= U_T(\omega) U_T^*(\omega) = \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N a_m a_n e^{j2\pi f(n-m)T_s} \times [G_1(f) - \\ &G_2(f)] \times [G_1^*(f) - G_2^*(f)] \end{aligned} \quad (5.2-18)$$

其统计平均为

$$\begin{aligned} E[|U_T(\omega)|^2] &= \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N E(a_m a_n) e^{j2\pi f(n-m)T_s} \times [G_1(f) - \\ &G_2(f)] \times [G_1^*(f) - G_2^*(f)] \end{aligned} \quad (5.2-19)$$

不难看出,当  $m = n$  时

$$a_m a_n = a_n^2 = \begin{cases} (1-p)^2, & \text{以概率 } P \\ p^2, & \text{以概率 } 1-P \end{cases}$$

所以

$$E[a_n^2] = P(1-P)^2 + (1-P)p^2 = P(1-P) \quad (5.2-20)$$

当  $m \neq n$  时

$$a_m a_n = \begin{cases} (1-P)^2, & \text{以概率 } P^2 \\ P^2, & \text{以概率 } (1-P)^2 \\ -P(1-P), & \text{以概率 } 2P(1-P) \end{cases}$$

所以

$$E[a_m a_n] = P^2(1-P)^2 + (1-P)^2 P^2 + 2P(1-P)(P-1)P = 0 \quad (5.2-21)$$

如果设  $u_T(t)$  及  $u(t)$  的功率谱密度分别为  $p_{uT}(\omega)$  及  $p_u(\omega)$ , 利用式(5.2-4)的关系, 则可得

$$P_u(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} P_{uT}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[|U_T(\omega)|^2]}{T} \quad (5.2-22)$$

将式(5.2-19)代入上式,并考虑式(5.2-20)及式(5.2-21)的结果,我们得到

$$\begin{aligned}
 P_u(\omega) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{|G_1(f) - G_2(f)|^2 \sum_{n=-N}^N P(1-P)}{(2N+1)T_s} = \\
 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{(2N+1)P(1-P) |G_1(f) - G_2(f)|^2}{(2N+1)T_s} = \\
 &= P(1-P) |G_1(f) - G_2(f)|^2 \frac{1}{T_s} \quad (5.2-23)
 \end{aligned}$$

这个结果指出,  $u(t)$  的功率谱密度与  $g_1(t)$  和  $g_2(t)$  的频谱以及出现概率  $P$  有关。

### 3. 求随机基带序列 $s(t)$ 的功率谱密度

由于  $s_T(t) = u_T(t) + v_T(t)$ , 故当  $T \rightarrow \infty$  时,  $s_T(t)$  将变成

$$s(t) = u(t) + v(t)$$

于是,  $s(t)$  的功率谱密度  $P_s(\omega)$  最后表示为

$$\begin{aligned}
 P_s(\omega) &= P_u(\omega) + P_v(\omega) = f_s(1-P) |G_1(f) - G_2(f)|^2 + \\
 &\quad \sum_{m=-\infty}^{\infty} |f_s[PG_1(mf_s) + (1-P)G_2(mf_s)]|^2 \delta(f - mf_s) \quad (5.2-24)
 \end{aligned}$$

上式是双边的功率谱密度表示式。如果写成单边的, 则有

$$\begin{aligned}
 P_s(\omega) &= 2f_s P(1-P) |G_1(f) - G_2(f)|^2 + f_s^2 |PG_1(0) + (1-P)G_2(0)|^2 \delta(f) + \\
 &\quad 2f_s^2 \sum_{m=1}^{\infty} |PG_1(mf_s) + (1-P)G_2(mf_s)|^2 \delta(f - mf_s), f \geq 0 \quad (5.2-25)
 \end{aligned}$$

(1) 对于单极性波形: 若设  $g_1(t) = 0$ ,  $g_2(t) = g(t)$  随机脉冲序列的功率谱密度(双边)为

$$P_s(\omega) = f_s P(1-P) |G(f)|^2 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} |f_s(1-P)G(mf_s)|^2 \delta(f - mf_s) \quad (5.2-26)$$

式中,  $G(f)$  是  $g(t)$  的频谱函数。当  $p = 1/2$ , 且  $g(t)$  为矩形脉冲, 即

$$g(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{T_s}{2} \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases}$$

其频谱函数为

$$G(f) = T_s \left[ \frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right]$$

那么, 式(5.2-26)将变成

$$\begin{aligned}
 P_s(\omega) &= \frac{1}{4} f_s T_s^2 \left[ \frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right]^2 + \frac{1}{4} \delta(f) = \\
 &= \frac{T_s}{4} \text{Sa}^2(\pi f T_s) + \frac{1}{4} \delta(f) \quad (5.2-27)
 \end{aligned}$$

(2) 对于双极性波形: 若设  $g_1(t) = -g_2(t) = g(t)$ , 则有

$$\begin{aligned}
 P_s(\omega) &= 4f_s P(1-P) |G(f)|^2 + \\
 &\quad \sum_{m=-\infty}^{\infty} |f_s[(2P-1)G(mf_s)]|^2 \delta(f - mf_s) \quad (5.2-28)
 \end{aligned}$$

当  $P = 1/2$  时,则式(5.2-28)可变为

$$P_s(\omega) = f_s |G(f)|^2 \quad (5.2-29)$$

若  $g(t)$  为矩形脉冲,那么上式可写成

$$P_s(\omega) = f_s \left| T_s \left[ \frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right] \right|^2 = T_s \left[ \frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right]^2 = T_s \text{Sa}^2(\pi f T_s) \quad (5.2-30)$$

由以上分析可以看出,随机脉冲序列的功率谱密度可能包括两个部分:连续谱  $[P_u(\omega)]$  及离散谱  $[P_d(\omega)]$ 。对于连续谱而言,代表数字信息的  $g_1(t)$  及  $g_2(t)$  不能完全相同,故  $G_1(f) \neq G_2(f)$ ,因而  $P_u(\omega)$  总是存在的;对于离散谱来说,在一般情况下,它也总是存在的。但我们容易观察到,若  $g_1(t)$  及  $g_2(t)$  是双极性的脉冲,且波形出现概率相同 ( $P = 1/2$ ),则式(5.2-25)中的第二、三项为零,故此时没有离散谱(即频谱图中没有线谱成分)。

上述结果是十分有意义的,它一方面能使我们了解随机脉冲序列频谱的特点,以及如何去具体地计算它的功率谱密度;另一方面利用它的离散谱是否存在这一特点,将使我们明确能否从脉冲序列中直接提取离散分量,以及采用怎样的方法可以从基带脉冲序列中获得所需的离散分量。这一点,在研究位同步、载波同步等问题时将是重要的。

值得指出的是,以上的分析方法,由于  $g_1(t)$  及  $g_2(t)$  的波形没有加以限定,故即使它们不是基带波形,而是数字载波调制波形,也将是适用的。因此,只要满足上述分析方法中的条件,那么用上面的分析方法同样可确定调制波形的功率谱密度。

### 5.3 基带传输的常用码型

若一个变换器把数字基带信号变换成适合于基带信道传输的基带信号,则称此变换器为数字基带调制器;相反,把信道基带信号变换成原始数字基带信号的变换器,称之为基带解调器。以上两者,合称为“基带调制器”。商业上早已用此名称,且在我国国家标准局发布的文献中<sup>[35]</sup>,已采用该名称。基带调制器设计中的首要问题就是本节要讨论的码型选择问题。

前面说过,基带信号是代码的一种电表示形式。在实际的基带传输系统中,并不是所有的基带电波形都能在信道中传输。例如,含有丰富直流和低频成分的基带信号就不适宜在信道中传输,因为它有可能造成信号严重畸变。前面介绍的单极性基带波形就是一个典型例子。再例如,一般基带传输系统都从接收到的基带信号流中提取收定时信号,而收定时信号却又依赖于代码的码型,如果代码出现长时间的连“0”符号,则基带信号可能会长时间地出现 0 电位,而使收定时恢复系统难以保证收定时信号的准确性。实际的基带传输系统还可能提出其他要求,从而导致对基带信号也存在各种可能的要求。然而,归纳起来,对传输用的基带信号的主要要求有两点:(1)对各种代码的要求,期望将原始信息符号编制成适合于传输用的码型;(2)对所选码型的电波形要求,期望电波形适宜于在信道中传输。前一问题称为传输码型的选择;后一问题称为基带脉冲的选择。这是两个既有独立性又有互相联系的问题,也是基带传输原理中重要的两个问题。本节讨论前一问

题,基带脉冲选择问题将在下面几节中讨论

传输码(又常称为线路码)的结构将取决于实际信道特性和系统工作的条件。在较为复杂一些的基带传输系统中,传输码的结构应具有下列主要特性:

- (1)能从其相应的基带信号中获取定时信息;
- (2)相应的基带信号无直流成分和只有很小的低频成分;
- (3)不受信源统计特性的影响,即能适应于信源的变化;
- (4)尽可能地提高传输码型的传输效率;
- (5)具有内在的检错能力,等等。

满足或部分满足以上特性的传输码型种类繁多,这里准备介绍目前常见的几种

### 1. AMI 码

AMI 码的全称是传号交替反转码。这是一种将消息代码 0(空号)和 1(传号)按如下规则进行编码的码:代码的 0 仍变换为传输码的 0,而把代码中的 1 交替地变换为传输码的  $+1, -1, +1, -1, \dots$ 。例如:

消息代码:1 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 ...

AMI 码:  $+1 0 0 -1 +1 0 0 0 -1 +1 -1 -1 \dots$

由于 AMI 码的传号交替反转,故由它决定的基带信号将出现正负脉冲交替,而 0 电位保持不变的规律。由此看出,这种基带信号无直流成分,且只有很小的低频成分,因而它特别适宜在不允许这些成分通过的信道中传输

由 AMI 码的编码规则看出,它已从一个二进制符号序列变成了一个三进制符号序列,即是一个二进制符号变换成一个三进制符号。我们把一个二进制符号变换成一个三进制符号所构成的码称为 IB/TI 码型。

AMI 码除有上述特点外,还有编译码电路简单及便于观察误码情况等优点,它是一种基本的线路码,在高密度信息流的数据传输中,得到广泛采用

但是,AMI 码有一个重要缺点,即当它用来获取定时信息时,由于它可能出现长的连 0 串,因而会造成提取定时信号的困难(其原理将在第 9 章中介绍)。

### 2. HDB<sub>3</sub> 码

为了保持 AMI 码的优点而克服其缺点,人们提出了许多种类的改进 AMI 码,HDB<sub>3</sub> 码就是其中有代表性的码。

HDB<sub>3</sub> 码的全称是三阶高密度双极性码。它的编码原理是这样的:先把消息代码变换成 AMI 码,然后去检查 AMI 码的连 0 串情况,当没有 4 个或 4 个以上连 0 串时,则这时的 AMI 码就是 HDB<sub>3</sub> 码;当出现 4 个或 4 个以上连 0 串时,则将每 4 个连 0 小段的第 4 个 0 变换成与其前一非 0 符号( $+1$  或  $-1$ )同极性的符号。显然,这样做可能破坏“极性交替反转”的规律。这个符号就称为破坏符号,用 V 符号表示(即  $+1$  记为  $+V$ ,  $-1$  记为  $-V$ )。为使附加 V 符号后的序列不破坏“极性交替反转”造成的无直流特性,还必须保证相邻 V 符号也应极性交替。这一点,当相邻 V 符号之间有奇数个非 0 符号时,则是能得到保证的;当有偶数个非 0 符号时,则就得不到保证,这时再将该小段的第 1 个 0 变换成  $+B$  或  $-B$ ,B 符号的极性与前一非 0 符号的相反,并让后面的非 0 符号从 V 符号开始再交替变化。例如:

代码: 1000 0 1000 0 1 1 000 0 1 1  
 AMI 码: -1000 0 +1000 0 -1 +1 000 0 -1 +1  
 HDB<sub>3</sub> 码: -1000 -V +1000 +V -1 +1 -B00 -V +1 -1

虽然 HDB<sub>3</sub> 码的编码规则比较复杂,但译码却比较简单。从上述原理看出,每一个破坏符号 V 总是与前一非 0 符号同极性(包括 B 在内)。这就是说,从收到的符号序列中可以容易地找到破坏点 V,于是也断定 V 符号及其前面的 3 个符号必是连 0 符号,从而恢复 4 个连 0 码,再将所有 -1 变成 +1 后便得到原消息代码。

HDB<sub>3</sub> 码的特点是明显的,它除了保持 AMI 码的优点外,还增加了使连 0 串减少到至多 3 个的优点,而不管信息源的统计特性如何。这对于定时信号的恢复是十分有利的。HDB<sub>3</sub> 码是 CCITT 推荐使用的码型之一。

### 3. PST 码

PST 码的全称是成对选择三进制。这种码的编码过程是:先将二进制的代码划分成 2 个码元为一组的码组序列,然后再把每一码组编码成两个三进制数字(+ - 0)。因为两位三进制数字共有 9 种状态,故可灵活地选择其中的 4 种状态。表 5-1 列出了其中一种使用最广的格式。为防止 PST 码的直流漂移,当在一个码组中仅发送单个脉冲时,两个模式应交替变换。

例如:

代码: 01 00 11 10 10 11 00  
 取 + 模式时: 0+ -+ +- -0 +0 +- -+  
 取 - 模式时: 0- -+ +- +0 -0 +- -+

表 5-1 PST 码

二进制代码	+ 模式	- 模式
00	- +	- +
01	0 +	0 -
10	+ 0	- 0
11	+ -	+ -

PST 码能提供足够的定时分量,且无直流成分,编码过程也较简单。但这种码在识别时需提供“分组”信息,即需要建立帧同步。

### 4. 双相码(Biphase Code)

双相码又称 Manchester 码,即曼彻斯特码。它是对每个二进制代码分别利用两个具有 2 个不同相位的二进制新码去取代的码。编码规则之一是:

0→01(零相位的一个周期的方波)

1→10( $\pi$  相位的一个周期的方波)

例如:

代码: 1 1 0 0 1 0 1  
 双相码: 10 10 01 01 10 01 10

双相码的特点是只使用两个电平,而不像前面的三种码具有三个电平。这种码既能提供足够的定时分量,又无直流漂移,编码过程简单。但这种码的带宽要宽些(与前面的



码相比)。上述码又称为绝对双相码。与它对应的另一种双相码,称为差分双相码。先把输入的 NRZ(非归零)波形变换成差分波形,用差分波形实行绝对双相码编码,此时的输出码,相对于输入 NRZ 波形,称之为差分双相码。该码在本地局域网中常被使用。

### 5. Miller(密勒)码

密勒(Miller)码又称延迟调制码,它可看成是双相码的一种变形。编码规则如下:“1”码用码元持续时间中心点出现跃变来表示,即用“10”或“01”表示。“0”码分两种情况处理:对于单个“0”时,在码元持续时间内不出现电平跃变,且与相邻码元的边界处也不跃变;对于连“0”时,在两个“0”码的边界处出现电平跃变,即“00”与“11”交替。为了便于理解,图 5-5(a)和图 5-5(b)示出了代码序列为 11010010 时,双相码和密勒码的波形。图(a)是双相码的波形;图(b)为密勒码的波形。由图 5-5(b)可见,若两个“1”码中间有一个“0”码时,密勒码流中出现最大宽度为  $2T_b$  的波形,即两个码元周期。这一性质可用来进行误码检测。

比较图 5-5 中的(a)和(b)两个波形可以看出,双相码的下降沿正好对应于密勒码的跃变沿。因此,用双相码的下降沿去触发双稳电路,即可输出密勒码。密勒码最初用于气象卫星和磁记录,现在也用于低速基带数传机中。

### 6. CMI 码

CMI 码是传号反转码的简称,其编码规则为:“1”码交替用“11”和“00”表示;“0”码用“01”表示,波形如图 5-5(c)所示。这种码型有较多的电平跃变,因此含有丰富的定时信息。该码已被 CCITT 推荐为 PCM<sup>①</sup>(脉冲编码调制)四次群的接口码型。在光缆传输系统中有时也用作线路传输码型。

### 7. $nBmB$ 码

这是一类分组码,它把原信息码流的  $n$  位二进制码作为一组,变换为  $m$  位二进制码作为新的码组。由于  $m > n$ ,新码组可能有  $2^m$  种组合,故多出  $(2^m - 2^n)$  种组合。从中选择一部分有利码组作为可用码组,其余为禁用码组,以获得好的特性。前面介绍的双相码、密勒码和 CMI 码都可看作是 1B2B 码。

在光纤数字传输系统中,通常选择  $m = n + 1$ ,取 1B2B 码、2B3B 码以及 5B6B 码等,其中,5B6B 码型已实用化,用作三次群和四次群的线路传输码型。

### 8. 4B/3T 码型

4B/3T 码型是 1B/1T 码型的改进型,它把 4 个二进制符号变换成 3 个三进制符号。显然,在相同的消息符号速率下,4B/3T 码的传输速率要比 1B/1T 的低,因而可提高单位频带的利用率。

至于 4B/3T 码型的详细编译码原理就不做介绍了,读者可参阅有关资料<sup>[11]</sup>。一般认为,4B/3T 码比 AMI 码有更良好的性能,它适用于较高速率的数据传输系统。

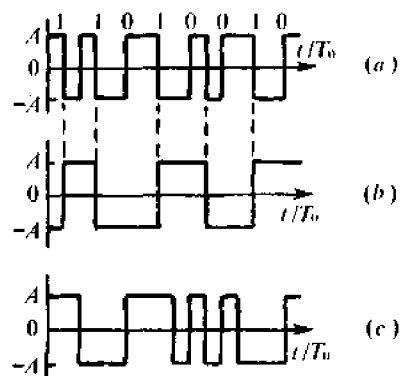


图 5-5 双相码、密勒码、CMI 码的波形  
(a)双相码;(b)密勒码;(c)CMI 码。

① 关于 PCM 的原理将在第 7 章中讨论。

## 5.4 基带脉冲传输与码间干扰

现在我们来讨论基带信号的传输问题。本节先讲述基带系统中脉冲传输的基本特点。

能够携带数字信息的基带波形可以有多种形式,其中较常见的基本波形是以其幅度(有无或正负)来表示数字信息的形式。现在就以这种形式为基础,来说明基带脉冲传输的基本特点。

在基带传输系统中,一系列的基带信号波形被变换成相应的发送基带波形后,就被送入信道。信号通过信道传输,一方面要受到信道特性的影响,使信号产生畸变;另一方面信号被信道中的加性噪声所叠加,造成信号的随机畸变。因此,到达接收端的基带脉冲信号已经发生了畸变。为此,在接收端首先要安排一个接收滤波器,使噪声尽量地得到抑制,而使信号顺利地通过。然而,在接收滤波器的输出信号里,总还是存在畸变和混有噪声的。因此,为了提高接收系统的可靠性,通常要在接收滤波器的输出端安排一个识别电路,常用的识别电路是抽样判决器,它是在每一接收基带波形的中心附近,对信号进行抽样,然后将抽样值与判决门限进行比较。若抽样值大于门限值,则判为“高”电平,否则就判为“零”电平。这样就获得一系列新的基带波形——再生的基带信号,如图 5-6(b)所示。不难看出抽样判决有进一步排除噪声干扰和提取有用信号的作用。只要信号畸变不大及噪声影响较小,我们就可以获得与发送端几乎一样的基带信号。

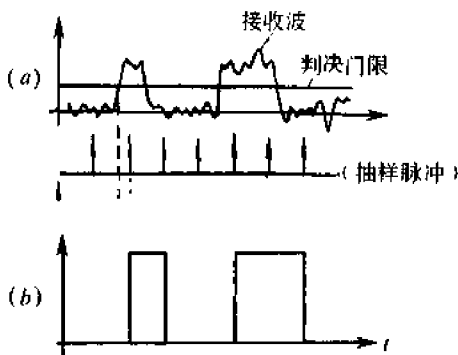


图 5-6 接收基带波形的识别

有必要指出,基带信号的恢复或再生总是要求有一个良好的同步系统(位同步及群同步等)。例如,上述过程中的抽样脉冲就是由接收端的位定时提取电路给出的。位定时的准确与否将直接影响判决效果。这些将留在第 9 章中讨论。

考察上述脉冲传输过程,我们可以把一个基带系统用图 5-7 的模型来概括。现在我们就来讨论这个模型,并用定量的关系式来表述脉冲传输的过程。

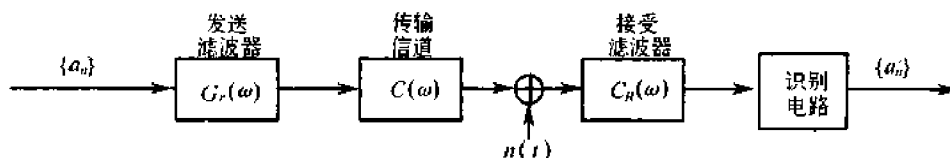


图 5-7 基带系统模型

如图 5-7 所示,  $\{a_n\}$  为发送滤波器的输入符号序列。在二进制的情况下,符号  $a_n$  取值为 0、1 或  $-1$ 、 $+1$ 。为分析方便,我们把这个序列对应的基带信号表示成

$$d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t - nT_s) \quad (5.4-1)$$

这个信号是由时间间隔为  $T_s$  的一系列的  $\delta(t)$  所组成,而每一  $\delta(t)$  的强度则由  $a_n$  决定。当  $d(t)$  激励发送滤波器(即信道信号形成器)时,发送滤波器将产生信号  $s(t)$ ,它可表示为

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t - nT_s) \quad (5.4-2)$$

式中,  $g_T(t)$  是单个  $\delta(t)$  作用下形成的发送基带波形。设发送滤波器的传输特性为  $G_T(\omega)$ , 则  $g_T(t)$  由下式确定

$$g_T(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_T(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (5.4-3)$$

这里已考虑了  $\delta(t)$  的频谱为 1。

信号  $s(t)$  通过信道时会产生波形畸变,同时还要叠加噪声。因此,若设信道的传输特性为  $C(\omega)$ , 接收滤波器的传输特性为  $G_R(\omega)$ , 则接收滤波器输出信号  $r(t)$  可表示为

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_R(t - nT_s) + n_R(t) \quad (5.4-4)$$

其中

$$g_R(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_T(\omega) C(\omega) G_R(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (5.4-5)$$

式中,  $n_R(t)$  为加性噪声  $n(t)$  通过接收滤波器后的波形。

$r(t)$  被送入识别电路,并由该电路确定  $a'_n$  的取值。识别电路是一个抽样判决电路(在性能良好的接收系统里,通常选用抽样判决方法),对信号抽样的时刻一般在  $(kT_s + t_0)$ , 其中,  $k$  是相应的第  $k$  个时刻,  $t_0$  是可能的时偏(通常由信道特性和接收滤波器决定)。因而,为了确定  $a'_k$  的取值,必须根据式(5.4-4)首先确定  $r(t)$  在该样点上的值

$$\begin{aligned} r(kT_s + t_0) &= \sum_n a_n g_R(kT_s + t_0 - nT_s) + n_R(kT_s + t_0) = \\ &= a_k g_R(t_0) + \sum_{n \neq k} a_n g_R[(k - n)T_s + t_0] + n_R(kT_s + t_0) \end{aligned} \quad (5.4-6)$$

式中,右边第一项  $a_k g_R(t_0)$  是第  $k$  个接收基本波形在上述抽样时刻上的取值,它是确定  $a'_k$  信息的依据;第二项  $\sum_{n \neq k} a_n g_R[(k - n)T_s + t_0]$  是接收信号中除第  $k$  个以外的所有基本波形在第  $k$  个抽样时刻上的总和(代数和),我们称这个值为码间干扰<sup>①</sup>值。由于  $a_n$  是以某种概率出现的,故这个值通常是一个随机变量;第三项  $n_R(kT_s + t_0)$  显然是一种随机干扰。由于码间干扰和随机干扰的存在,故当  $r(kT_s + t_0)$  加到判决电路时,对  $a'_k$  取值的判决就可能判对也可能判错。例如,假设  $a'_k$  的可能取值为 0 与 1,判决电路的判决门限为  $V_0$ ,则这时判决规则为:若  $r(kT_s + t_0) > V_0$  成立,则判  $a'_k$  为 1;反之,则  $a'_k$  判为 0。显然,只有当码间干扰和随机干扰很小时,才能保证上述判决的正确;当干扰及噪声严重时,则判错的可能性就很大。

由此可见,为使基带脉冲传输获得足够小的误码率,必须最大限度地减小码间干扰和随机噪声的影响。这也是研究基带脉冲传输的基本出发点。

<sup>①</sup> 码间干扰亦可称符号间干扰。

## 5.5 无码间干扰的基带传输特性

上节已说明,若要获得性能良好的基带传输系统,则必须使码间干扰和噪声的综合影响足够小,使系统的总的误码率达到规定要求。而且,码间干扰的大小取决于  $a_n$  和系统输出波形  $g_R(t)$  在抽样时刻上的取值。然而,  $a_n$  是随信息内容变化的,从统计观点看,它总是以某种概率随机取值的。但是,由式(5.4-5)看到,系统响应  $g_R(t)$  却仅依赖于发送滤波器至接收滤波器的传输特性  $H(\omega)$ 。显然,  $H(\omega)$  可由下式决定

$$H(\omega) = G_T(\omega)C(\omega)G_R(\omega) \quad (5.5-1)$$

由此可见,为了减小码间干扰,研究基带传输特性  $H(\omega)$  对码间干扰的影响是十分有意义的。

暂先不考虑噪声的影响(即认为无噪声),而仅从抗码间干扰的角度来研究基带传输特性。

不失一般性,我们把讨论的问题抽象为图 5-8 所示的分析模型。图中,输入基带信号为

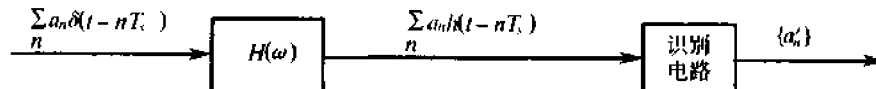
$$\sum_n a_n \delta(t - nT_s) \quad (5.5-2)$$


图 5-8 基带传输特性的分析模型

设系统  $H(\omega)$  的冲激响应为  $h(t)$ , 故系统的输出基带信号为

$$\sum_n a_n h(t - nT_s) \quad (5.5-3)$$

其中

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (5.5-4)$$

因而,现在的讨论被归结为:什么样的  $H(\omega)$  能够形成最小码间干扰的输出波形。

从理论上说,我们并不满足于有最小码间干扰,而更期望能够做到无码间干扰。所谓无码间干扰,即若对  $h(t)$  在时刻  $kT_s$  抽样,则应有下式成立

$$h(kT_s) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \text{ 为其他整数} \end{cases} \quad (5.5-5)$$

这就是说,  $h(t)$  的值除  $t=0$  时不为零外,在其他所有抽样点上均为零。于是,由式(5.5-3)看出,此时不存在码间干扰。现在就需要寻求满足式(5.5-5)的  $H(\omega)$ 。

因为

$$h(kT_s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega kT_s} d\omega \quad (5.5-6)$$

现把上式的积分区间用角频率间隔  $2\pi/T_s$  分割,则可得

$$h(kT_s) = \frac{1}{2\pi} \sum_i \int_{(2i-1)\pi/T_s}^{(2i+1)\pi/T_s} H(\omega) e^{j\omega kT_s} d\omega$$

作变量代换: 令  $\omega' = \omega - \frac{2i\pi}{T_s}$ , 则有  $d\omega' = d\omega$ ,  $\omega = \omega' + \frac{2i\pi}{T_s}$ . 且当  $\omega = \frac{(2i \pm 1)\pi}{T_s}$  时,  $\omega' = \pm \frac{\pi}{T_s}$  于是

$$\begin{aligned} h(kT_s) &= \frac{1}{2\pi} \sum_i \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} H\left(\omega' + \frac{2i\pi}{T_s}\right) e^{j\omega' kT_s} e^{j2\pi i k} d\omega' = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_i \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} H\left(\omega' + \frac{2i\pi}{T_s}\right) e^{j\omega' kT_s} d\omega' \end{aligned}$$

设求和与积分的次序可以互换(当上式之和为一致收敛时), 上式即可写成

$$h(kT_s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} \sum_i H\left(\omega + \frac{2i\pi}{T_s}\right) e^{j\omega kT_s} d\omega \quad (5.5-7)$$

这里, 我们已把变量  $\omega'$  重新记为  $\omega$ .

由傅里叶级数可知, 若  $F(\omega)$  是周期为  $\omega_0$  的频率函数, 则可得

$$\begin{cases} F(\omega) = \sum_n f_n e^{-j\frac{2\pi n \omega}{\omega_0}} \\ f_n = \frac{1}{\omega_0} \int_{-\omega_0/2}^{\omega_0/2} F(\omega) e^{j\frac{2\pi n \omega}{\omega_0}} d\omega \end{cases}$$

令  $\omega_0 = 2\pi/T_s$ , 则

$$f_n = \frac{T_s}{2\pi} \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} F(\omega) e^{jn\omega T_s} d\omega \quad (5.5-8)$$

将上式与式(5.5-7)对照, 我们发现,  $h(kT_s)$  是  $\frac{1}{T_s} \sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right)$  的指数型傅里叶级数的系数, 即有

$$h(kT_s) = \frac{T_s}{2\pi} \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} \frac{1}{T_s} \sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right) e^{j\omega kT_s} d\omega$$

而

$$\frac{1}{T_s} \sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right) = \sum_i h(kT_s) e^{-j\omega kT_s} \quad (5.5-9)$$

在式(5.5-5)的要求下, 我们得到无码间干扰时的基带传输特性应满足

$$\frac{1}{T_s} \sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right) = 1 \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s} \quad (5.5-10)$$

或

$$\sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right) = T_s \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s} \quad (5.5-11)$$

基带系统的总特性  $H(\omega)$  凡是能符合此要求的, 均可消除码间干扰。这就为我们检验一

个给定的系统特性  $H(\omega)$  是否会引起码间干扰提供了一种准则。由于该准则是奈奎斯特 (Nyquist) 提出的, 故将它称为奈奎斯特第一准则。

为能利用上述方法, 我们必须了解式 (5.5-11) 的物理意义。由该式看出  $\sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right)$  是  $H(\omega)$  移位  $2\pi i/T_s$  ( $i=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) 再相加而成的, 因而式 (5.5-11) 成立与否, 就只要检查在区间  $(-\pi/T_s, \pi/T_s)$  上能否叠加出一根水平直线 (即为某常数), 至于是否为  $T_s$  是不必需的。现在我们来讨论满足式 (5.5-11) 的  $H(\omega)$  应如何设计的问题。

容易想到的一种, 就是  $H(\omega)$  为理想低通型时, 有

$$H(\omega) = \begin{cases} T_s, & |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s} \\ 0, & \text{其他 } \omega \end{cases} \quad (5.5-12)$$

无疑, 用上述检验方法检验时, 该特性是符合无码间干扰条件的。这一结论是容易理解的, 因为这时的系统冲激响应  $h(t)$  可用图 5-9 来表示。由图 5-9 看出, 输入数据若以  $1/T_s$  波特的速率进行传输时, 则在抽样时刻上的码间干扰是不存在的; 同时还可看出, 如果该系统用高于  $1/T_s$  波特的码元速率传送时, 将存在码间干扰。考虑到系统的频率宽度为  $1/2T_s$ , 而最高码元速率为  $1/T_s$ , 故这时的系统最高频带利用率<sup>①</sup> 为  $2B/\text{Hz}$ 。

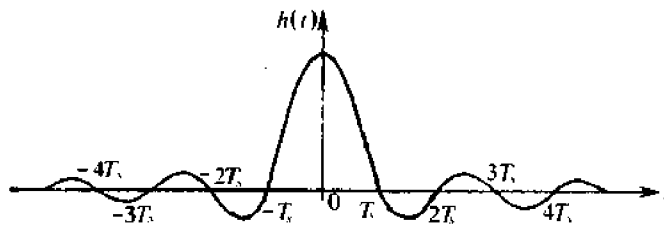


图 5-9 相应于式 (5.5-13) 的冲激响应

设系统频率为  $\omega$  (赫), 则该系统无码间干扰时最高的传输速率为  $2\omega$  (波特)。这个传输速率通常被称为奈奎斯特速率。

但十分遗憾的是, 虽然理想的低通滤波特性达到了系统有效性能的极限, 可是这种特性是无法实现的。而且, 即使获得了相当逼近理想的特性, 把理想的冲激响应  $h(t)$  作为传输波形仍然是不适宜的。这是因为, 波形  $h(t)$  的“尾巴”——衰减振荡幅度较大, 因此, 在得不到严格定时 (抽样时刻出现偏差) 时, 码间干扰就可能达到很大的数值。如图 5-10 的  $H(\omega)$  以  $\omega = \pi/T_s$  奇对称的低通滤波器特性, 采用图 5-10 中的作图方法, 可得到

$$\sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right) = H\left(\omega - \frac{2\pi}{T_s}\right) + H(\omega) + H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right) = T_s, \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s}$$

即该  $H(\omega)$  满足 (5.5-11) 的要求, 所以它是无码间串扰的  $H(\omega)$ 。

由图 5-10 看出, 图中的  $H(\omega)$  可视为在一定限定条件下将理想低通滤波特性 (5.5-12) “圆滑”的结果。这个限定条件可用图 5-11(a) 来说明。只要图中的  $Y(\omega)$  有

<sup>①</sup> 频带利用率被定义为单位频带内的码元传输速率。频带利用率越高, 则系统的有效性就越好。

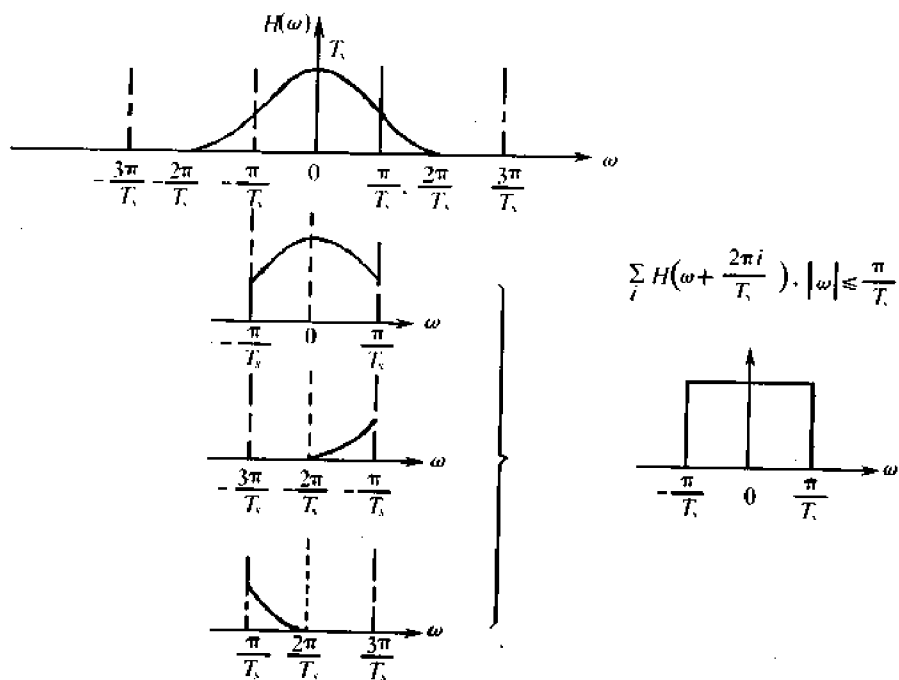
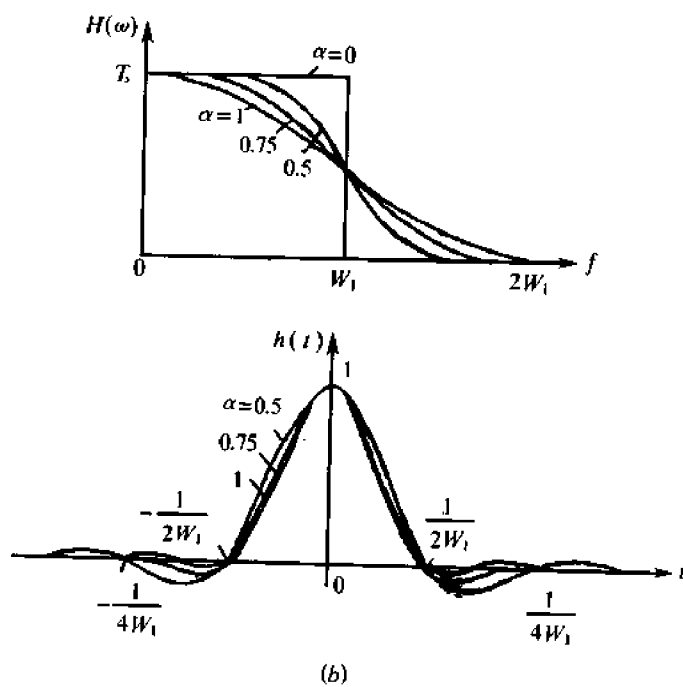
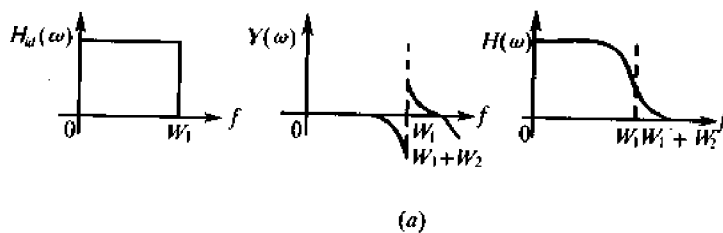
图 5-10  $H(\omega)$  特性的验证

图 5-11 滚降特性的构成及示例(仅画正频率部分)

对  $W_1$  呈奇对称的振幅特性, 则  $H(\omega)$  即为所要求的。上述的“圆滑”, 通常被称为“滚降”。图 5-11(b) 显示了按余弦滚降画出的三种滚降特性, 图中的  $\alpha = W_2/W_1$ , 其中  $W_1$  是无滚降时的截止频率,  $W_2$  为滚降部分的截止频率。

从实际的滤波器的实现和对定时的要求等方面考虑, 采用具有升余弦频谱特性的  $H(\omega)$  是适宜的。这就是图 5-11(b) 中  $\alpha = 1$  的情况。这时  $H(\omega)$  可用下式表示

$$H(\omega) = \begin{cases} \frac{T_s}{2} \left( 1 + \cos \frac{\omega T_s}{2} \right), & |\omega| \leq \frac{2\pi}{T_s} \\ 0, & |\omega| > \frac{2\pi}{T_s} \end{cases} \quad (5.5-13)$$

而  $h(t)$  可表示为

$$h(t) = \frac{\sin \pi t / T_s}{\pi t / T_s} \cdot \frac{\cos \pi t / T_s}{1 - 4t^2 / T_s^2} \quad (5.5-14)$$

应该注意, 升余弦特性所形成的波形  $h(t)$ , 除抽样点  $t \approx 0$  时不为零外, 其余所有抽样点上均为零值。不仅如此, 它在两样点之间还有一个零点, 而且它的“尾巴”衰减比较快 (相对  $\sin x/x$  波形来说)。这样, 对于减小码间干扰及对定时提取都有利。但由于升余弦特性的频谱宽度比  $\alpha = 0$  时加宽了一倍, 因而, 此时频带利用率为  $1\text{B/Hz}$ 。

当  $\alpha$  取一般值时 ( $0 < \alpha < 1$ ), 按余弦滚降的  $H(\omega)$  可表示成

$$H(\omega) = \begin{cases} T_s, & 0 \leq |\omega| < \frac{(1-\alpha)\pi}{T_s} \\ \frac{T_s}{2} \left[ 1 + \sin \frac{T_s}{2\alpha} \left( \frac{\pi}{T_s} - \omega \right) \right], & \frac{(1-\alpha)\pi}{T_s} \leq |\omega| < \frac{(1+\alpha)\pi}{T_s} \\ 0, & |\omega| \geq \frac{(1+\alpha)\pi}{T_s} \end{cases} \quad (5.5-15)$$

而相应的  $h(t)$  为

$$h(t) = \frac{\sin \pi t / T_s}{\pi t / T_s} \cdot \frac{\cos \alpha \pi t / T_s}{1 - 4\alpha^2 t^2 / T_s^2} \quad (5.5-16)$$

实际的  $H(\omega)$  可按不同的  $\alpha$  来选取。

最后顺便指出, 在以上讨论中并没有涉及  $H(\omega)$  的相移特性问题。但实际上它的相移特性一般不为零, 故需要加以考虑。然而, 在推导式 (5.5-11) 的过程中, 我们并没有指定  $H(\omega)$  是实函数, 所以, 式 (5.5-11) 对于一般特性的  $H(\omega)$  均适用。

## 5.6 部分响应系统

在上面的讨论中, 根据奈奎斯特第一准则, 为了消除码间干扰, 可把基带系统的总特性  $H(\omega)$  设计成理想低通特性。然而, 对于理想低通特性的系统而言, 其冲激响应为  $\sin x/x$  波形。这个波形的特点是频谱窄, 而且能达到理论上的极限传输速率  $2\text{B/Hz}$ 。但其缺点是第一个零点以后的尾巴振荡幅度大、收敛慢, 从而对定时要求十分严格。若定时稍有偏差, 则极易引起严重的码间干扰。于是, 又提出了采用余弦滚降低通传输特性, 例



如采用升余弦频率特性。此时虽然减小了尾巴的振荡,对定时也可放松些要求,可是所需的频率却加宽了,故就达不到  $2B/\text{Hz}$  的频带利用率(升余弦特性时为  $1B/\text{Hz}$ ),即降低了系统频带的利用率。由此可见,高的频带利用率与“尾巴”衰减大、收敛快是互相矛盾的,这对于高速率的传输尤其不利。

那么,能否找到频率利用率既高又使“尾巴”衰减大、收敛快的传输波形呢?奈奎斯特第二准则回答了这个问题。该准则告诉我们:有控制地在某些码元的抽样时刻引入码间干扰,而在其余码元的抽样时刻无码间干扰,那么就能使频带利用率提高到理论上的最大值,同时又可以降低对定时精度的要求。通常把这种波形称为部分响应波形。利用部分响应波形进行传送的基带传输系统称为部分响应系统。

为说明部分响应波形的一般特性,让我们先从一个实例谈起。我们已经熟知,  $\sin x/x$  波形具有理想矩形的频谱。现在我们让两个时间上相隔一个码元时间  $T_s$  的  $\sin x/x$  波形相加,如图 5-12(a)所示,则相加后的波形  $g(t)$  为

$$g(t) = \frac{\sin 2\pi W \left( t + \frac{T_s}{2} \right)}{2\pi W \left( t + \frac{T_s}{2} \right)} + \frac{\sin 2\pi W \left( t - \frac{T_s}{2} \right)}{2\pi W \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} =$$

$$\frac{\sin \frac{\pi}{T_s} \left( t + \frac{T_s}{2} \right)}{\frac{\pi}{T_s} \left( t + \frac{T_s}{2} \right)} + \frac{\sin \frac{\pi}{T_s} \left( t - \frac{T_s}{2} \right)}{\frac{\pi}{T_s} \left( t - \frac{T_s}{2} \right)} \quad (5.6-1)$$

式中,  $W$  为奈奎斯特频率间隔,即有  $W = 1/2T_s$ 。

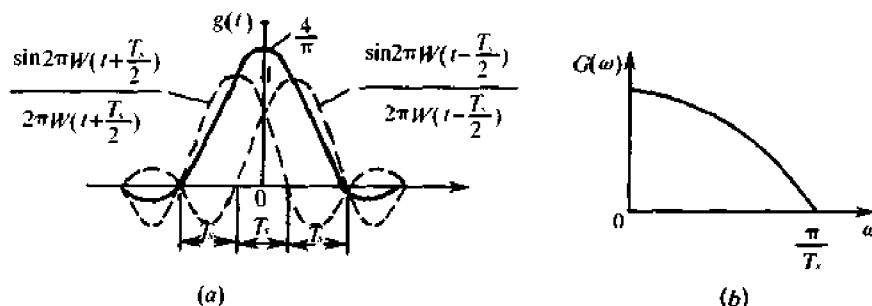


图 5-12  $g(t)$  及其频谱

不难求得  $g(t)$  的频谱函数  $G(\omega)$

$$G(\omega) = \begin{cases} 2T_s \cos \frac{\omega T_s}{2} & |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s} \\ 0 & |\omega| > \frac{\pi}{T_s} \end{cases} \quad (5.6-2)$$

显见,这个  $G(\omega)$  是呈余弦型的,如图 5-12(b)所示(只画正频率部分)。

$g(t)$  的频谱限制在  $(-\pi/T_s, \pi/T_s)$  内是预料之中的,因为它的每一个相加波形均限制在这个范围内。下面让我们来看  $g(t)$  的波形特点。

从式(5.6-1)可得

$$g(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{\cos \pi t / T_s}{1 - 4t^2 / T_s^2} \right] \quad (5.6-3)$$

可见

$$\begin{cases} g(0) = 4/\pi \\ g\left(\pm \frac{T_s}{2}\right) = 1 \\ g\left(\frac{kT_s}{2}\right) = 0, k = \pm 3, \pm 5, \dots \end{cases} \quad (5.6-4)$$

由此看出:第一,  $g(t)$  的“尾巴”幅度随  $t$  按  $1/t^2$  变化, 即  $g(t)$  的尾巴幅度与  $t^2$  成反比, 这说明它比  $\sin x/x$  波形收敛快、衰减也大; 第二, 若用  $g(t)$  作为传送波形, 且传送码元间隔为  $T_s$ , 则在抽样时刻上仅将发生发送码元与其前后码元相互干扰, 而与其他码元不发生干扰, 见图 5-13。表面看来, 由于前后码元的干扰很大, 故似乎无法按  $1/T_s$  的速率进行传送。但进一步分析表明, 由于这

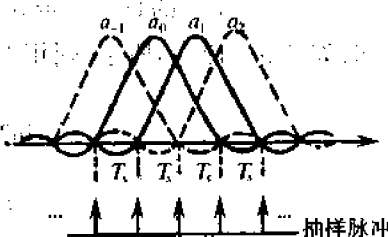


图 5-13 码元发生干扰的示意图

时的“干扰”是确定的, 故仍然可以每秒传送  $1/T_s$  个码元。

设输入的二进制码元序列为  $\{a_k\}$ , 并设  $a_k$  的取值为  $+1$  及  $-1$ , 这样, 当发送码元  $a_k$  时, 接收波形  $g(t)$  在相应抽样时刻上获得的值  $C_k$  可由下式确定

$$C_k = a_k + a_{k-1} \quad (5.6-5)$$

或有

$$a_k = C_k - a_{k-1} \quad (5.6-6)$$

式中  $a_{k-1}$  表示  $a_k$  前一码元在第  $k$  个时刻上的抽样值。不难验证,  $C_k$  将可能取  $0, \pm 2$  这样三个数值。如果  $a_{k-1}$  码元已经判定, 则借助式 (5.6-6) 接收端根据收到的  $C_k$ , 再减去  $a_{k-1}$ , 便可得到  $a_k$  的取值。应该看到, 上述判决方法虽然在原理上是可行的, 但可能会造成错误的传播, 即只要一个码元发生错误, 则这种错误会相继影响以后的码元。

从上面例子可以看到, 实际中确实还能找到频带利用率高 (达到  $2B/\text{Hz}$ ) 和尾巴衰减大、收敛也快的传送波形。而且我们还看到, 在上述例子中, 码间干扰却被受到利用 (或者说被受到控制)。这说明, 利用存在一定码间干扰的波形, 有可能达到充分利用频带效率和使尾巴振荡衰减加快这样两个目的。

现在我们来介绍一种比较实用的部分响应系统。在这种系统里, 接收端无需首先已知前一码元的判定值, 而且也不存在错误传播现象。我们仍然以上面的例子来说明。

首先, 让发送端的  $a_k$  变成  $b_k$ , 其规则是

$$a_k = b_k \oplus b_{k-1} \quad (5.6-7)$$

也即

$$b_k = a_k \oplus b_{k-1} \quad (5.6-8)$$

这里,  $\oplus$  表示模 2 和。

然后, 把  $\{b_k\}$  当作发送滤波器的输入码元序列, 形成由式(5.6-1)决定的  $g(t)$  序列, 于是, 参照式(5.6-5)可得到

$$C_k = b_k + b_{k-1} \quad (5.6-9)$$

显然, 若对式(5.6-9)做模 2  $[\text{mod}2]$  处理, 则有

$$[C_k]_{\text{mod}2} = [b_k + b_{k-1}]_{\text{mod}2} = b_k \oplus b_{k-1} = a_k \quad (5.6-10)$$

这个结果说明, 对目前结果  $C_k$  做模 2 处理后便直接得到发送端的  $a_k$ , 此时不需要预先知道  $a_{k-1}$ , 也不存在错误的传播现象。通常, 把上述过程中的  $a_k$  按式(5.6-7)变成  $b_k$ , 称为预编码, 而把式(5.6-5)或式(5.6-9)的关系称为相关编码。因此, 整个上述处理过程可概括为“预编码—相关编码—模 2 判决”过程。例如, 设  $a_k$  为 1 1 1 0 1 0 0 1, 则有

$$\begin{array}{r} a_k \quad 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \\ b_{k-1} \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \\ b_k \quad 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \\ C_k \quad 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \\ [C_k]_{\text{mod}2} \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \end{array}$$

上面讨论的系统组成方框如图 5-14 所示。其中, 图(a)是原理方框图, 图(b)是实际系统组成方框图。为简明起见, 图中没有考虑噪声的影响。

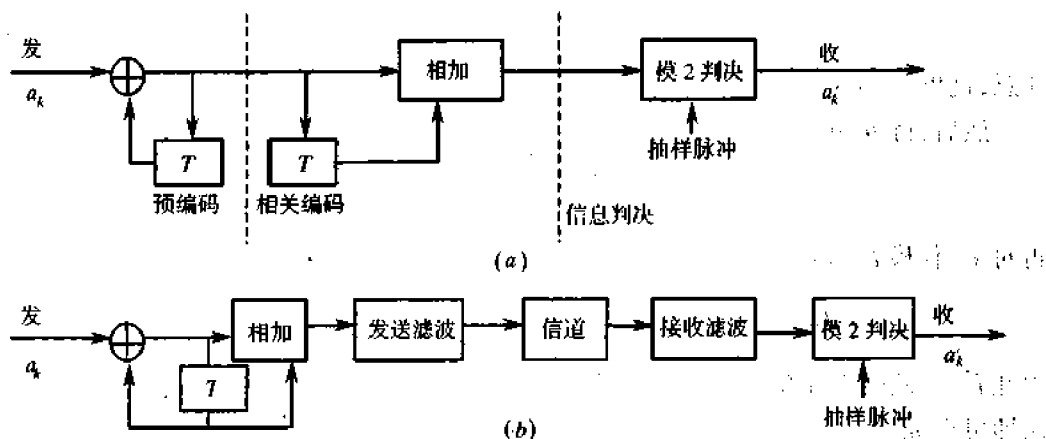


图 5-14 第 1 类部分响应系统组成方框图

现在我们把上述例子推广到一般的部分响应系统中去。一般地, 部分响应波形是式(5.6-1)形式的推广

$$g(t) = R_1 \frac{\sin \frac{\pi}{T_s} t}{\frac{\pi}{T_s} t} + R_2 \frac{\sin \frac{\pi}{T_s} (t - T_s)}{\frac{\pi}{T_s} (t - T_s)} + \dots$$

$$+ R_N \frac{\sin \frac{\pi}{T_s} [t - (N-1)T_s]}{\frac{\pi}{T_s} [t - (N-1)T_s]} \quad (5.6-11)$$

这是  $N$  个相继间隔  $T_s$  的  $\sin x/x$  波形之和, 其中,  $R_1, R_2, \dots, R_N$  为  $N$  个冲击响应波形的加权系数, 其取值可为正、负整数 (包括取 0 值)。由式 (5.6-11), 可得  $g(t)$  的频谱函数  $G(\omega)$  为

$$G(\omega) = \begin{cases} T_s \sum_{m=1}^N R_m e^{-j\omega(m-1)T_s}, & |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s} \\ 0, & |\omega| > \frac{\pi}{T_s} \end{cases} \quad (5.6-12)$$

显然,  $G(\omega)$  在频域  $(-\pi/T_s, \pi/T_s)$  之内才有非零值。

显然, 不同的  $R_m (m=1, 2, \dots, N)$ , 将有不同的相关编码形式。若设输入数据序列为  $\{a_k\}$ , 相应的编码电平为  $\{C_k\}$ , 则

$$C_k = R_1 a_k + R_2 a_{k-1} + \dots + R_N a_{k-(N-1)} \quad (5.6-13)$$

由此看出,  $C_k$  的电平数将依赖于  $a_k$  的进制数  $L$  及  $R_m$  的取值, 无疑, 一般  $C_k$  的电平数将超过  $a_k$  的进制数。

为从  $C_k$  重新获得  $a_k$ , 一般要经过类似于前面介绍的“预编码—相关编码—模 2 判决”过程。在目前情况下, 预编码则是完成下述运算。

$$a_k = R_1 b_k + R_2 b_{k-1} + \dots + R_N b_{k-(N-1)} \quad (5.6-14)$$

注意, 这里的“+”是指“模  $L$  相加”, 因为  $a_k$  和  $b_k$  已假设为  $L$  进制。

然后, 将  $b_k$  进行相关编码

$$C_k = R_1 b_k + R_2 b_{k-1} + \dots + R_N b_{k-(N-1)} (\text{算术加}) \quad (5.6-15)$$

再对  $C_k$  作模  $L (\text{mod } L)$  处理, 则有

$$[C_k]_{\text{mod } L} = [R_1 b_k + R_2 b_{k-1} + \dots + R_N b_{k-(N-1)}]_{\text{mod } L} = a_k \quad (5.6-16)$$

由此看出, 此时不存在错误传播问题, 而且接收端的译码也十分简单, 只需对  $C_k$  按模  $L$  判决即可得  $a_k$ 。

采用部分响应波形, 能实现  $2B/\text{Hz}$  的频带利用率, 而且通常它的“尾巴”衰减大和收敛快的, 还可实现基带频谱结构的变化。目前, 常见的部分响应波形有五类, 其定义及各类波形、频谱示于表 5-2。为便于比较, 我们将  $\sin x/x$  的理想抽样函数也列入表内, 并称其为 0 类。从表中看出, 各类  $g(t)$  的频谱在  $1/2T_s$  处为零, 并且有  $G(\omega)$  在零频率处也出现零点 (见 IV、V 类)。通过相关编码技术实现的频谱结构的变化, 对实际系统提供了有用的条件。例如在频谱的零点插入携带同步信息的导频, 或者选用没有零频率成分的波形通过载波线路, 或者便于实现单边带调制、残留边带调制等。在实际应用中, 第 IV 类部分响应用得最广, 其系统组成方框可参照图 5-14 得到, 这里不再画出。

表 5-2 五类响应波形的比较

类别	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$g(t)$	$ G(\omega) ,  \omega  \leq \frac{\pi}{T}$	二进制输入时 $C_R$ 的电平数
0	1							2
I	1	1						3
II	1	2	1					5
III	2	1	-1					5
IV	1	0	-1					3
V	-1	0	2	0	-1			5

最后需要指出,由于当输入数据为  $L$  进制时,部分响应波形的相关编码电平数要超过  $L$  个。因此,在同样输入信噪比条件下,部分响应系统的抗噪声性能将比零类响应系统的要差。这表明,为获得部分响应系统的优点,就需要花费一定的代价(可靠性下降)。

## 5.7 基带传输系统的抗噪声性能

上一节讨论了无噪声影响时能够消除码间干扰的基带传输特性。现在,我们来讨论在这样的基带系统中叠加噪声后的抗噪声性能,即,在无码间干扰时,由于加性高斯噪声造成的错误判决的概率。

如果基带传输系统无码间干扰又无噪声,则通过连接在接收滤波器之后的判决电路,就能无差错地恢复出原发送的基带信号。但当存在加性噪声时,即使无码间干扰,判决电路也很难保证“无差错”恢复。图 5-15 分别示出了无噪声及有噪声时判决电路的输

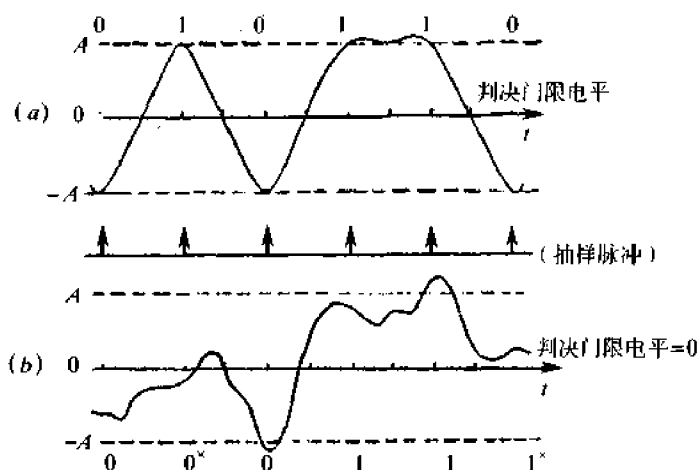


图 5-15 无噪声及有噪声时判决电路之输入波形

入波形(图中以双极性波形画出)。其中,图(a)是既无码间干扰又无噪声影响时的信号波形,而图(b)则是图(a)波形叠加上噪声后的混合波形。显然,这时的判决门限应选择 0 电平,而抽样判决的规则应是:若抽样值大于 0 电平,则为“1”码;若抽样值小于 0 电平,则判为“0”码。不难看出,对图(a)波形能够毫无差错地恢复基带信号,但对图(b)的波形就可能出现判决错误(图中带“x”的码元就是错码;原“1”错成“0”或原“0”错成“1”)。

现在,我们来计算图 5-15(b)所示波形在抽样判决时所造成的错误概率(或称误码率)。大家知道,判决电路输入端的随机噪声就是信道加性噪声通过接收滤波器后的输出噪声。因为信道噪声通常被假设为平稳高斯白噪声,而接收滤波器又是一个线性网络,故判决电路输入噪声  $n_R(t)$  也是平稳高斯随机噪声,且它的功率谱密度  $P_n(\omega)$  为

$$P_n(\omega) = \frac{n_0}{2} |G_R(\omega)|^2$$

式中  $n_0/2$ ——信道白噪声的双边功率谱密度;

$G_R(\omega)$ ——接收滤波器的传输特性。

由此看出,只要给定了  $n_0$  及  $G_R(\omega)$ ,则判决器输入端的噪声特性就可以确定。为简明起见,我们把这个噪声特性假设为均值为零、方差为  $\sigma_n^2$ 。于是,这个噪声的瞬时值  $V$  的统计特性,可由下述一维高斯概率分布密度描述

$$f(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-V^2/2\sigma_n^2} \quad (5.7-1)$$

由图 5-15 已经表明,在噪声影响下发生误码将有两种差错形式:发送的是“1”码,却被判为“0”码;发送的是“0”码,却被判为“1”码。下面我们来求这两种情况下码元错判的概率。

对于双极性基带信号,在一个码元持续时间内,抽样判决器输入端得到的波形可表为

$$x(t) = \begin{cases} A + n_R(t) & \text{发送“1”时} \\ -A + n_R(t) & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (5.7-2)$$

由于  $n_R(t)$  是高斯过程,故当发送“1”时,过程  $A + n_R(t)$  的一维概率密度为

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_n^2}\right] \quad (5.7-3)$$

而当发送“0”时,过程  $-A + n_R(t)$  的一维概率密度为

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x+A)^2}{2\sigma_n^2}\right] \quad (5.7-4)$$

与它们相应的曲线分别示于图 5-16 中。这时,若令判决门限为  $V_d$ ,则将“1”错判为“0”的概率  $p_{e1}$  及将“0”错判为“1”的概率  $p_{e2}$  可以分别表示为

$$\begin{aligned} p_{e1} &= P(x < V_d) = \int_{-\infty}^{V_d} f_1(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{V_d} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_n^2}\right] dx = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{V_d - A}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \end{aligned} \quad (5.7-5)$$

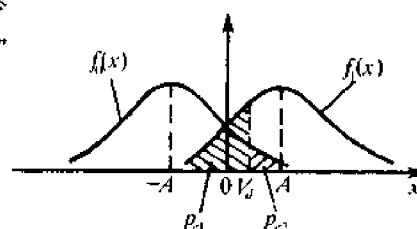


图 5-16  $x(t)$  的概率密度曲线

$$\begin{aligned} p_{e2} &= P(x > V_d) = \int_{V_d}^{\infty} f_0(x) dx = \\ &= \int_{V_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x+A)^2}{2\sigma_n^2}\right] dx = \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{V_d + A}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \end{aligned} \quad (5.7-6)$$

它们分别如图 5-16 中的阴影部分所示。若发送“1”码的概率为  $P(1)$ , 发送“0”码的概率  $P(0)$ , 则基带传输系统总的误码率可表示成

$$P_e = P(1)p_{e1} + P(0)p_{e2} \quad (5.7-7)$$

由式(5.7-5)、式(5.7-6)及式(5.7-7)可以看出,基带传输系统的总误码率与判决门限电平  $V_d$  有关。通常,把使总误码率最小的判决门限电平称为最佳门限电平。若令

$$\frac{dP_e}{dV_d} = 0$$

则可求得最佳门限电平为

$$V_d^* = \frac{\sigma_n^2}{2A} \ln \frac{P(0)}{P(1)} \quad (5.7-8)$$

若  $P(1) = P(0) = 1/2$ , 则最佳判决门限电平为

$$V_d^* = 0$$

这时,基带传输系统总误码率为

$$\begin{aligned} P_e &= (1/2)p_{e1} + (1/2)p_{e2} = \\ &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \end{aligned} \quad (5.7-9)$$

这就是发送“1”码与“0”码的概率相等、且在最佳判决门限电平下,基带传输系统总的误码

率表示式。从该式可见,系统的总误码率依赖于信号峰值  $A$  与噪声均方根值  $\sigma_n$  之比,而与采用什么样的信号形式无关(当然,这里的信号形式必须是能够消除码间干扰的)。若比值  $A/\sigma_n$  越大,则  $P_e$  就越小。显然,这是符合客观实际的。

但应注意,式(5.7-8)与式(5.7-9)是在采用双极性基带波形的情况下得到的。如果采用单极性基带波形,则它们将分别变成

$$V_d^* = \frac{A}{2} + \frac{\sigma_n^2}{A} \ln \frac{P(0)}{P(1)} \quad (5.7-10)$$

$$P_e = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n} \right) \right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n} \right) \quad (5.7-11)$$

式中,  $A$  是单极性基带波形的峰值。以上两式读者可自行证明。

由式(5.7-9)与式(5.7-11)比较可见,在单极性与双极性基带波形的峰值  $A$  相等、噪声均方根值  $\sigma_n$  也相同时,单极性基带系统的抗噪声性能不如双极性基带系统。

作为另一个例子,下面讨论 AMI 码基带解调器的抗干扰性能。该系统如图 5-17 所示。系统输入为 AMI 码和高斯加性白噪声。白噪声经低通滤波器后输出噪声功率为  $\sigma_n^2$ 。低通滤波器输出的 AMI 信号在  $kT_s$  时刻的可能取值为  $+A$ 、 $0$  或  $-A$ 。图中判决器的判决电平为  $-A/2$  和  $A/2$ 。当  $x(kT_s) > A/2$  或  $x(kT_s) < -A/2$  时,判决器输出“1”电平;当  $-A/2 < x(kT_s) < A/2$  时,判决器输出“0”电平,至此,恢复出原始二进制信号。若发端二进制信号源为独立等概信源,求该系统传输误码率  $P_e$ 。

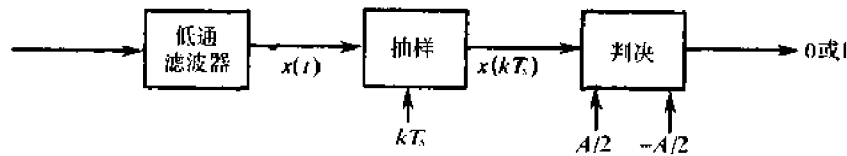


图 5-17 AMI 码解调

根据所给条件,显然有  $P(0) = 1/2$ ,  $P(A) = P(-A) = 1/4$ 。该系统的总误码率可表示成

$$P_e = P(1)p_{e1} + P(0)p_{e2} \quad (5.7-12)$$

类同前面分析方法有

$$p_{e1} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{3A}{2\sqrt{2}\sigma_n} \right) \quad (5.7-13)$$

$$p_{e2} = \operatorname{erfc} \left( \frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n} \right) \quad (5.7-14)$$

所以

$$P_e = \frac{3}{4} \operatorname{erfc} \left( \frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n} \right) - \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left( \frac{3A}{2\sqrt{2}\sigma_n} \right) \quad (5.7-15)$$

此式即为 AMI 码解调误码率。



## 5.8 眼 图

一个实际的基带传输系统,尽管经过了十分精心的设计,但要使其传输特性完全符合理想情况是困难的,甚至是不可能的。因此,码间干扰也就不可能完全避免。由前面的讨论可知,码间干扰问题与发送滤波器特性、信道特性、接收滤波器特性等因素有关,因而计算由于这些因素所引起的误码率就非常困难,尤其在信道特性不能完全确知的情况下,甚至得不到一种合适的定量分析方法。在码间干扰和噪声同时存在的情况下,系统性能的定量分析,就是想得到一个近似的结果都是非常繁杂的。

下面我们将介绍能够利用实验手段方便地估计系统性能的一种方法。这种方法的具体做法是:用一个示波器跨接在接收滤波器的输出端,然后调整示波器水平扫描周期,使其与接收码元的周期同步。这时就可以从示波器显示的图形上,观察出码间干扰和噪声的影响,从而估计出系统性能的优劣程度。所谓眼图是指示波器显示的这种图形,因为在传输二进制信号波形时,它很像人的眼睛。

现在我们来解释这种观察方法。为了便于理解,暂先不考虑噪声的影响。在无噪声存在的情况下,一个二进制的基带系统将在接收滤波器输出端得到一个基带脉冲的序列。如果基带传输特性是无码间干扰的,则将得到如图 5-18(a)所示的基带脉冲序列;如果基带传输是有码间干扰的,则得到的基带脉冲序列如图 5-18(b)所示。

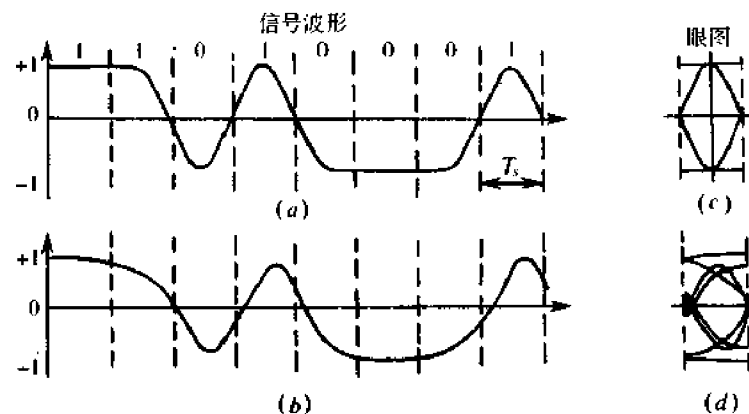


图 5-18 基带信号波形及眼图

现用示波器先观察图(a)波形,并将示波器扫描周期调整到码元的周期 $T$ ,这时图(a)中的每一个码元将重叠在一起。尽管图(a)波形并不是周期的(实际是随机的),但由于荧光屏的余辉作用,仍将若干码元重叠并显示图形。显然,由于图(a)波形是无码间干扰的,因而重叠的图形都完全重合,故示波器显示的迹线又细又清晰,如图 5-18(c)所示。当我们观察图(b)波形时,由于存在码间干扰,示波器的扫描迹线就不完全重合,于是形成的线迹较粗而且也不清晰,如图 5-18(d)所示。从图(c)及(d)可以看到,当波形无码间干扰时,眼图像一只完全张开的眼睛。并且,眼图中央的垂直线表示最佳的抽样时刻,信号取值为 $\pm 1$ ;眼图中央的横轴位置为最佳的判决门限电平。当波形存在码间干扰时,在抽样时刻得到的信号取值不再等于 $\pm 1$ ,而分布在比 $1$ 小或比 $-1$ 大的附近,因而眼图将部分地闭合。由此可见,眼图的“眼睛”张开大小将反映着码间干扰的强弱。

当存在噪声时,噪声叠加在信号上,因而眼图的线迹更不清晰,于是“眼睛”张开就更小。不过,应该注意,从图形上并不能观察到随机噪声的全部形态,例如出现机会少的大幅度噪声,由于它在示波器上一晃而过,因而用人眼是观察不到的。所以,在示波器上只能大致估计噪声的强弱。

为了说明眼图和系统性能之间的关系,我们把眼图简化为一个模型,如图 5-19 所示。该图表述下列意思:

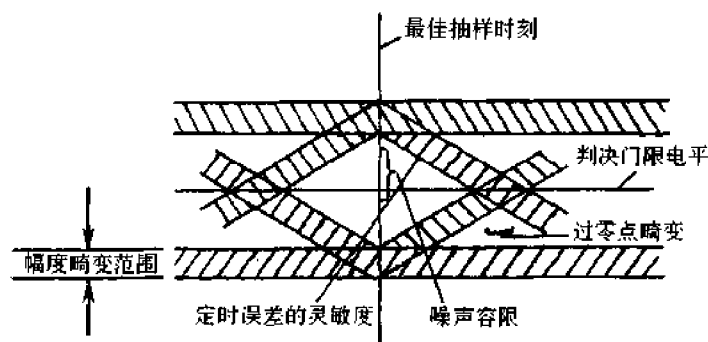


图 5-19 眼图的模型

- (1) 最佳抽样时刻应是“眼睛”张开最大的时刻;
- (2) 对定时误差的灵敏度可由眼图的斜边之斜率决定,斜率越陡,对定时误差就越灵敏;
- (3) 图的阴影区的垂直高度表示信号幅度畸变范围;
- (4) 图中央的横轴位置应对应判决门限电平;
- (5) 在抽样时刻上,上下两阴影区的间隔距离之半为噪声的容限(或称噪声边际),即若噪声瞬时值超过这个容限,则就可能发生错误判决。

图 5-20(a)和(b)分别是二进制升余弦频谱信号在示波器上显示的两张眼图照片。图 5-20(a)是在几乎无噪声和无码间干扰下得到的,而图 5-20(b)则是在一定噪声和码间干扰下得到的。



图 5-20 眼图照片

## 5.9 时域均衡

尽管理论上存在理想的基带传输特性(正如在 5.5 节中指出的),但实际实现时,由于总是存在设计误差和信道特性的变化,故在抽样时刻上也总是存在一定的码间干扰,从而

导致系统性能的下降。

理论与实践都表明,在基带系统中插入一种可调(也可不调)滤波器将能减小码间干扰的影响。这种起补偿作用的滤波器统称为均衡器。

目前,均衡器名目繁多,但按研究的角度或领域,可分为频域均衡器和时域均衡器两大类。频域均衡的基本思想是利用可调滤波器的频率特性去补偿基带系统的频率特性,使包括可调滤波器在内的基带系统的总特性满足实际性能的要求。这种方法一般是直观的和容易理解的,因而我们不做介绍了。本节讨论的是另一种均衡器——时域均衡的基本原理。这种方法在日趋完善的数字通信中占有重要的地位。

假设插入可调滤波器前的基带系统如图 5-7 所示,其总特性由式(5.5-1)表述,且已知  $H(\omega)$  不满足式(5.5-11)的要求,即存在一定码间干扰。现在将证明,如果在接收滤波  $G_R(\omega)$  之后插入一个称之为横向滤波器的可调滤波器,其冲激响应为

$$h_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \delta(t - nT_s) \quad (5.9-1)$$

式中,  $C_n$  完全依赖于  $H(\omega)$ , 那么,理论上就可消除(抽样时刻上的)码间干扰。

设插入滤波器的频率特性为  $T(\omega)$ , 则当

$$T(\omega)H(\omega) = H'(\omega) \quad (5.9-2)$$

满足式(5.5-11),即满足

$$\sum_i H' \left( \omega + \frac{2\pi i}{T_s} \right) = T_s, \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s} \quad (5.9-3)$$

此时,这个包括  $T(\omega)$  在内的总特性  $H'(\omega)$  将可消除码间干扰。

对于式(5.9-3),因为

$$\sum_i H' \left( \omega + \frac{2\pi i}{T_s} \right) = \sum_i H \left( \omega + \frac{2\pi i}{T_s} \right) T \left( \omega + \frac{2\pi i}{T_s} \right) \quad (5.9-4)$$

于是,如果  $T(\omega + 2\pi i/T_s)$  对不同的  $i$  有相同的函数形式,即  $T(\omega)$  是以  $2\pi/T_s$  为周期的周期函数,则当  $T(\omega)$  在  $(-\pi/T_s, \pi/T_s)$  内有

$$T(\omega) = \frac{T_s}{\sum_i H \left( \omega + \frac{2\pi i}{T_s} \right)} \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s} \quad (5.9-5)$$

就有

$$\sum_i H' \left( \omega + \frac{2\pi i}{T_s} \right) = T_s \quad (5.9-6)$$

也就是式(5.9-3)成立。

既然  $T(\omega)$  是按式(5.9-5)开拓的周期为  $2\pi/T_s$  的函数,则  $T(\omega)$  可用傅里叶级数来表示,即

$$T(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{-jnT_s\omega} \quad (5.9-7)$$

其中

$$C_n = \frac{T_s}{2\pi} \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} T(\omega) e^{jnT_s\omega} d\omega \quad (5.9-8)$$

或

$$C_n = \frac{T_s}{2\pi} \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} \frac{T_s}{\sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right)} e^{jn\omega T_s} d\omega \quad (5.9-9)$$

由上式看出,傅里叶系数  $C_n$  由  $H(\omega)$  决定。

再对式(5.9-7)求傅里叶反变换,则可求得其单位冲激响应  $h_T(t)$  为

$$h_T(t) = \mathcal{F}^{-1}[T(\omega)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \delta(t - nT_s) \quad (5.9-10)$$

这就需要证明的式(5.9-1)。

由上述证明过程看出,给定一个系统特性  $H(\omega)$  就可唯一地确定  $T(\omega)$ ,于是就找到消除码间干扰的新的总特性[即包括  $T(\omega)$  在内的基带系统]  $H'(\omega)$ 。

现在我们来说明  $T(\omega)$  为何称为横向滤波器。由式(5.9-10)看出,这里的  $h_T(t)$  是图 5-21 所示网络的单位冲激响应,而该网络是由无限多的按横向排列的延迟单元及抽头系数组成的。它的功能是将输入端(即接收滤波器输出端)抽样时刻上有码间干扰的响应波形变换成(利用它产生的无限多响应波形之和)抽样时刻上无码间干扰的响应波形。当然,这种变换过程不是一目了然的,因为此时的横向滤波器是无限长的。倘若它是有限长的,则这个过程将可明显看出(下面将有例子说明)。由于横向滤波器的均衡原理是建立在时域响应波形上的,故把这种均衡称为时域均衡。

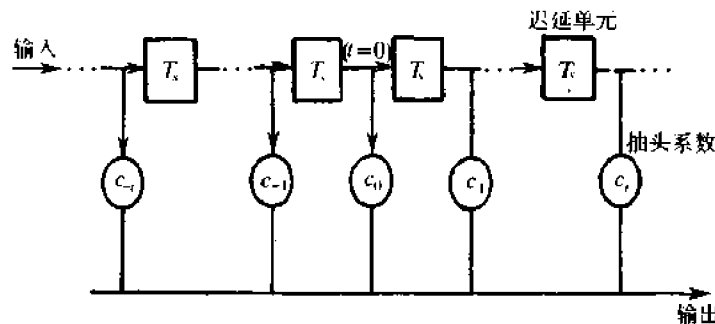


图 5-21 横向滤波器

不难看出,横向滤波器的特性将完全取决于各抽头系数  $C_i (i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ ,不同的  $C_n$  值将对应不同的  $h_T(t)$  或  $T(\omega)$ 。由此表明,如果各抽头系数是可调整的,则图 5-21 所示的滤波器是通用的。另外,抽头系数设计成可调的,也为随时修改系统的时间响应提供了可能条件。

以上分析表明,借助横向滤波器实现时域均衡是可能的,并指出只要用无限长的横向滤波器,那么能做到(至少在理论上)消除码间干扰的影响。然而,使横向滤波器的抽头无限多是不现实的。实际上,均衡器的长度不仅受经济条件的限制,并且还受每一系数  $C_i$  调整准确度的限制。如果  $C_i$  的调整准确度得不到保证,则增加长度所获得的效益也不会显示出来。因此,有必要进一步讨论有限长横向滤波器的抽头增益调整问题。

设在基带系统接收滤波器与判决电路之间插入一个具有  $2N+1$  个抽头的横向滤波器,如图 5-22(a) 们所示。它的输入(即接收滤波器的输出)为  $x(t)$ ,  $x(t)$  被认为是被均衡的对象,并设它不附加噪声,如图 5-22(b) 所示。

若设有限长横向滤波器的单位冲激响应为  $e(t)$ , 相应的频率特性为  $E(\omega)$ , 则

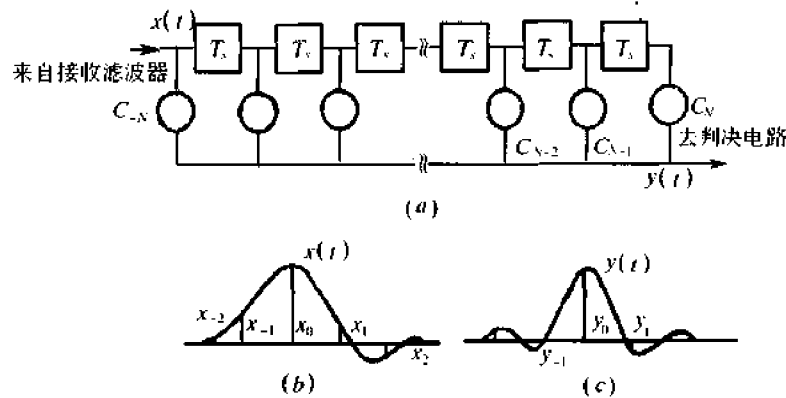


图 5-22 有限长的横向滤波器及其输入、输出单脉冲响应波形

$$e(t) = \sum_{i=-N}^N C_i \delta(t - iT_s) \quad (5.9-11)$$

其相应的频率特性为

$$E(\omega) = \sum_{i=-N}^N C_i e^{-j\omega iT_s} \quad (5.9-12)$$

由此看出,  $E(\omega)$  被  $2N+1$  个  $C_i$  所确定。显然, 不同的  $C_i$  将对应有不同的  $E(\omega)$ 。

现在让我们来考察均衡器的输出波形。因为横向滤波器的输出  $y(t)$  便是  $x(t)$  和  $e(t)$  的卷积, 故利用式(5.9-11)的特点, 不难看出

$$y(t) = x(t) * e(t) = \sum_{i=-N}^N C_i x(t - iT_s)$$

于是, 在抽样时刻  $kT_s + t_0$  [即如图 5-22(b) 所示的  $x_0$  出现的时刻] 就有

$$y(kT_s + t_0) = \sum_{i=-N}^N C_i x(kT_s + t_0 - iT_s) = \sum_{i=-N}^N C_i x[(k-i)T_s + t_0]$$

或者简写为

$$y_k = \sum_{i=-N}^N C_i x_{k-i} \quad (5.9-13)$$

上式说明, 均衡器在第  $k$  抽样时刻上得到的样值  $y_k$  将由  $2N+1$  个  $C_i$  与  $x_{k-i}$  乘积之和来确定。但我们期望, 所有的  $y_k$  (除  $k=0$  外) 都等于零。因此, 我们现在面临的问题是, 应该有什么样的  $C_i$  才能使式(5.9-13)给出的  $y_k$  (除  $k=0$  外) 达到期望值。不难看出, 当输入波形  $x(t)$  给定, 即各种可能的  $x_{k-i}$  确定时, 通过调整  $C_i$  使指定的  $y_k$  等于零是容易办到的, 但同时要求除  $k=0$  外的所有  $y_k$  都等于零却是件很难的事。例如, 设  $x(t)$  的样值  $x_{-1} = 1/4$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x_{+1} = 1/2$ , 其余都为零; 又选择三抽头的横向滤波器, 其  $C_{-1} = -1/4$ ,  $C_0 = 1$ ,  $C_{+1} = -1/2$ ; 则将上面二组数值代入式(5.9-13)后, 容易求得:  $y_{-2} = -1/16$ ,  $y_{-1} = 0$ ,  $y_0 = 3/4$ ,  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = -1/4$ 。可见, 除  $y_0$  外, 得到  $y_{-1}$  及  $y_1$  为零, 但  $y_{-2}$  及  $y_2$  不为零。这说明, 用有限长的横向滤波器减小码间干扰是可能的, 但完全消除是不可能的。

如上所说, 当采用有限抽头数的横向滤波器时, 码间干扰就不可能完全消除。那么, 此时的均衡效果如何去衡量呢? 这时一般采用所谓峰值畸变准则和均方畸变准则来衡量。如果均衡器按最小峰值畸变准则或最小均方畸变准则来设计, 则认为这时的均衡效果是最佳的。

这两种准则都是根据均衡器输出的单脉冲响应来规定的[图 5-22(c)画出了一个单脉冲响应波形)。峰值畸变被定义为

$$D = \frac{1}{y_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} |y_k| \quad (5.9-14)$$

式中,符号  $\sum_{k=-\infty}^{\infty}$  即表示  $\sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty}$ 。由上式看出,峰值畸变  $D$  表示所有抽样时刻上得到的码间干扰最大可能值(峰值)与  $k=0$  时刻上的样值之比。显然,对于完全消除码间干扰的均衡器而言,由于除  $k=0$  外有  $y_k=0$ ,故有  $D$  等于零;对于码间干扰不为零的场合,  $D$  有最小值自然是我们所希望的。

所谓均方畸变准则,其定义为

$$\epsilon^2 = \frac{1}{y_0^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_k^2 \quad (5.9-15)$$

这一准则所指出的物理意义与峰值畸变准则的非常相似,这里就不再赘述。

有必要指出,在分析横向滤波器时,我们均把时间原点( $t=0$ )假设在滤波器中心点处(即  $C_0$  处)。如果时间参考点选择在别处,则滤波器的波形的形状是相同的,所不同的仅仅是整个波形的提前或推迟。

下面我们以最小时峰值畸变准则为基础,指出在该准则意义下时域均衡器的工作原理。

与式(5.9-14)相应,我们用  $D_0$  表示均衡器的输入峰值畸变,即

$$D_0 = \frac{1}{x_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} |x_k| \quad (5.9-16)$$

若  $x_k$  是归一化的,且令  $x_0=1$ ,则上式变为

$$D_0 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |x_k| \quad (5.9-17)$$

为方便计,将样值  $y_k$  也归一化,且令  $y_0=1$ ,则根据式(5.9-13)可得

$$y_0 = \sum_{i=-N}^N C_i x_{-i} = 1 \quad (5.9-18)$$

或有

$$C_0 x_0 + \sum_{i=-N}^N C_i x_{-i} = 1$$

于是

$$C_0 = 1 - \sum_{i=-N}^N C_i x_{-i} \quad (5.9-19)$$

将上式代入式(5.9-13),则可得

$$y_k = \sum_{i=-N}^N C_i (x_{k-i} - x_k x_{-i}) + x_k \quad (5.9-20)$$

再将上式代入式(5.9-14),则有

$$D = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| \sum_{i=-N}^N C_i (x_{k-i} - x_k x_{-i}) + x_k \right| \quad (5.9-21)$$

可见,使输入序列  $\{x_k\}$  给定的情况下,峰值畸变  $D$  是各抽头增益  $C_i$  (除  $C_0$  外)的函数。显然,求解使  $D$  最小的  $C_i$  是我们所关心的。经复杂的数学推演证明<sup>[12]</sup>:峰值畸变  $D$  是抽

头增益( $2N$ 个)的连续分段线性函数,这个函数有一个极小值。如果起始畸变  $D_0 < 1$ ,那么,这个极小值一定发生在对应于横向滤波器  $2N$  个抽头位置的那些输出样值同时为零时。这一结论说明,在数学上,所求的增益  $|C_k|$  应为  $y_k = 0, 1 \leq |k| \leq N$ ,而  $y_0 = 1$  时的  $2N$  个联立方程的解;在物理意义上,如果在均衡器输入端  $D_0 < 1$  (即眼图不闭合,下面还将说明),调整除  $C_0$  外的  $2N$  个抽头增益,并迫使其输出的各个样值  $y_k$  为零,就可获得最佳的调整。这种调整常称“迫零调整”。

在讨论时域均衡的基本原理之后,下面简要地介绍其实现方法。时域均衡的具体实现方法有许多种。但从实现的原理上看,大致可分为预置式自动均衡和自适应式自动均衡两类。预置式均衡是在实际传数之前先传输预先规定的测试脉冲(例如重复频率极低的周期性的单脉冲波形),然后按迫零调整原理自动(也可人工手动)调整抽头增益;自适应式均衡是在传数过程中连续测出距最佳调整值的误差电压,并据此电压去调整各抽头增益。一般地,自适应均衡不仅可以使调整精度提高,而且当信道特性随时间变化时又能有一定的自适应性。

图 5-23 给出一个预置式自动均衡器的原理方框图。它的输入端每隔一段时间送入一个来自发端的测试单脉冲波形①。当该波形每隔  $T_s$  秒依次输入时,在输出端就将获得各样值为  $y_k (k = -N, -N+1, \dots, N-1, N)$  的波形。根据迫零调整原理,若得到的某一  $y_k$  为正极性时,则相应的抽头增益  $C_k$  应下降一个适当的增量  $\Delta$ ;若  $y_k$  为负极性,则相应的  $C_k$  应增加一个增量  $\Delta$ 。为了实现这个调整,在输出端将每个  $y_k$  依次进行抽样并进行极性判决(由图中抽样与峰值极性判决器完成),判决的两种可能结果以“有无脉冲”表示并将其输入到控制电路。控制电路将在同一规定时刻(例如测试信号的终了时刻)将所有“极性脉冲”分别作用到相应的增益头上,让它们做增加  $\Delta$  或下降  $\Delta$  的改变。这样,经多次调整,就能达到均衡目的。可以看到,这种自动均衡器的精度与增量  $\Delta$  的选择和允许调整时间有关。 $\Delta$  越小,精度就越高,但调整时间就需要越长。

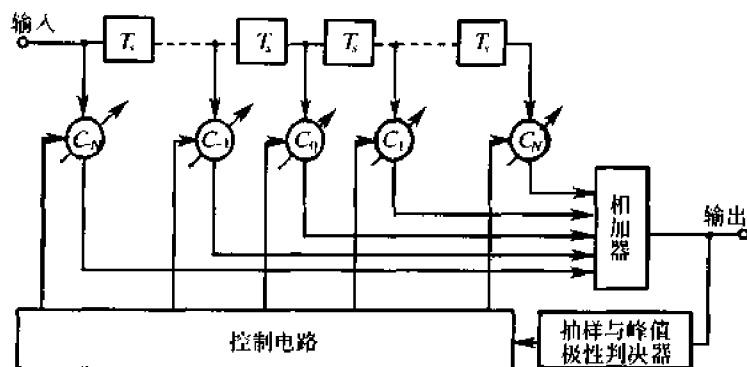


图 5-23 预置式自动均衡器的原理方框图

自适应式均衡与预置式均衡一样,都是借助调整横向滤波器的抽头增益达到均衡目的的。但自适应均衡器不再利用专门的单脉冲波形来进行调整,它是在传输数据期间借助信号本身来自动均衡的。因此,在原理上,我们只需要指出自适应均衡的这个特点就可

① 单脉冲波形系指基带系统在一单位冲激脉冲输入下接收滤波器的输出波形(不包括可加噪声)。

以了。

大家知道,数据信号通常是一种随机信号。设发送序列为 $\{a_k\}$ ,则每个 $a_k$ 取哪一个可能值是随机的。这种序列通过基带系统(包括均衡器在内)后,在均衡器输出端将获得输出样值序列 $\{y_k\}$ 。很自然,我们期望对于任意的 $k$ 有下述均方误差最小,即

$$\overline{\mu^2} = E(y_k - a_k)^2 \quad (5.9-22)$$

因为若 $\overline{\mu^2}$ 最小,则表明均衡的效果最好。根据式(5.9-13)可知

$$y_k = \sum_{i=-N}^N C_i x_{k-i} \quad (5.9-23)$$

故将上式代入式(5.9-22),即有

$$\overline{\mu^2} = E\left(\sum_{i=-N}^N C_i x_{k-i} - a_k\right)^2 \quad (5.9-24)$$

可见, $\overline{\mu^2}$ 是各抽头增益的函数。

设序列 $\{a_k\}$ 中各 $a_k$ 是互不相关的,并用 $Q(c)$ 表示 $\overline{\mu^2}$ 第 $i$ 抽头增益 $C_i$ 的偏导数,即

$$Q(C) = \frac{\partial \overline{\mu^2}}{\partial C_i} \quad (5.9-25)$$

则将式(5.9-24)代入上式得

$$Q(C) = 2E[e_k x_{k-i}] \quad (5.9-26)$$

其中

$$e_k = y_k - a_k = \sum_{i=-N}^N C_i x_{k-i} - a_k$$

因为,要使 $\overline{\mu^2}$ 最小,就应使式(5.9-26)给出的 $Q(C)$ 等于零。于是,由此得到重要的概念:若要使 $\overline{\mu^2}$ 最小,则由式看到,误差 $e_k$ 与均衡器输入样值 $x_{k-i}$  ( $|i| \leq N$ )应互不相关。这说明,抽头增益的调整可以借助对误差 $e_k$ 和样值 $x_{k-i}$ 乘积的统计平均值。若这个平均值不等于零,则应通过增益调整使其向零值变化,直至使其等于零为止。

图5-24就是实现上述自适应调整的一个简单示例。这里,统计平均器可以是一个求算术平均的部件,完成下述运算。

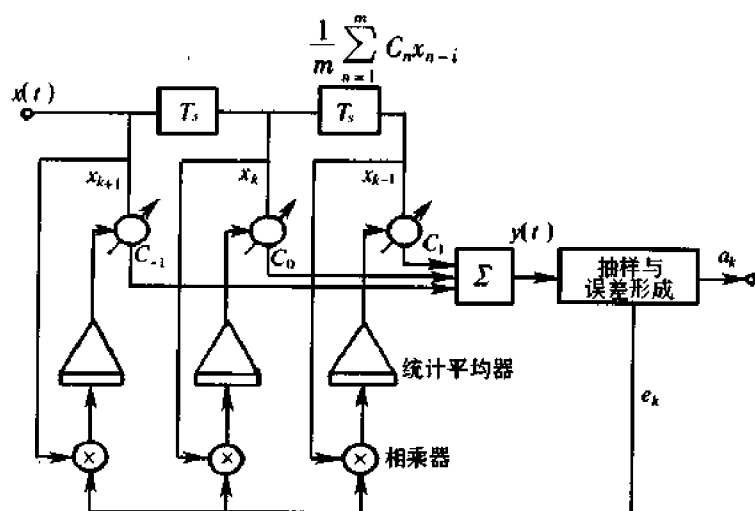


图 5-24 自适应均衡器



这里的  $m$  是一次平均估算时所用的码元数。这个运算结果就是每一次调整抽头增益的控制电压。若该电压不等于零,则让增益增加或减小一个增量,以致该电压迫零。

自适应均衡器还有多种实现方案,但无非就是式(5.9-26)的不同估算法而已。这里就不一一评述了。

## 思 考 题

- 5-1 数字基带传输系统的基本结构如何?
- 5-2 数字基带信号有哪些常见的形式? 它们各有什么特点? 它们的时域表示式如何?
- 5-3 数字基带信号的功率谱有什么特点? 它的带宽主要取决于什么?
- 5-4 什么是 HDB<sub>3</sub> 码、差分双相码和 AMI 码? 有哪些主要特点?
- 5-5 什么是码间干扰? 它是如何产生的? 对通信质量有什么影响?
- 5-6 为了消除码间干扰,基带传输系统的传输函数应满足什么条件?
- 5-7 某数字基带信号的码元间隔为  $T_s$ , 传送它的基带传输系统的传输函数  $H(\omega)$  如图 P5-1 所示。试问这时有无码间干扰? 为什么?
- 5-8 什么是部分响应波形? 什么是部分响应系统?
- 5-9 在二进制数字基带传输系统中,有哪两种误码? 它们各在什么情况下发生?
- 5-10 什么是最佳判决门限电平?
- 5-11 当  $P(1) = P(0) = 1/2$  时,对于传送单极性基带波形和双极性基带波形的最佳判决门限电平各为多少? 为什么?
- 5-12 无码间干扰时,单极性 NRZ 码基带传输系统的误码率取决于什么? 怎样才能降低系统的误码率? AMI 码又怎样?
- 5-13 什么是眼图? 由眼图模型可以说明基带传输系统的哪些性能?
- 5-14 什么是频域均衡? 什么是时域均衡? 横向滤波器为什么能实现时域均衡?
- 5-15 时域均衡器的均衡效果是如何衡量的? 什么是峰值畸变准则? 什么是均方畸变准则?

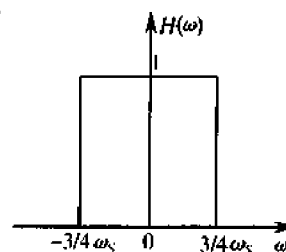


图 P5-1

## 习 题

- 5-1 设二进制符号序列为 110010001110, 试以矩形脉冲为例, 分别画出相应的单极性码波形、双极性码波形、单极性归零码波形、双极性归零码波形、二进制差分码波形及八电平码波形。
- 5-2 设二进制随机脉冲序列由  $g_1(t)$  与  $g_2(t)$  组成, 出现  $g_1(t)$  的概率为  $P$ , 出现  $g_2(t)$  的概率为  $(1-P)$ 。试证明:

如果

$$P = \frac{1}{1 - \frac{g_1(t)}{g_2(t)}} = k (\text{与 } t \text{ 无关})$$

且  $0 < k < 1$ , 则脉冲序列将无离散谱。

5-3 设随机二进制序列中的 0 和 1 分别由  $g(t)$  和  $-g(t)$  组成, 它们的出现概率分别为  $P$  及  $(1-P)$ :

(1) 求其功率谱密度及功率;

(2) 若  $g(t)$  为如图 P5-2(a) 所示波形,  $T_s$  为码元宽度, 问该序列存在离散分量  $f_s = 1/T_s$ , 否?

(3) 若  $g(t)$  改为图 P5-2(b), 回答题(2)所问。

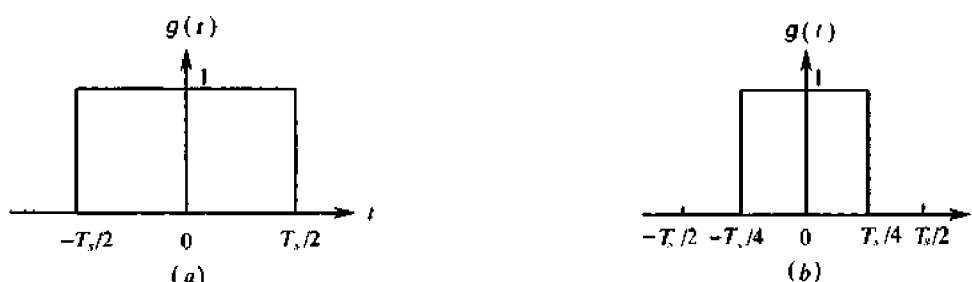


图 P5-2

5-4 设某二进制数字基带信号的基本脉冲为三角形脉冲, 如图 P5-3 所示。图中  $T_s$  为码元间隔, 数字信息“1”和“0”分别用  $g(t)$  的有无表示, 且“1”和“0”出现的概率相等:

(1) 求该数字基带信号的功率谱密度, 并画出功率谱密度图;

(2) 能否从该数字基带信号中提取码元同步所需的频率  $f_s = 1/T_s$  的分量? 若能, 试计算该分量的功率。

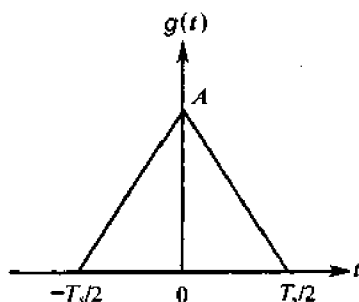


图 P5-3

5-5 设某二进制数字基带信号中, 数字信息“1”和“0”分别由  $g(t)$  及  $-g(t)$  表示, 且“1”与“0”出现的概率相等,  $g(t)$  是升余弦频谱脉冲, 即

$$g(t) = \frac{1}{2} \frac{\cos\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{1 - \frac{4t^2}{T_s^2}} \text{Sa}\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)$$

(1) 写出该数字基带信号的功率谱密度表示式, 并画出功率谱密度图;

(2) 从该数字基带信号中能否直接提取频率  $f_s = 1/T_s$  的分量?

(3) 若码元间隔  $T_s = 10^{-3}(s)$ , 试求该数字基带信号的传码率及频带宽度。

5-6 设某双极性数字基带信号的基本脉冲波形如图 P5-4 所示。它是高度为 1、宽度  $\tau = T_s/3$  的矩形脉冲。且已知数字信息“1”的出现概率为  $3/4$ ，“0”的出现概率为  $1/4$ ;

(1) 写出该双极性信号的功率谱密度的表示式, 并画出功率谱密度图;

(2) 由该双极性信号中能否直接提取频率为  $f_s = 1/T_s$  的分量? 若能, 试计算该分量的功率。



图 P5-4

5-7 已知信息代码为 100000000011, 求相应的 AMI 码、HDB<sub>3</sub> 码、PST 码及双相码。

5-8 已知信息代码为 1010000011000011, 试确定相应的 AMI 码及 HDB<sub>3</sub> 码, 并分别画出它们的波形图。

5-9 某基带传输系统接收滤波器输出信号的基本脉冲为如图 P5-5 所示的三角形脉冲:

(1) 求该基带传输系统的传输函数  $H(\omega)$ ;

(2) 假设信道的传输函数  $C(\omega) = 1$ , 发送滤波器和接收滤波器具有相同的传输函数, 即  $G_T(\omega) = G_R(\omega)$ , 试求这时  $G_T(\omega)$  或  $G_R(\omega)$  的表示式。

5-10 设某基带传输系统具有图 P5-6 所示的三角形传输函数:

(1) 求该系统接收滤波器输出基本脉冲的时间表示式;

(2) 当数字基带信号的传码率  $R_b = \omega_0/\pi$  时, 用奈奎斯特准则验证该系统能否实现无码间干扰传输?

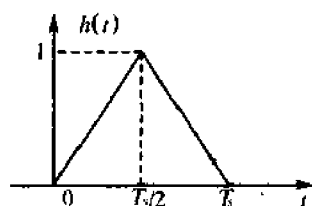


图 P5-5

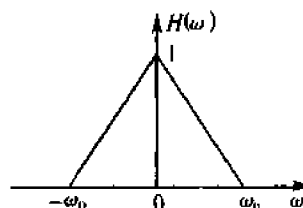


图 P5-6

5-11 设基带传输系统的发送滤波器、信道及接收滤波器组成总特性为  $H(\omega)$ , 若要求以  $2/T_s$  波特的速率进行数据传输, 试检验图 P5-7 各种  $H(\omega)$  满足消除抽样点上码间干扰的条件否?

5-12 设某数字基带传输的传输特性  $H(\omega)$  如图 P5-8 所示。其中  $\alpha$  为某个常数 ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ):

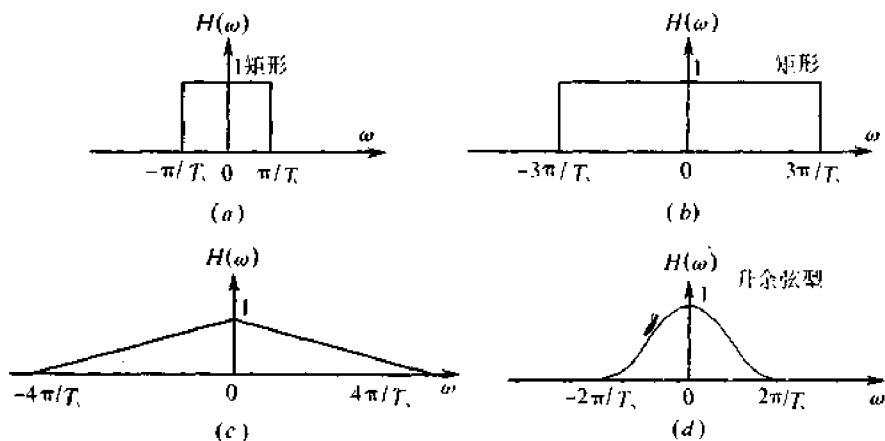


图 P5-7

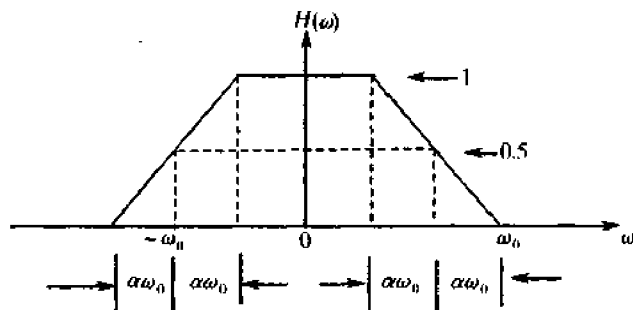


图 P5-8

(1) 试检验该系统能否实现无码间干扰传输?

(2) 试求该系统的最大码元传输速率为多少? 这时的系统频带利用率为多大?

5-13 为了传送码元速率  $R_B = 10^3$  (B) 的数字基带信号, 试问系统采用图 P5-9 中所画的哪一种传输特性较好? 并简要说明其理由。

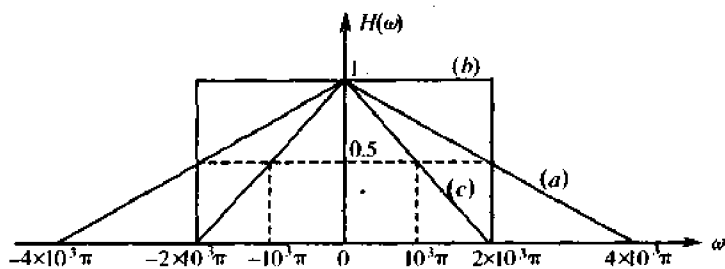


图 P5-9

5-14 设二进制基带系统的分析模型如图 5-7 所示, 现已知

$$H(\omega) = \begin{cases} \tau_0(1 + \cos\omega\tau_0), & |\omega| \leq \frac{\pi}{\tau_0} \\ 0, & \text{其他 } \omega \end{cases}$$

试确定该系统最高的码元传输速率  $R_B$  及相应码元间隔  $T_s$ 。

5-15 若上题中

$$H(\omega) = \begin{cases} \frac{T_s}{2}(1 + \cos \frac{\omega T_s}{2}), & |\omega| \leq \frac{2\pi}{T_s} \\ 0, & \text{其他 } \omega \end{cases}$$

试证其单位冲击响应为

$$h(t) = \frac{\sin \pi t / T_s}{\pi t / T_s} \cdot \frac{\cos \pi t / T_s}{1 - 4t^2 / T_s^2}$$

并画出  $h(t)$  的示意波形和说明用  $1/T_s$  波特速率传送数据时, 存在(抽样时刻上)码间干扰否?

5-16 设一相关编码系统如图 P5-10 所示。图中, 理想低通滤波器的截止频率为  $1/2T_s$ , 通带增益为  $T_s$ 。试求该系统的单位冲激响应和频率特性。

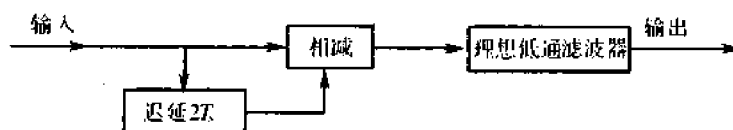


图 P5-10

5-17 若上题中输入数据为二进制的, 则相关编码电平数为何值? 若数据为四进制的, 则相关电平数为何值?

5-18 以表 5-2 中第 IV 类部分响应系统为例, 试画出包括预编码在内的系统组成方框图。

5-19 试证明式(5.7-8)所示的“对于双极性基带信号最佳判决门限电平”表示式成立。

5-20 对于单极性基带波形, 试证明式(5.7-10)与式(5.7-11)成立。

5-21 若二进制基带系统如图 5-7 所示, 并设  $C(\omega) = 1$ ,  $G_T(\omega) = G_R(\omega) = \sqrt{H(\omega)}$ 。现已知

$$H(\omega) = \begin{cases} \tau_0(1 + \cos \omega \tau_0), & |\omega| \leq \frac{\pi}{\tau_0} \\ 0, & \text{其他 } \omega \end{cases}$$

(1) 若  $n(t)$  的双边功率谱密度为  $n_0/2$  (W/Hz), 试确定  $G_R(\omega)$  的输出噪声功率;

(2) 若在抽样时刻  $KT$  ( $K$  为任意正整数) 上, 接收滤波器的输出信号以相同概率取 0、 $A$  电平, 而输出噪声取值  $V$  服从下述概率密度分布的随机变量

$$f(V) = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|V|}{\lambda}} \quad \lambda > 0 (\text{常数})$$

试求系统最小误码率  $P_e$ 。

5-22 某二进制数字基带系统所传送的是单极性基带信号, 且数字信息“1”和“0”的出现概率相等。

(1) 若数字信息为“1”时, 接收滤波器输出信号在抽样判决时刻的值  $A = 1$  (V), 且接收

滤波器输出噪声是均值为 0、均方根值为 0.2(V) 的高斯噪声,试求这时的误码率  $P_e$ ;

(2) 若要求误码率  $P_e$  不大于  $10^{-5}$ , 试确定  $A$  至少应该是多少?

5-23 若将上题中的单极性基带信号改为双极性基带信号, 而其他条件不变, 重做上题中的各问。

5-24 一随机二进制序列为 1 0 1 1 0 0 0 1..., 符号“1”对应的基带波形为升余弦波形, 持续时间为  $T_s$ ; 符号“0”对应的基带波形恰好与“1”的相反;

(1) 当示波器扫描周期  $T_0 = T_s$  时, 试画出眼图;

(2) 当  $T_0 = 2T_s$  时, 试重画眼图;

(3) 比较以上两种眼图的下述指标: 最佳抽样判决时刻、判决门限电平及噪声容限值。

5-25 设有一个三抽头的时域均衡器, 如图 P5-11 所示。  $x(t)$  在各抽样点的值依次为  $x_{-2} = 1/8, x_{-1} = 1/3, x_0 = 1, x_{+1} = 1/4, x_{+2} = 1/16$  (在其他抽样点均为零)。试求输入波形  $x(t)$  峰值的畸变值及时域均衡器输出波形  $y(t)$  峰值的畸变值。

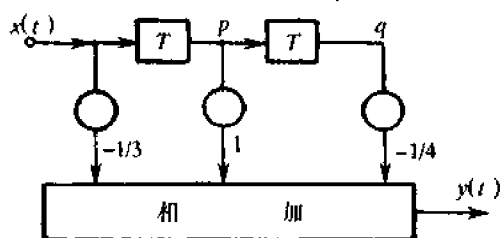


图 P5-11

## 第6章 正弦载波数字调制系统

### 6.1 引言

上一章我们已经较详细地讨论了数字基带传输系统。然而,实际通信中不少信道都不能直接传送基带信号,必须用基带信号对载波波形的某些参量进行控制,使载波的这些参量随基带信号的变化而变化,即所谓正弦载波调制。以正弦波作为载波的模拟调制系统,在第4章中已经进行了较详细的讨论,这里,我们将讨论以正弦波作为载波的数字调制系统。

从原理上来说,受调载波的波形可以是任意的,只要已调信号适合于信道传输就可以了。但实际上,在大多数数字通信系统中,都选择正弦信号作为载波。这是因为正弦信号形式简单,便于产生及接收。和模拟调制一样,数字调制也有调幅、调频和调相三种基本形式,并可以派生出多种其他形式。数字调制与模拟调制相比,其原理并没有什么区别。不过模拟调制是对载波信号的参量进行连续调制,在接收端则对载波信号的调制参量连续地进行估值;而数字调制都是用载波信号的某些离散状态来表征所传送的信息,在接收端也只要对载波信号的离散调制参量进行检测。数字调制信号,在二进制时有振幅键控(ASK)、移频键控(FSK)和移相键控(PSK)三种基本信号形式,如图6-1所示。

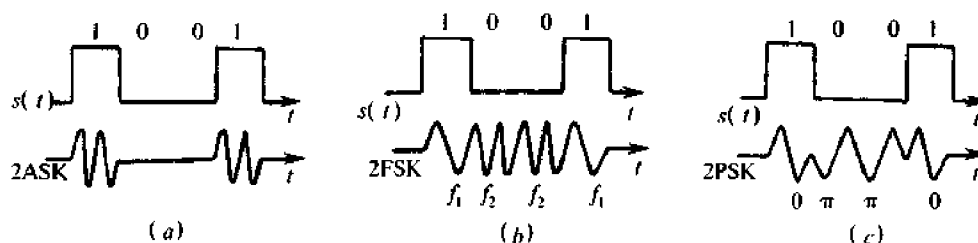


图6-1 正弦载波的三种键控波形

(a)振幅键控;(b)移频键控;(c)移相键控。

根据已调信号的频谱结构特点的不同,数字调制也可分为线性调制和非线性调制。在线性调制中,已调信号的频谱结构与基带信号的频谱结构相同,只不过频率位置搬移了;在非线性调制中,已调信号的频谱结构与基带信号的频谱结构不同,不是简单的频谱搬移,而是有其他新的频率成分出现。振幅键控属于线性调制,而移频键控常属于非线性调制。可见,这些特点与模拟调制时也都是相同的。

本章着重讨论二进制数字调制系统的原理及其抗噪声性能,并简要介绍多进制数字调制以及由三种基本数字调制形式派生出的几种数字调制的原理。

## 6.2 二进制数字调制原理

前面已经指出,最常见的二进制数字调制方式有二进制振幅键控、移频键控和移相键控三种。下面分别讨论这三种二进制数字调制的原理。

### 6.2.1 二进制振幅键控(2ASK)

设信息源发出的是由二进制符号 0、1 组成的序列,且假定 0 符号出现的概率为  $P$ , 1 符号出现概率为  $1 - P$ ,它们彼此独立。那么,借助于第 4 章幅度调制的原理,一个二进制的振幅键控信号可以表示成一个单极性矩形脉冲序列与一个正弦型载波的相乘,即

$$e_0(t) = [\sum_n a_n g(t - nT_s)] \cos \omega_c t \quad (6.2-1)$$

这里,  $g(t)$  是持续时间为  $T_s$  的矩形脉冲,而  $a_n$  的取值服从下述关系

$$a_n = \begin{cases} 0, & \text{概率为 } P \\ 1, & \text{概率为 } (1 - P) \end{cases} \quad (6.2-2)$$

现令

$$s(t) = \sum_n a_n g(t - nT_s) \quad (6.2-3)$$

则式(6.2-1)变为

$$e_0(t) = s(t) \cos \omega_c t \quad (6.2-4)$$

通常,二进制振幅键控信号的产生方法(调制方法)有两种,如图 6-2 所示。图 6-2(a)就是一般的模拟幅度调制方法,不过这里的  $s(t)$  由式(6.2-3)规定;图 6-2(b)就是一种键控方法,这里的开关电路受  $s(t)$  控制;图 6-2(c)即为  $s(t)$  及  $e_0(t)$  的波形示例。二进制振幅键控信号,若一个信号状态始终为零,相当于处在断开状态,此时常称为通断键控信号(OOK 信号)。

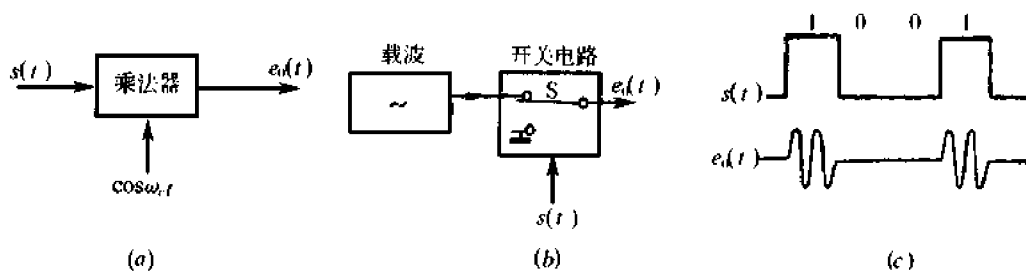


图 6-2 二进制振幅键控(OOK)信号的产生及波形示例

如同 AM 信号的解调方法一样,OOK 信号也有两种基本的解调方法:非相干解调(包络检波法)及相干解调(同步检测法)。相应的接收系统组成方框图如图 6-3 所示。与模拟 AM 信号的接收系统相比可知,这里增加了一个“抽样判决器”方框,这对于提高数字信号的接收性能是必要的。

二进制振幅键控方式是数字调制中出现最早的,也是最简单的。这种方法最初用于电报系统,但由于它在抗噪声的能力上较差(本章第 6.4 节将阐明这一点),故在数字通信中用得不多。不过,二进制振幅键控常常作为研究其他数字调制方式的基础,因此,熟悉



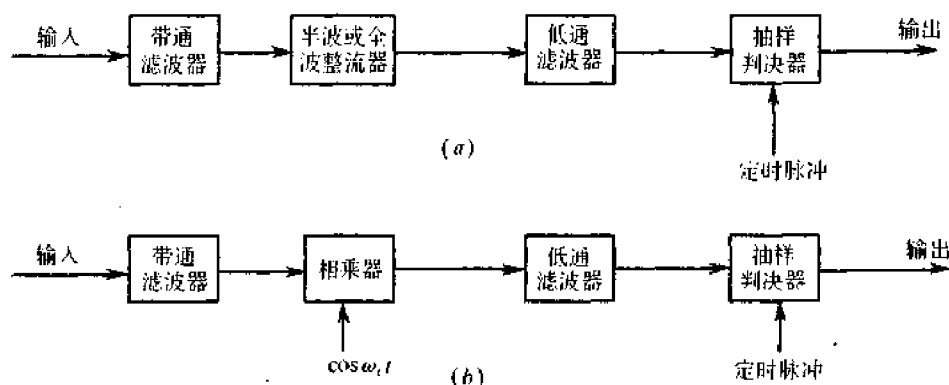


图 6-3 二进制振幅键控信号的接收系统组成方框图  
(a)非相干方式;(b)相干方式。

它仍然是必要的。

下面我们来分析二进制振幅键控信号的频谱。由于二进制振幅键控信号是随机的、功率型的信号,故研究频谱特性时,应该讨论它的功率谱密度。

前面已经得到,一个 OOK 信号  $e_0(t)$ , 可以表示成

$$e_0(t) = \left[ \sum_n a_n g(t - nT_s) \right] \cos \omega_c t = s(t) \cos \omega_c t \quad (6.2-5)$$

这里,  $s(t)$  便是代表信息的一个随机单极性矩形脉冲序列。

现设  $e_0(t)$  的功率谱密度为  $P_E(f)$ ,  $s(t)$  的功率谱密度为  $P_s(f)$ , 则由式(6.2-5)可得①

$$P_E(f) = \frac{1}{4} [P_s(f + f_c) + P_s(f - f_c)] \quad (6.2-6)$$

只要找到  $P_s(f)$ , 则  $P_E(f)$  也就可以确定。

因为  $s(t)$  是单极性的随机矩形脉冲序列, 因此, 可以按照 5.2 节中介绍的方法直接推得  $P_s(f)$ , 即

$$P_s(f) = f_s p(1-p) |G(f)|^2 + f_s^2 (1-p)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} |G(mf_s)|^2 \delta(f - mf_s) \quad (6.2-7)$$

式中

$$G(f) \Leftrightarrow g(t)$$

根据矩形波形  $g(t)$  的频谱特点, 对于所有  $m \neq 0$  的整数, 有  $G(mf_s) = 0$ , 故式(6.2-7)变为

$$P_s(f) = f_s p(1-p) |G(f)|^2 + f_s^2 (1-p)^2 |G(0)|^2 \delta(f) \quad (6.2-8)$$

现在将式(6.2-8)代入式(6.2-6), 便得到

$$P_E(f) = \frac{1}{4} f_s p(1-p) [ |G(f + f_c)|^2 + |G(f - f_c)|^2 ] + \frac{1}{4} f_s^2 (1-p)^2 |G(0)|^2 [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] \quad (6.2-9)$$

① 这里已假设  $P_s(f + f_c)$  与  $P_s(f - f_c)$  在频率轴上没有重叠部分, 实际上这往往能满足。

当概率  $P = 1/2$  时, 上式可写成

$$P_E(f) = \frac{1}{16} f_s [ |G(f + f_c)|^2 + |G(f - f_c)|^2 ] + \frac{1}{16} f_s^2 |G(0)|^2 [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] \quad (6.2-10)$$

又因为  $g(t)$  的频谱为

$$G(f) = T_s \left( \frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right) e^{-j\pi f T_s}$$

所以

$$|G(0)| = T_s \quad (6.2-11)$$

$$|G(f + f_c)| = T_s \left| \frac{\sin \pi (f + f_c) T_s}{\pi (f + f_c) T_s} \right| \quad (6.2-12)$$

$$|G(f - f_c)| = T_s \left| \frac{\sin \pi (f - f_c) T_s}{\pi (f - f_c) T_s} \right| \quad (6.2-13)$$

将式(6.2-11)、式(6.2-12)及式(6.2-13)代入式(6.2-10), 可得

$$P_E(f) = \frac{T_s}{16} \left[ \left| \frac{\sin \pi (f + f_c) T_s}{\pi (f + f_c) T_s} \right|^2 + \left| \frac{\sin \pi (f - f_c) T_s}{\pi (f - f_c) T_s} \right|^2 \right] + \frac{1}{16} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] \quad (6.2-14)$$

式中, 利用了  $f_s = 1/T_s$  的关系。此功率谱密度的示意图如图 6-4 所示。

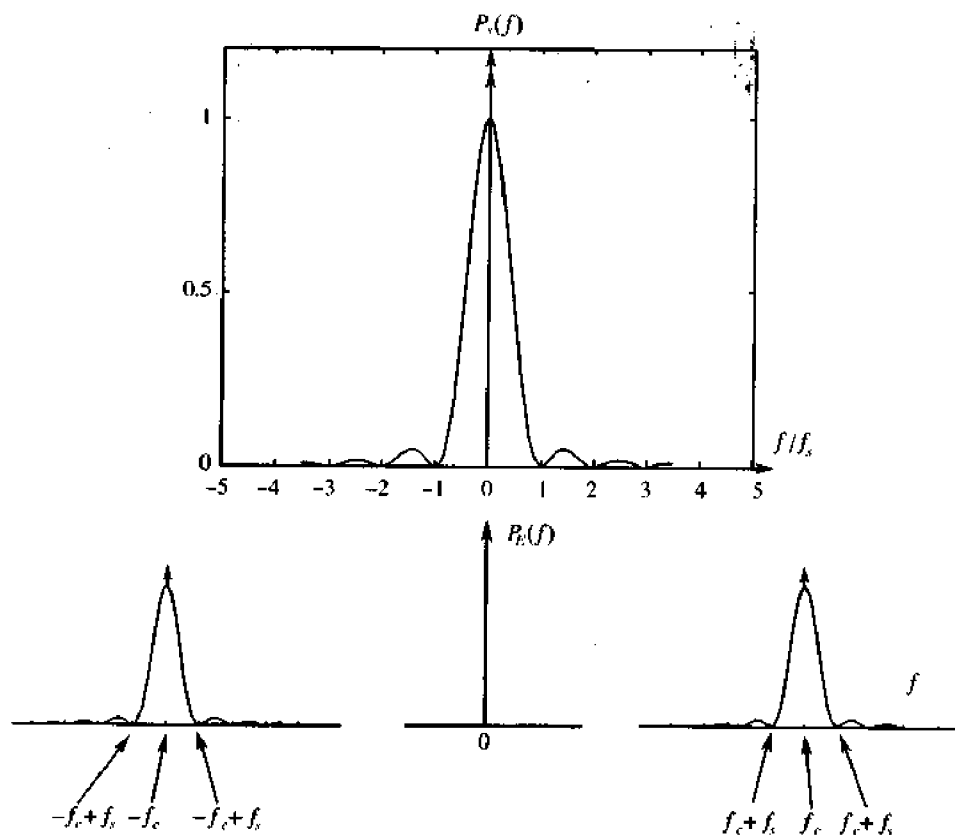


图 6-4 OOK 信号的功率谱密度示意图

由以上分析可看到:第一,二进制 OOK 信号的功率谱由连续谱和离散谱两部分组成,其中,连续谱取决于  $g(t)$  经线性调制后的双边带谱,而离散谱则由载波分量确定;第二,如同第 4 章中分析过的双边带调制一样,OOK 信号的带宽是基带脉冲波形带宽的两倍;第三,OOK 信号的第一旁瓣峰值比主峰值衰减 14dB。

### 6.2.2 二进制移频键控(2FSK)

如果信息源的有关特性同上一小节的假设,那么,2FSK 信号便是 0 符号对应于载频  $\omega_1$ ,而 1 符号对应于载频  $\omega_2$ (与  $\omega_1$  不同的另一载频)的已调波形,而且  $\omega_1$  与  $\omega_2$  之间的改变是瞬间完成的。容易想到,2FSK 信号可利用一个矩形脉冲序列对一个载波进行调频而获得。这正是频率键控通信方式早期采用的实现方法,也是利用模拟调频法实现数字调频的方法。2FSK 信号的另一产生方法便是采用键控法,即利用受矩形脉冲序列控制的开关电路对两个不同的独立频率源进行选通。以上两种产生方法及波形示例如图 6-5 所示,图中,  $s(t)$  代表信息的二进制矩形脉冲序列,  $e_0(t)$  的即是 2FSK 信号。

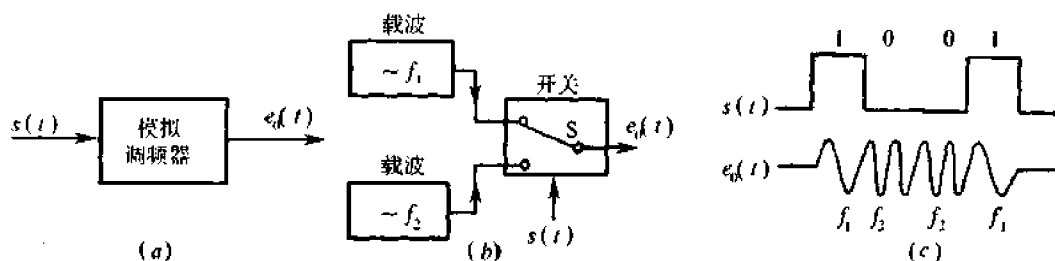


图 6-5 二进制移频键控(2FSK)信号的产生及波形示例

根据以上 2FSK 信号的产生原理,已调信号的数学表示式也不难写出,即

$$e_0(t) = \sum_n a_n g(t - nT_s) \cos(\omega_1 t + \varphi_n) + \sum_n \bar{a}_n g(t - nT_s) \cos(\omega_2 t + \theta_n) \quad (6.2-15)$$

式中  $g(t)$  为单个矩形脉冲,脉宽为  $T_s$ ,

$$a_n = \begin{cases} 0, & \text{概率为 } P \\ 1, & \text{概率为 } (1-P) \end{cases} \quad (6.2-16)$$

$\bar{a}_n$  是  $a_n$  的反码,即若  $a_n = 0$ ,则  $\bar{a}_n = 1$ ;若  $a_n = 1$ ,则  $\bar{a}_n = 0$ ,于是

$$\bar{a}_n = \begin{cases} 0, & \text{概率为 } (1-P) \\ 1, & \text{概率为 } P \end{cases} \quad (6.2-17)$$

$\varphi_n, \theta_n$  分别是第  $n$  个信号码元的初相位。

一般说来,键控法得到的  $\varphi_n, \theta_n$  是与序列  $n$  无关的,反映在  $e_0(t)$  上,仅表现出  $\omega_1$  与  $\omega_2$  改变时其相位是不连续的;而用模拟调频法时,由于当  $\omega_1$  与  $\omega_2$  改变时  $e_0(t)$  相位是连续的,故  $\varphi_n, \theta_n$  不仅与第  $n$  个信号码元有关,而且  $\theta_n$  与  $\varphi_n$  之间也应保持一定的关系<sup>[12]</sup>。

二进制 FSK 信号的常用解调方法是采用如图 6-6 所示的非相干检测法和相干检测法。这里的抽样判决器是判定哪一个输入样值大,此时可以不专门设置门限电平。

二进制移频键控(2FSK)信号还有其他解调方法,比如鉴频法、过零检测法及差分检

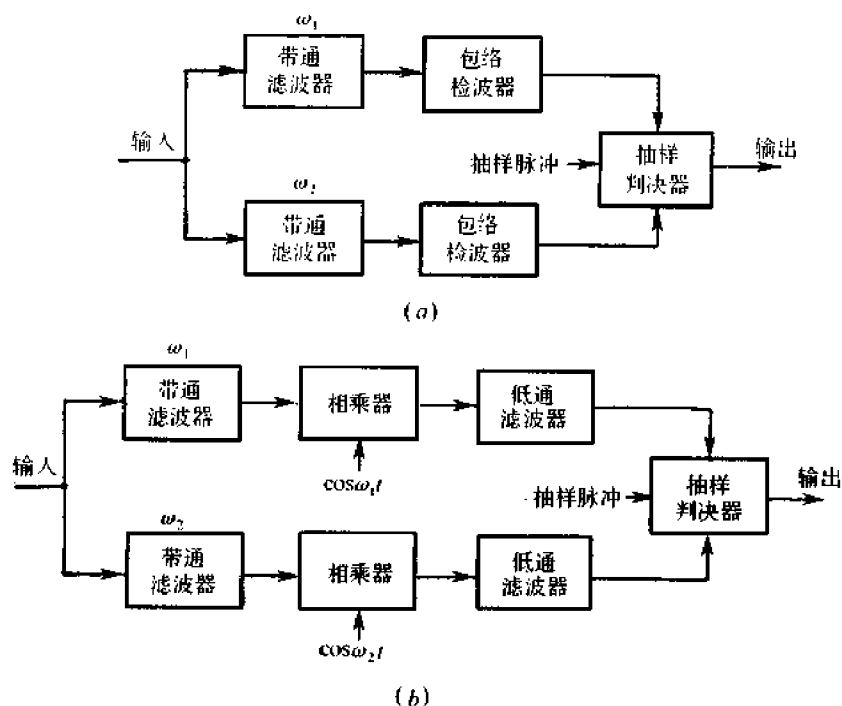


图 6-6 二进制移频键控信号常用的接收系统

(a)非相干方式;(b)相干方式。

波法等。鉴频法的原理已在第4章介绍过,下面只简单介绍后两种方法。

大家知道,数字调频波的过零点数随不同载频而异,故检出过零点数可以得到关于频率的差异。这就是过零检测法的基本思想,其原理如图6-7所示。输入信号  $u_i(t)$  经带通滤波器后,得到  $u_a(t)$ ,  $u_a(t)$  与  $u_i(t)$  的形状基本相同;  $u_a(t)$  经限幅后产生矩形波序列,经微分整流形成与频率变化相应的脉冲序列,这个序列就代表着调频波的过零点。将其变换成具有一定宽度的矩形波,并经低通滤波器滤除高次谐波,便能得到对应于原数字

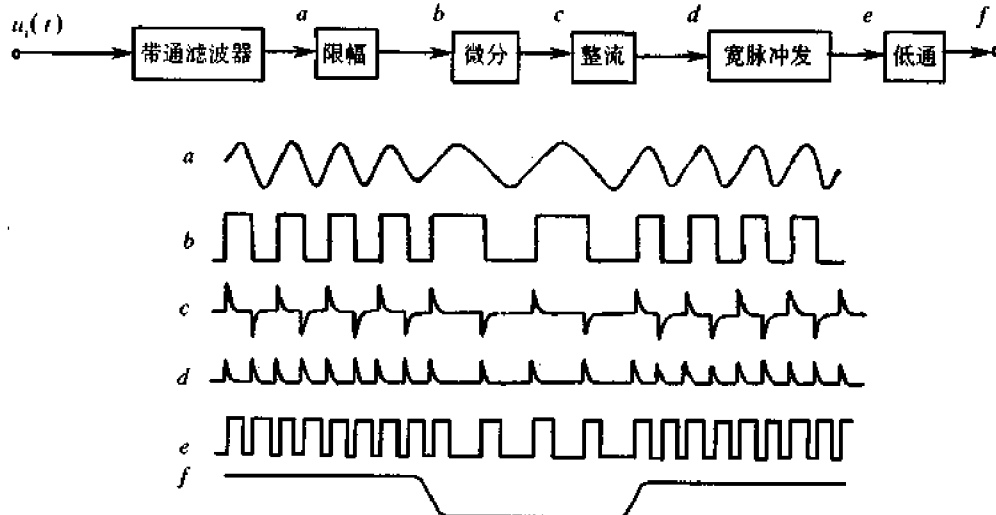


图 6-7 过零检测法的方框图及各点波形

信号的基带脉冲信号。

差分检波法的原理如图 6-8 所示,输入信号经接收滤波器滤除带外无用信号后被分

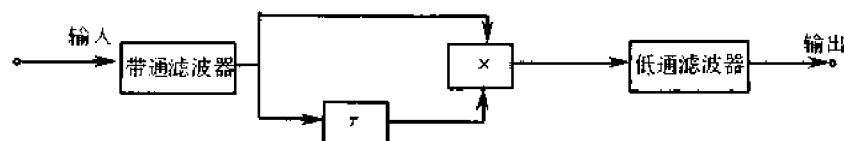


图 6-8 差分检波法原理方框图

成两路,一路直接送到乘法器(平衡调制器),另一路经时延  $\tau$  送到乘法器,相乘后再经低通滤波器提取信号。解调的原理如下:设输入为  $A\cos(\omega_0 + \omega)t$ ,它与延时  $\tau$  之波形的乘积为

$$A\cos(\omega_0 + \omega)t \cdot A\cos(\omega_0 + \omega)(t - \tau) = \\ (A^2/2)\cos(\omega_0 + \omega)\tau + (A^2/2)\cos[2(\omega_0 + \omega)t - (\omega_0 + \omega)\tau]$$

若用低通滤波器除去倍频分量,则其输出为

$$V = (A^2/2)\cos(\omega_0 + \omega)\tau$$

可见,  $V$  是角频率偏移  $\omega$  的函数,但却不是一个简单的函数关系。现在我们适当地选择  $\tau$ ,使

$$\cos\omega_0\tau = 0$$

则有  $\sin\omega_0\tau = \pm 1$ ,故此时有

$$V = -(A^2/2)\sin\omega\tau \quad \text{当 } \omega_0\tau = \pi/2$$

或

$$V = +(A^2/2)\sin\omega\tau \quad \text{当 } \omega_0\tau = -\pi/2$$

若角频偏较小,即  $\omega\tau \ll 1$ ,则有

$$V \approx -(A^2/2)\omega\tau \quad \text{当 } \omega_0\tau = \pi/2$$

$$V \approx +(A^2/2)\omega\tau \quad \text{当 } \omega_0\tau = -\pi/2$$

由此可见,当满足条件  $\cos\omega_0\tau = 0$  及  $\omega\tau \ll 1$  时,输出电压  $V$  将与角频偏  $\omega$  呈线性关系。这正是鉴频特性所要求的。

差分检波法基于输入信号与其延迟  $\tau$  的信号相比较,信道上的延迟失真将同时影响相邻信号,故不影响最终的鉴频效果。实践表明,当延迟失真为零时,这种方法的检测性能不如普通鉴频法;但当有较严重延迟失真时,它的性能要比鉴频法优越。不过差分检波法的实现将受条件  $\cos\omega_0\tau = 0$  的限制。

应当指出,以上三种方法通常都要对低通输出波形进行抽样判决。

2FSK 是数字通信中用得较广的一种方式。在话带内进行数据传输时,国际电报电话咨询委员会(CCITT)推荐在话音频带内低于 1200bit/s 数据率时使用 FSK 方式。在衰落信道中传输数据时,它也被广泛采用。

下面我们来求二进制移频键控(2FSK)信号的频谱。由于 2FSK 调制常属于非线性调制,因此,其频谱特性研究比较困难,以致还没有通用的分析方法。但在一定条件下近似地研究 2FSK 信号频谱特性的方法却有多种<sup>[12][13]</sup>。这里仅介绍其中的一种常用方法,即把二进制频率键控信号看成是两个振幅键控信号相叠加的方法。

根据式(6.2-15)中相位不连续 2FSK 信号的表达式,可求得它的功率谱密度。若设

$$s_1(t) = \sum_n a_n g(t - nT_s) \quad (6.2-18)$$

$$s_2(t) = \sum_n \bar{a}_n g(t - nT_s) \quad (6.2-19)$$

则式(6.2-15)变为

$$e_0(t) = s_1(t)\cos\omega_1 t + s_2(t)\cos\omega_2 t \quad (6.2-20)$$

为了简明起见,这里没有考虑相位的影响。根据 2ASK 信号功率谱密度的表示式,我们可以得到这种 2FSK 信号功率谱密度的表示式如下:

$$P_E(f) = \frac{1}{4} [P_{s_1}(f - f_1) + P_{s_1}(f + f_1)] + \frac{1}{4} [P_{s_2}(f - f_2) + P_{s_2}(f + f_2)] \quad (6.2-21)$$

这里,  $P_{s_1}(f)$  及  $P_{s_2}(f)$  分别是  $s_1(t)$  及  $s_2(t)$  的功率谱密度。根据式(6.2-16)、式(6.2-17)以及式(6.2-8)可以求得  $P_{s_1}(f)$  及  $P_{s_2}(f)$ , 并将它们代入式(6.2-21), 便可得到这种 2FSK 信号的功率谱密度的表示式

$$\begin{aligned} P_E(f) = & \frac{1}{4} f_s P(1-P) [ |G(f+f_1)|^2 + |G(f-f_1)|^2 ] + \\ & \frac{1}{4} f_s P(1-P) [ |G(f+f_2)|^2 + |G(f-f_2)|^2 ] + \\ & \frac{1}{4} f_s^2 P(1-P)^2 |G(0)|^2 [ \delta(f+f_1) + \delta(f-f_1) ] + \\ & \frac{1}{4} f_s^2 P^2 |G(0)|^2 [ \delta(f+f_2) + \delta(f-f_2) ] \end{aligned} \quad (6.2-22)$$

当概率  $P = 1/2$  时, 上式可以写成

$$\begin{aligned} P_E(f) = & \frac{1}{16} f_s [ |G(f+f_1)|^2 + |G(f-f_1)|^2 + |G(f+f_2)|^2 + \\ & |G(f-f_2)|^2 ] + \frac{1}{16} f_s^2 |G(0)|^2 [ \delta(f+f_1) + \\ & \delta(f-f_1) + \delta(f+f_2) + \delta(f-f_2) ] \end{aligned} \quad (6.2-23)$$

又因为  $g(t)$  是矩形脉冲, 所以

$$|G(f)| = T_s \left| \frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right| \quad (6.2-24)$$

故有

$$|G(0)| = T_s$$

$$|G(f+f_1)| = T_s \left| \frac{\sin \pi (f+f_1) T_s}{\pi (f+f_1) T_s} \right| \quad (6.2-25a)$$

$$|G(f-f_1)| = T_s \left| \frac{\sin \pi (f-f_1) T_s}{\pi (f-f_1) T_s} \right| \quad (6.2-25b)$$

$$|G(f + f_2)| = T_s \left| \frac{\sin \pi(f + f_2)T_s}{\pi(f + f_2)T_s} \right| \quad (6.2-25c)$$

$$|G(f - f_2)| = T_s \left| \frac{\sin \pi(f - f_2)T_s}{\pi(f - f_2)T_s} \right| \quad (6.2-25d)$$

将以上关系代入式(6.2-23),可得

$$P_E(f) = \frac{1}{16} \left( \left| \frac{\sin \pi(f + f_1)T_s}{\pi(f + f_1)T_s} \right|^2 + \left| \frac{\sin \pi(f - f_1)T_s}{\pi(f - f_1)T_s} \right|^2 + \left| \frac{\sin \pi(f + f_2)T_s}{\pi(f + f_2)T_s} \right|^2 + \left| \frac{\sin \pi(f - f_2)T_s}{\pi(f - f_2)T_s} \right|^2 \right) + \frac{1}{16} [\delta(f + f_1) + \delta(f - f_1) + \delta(f + f_2) + \delta(f - f_2)] \quad (6.2-26)$$

式中,利用了  $f_s = 1/T_s$  的关系式。此功率谱密度的示意图如图 6-9 所示。

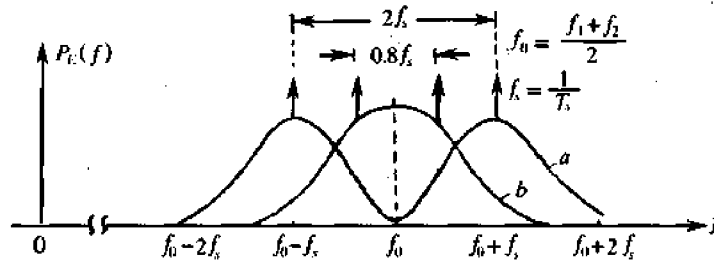


图 6-9 相位不连续 2FSK 信号的功率谱示意图(单边谱)

从以上分析可以看到:第一,2FSK 信号的功率谱同样由连续谱和离散谱组成。其中,连续谱由两个双边谱叠加而成,而离散谱出现在两个载频位置上;第二,若两个载频之差较小,比如小于  $f_s$ ,则连续谱出现单峰;若载频之差逐步增大,即  $f_1$  与  $f_2$  的距离增加,则连续谱将出现双峰,这一点从图 6-9 可以看出;第三,由上面两个特点看到,传输 2FSK 信号所需的第一零点带宽  $\Delta f$  约为

$$\Delta f = |f_2 - f_1| + 2f_s \quad (6.2-27)$$

图 6-9 画出了 2FSK 信号的功率谱示意图,图中的谱高度是示意的,且是单边的。曲线 a 对应的  $f_1 = f_0 + f_s$ ,  $f_2 = f_0 - f_s$ ;曲线 b 对应的  $f_1 = f_0 + 0.4f_s$ ,  $f_2 = f_0 - 0.4f_s$ 。

### 6.2.3 二进制移相键控及二进制差分相位键控(2PSK 及 2DPSK)

二进制移相键控(2PSK)方式是受键控的载波相位按基带脉冲而改变的一种数字调制方式。设二进制符号及其基带波形与以前假设的一样,那么,2PSK 的信号形式一般表示为

$$e_0(t) = \left[ \sum_n a_n g(t - nT_s) \right] \cos \omega_c t \quad (6.2-28)$$

这里  $g(t)$  是脉宽为  $T_s$  的单个矩形脉冲,而  $a_n$  的统计特性为

$$a_n = \begin{cases} +1, & \text{概率为 } P \\ -1, & \text{概率为 } (1 - P) \end{cases} \quad (6.2-29)$$

这就是说,在其一码元持续时间  $T_s$  内观察时,  $e_0(t)$  为

$$e_0(t) = \begin{cases} \cos\omega_c t, & \text{概率为 } P \\ -\cos\omega_c t, & \text{概率为 } (1-P) \end{cases}$$

即发送二进制符号 0 时( $a_n$  取 +1)  $e_0(t)$  取 0 相位;发送二进制符号 1 时( $a_n$  取 -1)  $e_0(t)$  取  $\pi$  相位。这种以载波的不同相位直接去表示相应数字信息的相位键控,通常被称为绝对移相方式。

但我们看到,如果采用绝对移相方式,由于发送端是以某一个相位作基准的,因而在接收系统中也必须有一个固定基准相位作参考。如果这个参考相位发生变化(0 相位变  $\pi$  相位或  $\pi$  相位变 0 相位),则恢复的数字信息就会发生 0 变为 1 或 1 变为 0,从而造成错误的恢复。考虑到实际通信时参考基准相位的随机跳变是可能的,而且在通信过程中不易被发觉,比如,由于某种突然的骚动,系统中的分频器可能发生状态的转移、锁相环路的稳定状态也可能发生转移等等。这样,采用 2PSK 方式就会在接收端发生错误的恢复。这种现象,常称为 2PSK 方式的“倒  $\pi$ ”现象或“反向工作”现象。为此,实际中一般不采用 2PSK 方式,而采用一种所谓的相对(差分)移相(2DPSK)方式。

2DPSK 方式即是利用前后相邻码元的相对载波相位值去表示数字信息的一种方式。例如,假设相位值用相位偏移  $\Delta\Phi$  表示( $\Delta\Phi$  定义为本码元初相与前一码元初相之差<sup>①</sup>),并设

$$\begin{cases} \Delta\Phi = \pi \rightarrow \text{数字信息“1”} \\ \Delta\Phi = 0 \rightarrow \text{数字信息“0”} \end{cases} \quad (6.2-30)$$

则数字信息序列与 2DPSK 信号的码元相位关系可举例表示如下:

数字信息:            0 0 1 1 1 0 0 1 0 1  
2DPSK 信号相位:    0 0 0  $\pi$  0  $\pi$   $\pi$   $\pi$  0 0  $\pi$   
或                     $\pi$   $\pi$   $\pi$  0  $\pi$  0 0 0  $\pi$   $\pi$  0

按照前面的规定画出的 2PSK 及 2DPSK 信号的波形如图 6-10 所示。这里的规定也可另作假设,比如

$$\begin{aligned} \text{对于 2PSK, 令} & \begin{cases} 0 \text{ 相} \rightarrow \text{数字信息“1”} \\ \pi \text{ 相} \rightarrow \text{数字信息“0”} \end{cases} \\ \text{对于 2DPSK, 令} & \begin{cases} \Delta\Phi = 0 \rightarrow \text{数字信息“1”} \\ \Delta\Phi = \pi \rightarrow \text{数字信息“0”} \end{cases} \end{aligned} \quad (6.2-31)$$

需指出,(6.2-30)符合 CCITT 国际标准,(6.2-31)的规定则不符。

由图 6-10 可以看出,2DPSK 的波形与 2PSK 的不同,2DPSK 波形的同一相位并不对应相同的数字信息符号,而前后码元相对相位的差才唯一决定信息符号。这说明,解调 2DPSK 信号时并不依赖于某一固定的载波相位参考值,只要前后码元的相对相位关系不破坏,则鉴别这个相位关系就可正确恢复数字信息,这就避免了 2PSK 方式中的倒  $\pi$  现象发生。同时我们还看出,单纯从波形上看,2DPSK 与 2PSK 是无法分辨的,比如图 6-10 中 2DPSK 也可以是另一符号序列(见图中下部的序列,称相对码)经绝对移相而形成的。这

<sup>①</sup>  $\Delta\Phi$  也可有另外定义,例如,本码元的初相与前一码元的终相之差等等。



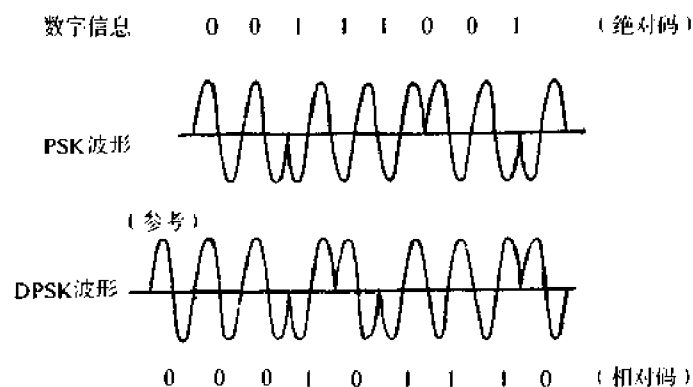


图 6-10 2PSK 及 2DPSK 信号的波形

说明,一方面,只有已知移相键控方式是绝对的还是相对的,才能正确判定原信息;另一方面,相对移相信号可以看作是把数字信息序列(绝对码)变换成相对码,然后再根据相对码进行绝对移相而形成。例如,图中的相对码就是按相邻符号不变表示原数字信息“0”、相邻符号改变表示原数字信息“1”的规律由绝对码变换而来的。这里的相对码概念就是 5.2 节中介绍过的一种差分波形。

为了便于说明概念,我们可以把每个码元用一个如图 6-11 所示的矢量图来表示。图中,虚线矢量位置称为基准相位。在绝对移相中,它是未调制载波的相位;在相对移相中,它是前一码元载波的相位。如果假设每个码元中包含有整数个载波周期,那么,两相邻码元载波的相位差既表示调制引起的相位变化,也是两码元交界点载波相位的瞬时跳变量。根据 CCITT 的建议,图 6-11(a)所示的移相方式,称为 A 方式。在这种方式中,每个码元的载波相位相对于基准相位可取  $0, \pi$ 。因此,在相对移相时,若后一码元的载波相位相对于基准相位为 0,则前后两码元载波的相位就是连续的;否则,载波相位在两码元之间要发生突跳。图 6-11(b)所示的移相方式,称为 B 方式。在这种方式中,每个码元的载波相位相对于基准相位可取  $\pm \pi/2$ 。因而,在相对移相时,相邻码元之间必然发生载波相位的跳变。这样,在接收端接收该信号时,如果利用检测此相位变化以确定每个码元的起止时刻,即可提供码元定时信息(关于这个问题在第 11 章中还将进一步讨论)。这正是 B 方式被广泛采用的原因之一。

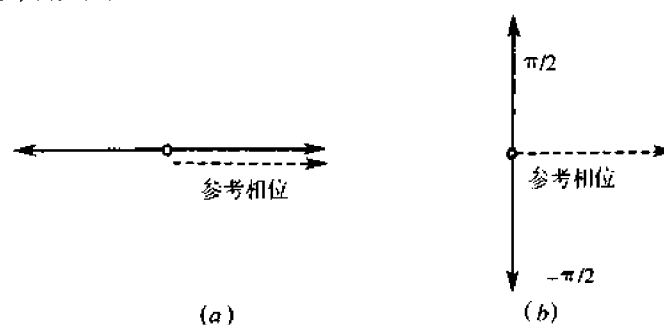


图 6-11 二相调制移相信号矢量图

(a) A 方式; (b) B 方式。

现在再来讨论 2PSK 及 2DPSK 信号的调制与解调。2PSK 及 2DPSK 信号的调制方框图如图 6-12 所示。图(a)是产生 2DPSK 信号的模拟调制法框图;图(b)是产生 2PSK 信号的键控法框图;图(c)是产生 2DPSK 信号的键控法框图。图中,码变换器是用来完成绝对码波形  $s(t)$  到相对码波形变换的。

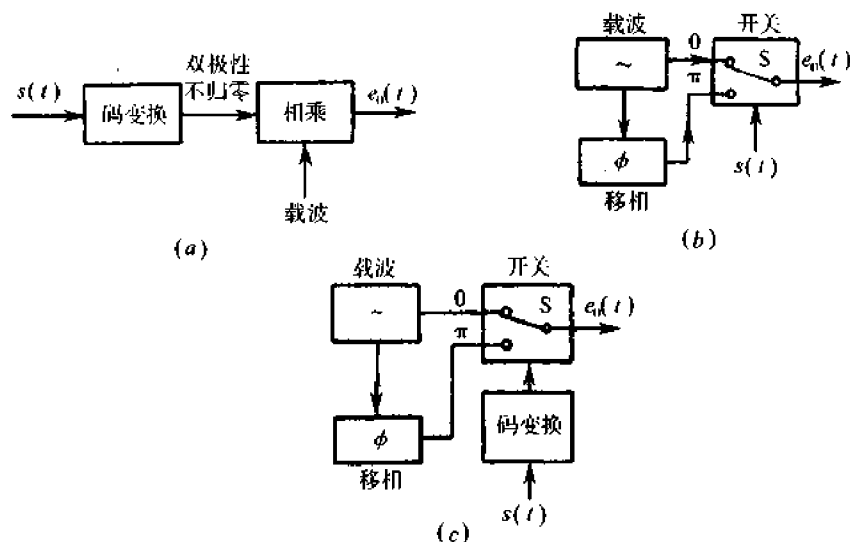


图 6-12 2PSK 及 2DPSK 的调制方框图

对于 2PSK 信号的解调,容易想到的一种方法是相干解调,其相应的方框图如图 6-13(a)所示。又考虑到相干解调在这里实际上起鉴相作用,故相干解调中的“相乘—低通”又可用各种鉴相器替代,如图 6-13(b)所示。图中的解调过程,实质上是输入已调信号与本地载波信号进行极性比较的过程,故常称为极性比较法解调。

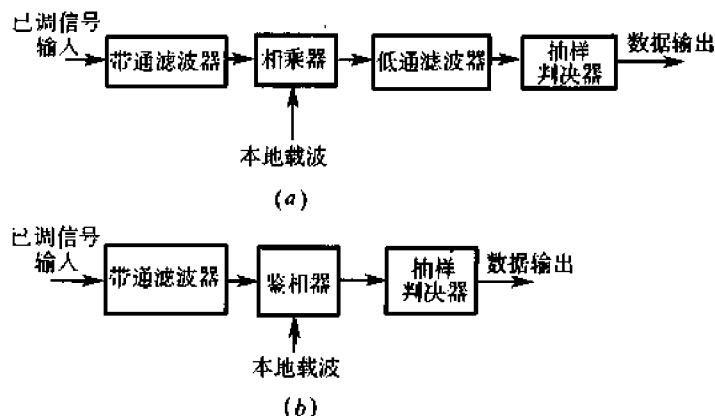


图 6-13 2PSK 信号的接收方框图

由图 6-12 不难看出,2DPSK 信号也可采用极性比较法解调,但必须把输出序列再变换成绝对码序列,其原理方框如图 6-14(a)所示。此外,2DPSK 信号还可采用一种所谓的差分相干解调的方法,它是直接比较前后码元的相位差而构成的,故又称为相位比较法解调,其原理方框如图 6-14(b)所示。由于此时的解调已同时完成码变换作用,故无需另加码变换器。由于这种解调方法又无需专门的相干载波,故是一种实用的方法。当然,

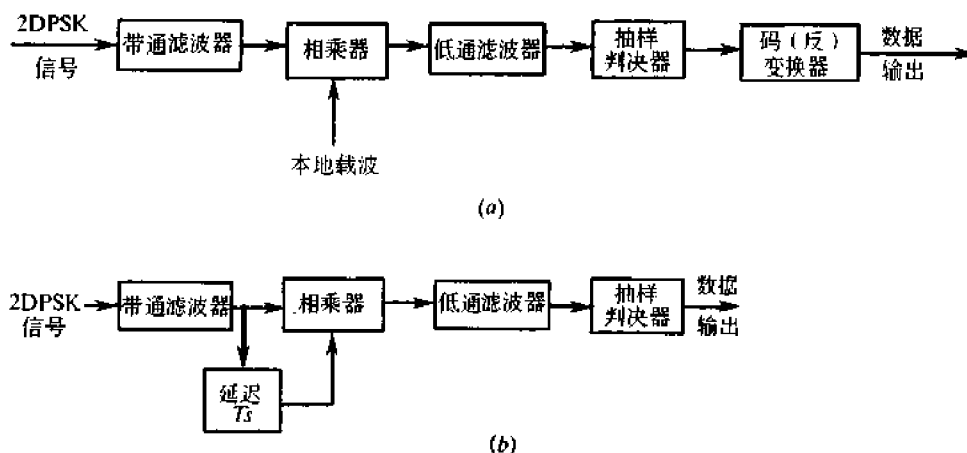


图 6-14 2DPSK 信号的接收方框图

它需要一延迟电路(精确地延迟一个码元间隔  $T_s$ ),这是在设备上花费的代价。后面将会进一步看到,2DPSK 的系统误码性能比 2PSK 的稍差。

下面再来讨论 2PSK 信号的频谱。将式(6.2-28)与式(6.2-1)比较可见,它们形式上是完全相同的,所不同的只是  $a_n$  的取值。因此,求 2PSK 信号的功率谱密度时,也可以采用与求 2ASK 信号功率谱密度相同的方法。于是,2PSK 信号的功率谱密度可以写成

$$P_E(f) = \frac{1}{4} [P_s(f + f_c) + P_s(f - f_c)] \quad (6.2-32)$$

由于  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT_s)$  为双极性矩形基带波形信号,故上式可得

$$P_E(f) = f_s P(1-P) [G(f + f_c)^2 + G(f - f_c)^2] + \frac{1}{4} f_s^2 (1-2P)^2 |G(0)|^2 [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] \quad (6.2-33)$$

若双极性基带波形信号的“1”与“0”出现概率相等(即  $P = 1/2$ ),则式(6.2-33)变成

$$P_E(f) = \frac{1}{4} f_s [G(f + f_c)^2 + G(f - f_c)^2] \quad (6.2-34)$$

又因为  $g(t)$  的频谱  $G(f)$  为

$$G(f) = T_s \left| \frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right|$$

所以式(6.2-34)还可以写成

$$P_E(f) = \frac{T_s}{4} \left[ \left| \frac{\sin \pi (f + f_c) T_s}{\pi (f + f_c) T_s} \right|^2 + \left| \frac{\sin \pi (f - f_c) T_s}{\pi (f - f_c) T_s} \right|^2 \right] \quad (6.2-35)$$

由以上分析可以看出,二相绝对移相信号的功率谱密度同样由离散谱与连续谱两部分组成,但当双极性基带信号以相等的概率( $P = 1/2$ )出现时,将不存在离散谱部分。同时,还可以看出,其连续谱部分与 2ASK 信号的连续谱基本相同(仅相差一个常数因子)。因此,2FSK 信号的带宽也与 2ASK 信号的相同。

顺便指出,对于二相相对移相调制,式(6.2-28)并不表示原数字序列的已调制信号波形,而是表示绝对码变换成相对码后的数字序列的已调相信号波形。因此,二相相对移相信号的频谱与二相绝对移相信号的频谱是完全相同的。

由于二进制移相键控系统在抗噪声性能及信道频带利用率等方面比二进制 FSK 及 OOK 的优越(下面即将分析),因而被广泛应用于数字通信中。考虑到 2PSK 方式有倒  $\pi$  现象,故它的改进型 2DPSK 受到重视。目前,在话带内以中速传输数据时,2DPSK 是 CCITT 建议选用的一种数字调制方式。

### 6.3 二进制数字调制系统的抗噪声性能

以上我们较详细地讨论了二进制数字调制系统的原理。本节将分别讨论二进制振幅键控、移频键控及移相键控系统的抗噪声性能。

通信系统的抗噪声性能是指系统克服加性噪声影响的能力。在数字通信中,信道加性噪声有可能使传输码元产生错误。错误程度通常用误码率(或称码元错误概率)来衡量。因此,与数字基带传输系统一样,分析数字调制系统的抗噪声性能,也就是要找出系统由加性噪声产生的总误码率。

#### 6.3.1 通断键控(OOK)系统的抗噪声性能

二进制振幅键控的应用虽然不像移频键控和移相键控那样广泛,但由于它的抗噪声性能分析方法具有普遍意义,因此,我们首先讨论二进制振幅键控系统的抗噪声性能。

由于信道加性噪声被认为只对信号的接收产生影响,故分析系统的抗噪声性能也只要考虑接收部分。同时认为这里的信道加性噪声既包括实际信道中的噪声,也包括接收设备噪声折算到信道中的等效噪声。

对于二进制振幅键控系统,在一个码元的持续时间内其发送端输出的波形  $s_T(t)$  可以表示为

$$s_T(t) = \begin{cases} u_T(t) & \text{发送“1”时} \\ 0 & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.3-1)$$

其中

$$u_T(t) = \begin{cases} A \cos \omega_c t & 0 < t < T_s \\ 0 & \text{其他 } t \end{cases} \quad (6.3-2)$$

式中  $T_s$  为二进制码元的宽度。显然,在每一段时间  $(0, T_s)$  内观察,接收端的输入波形必可表示成

$$y_i(t) = \begin{cases} u_i(t) + n_i(t) & \text{发送“1”时} \\ n_i(t) & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.3-3)$$

式中,  $u_i(t)$  为  $u_T(t)$  经传输后的波形。为简明起见,我们认为发送信号经传输后除有固定衰减外未受到畸变,则式(6.3-3)中  $u_i(t)$  即可写成

$$u_i(t) = \begin{cases} a \cos \omega_c t & 0 < t < T_s \\ 0 & \text{其他 } t \end{cases} \quad (6.3-4)$$

而  $n_i(t)$  为加性高斯白噪声。

6.2 节已经指出,对于振幅键控信号,通常可用包络检波法或同步检测法对其进行解调,如图 6-3 所示。

假设图 6-3 中的带通滤波器恰好使信号完整地通过,则它的输出波形  $y(t)$  由式 (6.3-3) 改变为

$$y(t) = \begin{cases} u_i(t) + n(t) & \text{发送“1”时} \\ n(t) & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.3-5)$$

式中  $n(t)$  为高斯白噪声通过带通滤波器后的噪声。根据第 2 章的讨论,  $n(t)$  便是一个窄带高斯过程,且它可表示为

$$n(t) = n_c(t)\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t \quad (6.3-6)$$

于是

$$y(t) = \begin{cases} a\cos\omega_c t + n_c(t)\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t & \text{发送“1”时} \\ n_c(t)\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t & \text{发送“0”时} \end{cases}$$

即

$$y(t) = \begin{cases} [a + n_c(t)]\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t & \text{发送“1”时} \\ n_c(t)\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.3-7)$$

下面我们将分别讨论包络检波法和同步检测法的性能。

#### 1. 包络检波法的系统性能

由式 (6.3-7) 可知,若发送“1”码,则在  $(0, T_s)$  内,带通滤波器输出的包络为

$$V(t) = \sqrt{[a + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)} \quad (6.3-8)$$

若发送“0”码,则带通的输出包络为

$$V(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)} \quad (6.3-9)$$

根据 2.6 节和 2.7 节的讨论可知,由式 (6.3-8) 给出的包络函数,其一维概率密度函数服从广义瑞利分布;而由式 (6.3-9) 给出的包络函数,其一维概率密度函数服从瑞利分布。因此,它们的概率密度分别可表示为

$$f_1(V) = \frac{V}{\sigma_n^2} I_0\left(\frac{aV}{\sigma_n^2}\right) e^{-(V^2+a^2)/2\sigma_n^2} \quad (6.3-10)$$

$$f_0(V) = \frac{V}{\sigma_n^2} e^{-V^2/2\sigma_n^2} \quad (6.3-11)$$

式中,  $\sigma_n^2$  为  $n(t)$  的方差。

显然,波形  $y(t)$  经包络检波器及低通滤波器后的输出由式 (6.3-8) 及式 (6.3-9) 决定。因此,再经抽样判决后即可确定接收码元是“1”还是“0”。我们可规定,倘若  $V(t)$  的抽样值  $V > b$ ,则判为“是 1 码”;若  $V \leq b$ ,则判为“是 0 码”。显然,我们选择什么样的门限电压  $b$  与判决的正确程度(或错误程度)密切相关。选定的  $b$  值不同,得到的误码率也不同。这一点可从下面的分析中清楚地看到。

(1) 当发送的码元为“1”时,错误接收的概率即是包络值  $V$  小于或等于  $b$  的概率,即

$$\begin{aligned} P_{e1} &= P(V \leq b) = \int_0^b f_1(V) dV = 1 - \int_b^\infty f_1(V) dV = \\ &= 1 - \int_b^\infty \frac{V}{\sigma_n^2} I_0\left(\frac{aV}{\sigma_n^2}\right) e^{-(V^2+a^2)/2\sigma_n^2} dV \end{aligned} \quad (6.3-12)$$

上式中的积分值可以用  $Q$  函数(Marcum  $Q$  函数)计算,该函数定义为

$$Q(\alpha, \beta) = \int_{\beta}^{\infty} t I_0(\alpha t) e^{-(t^2 + \alpha^2)/2} dt$$

令上式中

$$\alpha = \frac{a}{\sigma_n}, \beta = \frac{b}{\sigma_n}, t = \frac{V}{\sigma_n}$$

则式(6.3-12)可以写成

$$P_{e1} = 1 - Q\left(\frac{a}{\sigma_n}, \frac{b}{\sigma_n}\right) \quad (6.3-13)$$

因为带通滤波器的输出信噪比为  $a^2/2\sigma_n^2$ , 而  $b/\sigma_n$  可称为归一化门限值(记为  $b_0$ ), 故式(6.3-13)又可表示为

$$P_{e1} = 1 - Q(\sqrt{2r}, b_0) \quad (6.3-14)$$

式中,  $r = a^2/2\sigma_n^2$  (信噪比)。

(2)同理, 当发送“0”时, 错误接收概率为噪声电压的包络抽样值超过门限  $b$  的概率, 即

$$P_{e2} = P(V > b) = \int_b^{\infty} f_0(V) dV = \int_b^{\infty} \frac{V}{\sigma_n^2} e^{-V^2/2\sigma_n^2} dV = e^{-b^2/2\sigma_n^2} = e^{-b_0^2/2} \quad (6.3-15)$$

假设发送“1”码的概率为  $P(1)$ , 发送“0”码的概率为  $P(0)$ , 则系统的总误码率  $P_e$  为

$$P_e = P(1)P_{e1} + P(0)P_{e2} = P(1)[1 - Q(\sqrt{2r}, b_0)] + P(0)e^{-b_0^2/2} \quad (6.3-16)$$

假如  $P(1) = P(0)$ , 则有

$$P_e = \frac{1}{2}[1 - Q(\sqrt{2r}, b_0)] + \frac{1}{2}e^{-b_0^2/2} \quad (6.3-17)$$

由此可见, 包络检波法的系统误码率取决于系统输入信噪比和归一化门限值。下面我们对式(6.3-17)中的关系做些必要的讨论。首先, 我们看到式(6.3-17)决定的误码率  $P_e$  即为图 6-15 所示的两块阴影面积之和的一半。设图中两条概率密度曲线  $f_1(V)$  及  $f_0(V)$  相交于  $b_0^*$ , 并令在该门限值下的  $P_{e1}$  记为  $P_{e1}^*$ ,  $P_{e2}$  记为  $P_{e2}^*$ , 那么, 若  $b_0 < b_0^*$ , 则有  $P_{e1}^* > P_{e1}$ , 而  $P_{e2}^* < P_{e2}$ ; 若  $b_0 > b_0^*$ , 则有  $P_{e1}^* < P_{e1}$ , 而  $P_{e2}^* > P_{e2}$ 。这说明当  $b_0$  大于或小于  $b_0^*$  时将会导致  $P_{e1}$  或  $P_{e2}$  的一个增大而另一个减小, 这是符合实际的。但我们从图中发现, 因为总误码率  $P_e$  是由  $P_{e1}$  和  $P_{e2}$  的相应阴影面积相加而成的, 而任何  $b_0 \neq b_0^*$  时的两个阴影面积总是包含  $b_0 = b_0^*$  时的两个阴影面积, 因此, 只有当  $b_0 = b_0^*$  时, 两个阴影面积的总和才是最小的。这就意味着, 当门限值选择等于  $b_0^*$  时, 系统将有最小的误码率。这个门限就称为最佳门限。

最佳门限值  $V^*$  可以由下列方程式确定

$$f_1(V^*) = f_0(V^*) \quad (6.3-18)$$

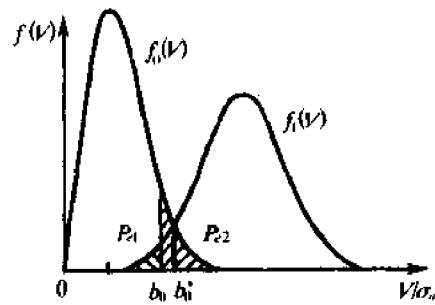


图 6-15 包络检波时误码率的几何表示

这是根据最佳门限值在两曲线的相交处而得到的,其中  $V^*$  即为  $b_0^* \sigma_n$ 。由式(6.3-10)、式(6.3-11)和式(6.3-18)可得

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} = \ln I_0 \left( \frac{aV^*}{\sigma_n^2} \right) \quad (6.3-19)$$

在大信噪比( $r \gg 1$ )条件下,上式变为

$$\frac{a^2}{2\sigma_n^2} = \frac{aV^*}{\sigma_n^2}$$

由此得到

$$V^* = a/2$$

或有

$$b_0^* = V^* / \sigma_n = \sqrt{r/2}$$

在小信噪比( $r \ll 1$ )条件下,式(6.3-19)变为

$$\frac{a^2}{2\sigma_n^2} = \frac{1}{4} \left( \frac{aV^*}{\sigma_n^2} \right)^2 \quad (6.3-20)$$

由此得到

$$V^* = \sqrt{2\sigma_n^2} \text{ 或 } b_0^* = \sqrt{2}$$

显然,对于任意的  $r$  值,  $b_0^*$  的取值将介于  $\sqrt{2}$  和  $\sqrt{r/2}$  之间。

实际上,采用包络检波法的接收系统通常工作在大信噪比的情况下,因而,最佳门限应取  $\sqrt{r/2}$ ,即最佳非归一化的门限值  $V^* = a/2$ 。这就是说,这时门限恰好是接收信号包络值  $a$  的一半。对于大信噪比和最佳门限,因为  $\alpha \gg 1, \beta \gg 1$  时有

$$Q(\alpha, \beta) \approx 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{2}} \right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\beta - \alpha}{\sqrt{2}} \right]$$

式中

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$$

于是,由式(6.3-17)可得 OOK 非相干接收时的误码率为

$$P_e = \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{r}}{2} \right) + \frac{1}{2} e^{-r/4} \quad (6.3-21)$$

又因为  $x \rightarrow \infty$  时,  $\operatorname{erfc}(x) \rightarrow 0$ , 故当  $r \rightarrow \infty$  时,上式的下界为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/4} \quad (6.3-22)$$

值得提醒的是,以上讨论是在  $P(1) = P(0)$  假设条件下得出的。如果  $P(1) \neq P(0)$ , 则应根据式(6.3-16)及上面的分析方法去讨论,这里就不赘述了。

## 2. 同步检测法的系统性能

参看图 6-3(b), 这时当式(6.3-7)波形经过相乘器和低通滤波器之后,在抽样判决器输入端得到的波形  $x(t)$  为

$$x(t) = \begin{cases} a + n_c(t), & \text{发送“1”时} \\ n_c(t), & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.3-23)$$

式中未计入系数  $1/2$ , 这是因为该系数可以由电路中的增益来加以补偿。由于  $n_c(t)$  是高斯过程, 因此当发送“1”时, 过程  $a + n_c(t)$  的一维概率密度为

$$f_1(x) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp[-(x-a)^2/2\sigma_n^2] \quad (6.3-24)$$

其曲线如图 6-16(a) 所示。而当发送“0”时,  $n_r(t)$  的一维概率密度为

$$f_0(x) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp[-x^2/2\sigma_n^2] \quad (6.3-25)$$

其曲线如图 6-16(b) 所示。

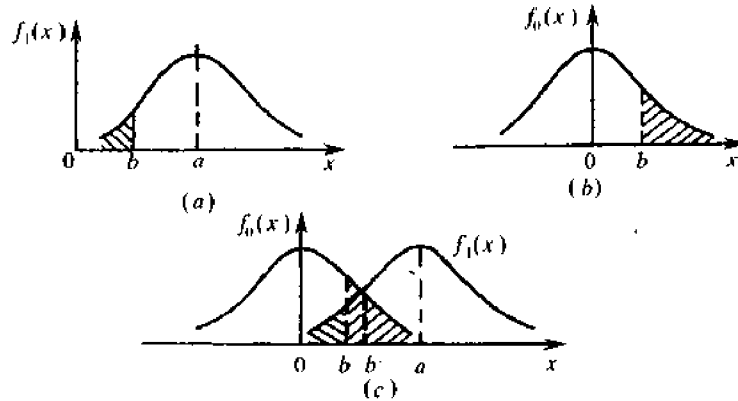


图 6-16 同步检测时误码率的几何表示

若仍令判决门限为  $b$ , 则将“1”错误判决为“0”的概率  $P_{e1}$  及将“0”错判为“1”的概率  $P_{e2}$  可以分别求得

$$P_{e1} = \int_{-\infty}^b f_1(x) dx = 1 - \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{b-a}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right] \quad (6.3-26)$$

其中

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$$

$$P_{e2} = \int_b^{\infty} f_0(x) dx = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right] \quad (6.3-27)$$

因此, 假设  $P(1) = P(0)$ , 则可得系统总误码率  $P_e$  为

$$P_e = \frac{1}{2} P_{e1} + \frac{1}{2} P_{e2} = \frac{1}{4} \left[ 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{b-a}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right] + \frac{1}{4} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right] \quad (6.3-28)$$

如果我们将  $f_1(x)$  与  $f_0(x)$  的曲线合画在同一个图中, 如图 6-16(a) 所示, 则上式表明, 系统总误码率等于图 6-16(c) 中画有斜线区域总面积的一半。显然, 误码率  $P_e$  与判决门限  $b$  有关。

这时的最佳门限, 同样可以仿照前面的方法来确定, 此时有

$$f_1(x^*) = f_0(x^*)$$

将式(6.3-24)及式(6.3-25)代入上述方程, 即得

$$x^* = \frac{a}{2}$$

而归一化门限值  $b_0^* = x^* / \sigma_n = \sqrt{r}/2$ 。将这个结果代入式(6.3-28), 则最后得到



$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r}/2) \quad (6.3-29)$$

当  $r \gg 1$  时, 上式变成

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-r/4} \quad (6.3-30)$$

比较式(6.3-30)和式(6.3-22)可以看出, 在相同的大信噪比  $r$  下, OOK 信号同步检测时的误码率总是低于包络检波时的误码率, 但两者的误码性能相差并不大。然而, 包络检波时不需要稳定的本地相干载波信号, 故在电路上要比同步检测时简单。

**【例 6.3.1】** 设某 OOK 信号的码元速率  $R_B = 4.8 \times 10^6 \text{ B}$ , 采用包络检波法或同步检测法解调。已知接收端输入信号的幅度  $a = 1 \text{ mV}$ , 信道中加性高斯白噪声的单边功率谱密度  $n_0 = 2 \times 10^{-5} \text{ W/Hz}$ 。试求:

- (1) 包络检波法解调时系统的误码率;
- (2) 同步检测法解调时系统的误码率。

解: (1) 因为 OOK 信号的码元速率  $R_B = 4.8 \times 10^6 \text{ B}$ , 所以, 接收端带通滤波器的带宽近似为

$$B \approx 2R_B = 9.6 \times 10^6 \text{ Hz}$$

带通滤波器输出噪声的平均功率为

$$\sigma_n^2 = n_0 B = 1.92 \times 10^{-8} \text{ W}$$

相乘器输入信噪比为

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} = \frac{10^{-6}}{2 \times 1.92 \times 10^{-8}} \approx 26 \gg 1$$

于是, 根据式(6.3-22)可得包络检波法解调时系统的误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\frac{r}{4}} = \frac{1}{2} e^{-6.5} = 7.5 \times 10^{-4}$$

(2) 同理, 根据式(6.3-30)可得同步检测法解调时系统的误码率为

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-\frac{r}{4}} = \frac{1}{\sqrt{3.1416 \times 26}} e^{-6.5} = 1.67 \times 10^{-4}$$

### 6.3.2 二进制移频键控(2FSK)系统的抗噪声性能

在二进制移频键控系统中, 如果数字信息的 1 和 0 分别用两个不同频率的码元波形来表示, 则发送码元信号可表示为

$$s_T(t) = \begin{cases} u_{1T}(t), & \text{发送“1”时} \\ u_{0T}(t), & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.3-31)$$

其中

$$u_{1T}(t) = \begin{cases} A \cos \omega_1 t, & 0 < t < T_s \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases} \quad (6.3-32)$$

$$u_{0T}(t) = \begin{cases} A \cos \omega_2 t, & 0 < t < T_s \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases} \quad (6.3-33)$$

对移频键控信号的解调, 同样可采用上一节所述的包络检波法和同步检波法。简化

的接收系统如图 6-6 所示。在图中,每一系统用两个带通滤波器来区分中心角频率为  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的信号码元。现在假设带通滤波器恰好使相应的信号无失真通过,则其输出端的波形  $y(t)$  可表示成

$$y(t) = \begin{cases} u_{1R}(t) + n(t), & \text{发送“1”时} \\ u_{0R}(t) + n(t), & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.3-34)$$

其中

$$u_{1R}(t) = \begin{cases} a \cos \omega_1 t, & 0 < t < T_s \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases} \quad (6.3-35)$$

$$u_{0R}(t) = \begin{cases} a \cos \omega_2 t, & 0 < t < T_s \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases} \quad (6.3-36)$$

式中  $n(t)$ ——窄带高斯过程。

与上一节一样,我们先来讨论包络检波法接收移频信号时的性能,然后再讨论同步检测法时的系统性能。

现在假设在  $(0, T_s)$  时间内所发送的码元为“1”(对应  $\omega_1$ ),则这时送入抽样判决器进行比较的两路输入包络分别为

$$V_1(t) = \sqrt{[a + n_r(t)]^2 + n_s^2(t)} \quad (6.3-37)$$

$$V_2(t) = \sqrt{n_r^2(t) + n_s^2(t)} \quad (6.3-38)$$

式中  $V_1(t)$ ——相应于  $\omega_1$  通道的包络函数;

$V_2(t)$ ——相应于  $\omega_2$  通道的包络函数。

由前面讨论可知,  $V_1(t)$  的一维概率分布为广义瑞利分布,而  $V_2(t)$  的一维概率分布为瑞利分布。显然,当  $V_1(t)$  的取样值  $V_1$  小于  $V_2(t)$  的取样值  $V_2$  时,则发生判决错误,其错误概率为

$$P_{e1} = P(V_1 < V_2) = \int_0^\infty f_1(V_1) \left[ \int_{V_2=V_1}^\infty f_2(V_2) dV_2 \right] dV_1 =$$

$$\int_0^\infty \frac{V_1}{\sigma_n^2} I_0 \left( \frac{aV_1}{\sigma_n^2} \right) \exp[(-2V^2 - a^2)/2\sigma_n^2] dV_1$$

令

$$t = \frac{\sqrt{2}V_1}{\sigma_n}, z = \frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n}$$

则上式可以改写成

$$P_{e1} = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_n} \left( \frac{\sqrt{2}V_1}{\sigma_n} \right) I_0 \left( \frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n} \cdot \frac{\sqrt{2}V_1}{\sigma_n} \right) e^{-\frac{V_1^2}{\sigma_n^2}} e^{-\frac{a^2}{2\sigma_n^2}} \times$$

$$\left( \frac{\sigma_n}{\sqrt{2}} \right) d \left( \frac{\sqrt{2}V_1}{\sigma_n} \right) = \frac{1}{2} \int_0^\infty t I_0(zt) e^{-t^2/2} e^{-z^2} dt =$$

$$\frac{1}{2} e^{-z^2/2} \int_0^\infty t I_0(zt) e^{-(t^2+z^2)/2} dt$$

根据  $Q$  函数的性质,有

$$Q(z, 0) = \int_0^\infty U_0(zt) e^{-(t^2+z^2)/2} dt = 1$$

所以, 上述的  $P_{e1}$  即为

$$P_{e1} = \frac{1}{2} e^{-r^2/2} = \frac{1}{2} e^{-r/2} \quad (6.3-39)$$

式中,  $r = z^2 = a^2/2\sigma_n^2$ 。

同理可求得当发“0”码时的错误概率  $P_{e2}$ , 其结果与式(6.3-39)完全一样, 即有

$$P_{e2} = \frac{1}{2} e^{-r/2} \quad (6.3-40)$$

于是, 可得 2FSK 非相干接收系统的总误码率  $P_e$

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/2} \quad (6.3-41)$$

在前面讨论的基础上, 采用同步检测法接收移频信号的系统性能, 就十分容易求得。

我们仍假定在  $(0, T_s)$  时间内所发送的码元为“1”, 则这时送入抽样判决器进行比较的两路输入波形分别为

$$\begin{cases} x_1(t) = a + n_{1c}(t) \\ x_2(t) = n_{2c}(t) \end{cases} \quad (6.3-42)$$

式中  $x_1(t)$ ——相应于  $\omega_1$  通道的输入;

$x_2(t)$ ——相应于  $\omega_2$  通道的输入。

因为  $n_{1c}(t)$  及  $n_{2c}(t)$  都是高斯随机过程, 故抽样值  $x_1 = a + n_{1c}$  是均值为  $a$ 、方差为  $\sigma_n^2$  的正态随机变量; 而抽样值  $x_2 = n_{2c}$  也是均值为 0、方差为  $\sigma_n^2$  的正态随机变量。由于此时  $x_1 < x_2$  将造成将“1”码错误判决为“0”码, 故这时错误概率  $P_{e1}$  为

$$\begin{aligned} P_{e1} &= P(x_1 < x_2) = \\ &= P[(a + n_{1c}) < n_{2c}] = \\ &= P(a + n_{1c} - n_{2c} < 0) \end{aligned}$$

令  $z = a + n_{1c} - n_{2c}$ , 则  $z$  也是正态随机变量, 且均值为  $a$ , 方差为  $\sigma_z^2$ 。该  $\sigma_z^2$  为

$$\sigma_z^2 = \overline{(z - \bar{z})^2} = 2\sigma_n^2 \quad (6.3-43)$$

因此, 令  $z$  的概率密度为  $f(z)$  时我们有

$$\begin{aligned} P_{e1} &= \int_{-\infty}^0 f(z) dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \int_{-\infty}^0 e^{-(z-a)^2/2\sigma_z^2} dz = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right) \end{aligned} \quad (6.3-44)$$

同理可求得发送“0”错判为“1”的概率  $p_{e2}$ 。显然, 在上述条件下,  $p_{e1}$  与  $p_{e2}$  相等。因此, 我们得到 2FSK 接收系统总误码率  $P_e$  为

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right) \quad (6.3-45)$$

此外, 在大信噪比条件下, 式(6.3-45)成为

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-r/2} \quad (6.3-46)$$

比较式(6.3-46)和式(6.3-41)同样可以看出,在大信噪比下,移频键控的包络检波系统和同步检测系统相比,在性能上相差是很小的,但采用同步检测时设备却要复杂得多。因此,在能够满足输入信噪比要求的场合,包络检波法比同步检测法更为常用。

应该指出,对移频键控信号的解调,除上述两种接收方式外,在实际中还可采用鉴频法。由于此时数学分析较为复杂,限于篇幅,就不再讨论它的性能,有兴趣的读者可参阅有关书籍<sup>[12,10]</sup>。

**【例 6.3.2】** 采用二进制移频键控方式在有效带宽为 2400Hz 的传输信道上传送二进制数字信息。已知 2FSK 信号的两个频  $f_1 = 980\text{Hz}$ ,  $f_2 = 1580\text{Hz}$ , 码元速率  $R_B = 300\text{B}$ , 传输信道输出端的信噪比为 6dB。试求:

- (1) 2FSK 信号的第一零点带宽;
- (2) 采用包络检波法解调时系统的误码率;
- (3) 采用同步检测法解调时系统的误码率。

解: (1) 根据式(6.2-27), 该 2FSK 信号的带宽为

$$\Delta f \approx |f_2 - f_1| + 2f_s = |f_2 - f_1| + 2R_B = 1200\text{Hz}$$

(2) 由于码元速率为 300B, 故图 6-6 接收系统上、下支路带通滤波器  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的带宽近似为

$$B \approx \frac{2}{T_s} = 2R_B = 600\text{Hz}$$

又因为已知信道约有效带宽为 2400Hz, 它是上、下支路带通滤波器带宽的 4 倍, 所以带通滤波器输出信噪比  $r$  比输入信噪比提高了 4 倍。又由于输入信噪比为 6dB (即 4 倍), 故带通滤波器输出信噪比应为

$$r = 4 \times 4 = 16$$

根据式(6.3-41), 可得包络检波法解调时系统的误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\frac{r}{2}} = \frac{1}{2} e^{-8} = 1.68 \times 10^{-4}$$

(3) 同理, 根据式(6.3-45), 可得同步检测法解调时系统的误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right) = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{8}) = 3.17 \times 10^{-5}$$

### 6.3.3 二进制移相键控及差分相位键控(2PSK 及 2DPSK)系统的抗噪声性能

前面说过, 二进制移相键控方式可分绝对移相制和相对移相制两种。而且指出, 为了克服“反向工作”问题, 实际传输大都采用相对移相制。可是, 无论是绝对移相信号还是相对移相信号, 单从信号波形上看, 无非是一对倒相信号的序列。因此, 在研究移相键控系统的性能时, 我们仍可把发送端发出的信号假设为

$$s_T(t) = \begin{cases} u_{1T}(t), & \text{发送“1”时} \\ u_{0T}(t) = -u_{1T}(t), & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.3-47)$$

其中

$$u_{1T}(t) = \begin{cases} A \cos \omega_c t, & 0 < t < T, \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases}$$

注意,当  $s_T(t)$  代表绝对移相信号时,上式“1”及“0”便是原始数字信息(绝对码);当  $s_T(t)$  代表相对移相信号时,则上式的“1”及“0”并非是原始数字信息,而是绝对码变换成相对码后的“1”及“0”。

对式(6.3-47)给出的移相信号,通常可采用同步检测法(即极性比较法)和差分相干检测法(即相位比较法)进行解调,其简化的接收系统已示于图 6-13(a)及图 6-14(b),并假设判决门限值为 0 电平。

从图 6-13(a)所示的同步检测系统可以看出,在一个信号码元的持续时间内,低通滤波器的输出波形可表示为

$$x(t) = \begin{cases} a + n_c(t), & \text{发送“1”时} \\ -a + n_c(t), & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.3-48)$$

式(6.3-48)直接来自式(6.3-23),因为它们的检测系统是完全相同的。但应注意,当发送“1”时,只有由于噪声  $n_c(t)$  叠加结果使  $x(t)$  在抽样判决时刻变为小于 0 值时,才发生将“1”判为“0”的错误,于是将“1”判为“0”的错误概率  $P_{e1}$  为

$$P_{e1} = P(x < 0, \text{发送“1”时})$$

同理,将“0”判为“1”的错误概率  $P_{e2}$  为

$$P_{e2} = P(x > 0, \text{发送“0”时})$$

因为此时  $P_{e1} = P_{e2}$ ,故只需求得其中之一。我们来考察  $P_{e1}$ 。由于这时的  $x$  是均值为  $a$ 、方差为  $\sigma_n^2$  的正态随机变量,因此

$$P_{e1} = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-(x-a)^2/2\sigma_n^2} dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r}) \quad (6.3-49)$$

式中  $r = a^2/2\sigma_n^2$

因为  $P_{e2} = P_{e1}$ ,故 2PSK 信号采用极性比较法时的系统误码率为

$$P_{e1} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r}) \quad (6.3-50)$$

在大信噪比下,上式成为

$$P_e \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi r}} e^{-r} \quad (6.3-51)$$

现在再来分析如图 6-14(b)所示的差分检测系统的误码率。差分检测与同步检测的主要区别在于前者的参考信号不再像后者那样具有固定的载频和相位,此时它是受到加性噪声干扰的。因此,假定在一个码元时间内发送的是“1”,且令前一个码元也为“1”(也可以令其为“0”),则在差分检测系统里加到理想鉴相器的两路波形可分别表示为

$$\begin{aligned} y_1(t) &= [a + n_{1c}(t)] \cos \omega_c t - n_{1s}(t) \sin \omega_c t \\ y_2(t) &= [a + n_{2c}(t)] \cos \omega_c t - n_{2s}(t) \sin \omega_c t \end{aligned} \quad (6.3-52)$$

式中  $y_1(t)$ ——无延迟支路的输入波形;

$y_2(t)$ ——有延迟支路的输入波形,也就是前一码元经延迟后的波形;

$n_{1c}(t) \cos \omega_c t - n_{1s}(t) \sin \omega_c t$ ——无延迟支路的窄带高斯过程;

$n_{2c}(t)\cos\omega_c t - n_{2s}(t)\sin\omega_c t$ ——有迟延后的窄带高斯过程。

因为理想鉴相器的作用可以等效为相乘—低通滤波,故其输出为

$$x(t) = \frac{1}{2} \{ [a + n_{1c}(t)][a + n_{2c}(t)] + n_{1s}(t)n_{2s}(t) \}$$

这个波形经取样后即按下述规则进行判决:

若  $x > 0$ , 则判为“1”——正确判决

若  $x < 0$ , 则判为“0”——错误判决

利用恒等式

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 = \frac{1}{4} \{ [(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2] - [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2] \}$$

则这时将“1”码错判为“0”的概率  $P_{e1}$  为

$$\begin{aligned} P_{e1} &= P\{[(a + n_{1c})(a + n_{2c}) + n_{1s}n_{2s}] < 0\} = \\ &P\{[(2a + n_{1c} + n_{2c})^2 + (n_{1s} + n_{2s})^2 - (n_{1c} - n_{2c})^2 - (n_{1s} - n_{2s})^2] < 0\} \end{aligned} \quad (6.3-53)$$

设

$$\begin{aligned} R_1 &= \sqrt{(2a + n_{1c} + n_{2c})^2 + (n_{1s} + n_{2s})^2} \\ R_2 &= \sqrt{(n_{1c} - n_{2c})^2 + (n_{1s} - n_{2s})^2} \end{aligned}$$

则式(6.3-53)变为

$$P_{e1} = P(R_1 < R_2) \quad (6.3-54)$$

因为  $n_{1c}$ 、 $n_{2c}$ 、 $n_{1s}$ 、 $n_{2s}$  是相互独立的正态随机变量,故参见式(6.3-37)及式(6.3-38)可知,这里的  $R_1$  为服从广义瑞利分布的随机变量,而  $R_2$  为服从瑞利分布的随机变量,它们的概率密度分别为

$$\begin{cases} f(R_1) = \frac{R_1}{2\sigma_n^2} f_0\left(\frac{aR_1}{\sigma_n^2}\right) e^{-(R_1^2 + 4a^2)/4\sigma_n^2} \\ f(R_2) = \frac{R_2}{2\sigma_n^2} e^{-R_2^2/4\sigma_n^2} \end{cases} \quad (6.3-55)$$

将上式应用于式(6.3-54),则可得

$$\begin{aligned} P_{e1} &= \int_0^\infty f(R_1) \left[ \int_{R_2=R_1}^\infty f(R_2) dR_2 \right] dR_1 = \\ &\int_0^\infty \frac{R_1}{2\sigma_n^2} f_0\left(\frac{aR_1}{\sigma_n^2}\right) e^{-(2R_1^2 + 4a^2)/4\sigma_n^2} dR_1 \end{aligned}$$

仿照求解式(6.3-39)的方法,不难看出上式的结果为

$$P_{e1} = \frac{1}{2} e^{-r} \quad (6.3-56)$$

式中  $r = a^2/2\sigma_n^2$ 。

同理可求得将“0”错判为“1”的错误概率  $P_{e2}$  与式(6.3-56)完全一样。因此,2DPSK 差分相干检测系统的总误码率  $P_e$  为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r} \quad (6.3-57)$$

前面已指出,对于差分移相信号的解调方式还可采用如图 6-14(a)所示的极性比较—码变换的方法,即对差分移相信号先用极性比较法解调,然后将所得的相对码转换成所需的绝对码。现在我们来分析这种接收系统的误码率。

显然,由于极性比较法就是同步检测法,因此,码变换器输入端的误码率即可用式(6.3-50)或式(6.3-51)所示的结果表示。于是,采用极性比较—码变换法的系统误码率,只需在式(6.3-50)的基础上再考虑码变换器所造成的误码率即可。

为说明码变换器输出的误码情形,让我们将差分移相键控系统的有关端点上的信号关系列于表 6-1 中。由此表看出,码变换器输出的每一个码元是由输入的两个相邻码元

表 6-1 各点的信号关系

发送数字信息	0 0 1 0 1 1 0 1 1 1
发送信号相位	0 0 $\pi$ 0 $\pi$ 0 $\pi$ 0 $\pi$ 0
同步检测输出	0 0 1 1 0 1 1 0 1 0
码变换输出	0 1 0 1 1 0 1 1 1

决定的。这里规定,若两相邻码元相同时,则输出为“0”;若两个相邻码元不同时,则输出为“1”(即输出数字为相邻输入数字的模 2 和)。从表中所示关系可以发现,若同步检测输出中有一个码元错误,则在码变换器输出中将引起两个相邻码元错误,如图 6-17(a)所

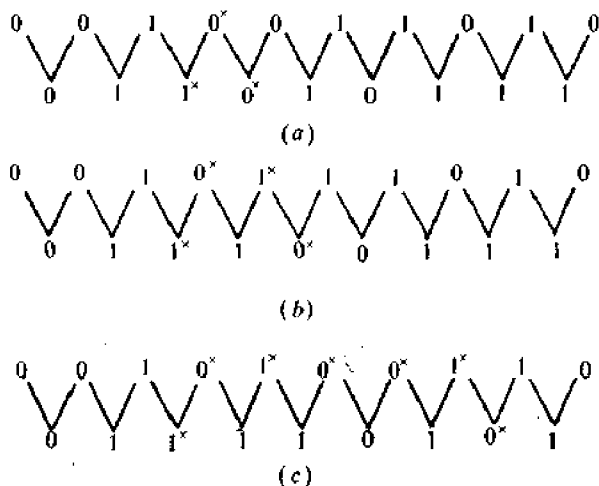


图 6-17 码变换发生错码的情形

示,图中,带“x”的码元表示错码;若同步检测输出中有两个相继的错码,则在码变换器输出中也引起两个码元错误,如图 6-17(b)所示;若输出中出现一长串连续错码,则在码变换器输出中仍引起两个码元错误,如图 6-17(c)所示。按此规律,若令  $P_n$  表示一串  $n$  个码元连续错误这一事件出现的概率,  $n=1,2,3,\dots$ ,则码变换器输出的误码率为

$$P_e' = 2P_1 + 2P_2 + \dots + 2P_n + \dots \quad (6.3-58)$$

显然,只要找到  $P_n$  与同步检测输出误码率  $P_e$  之间的关系,则  $P_e'$  与  $P_e$  之间的关系也就可通过式(6.3-58)求得。在一个很长的序列中,出现一串  $n$  个码元连续错误这一事件,必然是“ $n$  个码元同时出错与在该一串错码两端都有一码元不错”同时发生的事件。

因此

$$P_n = (1 - P_e)^2 P_e^n, n = 1, 2, \dots \quad (6.3 - 59)$$

于是,将式(6.3-59)代入式(6.3-58)后可得

$$\begin{aligned} P'_e &= 2(1 - P_e)^2 [P_e^1 + P_e^2 + P_e^3 + \dots + P_e^n + \dots] = \\ &= 2(1 - P_e)^2 P_e [1 + P_e + P_e^2 + \dots] \end{aligned} \quad (6.3 - 60)$$

因为  $P_e$  总是小于 1,故下式必成立

$$1 + P_e + P_e^2 + \dots = \frac{1}{1 - P_e}$$

将上式代入式(6.3-60),可得

$$P'_e = 2(1 - P_e) P_e \quad (6.3 - 61)$$

或有

$$\frac{P'_e}{P_e} \approx 2(1 - P_e) \quad (6.3 - 62)$$

由此可见,若  $P_e$  很小,则有

$$\frac{P'_e}{P_e} \approx 2 \quad (6.3 - 63)$$

若  $P_e$  很大,以致使  $P_e \approx 1/2$  则有

$$\frac{P'_e}{P_e} \approx 1 \quad (6.3 - 64)$$

从而看到,实际中码变换器总是使误码率增加,增加的系数( $P'_e/P_e$ )在 1~2 之间变化。将式(6.3-50)的结果代入式(6.3-61),则得到采用极性比较—码变换法检测二进制相对移相信号时的系统误码率为

$$P'_e = \operatorname{erfc} \sqrt{r} (1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{r}) \quad (6.3 - 65)$$

或

$$P'_e = \frac{1}{2} [1 - (\operatorname{erfc} \sqrt{r})^2]$$

**[例 6.3.3]** 假设采用 2DPSK 信号在微波线路上传送二进制数字信息。已知码元速率  $R_B = 10^6 \text{ B}$ ,接收机输入端的高斯白噪声的单边功率谱密度  $n_0 = 2 \times 10^{-10} \text{ W/Hz}$ 。今要求系统的误码率不大于  $10^{-4}$ 。试求:

- (1) 采用差分相干解调时,接收机输入端所需的信号功率;
- (2) 采用相干解调—码变换时,接收机输入端所需的信号功率。

解:接收端带通滤波器输出的噪声功率为

$$\begin{aligned} \sigma_n^2 &= n_0 B = 2 n_0 R_B = \\ &= 2 \times 2 \times 10^{-10} \times 10^6 = 4 \times 10^{-4} \text{ W} \end{aligned}$$

这里,利用了带宽  $B$  为第一零点带宽,即

$$B \approx 2 R_B$$

对于差分相干解调 2DPSK 系统,根据式(6.3-57),可得误码率  $P_e$  与信噪比  $r$  的关系,即

$$P_e \approx \frac{1}{2} e^{-r} \leq 10^{-4}$$



解出  $r$ , 可得

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} \geq 8.52$$

故接收机输入端所需的信号功率为

$$P_s = \frac{a^2}{2} \geq 8.52 \times \sigma_n^2 = 8.52 \times 4 \times 10^{-4} = 3.4 \times 10^{-3} \text{W} = 5.32 \text{dBm}$$

(2) 对于相干解调—码变换的 2DPSK 系统, 根据式(6.3-63)可得

$$P_e \approx 2P_e' = 1 - \text{erf}\sqrt{r}$$

根据题意有

$$P_e' \leq 10^{-4}$$

因而有

$$1 - \text{erf}\sqrt{r} \leq 10^{-4}$$

即

$$\text{erf}\sqrt{r} \geq 1 - 10^{-4} = 0.9999$$

查误差函数表, 可得

$$\begin{aligned}\sqrt{r} &\geq 2.76 \\ r &\geq 7.62\end{aligned}$$

现取  $r = 7.62$ , 那么

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} = 7.62$$

故接收机输入端所需的信号功率为

$$\begin{aligned}P_s &= \frac{a^2}{2} = 7.62 \times \sigma_n^2 = 7.62 \times 4 \times 10^{-4} = 3.04 \times 10^{-3} \text{W} = 4.82 \text{dBm}\end{aligned}$$

这个例子表明, 当要求系统的误码率不大于  $10^{-4}$  时, 采用差分相干解调接收机输入端所需的信号功率比采用 2DPSK 相干解调时多 0.5 dB 左右。

## 6.4 二进制数字调制系统的性能比较

在上一节中, 我们已经分别研究了二进制数字调制系统的几种主要的性能, 比如系统的频带宽度、调制与解调方法以及误码率等。下面就针对这几方面的性能作一简要比较。

### 1. 频带宽度

当码元宽度为  $T_s$  时, 2ASK 系统和 2PSK 系统的第一零点带宽为  $2/T_s$ , 2FSK 系统的第一零点带宽为  $|f_2 - f_1| + 2/T_s$ 。因此, 从频带宽度或频带利用率上看, 2FSK 系统最不可取。

### 2. 误码率

表 6-2 中列出了前面得到的各种二进制数字调制系统的误码率  $P_e$  与信噪比  $r$  的关系。从该表清楚地看出, 在每一对相干和非相干的键控系统中, 相干方式略优于非相干方

式。它们基本上是  $\operatorname{erfc}\sqrt{r}$  和  $\exp(-r)$  之间的关系,而且随着  $r \rightarrow \infty$  它们将趋于同一极限值。另外,三种相干(或非相干)方式之间,在相同误码率条件下,在信噪比要求上 2PSK 比 2FSK 小 3dB,2FSK 比 OOK 小 3dB。由此看来,在抗加性高斯白噪声方面,相干 2PSK 性能最好,2FSK 次之,OOK 最差。图 6-18 是按表 6-2 画出的误码率曲线。由图可见,在相同信噪比  $r$  下,相干 2PSK 将有最低的误码率。

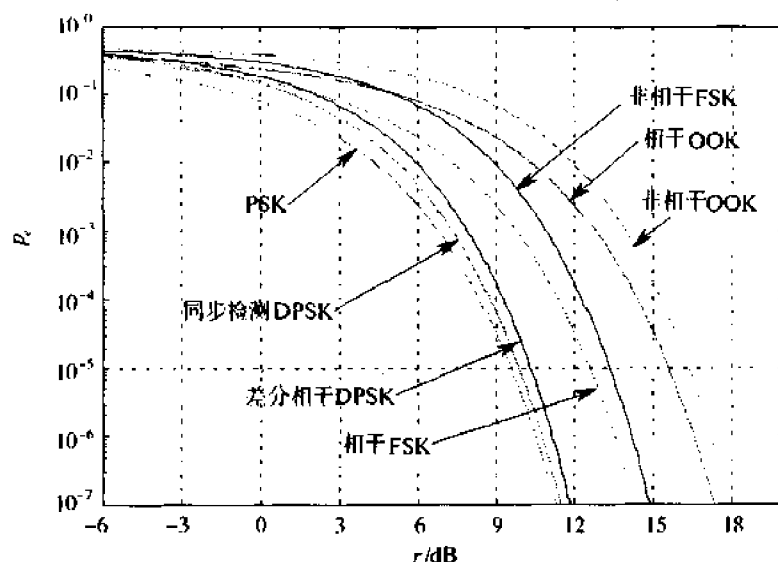


图 6-18 三种数字调制系统的  $P_e - r$

表 6-2 二进制系统误码率公式一览表

名 称	$P_e - r$ 关系	备 注
相干 OOK	$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{\sqrt{r}}{2}$	见式(6.3-29)
非相干 OOK	$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/4}$	见式(6.3-22)
相干 2FSK	$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{r}{2}}$	见式(6.3-45)
非相干 2FSK	$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/2}$	见式(6.3-41)
相干 2PSK	$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{r}$	见式(6.3-50)
差分相干 2DPSK	$P_e = \frac{1}{2} e^{-r}$	见式(6.3-57)
同步检测 2DPSK	$P_e = \operatorname{erfc} \sqrt{r} (1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{r})$	见式(6.3-65)

### 3. 对信道特性变化的敏感性

在选择数字调制方式时,还应考虑它的最佳判决门限对信道特性的变化是否敏感。在 2FSK 系统中,不需要人为地设置判决门限,它是直接比较两路解调输出的大小来做出判决。在 2PSK 系统中,判决器的最佳判决门限为零,与接收机输入信号的幅度无关。因此,它不随信道特性的变化而变化。这时,接收机容易保持在最佳判决门限状态。对于 OOK 系统,判决器的最佳判决门限为  $a/2$  [当  $P(1) = P(0)$  时],它与接收机输入信号的幅度有关。当信道特性发生变化时,接收机输入信号的幅度  $a$  将随着发生变化;相应地,判

决器的最佳判决门限需随之改变。这时,接收机不容易保持在最佳判决门限状态,从而导致误码率增大。因此,就对信道特性变化的敏感性而言,OOK 的性能最差。

当信道存在严重的衰落时,通常采用非相干检测,因为这时在接收端不容易得到相干解调所需的相干载波。当发射机有严格的功率限制时(例如,从宇宙飞船上发回遥测数据时,飞船发射功率是有限的),可考虑采用相干检测。因为在给定的码元传输速率及误码率的条件下,相干检测所要求的信噪比要比非相干接收所要求的信噪比小。

#### 4. 设备的复杂程度

对于二进制振幅键控、移频键控及移相键控这三种方式来说,发送端设备的复杂程度相差不多,而接收端的复杂程度则与所选用的调制和解调方式有关。对于同一种调制方式,相干解调的设备要比非相干解调时复杂;而同为非相干解调时,2DPSK 的设备最复杂,2FSK 次之 OOK 最简单。不言而喻,设备越复杂,其造价就越贵。

上面我们从几个方面对各种二进制数字调制系统进行了比较。可以看出,在选择调制和解调方式时,要考虑的因素是比较多的。通常,只有对系统的要求做全面的考虑,并且抓住其中最主要的要求,才能作出比较恰当的抉择。如果抗噪声性能是主要的,则应考虑相干 2PSK 和 2DPSK,而 OOK 最不可取;如果带宽是主要的要求,则应考虑相干 2PSK、2DPSK 及 OOK,而 2FSK 最不可取;如果设备的复杂性是一个必须考虑的重要因素,则非相干方式比相干方式更为适宜。目前用得最多的数字调制方式是相干 2DPSK 和非相干 2FSK。相干 2DPSK 主要用以高速数据传输,而非相干 2FSK 则用于中、低速数据传输中,特别是在衰落信道中传送数据时,它有着广泛的应用。

## 6.5 多进制数字调制系统

以上我们较详细地讨论了二进制数字调制系统的原理以及性能。下面将要讨论多进制数字调制系统,因为实际中许多数字通信系统常常采用多进制数字调制。与二进制数字调制不同的是:多进制数字调制是利用多进制数字基带信号去调制载波的振幅、频率或相位。因此,相应地有多进制数字振幅调制、多进制数字频率调制以及多进制数字相位调制等三种基本方式。

由于多进制数字已调信号的被调参数有多个可能取值,因此,与二进制数字调制相比,多进制数字调制具有以下两个特点。

(1)在相同的码元传输速率下,多进制系统的信息传输速率显然比二进制系统的高。比如,四进制系统的信息传输速率是二进制系统的两倍;

(2)在相同的信息速率下,由于多进制码元传输速率比二进制的低,因而多进制信号码元的持续时间要比二进制的长。显然,增大码元宽度,就会增加码元的能量,并能减小由于信道特性引起的码间干扰的影响等。正是基于这些特点,使多进制调制方式获得了广泛的应用。下面我们就上述三种多进制数字调制的原理及抗噪声性能,作一简要介绍。

### 6.5.1 多进制数字振幅调制的原理及抗噪声性能

#### 1. 多进制数字振幅调制的原理

多进制数字振幅调制又称多电平调制。这种方式在原理上是通断键控(OOK)方式的

推广。在最近几年它成了十分引人注目的一种高效率的传输方式。所谓高效率,即它在单位频带内有高的信息传输速率。其传输效率高的根本原因是:第一,它可以比二进制系统有高得多的信息传输速率;第二,可以证明,在相同的码元传输速率下,多电平调制信号的带宽与二电平的相同。前一章说过,对于二进制系统,其最高的信道频带利用率为  $2\text{bit/s}\cdot\text{Hz}$ 。显然,对于多电平系统而言,其最高的信道频带利用率将可超过  $2\text{bit/s}\cdot\text{Hz}$ 。

现在我们来证明,在相同信道传输速率下  $M$  ( $M > 2$ ) 电平调制与二电平调制具有相同的信号带宽。一个二电平调制波形一般可表示为

$$e_0(t) = \left[ \sum_n a_n g(t - nT_s) \right] \cos \omega_c t \quad (6.5-1)$$

式中

$$a_n = \begin{cases} 0, & \text{概率为 } P \\ 1, & \text{概率为 } 1 - P \end{cases}$$

$g(t)$  为单个基带信号码元波形,其持续时间为  $T_s$ 。

对于  $M$  电平调制信号,其表示式可由式(6.5-1)推广而得

$$e'_0(t) = \left[ \sum_n b_n g(t - nT_s) \right] \cos \omega_c t \quad (6.5-2)$$

式中

$$b_n = \begin{cases} 0 & \text{概率为 } P_1 \\ 1 & \text{概率为 } P_2 \\ 2 & \text{概率为 } P_3 \\ \vdots & \vdots \\ M-1 & \text{概率为 } P_M \end{cases} \quad (6.5-3)$$

且有,  $P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_M = 1$ 。

为清楚起见,把二电平调制波形  $e_0(t)$  和  $M$  电平调制波形  $e'_0(t)$  的某一实现画于图 6-19 中。图(a)为二电平调制波形;(b)为  $M$  电平调制波形。由图(b)波形不难看出,它

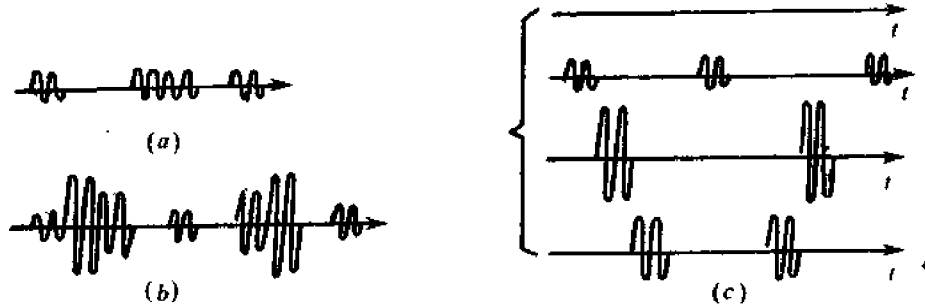


图 6-19 二电平和  $M$  电平的调制波形

可以用图(c)所示的诸波形叠加来等效。显然,图(c)的各个波形可表示为

$$\begin{cases} \left[ \sum_n c_1 g(t - nT_s) \right] \cos \omega_c t \\ \left[ \sum_n c_2 g(t - nT_s) \right] \cos \omega_c t \\ \vdots \\ \left[ \sum_n c_M g(t - nT_s) \right] \cos \omega_c t \end{cases} \quad (6.5-4)$$

式中

$$\begin{cases} c_1 = 0, & \text{概率为 } P_1 \\ c_2 = \begin{cases} 1, & \text{概率为 } P_2 \\ 0, & \text{概率为 } 1 - P_2 \end{cases} \\ \vdots \\ c_M = \begin{cases} 1, & \text{概率为 } P_M \\ 0, & \text{概率为 } 1 - P_M \end{cases} \end{cases} \quad (6.5-5)$$

而且,式(6.5-4)中各波形在时间上是互不重叠的。

由此看到,  $e_0'(t)$  能够看成由时间上不重叠的  $M$  个不同振幅值的通断键控信号的叠加。因而,  $e_0'(t)$  的功率谱密度便是这  $M$  个信号的功率谱密度之和。于是我们得到, 尽管叠加后的谱结构是很复杂的, 但就信号的带宽而言,  $M$  电平调制信号的带宽与二电平的相同。

目前多电平调制的实用形式大致有多电平残留边带制、多电平相关编码单边带制及多电平正交调幅制等。这些系统与二电平调制时的区别仅在于: 发送端输入的二进制数字基带信号需经一电平变换器转换为  $M$  电平的基带脉冲再去调制, 而接收端则需经一同样的电平变换器将解调得到的  $M$  电平基带脉冲变换成二进制基带信号。因此, 关于这些系统的调制与解调原理就不再重复了。

## 2. 多进制数字振幅调制系统的抗噪声性能

设发送端  $L$  电平的基带码元的振幅位于  $\pm d, \pm 3d, \dots, \pm (L-1)d$ , 相邻电平振幅的距离为  $2d$ 。该基带信号经线性调制后, 其发送波形可表示为

$$s_T(t) = \begin{cases} \pm u_1(t) & \text{当发送 } \pm d \text{ 电平时} \\ \pm u_2(t) & \text{当发送 } \pm 3d \text{ 电平时} \\ \vdots \\ \pm u_{L/2}(t) & \text{当发送 } \pm (L-1)d \text{ 电平时} \end{cases} \quad (6.5-6)$$

式中

$$\begin{cases} \pm u_1(t) = \begin{cases} \pm d \cos \omega_c t & 0 < t < T_s \\ 0 & \text{其他 } t \end{cases} \\ \pm u_2(t) = \begin{cases} \pm 3d \cos \omega_c t & 0 < t < T_s \\ 0 & \text{其他 } t \end{cases} \\ \vdots \\ \pm u_{L/2}(t) = \begin{cases} \pm (L-1)d \cos \omega_c t & 0 < t < T_s \\ 0 & \text{其他 } t \end{cases} \end{cases} \quad (6.5-7)$$

假定信道不使  $S_T(t)$  产生任何畸变, 而且接收端输入带通滤波器有理想的特性, 则该带通滤波器输出的波形可表示成

$$y(t) = \begin{cases} \pm u_1(t) + n(t) & \text{当发送 } \pm d \text{ 电平时} \\ \pm u_2(t) + n(t) & \text{当发送 } \pm 3d \text{ 电平时} \\ \vdots \\ \pm u_{L/2}(t) + n(t) & \text{当发送 } \pm (L-1)d \text{ 电平时} \end{cases} \quad (6.5-8)$$

式中  $n(t)$ ——窄带高斯过程。

在接收系统里将对收到的  $y(t)$  做出属于哪一电平的判决。设采用同步检测法, 则在抽样判决器输入端得到的波形可表示成

$$x(t) = V_k(t) + n_k(t)$$

式中  $V_k(t)$ ——第  $k$  个电平对应的信号,  $k=1, 2, \dots, L$ ;

$n_c(t)$ ——窄带高斯过程  $n(t)$  的同相分量。

由于到达抽样判决器之前的可能电平为  $\pm d, \pm 3d, \dots, \pm (L-1)d$ , 故抽样判决器的门限电平应选择在  $0, \pm 2d, \dots, \pm (L-2)d$ 。因此, 当抽样值  $x = V_k + n_c$  中的噪声值  $|n_c| > d$  时, 第  $k$  个电平的码元将会判错。但是, 在  $L$  电平的系统中, 对于电平等于  $\pm (L-1)d$  的两个外层电平码元, 噪声值仅在一个方向超过  $d$  时才会产生错误判决。于是, 当发送  $L$  个电平的可能性相同时 (等概发送, 即发送每一电平的概率为  $1/L$ ), 多电平调制系统总的误码率为

$$P_e = \frac{L-2}{L} P(|n_c| > d) + \frac{2}{L} \cdot \frac{1}{2} P(|n_c| > d) = \left(1 - \frac{1}{L}\right) P(|n_c| > d)$$

因为  $n_c$  是均值为零、方差为  $\sigma_n^2$  的正态随机变量, 故可得

$$P_e = 2 \left(1 - \frac{1}{L}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \int_d^\infty e^{-t^2/2\sigma_n^2} dt = \left(1 - \frac{1}{L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{d}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \quad (6.5-9)$$

通常希望使系统误码率与接收机输入信噪比建立关系, 故我们分析  $L$  电平调制信号到达接收机输入端的功率。由式 (6.5-6) 可知, 这时的信号功率并不是确定的, 因为这时的信号可能取  $\pm u_1(t), \pm u_2(t), \dots, \pm u_{L/2}(t)$  中的任意一个。若各信号出现的可能性相同, 则信号功率即为信号均方值的统计平均

$$P_s = \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{L/2} [d(2m-1)]^2/2 = d^2 \frac{L^2-1}{6}$$

所以

$$d^2 = \frac{6P_s}{L^2-1}$$

将上式代入式 (6.5-9), 则有

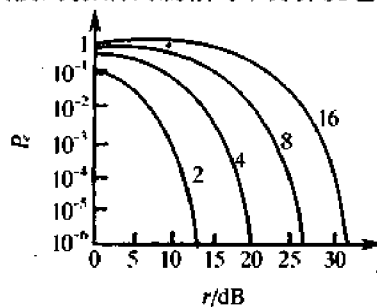
$$P_e = \left(1 - \frac{1}{L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{3}{L^2-1} \cdot \frac{P_s}{\sigma_n^2}\right)^{1/2} \quad (6.5-10)$$

因为  $\sigma_n^2$  即是输入噪声的平均功率, 故若令信噪比  $P_s/\sigma_n^2$  等于  $r$ , 则可得

$$P_e = \left(1 - \frac{1}{L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{3}{L^2-1} r\right)^{1/2} \quad (6.5-11)$$

在目前的情况下, 若  $L=2$ , 则上述调制信号即为抑制载波的振幅调制信号, 或者说它是绝对移相调制信号。将  $L=2$  代入式 (6.5-11) 时, 该式与式 (6.3-50) 的确完全相同。

图 6-20 示出在  $L=2, 4, 8$  和  $16$  时系统误码率  $P_e$  与信噪比  $r$  的关系曲线。由此图看出, 为得到相同的误码率  $P_e$ , 有效的信噪比大致需用因数  $3/(L^2-1)$  加以修正。例如, 四电平系统比二电平系统需要增加功率约 5 倍。



需要指出, 多电平调制方式虽然是一种高效率 图 6-20 多电平调幅时的系统性能曲线

的传输方式,但由于它的抗噪声能力,尤其抗衰落的能力不强,因而它一般只适宜在恒参信道中采用。

### 6.5.2 多进制数字频率调制的原理及抗噪声性能

#### 1. 多进制数字频率调制的原理

多进制数字频率调制简称多频制,它基本上是二进制数字频率键控方式的直接推广。因而,没有必要详细讨论。这里,仅简要介绍一个多频制系统的组成方框以及它的主要特点。

绝大多数的多频制系统,可用图 6-21 所示的方框表示。图中,串并变换器和逻辑电路将一组输入二进制码转换成有多种状态的多进制码。当某组二进制码到来时,逻辑电路的输出一方面打开相应的一个门电路,让与该门电路相应载波发送出去;另一方面却同时关闭其余所有的门电路。于是,当一组二进制码元输入时,经相加器送出的便是一个多进制频率键控的波形。多频制的解调部分由多个带通滤波器、包络检波器及一个抽样判决器和有关逻辑电路组成。各带通滤波器的中心频率就是多个载频的频率。因而,当某一载频到来时,只有一个带通滤波器有信号及噪声通过,而其他带通滤波器只有噪声通过。抽样判决器的任务是在给定时刻上比较各包络检波器输出的电压,并选出最大者作为输出。

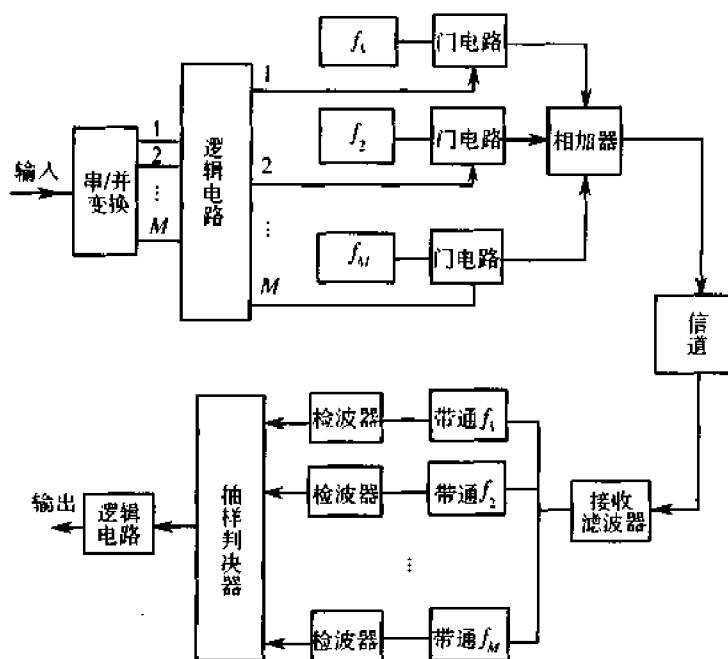


图 6-21 多频制系统的组成方框图

原则上,多频制同样具有多进制调制的一切特点,但由于多频制要占据较宽的频带,因此它的信道频带利用率不高。多频制的信号带宽一般定义为  $f_M - f_1 + \Delta f$ , 其中,  $f_M$  为最高选用载频,  $f_1$  为最低选用载频,  $\Delta f$  为单个码元信号的带宽。多频制一般在调制速率不高的场合应用。

#### 2. 多进制数字频率调制系统的抗噪声性能

多进制数字频率调制系统的性能分析方法可参照 6.3.2 节来进行。由该节的讨论可

知,对于非相干接收方式,除包含发送信号的那条通道的抽样值服从广义瑞利分布外,其余各条通道的抽样值都服从瑞利分布。假设多进制数字频率调制系统选用的  $M$  个发送信号互相正交时,接收单元中各通道接收的随机电压之间互不相关,则发生错误判决的概率  $P_e$  在发送各信号等可能的条件下有

$$P_e = 1 - P(\xi_k > \xi_i) \quad (6.5-12)$$

式中  $\xi_k$ ——包含发送信号通道所得的取样值;

$\xi_i$ ——其余  $(M-1)$  条通道所得的取样值,显然,这里  $i=1,2,\dots,M$ ,但  $i \neq k$ 。

根据  $\xi_k, \xi_i$  的概率性质,式(6.5-12)还可以改写为

$$P_e = 1 - [P(\xi_k > \xi_i)]^{M-1}$$

于是,经推导可得

$$P_e = \int_0^\infty x e^{-[(x^2 + a^2)/\sigma_n^2]/2} I_0\left(\frac{x\alpha}{\sigma_n}\right) [1 - (1 - e^{-x^2/2})^{M-1}] dx \quad (6.5-13)$$

式中  $\alpha$ ——接收信号的振幅。

同理,可求得相干检测系统的误码率,其结果如下

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty e^{-1/2(x-\alpha/\sigma_n)^2} \left[ 1 - \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \int_{-\infty}^x e^{-u^2/2} du \right]^{M-1} dx \quad (6.5-14)$$

多频系统相干检测和非相干检测时的误码率曲线如图 6-22 所示。由图可见,无论是相干检测还是非相干检测,系统误码率  $P_e$  都仅与信噪比  $r$  及进制数  $M$  有关。图中示出了  $M=2, 32$  及  $1024$  时的  $P_e-r$  曲线,其中实线表示相干检测时的误码率曲线,虚线则表示非相干检测时的误码率曲线。由图中的三对曲线可以看出,在  $M$  一定的情况下,  $r$  越大,则  $P_e$  越小;在一定  $r$  下,  $M$  越大,则  $P_e$  越大。另外,相干检测性能与非相干检测性能之间的差距将随  $M$  的增大而减小;而且,同一  $M$  下的每一对相干和非相干曲线将随信噪比  $r$  的增加而趋于同一极限值。

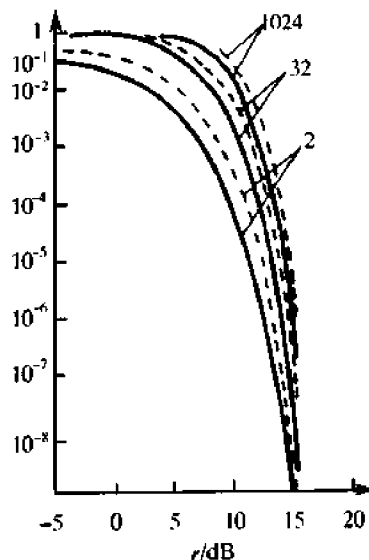


图 6-22 多频制时的误码率曲线

### 6.5.3 多进制数字相位调制的原理及抗噪声性能<sup>[24]</sup>

#### 1. 多进制数字相位调制的原理

多进制数字相位调制又称多相制,它是利用载波的多种不同相位(或相位差)来表征数字信息的调制方式。和二相调制一样,多相调制也可以分为绝对移相和相对(差分)移相两种。在实际通信中大多采用相对移相。

在深入讨论这两种多相制以前,让我们来说明  $M (M > 2)$  相调制波形如何表示。由



于  $M$  种相位可以用来表示  $K$  比特码元的  $2^K$  种状态,故有  $2^K = M$ 。假设  $K$  比特码元的持续时间仍为  $T_s$ ,则  $M$  相调制波形可以表示为

$$e_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(t - kT_s) \cos(\omega_c t + \varphi_k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT_s) \cos \omega_c t - \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k g(t - kT_s) \sin \omega_c t \quad (6.5-15)$$

式中  $\varphi_k$ ——受调相位,可以有  $M$  种不同取值;

$$a_k = \cos \varphi_k;$$

$$b_k = \sin \varphi_k。$$

由式(6.5-15)可见,多相调制的波形可以看作是对两个正交载波进行多电平双边带调制所得信号之和。这就说明,多相调制信号的带宽与多电平双边带调制时的相同。

通常,多相制中使用最广泛的是四相制和八相制,即  $M=4$  或 8。因此,下面将以四相制为例来说明多相制的原理。

由于四种不同的相位可以代表四种不同的数字信息,因此,对于输入的二进制数字序列应该先进行分组,将每两个比特编为一组;然后用四种不同的载波相位去表征它们。例如,若输入二进制数字信息序列为 1 0 1 1 0 1 0 0 1...,则可将它们分成 10,11,01,00 等,然后用四种不同相位来分别代表它们。

四相制与二相制相似,可以分为四相绝对移相调制(亦称四相绝对移相键控,记为 4PSK 或 QPSK)和四相相对移相调制(又称四相相对移相键控,记为 4DPSK 或 QDPSK)两种。下面我们分别讨论这两种调制方式。

#### 1) 四相绝对移相键控(QPSK)

四相绝对移相调制利用载波的四种不同相位来表征数字信息。由于每一种载波相位代表两个比特信息,故每个四进制码元又被称为双比特码元。我们把组成双比特码元的前一信息比特用  $a$  代表,后一信息比特用  $b$  代表。双比特码元中两个信息比特  $ab$  通常是按格雷码(即反射码)排列的,它与载波相位的关系如表 6-3 所列。矢量关系如图 6-23 所示。图(a)表示 A 方式时 QPSK 信号的矢量图,图(b)表示 B 方式时 QPSK 信号的矢量图。四相调制信号在用式(6.5-15)表示时,相位  $\varphi_k$  在  $(0, 2\pi)$  内等间隔地取四种可能相位。由于正弦和余弦函数的互补特性,对应于  $\varphi_k$  的四种取值,譬如  $45^\circ$ 、 $135^\circ$ 、 $225^\circ$ 、 $315^\circ$ ,其幅度  $a_k$  与  $b_k$  只有两种取值,即  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。此时,式(6.5-15)恰好表示两个正交的二相调制信号的合成。

表 6-3 双比特码元与载波相位的关系

双比特码元		载波相位 $\varphi_k$	
$a$	$b$	A 方式	B 方式
0	0	$0^\circ$	$225^\circ$
1	0	$90^\circ$	$315^\circ$
1	1	$180^\circ$	$45^\circ$
0	1	$270^\circ$	$135^\circ$

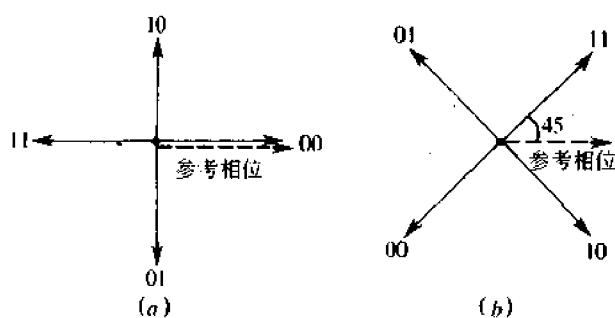


图 6-23 QPSK 信号的矢量图

由于四相绝对移相调制可以看作两个正交的二相绝对移相调制的合成,故两者的功率谱密度分布规律相同。

下面我们来讨论 QPSK 信号的产生与解调。QPSK 信号的产生方法与 2PSK 信号一样,也可分为调相法和相位选择法。

(1)调相法。用调相法产生 QPSK 信号的组成方框图如图 6-24(a)所示。图中,串/并变换器将输入的二进制序列依次分为两个并行的双极性序列。设两个序列中的二进制数字分别为  $a$  和  $b$ ,每一对  $ab$  称为一个双比特码元。双极性的  $a$  和  $b$  脉冲通过两个平衡调制器分别对同相载波及正交载波进行二相调制,得到图 6-24(b)中虚线矢量。将两路输出叠加,即得如图 6-24(b)中实线所示的四相移相信号,其相位编码逻辑关系如表 6-4 所列。

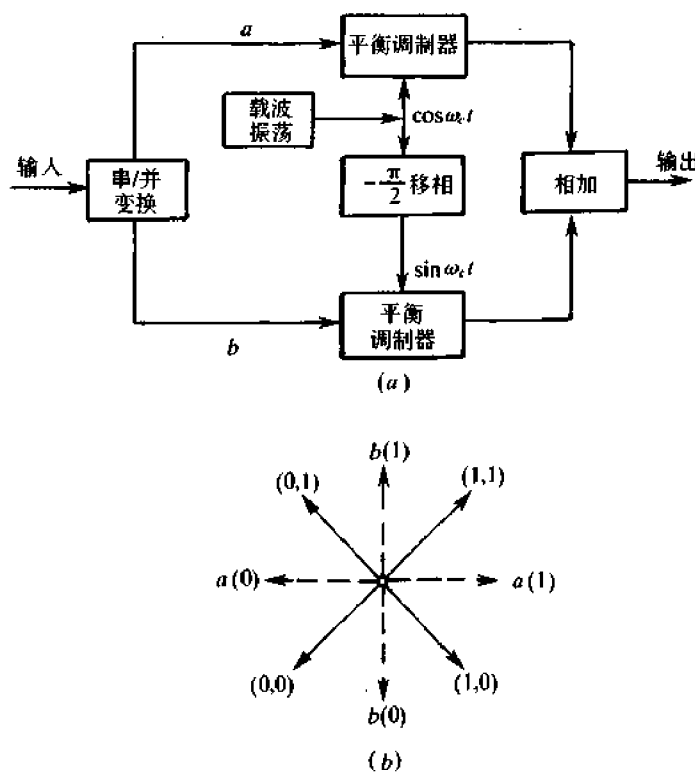


图 6-24 调相法的组成方框图

表 6-4 QPSK 信号相位编码逻辑关系

$a$	1	0	0	1
$b$	1	1	0	0
$a$ 路平衡调制器输出	$0^\circ$	$180^\circ$	$180^\circ$	$0^\circ$
$b$ 路平衡调制器输出	$90^\circ$	$90^\circ$	$270^\circ$	$270^\circ$
合成相位	$45^\circ$	$135^\circ$	$225^\circ$	$315^\circ$

(2)相位选择法。用相位选择法产生 QPSK 信号的组成方框图如图 6-25 所示。图中,四相载波发生器分别送出调相所需的四种不同相位的载波。按照串/并变换器输出的双比特码元的不同,逻辑选相电路输出相应相位的载波。例如,双比特码元  $ab$  为 11 时,输出相位为  $45^\circ$  的载波; $ab$  为 01 时,输出相位为  $135^\circ$  的载波等。

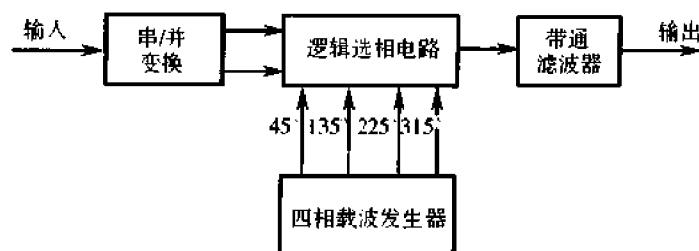


图 6-25 相位选择法的组成方框图

由于四相绝对移相信号可以看作是两个正交 2PSK 信号的合成,故它可以采用与 2PSK 信号类似的解调方法进行解调,即由两个 2PSK 信号相干解调器构成,其组成方框如图 6-26 所示。图中的并/串变换器的作用与调制器中的串/并变换器相反,它是用来将上、下支路所得到的并行数据恢复成串行数据的。

## 2) 四相相对移相键控 (QDPSK)

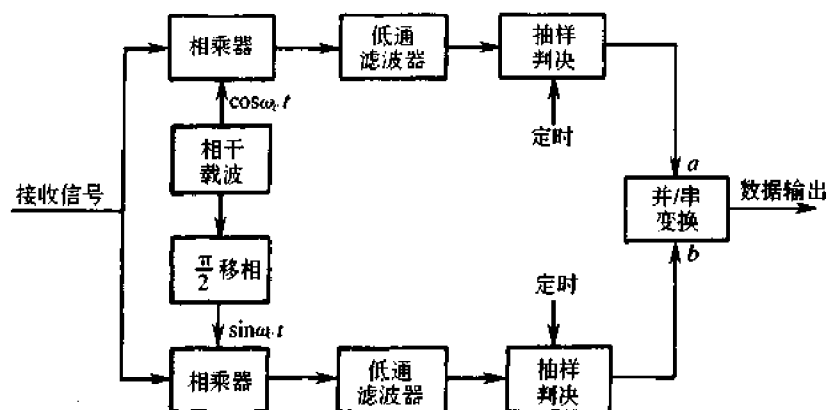


图 6-26 QPSK 信号解调方框图

所谓四相相对移相调制也是利用前后码元之间的相对相位变化来表示数字信息。若以前一码元相位作为参考,并令  $\Delta\varphi_k$  为本码元与前一码元的初相差,则信息编码与载波相位变化关系仍可用表 6-3 来表示;它们之间的矢量关系也可以用图 6-23 表示。不过,这时表 6-3 中的  $\varphi_k$  应改为  $\Delta\varphi_k$ ;图 6-23 中的参考相位应是前一码元的相位。四相相对移相调制仍可用式(6.5-15)表示,不过,这时它并不表示原数字序列的调相信号波

形,而是表示绝对码变换成相对码后的数字序列的调相信号波形。另外,当相对相位变化以等概出现时,相对调相信号的功率谱密度与绝对调相信号的功率谱密度相同。

下面我们再来讨论 QDPSK 信号的产生和解调。在二相调制时已经指出,为了得到 2DPSK 信号,可以先将绝对码变换成相对码,然后用相对码对载波进行绝对移相。同样, QDPSK 信号的产生也可以采用这种方法。先将输入的双比特码经码型变换,再用码型变换器输出的双比特码进行四相绝对移相,则所得到的输出信号便是四相相对移相信号。通常采用的方法是码变换加调相法和码变换加相位选择法。

(1)码变换加调相法产生 QDPSK 信号的组成方框图如图 6-27 所示。由图可见,它与图 6-24 所示的 QPSK 信号产生器相比,仅在串/并变换器后多了一个码变换器。关于调相法产生 QPSK 信号的原理,前面已经进行了较详细的讨论,这里,仅需对码变换器的原理加以讨论。

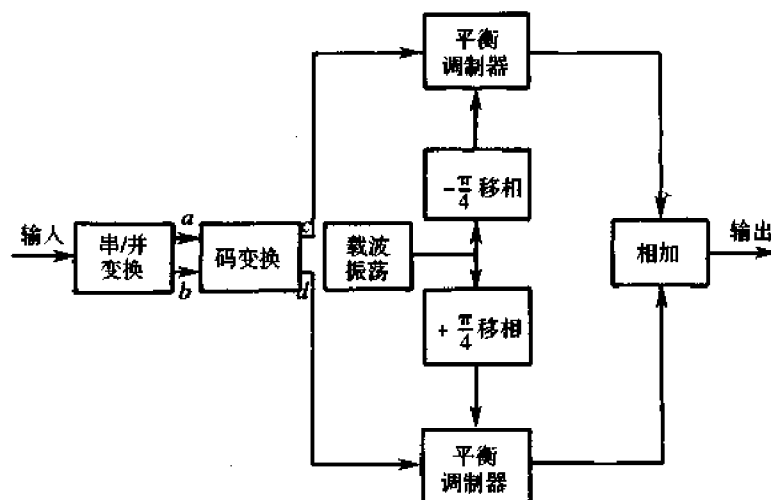


图 6-27 QDPSK 信号产生方法之一

由图 6-27 可以看出,码变换器的作用是将输入的双比特码  $ab$  转换成双比特码  $cd$ ,且要求由  $cd$  产生的 QPSK 信号与由  $ab$  产生的 QDPSK 信号完全相同。由于对  $cd$  而言是绝对移相,故双比特码  $cd$  与载波相位的关系仍符合表 6-3 的规定;又因为这里载波经  $\pm \frac{\pi}{4}$  相移后再分别加至上、下支路的平衡调制器,所以  $cd$  与载波相位的关系应为该表中的 A 方式,其调相信号的矢量图仍可用图 6-23(a)来表示。对于双比特  $ab$  来说,它与载波相位的变化关系应满足表 6-5 的规定,其调相信号的矢量图仍可用图 6-23(a)表示。不过,现在的参考相位不再是固定的载波相位,而是以前一双比特码元的相位为参考相位。

表 6-5 QDPSK 信号相位编码逻辑关系

双 比 特 码 元		载波相位变化 $\Delta\varphi_k$
$a$	$b$	
0	0	0°
1	0	90°
1	1	180°
0	1	270°

由表 6-5 可见,当输入双比特数据为 00 时,调相信号的载波相位相对于前一双比特码元的载波相位不变化;当输入双比特数据为 10 时,调相信号的载波相位相对于前一双比特码元的载波相位变化  $90^\circ$ ,其余类推。但由于前一双比特码元的载波相位有四种可能,因此,对于输入某一双比特数据,得到的载波相位也不是固定的,同样有四种可能。例如,若输入双比特数据为 10,按表 6-5 规定载波相位应变化  $90^\circ$ ,但由于前一双比特码元的载波相位有四种可能,现设它为  $180^\circ$ ,那么,此时的载波相位应为  $180^\circ + 90^\circ = 270^\circ$ 。按四相绝对移相表 6-3A 方式的规定,可查得其相应的输入双比特数据  $cd$  应为 01,而这时输入双比特数据  $ab$  却是 10。因此,码变换器应将输入数据 10 变成 01。如果前一双比特码元的载波相位为  $270^\circ$ ,那么,此时的载波相位应为  $270^\circ + 90^\circ = 360^\circ$  (即  $0^\circ$ )。同样,按表 6-3 的规定,其相应的输入双比特数据  $cd$  应为 00,故码变换器应将输入双比特数据 10 变为 00。由上例不难看出,码变换器应完成表 6-6 所示的逻辑功能。表中,本时刻出现的码元状态  $c_n d_n$  与  $\theta_n$  的关系是固定的,属于绝对调相;而输入双比特  $a_n b_n$  与  $\theta_n$  的关系却是不固定的,有四种可能。可见,码变换器正是要完成我们所要求的这种转换。

表 6-6 四相相对调相码变换的逻辑功能

本时刻到达的 $ab$ 及所要求的相对相位变化			前一码元的状态			本时刻应出现的码元状态		
$a_n$	$b_n$	$\Delta\varphi_n$	$c_{n-1}$	$d_{n-1}$	$\theta_{n-1}$	$c_n$	$d_n$	$\theta_n$
0	0	$0^\circ$	0	0	$0^\circ$	0	0	$0^\circ$
			1	0	$90^\circ$	1	0	$90^\circ$
			1	1	$180^\circ$	1	1	$180^\circ$
			0	1	$270^\circ$	0	1	$270^\circ$
1	0	$90^\circ$	0	0	$0^\circ$	1	0	$90^\circ$
			1	0	$90^\circ$	1	1	$180^\circ$
			1	1	$180^\circ$	0	1	$270^\circ$
			0	1	$270^\circ$	0	0	$0^\circ$
1	1	$180^\circ$	0	0	$0^\circ$	1	1	$180^\circ$
			1	0	$90^\circ$	0	1	$270^\circ$
			1	1	$180^\circ$	0	0	$0^\circ$
			0	1	$270^\circ$	1	0	$90^\circ$
0	1	$270^\circ$	0	0	$0^\circ$	0	1	$270^\circ$
			1	0	$90^\circ$	0	0	$0^\circ$
			1	1	$180^\circ$	1	0	$90^\circ$
			0	1	$270^\circ$	1	1	$180^\circ$

需要指出,按表 6-6 规定的逻辑功能产生的  $c_n, d_n$  还应按  $0 \rightarrow +1, 1 \rightarrow -1$  的规律转换成双极性脉冲,然后再对载波进行调制。最后由相加器输出的信号便是所需的 QDPSK 信号。

(2) 码变换加相位选择法产生 QDPSK 信号的原理十分简单,它的组成方框图与图 6-25 所示的相位选择法产生 QPSK 信号的组成方框图完全相同。不过,这里逻辑选相电路除按规定完成选择载波的相位外,还应实现将绝对码转换成相对码的功能。也就是说,在四相绝对移相时,直接用输入双比特码去选择载波的相位;而在四相相对移相时,需要将输入的双比特码  $ab$  转换成相应的双比特码  $cd$ ,再用  $cd$  去选择载波的相位。这样,便可产生 QDPSK 信号。

QDPSK 信号的解调方法与 2DPSK 信号解调相类似,也有极性比较法和相位比较法两

种方式。由于 QDPSK 信号可以看作两路 2DPSK 信号的合成,因此,解调时也可以分别按两路 2DPSK 信号解调。上述两种解调方法的组成方框图如图 6-28 所示。图(a)是极性比较法原理方框图;图(b)是相位比较法原理方框图。

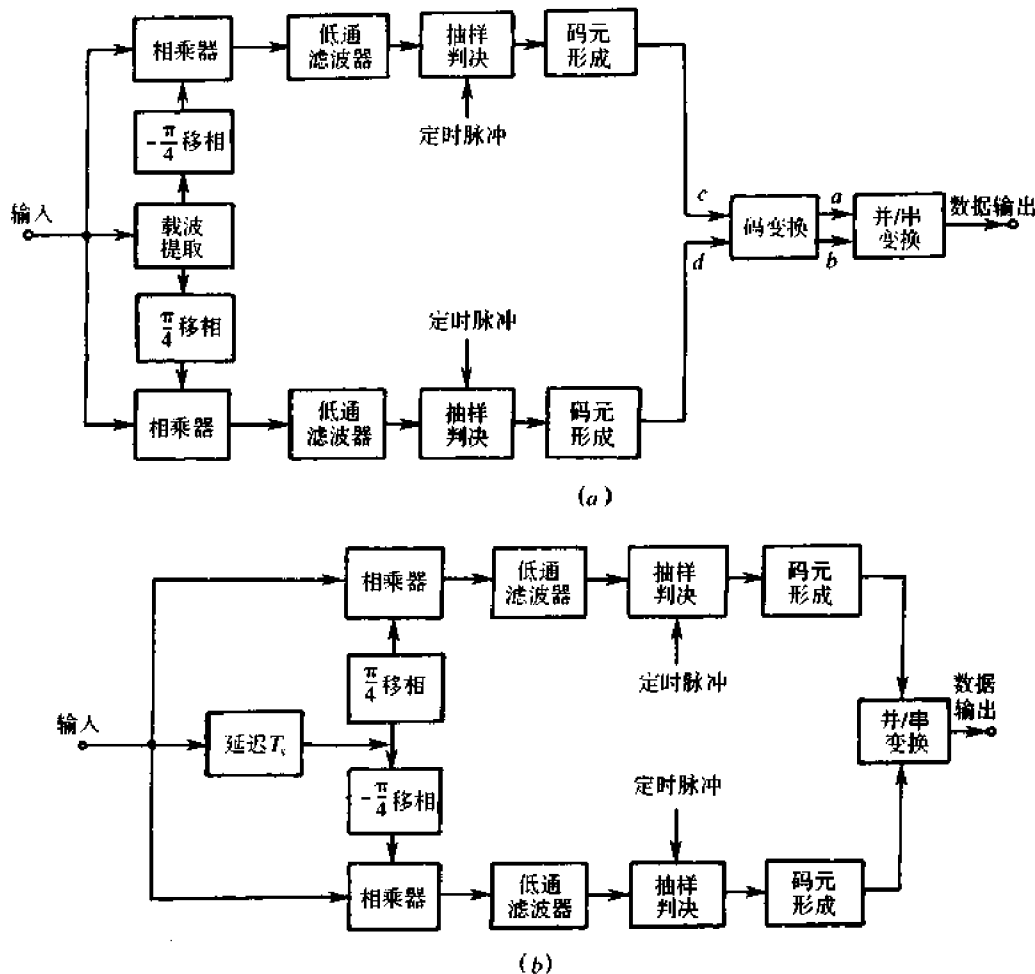


图 6-28 QDPSK 信号解调方框图

(a)极性比较法;(b)相位比较法。

由图 6-28(a)所示的极性比较法解调方框图。可见,它可以看成是由 QPSK 信号解调器和码变换器两部分构成。关于 QPSK 信号解调器的原理大家都是十分熟悉的,故这里着重介绍码变换器的原理。

由于发送的 QDPSK 信号符合表 6-5 规定,故解调器中上、下支路的两个相干载波应为  $\cos\left(\omega_c t - \frac{\pi}{4}\right)$  及  $\cos\left(\omega_c t + \frac{\pi}{4}\right)$ 。若不考虑信道引起的失真及噪声的影响,加到解调器输入端的接收信号在一个码元持续时间内可以表示为

$$s(t) = g(t)\cos(\omega_c t + \varphi_k) \quad (6.5-16)$$

上支路相乘器的输出为

$$s(t) \cdot \cos\left(\omega_c t - \frac{\pi}{4}\right) = g(t)\cos(\omega_c t + \varphi_k) \cdot \cos\left(\omega_c t - \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$\frac{1}{2}g(t)\cos\left[2\omega_c t + \left(\varphi_k - \frac{\pi}{4}\right)\right] + \frac{1}{2}g(t)\cos\left(\varphi_k + \frac{\pi}{4}\right)$$

低通滤波器的输出为

$$\frac{1}{2}g(t)\cos\left(\varphi_k + \frac{\pi}{4}\right)$$

同理,下支路相乘器的输出为

$$\frac{1}{2}g(t)\cos\left[2\omega_c t + \left(\varphi_k + \frac{\pi}{4}\right)\right] + \frac{1}{2}g(t)\cos\left(\varphi_k - \frac{\pi}{4}\right)$$

低通滤波器的输出为

$$\frac{1}{2}g(t)\cos\left(\varphi_k - \frac{\pi}{4}\right)$$

因此,上、下支路在  $t = T_k$  时刻的抽样值可分别表示为

$$U_A \propto \cos\left(\varphi_k + \frac{\pi}{4}\right) \quad (6.5-17)$$

$$U_B \propto \cos\left(\varphi_k - \frac{\pi}{4}\right) \quad (6.5-18)$$

由以上分析不难得出表 6-7 所列的判决规则。这里,判决器按极性判决,负抽样值判为“1”,正抽样值判为“0”。

表 6-7 QDPSK 信号正交解调的判决规则

载波相位 $\varphi_k$	上支路抽样值 $U_A$ 的极性	下支路抽样值 $U_B$ 的极性	判决器输出	
			$c$	$d$
$0^\circ$	+	+	0	0
$90^\circ$	-	+	1	0
$180^\circ$	-	-	1	1
$270^\circ$	+	-	0	1

下面就来讨论码变换器的工作原理。这里的码变换器的功用恰好与发送端的相反,它需要将判决器输出的相对码恢复成绝对码。设码变换器当前的输入数据为  $c_i, d_i$ ; 前一输入数据为  $c_{i-1}, d_{i-1}$ ; 输出数据为  $a_i, b_i$ 。现在我们举例来说明它是如何完成所要求的功能的。假设输入解调器的信号相位序列为

$$\{\varphi_k\}: 0^\circ \quad 90^\circ \quad 90^\circ \quad 270^\circ \quad 180^\circ \quad 0^\circ \quad 270^\circ \cdots$$

那么,前后码元相位差序列为

$$\{\Delta\varphi_k\}: 90^\circ \quad 0^\circ \quad 180^\circ \quad 270^\circ \quad 180^\circ \quad 270^\circ \cdots$$

按表 6-5 的规定可知,发送端发送的信息数据序列为

$$\{a_i\}: 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \cdots$$

$$\{b_i\}: 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \cdots$$

根据上面假设的相位序列  $\{\varphi_k\}$  及表 6-7,可以得到码变换器输入数据序列为

$$\{c_i\}: 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \cdots$$

$$\{d_i\}: 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \cdots$$

现在的任务就是如何由  $c_i, d_i$  来恢复发送的数据序列,即使得码变换器输出的数据

序列与发送的数据序列相同。不难看出,码变换器的输出  $a_i, b_i$  与输入  $c_i, d_i$  符合表 6-8 所列的逻辑关系。例如,令码变换器输入的第一、二组数据为  $c_0=0, d_0=0$  及  $c_1=1, d_1=0$ , 这时,输出数据应为  $a_1=1, b_1=0$ 。同样,令码变换器输入的两组数据为  $c_1=1, d_1=0$  及  $c_2=1, d_2=0$ , 这时,要求输出的数据应为  $a_2=0, b_2=0$ 。

表 6-8 收端码变换器逻辑变换关系

前一输入双比特		本时刻输入		输出数据	
$c_{i-1}$	$d_{i-1}$	$c_i$	$d_i$	$a_i$	$b_i$
0	0	0	0	0	0
		0	1	0	1
		1	1	1	1
		1	0	1	0
0	1	0	0	1	0
		0	1	0	0
		1	1	0	1
		1	0	1	1
1	1	0	0	1	1
		0	1	1	0
		1	1	0	0
		1	0	0	1
1	0	0	0	0	1
		0	1	1	1
		1	1	1	0
		1	0	0	0

综上所述,对表 6-8 所列的逻辑变换关系可以分两种情况讨论:

第一种情况:前一状态上、下两支路具有相同数据 00 或 11 时,即满足  $c_{i-1} \oplus d_{i-1} = 0$ , 则码变换器输出有

$$\begin{cases} a_i = c_i \oplus c_{i-1} \\ b_i = d_i \oplus d_{i-1} \end{cases} \quad (6.5-19)$$

第二种情况:前一状态上、下两支路具有不同数据 01 或 10 时,即满足  $c_{i-1} \oplus d_{i-1} = 1$ , 则码变换器输出为

$$\begin{cases} a_i = d_i \oplus d_{i-1} \\ b_i = c_i \oplus c_{i-1} \end{cases} \quad (6.5-20)$$

根据式(6.5-19)及式(6.5-20)的关系,容易得到图 6-29 所示的码变换器电路图。两路输入信号  $c_i, d_i$  分别与其前一信号  $c_{i-1}, d_{i-1}$  模二相加,完成  $c_i \oplus c_{i-1}$  及  $d_i \oplus d_{i-1}$  的运算,然后比较前一信号  $c_{i-1}, d_{i-1}$  的极性,并用极性比较器输出的电压去控制交叉直通电路。当  $c_{i-1} \oplus d_{i-1} = 0$  时,交叉直通电路处于直通状态,即把  $c_i \oplus c_{i-1}$  作为  $a_i$  的输出,而把



$d_i \oplus d_{i-1}$  作为  $b_i$  的输出;反之,当  $c_i \oplus d_{i-1} = 1$  时,交叉直通电路处于交叉状态,即把  $c_{i-1} \oplus c_i$  作为  $b_i$  的输出,而把  $d_{i-1} \oplus d_i$  作为  $a_i$  的输出。

以上就是极性比较法解调 QDPSK 信号的原理。下面再简要说明图 6-28(b) 所示的相位比较法的原理。它适用于接收按表 6-9 所规定的相位关系的 QDPSK 信号。这种解调方法与极性比较法相比,主要区别在于:它利用延迟电路将前一码元信号延迟一码元时间后,分别移相  $\pi/4$  和

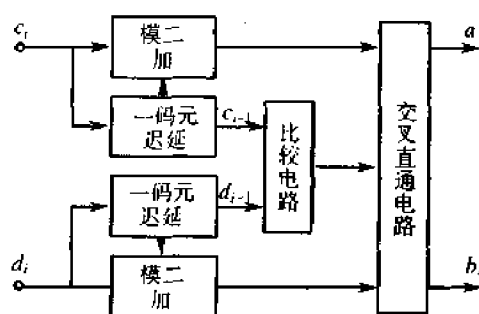


图 6-29 收端码变换器电路

$-\pi/4$ ,再将它们分别作为上、下支路的相干载波。另外它不需要采用码变换器,这是因为 QDPSK 信号的信息包含在前后码元相位差中,而相位比较法解调的原理就是直接比较前后码元的相位。

表 6-9 QDPSK 信号相位编码逻辑关系

双 比 特 码 元		载波相位变化 $\Delta\varphi_i$
a	b	
0	0	$0^\circ$
0	1	$90^\circ$
1	1	$180^\circ$
1	0	$270^\circ$

由上述原理可以看出,在相同的信息速率下,四相信号的码长比二相的增加一倍,故它的频带可减小至二相时的一半。也就是说,四相相位键控系统在单位频带内的信息速率可比二相时的提高一倍。如果四相系统与二相系统的码元速率相同时,则四相系统的信息速率是二相系统的二倍。CCITT V.26 号建议规定,在四线租用电话线路上可以采用速率为 2400bit/s 的 QDPSK 方式的调制器。

## 2. 多进制数字相位调制系统的抗噪声性能

在  $M$  相数字调制中,我们可以认为这  $M$  个信号矢量把相位平面划分成  $M$  等分,每一等分的相位间隔代表一个传输信号。

在没有噪声时,每一信号相位都有相应的确定值。例如,  $M=8$  时,每一信号间隔为  $\pi/4$ ,如图 6-30 所示。在有噪声叠加时,则信号和噪声的合成波形的相位将按一定的统计规律随机变化。这时,若发送信号的基准相位为零相位,  $M=8$ ,则合成波形相位  $\theta$  在  $-\pi/8 < \theta < \pi/8$  范围内变化时(见图中虚影区),就不会产生错误判决;如果在这个范围之外,将造成判决错误。因此,假设发送每一信号的概率是相等的,且令合成波形的相位服从一维概率密度  $f(\theta)$ ,则系统的误码率  $P_e$  为

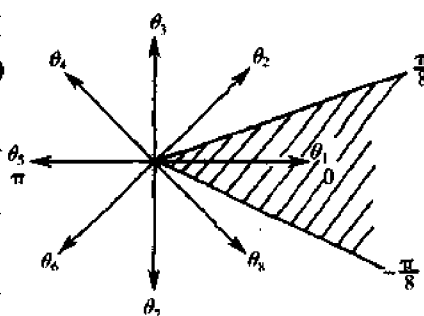


图 6-30  $M=8$  的矢量表示关系

$$P_e = 1 - \int_{-\frac{\pi}{M}}^{\frac{\pi}{M}} f(\theta) d\theta \quad (6.5 - 21)$$

只要给定  $f(\theta)$ , 则  $P_e$  便可求得。

在一般情况下, 一维概率密度  $f(\theta)$  是不易得到的, 故式(6.5 - 21)也难以计算出结果。不过, 在二相及四相时可得结果如下:

对于二相, 有

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{r} \quad (6.5 - 22)$$

对于四相, 有

$$P_e = 1 - \left[ 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{r/2} \right]^2 \quad (6.5 - 23)$$

其曲线如图 6-31 所示。可以指出, 对于  $M$  相方式, 当  $r$  足够大时, 误码率  $P_e$  可近似为

$$P_e \approx e^{-r \sin^2(\pi/M)} \quad (6.5 - 24)$$

以上是绝对移相的情形, 对于多相相对移相时的性能, 也可按上述原理导出。这里, 由于前一码元的相位是受扰的, 故合成波形相位  $\theta$  在

$$\varphi_0 - \frac{\pi}{M} < \theta < \varphi_0 + \frac{\pi}{M}$$

范围内时才不发生错判, 其中,  $\varphi_0$  为参考信号(即前一码元信号)之相位。这时错判的概率应为

$$P_e(\varphi_0) = 1 - \int_{\varphi_0 - \frac{\pi}{M}}^{\varphi_0 + \frac{\pi}{M}} f(\theta) d\theta$$

考虑到  $\varphi_0$  也是随机的, 故若其概率密度为  $q(\varphi_0)$ , 则系统总误码率  $P_e$  为

$$P_e = \int_{-\pi}^{\pi} q(\varphi_0) P_e(\varphi_0) d\varphi_0$$

在大信噪比的情况下, 可得

$$P_e \approx e^{-2r \sin^2\left(\frac{\pi}{2M}\right)} \quad (6.5 - 25)$$

比较式(6.5 - 24)和(6.5 - 25)可见, 在同样误码率下, 将有下列式成立

$$\frac{r_{\text{差分}}}{r_{\text{相干}}} = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right)}{2\sin^2\left(\frac{\pi}{2M}\right)}$$

这个结果已经在图 6-32 中。由图可见, 在  $M$  值很大时, 差分移相和相干移相相比约损失 3dB 的功率。在四相时, 大约损失 2.3dB 的功率。

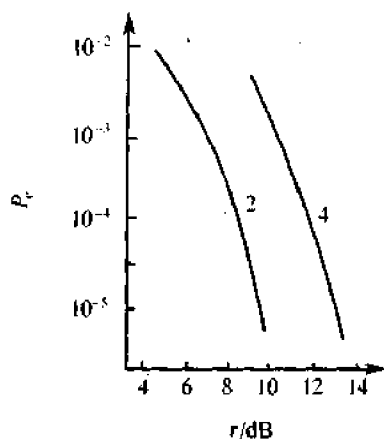
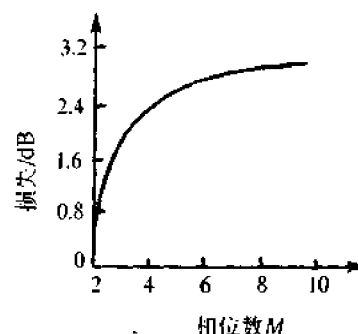


图 6-31 相干移相时的误码率

图 6-32 差分相干移相在信噪比上的损失与相位数  $M$  的关系

#### 6.5.4 振幅相位联合键控(APK)系统

由以上多进制 ASK 或 PSK 系统的分析可以看出,在系统带宽一定的条件下,多进制调制的信息传输速率比二进制高,也就是说,多进制调制系统的频带利用率高。但是,多进制调制系统频带利用率的提高是通过牺牲功率利用率来换取的。因为随着  $M$  值的增加,在信号空间中各信号点间的最小距离减小,相应的信号判决区域也随之减小。因此,当信号受到噪声和干扰的损害时,接收信号错误概率也将随之增大。振幅相位联合键控 (APK) 方式就是为克服上述问题而提出来的。在这种调制方式中,当  $M$  较大时,可以获得较好的功率利用率,同时,其设备组成也比较简单。因此,它是目前研究和应用较多的一种调制方式。

幅相键控信号的一般表示式为

$$e_0(t) = \sum_n A_n g(t - nT_s) \cos(\omega_c t + \varphi_n) \quad (6.5-26)$$

式中,  $g(t - nT_s)$  是宽度为  $T_s$  的单个基带脉冲。式(6.5-26)还可改变为另一形式

$$e_0(t) = \left[ \sum_n A_n g(t - nT_s) \cos \varphi_n \right] \cos \omega_c t - \left[ \sum_n A_n g(t - nT_s) \sin \varphi_n \right] \sin \omega_c t \quad (6.5-27)$$

令

$$A_n \cos \varphi_n = X_n \quad (6.5-28)$$

$$- A_n \sin \varphi_n = Y_n \quad (6.5-29)$$

则式(6.5-27)变为

$$e_0(t) = \left[ \sum_n X_n g(t - nT_s) \right] \cos \omega_c t + \left[ \sum_n Y_n g(t - nT_s) \right] \sin \omega_c t \quad (6.5-30)$$

由此式可以看出,APK 信号可看作两个正交调制信号之和。APK 有时也称为星座调制,因为在矢量图平面上信号分布如星座。当前研究较多并被建议用于数字通信中的

一种 APK 信号,是十六进制的正交振幅调制(16QAM)信号。因此,下面将以这种信号为例来分析 APK 方式的原理。

在讨论 16QAM 以前,我们先来说明什么叫做正交振幅调制(QAM)。所谓正交振幅调制是用两个独立的基带波形对两个相互正交的同频载波进行抑制载波的双边带调制,利用这种已调信号在同一带宽内频谱正交的性质来实现两路并行的数字信息传输。正交振幅调制系统的组成方框图如图 6-33 所示。图中  $m_I(t)$  和  $m_Q(t)$  是两个独立的带宽受限的基带信号,  $\cos\omega_c t$  和  $\sin\omega_c t$  是相互正交的载波。由图可见,发送端形成的正交振幅调制信号为

$$e_0(t) = m_I(t)\cos\omega_c t + m_Q(t)\sin\omega_c t \quad (6.5-31)$$

式中,  $\cos\omega_c t$  项通常称为同相信号,或称  $I$  信号;  $\sin\omega_c t$  项称为正交信号,或称  $Q$  信号。

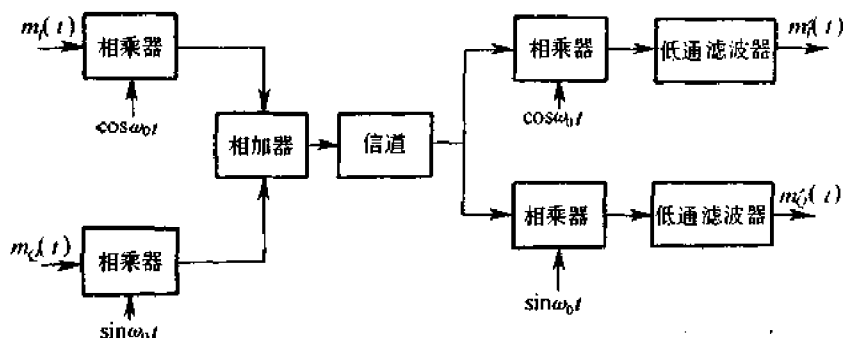


图 6-33 正交振幅调制系统组成方框图

当  $m_Q(t)$  是  $m_I(t)$  的希尔伯特变换时,正交振幅调制就变成了单边带调制。当  $m_I(t)$  与  $m_Q(t)$  的取值为  $\pm 1$  时,正交振幅调制和四相移相键控(QPSK)完全相同。

若信道具有理想传输特性,则上支路相干解调器的输出为

$$m'_I(t) = \frac{1}{2} m_I(t) \quad (6.5-32)$$

下支路相干解调器的输出为

$$m'_Q(t) = \frac{1}{2} m_Q(t) \quad (6.5-33)$$

这样,便无失真地完成了波形的传输。由于正交振幅调制信号与四相移相键控信号形式相同,因此,采用相干检测法对正交振幅调制信号解调时,所得到的系统误码率性能与四相移相键控信号相干解调时的系统误码率性能相同。

若图 6-33 中输入的基带信号为多电平时,那么便可以构成多电平正交振幅调制。下面就来讨论 16QAM 系统。

16QAM 的信号星座图如图 6-34 所示。其中,第  $i$  个信号的表达式为

$$s_i(t) = A_i \cos(\omega_c t + \varphi_i), i = 1, 2, \dots, 16 \quad (6.5-34)$$

图 6-35 是在最大功率(或振幅)相等条件下,画出的 16QAM 和 16PSK 的信号星座图。由图可见,对 16PSK 来说,相邻信号点的距离为

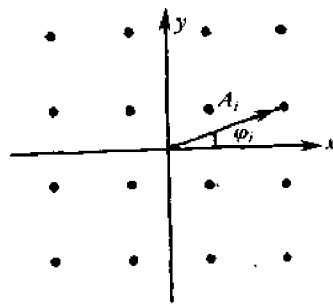


图 6-34 16QAM 信号的星座图

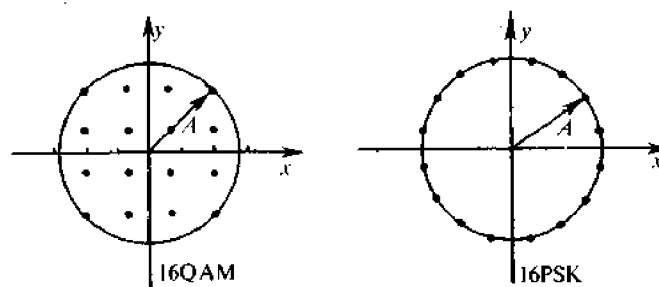


图 6-35 16QAM 和 16PSK 信号的星座图

$$d_1 \approx 2A \sin\left(\frac{\pi}{16}\right) = 0.39A \quad (6.5-35)$$

对 16QAM 来说,相邻信号点的距离为

$$d_2 = \frac{\sqrt{2}A}{L-1} \quad (6.5-36)$$

式中,  $L$  是在两个正交方向( $x$  或  $y$ )上信号的电平数。这里,  $L=4$ , 故式(6.5-36)变成

$$d_2 = \frac{\sqrt{2}A}{3} = 0.47A$$

这个结果表明,  $d_2$  超过  $d_1$  约 1.64dB。

实际上,应该以信号的平均功率相等为条件来比较上述信号的距离才是合理的。可以证明,QAM 信号的最大功率与平均功率之比为

$$\xi_{\text{QAM}} = \frac{\text{最大功率}}{\text{平均功率}} = \frac{L(L-1)^2}{2 \sum_{i=1}^{L/2} (2i-1)^2} \quad (6.5-37)$$

对于 16QAM 来说,  $L=4$ , 所以  $\xi_{16\text{QAM}}=1.8$ 。至于 16PSK 信号的平均功率, 因为其包络恒定, 就等于它的最大功率, 因而  $\xi_{16\text{PSK}}=1$ 。这说明  $\xi_{16\text{QAM}}$  比  $\xi_{16\text{PSK}}$  约大 2.55dB。这样, 在平均功率相等的条件下, 16QAM 的相邻信号距离超过 16PSK 约 4.19dB。

16QAM 信号的产生有两种基本方法: 一种是正交调幅法, 它是用两路正交的四电平振幅键控信号叠加而成; 另一种是复合相移法, 它是用两路独立的四相移相键控信号叠加而成。图 6-36 和图 6-37 分别用信号矢量叠加来说明这两种方法产生 16QAM 信号的原理。

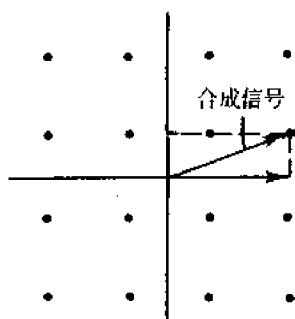


图 6-36 用正交调幅法合成 16QAM 信号

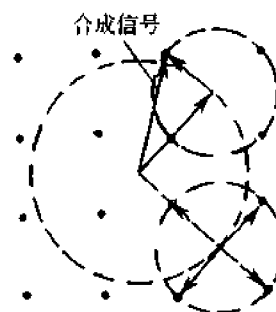


图 6-37 用复合相移法合成 16QAM 信号

作为一个例子,图 6-38 给出了 16QAM 信号的一种调制和解调方框图。由该图可以看出,它和图 6-33 所示的 QAM 系统的组成方框图是完全相同的,其区别仅在于:这里的发送端两路输入的基带信号均为四电平波形。

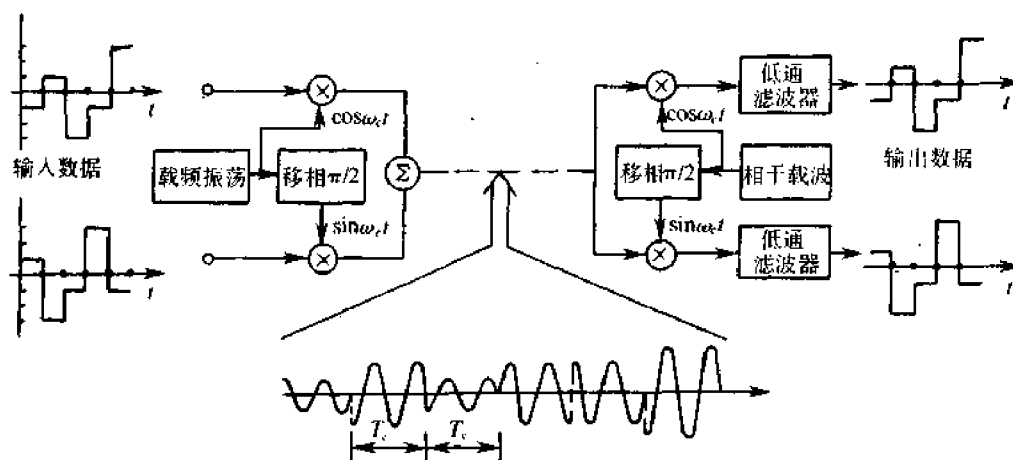


图 6-38 16QAM 的调制和解调方框图

## 6.6 改进的数字调制方式

前面讨论的二进制和多进制数字调制方式是数字调制的理论基础。目前,在此基础上发展和提出了许多具有优越性能的新调制方式,本节就其中有代表性的几种作一介绍。

### 6.6.1 最小移频键控(MSK)方式<sup>[24]</sup>

MSK 是 2FSK 信号的改进型,二进制 MSK 信号的表示式可写为

$$s_{\text{MSK}}(t) = \cos\left(\omega_c t + \frac{\pi a_k}{2T_s} t + \varphi_k\right) \quad (6.6-1)$$

$$(k-1)T_s \leq t \leq kT_s$$

或者

$$s_{\text{MSK}}(t) = \cos[\omega_c t + \theta(t)] \quad (6.6-2)$$

这里

$$\theta(t) = \frac{2\pi a_k}{2T_s} + \varphi_k, (k-1)T_s \leq t \leq kT_s \quad (6.6-3)$$

式中  $\omega_c$ ——载波角频率;

$T_s$ ——码元宽度;

$a_k$ ——第  $k$  个码元中的信息,其取值为  $\pm 1$ ;

$\varphi_k$ ——第  $k$  个码元的相位常数,它在时间  $(k-1)T_s \leq t \leq kT_s$  中保持不变。

由式(6.6-1)可见,当  $a_k = +1$  时,信号的频率为

$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\left(\omega_c + \frac{\pi}{2T_s}\right) \quad (6.6-4)$$

当  $a_k = -1$  时, 信号的频率为

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \left( \omega_c - \frac{\pi}{2T_s} \right) \quad (6.6-5)$$

由此可得频率间隔为

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{1}{2T_s} \quad (6.6-6)$$

$$h = \Delta f T_s = \frac{1}{2T_s} \times T_s = \frac{1}{2} = 0.5$$

如图 6-39(a) 所示。由图 6-39(b) 中的波形可以看出, “+”信号与“-”信号在一个码元期间恰好相差二分之一周, 即相差  $\pi$ 。下面我们就来说明 MSK 信号的频率间隔是如何确定的。

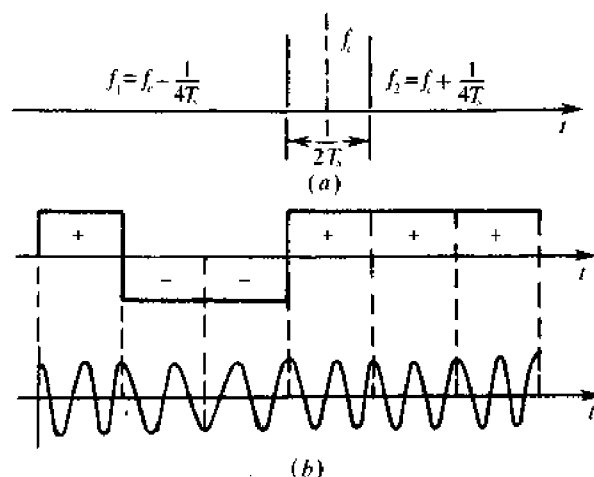


图 6-39 MSK 信号的频率间隔与波形

对于一般移频键控(2FSK), 两个信号波形具有以下的相关系数

$$\rho = \frac{\sin 2\pi(f_2 - f_1)T_s}{2\pi(f_2 - f_1)T_s} + \frac{\sin 4\pi f_c T_s}{4\pi f_c T_s} \quad (6.6-7)$$

式中,  $f_c = (f_1 + f_2)/2$  是载波频率。

MSK 是一种正交调制, 其信号波形的相关系数等于零。因此, 对 MSK 信号来说, 式 (6.6-7) 应等于零, 也就是上式右边两项均应等于零。第一项等于零的条件是  $2\pi(f_2 - f_1)T_s = k\pi$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ), 令  $k$  等于其最小值 1, 则

$$f_2 - f_1 = \frac{1}{2T_s}$$

这正是 MSK 信号所要求的频率间隔。第二项等于零的条件是  $4\pi f_c T_s = n\pi$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), 即

$$T_s = n \cdot \left( \frac{1}{4} \right) \frac{1}{f_c} \quad (6.6-8)$$

这说明, MSK 信号在每一码元周期内, 必须包含四分之一载波周期的整倍数。由此可得

$$f_c = n \frac{1}{4T_s} = \left( N + \frac{m}{4} \right) \frac{1}{T_s} \quad (6.6-9)$$

( $N$  为正整数;  $m = 0, 1, 2, 3$ )

相应地

$$\begin{cases} f_2 = f_c + \frac{1}{4T_s} = \left(N + \frac{m+1}{4}\right) \frac{1}{T_s} \\ f_1 = f_c - \frac{1}{4T_s} = \left(N + \frac{m-1}{4}\right) \frac{1}{T_s} \end{cases} \quad (6.6-10)$$

图 6.39(b) 中的信号波形是  $N=1, m=3$  的特殊情况。

相位常数  $\varphi_k$  的选择应保证信号相位在码元转换时刻是连续的。根据这一要求, 由式 (6.6-3) 可以导出以下的相位递归条件, 或者称为相位约束条件, 即

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \varphi_{k-1} + (a_{k-1} - a_k) \left[ \frac{\pi}{2} (k-1) \right] = \\ &\begin{cases} \varphi_{k-1}, & \text{当 } a_k = a_{k-1} \text{ 时} \\ \varphi_{k-1} \pm (k-1)\pi, & \text{当 } a_k \neq a_{k-1} \text{ 时} \end{cases} \end{aligned} \quad (6.6-11)$$

上式表明, MSK 信号在第  $k$  个码元的相位常数不仅与当前的  $a_k$  有关, 而且与前面的  $a_{k-1}$  及相位常数  $\varphi_{k-1}$  有关。或者说, 前后码元之间存在着相关性。对于相干解调来说,  $\varphi_k$  的起始参考值可以假定为零, 因此, 从式 (6.6-11) 可以得到

$$\varphi_k = 0 \text{ 或 } \pi (\text{模 } 2\pi) \quad (6.6-12)$$

式 (6.6-3) 中的  $\theta(t)$  称为附加相位函数, 它是 MSK 信号的总相位减去随时间线性增长的载波相位而得到的剩余相位。式 (6.6-3) 是一直线方程式, 其斜率为  $\frac{\pi a_k}{2T_s}$ , 截距是  $\varphi_k$ 。另外, 由于  $a_k$  的取值为  $\pm 1$ , 故  $\frac{\pi a_k}{2T_s} t$  是分段线性的相位函数 (以码元宽度  $T_s$  为段)。

在任一个码元期间内,  $\theta(t)$  的变化量总是  $\frac{\pi}{2}$ 。 $a_k = +1$  时, 增大  $\frac{\pi}{2}$ ;  $a_k = -1$  时, 减小  $\frac{\pi}{2}$ 。

图 6-40(a) 是针对一特定数据序列画出的附加相位轨迹; 图 6-40(b) 表示的是附加相位路径的网格图, 它是附加相位函数由零开始可能经历的全部路径。 $\varphi_k$  与  $a_k$  之间的关系举例给出, 如表 6-10 所列。

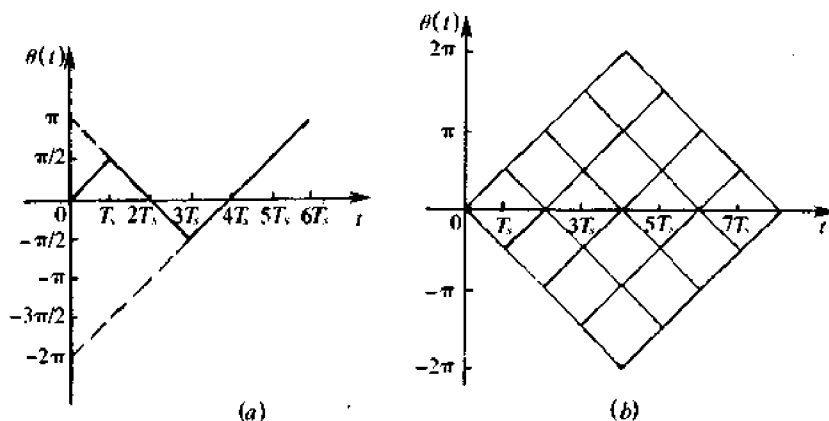


图 6-40 附加相位函数  $\theta(t)$  及附加相位路径网格

(a) 附加相位函数; (b) 附加相位路径网格。



表 6-10 相位常数  $\varphi_k$  与  $a_k$  的关系

$k$	1	2	3	4	5	6
$a_k$	1	-1	-1	1	1	1
$\varphi_k$	0	$\pi$	$\pi$	$-2\pi$	$-2\pi$	$-2\pi$
$\varphi_k(\text{模 } 2\pi)$	0	$\pi$	$\pi$	0	0	0

由以上讨论可知,MSK 信号具有如下特点:

(1)已调信号的振幅是恒定的;

(2)信号的频率偏移严格地等于  $\pm \frac{1}{4T_s}$ , 相应的调制指数  $h = (f_2 - f_1)T_s = \frac{1}{2}$ ;

(3)以载波相位为基准的信号相位在一个码元期间内准确地线性变化  $\pm \frac{\pi}{2}$ ;

(4)在一个码元期间内,信号应包括四分之一载波周期的整数倍;

(5)在码元转换时刻信号的相位是连续的,或者说,信号的波形没有突跳。

现在,我们再来讨论 MSK 信号的调制与解调方法。

由于  $\cos[\omega_c t + \theta(t)] = \cos\theta(t)\cos\omega_c t - \sin\theta(t)\sin\omega_c t$ , 故 MSK 信号也可以看作是由两个彼此正交的载波  $\cos\omega_c t$  与  $\sin\omega_c t$  分别被函数  $\cos\theta(t)$  与  $\sin\theta(t)$  进行振幅调制而合成的。

已知  $\theta(t) = \frac{\pi a_k}{2T_s}t + \varphi_k$ ,  $a_k = \pm 1$ ,  $\varphi_k = 0$  或  $\pi(\text{模 } 2\pi)$ , 因而

$$\begin{cases} \cos\theta(t) = \cos\left(\frac{\pi t}{2T_s}\right)\cos\varphi_k \\ -\sin\theta(t) = -a_k\sin\left(\frac{\pi t}{2T_s}\right)\cos\varphi_k \end{cases}$$

故 MSK 信号可表示为

$$s_{\text{MSK}}(t) = \cos\varphi_k \cos\left(\frac{\pi t}{2T_s}\right)\cos\omega_c t - a_k \cos\varphi_k \sin\left(\frac{\pi t}{2T_s}\right)\sin\omega_c t \quad (k-1)T_s \leq t \leq kT_s \quad (6.6-13)$$

式中,等号后面的第一项是同相分量,也称  $I$  分量;第二项是正交分量,也称  $Q$  分量。

$\cos\left(\frac{\pi t}{2T_s}\right)$  和  $\sin\left(\frac{\pi t}{2T_s}\right)$  称为加权函数(或称调制函数)。 $\cos\varphi_k$  是同相分量的等效数据,

$-a_k \cos\varphi_k$  是正交分量的等效数据,它们都与原始输入数据有确定的关系。令  $\cos\varphi_k = I_k$ ,

$-a_k \cos\varphi_k = Q_k$ ,代入式(6.6-13)可得

$$s_{\text{MSK}}(t) = I_k \cos\left(\frac{\pi t}{2T_s}\right)\cos\omega_c t + Q_k \sin\left(\frac{\pi t}{2T_s}\right)\sin\omega_c t \quad (k-1)T_s \leq t \leq kT_s \quad (6.6-14)$$

根据上式,可构成一种 MSK 调制器,其方框图如图 6-41 所示。

MSK 信号的解调与 FSK 信号相似,可以采用相干解调,也可以采用非相干解调。图 6-42 示出了一种采用延时判决的相干解调原理方框图。关于相干解调的原理与 2FSK 信号时没有什么区别。这里,着重讨论延时判决法的原理。现在我们举例说明在  $(0, 2T_s)$  时

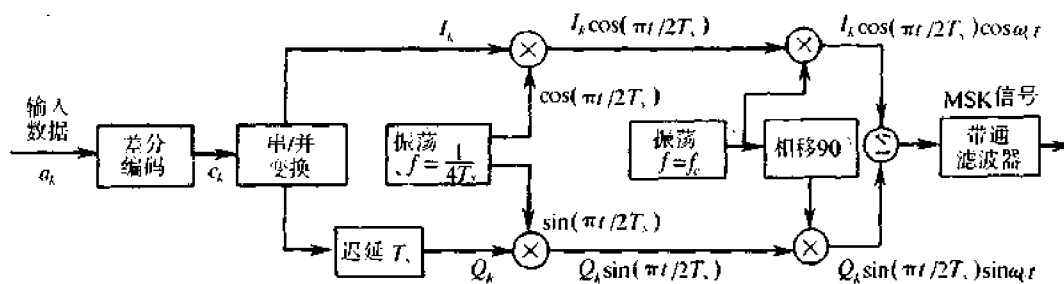


图 6-41 MSK 调制器的方框图

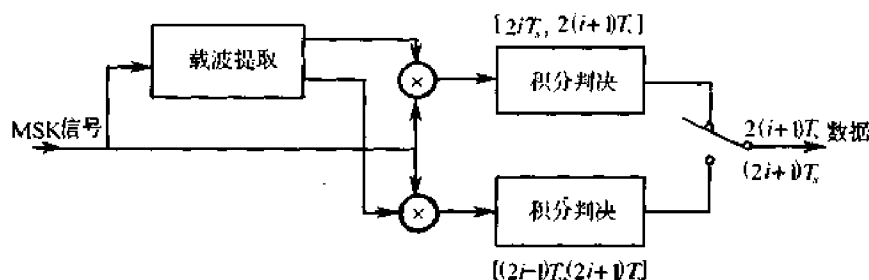


图 6-42 MSK 信号相干解调原理方框图

问内判决一次(判出一个码元信息)的基本原理。

设 \$(0, 2T\_s)\$ 时间内 \$\theta(0) = 0\$, 则 MSK 的 \$\theta(t)\$ 的变化规律可用图 6-43(a) 表示, 在 \$t = 2T\_s\$ 时刻, \$\theta(t)\$ 的可能相位为 \$0, \pm\pi\$。现若把这时的接收信号 \$\cos[\omega\_c t + \theta(t)]\$ 与相干载波 \$\cos(\omega\_c t + \frac{\pi}{2})\$ 相乘, 则相乘输出为

$$\begin{aligned} \cos[\omega_c t + \theta(t)] \cos(\omega_c t + \frac{\pi}{2}) &= \\ \cos[\theta(t) - \frac{\pi}{2}] + \text{频率为 } 2\omega_c \text{ 的项} \end{aligned}$$

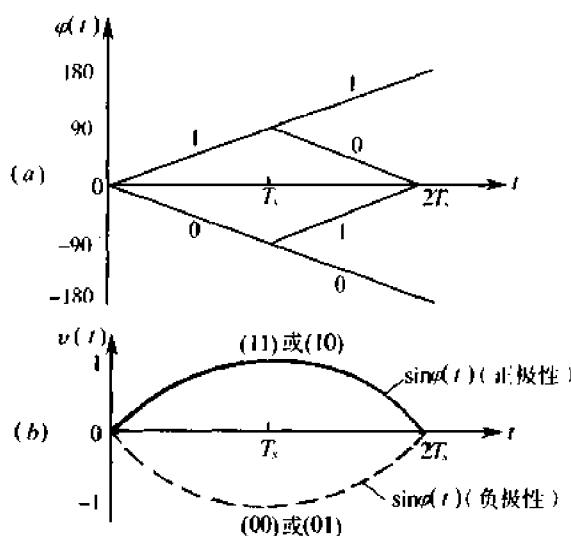
这里, 没有考虑常数 \$1/2\$。滤出第一项, 可得

$$\begin{aligned} v(t) &= \cos[\theta(t) - \frac{\pi}{2}] = \sin\theta(t) \\ 0 &\leq t \leq 2T_s \end{aligned} \quad (6.6-15)$$

由图 6-43(a) 可知, 当输入数据为 11 或 10 时, \$\sin\theta(t)\$ 为正极性; 而当输入数据为 00 或 01 时, \$\sin\theta(t)\$ 为负极性。\$v(t)\$ 的示意波形如图 6-43(b) 所示。由此我们得到: 若 \$v(t)\$ 经判断(比如经积分抽样判决)为正极性, 则就可断定数字信息不是“11”就是“10”, 于是可判定第一个比特为“1”, 而第二个比特留待下一次再作决定。这里, 由于利用了第二个码元提供的条件, 故判决的第一个码元所含信息的正确性就有提高。这就是延时判决法的基本含义。

由图 6-42 可以看出, 输入 MSK 信号同时与两路的相应相干载波相乘, 并分别进行积分判决。这里的积分判决器是交替工作的, 每次积分时间为 \$2T\_s\$。若一积分在 \$(2iT\_s, 2(i+1)T\_s)\$ 进行, 则另一积分将在 \$((2i-1)T\_s, (2i+1)T\_s)\$ 内进行, 两者差开 \$T\_s\$ 时间。

最后, 我们再简要讨论一下 MSK 信号的功率谱。按照式 (6.6-1) 定义的 MSK 信号,

图 6-43 MSK 信号在  $(0, 2T_s)$  内的相位变化及相干解调的输出波形

其功率谱密度可表示为

$$S(\omega) = 32\pi^2 T_s \left( \frac{\cos z}{\pi^2 - 4z^2} \right)^2 \quad (6.6-16)$$

式中,  $z = (\omega - \omega_c) T_s$ , 其归一化功率谱如图 6-44 所示。与 2PSK 相比较可以看出, MSK 信号的功率谱更加紧凑, 并且它的第一个零点是在  $0.75/T_s$  处, 而 2PSK 的第一个零点则出现在  $1/T_s$  处。这表明 MSK 信号功率谱的主瓣所占的频带宽率比 2PSK 信号窄; 在主瓣带宽之外, 功率谱旁瓣的下降也更为迅速。这说明 MSK 信号的功率主要包含在主瓣之内。因此, MSK 信号比较适合在窄带信道中传输, 对邻道的干扰也较小。另外, 由于占用带宽窄, 故使 MSK 的抗干扰性能要优于 2PSK。这就是目前广泛采用 MSK 调制的原因。

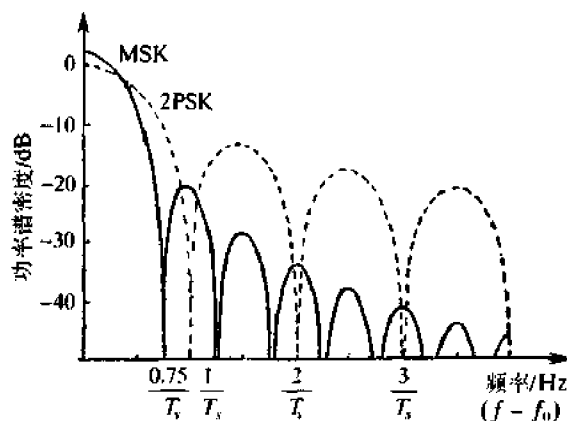


图 6-44 MSK 与 2PSK 信号的归一化功率谱

### 6.6.2 高斯最小移频键控(GMSK)方式

由以上讨论可以看出, MSK 调制方式的突出优点是信号具有恒定的振幅及信号的功率谱在主瓣以外衰减较快。然而, 在一些通信场合, 例如移动通信中, 对信号带外辐射功

率的限制是十分严格的,比如,必须衰减 70 ~ 80dB 以上。MSK 信号仍不能满足这样苛刻的要求。高斯最小移频键控(GMSK)方式就是针对上述要求提出来的。

GMSK 是在 MSK 调制器之前加入一高斯低通滤波器。也就是说,用高斯低通滤波器作为 MSK 调制的前置滤波器,如图 6-45 所示。图中的高斯低通滤波器必须能满足下列要求:

- (1)带宽窄,且是锐截止的;
- (2)具有较低的过冲脉冲响应;
- (3)能保持输出脉冲的面积不变。

以上要求分别是为了抑制高频成分、防止过量的瞬时频率偏移以及进行相干检测所需要的。GMSK 信号的解调与 MSK 信号完全相同。

图 6-46 示出了 GMSK 信号的功率谱密度。图中,横坐标的归一化频率  $(f - f_c)T_s$ ,纵坐标为谱密度,参变量  $B_b T_s$  为高斯低通滤波器的归一化 3dB 带宽  $B_b$  与码元长度  $T_s$  的乘积。 $B_b T_s = \infty$  的曲线是 MSK 信号的功率谱密度。由图可见,GMSK 信号的频谱随着  $B_b T_s$  值的减小变得紧凑起来。

需要指出,GMSK 信号频谱特性的改善是通过降低误比特率性能换来的。前置滤波器的带宽越窄,输出功率谱就越紧凑,误比特率性能变得越差。不过,当  $B_b T_s = 0.25$  时,误比特率性能下降并不严重。

图 6-45 GMSK 调制的原理方框图

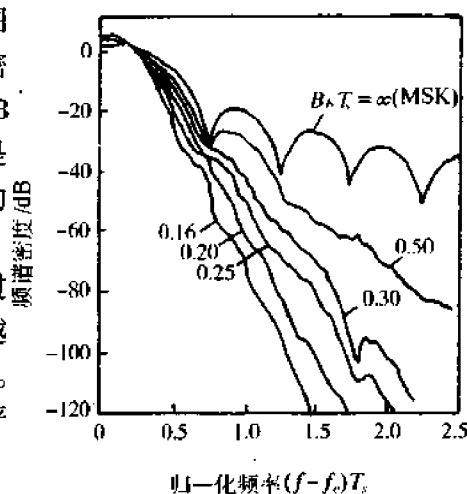


图 6-46 GMSK 信号的功率谱密度

### 6.6.3 时频调制方式

时频调制方式是适合在随参信道中使用的一种调制方式。不同类型的时频调制信号,有的能起分集接收的效果,有的能克服或减小码间干扰的影响,有的既能起分集作用又能起抗码间干扰的作用。

所谓时频调制信号,即在一个或一组二进制符号的持续时间内,用若干个较窄的射频脉冲来传输原二进制符号信息,而相邻射频脉冲具有不同频率,并按串序发送。这种在不同的时间发送不同频率所构成的信号就称时频调制信号。这种信号,有时又称时频编码信号。

我们先来看在一个二进制符号持续时间内的时频调制原理。设一个二进制符号持续时间  $T$  内选两个频率、两个时隙,则二进制符号“0”可由在  $(0, T/2)$  内发  $f_1$  频率,在  $(T/2, T)$  内发  $f_2$  频率来代表;而二进制符号的“1”可由在  $(0, T/2)$  内发  $f_2$ ,在  $(T/2, T)$  内发  $f_1$  来代表,如图 6-47(b) 所示。若在一个  $T$  内选用四个频率、两个时隙,例如,用  $f_1 f_2$  表示“0”,用  $f_3 f_4$  表示“1”,则信号组成如图 6-47(c) 所示。

由图 6-47 可以看出:第一,由于在一个二进制信息符号内发送两个频率的射频信号,而它们共同代表着同一个信息符号,因此只要选用的频率不相关或相关性不大,则在

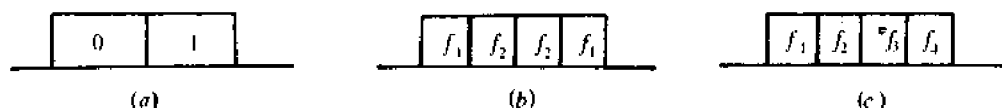


图 6-47 二频及四频的时频调制信号示意图

接收端具有频率分集的效果；第二，图 6-47(b) 中的信号不能抗多径时延引起的码间干扰，因为在信息序列所对应的时频调制信号序列中，两个相同的频率会相继出现，从而在接收机中会进入同一分路滤波器，以致彼此重迭起来；但图 6-47(c) 中的信号就有抗多径时延的作用，因为这时不会有相同频率相继出现，相同的频率至少有  $T/2$  的时间间隔；第三，由于每一射频脉冲较窄，而且使用多个频率，故已调信号的总频带加宽了。从上述分析可知，要提高时频调制信号的抗衰落能力，可在此原理上加以改造和完善，但考虑到最后一方面的不利因素，应尽可能少地占用频带为宜。这里的有利因素与不利因素是相互矛盾的，在实际中应根据需要来折衷。

下面我们来看在二组二进制符号持续时间内时频调制信号的组成。通常可以把  $k$  个二进制符号编成一组， $k=2,3,4,\dots$ 。

例如，两个二进制符号为一组。此时有四种组合：00, 01, 10, 11。在时频信号中若考虑用四个频率、四个时隙，则可按如下规则进行编排：

$$\begin{aligned} 0 \ 0 &\longleftrightarrow f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \\ 0 \ 1 &\longleftrightarrow f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_1 \\ 1 \ 0 &\longleftrightarrow f_3 \ f_4 \ f_1 \ f_2 \\ 1 \ 1 &\longleftrightarrow f_4 \ f_1 \ f_2 \ f_3 \end{aligned}$$

相应的波形序列如图 6-48 所示。

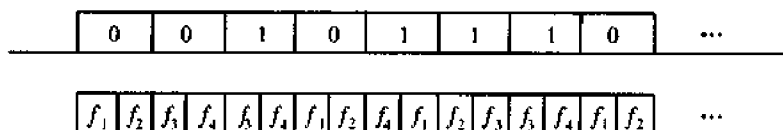


图 6-48 四进制四频四时的时频调制信号示意图

这种时频调制信号的特点是，由于在观察时间  $T$  内用四个频率代表同一信息及不使用重复的频率，因而有较强的分集作用和抗码间干扰的能力。当然，这种信号的序列中，存在相继出现相同频率的可能性，但这种可能性是不大的。

若把三个二进制符号为一组，而同样采用四频四时（此时称为八进制时频信号），则可按下述关系进行编排：

$$\begin{aligned} 0 \ 0 \ 0 &\longleftrightarrow f_4 \ f_3 \ f_2 \ f_1 \\ 0 \ 0 \ 1 &\longleftrightarrow f_1 \ f_3 \ f_4 \ f_2 \\ 0 \ 1 \ 0 &\longleftrightarrow f_2 \ f_1 \ f_4 \ f_3 \\ 0 \ 1 \ 1 &\longleftrightarrow f_2 \ f_4 \ f_3 \ f_1 \\ 1 \ 0 \ 0 &\longleftrightarrow f_3 \ f_1 \ f_2 \ f_4 \end{aligned}$$

$$1 \ 0 \ 1 \longleftrightarrow f_3 \ f_4 \ f_1 \ f_2$$

$$1 \ 1 \ 0 \longleftrightarrow f_4 \ f_2 \ f_1 \ f_3$$

$$1 \ 1 \ 1 \longleftrightarrow f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4$$

这种时频调制信号的特点与上一种的相似,但在上一种方式中频率的编排是呈正交关系的,即在任一时隙内不会重复使用同一频率;而在八进制时频调制信号中,时频的编码是不完全正交的。可以证明,正交的时频编码系统的性能要比不完全正交的好;但是,后一种方式占用的频带宽度要比前一种窄些(在同样的信息传输速率下)。

综上所述,时频调制信号的抗衰落和克服多径时延的能力,取决于时频编码的方法,而不同的方法将有不同的性能。

时频调制信号如何进行编码的问题是重要的。通常它是利用多元线性群码理论作为理论基础的。被选用的时频编码就在多元线性群码中选取。因为正交码有好的抗衰落能力,故首先选择呈正交性的群码。然而,完全正交的编码在给定的群码中存在不多,实际中往往不够选用(例如,前面列举的八进制时频编码中就是如此)。因而,实际中常常从准(不完全)正交码中选取,以便不致于使检测性能下降太多。

时频调制信号可有其他一些形式,限于篇幅不再介绍了。

除以上介绍的几种改进的数字调制方式外,还有许多其他的改进形式,譬如正交部分响应(QPR)调制、连续相位移频键控(CP/FSK)、软调频(TFM)、偏置正交移相键控(OQP-SK)以及相关移相键控(COR/PSK)等。关于它们的原理以及性能的分析比较,这里就不一一叙述了,有兴趣的读者请参阅其他有关书籍<sup>[24]</sup>。

值得一提的是数字调制方式,不仅在技术上得到了迅速发展,而且在实现方面也取得了重大进展。近十多年来,由于VLSI和数字信号处理器的发展,那些以分立元件和单元电子电路为主来实现的调制器(MODEM),已被用专用集成电路(ASIC)和数字信号处理器实现的调制器所替代。例如,目前市场上的话带调制器,绝大部分都由一两片ASIC来承担整个调制器的大部分功能。

## 思 考 题

- 6-1 什么是数字调制?它和模拟调制有哪些异同点?
- 6-2 什么是振幅键控?2ASK信号的波形有什么特点?
- 6-3 OOK信号的产生及解调方法如何?
- 6-4 OOK信号的功率谱密度有何特点?
- 6-5 什么是移频键控?2FSK信号的波形有什么特点?
- 6-6 2FSK信号的产生及解调方法如何?
- 6-7 相位不连续的2FSK信号的功率谱密度有什么特点?
- 6-8 什么是绝对移相?什么是相对移相?它们有何区别?
- 6-9 2PSK信号和2DPSK信号可以用哪些方法产生和解调?它们是否可以采用包络检波法解调?为什么?
- 6-10 2PSK信号及2DPSK信号的功率谱密度有何特点?试将它们与OOK信号的

功率谱密度加以此较。

6-11 试比较 OOK 系统、2FSK 系统、2PSK 系统以及 2DPSK 系统的抗信道加性噪声的性能。

6-12 试述多进制数字调制的特点。

6-13 什么是最小移频键控? MSK 信号具有哪些特点?

6-14 何谓 GMSK 调制? 它与 MSK 调制有何不同?

6-15 什么是时频调制? 时频调制信号有何特点?

## 习 题

6-1 设发送数字信息为 011011100010, 试分别画出 OOK、2FSK、2PSK 及 2DPSK 信号的波形示意图。

6-2 已知某 OOK 系统的码元传输速率为  $10^3$ B, 所用的载波信号为  $A\cos(4\pi \times 10^6 t)$ :

(1) 设所传送的数字信息为 011001, 试画出相应的 OOK 信号波形示意图;

(2) 求 OOK 信号的第一零点带宽。

6-3 设某 2FSK 调制系统的码元传输速率为 1000B, 已调信号的载频为 1000Hz 或 2000Hz:

(1) 若发送数字信息为 011010, 试画出相应的 2FSK 信号波形;

(2) 试讨论这时的 2FSK 信号应选择怎样的解调器解调?

(3) 若发送数字信息是等可能的, 试画出它的功率谱密度草图。

6-4 假设在某 2DPSK 系统中, 载波频率为 2400Hz, 码元速率为 1200B, 已知相对码序列为 1100010111:

(1) 试画出 2DPSK 信号波形(注: 相位偏移  $\Delta\varphi$  可自行假设);

(2) 若采用差分相干解调法接收该信号时, 试画出解调系统的各点波形;

(3) 若发送信息符号 0 和 1 的概率分别为 0.6 和 0.4, 试求 2DPSK 信号的功率谱密度。

6-5 设载频为 1800Hz, 码元速率为 1200B, 发送数字信息为 011010:

(1) 若相位偏移  $\Delta\varphi = 0^\circ$  代表“0”、 $\Delta\varphi = 180^\circ$  代表“1”, 试画出这时的 2DPSK 信号波形;

(2) 又若  $\Delta\varphi = 270^\circ$  代表“0”、 $\Delta\varphi = 90^\circ$  代表“1”, 则这时的 2DPSK 信号的波形又如何?  
(注: 在画以上波形时, 幅度可自行假设。)

6-6 若采用 OOK 方式传送二进制数字信息, 已知码元传输速率  $R_B = 2 \times 10^6$ B, 接收端解调器输入信号的振幅  $a = 40\mu\text{V}$ , 信道加性噪声为高斯白噪声, 且其单边功率谱密度  $n_0 = 6 \times 10^{-18}\text{W/Hz}$ 。试求:

(1) 非相干接收时, 系统的误码率;

(2) 相干接收时, 系统的误码率。

6-7 若采用 OOK 方式传送二进制数字信息。已知发送端发出的信号振幅为 5V, 输入接收端解调器的高斯噪声功率  $\sigma_n^2 = 3 \times 10^{-12}\text{W}$ , 今要求误码率  $P_e = 10^{-4}$ 。试求:

(1) 非相干接收时, 由发送端到解调器输入端的衰减应为多少?

(2) 相干接收时, 由发送端到解调器输入端的衰减应为多少?

6-8 对 OOK 信号进行相干接收,已知发送“1”(有信号)的概率为  $P$ ,发送“0”(无信号)的概率为  $1-P$ ;已知发送信号的峰值振幅为  $5V$ ,带通滤波器出端的正态噪声功率为  $3 \times 10^{-12}W$ ;

(1)若  $P=1/2$ ,  $P_e=10^{-4}$ ,则发送信号传输到解调器输入端时共衰减多少分贝?这时的最佳门限值为多大?

(2)试说明  $>1/2$  时的最佳门限比  $P=1/2$  时的大还是小?

(3)若  $P=1/2$ ,  $r=10dB$ ,求  $P_e$ 。

6-9 在 OOK 系统中,已知发送数据“1”的概率为  $P(1)$ ,发送“0”的概率为  $P(0)$ ,且  $P(1) \neq P(0)$ 。采用相干检测,并已知发送“1”时,输入接收端解调器的信号峰值振幅为  $a$ ,输入的窄带高斯噪声方差为  $\sigma_n^2$  试证明此时的最佳门限为

$$x^* = \frac{a}{2} + \frac{\sigma_n^2}{a} \ln \frac{P(0)}{P(1)}$$

6-10 若某 2FSK 系统的码元传输速率为  $2 \times 10^6B$ ,数字信息为“1”时的频率  $f_1$  为  $10MHz$ ,数字信息为“0”时的频率  $f_2$  为  $10.4MHz$ 。输入接收端解调器的信号峰值振幅  $a=40\mu V$ 。信道加性噪声为高斯白噪声,且其单边功率谱密度  $n_0=6 \times 10^{-18}W/Hz$ 。试求:

(1)2FSK 信号的第一零点带宽;

(2)非相干接收时,系统的误码率;

(3)相干接收时,系统的误码率。

6-11 若采用 2FSK 方式传送二进制数字信息,其他条件与题 6-7 相同。试求:

(1)非相干接收时,由发送端到解调器输入端的衰减为多少?

(2)相干接收时,由发送端到解调器输入端的衰减为多少?

6-12 在二进制移相键控系统中,已知解调器输入端的信噪比  $r=10dB$ ,试分别求出相干解调 2PSK、相干解调—码变换和差分相干解调 2DPSK 信号时的系统误码率。

6-13 若相干 2PSK 和差分相干 2DPSK 系统的输入噪声功率相同,系统工作在大信噪比条件下,试计算它们达到同样误码率所需的相对功率电平 ( $k=r_{1DPSK}/r_{1PSK}$ );若要求输入信噪比一样,则系统性能相对比值 ( $P_{e,PSK}/P_{e,DPSK}$ ) 为多大。并讨论以上结果。

6-14 已知码元传输速率  $R_B=10^3B$ ,接收机输入噪声的双边功率谱密度  $n_0/2=10^{-10}W/Hz$ ,今要求误码率  $P_e=10^{-5}$ 。试分别计算出相干 OOK、非相干 2FSK、差分相干 2DPSK 以及 2PSK 等系统所要求的输入信号功率。

6-15 已知数字信息为“1”时,发送信号的功率为  $1kW$ ,信道衰减为  $60dB$ ,接收端解调器输入的噪声功率为  $10^{-4}W$ 。试求非相干 OOK 系统及相干 2PSK 系统的误码率

6-16 设发送数字信息序列为 01011000110100,试按表 6-3 的要求,分别画出相应的 4PSK 及 4DPSK 信号的所有可能波形。

6-17 试证明式(6.5-30)可作为 MASK、MPSK、MAPK 的通式 ( $M \geq 2$ )。

6-18 设发送数字信息序列为 +1-1-1-1-1-1+1,试画出 MSK 信号的相位变化图形。若码元速率为  $1000B$ ,载频为  $3000Hz$ ,试画出 MSK 信号的波形。

6-19 设时频调制信号为四进制四频四时的调制结构,试以传送二进制信息符号序列 111001011000 为例画出波形示意图。

6-20 试证明式(6.6-11)成立。



## 第 7 章 模拟信号的数字传输

### 7.1 引言

第 1 章 1.2 节已经指出,通信系统分为模拟通信系统和数字通信系统,又指出“倘若需要在数字通信系统中传输模拟消息,则在发送端的信息源中应包括一个模—数转换装置,而在接收端的受信者中应包括一个数—模转换装置。”本章将讨论这个模—数转换装置和数—模转换装置,以便于在数字通信系统中传输模拟信息。而且这里将着重分析模拟语音信号的数字传输。

采用得最早的和目前用得比较广泛的“模—数转换”方法是脉冲编码调制,即 PCM,简称脉码调制。采用脉码调制的模拟信号数字传输系统如图 7-1 所示。模拟信息源发出的消息  $m(t)$ ,首先被抽样,得到一系列的抽样值  $\{m(kT_s)\}$ ;该值被量化和编码,即可得到相应的数字序列  $\{s_k\}$ ;该数字序列经数字通信系统,在接收方输入端得到数字序列  $\{s_k\}$ 。该接收数字序列  $\{s_k\}$  经过译码和低通滤波器,得到模拟信号  $\hat{m}_k(t)$ ,这信号非常逼近发端信号  $m(t)$ ,即模拟信号被恢复。构成该框图的原理细节将在下面各节中讨论。

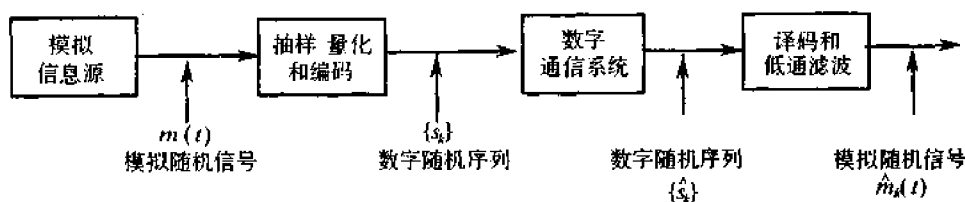


图 7-1 模拟信号的数字传输

本章在介绍抽样定理和脉冲振幅调制的基础上,着重讨论用来传输模拟消息的常用的脉冲编码调制(PCM)、差分脉冲编码调制(DPCM)和增量调制( $\Delta M$ )的原理及性能,并简要介绍电话时分多路制式,最后还介绍了语音和图像压缩编码的概念。

### 7.2 抽样定理

抽样定理告诉我们:如果对某一带宽有限的时间连续信号(模拟信号)进行抽样,且抽样速率达到一定数值时,那么根据这些抽样值就能准确地确定原信号。这就是说,若要传输模拟信号,不一定要传输模拟信号本身,可以只传输按抽样定理得到的抽样值。因此,该定理就为模拟信号的数字传输奠定了理论基础。

抽样定理是指:一个频带限制在  $(0, f_H)$  赫内的时间连续信号  $m(t)$ ,如果以  $T \leq 1/2f_H$  秒的间隔对它进行等间隔抽样,则  $m(t)$  将被所得到的抽样值完全确定。

此定理称为均匀抽样定理,因为它用在均匀间隔  $T \leq 1/2f_H$  秒上给定信号的抽样值来表征信号。这意味着,若  $m(t)$  的频谱在某一角频率  $\omega_H$  以上为零,则  $m(t)$  中的全部信息完全包含在其间隔不大于  $1/2f_H$  秒的均匀抽样序列里。换句话说,在信号最高频率分量的每一个周期内起码应抽样两次。下面就来证明这个定理。

我们考察一个频带限制在  $(0, f_H)$  赫的信号  $m(t)$ 。假定将信号  $m(t)$  和周期性冲激函数  $\delta_T(t)$  相乘,如图 7-2(a) 所示,乘积函数便是均匀间隔为  $T$  秒的冲激序列,这些冲激的强度等于相应瞬时上  $m(t)$  的值,它表示对函数  $m(t)$  的抽样。我们用  $m_s(t)$  表示此抽样函数,即有

$$m_s(t) = m(t)\delta_T(t) \quad (7.2-1)$$

上述关系如图 7-3(a)、(c)、(e) 所示。

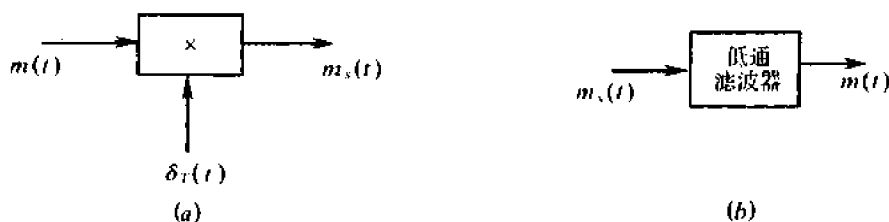


图 7-2 抽样与恢复

假设  $m(t)$ 、 $\delta_T(t)$  和  $m_s(t)$  的频谱分别为  $M(\omega)$ 、 $\delta_{\omega_s}(\omega)$  和  $M_s(\omega)$ 。按照频率卷积定理,  $m(t)\delta_T(t)$  的傅里叶变换是  $M(\omega)$  和  $\delta_{\omega_s}(\omega)$  的卷积

$$M_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} [M(\omega) * \delta_{\omega_s}(\omega)] \quad (7.2-2)$$

因为

$$\delta_{\omega_s}(\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s)$$

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

所以

$$M_s(\omega) = \frac{1}{T} \left[ M(\omega) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) \right] \quad (7.2-3)$$

由卷积关系,上式可写成

$$M_s(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - n\omega_s) \quad (7.2-4)$$

该式表明,已抽样信号  $m_s(t)$  的频谱  $M_s(\omega)$  是无穷多个间隔为  $\omega_s$  的  $M(\omega)$  相叠加而成。这就意味着  $M_s(\omega)$  中包含  $M(\omega)$  的全部信息。

同样,用图解法也可以证明抽样定理的正确性。由式(7.2-3)可见,抽样信号  $m_s(t)$  的频谱  $M_s(\omega)$  是  $M(\omega)$  和一冲激序列的卷积,而图 7-3(f) 所示的  $M_s(\omega)$  也正是由  $m(t)$  的频谱  $M(\omega)$  和  $\delta_T(t)$  的频谱  $\delta_{\omega_s}(\omega)$  卷积所得到的结果。由图(f)可见,只要  $\omega_s \geq 2\omega_H$  或

$$\frac{2\pi}{T} \geq 2(2\pi f_H), \text{ 即 } T \leq \frac{1}{2f_H}$$

$M(\omega)$  就周期性地重复而不重叠。因而  $m_s(t)$  中包含了  $m(t)$  的全部信息。

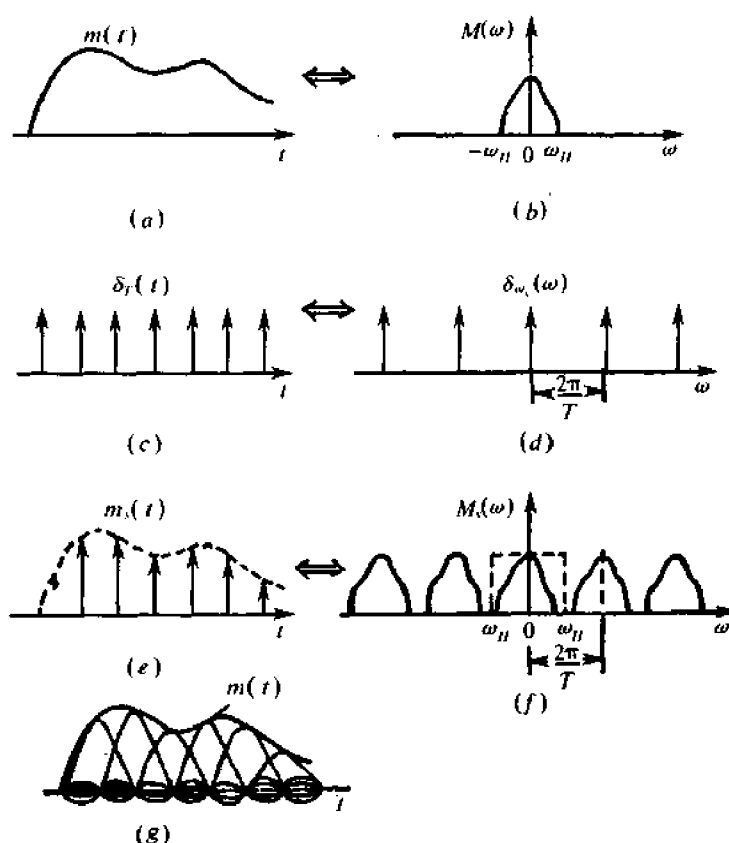


图 7-3 抽样定理的全过程

需要注意,若抽样间隔  $T$  变得大于  $1/2f_H$ ,则  $M(\omega)$  和  $\delta_{\omega_s}(\omega)$  的卷积在相邻的周期内存在重叠(亦称混迭),因此不能由  $M_s(\omega)$  恢复  $M(\omega)$ 。可见  $T \leq 1/2f_H$  是抽样的最大间隔,它被称为奈奎斯特间隔。

下面再来说明如何从已抽样信号  $m_s(t)$  来恢复原基带信号  $m(t)$ 。我们考察以最小所需速率(每秒  $2f_H$  个抽样)对信号  $m(t)$  抽样,此时

$$T = \frac{1}{2f_H}$$

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T} = 4\pi f_H = 2\omega_H$$

所以,式(7.2-4)变成

$$M_s(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - 2n\omega_H) \quad (7.2-5)$$

将  $M_s(\omega)$  通过截止频率为  $\omega_H$  的低通滤波器便可得到频谱  $M(\omega)$ 。显然,滤波器这种作用等于用一门函数  $G_{2\omega_H}(\omega)$  去乘  $M_s(\omega)$ 。因此,由式(7.2-5)得到

$$M_s(\omega) \cdot G_{2\omega_H}(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - n\omega_s) G_{2\omega_H}(\omega) = \frac{1}{T} M(\omega)$$

所以

$$M(\omega) = T[M_s(\omega) \cdot G_{2\omega_H}(\omega)] \quad (7.2-6)$$

这样,使已抽样信号  $m_s(t)$  通过低通滤波器便得出信号  $m(t)$ 。此滤波器[见图 7-2(b)]截止频率为  $\omega_H$ ,增益为  $T = 1/2f_H$ ,故其传输函数可以表示为

$$H(\omega) = TG_{2\omega_H}(\omega) = \frac{1}{2f_H}G_{2\omega_H}(\omega)$$

将时间卷积定理用于式(7.2-6)得

$$m(t) = Tm_s(t) * \frac{\omega_H}{\pi} \text{Sa}(\omega_H t) = m_s(t) * \text{Sa}(\omega_H t) \quad (7.2-7)$$

而已抽样函数

$$m_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m_n \delta(t - nT)$$

式中  $m_n$ —— $m(t)$  的第  $n$  个抽样。

所以

$$\begin{aligned} m(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} m_n \delta(t - nT) * \text{Sa}(\omega_H t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m_n \text{Sa}[\omega_H(t - nT)] = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} m_n \text{Sa}[\omega_H t - n\pi] \end{aligned} \quad (7.2-8)$$

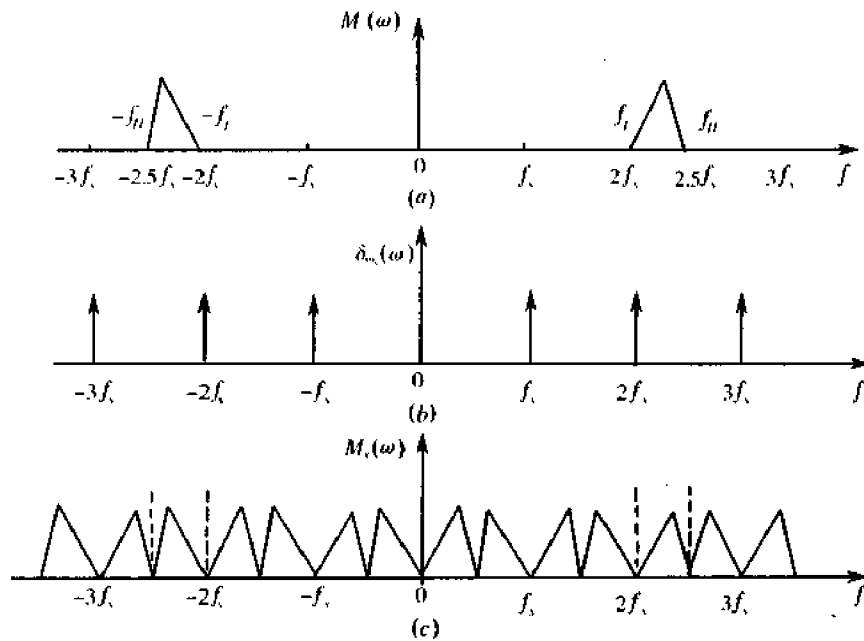
从上式显然可见,  $m(t)$  在时间域中可按式(7.2-8)由其抽样值构成,即将每个抽样值和一个抽样函数相乘后得到的所有波形加起来便是  $m(t)$ ,如图 7-3(g)所示。

需要指出,以上讨论均限于频带有限的信号。严格地说,频带有限的信号并不存在,如果信号存在于时间的有限区间,它就包含无限频率分量。但是,实际上对于所有信号,频谱密度函数在较高频率上都要减小,大部分能量由一定频率范围内的分量所携带。因而在所有实用的意义上,信号可以认为是频带有限的,高频分量所引入的误差可以忽略不计。

上面讨论了低通型连续信号的抽样。如果连续信号的频带不是限于 0 与  $f_H$  之间,而是限制在  $f_L$  (信号的最低频率)与  $f_H$  (信号的最高频率)之间(带通型连续信号),那么,其抽样速率应为多少?是否仍要求不小于  $2f_H$  呢?下面分两种情况来加以说明。

先来分析这样一个带通信号  $m(t)$ ,其频谱  $M(\omega)$  示于图 7-4(a)。该带通信号的特点是最高频率  $f_H$  为带宽  $B$  的整数倍(最低频率  $f_L$  自然也为带宽  $B$  的整数倍)。现用  $\delta_T(t)$  对  $m(t)$  抽样,而抽样频率  $f_s$  选为  $2B$ ,  $\delta_T(t)$  的频谱  $\delta_{\omega_s}(\omega)$  如图 7-4(b)所示,这样,已抽样信号的频谱  $M_s(\omega)$  为  $M(\omega)$  与  $\delta_{\omega_s}(\omega)$  的卷积,示于图 7-4(c)。由图 7-4(c)可见,在这种情况下,恰好使  $M_s(\omega)$  中的边带频谱互不重叠。于是,让所得到的已抽样信号通过一个理想带通滤波器(通带范围自  $f_L$  至  $f_H$ ),就可以重新获得  $M(\omega)$ ,从而恢复  $m(t)$ 。

由此证明,在上述情况下,带通信号的抽样频率  $f_s$  并不要求达到  $2f_H$ ,而是达到  $2B$  即可,即要求抽样频率为带通信号带宽的两倍。由图 7-4 还可看出,如果  $f_s < 2B$ ,在  $M_s(\omega)$  中势必造成频谱重叠,故不能从  $M_s(\omega)$  中获得  $M(\omega)$ 。这说明,带通信号的抽样频率  $f_s = 2B$  是最低的抽样频率;如果这时使  $f_s > 2B$ ,在理论上是不必要的,因为此时  $M_s(\omega)$  中的频谱不仅不重叠,而且还留有频率间隙。

图 7-4  $f_H = nB$  时带通信号的抽样频谱

现在再来分析一般的情况。设带通信号  $m(t)$  的频谱为  $M(\omega)$ , 它的最高频率  $f_H$  不一定为带宽  $B$  的整数倍, 即

$$f_H = nB + kB, 0 < k < 1 \quad (7.2-9)$$

式中  $n$  是小于  $f_H/B$  的最大整数。  $M(\omega)$  在图 7-5(a) 中分为“1”和“2”两部分。在图示的例子里,  $n=5$ 。

选取  $f_s$  的原则仍然是使已抽样信号的频谱不发生重叠。按照频率卷积定理, 当将带通信号  $m(t)$  和周期性冲激信号  $\delta_T(t)$  相乘时, 所得已抽样信号的频谱  $M_s(\omega)$  是分别将  $m(t)$  的频谱“1”和“2”部分沿正  $f$  方向和负  $f$  方向每隔  $f_s$  周期性地重复。显然, 若  $f_s$  仍取为  $2B$ , 且将频谱“2”周期性重复的结果用实线表示, 频谱“1”周期性重复的结果用虚线表示, 那么, 从图 7-5(b) 可看出, 因为  $f_H \neq nB$ , 故已抽样信号的频谱出现重叠部分。

现在再来看频谱“1”和右移  $n$  次后的频谱“2<sub>n</sub>”。如果使频谱“2<sub>n</sub>”再向右多移  $2(f_H - nB)$ , 频谱“2<sub>n</sub>”就刚好不与频谱“1”重叠了, 如图 7-5(c) 所示。由于频谱“2”移到“2<sub>n</sub>”的位置, 共移了  $n$  次, 所以每次只需比  $2B$  多移  $2(f_H - nB)/n$ 。这就是说, 图 7-5(c) 中频谱“2”的重复周期为  $[2B + (2/n)(f_H - nB)]$ , 这样就得出带通信号的最小抽样频率

$$f_s = 2B + 2(f_H - nB)/n \quad (7.2-10)$$

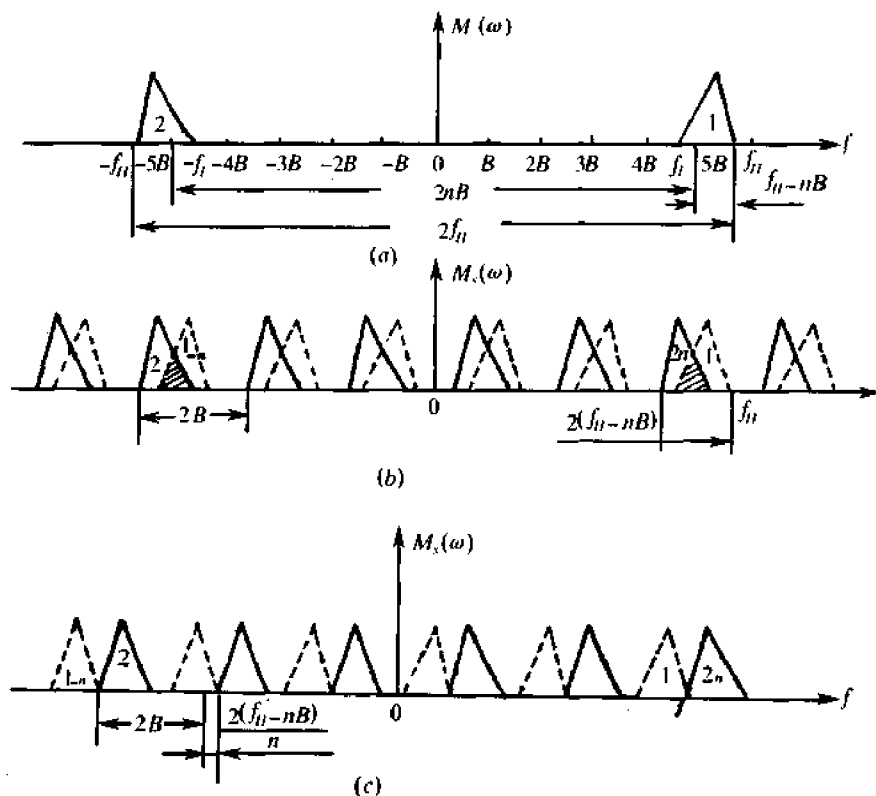
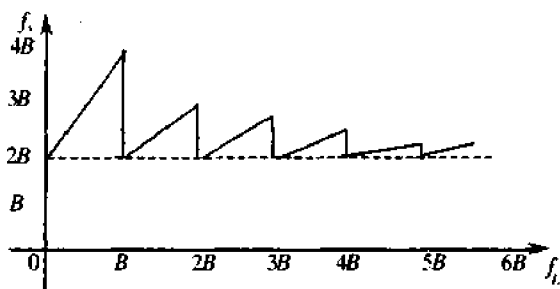
由图 7-5(c) 显然可见, 这时频谱不发生重叠, 因此用带通滤波器就可以准确地恢复  $m(t)$ 。

将式(7.2-9)代入(7.2-10)得

$$f_s = 2B(1 + k/n) \quad (7.2-11)$$

式中,  $n$  是小于  $f_H/B$  的最大整数(当  $f_H$  刚好是  $B$  的整数倍时,  $n$  就为该倍数);  $0 < k < 1$ 。

根据式(7.2-11)画出的曲线如图 7-6 所示。当  $f_L$  从 0 变到  $B$ , 即  $f_H$  从  $B$  变到  $2B$  时, 由定义有  $n$  为 1, 而  $k$  从 0 变到 1, 这时式(7.2-11)变成了  $f_s = 2B(1 + k)$ 。显见, 当  $f_L$

图 7-5  $f_H \neq nB$  时,带通信号的抽样频谱图 7-6  $f_s$  与  $f_L$  的关系

从 0 变到  $B$ ,  $f_s$  线性地从  $2B$  增加到  $4B$ , 这就是曲线的第一段; 当  $f_L$  增加到  $B$ , 即  $f_H$  增加到  $2B$  时, 由定义  $n=2, k=0$ , 可计算出  $f_s=2B$ , 因此, 当  $f_L=B$  时,  $f_s$  的值从  $4B$  又跳回到  $2B$ ;  $f_L$  进一步增加, 即  $f_L$  在  $(B, 2B)$  这一变化范围内时,  $n$  变为 2, 于是,  $f_s$  从  $2B$  线性地变到  $3B$ ; 而当  $f_L=2B$  时,  $f_s$  又跳回到  $2B$ 。依此类推, 图中锯齿形曲线的峰值, 当  $f_L$  继续增大时, 趋近于  $2B$ 。

由式(7.2-11)还可以得到一个很有趣的结论, 那就是实际中广泛应用的窄带(带宽为  $B$ )高频信号, 其抽样频率近似等于  $2B$ 。这个结论由式(7.2-11)和图 7-6 的曲线可以看得很清楚。因为这时  $n$  很大, 所以不论  $f_H$  是否为  $B$  的整数倍,  $f_s$  也近似等于  $2B$ 。

顺便指出, 对于一个携带信息的基带信号, 可以视为随机基带信号。若该随机基带信号是宽平稳的随机过程, 则可以证明: 一个宽平稳的随机信号, 当其功率谱密度函数限于  $f_H$  以内时, 若以不大于  $1/2f_H$  秒的间隔对它进行均匀抽样, 则可得一随机样值序列。如果

让该随机样值序列通过一截止频率为  $f_H$  的低通滤波器,那么其输出信号与原来的宽平稳随机信号的均方差在统计平均意义下为零。也就是说,从统计观点来看,对频带受限的宽平稳随机信号进行抽样,也服从抽样定理。

### 7.3 脉冲振幅调制(PAM)

以前讨论的调制技术是采用连续振荡波形(正弦型信号)作为载波的,然而,正弦型信号并非是唯一的载波形式。在时间上离散的脉冲串,同样可以作为载波,这时的调制是用基带信号去改变脉冲的某些参数而达到的,人们常把这种调制称为脉冲调制。通常,按基带信号改变脉冲参数(幅度、宽度、时间位置)的不同,把脉冲调制又分为脉幅调制(PAM)、脉宽调制(PDM)和脉位调制(PPM)等<sup>[6]</sup>,其调制波形如图 7-7 所示。限于篇幅,这里仅介绍脉幅调制,因为它是脉冲编码调制的基础。

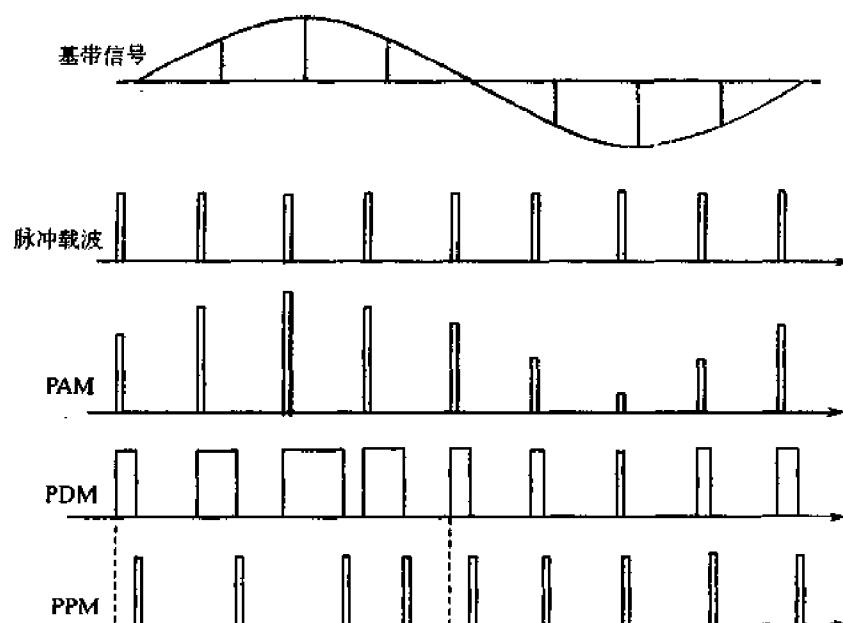


图 7-7 脉冲调制波形示意图

所谓脉冲振幅调制,即是脉冲载波的幅度随基带信号变化的一种调制方式。如果脉冲载波是由冲激脉冲组成的,则前面所说的抽样定理,就是脉冲振幅调制的原理。

但是,实际上真正的冲激脉冲串并不能付之实现,而通常只能采用窄脉冲串来实现。因而,研究窄脉冲作为脉冲载波的 PAM 方式,将具有实际意义。

设基带信号的波形及频谱如图 7-8(a)所示,而脉冲载波以  $s(t)$  表示,它是由脉宽为  $\tau$  秒、重复同期为  $T$  秒的矩形脉冲串组成,其中  $T$  是按抽样定理确定的,即有  $T = 1/2f_H$  秒。脉冲载波的波形及频谱示于图 7-8(b)。因为已抽样信号是  $m(t)$  与  $s(t)$  的乘积,所以,已抽样的信号波形及频谱即可求得[见图 7-8(c)及(d)]。已抽样信号的频谱可表示成

$$M_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} [M(\omega) * S(\omega)] = \frac{A\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{Sa}(n\tau\omega_H) M(\omega - 2n\omega_H) \quad (7.3-1)$$

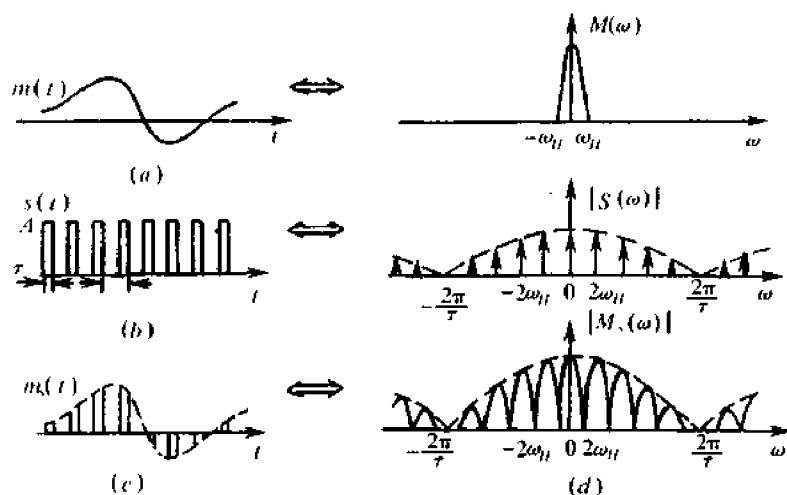


图 7-8 矩形脉冲为载波的 PAM 波形及频谱

比较式(7.3-1)与式(7.2-4)看出,采用矩形窄脉冲抽样的频谱与采用冲激脉冲抽样(理想抽样)的频谱很类似,区别仅在于其包络按  $\text{Sa}(x)$  函数逐渐衰减。显然,采用低通滤波器就可以从  $M_s(\omega)$  中滤出(解调)原频谱  $M(\omega)$ 。这表明,如图 7-8 所示的脉冲振幅调制及其解调过程与理想抽样时的一样。

在 PAM 方式中,除了上面所说的形式外,还有别的形式。我们看到,上面讨论的已抽样信号  $m_s(t)$  的脉冲“顶部”是随  $m(t)$  变化的,即在顶部保持了  $m(t)$  变化的规律,这是一种“曲顶”的脉冲调幅;另外一种“平顶”的脉冲调幅。通常,把曲顶的抽样方法称为自然抽样,而把平顶的抽样称为瞬时抽样或平顶抽样。下面我们来讨论平顶抽样的 PAM 方式。

平顶抽样所得到的已抽样信号如图 7-9(a)所示,这里每一抽样脉冲的幅度正比于瞬时抽样值,但其形状都相同。已抽样信号在原理上可按图 7-9(b)来形成。图中,首先将  $m(t)$  与  $\delta_T(t)$  相乘,形成理想抽样信号,然后让它通过一个脉冲形成电路,其输出即为所需的平顶抽样信号  $m_H(t)$ 。

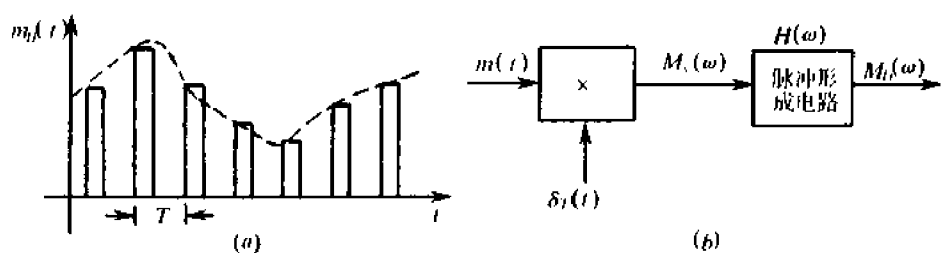


图 7-9 平顶抽样信号及其产生原理

设脉冲形成电路的传输特性为  $H(\omega)$ , 其输出信号频谱  $M_H(\omega)$  应为

$$M_H(\omega) = M_s(\omega) H(\omega)$$

利用式(7.2-5)的结果,上式变成

$$H_H(\omega) = \frac{1}{T} H(\omega) \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - 2n\omega_H) =$$



$$\frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H(\omega) M(\omega - 2n\omega_H) \quad (7.3-2)$$

由上式看出,平顶抽样的 PAM 信号的频谱  $M_H(\omega)$  是由  $H(\omega)$  加权后的周期性重复的频谱  $M(\omega)$  所组成。因此,采用低通滤波器不能直接从  $M_H(\omega)$  中滤出所需基带信号,因为这时  $H(\omega)$  不是常系数,而是  $\omega$  的函数。

为了从已抽样信号中恢复原基带信号  $m(t)$ ,可以采用图 7-10 所示的解调原理方框图。从式(7.3-2)看出,不能直接使用低通滤波器滤出所需信号是因为  $M(\omega)$  受到了  $H(\omega)$  的加权。如果我们在接收端低通滤波之前用特性为  $1/H(\omega)$  的网络加以修正,则低通滤波器输入信号的频谱变成

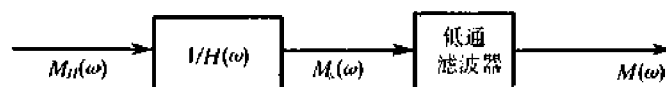
$$M_s(\omega) = \frac{1}{H(\omega)} M_H(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - 2n\omega_H)$$


图 7-10 平顶抽样时 PAM 信号的解调原理方框图

故通过低通滤波器便能无失真地恢复  $M(\omega)$ 。

最后指出,在实际中,平顶抽样的 PAM 信号常常采用抽样保持电路来实现,得到的脉冲为矩形脉冲。原理上,这里只要能够反映瞬时抽样值的任意脉冲形式都是可以被采用的。

## 7.4 模拟信号的量化

模拟信号进行抽样以后,其抽样值还是随信号幅度连续变化的,即抽样值  $m(kT)$  可以取无穷多个可能值,如果用  $N$  个二进制数字信号来代表该样值的大小,以便利用数字传输系统来传输该样值信息,那么  $N$  个二进制信号只能同  $M = 2^N$  个电平样值相对应,而不能同无穷多个电平值相对应。这样一来,抽样值必须被划分成  $M$  个离散电平,此电平被称作为量化电平。或者说,采用量化抽样值的方法才能够利用数字传输系统来实现抽样值信息的传输。

利用预先规定的有限个电平来表示模拟抽样值的过程称为量化。抽样是 把一个时间连续信号变换成时间离散的信号,而量化则是将取值连续的抽样变成取值离散的抽样。图 7-11 给出了一个量化过程的例子。图中,  $m(t)$  表示输入模拟信号,  $m_q(t)$  表示量化信号样值,  $q_1, q_2, \dots, q_7$  是量化器的七个可能的输出电平,即量化电平,  $m_1, m_2, \dots, m_6$  为量化区间的端点。

通常,量化器的输入是随机模拟信号。可以用适当速率对此随机信号  $m(t)$  进行抽样,并按照预先规定,将抽样值  $m(kT_s)$  变换成  $M$  个电平  $q_1, q_2, \dots, q_M$  之一

$$m_q(kT_s) = q_i \quad \text{若 } m_{i-1} \leq m(kT_s) < m_i \quad (7.4-1)$$

量化器的输出是一个数字序列信号  $\{m_q(kT_s)\}$ 。

下面我们讨论随机过程  $m(t)$  的抽样值量化的几种方法<sup>[14]</sup>。为了方便起见,假设  $m(t)$  是均值为零、概率密度为  $f(x)$  的平稳随机过程,同时用简化符号  $m$  表示  $m(kT_s)$ 。

$m_q$  表示  $m_q(kT_s)$ 。因量化问题实际上是用离散随机变量  $m_q$  来近似连续随机变量  $m$ , 故采用均方误差  $E[(m - m_q)^2]$  来量度量化误差。由于这种误差的影响相当于干扰或噪声, 故又称其为量化噪声。

### 7.4.1 均匀量化

把输入信号的取值域按等距离分割的量化称为均匀量化。在均匀量化中, 每个量化区间的量化电平均取在各区间的中点, 如图 7-11 所示。其量化间隔(量化台阶) $\Delta v$  取决于输入信号的变化范围和量化电平数。当信号的变化范围和量化电平数确定后, 量化间隔也被确定。例如, 假如输入信号的最小值和最大值分别用  $a$  和  $b$  表示, 量化电平数为  $M$ , 那么, 均匀量化时的量化间隔为

$$\Delta v = \frac{b - a}{M} \quad (7.4 - 2)$$

量化器输出  $m_q$  为

$$m_q = q_i, \text{ 当 } m_{i-1} < m \leq m_i \quad (7.4 - 3a)$$

式中  $m_i$ ——第  $i$  个量化区间的终点, 可写成

$$m_i = a + i\Delta v \quad (7.4 - 3b)$$

$q_i$ ——第  $i$  个量化区间的量化电平, 可表示为

$$q_i = \frac{m_i + m_{i-1}}{2} \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (7.4 - 3c)$$

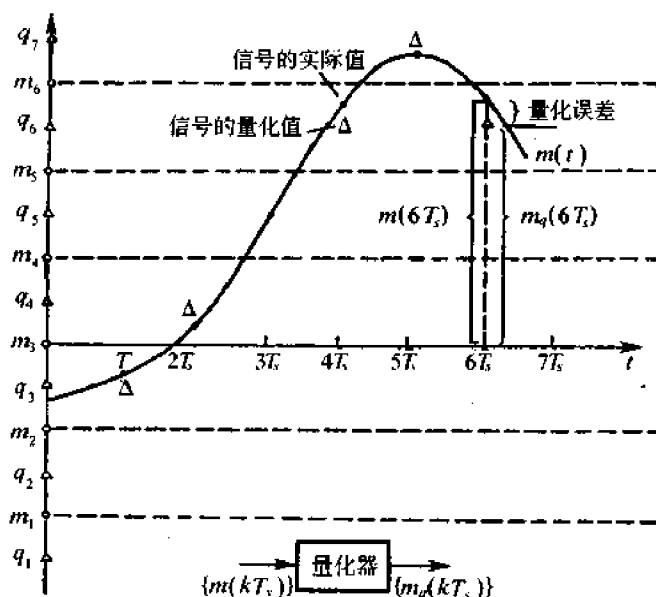


图 7-11 量化过程示意图

信号功率与量化噪声功率之比是量化器的主要指标之一。因此, 下面我们来分析均匀量化时的信号量化噪声比。

在均匀量化时, 量化噪声功率  $N_q$  可由下式给出

$$N_q = E[(m - m_q)^2] = \int_a^b (x - m_q)^2 f(x) dx =$$

$$\sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (x - q_i)^2 f(x) dx \quad (7.4-4)$$

式中  $E$ ——求统计平均;

$$m_i = a + i\Delta v;$$

$$q_i = a + i\Delta v - \frac{\Delta v}{2}$$

信号功率为

$$S_0 = E[(m)^2] = \int_a^b x^2 f(x) dx \quad (7.4-5)$$

若已知随机变量  $m$  概率密度函数,便可计算出该比值。

[例 7.4.1] 设一  $M$  个量化电平的均匀量化器,其输入信号在区间  $[-a, a]$  具有均匀概率密度函数,试求该量化器平均信号功率与量化噪声功率比(信号量噪比)。

由方程(7.4-4)得

$$\begin{aligned} N_q &= \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (x - q_i)^2 \left(\frac{1}{2a}\right) dx = \\ &= \sum_{i=1}^M \int_{-a+(i-1)\Delta v}^{-a+i\Delta v} \left(x + a - i\Delta v + \frac{\Delta v}{2}\right)^2 \frac{1}{2a} dx = \\ &= \sum_{i=1}^M \left(\frac{1}{2a}\right) \left(\frac{\Delta v^2}{12}\right) = \frac{M(\Delta v)^3}{24a} \end{aligned}$$

因为

$$M \cdot \Delta v = 2a$$

所以

$$N_q = \frac{(\Delta v)^2}{12}$$

又由式(7.4-5)得信号功率

$$S_0 = \int_{-a}^a x^2 \cdot \frac{1}{2a} dx = \frac{M^2}{12} (\Delta v)^2$$

因而,信号量化噪声功率比为

$$\frac{S_0}{N_q} = M^2 \quad (7.4-6)$$

或写成

$$\left(\frac{S_0}{N_q}\right)_{dB} = 20 \lg M \quad (7.4-7)$$

由上式可见,量化器的信号量噪比随量化电平数  $M$  的增加而提高。通常量化电平数应根据对量化器平均信号量化噪声功率比的要求来确定。

上述均匀量化的主要缺点是,无论抽样值大小如何,量化噪声的均方根值都固定不变。因此,当信号  $m(t)$  较小时,则信号量化噪声功率比也就很小,这样,对于弱信号时的信号量噪比就难以达到给定的要求。通常,把满足信噪比要求的输入信号取值范围定义为动态范围。可见,均匀量化时的信号动态范围将受到较大的限制。为了克服这个缺点,实际中,往往采用非均匀量化。

## 7.4.2 非均匀量化

非均匀量化是根据信号的不同区间来确定量化间隔的。对于信号取值小的区间,其

量化间隔  $\Delta v$  也小;反之,量化间隔就大。它与均匀量化相比,有两个突出的优点。首先,当输入量化器的信号具有非均匀分布的概率密度(实际中常常是这样)时,非均匀量化器的输出端可以得到较高的平均信号量化噪声功率比;其次,非均匀量化时,量化噪声功率的均方根值基本上与信号抽样值成比例。因此量化噪声对大、小信号的影响大致相同,即改善了小信号时的信噪比。

实际中,非均匀量化的实现方法通常是将抽样值通过压缩再进行均匀量化。所谓压缩是用一个非线性变换电路将输入变量  $x$  变换成另一变量  $y$ ,即

$$y = f(x) \quad (7.4-8)$$

非均匀量化就是对压缩后的变量  $y$  进行均匀量化。接收端采用一个传输特性为

$$x = f^{-1}(y) \quad (7.4-9)$$

的扩张器来恢复  $x$ 。通常使用的压缩器中,大多采用对数式压缩,即  $y = \ln x$ 。广泛采用的两种对数压缩律是  $\mu$  压缩律和 A 压缩律。美国采用  $\mu$  压缩律,我国和欧洲各国均采用 A 压缩律。下面我们分别讨论两种压缩律的原理<sup>[15]</sup>。

### 1. $\mu$ 压缩律

所谓  $\mu$  压缩律就是压缩器的压缩特性具有如下关系的压缩律:

$$y = \frac{\ln(1 + \mu x)}{\ln(1 + \mu)} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (7.4-10)$$

式中  $y$ ——归一化的压缩器输出电压,即

$$y = \frac{\text{压缩器的输出电压}}{\text{压缩器可能的最大输出电压}}$$

$x$ ——归一化的压缩器输入电压,即

$$x = \frac{\text{压缩器的输入电压}}{\text{压缩器可能的最大输入电压}}$$

$\mu$ ——压扩参数,表示压缩的程度。

由于上式表示的是一个近似对数关系,因此这种特性也称近似对数压扩律,其压缩特性曲线如图 7-12 所示。由图可见,当  $\mu = 0$  时,压缩特性是通过原点的一条直线,故没有压缩效果;当  $\mu$  值增大时,压缩作用明显,对改善小信号的性能也有利。一般当  $\mu = 100$  时,压缩器的效果就比较理想了。另外,需要指出, $\mu$  律压缩特性曲线是以原点奇对称的,图中只画出了正向部分。

为了说明  $\mu$  压缩律特性对小信号的信号量噪比的改善程度,图 7-13 画出了参数  $\mu$  为某一取值的压缩特性。虽然它的纵坐标是均匀分级的,但由于压缩的结果,反映到输入

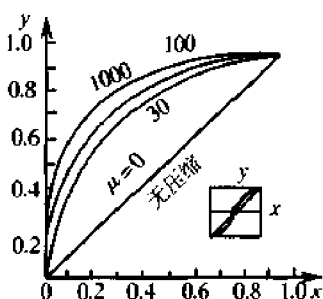


图 7-12  $\mu$  律压缩特性

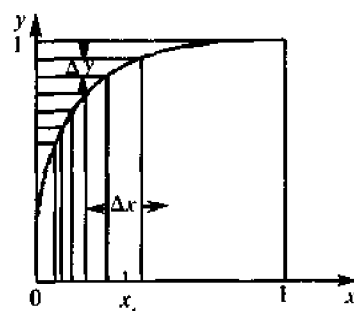


图 7-13 压缩特性

信号  $x$  就成为非均匀量化了,即信号越小时量化间隔  $\Delta x$  越小;信号越大时量化间隔也越大。而在均匀量化中,量化间隔是固定不变的。现在,我们来求它的量化误差。因为  $y = g(x)$  为对数曲线,当量化区间划分较多时,在每一量化区间中压缩特性曲线均可视为直线,所以

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = y' \quad (7.4-11)$$

对式(7.4-10)求导可得

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\mu}{(1 + \mu x) \ln(1 + \mu)}$$

又由式(7.4-11)有

$$\Delta x = \frac{1}{y'} \Delta y$$

因此,量化误差为

$$\frac{\Delta x}{2} = \frac{1}{y'} \cdot \frac{\Delta y}{2} = \frac{\Delta y}{2} \cdot \frac{(1 + \mu x) \ln(1 + \mu)}{\mu}$$

当  $\mu > 1$  时,  $\Delta y/2$  与  $\Delta x/2$  的比值就是压缩后量化间隔精度提高的倍数,也就是非均匀量化对均匀量化的信噪比改善程度。当用分贝表示时,并用符号  $Q$  表示信噪比改善程度,那么

$$[Q]_{dB} = 20 \lg \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = 20 \lg \left( \frac{dy}{dx} \right) \quad (7.4-12)$$

例如,  $\mu = 100$  时,对于小信号( $x \rightarrow 0$ )的情况

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{x \rightarrow 0} = \frac{\mu}{(1 + \mu x) \ln(1 + \mu)} \Big|_{x \rightarrow 0} = \frac{\mu}{\ln(1 + \mu)} = \frac{100}{4.62}$$

这时,信号量噪比的改善程度为

$$[Q]_{dB} = 20 \lg \left( \frac{dy}{dx} \right) = 26.7 \text{ dB}$$

在大信号时,若  $x = 1$ ,那么

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=1} = \frac{\mu}{(1 + \mu x) \ln(1 + \mu)} = \frac{100}{(1 + 100) \ln(1 + 100)} = \frac{1}{4.67}$$

其改善程度为

$$[Q]_{dB} = 20 \lg \left( \frac{dy}{dx} \right) = 20 \lg \left( \frac{1}{4.67} \right) = -13.3 \text{ dB}$$

即大信号时质量损失约 13dB。根据以上关系计算得到的信号量噪比改善程度与输入电平的关系如表 7-1 所列。这里,最大允许输入电平为 0dB(即  $x = 1$ );  $[Q]_{dB} > 0$  表示提高的信噪比,而  $[Q]_{dB} < 0$  表示损失的信噪比。图 7-14 画出了有无压扩时的比较曲线,其中,  $\mu = 0$  表示无压扩的信噪比,  $\mu = 100$  表示有压扩的信噪比。由图可见,无压扩时,信噪比随输入信号的减小迅速下降;而有压扩时,信噪比随输入信号的下降却比较缓慢。若要求量化器信噪比大于 20dB 那么,对于  $\mu = 0$ ,输入信号必须大于 -18dB;而对于  $\mu = 100$ ,输入信号只要大于 -36dB 即可。可见,采用压扩提高了小信号的信噪比,从而相当于扩大了输入信号的动态范围。

表 7-1 信号量噪比改善程度与输入信号电平的关系

$x$	1	0.316	0.1	0.0312	0.01	0.003
输入信号电平/dB	0	-10	-20	-30	-40	-50
$\{Q\}_{dB}$	-13.3	-3.5	5.8	14.4	20.6	24.4

2.A 压缩律

所谓 A 压缩律也就是压缩器具有如下特性的压缩律:

$$y = \frac{Ax}{1 + \ln A}, 0 < x \leq \frac{1}{A} \tag{7.4-13a}$$

$$y = \frac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A}, \frac{1}{A} \leq x \leq 1 \tag{7.4-13b}$$

式中  $x$ ——归一化的压缩器输入电压;  
 $y$ ——归一化的压缩器输出电压;  
 $A$ ——压扩参数,表示压缩程度。

这里,先说明以上公式的来由。假设图 7-15 所示的归一化曲线  $y = f(x)$  是我们所要求的特性曲线,  $x, y$  均在  $-1$  与  $+1$  之间,且曲线在第一象限与第三象限奇对称。为了简便,

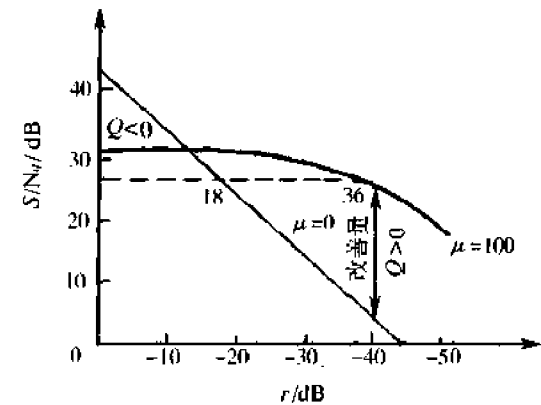


图 7-14 有无压扩的比较曲线

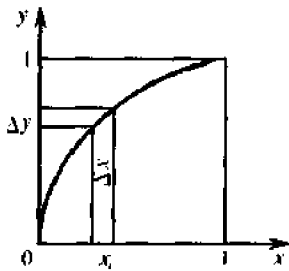


图 7-15 A 律压缩特性

第三象限部分的特性曲线未画出。由于在  $y$  方向上从  $-1$  到  $+1$  被均匀划分为  $N$  个量化区间,因此,量化间隔应为

$$\Delta y = \frac{2}{N}$$

当  $N$  很大时,可得

$$\Delta x_i = \left. \frac{dx}{dy} \Delta y \right|_{y=y_i} = \frac{2}{N} \cdot \left. \frac{dx}{dy} \Delta y \right|_{x=x_i}$$

因此

$$\left. \frac{dx}{dy} \right|_{x=x_i} = \frac{N}{2} \Delta x_i \tag{7.4-14}$$

式中  $x_i$ ——第  $i$  个量化区间的中间值。

为了使信号量噪比不随信号  $x$  变化,即保证小信号时的信号量化噪声比不因  $x$  下降

而变小,那么,应使各量化间隔随  $x$  成线性关系,即

$$\Delta x_i \propto x_i$$

这样,式(7.4-14)可以写成

$$\left. \frac{dx}{dy} \right|_{x=x_i} \propto x_i$$

或者

$$\left. \frac{dx}{dy} \right|_{x=x_i} = kx_i \quad (7.4-15)$$

式中  $k$ ——比例常数。

当量化区间数很多(即量化间隔很小)时,可以将它看成连续曲线,因而式(7.4-15)成为线性微分方程

$$\frac{dx}{dy} = kx \quad (7.4-16)$$

将此微分方程求解如下

$$\begin{aligned} \frac{dx}{x} &= k dy \\ \ln x &= ky + c \end{aligned}$$

式中  $c$ ——常量。

为了满足归一化要求,当  $x=1$  时,  $y=1$ ,代入上式可得

$$k + c = 0$$

所以

$$c = -k$$

故所得结果为

$$\ln x = ky - k$$

即

$$y = 1 + \frac{1}{k} \ln x \quad (7.4-17)$$

若压缩特性满足式(7.4-17)式,则可获得理想的压缩效果,即信号量噪比与信号幅度无关。图7-16画出了该方程的曲线。由图可见,它没有通过坐标原点,但在  $x=0$  时,  $y=-\infty$ 。这和我们要求的压缩特性曲线有一定差距,因此需要对它做一定的修改。

A律压扩函数就是对式(7.4-17)修改后的一种函数。在图7-16中,通过原点作理想压缩特性的切线  $Ob$ ,以  $Ob$ 、 $bc$  作为我们所要求的压缩特性。这样修改以后,就必须用两个不同的方程来描述这两段曲线,且以切点  $b$  为分界点。对于线段  $Ob$ ,由于它是直线,所以仅需确定其斜率。设切点  $b$  的坐标为  $(x_1, y_1)$ ,则斜率为

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_1}$$

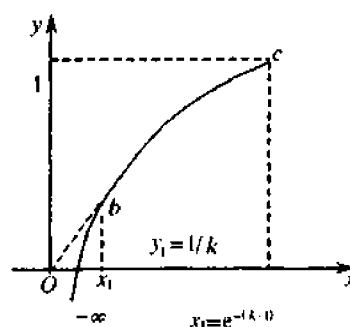


图 7-16 理想压缩特性曲线

其值由式(7.4-17)可得

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_1} = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{x_1}$$

故  $Ob$  直线方程为

$$y = \frac{1}{kx_1}x \quad (7.4-18)$$

由此式可见,当  $x = x_1$  时,  $y_1 = 1/k$ , 将它们代入式(7.4-17), 可得

$$\frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{k} \ln x_1$$

因而

$$x_1 = e^{-(k-1)}$$

所以,切点坐标为  $(e^{-(k-1)}, 1/k)$ 。若将切点坐标  $x_1$  记为  $1/A$ , 即令

$$x_1 = \frac{1}{A} \ln x = e^{-(k-1)}$$

则

$$k = 1 + \ln A$$

再把它代入式(7.4-18), 便可得到以切点  $Ob$  为边界的  $Ob$  段的函数式为

$$y = \frac{Ax}{1 + \ln A}, 0 < x \leq \frac{1}{A} \quad (7.4-19)$$

至于  $bc$  段曲线的方程, 由于它满足式(7.4-17), 故由此式可得

$$y = 1 + \frac{1}{1 + \ln A} \ln x = \frac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A}, \frac{1}{A} \leq x \leq 1 \quad (7.4-20)$$

由以上分析可见, 经过修改以后的理想压缩特性曲线与图 7-15 中所示的曲线相似, 而式(7.4-19)、式(7.2-20)与所给出的式(7.4-13)也完全相同。

由于按式(7.4-19)和式(7.4-20)得到的  $A$  律压扩特性是连续曲线,  $A$  值不同压扩特性亦不同, 在电路上实现这样的函数规律是相当复杂的。实际中, 往往都采用近似于  $A$  律函数规律的 13 折线 ( $A = 87.6$ ) 的压扩特性。这样, 它基本上保持了连续压扩特性曲线的优点, 又便于用数字电路实现。图 7-17 示出了这种压扩特性。图中先把  $x$  轴的  $0 \sim 1$  分为 8 个不均匀段, 其分法是: 将  $0 \sim 1$  之间一分为二, 其中点为  $1/2$ , 取  $1/2 \sim 1$  之间作为第八段; 剩余的  $0 \sim 1/2$  再一分为二, 中点为  $1/4$ , 取  $1/4 \sim 1/2$  之间作为第七段; 再把剩余的  $0 \sim 1/4$  一分为二, 中点为  $1/8$ , 取  $1/8 \sim 1/4$  之间作为第六段, 依此分

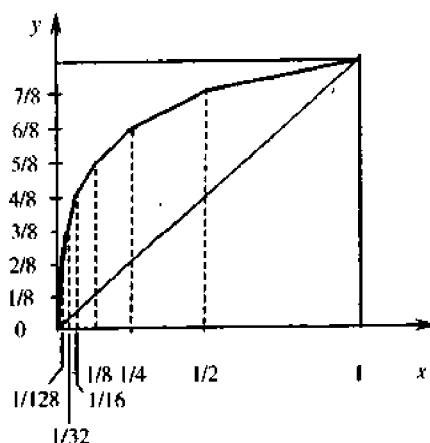


图 7-17 13 折线

下去, 直至剩余的最小一段为  $0 \sim 1/128$  作为第一段。而  $y$  轴的  $0 \sim 1$  则均匀地分为八段, 与  $x$  轴的八段一一对应。从第一段到第八段分别为  $0 \sim 1/8, 1/8 \sim 2/8, 2/8 \sim 3/8, \dots, 7/8 \sim 1$ 。这样, 便可以做出由八段直线构成的一条折线。该折线与式(7.4-13a)及式(7.4-13b)表示的压缩特性近似。由图 7-17 中的折线可以看出, 除一、二段外, 其他各段折线的斜率都不相同, 它们的关系如表 7-2 所列。



表 7-2 各段落的斜率

折线段落	1	2	3	4	5	6	7	8
斜 率	16	16	8	4	2	1	1/2	1/4

至于当  $x$  在  $-1 \sim 0$  及  $y$  在  $-1 \sim 0$  的第三象限中, 压缩特性的形状与以上讨论的第一象限压缩特性的形状相同, 且它们以原点为奇对称, 所以负方向也有八段直线, 合起来共有 16 个线段。由于正向一、二两段和负向一、二两段的斜率相同, 这四段实际上为一条直线, 因此, 正、负双向的折线总共由 13 条直线段构成, 故称其为 13 折线。

下面考察 13 折线和 A 律 ( $A = 87.6$ ) 压扩特性的近似程度。首先找出切点  $b$  的坐标, 其横坐标  $x = 1/A = 1/87.6$ , 相应的纵坐标根据切线方程式 (7.4-19) 可得

$$y = \frac{Ax}{1 + \ln A} = \frac{A \cdot \frac{1}{A}}{1 + \ln A} = \frac{1}{1 + \ln 87.6} \approx 0.183$$

当  $y < 0.183$  时,  $x, y$  满足式 (7.4-19), 因此, 根据该式可得

$$x = \frac{1 + \ln A}{A} y = \frac{1 + \ln 87.6}{87.6} y \approx \frac{1}{16} y \quad (7.4-21)$$

由于 13 折线中  $y$  是均匀划分的,  $y$  的取值在第一、二段起始点小于 0.183, 故这两段起始点  $x, y$  的关系可分别由式 (7.4-21) 求得。

当  $y = 0$  时,  $x = 0$ ;  $y = 1/8$  时,  $x = 1/128$ 。在  $y > 0.183$  时, 由式 (7.4-20) 得

$$\begin{aligned} y - 1 &= \frac{\ln x}{1 + \ln A} = \frac{\ln x}{\ln eA} \\ \ln x &= (y - 1) \ln eA \\ x &= \frac{1}{(eA)^{1-y}} \end{aligned} \quad (7.4-22)$$

其余六段按式 (7.4-22) 计算的  $x$  值列于表 7-3 中。

表 7-3 13 折线分段时的  $x$  值与计算的  $x$  值比较表

$y$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	1
$x$	0	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{60.6}$	$\frac{1}{30.6}$	$\frac{1}{15.4}$	$\frac{1}{7.79}$	$\frac{1}{3.93}$	$\frac{1}{1.98}$	1
按折线分段时的 $x$	0	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
段 落	1		2		3		4		5
斜 率	16		16		8		4		2
									1
									1/2
									1/4

表中第二行的  $x$  值是根据  $A = 87.6$  时计算得到的, 第三行的  $x$  值是 13 折线分段时的值。可见 13 折线各段落的分界点与  $A = 87.6$  曲线十分逼近, 同时  $x$  按 2 的幂次分割有利于数字化。

在上述较详细地讨论用 13 折线来逼近 A 律压扩特性的基础上, 现在再来讨论如何用折线逼近  $\mu$  律压扩特性曲线。

首先需要指出, 式 (7.4-10) 所示的  $\mu$  律函数式实际上是从 A 律的函数式导出来的,

因此在讨论用折线逼近之前,有必要说明它们之间的关系。在 A 律特性分析中已经看出,取  $A = 87.6$  有两个目的:一是使特性曲线原点附近的斜率凑成 16;另一是为了使 13 折线逼近时,  $x$  的八段量化分界点近似于  $1/2^i$  (式中  $i$  分别取 0, 1, 2, ..., 7), 如表 7-3 中第二行计算结果。当然,如果仅仅是为了第二个目的,那么可以得到更恰当的  $A$  值。由表 7-3 可以看出,当要求满足  $x = 1/2^i$  时,相应的  $y$  应等于  $1 - i/8$ 。若将此关系代入式(7.4-22),则可得

$$\frac{1}{2^i} = \frac{1}{(eA)^{1-(1-i/8)}} = \frac{1}{(eA)^{i/8}} = \frac{1}{[(eA)^{1/8}]^i}$$

因此

$$2^i = [(eA)^{1/8}]^i$$

$$(eA)^{1/8} = 2$$

$$eA = 2^8 = 256$$

即

$$A = 256/e = 94.4$$

将它代入式(7.4-20),便可得到该  $A$  值时的压缩特性

$$y = \frac{1 + \ln(Ax)}{1 + \ln A} = \frac{\ln(eAx)}{\ln(eA)} = \frac{\ln(256x)}{\ln(256)} \quad (7.4-23)$$

此压缩特性若用 13 折线逼近时,除第一段落起始点外,其余各段落分界点的  $x, y$  都满足方程式(7.4-23)。在 13 折线中,第一段落起始点要求的  $x, y$  均应为 0,而按式(7.4-23)计算时,当  $x = 0$  时,  $y \rightarrow -\infty$ ;  $y = 0$  时,  $x = 1/2^8$ 。因此,有必要对按式(7.4-23)画出的压缩特性曲线做适当的修正,其办法是在原点与坐标点( $x = 1/2^7, y = 1/8$ )之间用一段直线来代替由式(7.4-23)决定的曲线。显然,这段直线的斜率也应是  $1/8 \div 1/2^7 = 16$ 。

为了找到一个能够表示修正后的整个压缩特性曲线的方程,需将式(7.4-23)变成

$$y = \frac{\ln(1 + 255x)}{\ln(1 + 255)} \quad (7.4-24)$$

由此式可见,它满足  $x = 0$  时,  $y = 0$ ;  $x = 1$  时,  $y = 1$ 。当然,在其他点上将带来一些误差,不过,在  $x > 1/128$  到  $x = 1$  的绝大部分范围内,  $1 + 255x$  都是很接近原来的  $256x$  的。所以,在绝大部分范围内的压缩特性仍和 A 律非常接近,只是在  $x \rightarrow 0$  的小信号部分才和 A 律有些差别。

如果式(7.4-24)中的 255 用另一参数  $\mu$  来表示,即令  $\mu = 255$ ,那么,上式变成

$$y = \frac{\ln(1 + \mu x)}{\ln(1 + \mu)} \quad (7.4-25)$$

由于它是以  $\mu$  为参数的,故称其为  $\mu$  律压缩特性。此式与式(7.4-10)完全相同。

现在再来讨论如何用折线逼近式(7.4-25)的关系曲线。和 A 律一样,这里也是把  $y$  坐标从 0 到 1 之间划分为八个均匀等分,对应于分界点  $y$  坐标  $i/8$  的  $x$  坐标,根据式(7.4-24)得

$$x = \frac{256^y - 1}{255} = \frac{256^{i/8} - 1}{255} = \frac{2^i - 1}{255}$$

其具体结果如表 7-4 中第三行所列。各段落的相对斜率[即  $8/255/(\Delta y/\Delta x)$ ]如表中的第四行所列。按这样划分段落画出的  $y-x$  关系曲线如图 7-18 所示。由此折线可见,各

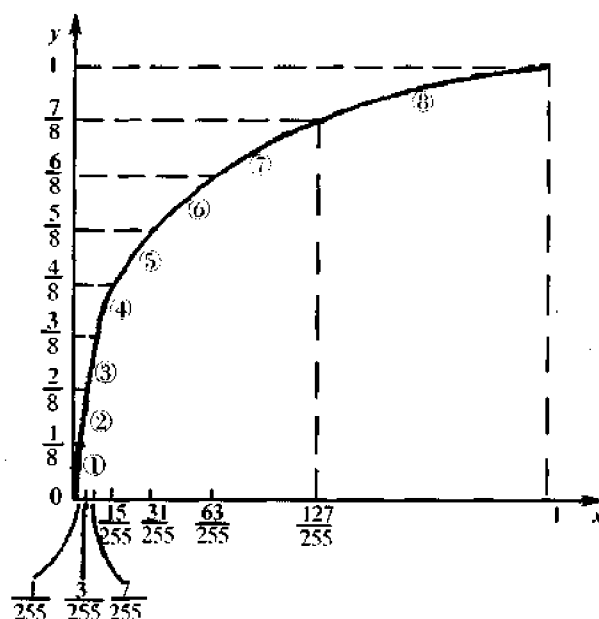


图 7-18 15 折线

段落的斜率都相差 2 倍,其正负方向的 16 条线段中,除正向的第一段与负向的第一段通过原点的斜率相同外,其他各段的斜率都发生变化。共有 14 个斜率发生变化的分界点,将其分成十五段直折线,故称其为  $\mu$  律 15 折线。原点两侧的一段折线的斜率为

$$\frac{1}{8} \div \frac{1}{255} = \frac{255}{8} = 32$$

它比 13 折线 A 律的相应段的斜率大 2 倍。因此,小信号的信号量噪比也将比 A 律大一倍多;不过,对于大信号来说, $\mu$  律要比 A 律差。

表 7-4  $\mu$  律 15 折线参数表

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$y = \frac{i}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	1
$x = \frac{2^i - 1}{255}$	0	$\frac{1}{255}$	$\frac{3}{255}$	$\frac{7}{255}$	$\frac{15}{255}$	$\frac{31}{255}$	$\frac{63}{255}$	$\frac{127}{255}$	1
斜率 $\frac{8}{255} \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)$	1	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64	1/128	
段 落	1	2	3	4	5	6	7	8	

以上较详细地讨论了 A 律和  $\mu$  律的压缩原理。至于扩张,实际上是压缩的相反过程,只要掌握了压缩原理就不难理解扩张原理。限于篇幅,故不再赘述。

顺便指出,以上讨论的均匀量化和非均匀量化都是属于无记忆的标量量化。关于有记忆的标量量化[譬如增量调制( $\Delta M$ )和差分脉码调制(DPCM)等]将在后面几节讨论。至于在降低数码率方面大大优于标量量化的矢量量化,因超出本书的范围,故不再讨论。

## 7.5 脉冲编码调制(PCM)

前面已经指出,模拟信息源输出的模拟信号需经抽样和量化后得到输出电平序列  $\{m_q(kT_s)\}$ , 才可以将每一个量化电平用编码方式传输。所谓编码就是把量化后的信号变换成代码,其相反的过程称为译码。当然,这里的编码和译码与差错控制编码和译码是完全不同的,前者是属于信源编码的范畴。

将模拟信号的抽样量化值变换成代码,称为脉冲编码调制(PCM)。图 7-19 和表 7-5 给出了脉冲编码调制的一个实例。假设模拟信号  $m(t)$  的最大值  $|m(t)| < 4V$ , 以  $r_s$  的速率进行抽样,且抽样值按 16 个量化电平进行均匀量化,其量化间隔为 0.5V。因此各个量化判决电平依次为  $-4, -3.5, \dots, 3.5, 4V$ , 16 个量化电平分别为  $-3.75, -3.25, \dots, 3.25$  和  $3.75V$ 。表 7-5 列出了图 7-19 所示模拟信号的抽样值和相应的量化电平以及二进制、四进制编码。同时由表 7-5 还可以看出,如果按照二进制脉冲编码电平由小到大的自然编码调制,发送的比特序列为 110011101110..., 比特速率为  $4r_s \text{ bit/s}$ 。

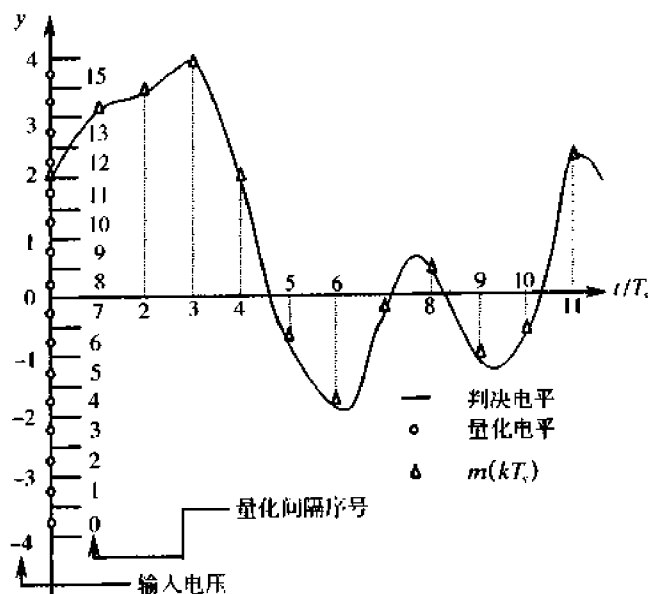


图 7-19 PCM 举例

表 7-5 模拟信号的量化和编码

模拟信号的抽样值	2.1	3.2	3.4	3.9	1.9	-0.75	-1.76	-0.2	0.4
量化电平	2.25	3.25	3.75	3.75	1.75	-0.75	-1.75	-0.25	0.25
量化间隔序号	12	14	14	15	11	6	4	7	8
二进制编码	1100	1110	1110	1111	1011	0110	0100	0111	1000
四进制编码	30	32	32	33	23	12	10	13	20

由上例可以看出,脉冲编码调制能将模拟信号变换成数字信号,它是实现模拟信号数字传输的重要方法之一。下面将对脉冲编码调制的原理和系统性能加以讨论。

### 7.5.1 脉冲编码调制原理

前面已经指出,所谓脉冲编码调制,就是将模拟信号的抽样量化值变换成代码。在详细讨论如何实现这种变换之前,先简要地介绍一下 PCM 通信系统。它的组成方框图如图 7-20 所示。图中,输入的模拟信号  $m(t)$  经抽样、量化、编码后变成了数字信号(PCM 信号),经信道传输到达接收端,先由译码器恢复出抽样值序列,再经低通滤波器滤出模拟基带信号  $\hat{m}(t)$ 。通常,将量化与编码的组合称为模/数变换器(A/D 变换器);而译码与低通滤波的组合称为数/模变换器(D/A 变换器)。前者完成由模拟信号到数字信号的变换;后者则相反,即完成由数字信号到模拟信号的变换

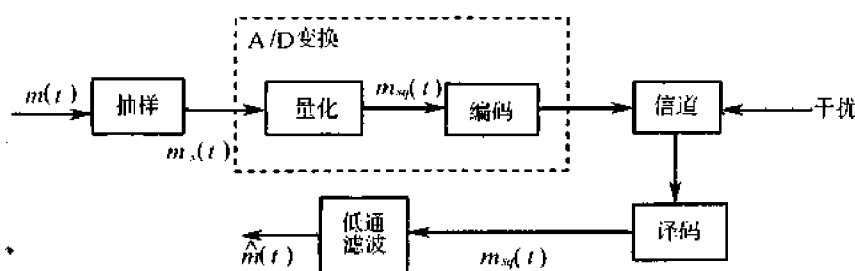


图 7-20 PCM 通信系统方框图

由上面 PCM 通信系统模型可以看出,从模拟信号的抽样量化值到代码的变换是由编码器实现的。下面我们就来讨论编码、译码的原理<sup>[16]</sup>。

已经指出,把量化后的信号变换成代码的过程称为编码,其相反的过程称为译码。编码不仅用于通信,还广泛用于计算机、数字仪表、遥控遥测等领域。编码方法也是多种多样的,在现有的编码方法中,若按编码的速度来分,大致可分为两大类:低速编码和高速编码。通信中一般都采用第二类。编码器的种类大体上可以归结为三种:逐次比较(反馈)型、折叠级联型、混合型。这几种不同型式的编码器都具有自己的特点,但限于篇幅,这里仅介绍目前用得较为广泛的逐次比较型编码原理。

在讨论这种编码原理以前,需要明确常用的编码码型及码位数的选择和安排。

常用的二进制码型有自然二进制码和折叠二进制码两种,如表 7-6 所列。如果我们把表 7-6 中的 16 个量化间隔分成两部分:0~7 的 8 个量化间隔,对应于负极性的样值脉冲;8~15 的 8 个量化间隔对应于正极性的样值脉冲。显见,对于自然二进制码上、下两部分的码型无任何相似之处。但折叠二进制码却不然,它除去最高位外,其上半部分与下半部分呈倒影关系——折叠关系。最高位上半部分为全“1”,下半部分为全“0”。这种码的使用特点是,对于双极性信号(话音信号通常如此),可用最高位去表示信号的正、负极性,而用其余的码去表示信号的绝对值,即只要正、负极性信号的绝对值相同,则可进行相同的编码。这就是说,用第一位码表示极性后,双极性信号可以采用单极性编码方法。因此采用折叠二进制码可以大为简化编码的过程。

折叠二进制码和自然码相比,其另一个优点是,在传输过程中如果出现误码,对小信号影响较小。例如由大信号的 1111 误为 0111,从表 7-6 可见,对于自然二进制码解码后得到的样值脉冲与原信号相比,误差为 8 个量化间隔;而对于折叠二进制码,误差为 15 个量化间

隔。显见,大信号时误码对折叠码影响很大。如果误码发生在由小信号的 1000 误为 0000,这时情况就大不相同了。对于自然二进制码误差还是 8 个量化间隔;而对于折叠二进制码误差却只有一个量化间隔。这一特性有利于减小平均量化噪声,因为话音信号小幅度出现的概率比大幅度的大。

表 7-6 常用二进制码型

样值脉冲极性	自然二进制	折叠二进制	量化间隔序号
正极性部分	1111	1111	15
	1110	1110	14
	1101	1101	13
	1100	1100	12
	1011	1011	11
	1010	1010	10
	1001	1001	9
	1000	1000	8
负极性部	0111	0000	7
	0110	0001	6
	0101	0010	5
	0100	0011	4
	0011	0100	3
	0010	0101	2
	0001	0110	1
	0000	0111	0

由以上比较可以看出,在编码中用折叠二进制码比用自然二进制码优越。

至于码位数的选择,它不仅关系到通信质量的好坏,而且还涉及到设备的复杂程度。码位数的多少,决定了量化分层的多少;反之,若信号量化分层数一定,则编码位数也被确定。可见,在输入信号变化范围一定时,用的码位数越多,量化分层越细,量化噪声就越小,通信质量当然就更好,但码位数多了,总的传输码率增加,这样将会带来一些新的问题。一般从话音信号的可懂度来说,采用 3~4 位非线性编码即可,但由于量化层数少,会使量化误差大,通话中量化噪声显著。当编码位数增加到 7~8 位时,通信质量才比较理想。

关于码位的安排,在逐次比较型编码方式中,无论采用几位码,一般均按极性码、段落码、段内码的顺序。下面结合我国采用的 13 折线的编码来加以说明。

在 13 折线法中,无论输入信号是正还是负,均按 8 段折线(8 个段落)进行编码。若用 8 位折叠二进制码来表示输入信号的抽样量化电平时,其中用第一位表示量化值的极性,其余 7 位(第二位至第八位)则可表示抽样量化值的绝对大小。具体做法是:用第二至第四位(段落码)的 8 种可能状态来分别代表 8 个段落的段落电平,其他 4 位码(段内码)的 16 种可能状态用来分别代表每一段落的 16 个均匀划分的量化间隔。这样处理的结果,8 个段落便被划分成  $2^7 = 128$  个量化间隔。段落码和 8 个段落之间的关系如表 7-7 所列;段内码与 16 个量化间隔之间的关系见表 7-8 所列。可见,上述编码方法是把压缩、量化和编码合为一体的方法。

表 7-7 段 落 码

段落序号	段落码
8	111
7	110
6	101
5	100
4	011
3	010
2	001
1	000

表 7-8 段 内 码

量化间隔	段内码
15	1111
14	1110
13	1101
12	1100
11	1011
10	1010
9	1001
8	1000
7	0111
6	0110
5	0101
4	0100
3	0011
2	0010
1	0001
0	0000

需要指出,在上述编码方法中,虽然各段内的 16 个量化间隔是均匀的,但因段落长度不等,故不同段落间的量化间隔是非均匀的。输入信号小时,段落短,量化间隔小;反之,量化间隔大。在 13 折线中第一、二段最短,只有归一化动态范围值的  $1/128$ ,再将它等分 16 小段后,每一小段长度为  $(1/128) \times (1/16) = 1/2048$ ,这就是最小的量化间隔,它仅有归一化动态范围值的  $1/2048$ 。第八段最长,它是归一化值的  $1/2$ ,将它等分 16 小段后得每一小段长度为  $1/32$ 。按照上述同样的方法,可以计算出每一段落的结果。

以上讨论是非均匀量化时的情形,现在我们将非均匀量化和均匀量化作一比较。假设以非均匀量化时的最小量化间隔(第一、二段落的量化间隔)作为均匀量化时的量化间隔,那么从 13 折线的第一到第八段各段所包含的均匀量化数分别为 16、16、32、64、128、256、512、1024,总共有 2048 个均匀量化区间,或称量化单位,而非均匀量化时只有 128 个量化间隔。因此均匀量化需要编 11 位码,非均匀量化只要编 7 位码。可见,在保证小信号区间量化间隔相同的条件下,7 位非线性编码与 11 位线性编码等效。由于非线性编码的码位数减少,因此设备简化,所需传输系统带宽减小。

现在来说明逐次比较型编码的原理。编码器的任务就是要根据输入的样值脉冲编出相应的 8 位二进制代码,除第一位极性码外,其他 7 位二进制代码是通过逐次比较确定的。预先规定好一些作为标准的电流(或电压),称为权值电流,用符号  $I_w$  表示。 $I_w$  的个数与编码位数有关。当样值脉冲到来后,用逐步逼近的方法有规律地用各标准电流  $I_w$  去和样值脉冲比较,每比较一次出一位码,直到  $I_w$  和抽样值  $I_s$  逼近为止。逐次比较型编码器的原理方框如图 7-21 所示,它由整流器、保持电路、比较器及本地译码电路等组成。

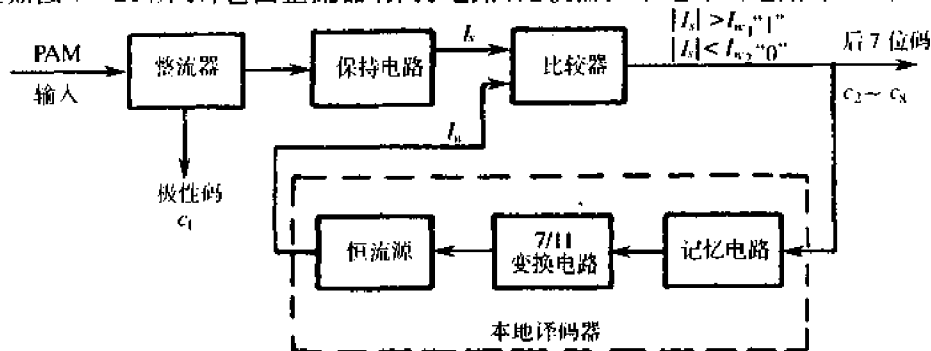


图 7-21 逐次比较型编码器

整流器用来判别输入样值脉冲的极性,编出第一位码(极性码)。样值为正时,出“1”码;样值为负时,出“0”码。同时将双极性脉冲变换成单极性脉冲。

比较器通过样值电流  $I_s$  和标准电流  $I_w$  进行比较,从而对输入信号抽样值实现非线性量化和编码。每比较一次输出一位二进制码,且当  $I_s > I_w$  时,出“1”码;反之出“0”码。由于在 13 折线法中用了 7 位二进制码来代表段落和段内码,所以对一个输入信号的抽样值需要进行 7 次比较。每次所需的标准电流  $I_w$  均由本地译码电路提供。

本地译码电路包括记忆电路、7/11 变换电路和恒流源。记忆电路用来寄存二进制码,因除第一次比较外,其余各次比较都要依据前几次比较的结果来确定标准电流  $I_w$  值。因此,7 位码组中的前 6 位状态均应由记忆电路寄存下来。7/11 变换电路就是前面非均匀量化中谈到的数字压缩器。因为采用非均匀量化的 7 位非线性编码等效于 11 位线性码,而比较器只能编 7 位码,反馈到本地译码电路的全部码也只有 7 位。因为恒流源有 11 个基本权值电流支路,需要 11 个控制脉冲来控制,所以必须经过变换,把 7 位码变成 11 位码,其实质就是完成非线性和线性之间的变换。恒流源用来产生各种标准电流值。为了获得各种标准电流  $I_w$ ,在恒流源中有数个基本权值电流支路。基本的权值电流个数与量化间隔数有关,如上例中,128 个量化间隔需要编 7 位码,它要求 11 个基本的权值电流支路,每个支路均有一个控制开关。每次该哪几个开关接通组成比较用的标准电流  $I_w$ ,由前面的比较结果经变换后得到的控制信号来控制。

附带指出,保持电路的作用是保持输入信号的抽样值在整个比较过程中具有一定的幅度。由于逐次比较型编码器编 7 位码(极性码除外)需要将  $I_s$  与  $I_w$  比较 7 次,在整个比较过程中都应保持输入信号的幅度不变,故需要采用保持电路。下面我们通过一个例子来说明编码过程。

**【例 7.5.1】** 设输入信号抽样值为 +1270 个量化单位<sup>①</sup>,采用逐次比较型编码将它按照 13 折线 A 律特性编成 8 位码。

设码组的 8 位码分别用  $C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 C_6 C_7 C_8$  表示。

编码过程如下:

(1)确定极性码  $C_1$ :因输入信号抽样值为正,故极性码  $C_1 = 1$ 。

(2)确定段落码  $C_2 C_3 C_4$ :13 折线中,正半部分的 8 个段落以 1/2048 为单位的每个段落的起点电平如表 7-9 所示。由于段落码中的  $C_2$  是用来表示输入信号抽样值处于 8 个段落的前四段还是后四段的,故输入比较器的标准电流应选择为  $I_w = 128$  个量化单位。现在输入信号抽样值  $I_s = 1270$  个量化单位,大于标准电流,故第一次比较结果为  $I_s > I_w$ ,所以  $C_2 = 1$ 。它表示输入信号抽样值处于 8 个段落中的后四段(5~8 段)。

$C_3$  用来进一步确定它属于 5~6 段还是 7~8 段。因此,标准电流应选择为  $I_w = 512$  个量化单位。第二次比较结果为  $I_s > I_w$ ,故  $C_3 = 1$ 。它表示输入信号属于 7~8 段。

表 7-9 段落起点电平

段落	1	2	3	4	5	6	7	8
起点电平	0	16	32	64	128	256	512	1024

<sup>①</sup> 这里的量化单位指以输入信号归一化值的 1/2048 为单位。



同理,确定  $C_4$  的标准电流应为  $I_w = 1024$  个量化单位。第三次比较结果为  $I_s > I_w$ , 故  $C_4 = 1$

由以上三次比较得段落码为“111”, 输入信号抽样值  $I_s = 1270$  个量化单位应属于第八段。

(3) 确定段内码  $C_5 C_6 C_7 C_8$ : 由编码原理已经知道, 段内码是在已经确定输入信号所处段落的基础上, 用来表示输入信号处于该段落的哪一量化间隔。  $C_5 C_6 C_7 C_8$  的取值与量化间隔之间的关系见表 7-8。上面已经确定输入信号处于第八段, 该段中的 16 个量化间隔均为 64 个量化单位, 故确定  $C_5$  的标准电流应选为

$$I_w = \text{段落起点电平} + 8 \times (\text{量化间隔}) = \\ 1024 + 8 \times 64 = 1536 \text{ 个量化单位}$$

第四次比较结果为  $I_s < I_w$ , 故  $C_5 = 0$ 。它说明输入信号抽样值应处于第八段中的 0~7 量化间隔。

同理, 确定  $C_6$  的标准电流应选为

$$I_w = \text{段落起点电平} + 4 \times (\text{量化间隔}) = \\ 1024 + 4 \times 64 = 1280 \text{ 个量化单位}$$

第五次比较结果为  $I_s < I_w$ , 故  $C_6 = 0$ 。说明输入信号应处于第八段中的 0~3 量化间隔。

确定  $C_7$  的标准电流应选为

$$I_w = \text{段落起点电平} + 2 \times (\text{量化间隔}) = \\ 1024 + 2 \times 64 = 1152 \text{ 个量化单位}$$

第六次比较结果为  $I_s > I_w$ , 故  $C_7 = 1$ 。说明输入信号应处于第八段中 2~3 量化间隔。

最后, 确定  $C_8$  的标准电流选为

$$I_w = \text{段落起点电平} + 3 \times (\text{量化间隔}) = \\ 1024 + 3 \times 64 = 1216 \text{ 个量化单位}$$

第七次比较结果为  $I_s > I_w$ , 故  $C_8 = 1$ 。说明输入信号处于第八段中 3 量化间隔。

经上述七次比较, 编出的 8 位码为 11110011。它表示输入抽样值处于第八段 3 量化间隔, 其量化电平为 1248 个量化单位, 故量化误差等于 22 个量化单位。顺便指出, 除极性码外的 7 位非线性码组 1110011, 相对应的 11 位线性码组为 10011000000。

上面较详细地讨论了逐次比较型编码器的原理, 下面再来讨论 PCM 信号的译码原理。常用译码器大致可分为三种类型: 电阻网络型、级联型、级联-网络混合型等。这里仅就图 7-22 所示的电阻网络型译码器加以讨论。

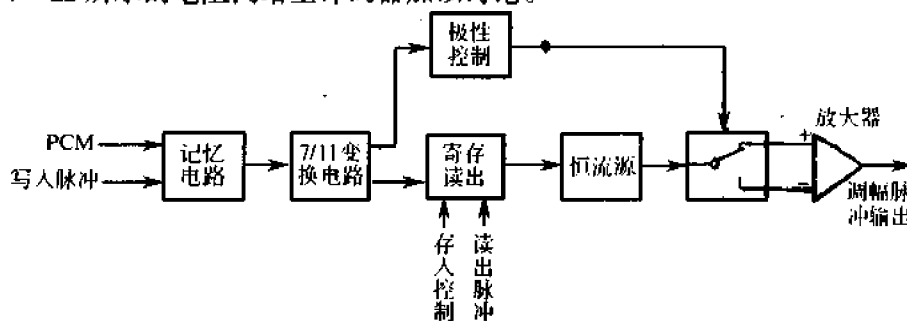


图 7-22 电阻网络型译码器

电阻网络型译码器与逐次比较型编码器中的本地译码器基本相同。从原理上说,两者都是用来译码,但编码器中的译码,只译出信号的幅度,不译出极性;而收端的译码器在译出信号幅度值的同时,还要恢复出信号的极性。电阻网络型译码器各部分电路的作用简述如下。

记忆电路用来将接收的串行码变为并行码,故又称为“串/并变换”电路。7/11 变换电路用来将表示信号幅度的 7 位非线性码转变为 11 位线性码。极性控制电路用来恢复译码后的脉冲极性。寄存读出电路把寄存的信号在一定时刻并行输出到恒流源中的译码逻辑电路上去,使产生所需要的各种逻辑控制脉冲。这些逻辑控制脉冲加到恒流源的控制开关上,从而驱动权值电流电路产生译码输出。

由以上电阻网络型译码器各部分电路的作用,不难理解这种译码器的工作原理。其译码过程就是根据所收到的码组(极性码除外)产生相应的控制脉冲去控制恒流源的标准电流支路,从而输出一个与发送端原抽样值接近的脉冲。该脉冲的极性受极性控制电路控制。

### 7.5.2 PCM 系统的抗噪声性能<sup>[14]</sup>

上面我们较详细地讨论了脉冲编码调制的原理,现在,将要分析图 7-20 所示的 PCM 系统的抗噪声性能。由该图可以看出,接收端低通滤波器的输出为

$$\hat{m}(t) = m_o(t) + n_q(t) + n_r(t)$$

式中  $m_o(t)$ ——输出信号成分;

$n_q(t)$ ——由量化噪声引起的输出噪声;

$n_r(t)$ ——由信道加性噪声引起的输出噪声。

为了衡量 PCM 系统的抗噪声性能,通常将系统输出端总的信噪比定义为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{E[m_o^2(t)]}{E[n_q^2(t)] + E[n_r^2(t)]} \quad (7.5-1)$$

式中  $E$ ——求统计平均。

可见,分析 PCM 系统的抗噪声性能时,需要考虑量化噪声和信道加性噪声的影响。不过,由于量化噪声和信道加性噪声的来源不同,而且它们互不依赖,故可以先讨论它们单独存在时的系统性能,然后再分析系统总的抗噪声性能。

我们先分析仅考虑量化噪声的系统性能。假设发送端采用理想冲激抽样,则抽样器输出为

$$m_s(t) = m(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s)$$

那么,量化信号  $m_{sq}(t)$  可以表示为

$$\begin{aligned} m_{sq}(t) &= m_q(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) = \\ &= m(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) + [m_q(t) - m(t)] \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} [m(kT_s) \delta(t - kT_s) + e_q(kT_s) \delta(t - kT_s)] \end{aligned}$$

式中  $e_q(t)$ ——由于量化引起的误差。

可以证明<sup>①</sup>, 量化误差  $e_q(t)$  的功率谱密度为

$$G_{e_q}(f) = \frac{1}{T_s} E[e_q^2(kT_s)] \quad (7.5-2)$$

由于量化引起的均方误差  $E[e_q^2(kT_s)]$  将取决于信号的统计特性和量化方法。为了便于与[例 7.4.1]比较, 假设输入信号  $m(t)$  在区间  $[-a, a]$  具有均匀分布的概率密度, 并对它进行均匀量化, 其量化电平数为  $M$ 。那么, 由[例 7.4.1]可知, 量化噪声功率为

$$E[e_q^2(kT_s)] = \frac{(\Delta v)^2}{12} \quad (7.2-3)$$

式中  $\Delta v$ ——量化间隔。

将式(7.5-3)代入式(7.5-2)得

$$G_{e_q}(f) = \frac{1}{T_s} \cdot \frac{(\Delta v)^2}{12} \quad (7.5-4)$$

如果暂不考虑信道噪声的影响, 则接收端低通滤波器输入端的量化噪声功率谱密度与式(7.5-4)相同。因此, 低通滤波器输出的量化噪声成分  $n_q(t)$  的功率谱密度为

$$G_{n_q}(f) = G_{e_q}(f) |H_R(f)|^2$$

式中  $H_R(f)$ ——低通滤波器的传递函数。

假设  $f_s = 2f_H$ ,  $H_R(f)$  是具有带宽  $f_H$  的理想低通滤波器, 即

$$H_R(f) = \begin{cases} 1, & |f| < f_H \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

那么

$$G_{n_q}(f) = \begin{cases} G_{e_q}(f), & |f| < f_H \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

因此, 低通滤波器输出的量化噪声功率为

$$N_q = E[n_q^2(t)] = \int_{-f_H}^{f_H} G_{n_q}(f) df = \frac{1}{T_s} \cdot \frac{(\Delta v)^2}{12} \quad (7.5-5)$$

下面再求接收端低通滤波器输出的信号功率。

由(7.2-6)得到, 接收端低通滤波器输出信号为

$$m_o(t) = \frac{1}{T_s} m(t) \quad (7.5-6)$$

把[例 7.4.1]中的信号功率  $S_o$  表达式代入(7.5-6)式, 即可得到接收端低通滤波器的输出信号功率为

$$S_o = \overline{m_o^2(t)} = \frac{1}{T_s^2} \cdot \frac{M^2(\Delta v)^2}{12} \quad (7.5-7)$$

因此, PCM 系统输出端平均信号量化噪声功率比为

$$\frac{S_o}{N_q} = \frac{E[m_o^2(t)]}{E[n_q^2(t)]} = M^2 \quad (7.5-8a)$$

① 参考附录 A。

此结果与式(7.4-6)相同。

对于二进制编码,式(7.5-8a)又可写成

$$\frac{S_o}{N_q} = 2^{2N} \quad (7.5-8b)$$

式中  $N$ ——二进制代码位数。

由上式可见,PCM 系统输出端平均信号量化噪声功率比将仅依赖于每一个编码组的位数  $N$ 。上述比值将随  $N$  按指数增加。大家知道,对于一个频带限制在  $f_H$  的信号,按照抽样定理,此时要求每秒钟最少传输的抽样脉冲数等于  $2f_H$ ;若 PCM 系统的编码位数为  $N$ ,则要求系统每秒传输  $2Nf_H$  个二进制脉冲。为此,这时的系统总带宽  $B$  至少等于  $Nf_H$ 。故式(7.5-8b)还可写成

$$\frac{S_o}{N_q} = 2^{\left(\frac{2B}{f_H}\right)} \quad (7.5-8c)$$

由此可见,PCM 系统输出端的信号量化噪声功率比与系统带宽  $B$  成指数关系。

下面再来分析信道加性噪声对 PCM 系统性能的影响。由于信道中加性噪声对 PCM 信号的干扰,将造成接收端判决器判决错误,二进制“1”码可能误判为“0”码,而“0”码可能误判为“1”码,其错误概率将取决于信号的类型和接收机输入端的平均信号噪声功率比。因为 PCM 信号中每一码组代表着一定的量化抽样值,所以其中只要发生误码,接收端恢复的抽样值就会与发端原抽样值不同。通常我们只需要考虑仅有一位错码的码组错误,而多于一个错码的码组错误可以不予考虑。例如,若误码率  $P_e = 10^{-4}$ ,码组由 8 位码组成,则码组的错误概率  $P'_e = 8P_e = 1/1250$ ,也就是说,平均每发送 1250 个码组就有一个码组发生错误;而有两个码元错误的码组错误概率为  $P''_e = C_8^2 P_e^2 = 2.8 \times 10^{-7}$ 。可见,  $P''_e \ll P'_e$ 。因此,只要考虑一位错码引起的码组错误就够了。

在加性噪声为高斯白噪声的情况下,每一码组中出现的误码可以认为是彼此独立的。现在假设每个码元的误码率为  $p_e$ ,让我们来分析图 7-23 所示的一个码组由于误码而造成的误差功率。

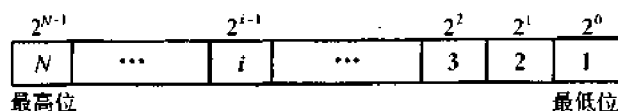


图 7-23 一个自然编码组

在一个长为  $N$  的自然编码组中,假定自最低位到最高位的加权值分别为  $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{i-1}, \dots, 2^{N-1}$ ,量化间隔为  $\Delta v$ ,则第  $i$  位码对应的抽样值为  $2^{i-1}\Delta v$ 。如果第  $i$  位码发生了误码,则其误差即为  $\pm(2^{i-1}\Delta v)$ 。显然,最高位发生误码时造成的误差最大,即为  $\pm(2^{N-1}\Delta v)$ ,而最低位的误差只有  $\pm\Delta v$ 。因为已假设每一码元出现错误的可能性相同,并把一个码组中只有一码元发生错误引起的误差电压记为  $Q_\Delta$ ,所以一个码组由于误码在译码器输出端造成的平均误差功率为

$$\begin{aligned} E[Q_\Delta^2] &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (2^{i-1}\Delta v)^2 = \frac{(\Delta v)^2}{N} \sum_{i=1}^N (2^{i-1})^2 = \\ &= \frac{2^{2N} - 1}{3N} (\Delta v)^2 \approx \frac{2^{2N}}{3N} (\Delta v)^2 \end{aligned}$$

下面求错误码组的平均间隔时间。由于错误码元之间的平均间隔为  $1/P_e$  个码元, 而一个码组又包括有  $N$  个码元, 故错误码组之间的平均间隔为  $1/NP_e$  个码组, 其平均间隔时间为

$$T_a = \frac{T_s}{NP_e}$$

由于已假定发送端采用理想抽样, 因此, 接收译码器输出端由误码引起的误差功率谱密度, 根据式(7.5-2)同样的方法可以得到

$$G_{th}(f) = \frac{1}{T_a} E[Q_{\Delta}^2] = \left( \frac{NP_e}{T_s} \right) \left[ \frac{2^{2N}}{3N} (\Delta v)^2 \right]$$

于是, 在理想低通滤波器输出端, 由误码引起的噪声功率谱密度为

$$G_{tho}(f) = G_{th}(f) |H_R(f)|^2 = \begin{cases} G_{th}(f), & |f| < f_H \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

故噪声功率为

$$N_e = E[n_e^2(t)] = \int_{-f_H}^{f_H} G_{tho}(f) df = \frac{2^{2N} P_e (\Delta v)^2}{3 T_s^2} \quad (7.5-9)$$

由式(7.5-7)及式(7.5-9), 我们得到仅考虑信道加性噪声时 PCM 系统的输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{1}{4P_e}$$

可见, 由误码引起的信噪比与误码率成反比。

前面已经指出, 传输模拟信号的 PCM 系统的性能用接收端输出的平均信噪功率比来度量。将式(7.5-5)、(7.5-7)和式(7.5-9)代入式(7.5-1)得

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{E[m_o^2(t)]}{E[n_q^2(t)] + E[n_e^2(t)]} = \frac{M^2}{1 + 4P_e 2^{2N}} = \frac{2^{2N}}{1 + 4P_e 2^{2N}} \quad (7.5-10)$$

在接收端输入大信噪比条件下, 即当  $4P_e 2^{2N} \gg 1$  时, 式(7.5-10)变成

$$\frac{S_o}{N_o} \approx 2^{2N} \quad (7.5-11a)$$

而在小信噪比条件下, 即当  $4P_e 2^{2N} \gg 1$  时

$$\frac{S_o}{N_o} \approx \frac{2^{2N}}{4P_e 2^{2N}} = \frac{1}{4P_e} \quad (7.5-11b)$$

在用基带传输的 PCM 中继系统中, 通常使误码率降到  $10^{-6}$  是容易实现的, 此时, 可按式(7.5-11a)来估计 PCM 系统的性能。

## 7.6 差分脉冲编码调制(DPCM)系统

目前的 PCM 系统采用 A 律或  $\mu$  律压扩方法, 每路语音的标准传输速率为 64kb/s。此时可满足通常的语音传输质量标准(指能获得符合长途电话质量标准的速率)。人们在一

直致力于降低这个话路速率,以提高信道的利用率。通常,人们把话路速率低于 64kb/s 的语音编码方法,称为语音压缩编码技术。多年来大量研究表明,自适应差分编码调制 (ADPCM),它能在 32 kb/s 数码率上传输语音质量符合标准的语音。该 ADPCM 体制已经形成 CCITT 标准。ADPCM 是在差分脉冲编码调制 (DPCM) 基础上逐渐发展起来的,为此,下面介绍 DPCM 系统的工作原理,其原理框图如图 7-24 所示

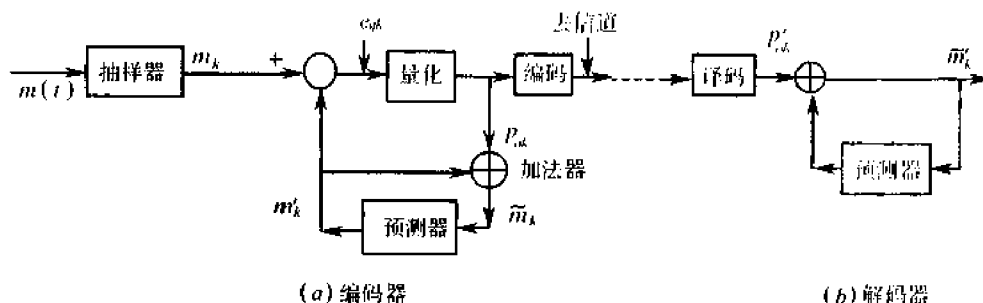


图 7-24 DPCM 系统的原理图

来自信源的话音信号为  $m(t)$ , 其  $kT_s$  时刻的抽样值为  $m(kT_s)$ , 简称为  $m_k$ 。它的基本思想是, 将“语音信号样值同预测样值的差”作量化编码。发端的预测器和相加器, 用来获得当前的预测值  $m'_k$ , 这里  $m'_k$  是  $m_k$  的预测值。预测器的输出样值  $m'_k$  与其输入样值  $\tilde{m}_k$  的关系满足下式

$$m'_k = \sum_{i=1}^p a_i \tilde{m}_{k-i} \quad (7.6-1)$$

$p$  和  $a_i$  是预测器的参数, 为常数。该式表示  $m'_k$  是先前  $p$  个样值的加权和,  $|a_i|$  称为预测器系数。

图 7-24 编码器的“预测器和相加器”组成结构, 同解码器的“预测器和相加器”的组成结构完全一样。显然, 信道信息传输无误码时两个相加器输入端的信号完全一样, 即  $p_{ok} = p'_{ok}$ , 故此时图中解码器的输出信号  $\tilde{m}_k$  与编码器信号  $\tilde{m}_k$  是相同的, 即  $\tilde{m}_k = \tilde{m}_k$ 。这里, DPCM 系统的量化误差应该定义为输入信号样值  $m_k$  与解码器输出信号样值  $\tilde{m}_k$  之差, 即有

$$q(k) = m_k - \tilde{m}_k = m_k - \tilde{m}_k = [m'_k + e_{qk}] - [m'_k + p_{ok}] = e_{qk} - p_{ok} \quad (7.6-2)$$

这个量化误差值  $q(k)$  同信号值  $m_k$  一样都是随机值, 因此定义有信号量化噪声功率比为

$$\frac{S_o}{N_q} = \frac{E[m^2(k)]}{E[q^2(k)]} \quad (7.6-3)$$

下面举一个例子来说明该工作过程。例子中采用四电平量化与编码, 其原理框图示于图 7-25。图 7-24 中的“预测器-相加器”环路由积分器代替。图中相乘器完成理想抽样, 抽样器的输出  $p_o(t)$  是一列冲激脉冲, 冲激脉冲的强度取量化器的  $M$  个可能值中的一个值。对应于  $p_o(t)$  的一个样值, 编码器输出一个  $N (M = 2^N)$  比特长度的码组, 于是完成模拟信号的数字化。该原理框图中采用四电平量化, 即  $M = 4$ 。此量化器的输出输

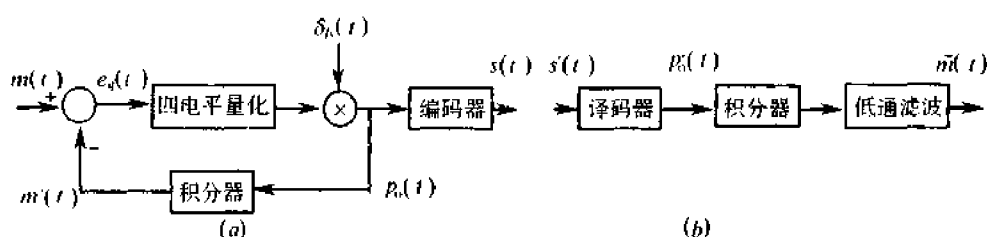


图 7-25 4-DPCM 系统框图

(a) 发端; (b) 收端。

入变换特性如图 7-26 所示。当  $0 \leq e_q(kT_s) < 2\Delta$  时, 输出电平为  $+\Delta$ ;  $-2\Delta \leq e_q(kT_s) < 0$  时, 输出电平为  $-\Delta$ ;  $2\Delta \leq e_q(kT_s)$  时, 输出电平为  $+3\Delta$ ;  $e_q(kT_s) < -2\Delta$  时, 输出电平为  $-3\Delta$ 。编码器特性是: 电平  $-3\Delta$  用代码“00”表示, 电平  $-\Delta$  用代码“01”表示, 电平  $+\Delta$  用代码“10”表示, 电平  $+3\Delta$  用代码“11”表示。DPCM 发端各点波形关系如图 7-27 所示。这里以  $t \geq 0$  时间段的差分波形为例来说明这些波形关系。图中设  $e_q(0) \approx 0.5\Delta$ ; 根据上面的量化器规则, 此时量化器的输出电平为  $+\Delta$ , 经理想抽样后, 得到  $p_0(t)$  为  $\Delta\delta(t)$ ; 根据量化编码规则, 这时编码器的输出代码为 10, 即  $s(t)$  在第一个  $T_s$  期间送出“先高后低的电平”。对于其他  $kT_s$  时刻的各点波形关系, 读者可照上述方法自行验证。

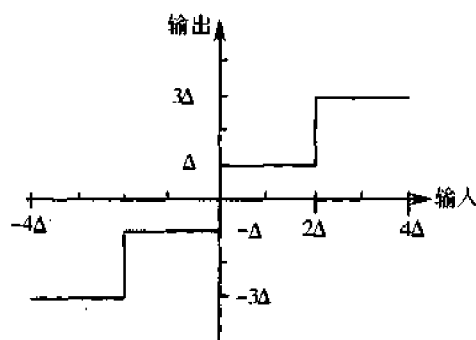


图 7-26 量化器变换特性

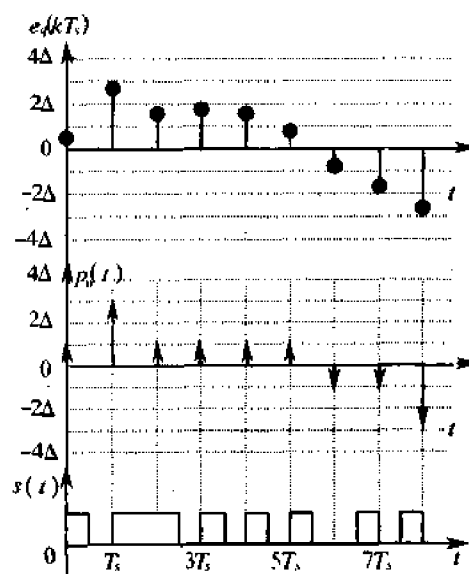


图 7-27 DPCM 发端各点波形

对于 DPCM 接收端过程如图 7-25 所示。由数字信道送到译码器输入端的信号为  $s'(t)$ ; 若信道传输无误码, 则  $s'(t)$  波形同发端输出波形  $s(t)$  完全相同。此时,  $s'(t)$  经译码器后的信号  $p_0'(t)$  形状同发端  $p_0(t)$  完全相同, 仅在时间上有一固定延迟。该信号经过积分器和低通滤波器, 即可恢复出发送端原始模拟信号。

在 DPCM 基础上为改善性能, 人们又引入自适应 DPCM (ADPCM), 它的主要特点是用自适应量化取代固定量化和自适应预测取代固定预测, 从而大大提高了输出信噪比和编码动态范围。ADPCM 体制已形成 CCITT 标准, 这里不再进一步讨论。

## 7.7 增量调制

增量调制( $\Delta M$  或 DM)可以看成 PCM 的一个特例,因为它们都是用二进制代码形式去表示模拟信号的方式。但是,在 PCM 中,信号的代码表示模拟信号的抽样值,而且,为了减小量化噪声,一般需要较长的代码及较复杂的编译码设备。而  $\Delta M$  是将模拟信号转换成仅由一位二进制码组成的数字信号序列,并且在接收端也只需要用一个线性网络,便可复制出原模拟信号。

另一方面,可以从 DPCM 系统的角度看待增量调制,即当 DPCM 系统的量化电平取为 2 和预测器是一个延迟为  $T_s$  的延迟线时,该 DPCM 系统被称作增量调制系统。于是,可以把 DPCM 的一般原理框图(见图 7-24)简化成增量调制系统的原理框图,如图 7-28 所示。差分  $m_k - m'_k = e_{pk}$ ,被量化器量化成  $+\sigma$  或  $-\sigma$ ,即  $e_{pk} = +\sigma$  或  $-\sigma$ , $\sigma$  值称之为量化

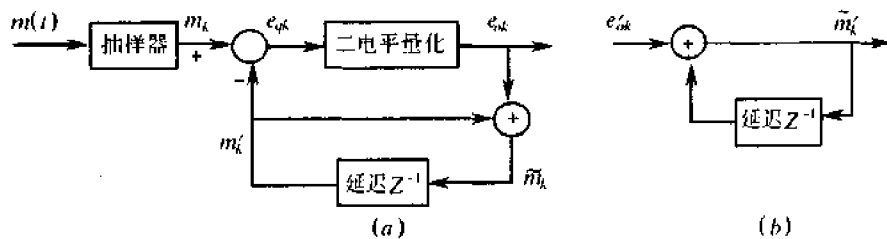


图 7-28 增量调制系统结构框图之一

(a)  $\Delta M$  编码器; (b)  $\Delta M$  解码器。

台阶。 $e_{pk}$  是二进制符号,可经信道传输给远方  $\Delta M$  解码器。上图  $\Delta M$  解码器的结构同发端编码器的“延迟单元-相加器”环路的结构完全相同,那么,无误码传输时, $\hat{m}_k = \tilde{m}_k$ 。图 7-28 中“延迟单元-相加器”环路可以用一个积分器替代,而积分器的输入是一个周期为  $T_s$  和强度为  $\pm\sigma$  的冲激脉冲序列。这样一来,即可画出增量调制系统的第二种原理结构框图,如图 7-29 所示。下面就以图 7-29 为基础,讨论增量调制系统的工作原理。由该图看到, $\Delta M$  有它自己的特点,而且其编译码设备通常要比 PCM 的简单。

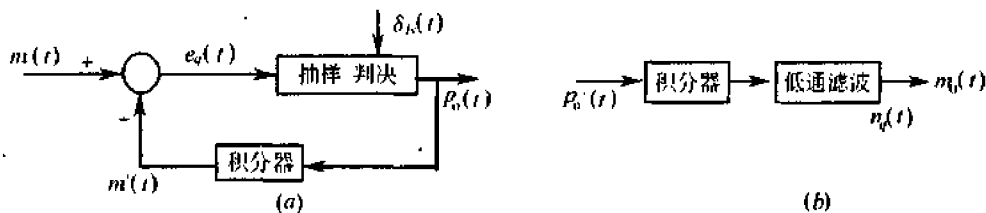


图 7-29 增量调制系统结构框图之二

(a)  $\Delta M$  编码器; (b)  $\Delta M$  解码器。

### 7.7.1 增量调制原理<sup>[17]</sup>

我们知道,一位二进制码只能代表两种状态,当然就不可能去表示抽样值的大小。可



是,用一位码却可以表示相邻抽样值的相对大小,而相邻抽样值的相对变化将能同样反映模拟信号的变化规律。因此,由一位二进制码去表示模拟信号的可能性是存在的。为了确信这一点,可以通过下面的例子来说明。设一个频带有限的模拟信号如图 7-30 中的  $m(t)$  所示。现在把横轴  $t$  分成许多相等的时间段  $\Delta t$ 。此时可以看出,如果  $\Delta t$  很小,则  $m(t)$  在间隔为  $\Delta t$  的时刻上得到的相邻值的差别(差值)也将很小。因此,如果把代表  $m(t)$  幅度的纵轴也分成许多相等的小区间  $\sigma$ ,那么,一个模拟信号  $m(t)$  就可用如图 7-

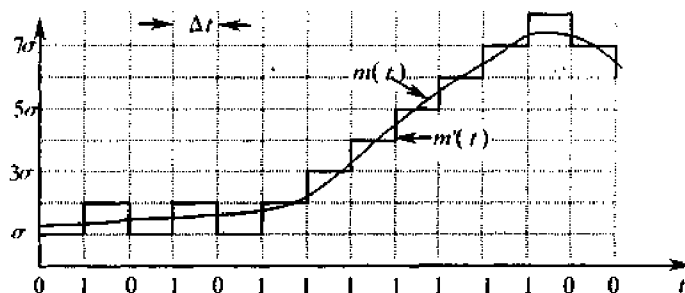


图 7-30 增量调制波形示意

30 所示的阶梯波形  $m'(t)$  来逼近。显然,只要时间间隔  $\Delta t$  和台阶  $\sigma$  都很小,则  $m(t)$  和  $m'(t)$  将会相当接近。由于阶梯波形相邻间隔上的幅度差不是  $+\sigma$  就是  $-\sigma$ ,因此,倘若用二进制码的“1”代表  $m'(t)$  在给定时刻上升一个台阶  $\sigma$ ,用“0”表示  $m'(t)$  下降一个台阶  $\sigma$ ,则  $m(t)$  的就被一个二进制码的序列所表征(见图 7-30 中横轴下面的二进制码序列)。于是,该序列也相当于表征了  $m(t)$ 。

在讨论怎样得到发端的阶梯波形及由此波形又如何确定二进制码序列之前,我们先讨论一下在接收端怎样由二进制码序列恢复出阶梯波形的问题。即  $\Delta M$  信号的译码问题。不难看出,接收端只要每收到一个“1”码就使输出上升一个  $\sigma$  值,每收到一个“0”码就使输出下降一个  $\sigma$  值,连续收到“1”码(或“0”码)就使输出一直上升(或下降),这样就可以近似地复制出阶梯波形  $m'(t)$ 。这种功能的译码器可由一个积分器来完成,如图 7-31 所示。积分器遇到“1”码(即有  $+E$  脉冲),就固定上升一个  $\Delta E$ ,并让  $\Delta E$  等于  $\sigma$ ;遇“0”码所表示的  $-E$  脉冲,就下降一个  $\Delta E$ 。图 7-31(b)表示了积分器的输入和输出波形。积分器输出虽已接近原来模拟信号,但往往还包含有不必要的高次谐波分量,故需再经低通滤波器平滑,这样,便可得到十分接近原始模拟信号的输出信号。因此, $\Delta M$  译码器如图 7-29(b)所示。

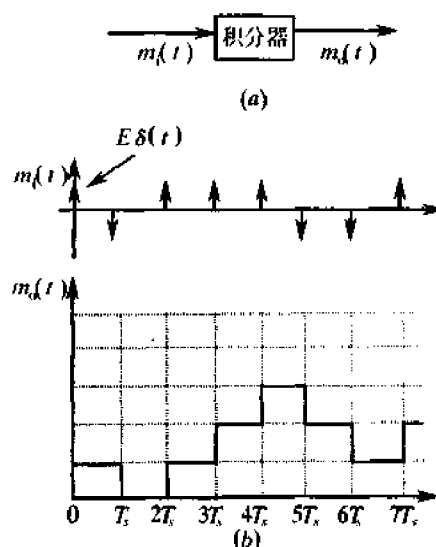


图 7-31 积分器译码示意

现在回过头来讨论  $\Delta M$  的编码原理。一个简单的  $\Delta M$  编码器组成如图 7-29(a)所示,它由相减器、抽样判决器、发端译码器(积分器)及抽样脉冲产生器(脉冲源)组成。发端译码器与接收端的译码器完全相同。抽样判决器将在抽样脉冲到来时刻对输入信号的变化

做出判决,并输出脉冲。这个编码器的工作过程如下:将模拟信号  $m(t)$  与发端译码器输出的阶梯波形  $m'(t)$  进行比较,即先进行相减,然后在抽样脉冲作用下将相减结果进行极性判决。如果在给定抽样时刻  $t_i$  有

$$m(t)|_{t=t_i} - m'(t)|_{t=t_i} > 0$$

则判决器输出“1”码;如有

$$m(t)|_{t=t_i} - m'(t)|_{t=t_i} < 0$$

则发“0”码。这里,  $t_{i-}$  是  $t_i$  时刻的前一瞬间,即相当于在阶梯波形跃变点的前一瞬间。于是,  $\Delta M$  编码器将输出一个如图 7-30 所示的二进制序列。

从上述讨论可以看出,  $\Delta M$  信号是按台阶  $\sigma$  来量化的(增、减一个  $\sigma$  值),因而同样存在量化噪声问题。 $\Delta M$  系统中的量化噪声有两种形式:一种称为过载量化噪声,另一种称为一般量化噪声,如图 7-32 所示。过载量化噪声(有时简称过载噪声)发生在模拟信号斜率陡变时,由于台阶  $\sigma$  是固定的,而且每秒内台阶数也是确定的,因此,阶梯电压波形就跟不上信号的变化,形成了很大失真的阶梯电压波形,这样的失真称为过载现象,也称过载噪声,如图 7-32(b)所示;如果无过载噪声发生,则模拟信号与阶梯波形之间的误差就是一般的量化噪声,如图 7-32(a)所示。图中的  $n_q(t) = m(t) - m'(t)$ ,可统称其为量化噪声。

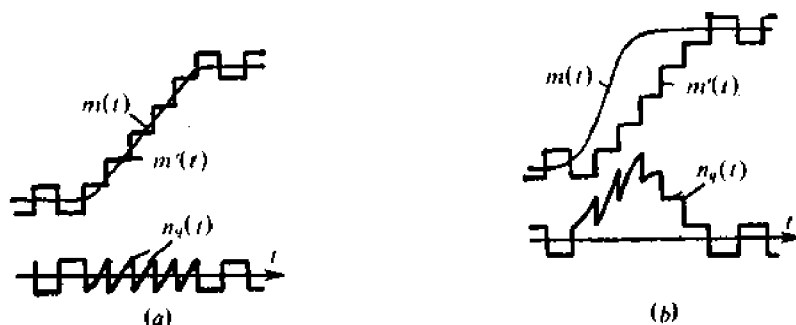


图 7-32 两种形式的量化噪声  
(a)一般量化噪声;(b)过载量化噪声。

设抽样时间间隔为  $\Delta t$  (抽样频率  $f_s = 1/\Delta t$ ),则一个台阶上的最大斜率  $K$  为

$$K = \frac{\sigma}{\Delta t} = \sigma f_s \quad (7.7-1)$$

它被称为译码器的最大跟踪斜率。当信号实际斜率超过这个最大跟踪斜率时,则将造成过载噪声。因此,为了不发生过载现象,必须使  $f_s$  和  $\sigma$  的乘积达到一定的数值,以使信号实际斜率不超过这个数值。这个数值通常可以用增大  $f_s$  或  $\sigma$  来达到。

对于一般量化噪声,由图 7-32(a)不难看出,  $\sigma$  大则这个量化噪声大,  $\sigma$  小则噪声小。采用大的  $\sigma$  虽然能减小过载噪声,但却增大了一般量化噪声。因此,  $\sigma$  值应适当选取。

不过,我们看到,  $\Delta M$  系统的抽样频率必须选得足够高,因为这样,既能减小过载量化噪声,又能降低一般量化噪声,从而使  $\Delta M$  系统的量化噪声减小到给定的容许数值。一般,  $\Delta M$  系统中的抽样频率要比 PCM 系统的抽样频率高得多(通常要高两倍以上)。

下面介绍  $\Delta M$  的一个基本指标——起始编码电平。当输入交流信号峰-峰值小于  $\sigma$

时,则增量调制器的输出二进制序列为0和1交替的码序列,码序列并不随 $m(t)$ 的变化而变化;当输入交流信号单峰值大于 $\sigma/2$ 时,输出二进制序列才开始随 $m(t)$ 的变化而变化。于是,称此 $\sigma/2$ 电平为增量调制器的起始编码电平。

### 7.7.2 $\Delta M$ 系统中的量化噪声

图7-29是 $\Delta M$ 系统的组成方框图,它包括增量调制器、积分器(译码器)和低通滤波器等。为了简明起见,我们将该图中 $m(t)$ 、 $m'(t)$ 、 $p_o(t)$ 及 $e_q(t)$ 的波形画于图7-33,并设系统输出的信号和量化噪声分别为 $m_o(t)$ 和 $n_q(t)$ 。如果信道的加性噪声足够小,以致不造成误码,那么,收端积分器的输入 $p_o(t)$ 与发端 $p_a(t)$ 完全相同,也即 $p_o(t) = p_a(t)$ ,此时,系统的输出信号 $m_o(t)$ 与 $m(t)$ 将有最好的近似(因为,量化噪声仍然存在);如果信道噪声造成了误码,则在系统的输出噪声中不仅存在量化噪声,而且还存在由误码引起的噪声。

我们分析存在量化噪声时的系统性能。此时认为信道加性噪声很小,不造成误码。那么,接收端的 $p_o(t)$ 就是发端 $p_a(t)$ ,而解调积分器输出端的信号便是 $m'(t)$ [见图7-33]。容易看出,在这个积分器输出端的误差波形正是量化误差波形 $e_q(t)$ 。因此,如果求得 $e_q(t)$ 的平均功率,则系统的输出量化噪声功率也就可以确定。我们还观察到,只要 $\Delta M$ 系统不发生过载现象(过载现象在设计时是需要克服的),那么, $e_q(t)$ 总是不大于 $\pm\sigma$ 的。我们假设随时间随机变化的 $e_q(t)$ 在区间 $(-\sigma, +\sigma)$ 上均匀分布,于是 $e_q(t)$ 的一维概率密度 $f_q(e)$ 可表示为

$$f_q(e) = \frac{1}{2\sigma}, \quad -\sigma \leq e \leq +\sigma$$

因而 $e_q(t)$ 的平均功率可表示成

$$E[e_q^2(t)] = \int_{-\sigma}^{+\sigma} e^2 f_q(e) de = \frac{1}{2\sigma} \int_{-\sigma}^{+\sigma} e^2 de = \frac{\sigma^2}{3} \quad (7.7-2)$$

但要注意,上述的量化噪声功率并不是系统最终输出的量化噪声功率。这是因为,由图7-33看出, $e_q(t)$ 的最小周期大致是抽样频率 $f_s$ 的倒数,而且大于 $1/f_s$ 的任意周期都可能出现。因此,从频谱的角度看, $e_q(t)$ 的频谱将从很低频开始一直延伸到频率 $f_s$ ,甚至更高。设 $e_q(t)$ 的功率谱密度为 $P_e(f)$ ,则可以近似认为

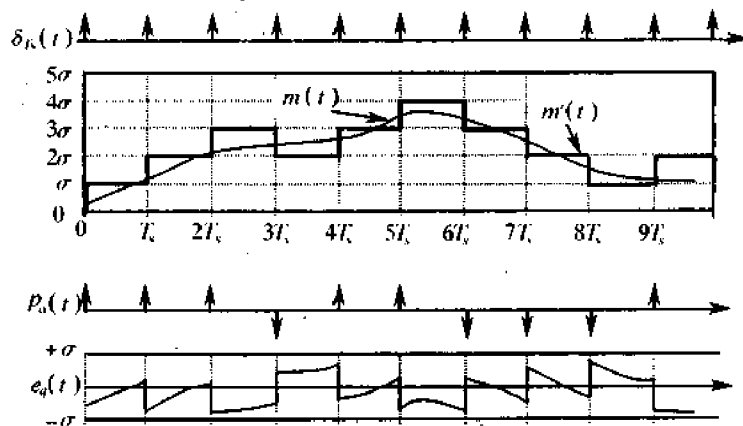


图7-33  $\Delta M$  系统的有关点的波形

$$P_e(f) = \frac{\sigma^2}{3f_s}, \quad 0 < f < f_s$$

这就是说,  $e_q(t)$  的平均功率被认为均匀地分布在频率范围  $(0, f_s)$  之内。这样, 具有功率谱密度为  $P_e(f)$  的噪声, 通过低通滤波器(截止频率为  $f_m$ )之后的量化噪声功率为

$$N_q = P_e(f)f_m = \frac{\sigma^2}{3} \left( \frac{f_m}{f_s} \right) \quad (7.7-3)$$

由此可见,  $\Delta M$  系统输出的量化噪声功率与量化台阶  $\sigma$  及比值  $(f_m/f_s)$  有关, 而与输入信号的幅度无关。当然, 这后一条性质是在未过载的前提下才成立的。

不发生过载现象, 这实际上是对输入信号的一个限制。现在以正弦型信号为例来说明这个限制, 并在此基础上找到系统的输出信号功率。设输入信号  $m(t)$  为

$$m(t) = A \sin \omega_k t$$

式中  $A$ ——振幅;

$\omega_k$ ——正弦信号角频率。

它的斜率变化由下式确定

$$\frac{dm(t)}{dt} = A\omega_k \cos \omega_k t$$

可见, 斜率的最大值为  $A\omega_k$ 。为了不发生过载现象, 信号的最大斜率必须不大于解调器跟踪斜率  $(\sigma/T_s)$ , 也即要求

$$A\omega_k \leq \frac{\sigma}{T_s} = \sigma f_s \quad (7.7-4)$$

式中  $T_s$ ——抽样时间间隔。

所以临界的过载振幅  $A_{\max}$  由下式给定

$$A_{\max} = \frac{\sigma f_s}{\omega_k} \quad (7.7-5)$$

由此看到, 在  $\Delta M$  系统中, 临界振幅  $A_{\max}$  将与量化台阶  $\sigma$  和抽样频率  $f_s$  成正比, 与信号角频率  $\omega_k$  成反比。这后一条性质是  $\Delta M$  所特有的。

在临界条件下, 系统将有最大的信号功率输出。不难看出, 这时信号功率为

$$S_o = \frac{A_{\max}^2}{2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{2\omega_k^2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{8\pi^2 f_k^2} \quad (7.7-6)$$

利用式(7.7-3)、(7.7-6), 我们求得临界条件下最大的信噪比为

$$\frac{S_o}{N_q} = \frac{3}{8\pi^2} \cdot \frac{f_s^3}{f_k^2 f_m} \approx 0.04 \frac{f_s^3}{f_k^2 f_m} \quad (7.7-7)$$

由此可见, 最大信噪比  $(S_o/N_q)$  与抽样频率  $f_s$  的三次方成正比, 而与信号频率  $f_k$  的二次方成反比。因此, 对于  $\Delta M$  系统而言, 提高抽样频率将能明显地提高信号与量化噪声的功率比。

## 7.8 DPCM 系统中的量化噪声

下面我们来分析 DPCM 系统的性能。如同  $\Delta M$  一样, DPCM 系统中同样存在量化噪

声的影响。下面将利用 PCM 和  $\Delta M$  系统性能分析时所得到的结论来分析 DPCM 系统的性能。

信号  $m(t)$  的平均输出功率  $S_o$  仍由式(7.7-6)给出,只是在 DPCM 系统中,由于误差范围  $(+\sigma, -\sigma)$  被量化为  $M$  个电平,故得  $\sigma = [(M-1)/2]\Delta v$ 。这里,  $\Delta v$  为量化间隔。这样,利用式(7.7-6)就可得到信号功率  $S_o$  为

$$S_o = \frac{\sigma^2 f_s^2}{8\pi^2 f_k^2} = \frac{\left(\frac{M-1}{2}\right)^2 (\Delta v)^2 f_s^2}{8\pi^2 f_k^2} = \frac{(M-1)^2 (\Delta v)^2 f_s^2}{32\pi^2 f_k^2} \quad (7.8-1)$$

该信号的电压有效值为

$$V_o = \sqrt{S_o} = \frac{(M-1)(\Delta v)f_s}{4\sqrt{2}\pi f_k} \quad (7.8-2)$$

现在来求 DPCM 系统的量化噪声功率  $N_q$ 。这时误差信号的量化误差不再是处于  $\pm\sigma$  的范围内,而是在  $(-\Delta v/2, +\Delta v/2)$  的范围内,按照推导式(7.5-3)同样的方法,就可得出此时的  $N_q = (\Delta v)^2/12$ 。我们仍假设经量化后的误差信号具有均匀的功率谱密度,而 DPCM 系统输出数字信号的码元速率为  $Nf_s$ ,于是噪声频谱就被认为均匀地分布于频带宽度为  $Nf_s$  的范围内,故可求得此时的单边功率谱密度为

$$P(f) = \frac{(\Delta v)^2}{12Nf_s} \quad (7.8-3)$$

经截止频率为  $f_m$  的低通滤波器后,算得噪声功率为

$$N_q = P(f)f_m = \frac{(\Delta v)^2 f_m}{12Nf_s} \quad (7.8-4)$$

由式(7.8-5)和式(7.8-4),就可算得 DPCM 系统的输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_q} = \frac{3N(M-1)^2}{8\pi^2} \cdot \frac{f_s^2}{f_k^2 f_m} \quad (7.8-5)$$

比较式(7.8-5)和式(7.7-7)可以看出,DPCM 系统的性能是优于  $\Delta M$  的。式(7.8-5)指出,当  $M$ 、 $N$  增大时,  $S_o/N_q$  也增大。同时看出,当式(7.8-5)中的  $M=2$ 、 $N=1$  时,  $S_o/N_q$  的表示式和式(7.7-7)完全相同,这正是一般  $\Delta M$  系统的情况。

## 7.9 时分复用和多路数字电话系统<sup>[15]</sup>

实现多路通信方式,除第4章介绍的频分复用(FDM)外,还采用时分复用(TDM,即 Time-Division Multiplexing)。时分复用借助“把时间帧划分成若干时隙和各路信号占有各自时隙”的方法来实现同一信道上传输多路信号。相对地,频分复用是“把可用的带宽划分成若干频隙和各路信号占有各自频隙”的方法来实现同一信道上传输多路信号。需注意,TDM 时在时域上各路信号是分离的,但在频域上各路信号谱是混叠的;FDM 在频域上各路信号谱是分离的,但在时域上各路信号是混叠的。

下面将详细地说明 TDM 的工作原理。设有  $N$  路语音输入信号,每路语音经低通滤波器后的频谱最高频率为  $f_H$ 。当  $N=3$  时,TDM 的系统框图如图 7-34 所示。三个输入信号  $m_1(t)$ 、 $m_2(t)$ 、 $m_3(t)$  分别通过截止频率为  $f_H$  的低通滤波器,去“发旋转开关” $S_T$ 。在

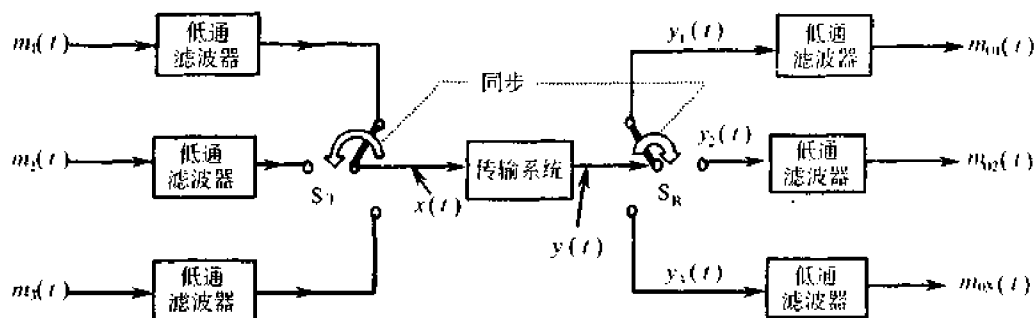


图 7-34 三路时 TDM 示意框图

发送端,三路模拟信号顺序地被“发旋转开关” $S_1$  所抽样,该开关每秒钟做  $f_s$  次旋转,并在一周旋转期内由各输入信号提取一个样值。若该开关实行理想抽样,那么该开关的输出信号为

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{m_1(kT_s)\delta(t - kT_s) + m_2(kT_s + \tau)\delta(t - kT_s - \tau) + m_3[kT_s + 2\tau]\delta[t - kT_s - 2\tau]\} \quad (7.9-1)$$

式中输入信号路数为 3;把  $x(t)$  中一组连续 3 个脉冲称为一帧,长度为  $T_s$ ;称  $\tau$  为时隙长度,等于  $T_s/3$ 。 $N=3$  时相应的波形如图 7-35 所示。该波形是三路 PAM 信号在时间域上周期地互相错开的样值信号。

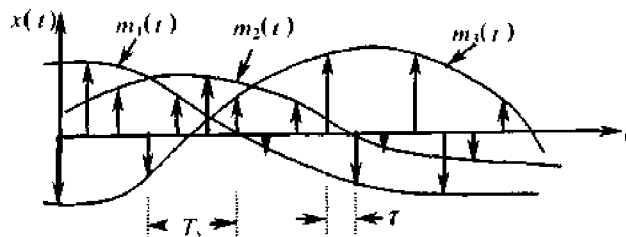


图 7-35 三路时 TDM 合路 PAM 波形

图 7-34 的“传输系统”包括量化、编码、调制解调、传输媒质和译码等。如果该传输系统不引起噪声误差的话,那么在接收端的“收旋转开关” $S_R$  处得到的信号  $y(t)$  等于发端信号  $x(t)$ 。由于“收旋转开关”与“发旋转开关”是同步地运转(同步问题在第 11 章中讨论),因此能把各路信号样值序列分离,并送到规定的通路上。这时各通路样值信号分别为

$$\begin{cases} y_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} m_1(kT_s)\delta(t - kT_s) \\ y_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} m_2(kT_s + \tau)\delta(t - kT_s - \tau) \\ y_3(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} m_3(kT_s + 2\tau)\delta(t - kT_s - 2\tau) \end{cases} \quad (7.9-2)$$

当该系统参数满足抽样定理条件时,则各路输出信号可分别恢复发端原始模拟信号,即第  $i$  路的输出信号为  $m_{0i}(t) = m_i(t)$ 。

上述概念可以应用到  $N$  路话音信号进行时分复用的情形中去。这时,发送端的转换开关  $S_T$  以单路信号抽样周期为其旋转周期,按时间次序进行转换,每一路信号所占用的时间间隔称为时隙,这里的时隙 1 分配给第一路,时隙 2 分配给第二路,…… $N$  个时隙的总时间在术语上称为一帧,每一帧的时间必须符合抽样定理的要求。通常由于单路话音信号的抽样频率规定为  $8000\text{Hz}$ ,故一帧时间为  $125\mu\text{s}$ 。

上面 TDM 系统中的合路信号是 PAM 多路信号,但它也可以是已量化和编码的多路 PCM 信号或增量调制信号。时分多路 PCM 系统有各种各样的应用,最重要的一种是 PCM 电话系统。

通常,时分多路的话音信号采用数字方式传输时,其量化编码的方式既可以用脉码调制,也可以用差分脉码调制或增量调制。对于小容量、短距离脉码调制的多路数字电话系统,国际建议有两种标准化制式,即 PCM30/32 路(A 律压扩特性)制式和 PCM24 路( $\mu$  律压扩特性)制式,并规定国际通信时,以 A 律压扩特性为准(即以 30/32 路制式为标准);凡是两种制式的转换,其设备的接口均由采用  $\mu$  律特性的国家负责解决。我国规定采用 PCM30/32 路制式。

为了对时分多路数字电话系统有一个概略的了解,下面就该系统中的几个主要问题作一简单介绍。

### 7.9.1 时分多路数字电话通信系统的组成

图 7-36 示出了一个 PCM 时分多路数字电话系统的组成方框图。图中,较详细地画出了第一路话音信号的发送和接收过程。输入的话音信号经二线进入混合线圈,并经放大、低通滤波和抽样。该已抽样信号与各路已抽样信号合在一起进行量化与编码,则变成 PCM 信号,最后将 PCM 信号变换成适合于信道传输的码型送至信道。接收端将收到的 PCM 信号经过再生加到译码器,译码器再将 PCM 信号转换成 PAM 信号,分路后的 PAM 信号经低通滤波器恢复成模拟信号,然后经放大器、混合线圈输出。其他各路的发送与接收的过程均与第一路相同。

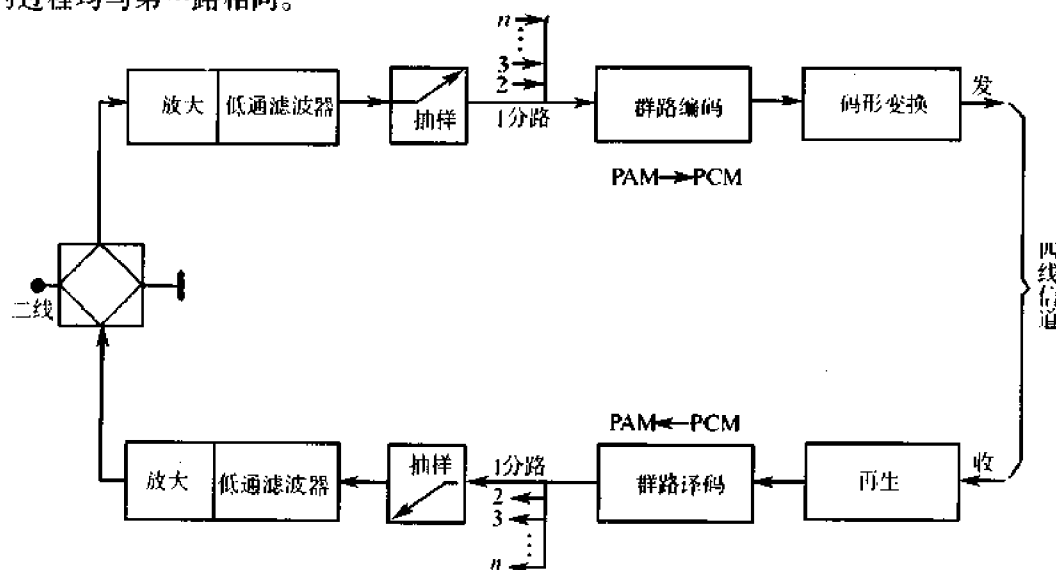


图 7-36 PCM 数字电话系统方框图



不过,近年来随着大规模集成电路的发展,PCM 多路数字电话系统的组成也有所变化,由原来采用群路编译码器(见图 7-36)进行编译码,改用单路编译码器来实现编码与译码。图 7-37 示出了用在 PCM 数字电话系统中的单路编译码器。在发送端模拟信号同样经二线进入混合线圈,然后再加至低通滤波器,低通滤波器的输出  $VF_x$  直接加到单路编译码器,而在单路编译码器的  $D_x$  端便可获得数字信息。各个单路编译码器的输出线  $D_x$  均接至发送总线,构成多路 PCM 信号输出。收信端数字信息从 PCM 收信总线进入单路编译码器的  $D_R$  端,在  $VF_R$  端便能获得还原后的模拟信号,再经低通滤波器和混合线圈送至用户。

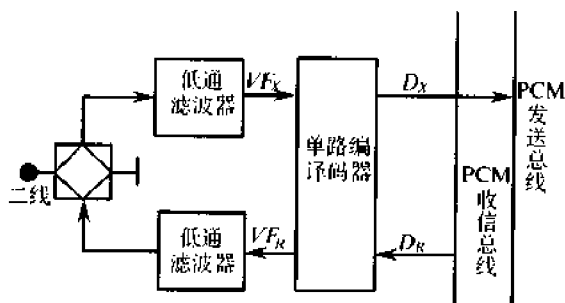


图 7-37 单路编译码器在 PCM 系统中的使用

目前,国外已经有多种用于 PCM 的单路编译码器集成电路,譬如 Intel2911、MK5156 等。图 7-38 是单路编译码器 2911A 的组成方框图,全部电路约有 3000 余只 NMOS 管,它们都容纳在一小片集成电路内。它除包括模/数转换和数/模转换外,还包含控制部分。其中,单路编译码器的模/数转换和数/模转换也是按 A 律 13 折线规律进行的,即和前面所说的 30/32 路脉冲编码调制的规定相同。2911A 有两种使用方式,一种是微处理器控制方式,它适用于总线式小容量程控数字交换机;另一种是直接控制方式。

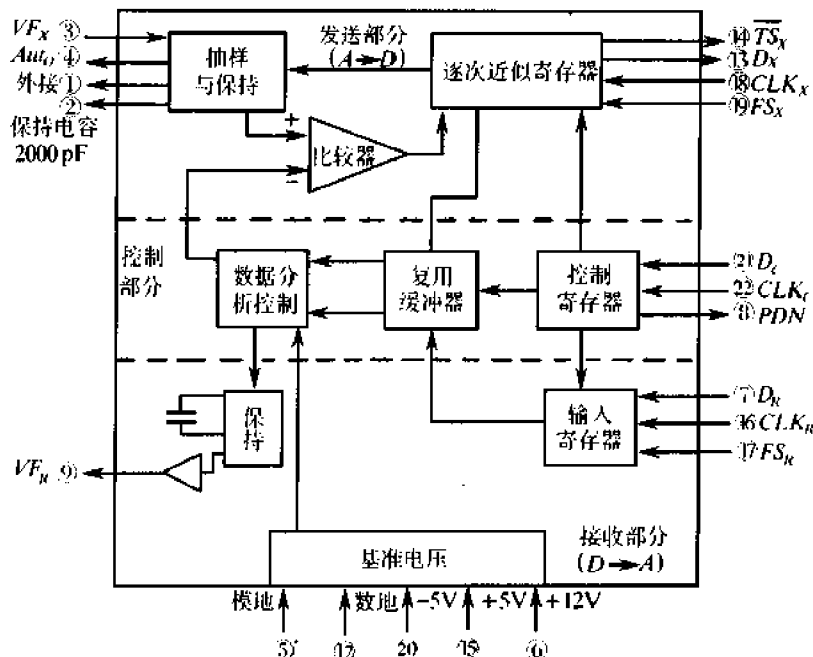


图 7-38 2911A 单路编译码器组成原理方框图



另外,图 7-37 中除单路编译码器外,还需要低通滤波器。目前,也已有集成低通滤波器,譬如 Intel2912,它和 2911A 配合使用时,可以大大缩减设备的体积和重量。

用于数字电话终端设备的集成电路现已形成了系列。对于 PCM 编译码器有 Intel2911、MK5156;低通滤波器有 Intel2912、MK5912、MT8912、MC14413/14;PCM 编译码器/滤波器共同集成的有 Intel2913/14、MT8961/63/65、MC14400/01/02/03/05、TLC32044。此外,还有与上述配套的电路,如时隙分配器 MC14461/17/18、定时与复用器 MB8717 等。

目前,在我国研制的数字电话终端设备中,也采用了上述这些集成电路,并且我国已经研制出或正在研制类似的专用集成电路。

对于增量调制时分多路数字电话系统,其组成与 PCM 数字电话系统基本相同。为了实现方便起见,增量调制系统中的编译码器本来就是采用单路方式的。目前,也已有用于增量调制的编译码器集成电路,譬如 MC3417/18。

### 7.9.2 数字电话系统帧结构和传码率

我国使用的 PCM 系统,规定采用 PCM30/32 路的帧结构,如图 7-39 所示。抽样频率  $f_s$  为 8kHz,所以帧长度  $T_f = 1/8\text{kHz} = 125\mu\text{s}$ 。一帧分为 32 个时隙,其中 30 个时隙供 30 个用户(即 30 路话)使用,即 TS1 ~ TS15 和 TS17 ~ TS31 为用户时隙。因为采用的是 13 折线 A 律编码,因此所有的时隙都采用 8 位二进制码。TS0 是帧同步时隙,TS16 是信令时隙。帧同步码组为 \* 0011011,它是在偶数帧中 TS0 的固定码组,接收端根据此码组建立正确

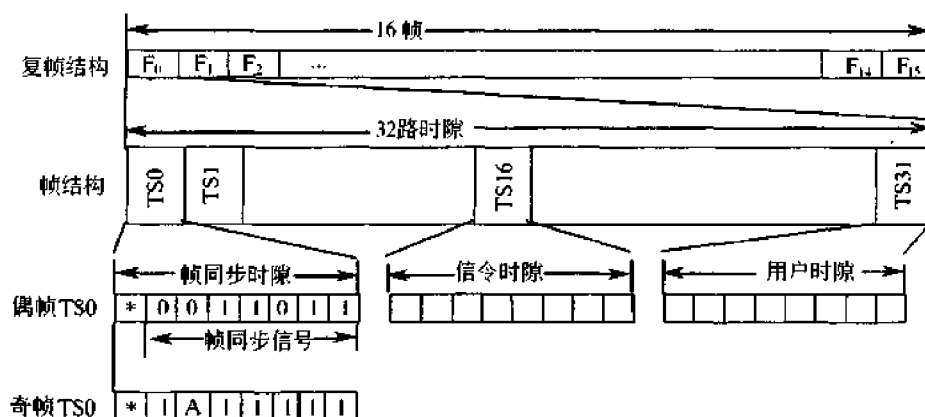


图 7-39 PCM 基群帧结构

的路序,即实现帧同步。其中的第一位码元“\*”供国际间通信用。奇数帧中 TS0 不作为帧同步用,供其他用途。TS16 用来传送话路信令。话路信令有两种:一种是共路信令,另一种是随路信令。若将总比特率为 64kb/s 的各 TS16 统一起来使用,称为共路信令传输,这时必须将 16 个帧构成一个更大的帧,称之为复帧。若将 TS16 按时间顺序分配给各个话路,直接传送各话路的信令,称为随路信令传送。此时每个信令占 4bit,即每个 TS16 含两路信令。根据以上帧结构,我们不难看出,PCM30/32 系统传码率为

$$R_{BP} = f_s \times N \times n = 8000 \times 32 \times 8 = 2.048\text{MB}$$

式中  $f_s$  为抽样率;

$N$  为一帧中所含时隙数;

$n$  为一个时隙中所含码元数。

因为码元是二进制,所以该系统传信率为  $R_{10p} = 2.048 \text{ Mb/s}$ 。

时分复用增量调制系统,尚无国际标准。这里介绍一种国内外应用较多的 DM32 路制式。该制式中,抽样为  $32 \text{ kb/s}$ ,即帧长度为  $T_s = 31.25 \mu\text{s}$ ,每个时隙含一个比特。TS0 为帧同步时隙,TS1 为信令时隙,TS2 为勤务电话时隙,TS3、TS4、TS5 为数据时隙,TS6 ~ TS31 为用户电话时隙。显然,该系统传信率为

$$R_{10M} = f_s \times N = 32 \text{ kb/s} \times 32 = 1.024 \text{ Mb/s}$$

60 路 ADPCM 系统的帧结构已有国际标准,它的帧结构与 PCM30/32 路帧配置相类似(参见图 7-39)。根据 CCITT G.761 建议规定,其帧结构的定义与 G.704 中 PCM 基群复用设备的定义相同。它规定,抽样间隔为  $125 \mu\text{s}$ ,分成 32 个信道时隙,每个信道时隙中置入两路 ADPCM 的 4bit 信息,即含两个用户的信息。TS0 时隙作为传输同步等信息用,TS16 时隙作为信令时隙,其他 30 个信道时隙用来传输用户信息,总共有 60 个用户可使用。显然,它的传信率为  $2.048 \text{ Mb/s}$ ,与基群比特率相同。

### 7.9.3 数字通信系统高次群

前面曾讨论的 PCM24 和 PCM30/32 路时分多路系统,称为数字基群(即一次群)设备。对于基群和更高次群的系统,在 CCITT 已建立起标准。在该标准中,采用数字复接器技术把较低群次的数字流逐级汇合成更高群次的数字信息流。CCITT 推荐了两种一次、二次、三次和四次群的数字等级系列,如表 7-10 所列,一种是北美、日本采用的制式,另一种是欧洲、中国采用的制式。

表 7-10 TDM 制数字复接系列

国家	单位	基群	二次群	三次群	四次群	STM-1	STM-4	STM-16
北美、日本	kb/s	1544	6312	44736 或 32064	274176 或 97723	155.52 Mb/s	622.08 Mb/s	2488.32 Mb/s
	路数	24	96	672 或 480	4032 或 1440			
欧洲、中国	kb/s	2048	8448	34368	139264			
	路数	30	120	480	1920			

需指出,接入二次群复接器的数字流,可以是来自 PCM30/32 端机外,还可以是来自“12 路载波基群编码器”或“数据复用器”;接入三次群复接器的数字流,可以是来自“二次群复接器”,也可以是来自“120 路话音直接编码器”、“60 路载波超群编码器”、“1 MHz 可视电话编码器”或其他类型的数字流设备;接入四次群复接器的数字流的设备,除可以是三次群复接器之外,还可以是“300 路载波主群编码器”;产生四次群数字流的设备,可以是四次群复接器、“900 路载波超主群编码器”或“电视编码器”。总之,复接的终端设备可以是多种多样的。当然,无论哪种终端设备,其输出的数码率都必须符合该次群所规定的标准。

四次和四次群以下的高次群,都是采用准同步方式进行复接的,称为准同步数字系列(PDH)。随着通信的发展,CCITT 又制订了 TDM 制四次群以上的同步数字系列(SDH)标准,以适应宽带综合业务数字网的传输需求。CCITT G.707 建议规定 SDH 的第一级比特率

为 155.52 Mb/s, 记作 STM-1。四个 STM-1 按字节同步复接, 得到 STM-4, 比特率为 622.08 Mb/s。四个 STM-4 同步复接, 得到 STM-16, 比特率为 2488.32 Mb/s。此情况也列于表 7-10 中。需指出, 四次群以上的系列, 由于技术上的原因, STM-N 都采用同步方式复接, 所以称为同步数字系列。目前 SDH 在国内外都处于迅猛发展阶段, 我国也正在加快 SDH 设备的研制和 SDH 网的建立。

以上简要讨论了时分多路数字电话系统中的几个问题, 目的是使读者对实际的数字电话通信系统有一个概略了解, 更详细的分析可参考其他有关书籍<sup>[15]</sup>。

最后还需指出, 由于模拟信号变换成数字信号以数字的方式进行传输时, 可以获得数字通信的优点, 同时, 伴随着大规模集成电路的发展, 体积小、功耗低、可靠性高的数字通信设备也愈来愈多, 因此, 愈来愈多的模拟消息都希望按数字通信的方式来传输。

## 7.10 话音和图像的压缩编码

为了能在数字信道中传输模拟话音或图像信号, 必须使模拟信号数字化。若采用 13 折线 A 律 PCM 的方法, 一路话音信号数字化后的数码率或传信率为 64 kb/s, 而彩色电视信号数字化后的传信率高于 100 Mb/s。它们在传输时需占用的信道带宽要比原始模拟信号带宽大许多倍。为节约带宽, 需要降低该传信率, 于是人们在过去的几十年内, 研究开发了多种话音或图像信号压缩编码技术<sup>[25]</sup>。

### 7.10.1 话音压缩编码

早在 1972 年, CCITT(现已改称为 ITU-T)已制定出关于 PCM 话音编码的国际建议 G.711。其规定每话路抽样率为 8 kHz, 每样点量化为 8 bit, 即每话路数码率为 64 kb/s。为了压缩编码速率, CCITT 又于 1984 年制定出 32 kb/s 每话路数码率的建议, 并建议采用自适应差分脉码调制。后来, 为进一步降低每话路数码率, CCITT 相继制定出 16 kb/s 每话路数码率的建议 G.722, 8 kb/s 的建议 G.729 和 5.3/6.3 kb/s 双速率的建议 G.723.1。更低速率的话音编码国际标准尚未制定出来, 但有一些地区性或国家标准。在各种 16 kb/s 以下的低速率话音压缩建议中, 大多采用基于线性预测理论的方法。因此, 下面对话音的线性预测原理作一简要介绍。

#### 1. 话音生成

从话音声学的观点来看, 不同的话音是由于发音器官的声音激励源和口、鼻腔内声道的不同形状而引起的。话音主要可分为浊音和清音。

浊音, 又称有声音。此时的声音激励源是声带。来自肺部的气流, 流经声带, 使声带产生振动。由声带产生的声波, 经过口、鼻腔, 从嘴唇和鼻孔辐射出去。该浊音是一种准周形, 如图 7-40 所示。此波形周期  $T_p$  称为基音周期,  $T_p$  通常在 3~15ms 内, 一般女声的基音周期较短, 男声较长。话音频谱有小峰点, 出现在基音点和基音谐波点上, 能量主要集中在低于 3kHz 范围内。

清音又称无声音。此时, 声带不振动; 肺部产生的准平稳气流通过发音器官某部分, 引起湍流, 产生较小幅度的声波。清音波形很像随机起伏的噪音波形, 如图 7-41 所示, 没有准周期特性。它的频谱能量主要集中在话音带的高端, 不存在明显的小峰点, 即无谐

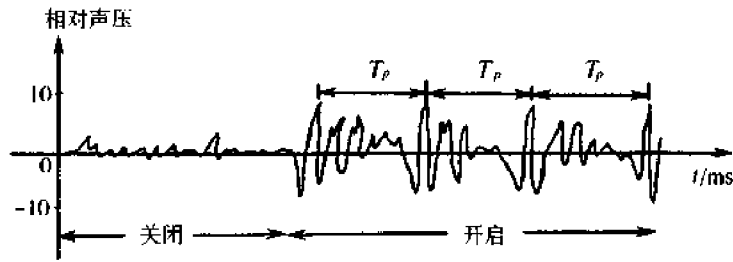


图 7-40 浊音波形

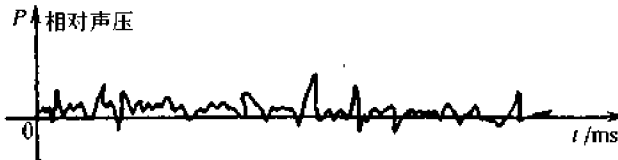


图 7-41 清音波形图

波峰点。

口、鼻腔声道是截面不均匀的,形状随时间而变化的音响管道,此可等效为时变谐振、反谐振系统。声道端口嘴唇,对声波起辐射作用。声道的这些特性,可用一个时变线性系统来模拟。由于声道的频率特性与谐振曲线类似,在浊音频谱上包络上出现几个高峰,称之为共振峰。清音频谱中没有共振峰存在。

## 2. 语音信号产生模型

根据以上发音过程的分析,可将语音信号发声过程抽象为图 7-42 的数学模型。图中,周期信号源表示浊音激励源,该源需输入一个参数“基音周期”;随机噪声源表示清音激励源,“清—浊”选择开关,用来选择语音种类,以便形成所需的语音; $G$  是增益系数,它的大小控制着语音的强度,主要决定于气流的强度;图中时变线性系统对应于物理声道,它的特性代表着声道特性。

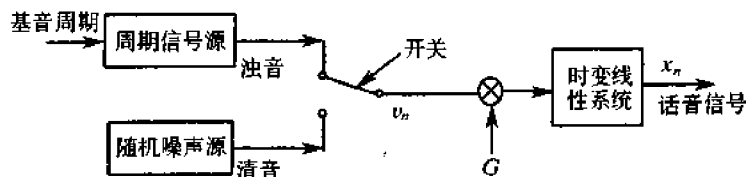


图 7-42 语音信号数学模型

在这里,最广泛地被采用的是线性预测编码,这时“语音信号数学模型”中的声道特性取离散时间全极点滤波器,它的传输函数为

$$H(Z) = \frac{G}{1 - \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}} \quad (7.10-1)$$

式中  $a_k$ ——滤波器的(时变)系数;

$H(Z)$ ——传输函数的  $Z$  变换形式。

上式已把图中相乘  $G$  的因素考虑在内。由此得到该滤波器的输出序列为

$$x_n = \sum_{k=1}^p a_k x_{n-k} + Gv_n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (7.10-2)$$

式中  $v_n$ ——输入话音信号的时域抽样值；

$x_n$ ——输出话音信号的时域抽样值。

### 3. 线性预测编码(LPC)声码器

最广泛地被采用的基于模型的编码方法,是线性预测编码。声源编码器或称声码器,不是跟踪话音信号的波形,而是提取“形成话音信号”的特征参数,所以又称之为参数编码的声码器。该声码器以图 7-42 模型为基础,认为不同语音是由不同的激励信号参数和声道滤波器参数所决定。因而可以把较短时间段(常设定为 20ms)内的话音参数,比如音类型、基音周期、增益参数和滤波器参数等,提取出来,然后把这些已提取参数加以编码和发送。不同的 20ms 时间段有不同的话音参数。在接收端译出数码,获得话音特征参数,恢复话音。从原始话音求得特征参数的过程称为 LPC 分析;由编码参数重新获得话音的过程称为 LPC 合成。

为了提取原始话音的特征参数,采取以下步骤。首先设  $x_n$  为源输出样序列,我们可以构成  $x_n$  的预测值  $\hat{x}_n$  采用已加权的线性组合

$$\hat{x}_n = \sum_{k=1}^p a_k x_{n-k} \quad (7.10-3)$$

这显然是一个  $p$  阶预测器的输出,  $a_k$  称之为预测系数。此预测器根据第  $n$  个样值前的  $p$  个样值  $x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_{n-p}$  的线性组合,计算出当前的第  $n$  个预测值  $\hat{x}_n$ 。第二步是定义一个预测误差为

$$e_n = x_n - \hat{x}_n = x_n - \sum_{k=1}^p a_k x_{n-k} \quad (7.10-4)$$

然后,令预测误差  $e_n$  的均方值  $E(e_n^2)$  最小,就可以解出增益  $G$  和一组预测系数  $\{a_k\}$ ,有关证明细节不再叙述。

典型的一个预测例子是,浊音和清音信息需要 1bit,基音周期用 6bit 精确的表述,增益参数可以用 5bit 表示。预测系数为精确描述,需要每个系数 8~10bit。采用一种发送“反射系数”的方法,这些反射系数用 6bit 表示就已经足够了。这样一来,对于阶数  $p=10$  [在  $H(Z)$  中有 5 个极点]的一个预测器,需发射的比特总数就是 72。再考虑话音信号的准平稳特性,典型地每次 15~30ms。因此,来自源编码器的比特率范围是 4800~2400bit/s。

在低速话音编码中,线性预测编码的声码器占有重要的地位,收端合成话音有一定可懂度,但自然度下降较多,话音质量较差。近几年来出现了许多语音压缩编码新体制,有的已在数字移动通信中得到采用。

## 7.10.2 图像压缩编码

制定图像压缩编码标准的国际组织有两个:国际标准化组织(ISO)和 ITU-T。ISO 为静止图像编码制定了 JPEG 系列标准,为活动图像编码制定了 MPEG 系列标准,例如, MPEG 系列中包括 MPEG-1, MPEG-2, MPEG-3, MPEG-4 和 MPEG-7 等;ITU-T 为活

动图像编码制定了 H 系列,包括 H.261,H.262,H.263 等。

图形压缩编码的过程一般如图 7-43 所示。图中,模拟图像信号经模/数(A/D)变换成数字图像信号。如果直接存储或者传输该数字图像信号,所需的数码率太高。例如,彩

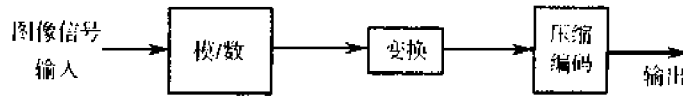


图 7-43 图像压缩编码过程示意图

色电视信号就是这样。为了压缩数码率,在模/数变换之后,常插入一次变换。目前常采用的变换可以大体分为两类:一是预测变换,另一是函数变换。预测变换是利用邻近像素之间的相关性来压缩数码率的。由于图像信号是二维的,一个像素与上下左右的像素都有相关性,因此预测是二维的。对于活动图像而言,相邻帧之间也有相关性,故可以进行三维预测。常用的预测方法为差分脉冲编码调制(DPCM)。由于这时仅对预测值的误差进行编码,从而达到了压缩数码率的目的。函数变换是利用变换域参数分布特征来实现压缩编码的。可用的变换有:离散傅里叶变换(DFT)、离散余弦变换(DCT)、沃尔什变换(WT)、哈达玛变换(HT)及小波变换等。自然,变换常是二维或三维的。为简单起见,我们以沃尔什变换为例来说明。在  $4 \times 4$  阶的二维沃尔什变换<sup>①</sup>中,变换式为

$$[S] = \frac{1}{4^2} [W][s][W] \quad (7.9-5)$$

式中  $[S]$ ——信号抽样值矩阵;

$[W]$ ——沃尔什矩阵;

$$[W] = \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \\ + & - & + & - \end{bmatrix}, \text{其中符号“+”代表+1,“-”代表-1;}$$

$[s]$ ——变换域信号。

(1)若信号抽样值恒定,即

$$[s] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

则在变换域中

$$[S] = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \\ + & - & + & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \\ + & - & + & - \end{bmatrix} =$$

<sup>①</sup> 详见第 10 章 10.2 节。

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2)若信号抽样值矩阵 $[s]$ 为直条形图案,即

$$[s] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

则变换后

$$[S] = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \\ + & - & + & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \\ + & - & + & - \end{bmatrix} =$$

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3)若信号抽样值矩阵 $[s]$ 为横条形图案,即

$$[s] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则变换后

$$[S] = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \\ + & - & + & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \\ + & - & + & - \end{bmatrix} =$$

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

一般而言,变换后的信号矩阵中非零元素主要集中于左上半区域,而右下半区域中元素值多为零或很小。忽略这些值对图像影响不大,从而达到了压缩比特率的目的。

在上述几种变换中,以 DCT 在图像压缩编码中使用最为广泛。例如,用于静止图像压缩的 JPEG 标准,即采用了 DCT 编码技术;用于可视电话和会议电视等的 CCITT H.261 标准,采用了带运动补偿的 DCT 编码技术。

经过变换压缩的数字图像信号,还可以用高效信源编码方法(例如 Huffman 编码)进一步降低其比特数。

图像压缩后,所需编码比特数可以大为降低。一般而言,根据对图像质量要求不同,比特数可以压缩至十分之一左右,甚至达到低于百分之一。

## 思考题

- 7-1 什么是低通型信号的抽样定理?什么是带通型信号的抽样定理?
- 7-2 已抽样信号的频谱混叠是什么原因引起的?若要求从已抽样信号  $m_s(t)$  中正确地恢复出原信号  $m(t)$ ,抽样速率  $f_s$  应满足什么条件?
- 7-3 试比较理想抽样、自然抽样和瞬时抽样的异同点?
- 7-4 什么叫做量化?为什么要进行量化?
- 7-5 什么是均匀量化?它的主要缺点是什么?
- 7-6 在非均匀量化时,为什么要进行压缩和扩张?
- 7-7 什么是 A 律压缩?什么是  $\mu$  律压缩?A 律 13 折线与  $\mu$  律 15 折线相比,各有什么特点?
- 7-8 什么是脉冲编码调制?在脉码调制中,选用折叠二进制码为什么比选用自然二进制码好?
- 7-9 均匀量化脉冲编码调制系统的输出信号量噪比与哪些因素有关?
- 7-10 什么是差分脉冲编码调制?什么是增量调制?它们与脉冲编码调制有何异同?
- 7-11 增量调制系统输出的信号量噪比与哪些因素有关?DM 系统的量化噪声有哪些类型?
- 7-12 何谓时分复用?它与频分复用有何异同?
- 7-13 什么是语音和图像的压缩编码?为什么要进行压缩编码?

## 习题

- 7-1 已知一低通信号  $m(t)$  的频谱  $M(f)$  为

$$M(f) = \begin{cases} 1 - \frac{|f|}{200}, & |f| < 200 \text{ Hz} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 假设以  $f_s = 300\text{Hz}$  的速率对  $m(t)$  进行理想抽样,试画出已抽样信号  $m_s(t)$  的频谱草图;

(2) 若用  $f_s = 400\text{Hz}$  的速率抽样,重做上题。

- 7-2 已知一基带信号  $m(t) = \cos 2\pi t + 2\cos 4\pi t$ , 对其进行理想抽样;



(1) 为了在接收端能不失真地从已抽样信号  $m_s(t)$  中恢复  $m(t)$ , 试问抽样间隔应如何选择?

(2) 若抽样间隔取为  $0.2\text{s}$ , 试画出已抽样信号的频谱图。

7-3 已知某信号  $m(t)$  的频谱  $M(\omega)$  如图 P7-1(b) 所示。将它通过传输函数为  $H_1(\omega)$  的滤波器后再进行理想抽样。

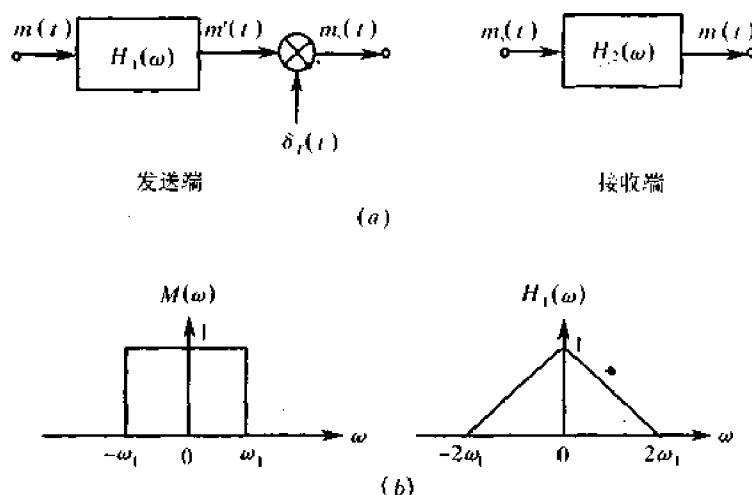


图 P7-1

(1) 抽样速率应为多少?

(2) 若设抽样速率  $f_s = 3f_1$ , 试画出已抽样信号  $m_s(t)$  的频谱;

(3) 接收端的接收网络应具有怎样的传输函数  $H_2(\omega)$ , 才能由  $m_s(t)$  不失真地恢复  $m(t)$ 。

7-4 已知信号  $m(t)$  的最高频率为  $f_m$ , 若用图 P7-2 所示的  $q(t)$  对  $m(t)$  进行自然抽样, 试确定已抽样信号频谱的表示式, 并画出其示意图[注:  $m(t)$  的频谱  $M(\omega)$  的形状可自行假设]。

7-5 已知信号  $m(t)$  的最高频率为  $f_m$ , 若用图 P7-2 所示  $q(t)$  的单个脉冲对  $m(t)$  进行瞬时抽样, 试确定已抽样信号及其频谱表示式。

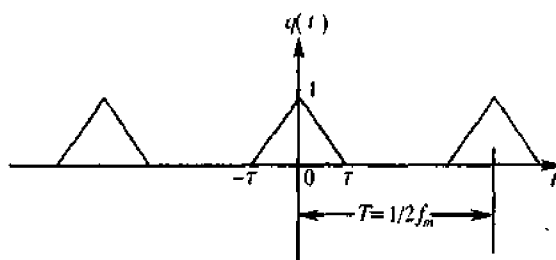


图 P7-2

7-6 已知信号  $m(t)$  的最高频率为  $f_m$ , 由矩形脉冲对  $m(t)$  进行瞬时抽样, 矩形脉冲的宽度为  $2\tau$ 、幅度为 1, 试确定已抽样信号及其频谱的表示式。

7-7 设输入抽样器的信号为门函数  $G_\tau(t)$ , 宽度  $\tau = 20\text{ms}$ , 若忽略其频谱第 10 个零点以外的频率分量, 试求最小抽样速率。

7-8 设信号  $m(t) = 9 + A\cos\omega t$ , 其中  $A \leq 10V$ 。若  $m(t)$  被均匀量化为 40 个电平, 试确定所需的二进制码组的位数  $N$  和量化间隔  $\Delta v$ 。

7-9 已知模拟信号抽样值的概率密度  $f(x)$  如图 P7-3 所示。若按四电平进行均匀量化, 试计算信号量化噪声功率比。

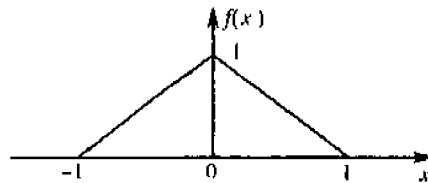


图 P7-3

7-10 采用 13 折线 A 律编码, 设最小量化间隔为 1 个单位, 已知抽样脉冲值为 +635 单位:

- (1) 试求此时编码器输出码组, 并计算量化误差;
- (2) 写出对应于该 7 位码 (不包括极性码) 的均匀量化 11 位码。(采用自然二进制码<sub>n</sub>)

7-11 采用 13 折线 A 律编码电路, 设接收端收到的码组为“01010011”, 最小量化间隔为 1 个量化单位, 并已知段内码改用折叠二进制码:

- (1) 试问译码器输出为多少量化单位;
- (2) 写出对应于该 7 位码 (不包括极性码) 的均匀量化 11 位码。

7-12 采用 13 折线 A 律编码, 设最小的量化间隔为 1 个量化单位, 已知抽样脉冲值为 -95 量化单位:

- (1) 试求此时编码器输出码组, 并计算量化误差;
- (2) 写出对应于该 7 位码 (不包括极性码) 的均匀量化 11 位码。

7-13 信号  $m(t) = M\sin 2\pi f_0 t$  进行简单增量调制, 若台阶  $\sigma$  和抽样频率选择得既保证不过载, 又保证不致因信号振幅太小而使增量调制器不能正常编码, 试证明此时要求  $f_s > \pi f_0$ 。

7-14 对 10 路带宽均为 300~3400Hz 的模拟信号进行 PCM 时分复用传输。抽样速率为 8000Hz, 抽样后进行 8 级量化, 并编为自然二进制码, 码元波形是宽度为  $\tau$  的矩形脉冲, 且占空比为 1。试求传输此时分复用 PCM 信号所需的带宽

7-15 单路语音信号的最高频率为 4kHz, 抽样速率为 8kHz, 以 PCM 方式传输。设传输信号的波形为矩形脉冲, 其宽度为  $\tau$ , 且占空比为 1:

- (1) 抽样后信号按 8 级量化, 求 PCM 基带信号第一零点频宽;
- (2) 若抽样后信号按 128 级量化, PCM 二进制基带信号第一零点频宽又为多少?

7-16 若 12 路语音信号 (每路信号的最高频率均为 4kHz) 进行抽样和时分复用, 将所得的脉冲用 PCM 系统传输, 重做上题。

7-17 已知语音信号的最高频率  $f_m = 3400\text{Hz}$ , 今用 PCM 系统传输, 要求信号量化噪声比  $S_n/N_q$  不低于 30dB。试求此 PCM 系统所需的理论最小基带频宽。

## 第 8 章 数字信号的最佳接收

### 8.1 引言

一个通信系统的质量优劣在很大程度上取决于接收系统的性能。这是因为,影响信息可靠传输的不利因素(信道特性不理想及信道中存在噪声等)将直接作用到接收端,对信号接收产生影响。那么,从接收角度看,在前面几章阐述的各种通信系统中,其接收系统是否是最好的呢?这就涉及通信理论中一个重要的问题:最佳接收或信号接收最佳化问题。

最佳接收理论是以接收问题作为自己的研究对象,研究从噪声中如何最好地提取有用信号。“最好”或“最佳”并非是一个绝对的概念,它是在某个准则意义下说的一个相对概念。这就是说,在某个准则下是最佳的接收机,在另一准则下就并非一定是最佳的。

本章仅讨论数字信号最佳接收的基本原理。在本章中,首先介绍最佳接收的准则,然后寻求并推导出满足一定准则的最佳接收机结构,并分析最佳接收机的性能。最后分析比较几种最佳接收机与普通接收机的性能并给出实现最佳接收机的途径。

### 8.2 数字信号接收的统计表述

在数字通信系统中,发送端把几个可能出现的信号之一发送给接收机。但对接收端的受信者来说,观察到接收波形后,要无误地断定某一信号的到来却是一件困难的事。因为,一方面,哪一个信号被发送,对受信者来说是不确定的;另一方面,即使预知某一信号被发送了,但由于信号在传输过程中可能发生各种畸变和混入随机噪声,也会使受信者对收到的信号产生怀疑。这就是说,受信者观察到的接收波形并不是确定的,而是一个受发送信号的不确定性和噪声的不确定性等因素直接影响的随机波形,因而受信者也就不敢贸然断定发送的是哪个信号。然而,不确定性或随机性的存在,决不意味着信号就无法可靠地接收。因为,从概率论的观点看,只要我们掌握接收波形的统计资料,就可以利用统计的方法,即统计判决法来获得满意的接收效果。因此可以说,带噪声的数字信号的接收,实质上是一个统计接收问题,或者说信号接收过程是一个统计判决的过程。

从统计学的观点看来,数字通信系统可以用一个统计模型来表述,如图 8-1 所示。图中的消息空间、信号空间、噪声空间、观察空间及判决空间分别代表消息、信号、噪声、接收波形及判决的所有可能状态的集合。例如  $x_i (i = 1, 2, \dots, m)$  代表消息空间的  $m$  个点,亦即  $m$  种可能的状态。如果  $m = 2$ ,即二进制数字通信系统,则  $x$  有两种状态:例如  $x_1$  表示消息符号“0”, $x_2$  表示“1”。与此相应, $s_i$  代表信号空间中的点, $y_i$  代表判决空间中的

点……。因为在一般情况下可假设接收波形是发送信号和噪声的简单相加,因此,对模型中的  $x, s, n, y$  等参数能够做出准确的统计描述。一旦得到了关于  $y$  的统计资料,我们就可借助一定的判决规则获得判决  $\gamma$ 。注意,  $\gamma_i$  的可能状态数与  $x_i$  的相同,例如在二进制系统中,  $\gamma$  只有两种可能状态。

现在让我们根据图 8-1 的模型对参数  $x, s, n, y$  作必要的统计描述。

参数  $x$  代表着离散消息的所有可能取值  $x_1, x_2, \dots, x_m$ 。从接收端的角度看,发送哪一个可能值是不确定的,因而只能用概率的概念来描述这种不确定性。假设每一可能值的发送是互不依赖的,则  $x$  的出现概率可以用一维概率分布  $P(x)$  加以表示,如图 8-2 所

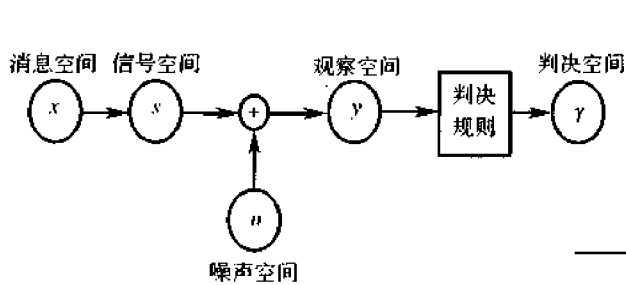


图 8-1 统计判决模型

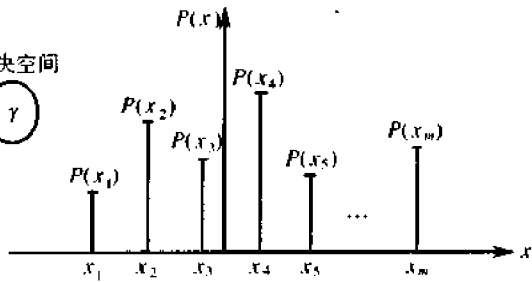


图 8-2 消息  $x$  的概率分布  $P(x)$

示。因为  $m$  个消息必定发送其一,故下式成立

$$\sum_{i=1}^m P(x_i) = 1 \quad (8.2-1)$$

若  $x_1, x_2, \dots, x_m$  出现的可能性相同,则  $P(x_1) = P(x_2) = \dots = P(x_m) = 1/m$ ,这就是“等概”情况。

因为消息本身不能直接经过信道传输,故必须把消息变换成适合信道传输的发送信号  $s(t)$ ,以  $s$  参数表示。正如我们已经知道的,  $x$  与  $s$  之间必须建立一一对应的关系,故  $s$  必将有  $m$  个可能取值  $s_1, s_2, \dots, s_m$ ,而且  $s$  出现的统计规律同样由  $x$  的概率分布所确定,即有

$$P(x_1) = P(s_1), P(x_2) = P(s_2), \dots, P(x_m) = P(s_m)$$

而且,同样有

$$\sum_{i=1}^m P(s_i) = 1$$

$n(t)$  这里简写为  $n$ ,代表信道噪声的取值。我们仍然假定噪声是高斯型的(均值为零)随机过程,于是  $n$  的统计特性应该用多维联合概率密度函数来描述。令  $n$  的  $k$  维联合概率密度函数为  $f_k(n)$ ,  $n$  在  $k$  个不同时刻的取值为  $n_1, n_2, \dots, n_k$ ,则

$$f_k(n) = f(n_1, n_2, \dots, n_k)$$

考虑到 2.6 节给出的结果,即如果噪声是高斯白噪声,则它的任意两个时刻上得到的值都是互不相关的,因而也是相互独立的;如果噪声是限带高斯白噪声,其功率谱密度为  $n_0 G_{2\omega_H}(\omega)/2$ ,则在它的抽样时刻上得到的值(按  $2f_H$  速率抽样)也是互不相关的,因而也是相互独立的。因此,这时的  $f_k(n)$  可表示为

$$f_k(n) = f(n_1)f(n_2)\cdots f(n_k) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^k n_i^2\right] \quad (8.2-2)$$

这里的  $\sigma_n^2$  是噪声的方差,即功率。又因为当  $k$  很大时

$$\frac{1}{2f_H T} \sum_{i=1}^k n_i^2$$

代表在观察时间  $(0, T)$  内的平均功率,因此根据帕塞瓦尔定理<sup>[6]</sup>,应有

$$\frac{1}{T} \int_0^T n^2(t) dt = \frac{1}{2f_H T} \sum_{i=1}^k n_i^2$$

于是,式(8.2-2)还可表示为

$$f(n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left[-\frac{1}{n_0} \int_0^T n^2(t) dt\right] \quad (8.2-3)$$

式中  $n_0$ ——噪声的(单边)功率谱密度,  $n_0 = \sigma_n^2/f_H$ 。

因为  $y(t) = s(t) + n(t)$ ,故当接收到信号取值  $s_1(t), s_2(t), \dots, s_m(t)$  之一时有  $y(t)$  将服从高斯分布;其方差仍为  $\sigma_n^2$ ,但其均值为  $s_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$  中的某一个)。例如,对于  $s_1(t) = 0, s_2(t) = 1$  的二进制情况,出现信号  $s_1(t)$  时  $y(t)$  的概率密度函数  $f_{s1}(y)$  可表示成

$$f_{s1}(y) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left[-\frac{1}{n_0} \int_0^T y^2(t) dt\right] \quad (8.2-4)$$

因为  $y(t) = n(t) + s_1(t)$ ,现在  $s_1(t) = 0$ ,故  $y(t) = n(t)$ 。根据式(8.2-3)即可得到式(8.2-4)。同样根据式(8.2-3),出现信号  $s_2$  时  $y$  的概率密度函数  $f_{s2}(y)$  为

$$f_{s2}(y) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left[-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - 1]^2 dt\right] \quad (8.2-5)$$

因为这里  $s_2(t) = 1$ ,即  $y(t) = n(t) + 1$ 。 $n(t)$  是均值为 0 的高斯型,所以  $y(t)$  为均值 1 的高斯型。利用“推导式(8.2-3)的方法”就可得出式(8.2-5)。

用与上面同样的方法可得到:在发送  $s_i(t)$  条件下,  $y(t)$  的概率密度为

$$f_{si}[y(t)] = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left[-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_i(t)]^2 dt\right] \quad (8.2-6)$$

### 8.3 关于最佳接收的准则

在数字通信中最直观和最合理的准则应该是“最小差错概率”。在数字通信系统中,如果没有任何干扰以及其他可能的畸变,则发送消息  $x_1, x_2, \dots, x_m$  就一定能够被无差错地做出相应判决  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$ ,但是,这种理想是不可能发生的。实际上,由于噪声和畸变的作用,发送  $x_i$  不见得一定判为  $\gamma_i$ ,而可能判为非  $\gamma_i$  的任何一个。这样,就存在错误接收。自然,我们期望错误接收的概率越小越好。

以二进制数字信号接收为例来讨论最佳接收准则。此时传输的差错概率为

$$p_e = p(s_1)p(\gamma_2/s_1) + p(s_2)p(\gamma_1/s_2) \quad (8.3-1)$$

式中  $P(s_1)$  和  $P(s_2)$  为先验概率。

$P(\gamma_2/s_1)$  和  $P(\gamma_1/s_2)$  为错误转移概率。显然,使这个传输的误差概率最小是合理的。

把观察空间的取值域  $Y$  划分成  $A_1$  域和  $A_2$  域,一旦接收机被构成后,则这个划分就被规定。该域的几何表示,如图 8-3 所示。 $Y$  中的每个点代表着  $y(t)$  的一个实现。 $A_1$  域的实现经接收机处理后,必判为  $\gamma_1$ ;  $A_2$  域中的实现,经接收机处理后,必判为  $\gamma_2$ 。因此式(8.3-1)可写成

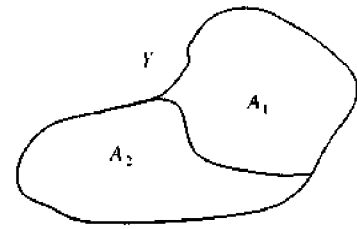


图 8-3 观察空间域几何表示

$$P_e = P(s_1)P(A_2/s_1) + P(s_2)P(A_1/s_2) \quad (8.3-2)$$

式中事件“ $A_2/s_1$ ”表示发送端发送  $s_1$  的条件下,  $y(t)$  落入  $A_2$  域,即该  $y(t)$  被判为  $\gamma_2$  出现,也就是说,事件  $A_2/s_1$  等效于事件  $\gamma_2/s_1$ ; 事件“ $A_1/s_2$ ”表示发送端发送  $s_2$  的条件下,  $y(t)$  落入  $A_1$  域,即该  $y(t)$  被判为  $\gamma_1$  出现,也就是说,事件  $A_1/s_2$  等效于事件  $\gamma_1/s_2$ 。因此式(8.3-1)可写成式(8.3-2)。

下面将由最小差错概率准则导出似然比准则。上述系统的正确判决概率为

$$P_c = 1 - P_e = P(s_1)P(A_1/s_1) + P(s_2)P(A_2/s_2) \quad (8.3-3)$$

式中  $P(s_1)P(A_1/s_1)$  表示发送端发送信号  $s_1$ , 接收端有  $y(t)$  落入  $A_1$  域的概率,也即表示发送端发送信号  $s_1$ , 接收端判为  $\gamma_1$  的概率,这显然是正确判决的一种概率;  $P(s_2)P(A_2/s_2)$  表示发送端发  $s_2$ , 收端  $y(t)$  落入  $A_2$  域的概率,也即表示发送端发送信号  $s_2$ , 接收端判为  $\gamma_2$  的概率,这也是另一种情况下的正确判决概率。两种情况下的正确判决概率之和,等于总的正确判决概率  $P_c$ 。上式中

$$P(A_1/s_1) = \int_{A_1} f_{s1}(y) dy$$

$$P(A_2/s_2) = \int_{A_2} f_{s2}(y) dy$$

这里的  $f_{s1}(y)$  和  $f_{s2}(y)$  分别表示  $s_1$  和  $s_2$  出现的条件下  $y(t)$  的概率密度。

根据概率论运算法则,式(8.3-3)可表示成

$$\begin{aligned} P_c &= P(s_1)[1 - P(A_2/s_1)] + P(s_2)P(A_2/s_2) = \\ &= P(s_1) + P(s_2)P(A_2/s_2) - P(s_1)P(A_2/s_1) = \\ &= P(s_1) + \int_{A_2} [P(s_2)f_{s2}(y) - P(s_1)f_{s1}(y)] dy \end{aligned} \quad (8.3-4)$$

或

$$P_c = P(s_2) + \int_{A_1} [P(s_1)f_{s1}(y) - P(s_2)f_{s2}(y)] dy \quad (8.3-5)$$

因为  $P_c = 1 - P_e$ , 所以要求传输差错概率  $P_e$  最小,也就是要求正确判决概率  $P_c$  最大。 $P(s_1)$  和  $P(s_2)$  是预先给定的常数。为使  $P_c$  尽可能地大,就要求式(8.3-4)中的积分值尽量地大。这就要求在积分域  $A_2$  内的被积函数  $P(s_2)f_{s2}(y) - P(s_1)f_{s1}(y) > 0$ 。由式(8.3-5)出发,这就要求在积分域  $A_1$  内的被积函数  $P(s_1)f_{s1}(y) - P(s_2)f_{s2}(y) > 0$ 。换句话说,就是

$$P(s_2)f_{s2}(y) - P(s_1)f_{s1}(y) > 0, \text{判为 } \gamma_2$$

$$P(s_1)f_{s1}(y) - P(s_2)f_{s2}(y) > 0, \text{判为 } \gamma_1$$

即

$$\begin{cases} \frac{f_{s1}(y)}{f_{s2}(y)} > \frac{P(s_2)}{P(s_1)}, & \text{判为 } \gamma_1 \\ \frac{f_{s2}(y)}{f_{s1}(y)} < \frac{P(s_2)}{P(s_1)}, & \text{判为 } \gamma_2 \end{cases} \quad (8.3-6)$$

通称式(8.3-6)为似然比准则,这是由于人们常称  $f_{s1}(y)$  或  $f_{s2}(y)$  为似然函数而得名。

如果  $P(s_1) = P(s_2)$ , 则式(8.3-6)变为  $[f_{s1}(y)/f_{s2}(y)] > 1$  判为  $s_1$ ; 反之, 判为  $s_2$ ; 或者

$$\begin{cases} f_{s1}(y) > f_{s2}(y), & \text{判为 } s_1 \\ f_{s1}(y) < f_{s2}(y), & \text{判为 } s_2 \end{cases} \quad (8.3-7)$$

式(8.3-7)判决规则意味着  $f_{s1}(y)$  及  $f_{s2}(y)$  哪个大就判为哪个, 它常称为最大似然准则。显然, 最大似然准则是似然比准则的一种特例。

以上讨论的准则可以推广到多进制的情形中去。假定可能发送的信号有  $m$  个, 则最大似然准则可表示为

$$\begin{aligned} f_{si}(y) > f_{sj}(y), & \text{判为 } s_i \\ i, j = 1, 2, \dots, m; i \neq j \end{aligned} \quad (8.3-8)$$

此时已假定先验等概, 即  $P(s_1) = P(s_2) = \dots = p(s_m) = 1/m$ 。

有了判决规则以后, 数字信号的最佳接收在理论上就变为收到一个  $y(t)$  后, 分别计算似然函数值, 然后对它们进行比较, 谁大就判为谁。

值得指出的是, 虽然最小差错概率准则是数字通信中通常被采用的, 但并不排除采用别的准则, 例如, 贝叶斯(Bayes)准则等, 只是这类准则在数字通信中很少采用, 故不再一一介绍。

## 8.4 确知信号的最佳接收

正如第3章已经说过的, 经信道到达接收机输入端的信号可分为两大类: 一类称确知信号, 另一类称随参信号。这些信号就是从噪声中被检测的对象。确知信号的所有参数(幅度、频率、相位、到达时间等)都确知, 例如, 数字信号通过恒参信道时, 接收机输入端的信号可认为是一种确知信号。对于它, 从检测观点来说, 未知的只是信号出现与否。随机相位信号, 它被认为是除相位  $\varphi$  外其余参数都确知的信号形式, 即  $\varphi$  是信号的唯一随机参数。它的随机性体现于在一个数字信号持续时间  $(0, T)$  内为某一值, 而在另一持续时间内随机地取另一值。随机相位信号在实际中是较常见的, 例如用键控法从独立振荡器那里得到的 FSK 或 ASK 信号及随机窄带信号经强限幅后的信号。随机振幅和相位信号(简称起伏信号)的振幅  $\alpha$  和相位  $\varphi$  都是随机参数, 而其余参数是确知的, 例如一般衰落信号等。本章重点讨论确知信号的最佳接收问题, 随相信号和起伏信号最佳接收的问题将在后面作一般性讨论。

### 8.4.1 二进制确知信号的最佳接收机

设到达接收机输入端的两个可能确知信号为  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$ , 它们的持续时间为  $(0, T)$ , 且有相等的能量。接收机输入端的噪声  $n(t)$  是高斯白噪声, 且其均值为零、单边功率谱密度为  $n_0$ 。现在我们的目的是要设计一个接收机, 它能在噪声干扰下以最小的错误概率检测信号。

利用上一节的结果, 为了能以最小错误概率判定是  $s_1(t)$  还是  $s_2(t)$  到达接收机, 我们只需按式(8.3-6)或式(8.3-7)的判决规则来进行判断。

因为在观察时间  $(0, T)$  内, 观察到的波形  $y(t)$  可表示为

$$y(t) = \{s_1(t) \text{ 或 } s_2(t)\} + n(t) \quad (8.4-1)$$

所以, 在前面的假设条件下, 可以容易地找到概率密度  $f_{s_1}(y)$  和  $f_{s_2}(y)$  [见式 8.2-6]

$$f_{s_1}(y) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_1(t)]^2 dt\right\} \quad (8.4-2)$$

$$f_{s_2}(y) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_2(t)]^2 dt\right\} \quad (8.4-3)$$

这样, 由判决规则式(8.3-7)得到: 若

$$\begin{aligned} P(s_1) \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_1(t)]^2 dt\right\} > \\ P(s_2) \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_2(t)]^2 dt\right\} \end{aligned} \quad (8.4-4)$$

则判为  $s_1$  出现;

若

$$\begin{aligned} P(s_1) \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_1(t)]^2 dt\right\} < \\ P(s_2) \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_2(t)]^2 dt\right\} \end{aligned} \quad (8.4-5)$$

则判为  $s_2$  出现。这里  $P(s_1)$  和  $P(s_2)$  分别是  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  的先验概率。

我们再来化简上述不等式。在不等式两边取对数, 不等式仍然成立。于是, 得到: 若

$$\begin{aligned} n_0 \ln \frac{1}{P(s_1)} + \int_0^T [y(t) - s_1(t)]^2 dt < \\ n_0 \ln \frac{1}{P(s_2)} + \int_0^T [y(t) - s_2(t)]^2 dt \end{aligned} \quad (8.4-6)$$

则判为  $s_1$  出现; 反之, 则判为  $s_2$  出现。再考虑到  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  具有相同的能量, 即

$$\int_0^T s_1^2(t) dt = \int_0^T s_2^2(t) dt = E$$

则式(8.4-6)条件还可化简为

若

$$U_1 + \int_0^T y(t) s_1(t) dt > U_2 + \int_0^T y(t) s_2(t) dt \quad (8.4-7)$$

则判为  $s_1(t)$  出现; 反之, 则判为  $s_2(t)$  出现。



其中

$$\begin{cases} U_1 = \frac{n_0}{2} \ln P(s_1) \\ U_2 = \frac{n_0}{2} \ln P(s_2) \end{cases} \quad (8.4-8)$$

由不等式(8.4-7)给出的判决规则,可以得到最佳接收机的原理结构,如图8-4所示。由图可见,这种最佳接收机的结构是按比较 $y(t)$ 与 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的相关性而构成的,故称图8-4所示的结构为“相关检测器”。如果先验概率 $P(s_1) = P(s_2)$ ,则有 $U_1 = U_2$ ,故图8-4中的相加器可以省掉,于是该图简化成如图8-5所示的结构。图中的比较器是在码元末了时刻 $t = kT$ 进行比较的,故可理解为是一个抽样判决的电路。图中积分器是在一个码元内对信号积分,而在每个码元末了时刻 $kT + (kT + \text{要比 } kT \text{ 时刻稍迟后一点})$ 受到猝熄脉冲清洗,使积分的输出信号值归到零,然后再对下一个码元进行积分和抽样比较。

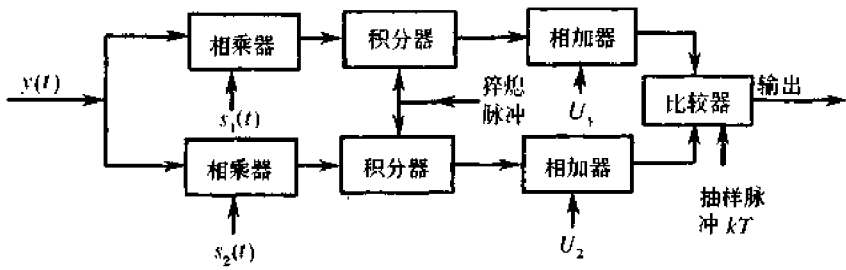


图 8-4 二进制确知信号的最佳接收机结构

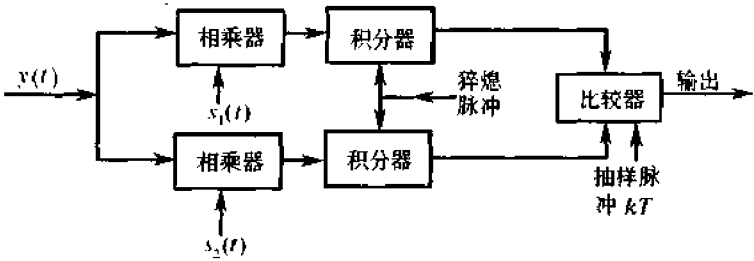


图 8-5 先验等概时的最佳接收机结构

由上面的最佳接收机结构看到,完成相关运算的相关器是它的关键部件,因此该图结构的接收机常被称为相关型接收机。

### 8.4.2 二进制确知信号最佳接收机的性能

图8-5所示的最佳接收机,是按最佳判决规则设计的,因而,具有最小的错误概率。显然,这个“最小错误概率”表征了最佳接收机的极限性能。

最佳接收机发生错误判决将有两种可能: $y(t)$ 确实包含着信号 $s_1(t)$ ,而最后却判为 $s_2$ 出现; $y(t)$ 确实包含着信号 $s_2(t)$ ,而最后却判为 $s_1$ 出现。设发送 $s_1(t)$ 的条件下,判为出现 $s_2(t)$ 的概率为 $P_{s1}(s_2)$ ;发送 $s_2(t)$ 条件下,判为出现 $s_1$ 的概率为 $P_{s2}(s_1)$ 。显然,这

时的错误概率可由下式确定

$$P_e = P(s_1)P_{s1}(s_2) + P(s_2)P_{s2}(s_1) \quad (8.4-9)$$

因此,计算  $P_e$  的问题就归结为求得  $P_{s1}(s_2)$  及  $P_{s2}(s_1)$ 。由于  $P_{s1}(s_2)$  和  $P_{s2}(s_1)$  的求解方法相同,故我们将详细讨论其中之一:  $P_{s1}(s_2)$  的计算。

由上面分析可知,  $P_{s1}(s_2)$  便是当  $y(t) = s_1(t) + n(t)$  的条件下使判决规则式(8.4-5)成立的概率。于是,将  $y(t) = s_1(t) + n(t)$  代入这个不等式后,便得到

$$\int_0^T n(t)[s_1(t) - s_2(t)]dt < \frac{n_0}{2} \ln \frac{P(s_2)}{P(s_1)} - \frac{1}{2} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt \quad (8.4-10)$$

令

$$\xi = \int_0^T n(t)[s_1(t) - s_2(t)]dt \quad (8.4-11)$$

及

$$a = \frac{n_0}{2} \ln \frac{P(s_2)}{P(s_1)} - \frac{1}{2} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt \quad (8.4-12)$$

容易看出,在前面的假设条件下,  $\xi$  将仅依赖于随机噪声  $n(t)$ , 故  $\xi$  是一个随机变量, 而  $a$  是一个确定的值。这样,所求概率  $P_{s1}(s_2)$  便成为下述不等式成立的概率

$$\xi < a \quad (8.4-13)$$

由式(8.4-11)看出,因为已假设  $n(t)$  是高斯过程,故利用第2章的结论:“高斯过程经线性变换后的过程仍为高斯的”,可知  $\xi$  是一个高斯随机变量。现在的问题是需要确定它的数学期望和方差。

$\xi$  的数学期望  $E\xi$  为

$$E\xi = E\left\{\int_0^T n(t)[s_1(t) - s_2(t)]dt\right\} = \int_0^T E[n(t)][s_1(t) - s_2(t)]dt$$

因为已知  $n(t)$  的数学期望为零,故有  $E\xi = 0$

$\xi$  的方差  $D\xi$  为

$$D\xi = E[\xi^2] = E\left\{\int_0^T \int_0^T n(t)[s_1(t) - s_2(t)]n(t')[s_1(t') - s_2(t')]dt dt'\right\} = \int_0^T \int_0^T E[n(t)n(t')][s_1(t) - s_2(t)][s_1(t') - s_2(t')]dt dt' \quad (8.4-14)$$

因为白噪声的自相关函数(见2.6节)为

$$B(\tau) = E[n(t)n(t+\tau)] = \frac{n_0}{2}\delta(\tau)$$

故有

$$E[n(t)n(t')] = \begin{cases} \frac{n_0}{2}\delta(0), & t = t' \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases}$$

上式代入式(8.4-14),可得

$$D\xi = \frac{n_0}{2} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt \quad (8.4-15)$$

于是

$$P_{s1}(s_2) = P(\xi < a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi} \int_{-\infty}^a e^{-\frac{x^2}{2\sigma_\xi^2}} dx \quad (8.4-16)$$

式中  $\sigma_\xi^2 = D\xi$ 。

利用相同的方法,我们可求得

$$P_{s2}(s_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi} \int_{a'}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_\xi^2}} dx \quad (8.4-17)$$

其中

$$a' = \frac{n_0}{2} \ln \frac{P(s_2)}{P(s_1)} + \frac{1}{2} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt \quad (8.4-18)$$

将式(8.4-16)及式(8.4-17)代入式(8.4-9),便得到

$$P_e = \frac{P(s_1)}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi} \int_{-\infty}^a e^{-\frac{x^2}{2\sigma_\xi^2}} dx + \frac{P(s_2)}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi} \int_{a'}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_\xi^2}} dx$$

或

$$P_e = P(s_1) \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_b^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \right] + P(s_2) \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{b'}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \right] \quad (8.4-19)$$

其中

$$z = \frac{x}{\sigma_\xi}$$

$$b = -\frac{a}{\sigma_\xi} = \sqrt{\frac{1}{2n_0} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt + \frac{\ln \frac{P(s_1)}{P(s_2)}}{2\sqrt{\frac{1}{2n_0} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt}} \quad (8.4-20)$$

$$b' = \sqrt{\frac{1}{2n_0} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt + \frac{\ln \frac{P(s_2)}{P(s_1)}}{2\sqrt{\frac{1}{2n_0} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt}} \quad (8.4-21)$$

由此看出,所求的最佳接收机的极限性能  $P_e$  与先验概率  $P(s_1)$  和  $P(s_2)$ 、噪声功率谱密度  $n_0$  及两信号之差的能量有关,而与  $s_1(t)$  及  $s_2(t)$  本身的具体结构无关。

现在我们来简单分析一下  $P_e$  与先验概率的关系问题。

(1) 当  $\frac{P(s_1)}{P(s_2)} = 0$  或  $\infty$ , 即  $P(s_1) = 0$ , 而  $P(s_2) = 1$  或  $P(s_2) = 0$ , 而  $P(s_1) = 1$  时, 由式(8.4-19)看出,  $P_e$  将等于零, 这是预料的结果, 因为此时意味着接收端预先知道了发送的是什么, 故不会有错误发生;

(2) 当  $\frac{P(s_1)}{P(s_2)} = 1$  时, 即先验等概时, 由于  $\ln \frac{P(s_1)}{P(s_2)} = 0$ , 故  $b$  及  $b'$  的第二项为零, 此时

$P_e$  仅与两信号之差的能量及  $n_0$  有关;

(3) 当  $\frac{P(s_1)}{P(s_2)} = 10$  或  $0.1$  时, 因  $\ln \frac{P(s_1)}{P(s_2)} \neq 0$ , 故  $b$  及  $b'$  必须考虑两项之和, 经计算可证此时的  $P_e$  将比先验等概时略小。图 8-6 表示了在先验等概和  $\frac{P(s_1)}{P(s_2)} = 10$  或  $1/10$  时

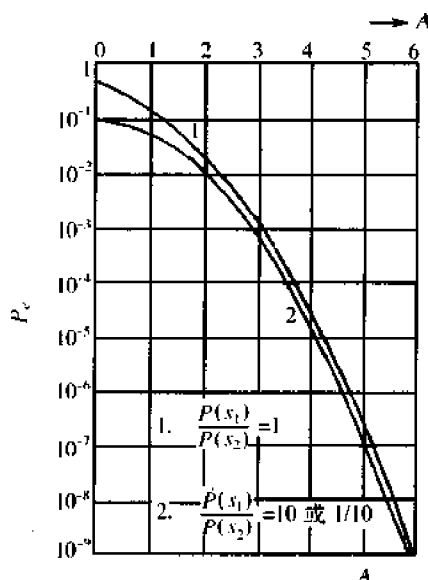


图 8-6  $P_e$  与  $A$  的关系曲线

$P_e$  与  $A$  的关系。其中,  $A$  由下式决定

$$A = \sqrt{\frac{1}{2n_0} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt} \quad (8.4-22)$$

由图不难看出如下几点重要概念: 第一, 在  $A$  一定的情况下, 先验等概时的错误概率  $P_e$  最大, 这就是说, 先验等概对于差错性能而言是一种最不利的情况; 第二, 若先验不等概, 则得到的  $P_e$  将比等概时略有下降。因此, 若我们确知先验概率分布, 则应按图 8-4 设计最佳接收机, 以便得到最小的  $P_e$ 。但事实上, 先验分布是不易确知的, 故实际中常常选择先验等概的假设, 并按图 8-5 设计最佳接收机的结构。

### 8.4.3 二进制确知信号的最佳形式

为了更好地理解二进制确知信号最佳接收机极限性能对于实践的指导意义, 让我们对式(8.4-19)做进一步的分析。在通常的先验等概情况下, 极限性能  $P_e$  可简化为

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A^\infty e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (8.4-23)$$

式中,  $A$  由式(8.4-22)决定。现在定义

$$\rho = \frac{\int_0^T s_1(t)s_2(t)dt}{\sqrt{E_1 E_2}} \quad (8.4-24)$$

式中,  $E_1$ 、 $E_2$  分别是  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  在  $0 \leq t \leq T$  内的能量。  $\rho$  为信号  $s_1(t)$  与  $s_2(t)$  的互相

关系数,其取值范围为 $(-1, 1)$

当信号  $s_1(t)$  与  $s_2(t)$  具有相同的能量 ( $E_1 = E_2 = E_b$ ) 时,式(8.4-22)可写成

$$A = \sqrt{\frac{E_b(1-\rho)}{n_0}} \quad (8.4-25)$$

因此,式(8.4-23)变为

$$P_e = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left[ \sqrt{\frac{E_b(1-\rho)}{2n_0}} \right] \right] \quad (8.4-26)$$

式中  $\operatorname{erf}(x)$ ——误差函数。

由式(8.4-26)清楚地看到,当信号能量  $E_b$  和噪声的  $n_0$  一定时,错误概率  $P_e$  是相关系数  $\rho$  的函数,而且  $\rho$  值越大,  $P_e$  就越大。因为  $|\rho| \leq 1$ , 所以,当  $\rho = -1$  时,  $P_e$  有最小的值。此值即为

$$P_e = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left[ \sqrt{\frac{E_b}{n_0}} \right] \right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{n_0}} \quad (8.4-27)$$

当  $\rho = 1$  时,  $P_e$  有最大值,此值即为

$$P_e = \frac{1}{2}$$

当  $\rho = 0$  时,则  $P_e$  即为

$$P_e = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left[ \sqrt{\frac{E_b}{2n_0}} \right] \right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{2n_0}} \quad (8.4-28)$$

由此得到结论:二进制确知信号的最佳形式即为使  $\rho = -1$  的形式。使  $\rho$  越接近于 1 的信号形式,其接收性能就越差,以致通信无效。因为  $P_e = 1/2$  就意味着判对和判错的可能性一样,故等于瞎猜的概率。使  $\rho = 0$  的信号形式(即两信号正交时的形式)将比  $\rho = -1$  的信号在信噪比<sup>①</sup>性能上劣 3dB。

当信号  $s_1(t)$  的能量  $E_1 = 0$ 、 $s_2(t)$  的能量  $E_2 = E_b$  时,则式(8.4-22)可写成

$$A = \sqrt{\frac{E_b}{2n_0}} \quad (8.4-29)$$

因此,式(8.4-23)变为

$$P_e = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{E_b}{4n_0}} \right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{4n_0}} \quad (8.4-30)$$

根据式(8.4-27)、式(8.4-28)及式(8.4-30)画出的  $P_e \sim E_b/n_0$  关系曲线分别如图 8-7 中③、②、①三条曲线所示。

在数字通信中,二进制的 PSK 信号将能使  $\rho = -1$ ;二进制的 FSK 对应  $\rho = 0$ 。因此,这两种信号最佳接收时的错误概率分别如式(8.4-27)与式(8.4-28)所示。对于 OOK 信号,其最佳接收时的错误概率可用式(8.4-30)表示。由以上分析可见,在二进制确知信

① 我们常把  $E_b/n_0$  称为信噪比,这个信噪比与以前定义的信噪比  $r$  有相同的量纲,但在数值上一般并不一样,两者的关系将在 8.7 节中详述。

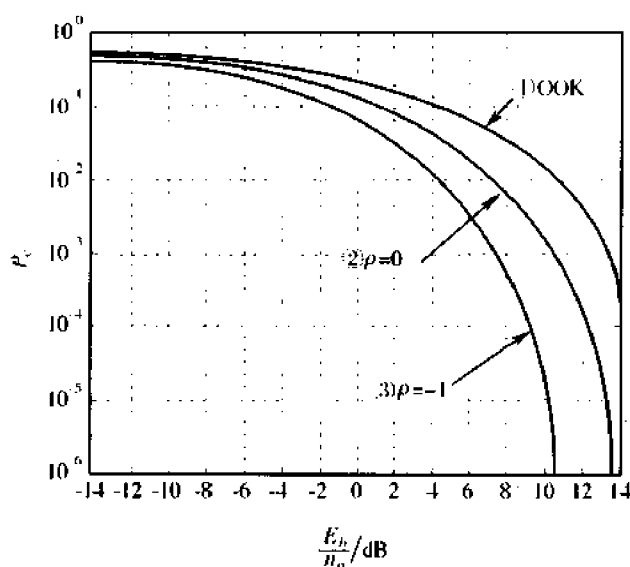


图 8-7 二进制时的最佳接收曲线

号的通信中, PSK 信号是最佳的信号形式之一, 而 FSK 信号次之, 用有、无表示的 2ASK 信号最差。但要注意, 说 PSK 信号形式是最佳的, 并不意味着第 6 章中介绍的相应解调系统就是最佳的接收系统, 因为在那里的解调系统并非按最佳接收机的结构设计的。

#### 8.4.4 多进制确知信号的最佳接收机及其性能

在详细讨论了二进制确知信号的最佳接收问题的基础上, 让我们再来考察多进制确知信号时的情形。

我们将讨论如下条件下的最佳接收问题: 在观察时间  $(0, T)$  内收到的波形  $y(t)$  将包含  $m$  个信号  $s_i(t) (i=1, 2, \dots, m)$  中的一个, 这些信号具有相等的先验概率、相同的能量, 而且它们是正交的<sup>①</sup>, 即

$$\int_0^T s_i(t) s_j(t) dt = \begin{cases} E, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (8.4-31)$$

式中,  $E$  是信号的能量。

现在就以最大似然准则式(8.3-7)作为判决规则, 来讨论这时的最佳接收机结构及其性能。利用二进制时的讨论结果, 这时的判决规则可写成〔见式(8.4-7), 但此时  $U_1 = U_2$ , 故可略去〕:

若

$$\int_0^T y(t) s_i(t) dt > \int_0^T y(t) s_j(t) dt \quad (8.4-32)$$

则判为  $s_i$  出现。这里  $i, j=1, 2, \dots, m$ ; 但  $j \neq i$ 。于是, 我们立即可画出相关器形式最佳接收机的结构, 如图 8-8 所示。

<sup>①</sup> 这个假设在工程实际中通常是满足的

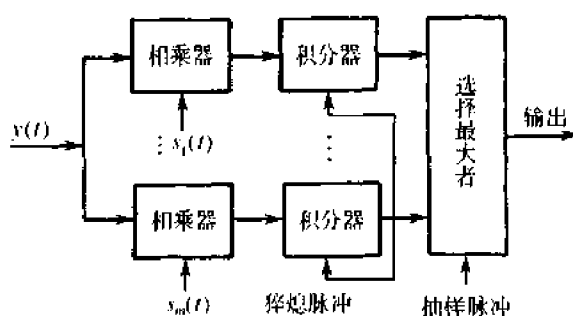


图 8-8 多进制确知信号的最佳接收机结构

下面来分析图 8-8 所示的最佳接收机的性能。设这时的错误概率用  $P_e$  表示, 则  $1 - P_e = P_c$  表示正确接收概率。显然, 在我们讨论的情况中, 有

$$P_{s_1}(s_1) = P_{s_2}(s_2) = \cdots = P_{s_m}(s_m) \quad (8.4-33)$$

这里,  $P_{s_i}(s_i)$  表示发送信号  $s_i$  的条件下判为  $s_i$  出现的概率。所以, 这时的  $P_c$  可以表示为

$$P_c = \frac{1}{m} [P_{s_1}(s_1) + P_{s_2}(s_2) + \cdots + P_{s_m}(s_m)] = P_{s_i}(s_i) \quad (8.4-34)$$

这里,  $i$  是  $1, 2, \cdots, m$  中的任一个。概率  $P_{s_i}(s_i)$  是不难求得的, 因为它表示接收机输入端出现  $s_i(t)$  的情况下使下述不等式成立的概率

$$\int_0^T y(t) s_i(t) dt > \int_0^T y(t) s_j(t) dt \quad (8.4-35)$$

其中,  $j = 1, 2, \cdots, m$ , 但  $j \neq i$ 。将  $y(t) = n(t) + s_i(t)$  代入式(8.4-35), 则有

$$\int_0^T n(t) s_i(t) dt + E > \int_0^T n(t) s_j(t) dt \quad (8.4-36)$$

令

$$\xi_i = \int_0^T n(t) s_i(t) dt + E \quad (8.4-37)$$

$$\eta_j = \int_0^T n(t) s_j(t) dt \quad (8.4-38)$$

利用在 8.4.2 节中曾采用过的分析方法, 我们可求得:  $\xi_i$ 、 $\eta_j$  都是正态随机变量, 而且具有相同的方差  $\sigma_\xi^2 = \sigma_\eta^2 = n_0 E/2$ , 但  $\xi_i$  的均值为  $E$ , 而  $\eta_j$  的均值为零。利用信号之间的正交性, 容易证明  $\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_m$  都是相互独立的。

于是

$$P_c = P_{s_i}(s_i) = P[\xi_i > \eta_j], j = 1, 2, \cdots, m, \text{ 但 } j \neq i$$

或者

$$P_c = P[\xi_i > \eta_1, \xi_i > \eta_2, \cdots, \xi_i > \eta_{i-1}, \xi_i > \eta_{i+1}, \cdots, \xi_i > \eta_m] = [P(\xi_i > \eta_1)]^{m-1} \quad (8.4-39)$$

这样

$$P_e = \int_{-\infty}^{\infty} [P(\eta_i < z)]^{m-1} f_{\xi_i}(z) dz$$

式中  $f_{\xi_i}(z)$  为  $\xi_i$  的概率密度函数, 即

$$f_{\xi_i}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\xi_i}} \exp\left[-\frac{(z-E)^2}{2\sigma_{\xi_i}^2}\right]$$

因为

$$P(\eta_i < z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\xi_i}} \int_{-\infty}^z \exp\left[-\frac{u^2}{2\sigma_{\xi_i}^2}\right] du$$

而

$$\sigma_{\xi_i}^2 = \frac{n_0 E}{2}$$

所以, 经整理可得

$$P_e = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y+\left(\frac{2E}{n_0}\right)^{1/2}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \right]^{m-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

或有

$$P_e = 1 - P_c = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{y+\left(\frac{2E}{n_0}\right)^{1/2}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \right]^{m-1} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (8.4-40)$$

上式表明, 多进制确知信号的最佳接收性能与信噪比  $E/n_0$  有关外, 还与进制数  $m$  有关。为便于比较不同  $m$  时的性能, 我们把式(8.4-40)化为  $P_e$  与每比特信噪比的关系。因此特的等效时间为  $T_b = T/\log_2 m$ , 每比特所占有能量为

$$E_b = \frac{E}{T} T_b = \frac{E}{\log_2 m}$$

所以每比特的信噪比为

$$\frac{E_b}{n_0} = \frac{E}{n_0 \log_2 m} \quad (8.4-41)$$

图 8-9 画出了在不同  $k = \log_2 m$  时的  $P_e \sim E_b/n_0$  关系曲线。

由图可见, 在相同  $P_e$  下, 所需的信号能量将随进制  $m$  的增大而减小, 但减小的量却越来越小。  $m \rightarrow \infty$  ( $k \rightarrow \infty$ ) 时, 由式(8.4-40)看到,  $P_e \rightarrow 0$ 。这说明, 如果  $m \rightarrow \infty$ , 则这时的极限性能将达到香农定理所指出的极限。但实际上  $m$  总是有限的, 故  $P_e$  也不能达到零。

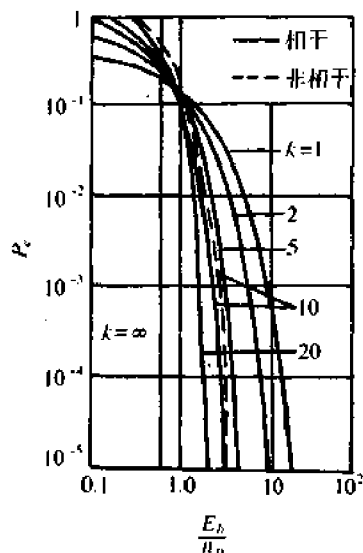


图 8-9 多进制正交确知信号的最佳性能曲线



## 8.5 随相信号的最佳接收

随机相位(简称“随相”)信号的最佳接收问题,在总的分析思路上与上一节相仿。因此本节除阐述其特殊性外,仅作扼要叙述。

### 8.5.1 二进制随相信号的最佳接收机

设到达接收机输入端的两个等可能出现的随相信号为

$$\begin{cases} s_1(t, \varphi_1) = A_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \\ s_2(t, \varphi_2) = A_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases} \quad (8.5-1)$$

式中,  $\omega_1$  与  $\omega_2$  为两个使信号满足“正交”的载频,  $\varphi_1$  及  $\varphi_2$  是每个信号的唯一随机参数, 它们在观察时间  $(0, T)$  内的取值服从均匀分布律。信号  $s_1(t, \varphi_1)$  和  $s_2(t, \varphi_2)$  的持续时间为  $(0, T)$ , 且有相等的能量:

$$\int_0^T s_1^2(t, \varphi_1) dt = \int_0^T s_2^2(t, \varphi_2) dt = E \quad (8.5-2)$$

显然,这时的接收波形  $y(t)$  为

$$y(t) = \{s_1(t, \varphi_1) \text{ 或 } s_2(t, \varphi_2)\} + n(t) \quad (8.5-3)$$

我们已经说明,若要获得最小的错误概率,则接收机应按比较似然函数哪一个大来进行设计。但应看到,那时的似然函数  $f_{s1}(y)$  及  $f_{s2}(y)$  都是确定的函数,故比较它们的大小就能达到最佳判决的目的。然而,对于随相信号的接收情况,正如在式(8.5-3)中看到的,  $f_{s1}(y)$  和  $f_{s2}(y)$  已不再是确定的函数,而分别含有能够取任意值的随机相位。因此,直接比较它们的大小就不可能获得最佳判决。

但我们看出,由于这时似然函数  $f_{s1}(y)$  和  $f_{s2}(y)$  分别依赖于随机相位  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$ , 故在假设  $s_1$  出现下观察值  $y$  的概率分布用联合概率密度函数  $f_{s1}(y, \varphi_1)$  来描述。同样,在假设  $s_2$  出现下观察值  $y$  的概率分布用  $f_{s2}(y, \varphi_2)$  表述。现在的问题就归结为从  $f_{s1}(y, \varphi_1)$  和  $f_{s2}(y, \varphi_2)$  出发去寻求  $f_{s1}(y)$  和  $f_{s2}(y)$ 。如果得到了  $f_{s1}(y)$  和  $f_{s2}(y)$ , 则比较它们的大小就可获得最佳判决的结果。

根据概率论中求边际概率分布的知识,我们可得

$$f_{s1}(y) = \int_{A_{\varphi_1}} f(\varphi_1) f_{s1}(y/\varphi_1) d\varphi_1 \quad (8.5-4)$$

$$f_{s2}(y) = \int_{A_{\varphi_2}} f(\varphi_2) f_{s2}(y/\varphi_2) d\varphi_2 \quad (8.5-5)$$

式中,  $A_{\varphi_1}$  及  $A_{\varphi_2}$  分别是  $\varphi_1$  及  $\varphi_2$  的取值域  $(0, 2\pi)$ ;  $f(\varphi_1)$  及  $f(\varphi_2)$  分别是  $\varphi_1$  及  $\varphi_2$  的先验概率密度, 根据假设, 有

$$f(\varphi_1) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & 0 \leq \varphi_1 < 2\pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8.5-6)$$

$$f(\varphi_2) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & 0 \leq \varphi_2 < 2\pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8.5-7)$$

因为  $f_{s1}(y/\varphi_1)$  和  $f_{s2}(y/\varphi_2)$  分别是出现信号  $s_1(t, \varphi_1)$  和  $s_2(t, \varphi_2)$  条件下观察到  $y$  的概率密度, 故它们只依赖于噪声的分布特性, 即有

$$f_{s1}\left(\frac{y}{\varphi_1}\right) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_1(t, \varphi_1)]^2 dt\right\} \quad (8.5-8)$$

$$f_{s2}\left(\frac{y}{\varphi_2}\right) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_2(t, \varphi_2)]^2 dt\right\}$$

于是, 由式(8.5-4)和式(8.5-5)可分别得

$$f_{s1}(y) = \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2\pi}\right) \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_1(t, \varphi_1)]^2 dt\right\} d\varphi_1 \quad (8.5-9)$$

$$f_{s2}(y) = \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2\pi}\right) \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \exp\left\{-\frac{1}{n_0} \int_0^T [y(t) - s_2(t, \varphi_2)]^2 dt\right\} d\varphi_2 \quad (8.5-10)$$

显然, 将式(8.5-1)代入式(8.5-9)及式(8.5-10), 就可求得确定的似然函数  $f_{s1}(y)$  和  $f_{s2}(y)$ , 即

$$f_{s1}(y) = K_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\frac{2}{n_0} \int_0^T y(t) A_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) dt} d\varphi_1 \quad (8.5-11)$$

$$f_{s2}(y) = K_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\frac{2}{n_0} \int_0^T y(t) A_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) dt} d\varphi_2 \quad (8.5-12)$$

其中

$$K_0 = \frac{e^{-\frac{E}{n_0}} e^{-\frac{1}{n_0} \int_0^T y^2(t) dt}}{(\sqrt{2\pi}\sigma_n)^k} \quad (8.5-13)$$

现令

$$\xi(\varphi_1) = \frac{2}{n_0} \int_0^T y(t) A_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) dt \quad (8.5-14)$$

于是

$$\begin{aligned} \xi(\varphi_1) &= \frac{2A_0}{n_0} \int_0^T y(t) [\cos\omega_1 t \cos\varphi_1 - \sin\omega_1 t \sin\varphi_1] dt = \\ &= \frac{2A_0}{n_0} \int_0^T y(t) \cos\omega_1 t dt \cos\varphi_1 - \frac{2A_0}{n_0} \int_0^T y(t) \sin\omega_1 t dt \sin\varphi_1 = \\ &= \frac{2A_0}{n_0} (X_1 \cos\varphi_1 - Y_1 \sin\varphi_1) \end{aligned} \quad (8.5-15)$$

其中

$$\begin{cases} X_1 = \int_0^T y(t) \cos \omega_1 t dt \\ Y_1 = \int_0^T y(t) \sin \omega_1 t dt \end{cases} \quad (8.5-16)$$

再改变式(8.5-15)的形式,可得到

$$\begin{aligned} \varepsilon(\varphi_1) &= \frac{2A_0}{n_0} \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} \cos\left(\varphi_1 + \arctan \frac{Y_1}{X_1}\right) = \\ &= \frac{2A_0}{n_0} M_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_0) \end{aligned} \quad (8.5-17)$$

其中

$$M_1 = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}, M_1 \geq 0$$

$$\varphi_0 = \arctan \frac{Y_1}{X_1}$$

将结果式(8.5-17)分别代入式(8.5-11)和式(8.5-12),就得到

$$\begin{aligned} f_{s1}(y) &= K_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\frac{2A_0}{n_0} M_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_0)} d\varphi_1 = \\ &= K_0 I_0\left(\frac{2A_0}{n_0} M_1\right) \end{aligned} \quad (8.5-18)$$

$$f_{s2}(y) = K_0 I_0\left(\frac{2A_0}{n_0} M_2\right) \quad (8.5-19)$$

其中

$$\begin{aligned} M_2 &= \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} = \left\{ \left[ \int_0^T y(t) \cos \omega_2 t dt \right]^2 + \right. \\ &\quad \left. \left[ \int_0^T y(t) \sin \omega_2 t dt \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (M_2 \geq 0) \end{aligned} \quad (8.5-20)$$

$$I_0(u) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{u \sin(\varphi_1 + \varphi_0)} d\varphi_1$$

$I_0(u)$ 为零阶修正贝塞尔函数。

这样,比较似然函数  $f_{s1}(y)$  和  $f_{s2}(y)$  哪一个大的判决规则被转化为若

$$I_0\left(\frac{2A_0}{n_0} M_1\right) > I_0\left(\frac{2A_0}{n_0} M_2\right) \quad (8.5-21)$$

则判为  $s_1$  出现;反之,则判为  $s_2$  出现。

因为  $I_0(u)$  是  $u$  的单调增函数,故式(8.5-21)的判决规则还可简化为

$$\begin{cases} M_1 > M_2, \text{判为 } s_1 \text{ 出现} \\ M_1 < M_2, \text{判为 } s_2 \text{ 出现} \end{cases} \quad (8.5-22)$$

根据这个判决规则,我们就可构成二进制随相信号的最佳接收机结构,如图 8-10 所示。

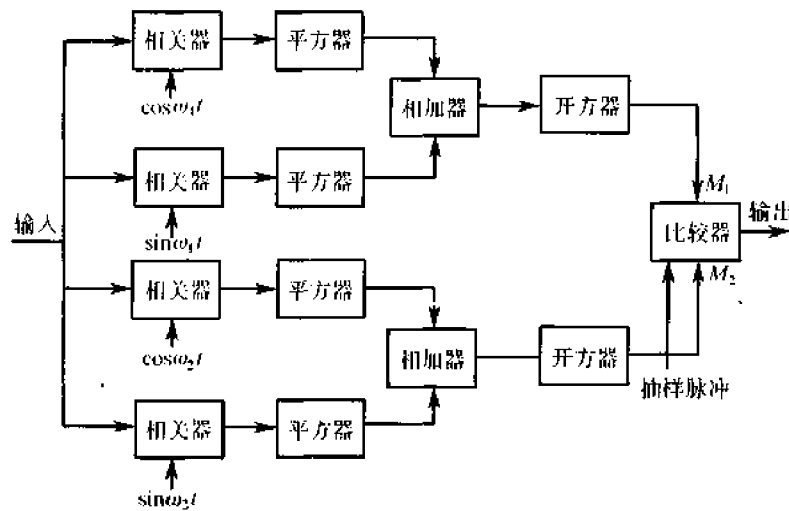


图 8-10 二进制随相信号的最佳接收机结构

### 8.5.2 二进制随相信号最佳接收机的性能

与上一节二进制确知信号最佳接收机性能的分析方法一样,此时的错误概率也用式(8.4-9)表示,即有

$$P_e = P(s_1)P_{s1}(s_2) + P(s_2)P_{s2}(s_1)$$

因为已假设先验等概,故上式可写成

$$P_e = P_{s1}(s_2) \text{ 或 } P_{s2}(s_1) \quad (8.5-23)$$

让我们来求  $P_{s1}(s_2)$ 。 $P_{s1}(s_2)$ 是在已知出现  $s_1(t, \varphi_1)$ 的条件下使下述不等式成立的概率:

$$M_1 < M_2$$

或写成

$$P_{s1}(s_2) = P_{s1}(M_1 < M_2)$$

显然,在给定  $s_1(t, \varphi_1)$ 下,即有  $y(t) = s_1(t, \varphi_1) + n(t)$ ,其中  $\varphi_1$ 是确定的。因此,根据式(8.5-1)的假设,由式(8.5-16)可得

$$\begin{aligned} X_1 &= \int_0^T [s_1(t, \varphi_1) + n(t)] \cos \omega_1 t dt = \\ &= \int_0^T n(t) \cos \omega_1 t dt + \frac{A_0 T}{2} \cos \varphi_1 \end{aligned} \quad (8.5-24)$$

及

$$Y_1 = \int_0^T n(t) \sin \omega_1 t dt - \frac{A_0 T}{2} \sin \varphi_1 \quad (8.5-25)$$

因为由上一节分析得知,  $\int_0^T n(t) \cos \omega_1 t dt$  和  $\int_0^T n(t) \sin \omega_1 t dt$  是均值为零、方差为  $n_0 T/4$  的两个正态随机变量,故  $X_1$  和  $Y_1$  是均值分别为  $\frac{A_0 T}{2} \cos \varphi_1$  和  $-\frac{A_0 T}{2} \sin \varphi_1$ 、方差均

为  $n_0 T/4$  的正态随机变量。于是  $M_1 = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}$  的概率密度可借助于 2.7 节求解  $Z$  的方法来求解。我们看到,  $X_1$  相当于  $Z$  中的  $Z_c$ ,  $Y_1$  相当于  $Z_s$ , 所以利用式(2.7-3)并做简单代换后, 得到  $M_1$  的概率密度函数  $f(M_1)$  为

$$f(M_1) = \frac{M_1}{\sigma_M^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_M^2} \left[ M_1^2 + \left( \frac{A_0 T}{2} \right)^2 \right] \right\} I_0 \left( \frac{A_0 T M_1}{2\sigma_M^2} \right), M_1 \geq 0 \quad (8.5-26)$$

其中  $\sigma_M^2 = \frac{n_0 T}{4}$

将  $y(t) = n(t) + s_1(t, \varphi_1)$  的条件运用到计算  $X_2$  和  $Y_2$  中去, 可得

$$\begin{cases} X_2 = \int_0^T n(t) \cos \omega_2 t dt \\ Y_2 = \int_0^T n(t) \sin \omega_2 t dt \end{cases} \quad (8.5-27)$$

这两个随机变量的统计特性是我们已讨论过的: 均值都为零、方差都为  $n_0 T/4$  的正态随机变量。利用 2.6 节求解  $a_\xi$  的统计特性的方法, 我们得知  $M_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2}$  是服从瑞利分布的随机变量, 其一维概率密度  $f(M_2)$  为〔参见式(2.6-20)〕

$$f(M_2) = \frac{M_2}{\sigma_M^2} \exp \left( -\frac{M_2^2}{2\sigma_M^2} \right), M_2 \geq 0 \quad (8.5-28)$$

其中  $\sigma_M^2 = \frac{n_0 T}{4}$

根据上述分析, 所求错误概率  $P_e$  为

$$\begin{aligned} P_e &= P_{s1}(s_2) = \int_0^\infty f(M_1) \left[ \int_{M_1}^\infty f(M_2) dM_2 \right] dM_1 = \\ &= e^{-h^2} \int_0^\infty Z e^{-Z^2} I_0(\sqrt{2}hZ) dZ \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} Z &= \frac{M_1}{\sigma_M} \\ h^2 &= \frac{A_0^2 T^2}{8\sigma_M^2} = \frac{A_0^2 T/2}{n_0} = \frac{E_b}{n_0} \\ E_b &= \frac{A_0^2 T}{2} [s_1(t, \varphi_1) \text{ 的信号能量}] \end{aligned}$$

于是, 我们最后得到

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-h^2/2} \quad (8.5-29)$$

由此可知, 等概、等能量、正交的二进制随相信号的最佳接收机性能仅与输入信噪比 ( $E_b/n_0$ ) 有关。

若在上述条件中, 令  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  中的一个恒为零, 则就是所谓非相干 OOK 调制方式。可以证明, 这时的错误概率为

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{2n_0}} + \frac{1}{2} \left[ 1 - e^{-\frac{E_b}{n_0}} \int_0^\infty x e^{-\frac{x^2}{2}} I_0 \left( \sqrt{\frac{2E_b}{n_0}} x \right) dx \right] \quad (8.5-30)$$

式中的  $Z_0$  由下式确定

$$\ln I_0 \left( \sqrt{\frac{2E_b}{n_0}} Z_0 \right) = \frac{E_b}{n_0}$$

利用 8.4.4 节的分析方法,并借助前两小节的讨论结果,就能够方便地推导出多进制随相信号的最佳接收机和它的性能。

设接收机输入端有  $m$  个先验等概、互不相关及等能量的随相信号  $s_1(t, \varphi_1), s_2(t, \varphi_2), \dots, s_m(t, \varphi_m)$ 。那么,在接收机收到的输入波形为

$$y(t) = \{s_1(t, \varphi_1) \text{ 或 } s_2(t, \varphi_2), \dots, \text{或 } s_m(t, \varphi_m)\} + n(t)$$

此时,为了获得最小的错误概率,接收机应按似然函数  $f_{s_1}(y), f_{s_2}(y), \dots, f_{s_m}(y)$  哪一个大的规则进行判决。

根据 8.5.1 节的讨论可知,这时的判决规则可归结成如式(8.5-22)一样的形式:  
若

$$M_i > M_j; i, j = 1, 2, \dots, m, \text{ 但 } j \neq i \quad (8.5-31)$$

则判为  $s_i(t, \varphi_i)$  出现。式中

$$M_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2} = \left\{ \left[ \int_0^T y(t) \cos \omega_i t dt \right]^2 + \left[ \int_0^T y(t) \sin \omega_i t dt \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (8.5-32)$$

$$M_j = \sqrt{X_j^2 + Y_j^2} = \left\{ \left[ \int_0^T y(t) \cos \omega_j t dt \right]^2 + \left[ \int_0^T y(t) \sin \omega_j t dt \right]^2 \right\}^{1/2}$$

根据式(8.5-31)给出的规则画出的多进制随相信号最佳接收机的结构如图 8-11 所示。

限于篇幅,这时的性能公式不再推导了,读者可参阅有关书籍<sup>[6]</sup>。

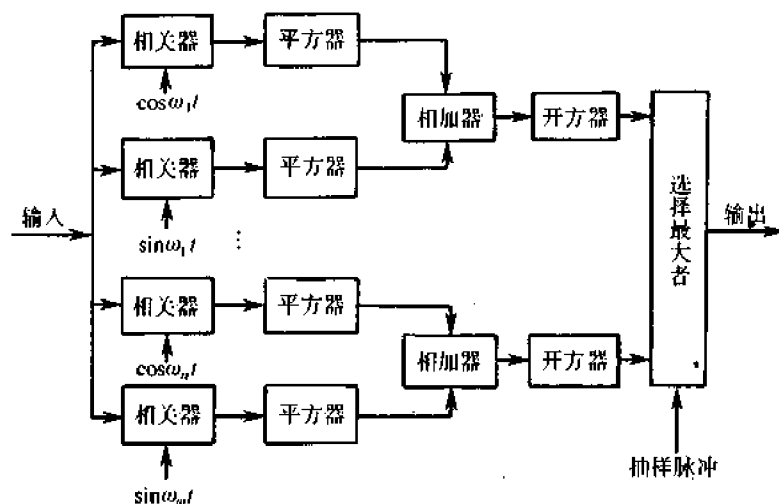


图 8-11 多进制随相信号的最佳接收机结构

## 8.6 起伏信号的最佳接收

前面讨论的确知信号和随相信号,通常是数字信号通过恒参信道后所形成的信号形式。本节将要讨论的起伏信号(振幅服从瑞利分布、相位服从均匀分布),则可看成是数字

信号通过瑞利衰落(快衰落)信道后的信号形式。现在我们的意图是想获得起伏信号的最佳接收机及其性能。

处理起伏信号的最佳接收问题,在原理和方法上,与随相信号的没有什么两样。因此,下面的讨论将较多地借助前面已叙述过的概念。

现在分析  $m$  进制 FSK 起伏信号的接收问题,因为这种信号是在衰落信道中常用的基本信号形式。假设在观察时间  $(0, T)$  内到达接收机输入端的接收波形  $y(t)$  为

$$y(t) = |s_1(t, \varphi_1, a_1) \text{ 或 } s_2(t, \varphi_2, a_2), \dots, \text{ 或 } s_m(t, \varphi_m, a_m)| + n(t) \quad (8.6-1)$$

式中,  $s_1(t, \varphi_1, a_1), s_2(t, \varphi_2, a_2), \dots, s_m(t, \varphi_m, a_m)$  为  $m$  个可能的起伏信号。而且它们可表示为

$$\begin{cases} s_1(t, \varphi_1, a_1) = a_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \\ s_2(t, \varphi_2, a_2) = a_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \\ \vdots \\ s_m(t, \varphi_m, a_m) = a_m \cos(\omega_m t + \varphi_m) \end{cases} \quad (8.6-2)$$

这里,  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$  是确知的角频率,并认为各角频率之间有足够大的频差,以致可以认为各信号之间互不相关;  $a_1, a_2, \dots, a_m$  分别为服从同一瑞利分布的随机变量,其概率密度为

$$f(a_i) = \frac{a_i}{\sigma_a^2} \exp\left(-\frac{a_i^2}{2\sigma_a^2}\right) \quad (a_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m) \quad (8.6-3)$$

这里  $2\sigma_a^2$  是随机变量  $a_i$  的均方值,即  $Ea_i^2 = 2\sigma_a^2$ ;  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$  分别为服从同一均匀分布的随机变量,其概率密度为

$$f(\varphi_i) = \frac{1}{2\pi} \quad (0 < \varphi_i < 2\pi, i = 1, 2, \dots, m) \quad (8.6-4)$$

如同上一节从似然函数  $f_{s_i}(y, \varphi_i)$  去求得  $f_{s_i}(y)$  的概念一样,在这里显然有一个从  $f_{s_i}(y, \varphi_i, a_i)$  去寻求  $f_{s_i}(y)$  的问题。因为这时的似然函数不仅依赖于随机相位  $\varphi_i$ ,而且还依赖于随机振幅  $a_i$ 。当然,这个问题同样可以利用像获得式(8.5-4)那样的方法加以解决。由 2.6 节讨论可知,  $a_i$  与  $\varphi_i$  是彼此统计独立的,于是,假设信号  $s_i$  出现条件下的似然函数  $f_{s_i}(y)$  可表示为

$$f_{s_i}(y) = \int_{A_{\varphi_i}} \int_{A_{a_i}} f(\varphi_i) f(a_i) f_{s_i}(y/\varphi_i, a_i) d\varphi_i da_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (8.6-5)$$

式中,  $A_{\varphi_i}, A_{a_i}$  分别为随机变量  $\varphi_i, a_i$  的取值域,即  $A_{\varphi_i}: (0, 2\pi), A_{a_i}: (0, \infty)$ ;  $f(\varphi_i), f(a_i)$  分别为随机变量  $\varphi_i, a_i$  的先验概率密度,如式(8.6-4)、式(8.6-3)所示;  $f_{s_i}(y/\varphi_i, a_i)$  表示给定参数  $\varphi_i, a_i$  的取值时观察值  $y$  的概率密度,显然,它完全由噪声  $n(t)$  的统计特性确定,如式(8.2-3)所示。

现在我们来求  $f_{s_i}(y)$ 。因为式(8.6-5)可变为

$$f_{s_i}(y) = \int_0^\infty f(a_i) da_i \left[ \int_0^{2\pi} f(\varphi_i) f_{s_i}(y/\varphi_i, a_i) d\varphi_i \right]$$

这积分式中的方括号项,其形式完全同式(8.5-4)。把推演式(8.5-4)得到式(8.5-18)的结果代入上式,经适当整理后即得

$$f_{si}(y) = \int_0^\infty f(a_i) \left\{ K'_0 I_0 \left( \frac{2a_i}{n_0} M_i \right) \exp \left[ -\frac{a_i^2 T}{2n_0} \right] \right\} da_i$$

其中

$$K'_0 = \frac{\exp \left[ -\frac{1}{n_0} \int_0^T y^2(t) dt \right]}{[\sqrt{2\pi}\sigma_n]^4}$$

$$M_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2} = \left\{ \left[ \int_0^T y(t) \cos \omega_c t dt \right]^2 + \left[ \int_0^T y(t) \sin \omega_c t dt \right]^2 \right\}^{1/2}$$

这里  $\sigma_n^2$  是  $n(t)$  的方差。

将式(8.6-3)代入上式,则可得

$$f_{si}(y) = K'_0 \int_0^\infty \frac{a_i}{\sigma_n^2} \exp \left[ -\frac{a_i^2}{2} \left( \frac{1}{\sigma_n^2} + \frac{T}{n_0} \right) \right] I_0 \left( \frac{2a_i}{n_0} M_i \right) da_i =$$

$$K'_0 \frac{n_0}{n_0 + T\sigma_n^2} \exp \left[ \frac{2\sigma_n^2 M_i^2}{n_0(n_0 + T\sigma_n^2)} \right] \quad (8.6-6)$$

根据比较似然函数哪一个大的判决规则,此时的判定规则为

若

$$K'_0 \frac{n_0}{n_0 + T\sigma_n^2} \exp \left[ \frac{2\sigma_n^2 M_i^2}{n_0(n_0 + T\sigma_n^2)} \right] > K'_0 \frac{n_0}{n_0 + T\sigma_n^2} \exp \left[ \frac{2\sigma_n^2 M_j^2}{n_0(n_0 + T\sigma_n^2)} \right]$$

则判为  $s_i$  出现,其中  $i, j = 1, 2, \dots, m$ ; 但  $j \neq i$ 。但是,这个判决规则可等效成如下规则:

若

$$M_i > M_j \quad (8.6-7)$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, m, \text{但 } j \neq i)$$

则判为  $s_i$  出现。

由式(8.6-7)看出,起伏信号的最佳接收机结构和图 8-11 给出的结构相同。

应当注意,随相信号和起伏信号的最佳接收机结构虽然相同,但决不意味着它们就有相同的最佳性能。下面的性能分析将证明这一点。

对于先验等概、互不相关及等能量的起伏信号的最佳接收机性能可由下式表示<sup>[6]</sup>

$$P_e = \sum_{k=1}^{m-1} (-1)^{k+1} C_m^k \frac{1}{(k+1) + k\bar{h}^2} \quad (8.6-8)$$

式中  $\bar{h}^2$ ——平均信噪比,  $\bar{h}^2 = \frac{\bar{E}}{n_0}$ 。

当  $m=2$  时,(即二进制时),容易看出

$$P_e = \frac{1}{2 + \bar{h}^2} \quad (8.6-9)$$

式(8.6-8)和式(8.6-9)就是起伏(衰落)信号“非相干 FSK”接收时的多进制和二进制的最佳性能,也即最小的差错概率。为了说明存在瑞利衰落时与无衰落时的性能差距,我们把存在衰落时的二进制“非相干 FSK”和无衰落时的二进制“非相干 FSK”性能曲线画于图 8-12 中。由图容易看到;第一,存在衰落时的性能要比无衰落时的差;第二,当  $P_e = 10^{-2}$  时,有衰落时比无衰落时信噪比大约要增多 10dB,而且随  $P_e$  下降一个数量级,大约需要再增加 10dB。由此说明,存在衰落对信号的接收性能影响是很大的。因此,在随



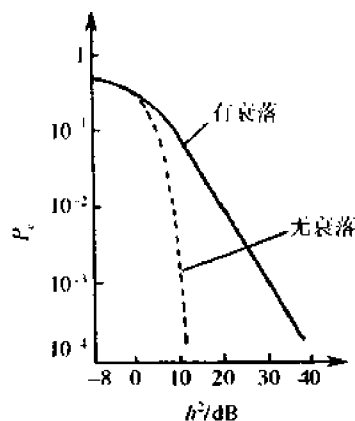


图 8-12 有衰落和无衰落时的性能比较

参信道中传输数字信号时,提供抗衰落的措施是非常必要的。

## 8.7 普通接收机与最佳接收机的性能比较

回顾第 6 章对普通数字调制系统的分析,我们可以发现,在那里分析所得的结果与本章对最佳接收机的分析结果在公式的形式上是一样的,如表 8-1 所列。这就是说,普通接收系统的  $r$  ( $r = S/N$ ,  $S$  为信号功率,  $N$  为噪声功率)与最佳接收系统的  $E_b/n_0$  相对应。

表 8-1 两种接收机误码公式比较

	普通接收系统	最佳接收系统
相干 OOK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{r}{4}}$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{4n_0}}$
非相 F OOK	$\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{r}{4}\right)$	$\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{4n_0}\right)$
相干 2FSK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{r}{2}}$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{2n_0}}$
非相干 2FSK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{r}{2}\right)$	$\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2n_0}\right)$
相干 2PSK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{r}$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{n_0}}$
差分相干 2DPSK	$\frac{1}{2} \exp(-r)$	$\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{n_0}\right)$
相干 2DPSK	$\operatorname{erfc} \sqrt{r} \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{r}\right)$	$\operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{n_0}} \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{n_0}}\right)$

那么,公式形式的相同是否意味着有相同的接收性能呢?让我们去考察当接收机输入端加入相同的噪声  $n(t)$  和数字信号  $s(t)$  时  $r$  和  $E_b/n_0$  的相互关系,并假设  $n(t)$  的单边功率谱密度为  $n_0$ ,  $s(t)$  的持续时间为  $T$ ,其能量为  $E_b$ 。

如第 6 章所述,当  $y(t) = n(t) + s(t)$ ,加到实际接收系统时,总是首先要经过带通滤

波, 然后进行信号检测。因此, 实际接收系统的信噪比  $r$  直接与带通滤波器的特性有关。在以前的分析中, 我们均认为带通滤波器能使信号顺利通过, 并仅让通带内的噪声输出。于是, 信噪比  $r$  即为  $s(t)$  的平均功率与带通滤波器输出噪声功率之比。设滤波器的等效矩形带宽为  $B$ ①, 则信噪比  $r$  可表示为

$$r = \frac{S}{N} = \frac{S}{n_0 B} \quad (8.7-1)$$

对于最佳接收机而言, 其性能与  $E_b/n_0$  有关。由于  $E_b = ST$ , 故  $E_b/n_0$  还可表示为

$$\frac{E_b}{n_0} = \frac{ST}{n_0} = \frac{S}{n_0 \left( \frac{1}{T} \right)} \quad (8.7-2)$$

正如前面说过的, 普通接收系统和最佳接收系统, 其性能表示式在形式上是相同的。因而, 如果式(8.7-1)和式(8.7-2)相等, 则将表明以上两种系统具有完全相同的性能。显然, 这时就要求下式成立

$$B = \frac{1}{T} \quad (8.7-3)$$

可是,  $1/T$  是基带数字信号的重复频率。对于矩形的基带信号而言,  $1/T$  频率点便是频谱的第一个零点处。因此, 倘若带通滤波器的带宽  $B < 1/T$ , 则必然会使信号造成较大失真, 这就与原假设“使信号顺利通过”相矛盾。这表明, 普通系统所需的滤波器带宽  $B$  应满足

$$B \geq \frac{1}{T} \quad (8.7-4)$$

例如, 对于二进制 ASK、PSK 信号来说, 通常已调信号的带宽是基带信号带宽的两倍或两倍以上, 因而, 为使信号通过带通滤波器失真很小(比如, 让第二个零点之内的基带信号频谱成分通过), 则所需的带通滤波器带宽  $B$  约为  $4/T$ 。此时, 为了获得相同的系统性能, 普通接收系统的信噪比需要比最佳接收系统的增加 6dB。

上述分析表明, 由于实际的带通滤波器带宽  $B$  总是大于或等于  $1/T$ , 故在同样的输入条件下, 普通接收系统的性能总是比最佳接收系统的差。这个差值, 将取决于  $B$  与  $1/T$  的比值。

## 8.8 匹配滤波器

所谓匹配滤波器是指输出信噪比最大的最佳线性滤波器。这种滤波器在数字通信信号和雷达信号的检测中具有特别重要的意义。理论分析和实践都表明, 如果滤波器的输出端能够获得最大信噪比, 则我们就能最佳地判断信号的出现, 从而提高系统的检测性能。可见, 在输出信噪比最大准则下设计一个线性滤波器是具有实际意义的。

① 系数的等效矩形带宽定义为

$$B = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 df}{2}$$

其中,  $H(\omega)$  为系统的频率特性, 且  $|H(\omega)|_{\omega=0} = 1$

### 8.8.1 匹配滤波器的原理

设线性滤波器输入端加入信号与噪声的混合波形为

$$x(t) = s(t) + n(t)$$

并假定噪声为白噪声,其功率谱密度  $P_n(\omega) = n_0/2$ ,而信号  $s(t)$  的频谱函数为  $S(\omega)$ ,即  $s(t) \Leftrightarrow S(\omega)$ 。我们要求线性滤波器在某时刻  $t_0$  上有最大的信号瞬时功率与噪声平均功率的比值。

现在就来确定在上述最大输出信噪比准则下的最佳线性滤波器的传输特性  $H(\omega)$ 。

根据线性电路的叠加原理,  $H(\omega)$  的输出  $y(t)$  也包含有信号与噪声两部分,即

$$y(t) = s_0(t) + n_0(t) \quad (8.8-1)$$

其中

$$s_0(t) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) S(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (8.8-2)$$

根据式(2.8-8),这时的输出噪声平均功率  $N_0$  为

$$N_0 = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 \cdot (n_0/2) d\omega = (n_0/4\pi) \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \quad (8.8-3)$$

则线性滤波器在  $t_0$  时刻的输出信号瞬时功率与噪声平均功率之比为

$$r_0 = \frac{|s_0(t_0)|^2}{N_0} = \frac{\left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) S(\omega) e^{j\omega t_0} d\omega \right|^2}{\frac{n_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega} \quad (8.8-4)$$

显然,寻求最大  $r_0$  的线性滤波器,在数学上就归结为求式(8.8-4)达到最大值的  $H(\omega)$ 。这个问题可以用变分法或用许瓦尔兹不等式加以解决。这里用许瓦尔兹不等式的方法来求解。此不等式可以表述如下:

$$\begin{aligned} & \left| (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) Y(\omega) d\omega \right|^2 \leq \\ & (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \cdot (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} |Y(\omega)|^2 d\omega \end{aligned}$$

当

$$X(\omega) = KY^*(\omega) \quad (8.8-5)$$

时,该不等式成为等式。这里  $K$  为常数。将此不等式用于式(8.8-4)的分子中,并令

$$X(\omega) = H(\omega); Y(\omega) = S(\omega) e^{j\omega t_0}$$

则可得

$$r_0 \leq \frac{\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega}{\frac{n_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega} = \frac{\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega}{\frac{n_0}{2}} = \frac{2E}{n_0} \quad (8.8-6)$$

其中

$$E = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega$$

式中  $E$ ——信号  $s(t)$  的总能量;

$|S(\omega)|^2$ —— $s(t)$  的能量谱密度。

式(8.8-6)说明,线性滤波器所能给出的最大输出信噪比为

$$r_{0\max} = \frac{2E}{n_0}$$

它出现于式(8.8-5)成立的时候,这时

$$H(\omega) = KS^*(\omega)e^{-j\omega t_0} \quad (8.8-7)$$

这就是最佳线性滤波器的传输特性。式中,  $S^*(\omega)$  即为  $S(\omega)$  的复共轭。

由此我们得到结论:在白噪声干扰的背景下,按式(8.8-7)设计的线性滤波器,将能在给定时刻  $t_0$  上获得最大的输出信噪比( $2E/n_0$ )。这种滤波器就是最大信噪比意义下的最佳线性滤波器。由于它的传输特性与信号频谱的复共轭相一致(除相乘因子  $Ke^{-j\omega t_0}$  外),故又称它为匹配滤波器。

匹配滤波器的传输特性  $H(\omega)$  当然还可使用它的冲激响应  $h(t)$  来表示,这时有

$$\begin{aligned} h(t) &= (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} KS^*(\omega) e^{-j\omega t_0} e^{j\omega t} d\omega = \\ &= (K/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \right]^* e^{-j\omega(t_0-t)} d\omega = \\ &= K \int_{-\infty}^{\infty} \left[ (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(\tau-t_0+t)} d\omega \right] s(\tau) d\tau = \\ &= K \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \delta(\tau - t_0 + t) d\tau = Ks(t_0 - t) \end{aligned} \quad (8.8-8)$$

由此可见,匹配滤波器的冲激响应便是信号  $s(t)$  的镜像信号  $s(-t)$  在时间上再平移  $t_0$ 。

为了获得物理可实现的匹配滤波器,要求当  $t < 0$  时有  $h(t) = 0$ 。为了满足这个条件,就要求满足

$$s(t_0 - t) = 0, t < 0$$

即

$$s(t) = 0, t > t_0$$

这个条件表明,物理可实现的匹配滤波器,其输入端的信号  $s(t)$  必须要在它输出最大信噪比的时刻  $t_0$  之前消失(等于零)。这就是说,若输入信号在  $t_1$  瞬间消失,则只有当  $t_0 \geq t_1$  时滤波器才是物理可实现的。一般总是希望  $t_0$  尽量小些,故通常选择  $t_0 = t_1$ 。

顺便指出,当我们专门关心匹配滤波器的输出信号波形时,它可表示为

$$\begin{aligned} s_0(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) h(\tau) d\tau = K \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) s(t_0 - \tau) d\tau = \\ &= K \int_{-\infty}^{\infty} s(-\tau') s(t - t_0 - \tau') d\tau' = KR(t - t_0) \end{aligned} \quad (8.8-9)$$

由此可见,匹配滤波器的输出信号波形是输入信号的自相关函数的  $K$  倍。这是一个重要的概念,今后常把匹配滤波器看成是一个相关器。

至于常数  $K$ ,实际上它是可以任意选取的,因为  $r_0$  与  $K$  无关。因此,在分析问题,可令  $K=1$ 。

**【例 8.8.1】** 试求对单个矩形脉冲匹配的匹配滤波器之特性。

设单个矩形脉冲信号  $s(t)$  为

$$s(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases}$$

如图 8-13(a) 所示, 于是可以求得信号的频谱为

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt = (1/j\omega)(1 - e^{-j\omega\tau}) \quad (8.8-10)$$

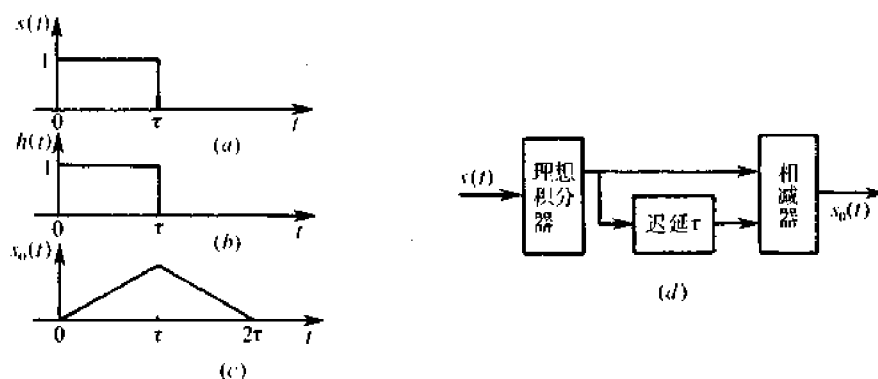


图 8-13 对单个矩形脉冲匹配的波形及匹配滤波器结构

根据式(8.8-7), 所求匹配滤波器的传输特性  $H(\omega)$  为

$$H(\omega) = (1/j\omega)(e^{j\omega\tau} - 1)e^{-j\omega t_0} \quad (8.8-11)$$

式中, 已假设  $K=1$ 。

根据式(8.8-8), 还可方便地找到匹配滤波器的冲激响应  $h(t)$

$$h(t) = s(t_0 - t) \quad (8.8-12)$$

我们选择  $t_0 = \tau$ , 则最终可得

$$H(\omega) = (1/j\omega)(1 - e^{-j\omega\tau}) \quad (8.8-13)$$

及

$$h(t) = s(\tau - t) \quad (8.8-14)$$

由式(8.8-13)看出, 这时匹配滤波器可用图 8-13(d) 来实现。这是因为  $(1/j\omega)$  是理想积分器的传输特性, 而  $e^{-j\omega\tau}$  是延迟  $\tau$  网络的传输特性。由式(8.8-14)还可方便地求出匹配滤波器输出信号波形  $s_0(t)$ , 因为它是  $s(t)$  与  $h(t)$  的卷积积分。 $h(t)$  与  $s_0(t)$  的波形分别示于图 8-13(b)、(c)。

〔例 8.8.2〕 试求对图 8-14(a) 所示的射频脉冲波形匹配的匹配滤波器之特性, 并确定其输出波形。

由图 8-14(a), 输入信号可表示为

$$s(t) = \begin{cases} \cos\omega_0 t, & 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases}$$

于是, 匹配滤波器的传输特性  $H(\omega)$  为

$$H(\omega) = S^*(\omega)e^{-j\omega t_0} = \frac{(e^{j(\omega-\omega_0)\tau} - 1)e^{-j\omega t_0}}{2j(\omega - \omega_0)} + \frac{(e^{j(\omega+\omega_0)\tau} - 1)e^{-j\omega t_0}}{2j(\omega + \omega_0)}$$

令  $t_0 = \tau$ , 则

$$H(\omega) = \frac{e^{-j\omega\tau}}{2} \left[ \frac{e^{j(\omega-\omega_0)\tau}}{j(\omega - \omega_0)} + \frac{e^{j(\omega+\omega_0)\tau}}{j(\omega + \omega_0)} \right] - \frac{e^{-j\omega\tau}}{2} \left[ \frac{1}{j(\omega - \omega_0)} + \frac{1}{j(\omega + \omega_0)} \right]$$

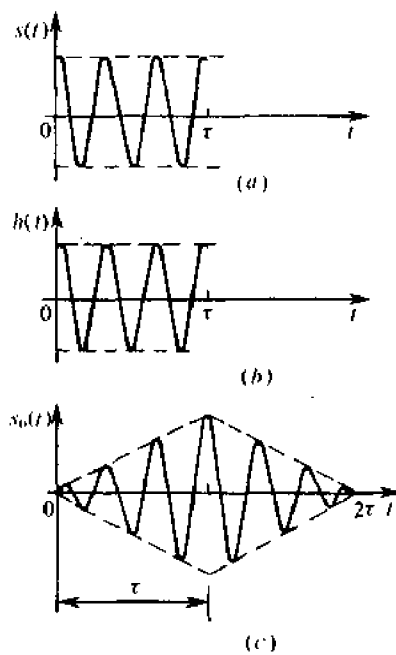


图 8-14 对单个射频脉冲匹配的波形

利用式(8.8-8),可求得滤波器的冲激响应  $h(t)$

$$h(t) = s(t_0 - t) = \cos\omega_0(t_0 - t) \quad 0 \leq t \leq \tau$$

在  $t_0 = \tau$  时,上式变成

$$h(t) = \cos\omega_0(\tau - t) \quad 0 \leq t \leq \tau$$

为简便起见,我们假设射频脉冲信号的载频周期为  $T_0$ ,且有

$$\tau = KT_0 \quad K \text{ 是整数}$$

$$\text{则} \quad H(\omega) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{j(\omega - \omega_0)} + \frac{1}{j(\omega + \omega_0)} \right] (1 - e^{-j\omega\tau}) \quad (8.8-15)$$

$$\text{而} \quad h(t) = \cos\omega_0 t \quad 0 \leq t \leq \tau \quad (8.8-16)$$

如图 8-14(b)所示。

利用式(8.8-9)可求得滤波器输出波形  $s_0(t)$  为

$$s_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t') h(t - t') dt'$$

由于这时的  $s(t)$  及  $h(t)$  在区间  $(0, \tau)$  外恒为零,故上面的积分值可分别按  $t < 0$ ,  $0 \leq t < \tau$ ,  $\tau \leq t \leq 2\tau$  及  $t > 2\tau$  的时间段来求解。

显然,当  $t < 0$  及  $t > 2\tau$  时,  $s(t')$  与  $h(t - t')$  将不相交,故  $s_0(t)$  为零。

当  $0 \leq t \leq \tau$  时,有

$$\begin{aligned} s_0(t) &= \int_0^t s(t') h(t - t') dt' = \int_0^t \cos\omega_0 t' \cos\omega_0(t - t') dt' = \\ &= \int_0^t \frac{1}{2} [\cos\omega_0 t + \cos\omega_0(t - 2t')] dt' = \frac{1}{2} \cos\omega_0 t + (1/2\omega_0) \sin\omega_0 t \end{aligned}$$

当  $\tau < t \leq 2\tau$  时,有

$$s_0(t) = \int_{t-\tau}^{\tau} s(t')h(t-t')dt' = \int_{t-\tau}^{\tau} \cos\omega_0 t' \cos\omega_0(t-t')dt' = \\ [(2\tau-t)/2]\cos\omega_0 t - (1/2\omega_0)\sin\omega_0 t$$

当  $\omega_0$  远大于  $1(\text{rad/s})$  时, 于是可得

$$s_0(t) \approx \begin{cases} (t/2)\cos\omega_0 t, & 0 \leq t < \tau \\ [(2\tau-t)/2]\cos\omega_0 t, & \tau \leq t \leq 2\tau \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases}$$

这个输出波形如图 8-14(c) 所示。

### 8.8.2 匹配滤波器的实现

对各种可能信号相匹配的滤波器的综合是一个非常复杂的问题。这里仅介绍对矩形包络信号相匹配的滤波器的实现。

我们已经知道, 单个矩形包络信号的匹配滤波器, 其输入、输出波形如图 8-15(a) 所示, 其传输特性的模  $|H(\omega)|$  如图 8-15(b) 所示。现在的任务就是要设计符合上述要求的滤波器。动态滤波器即符合上述要求。所谓动态滤波器, 就是利用其暂态特性而构成的一种滤波器, 它主要有 LC 谐振式、模拟计算式、数字滤波式和声表面波滤波器式等形式。现分别简介如下。

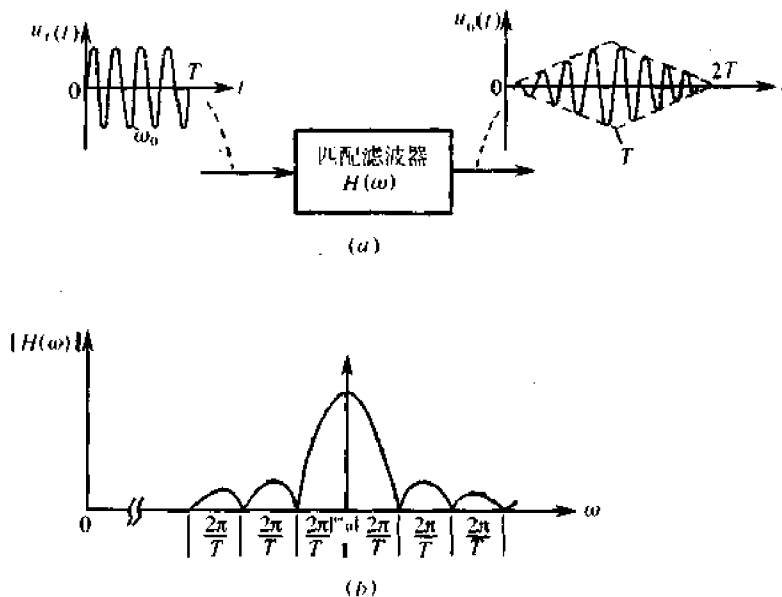


图 8-15 匹配滤波器的输入、输出波形及传输特性

#### 1. LC 谐振式动态滤波器

LC 谐振式动态滤波器的原理结构如图 8-16 所示, 其无耗 LC 的谐振频率为  $f_0$ 。当频率为  $f_0$  的单个矩形包络振荡波形  $i(t)$  激励谐振回路 LC 时, 假设开关  $S_1$  仅在  $(0, T)$  内接通, 并让开关  $S_2$  在  $t = T$  时刻接通, 则回路两端的输出信号在  $T$  时刻被猝熄掉。于是, 在回路的两端可以得到一个如图中所示的暂态波形  $u_2(t)$ 。显见,  $u_2(t)$  与匹配滤波器在

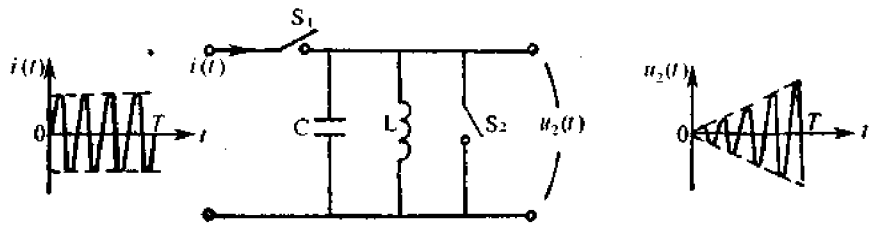


图 8-16 谐振式动态滤波器的原理结构

0 到  $T$  时间内的输出波形相同。在实际中,因为回路总有或多或少的损耗,而且回路的自然谐振频率不可能始终保持与激励载频相同。因此,实际的 LC 谐振式动态滤波器的性能只是逼近匹配滤波器。

## 2. 模拟计算式动态滤波器

模拟计算式动态滤波器是匹配滤波器的另一种形式,其原理如下:

设匹配滤波器输入信号  $u_1(t)$  为

$$u_1(t) = \begin{cases} \cos\omega_0 t, & 0 < t < T \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases}$$

则与该信号相匹配的线性滤波器的冲激响应  $h(t)$  为

$$h(t) = u_1(T - t) = \cos\omega_0(T - t)$$

若设  $\omega_0 T = 2\pi k$ ,  $k$  为任一整数,则

$$h(t) = \cos\omega_0 t$$

由于匹配滤波器的输出  $u_2(t)$  是输入  $u_1(t)$  与  $h(t)$  的卷积,故有

$$u_2(t) = \int_0^t u_1(t') h(t - t') dt' = \cos\omega_0 t \int_0^t u_1(t') \cos\omega_0 t' dt' + \sin\omega_0 t \int_0^t u_1(t') \sin\omega_0 t' dt'$$

上述表示式可以用图 8-17 来模拟计算。如果相乘器、积分器、相加器等电路均是理想的,则图 8-17 将给出理想结果,即若  $t = T$  时刻猝熄输出的话,也将能获得上图中的  $u_2(t)$  波形。然而,理想条件是难以实现的,故它也只能近似地实现匹配滤波。这个电路的特点是,滤波器的频率稳定度完全取决于本地振荡器的频率稳定度。另外,本振的起始相位容许是任意的,因为相位因子在两次相乘过程中相互抵消。由于这种电路是模拟电路,故调试较为困难。

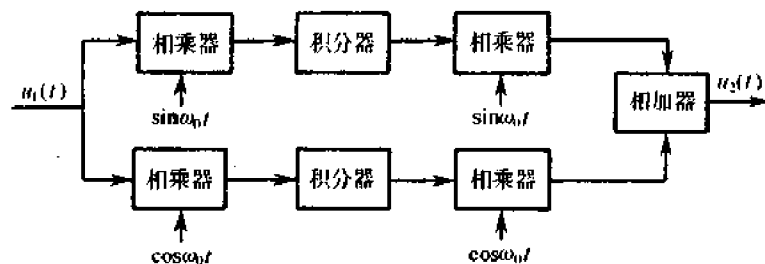


图 8-17 模拟计算式动态滤波器方框图



### 3. 数字滤波式动态滤波器

数字滤波式动态滤波器的基本原理可由图 8-18 来说明。图中有  $N$  个开关函数  $S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)$ , 其波形如图 8-19 所示。这里, 每一开关函数的重复角频率为  $\omega_0 = 2\pi/T_0$ , 开关脉冲宽度为  $\tau_0$ , 且  $\tau_0 = T_0/N$ 。图 8-18 中的 RC 是起积分作用的低通型滤波元件; 开关 S 的作用是猝熄  $N$  个电容器 C 所存储的能量。S 在某一规定时刻(一般在码元终了时刻)闭合, 猝熄能量后又重新迅速开启。

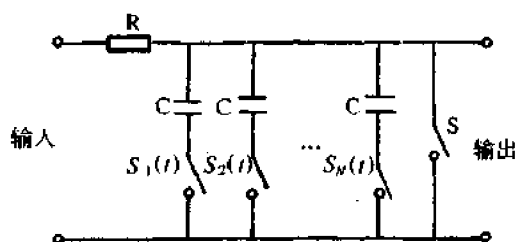


图 8-18 数字式动态滤波器原理图

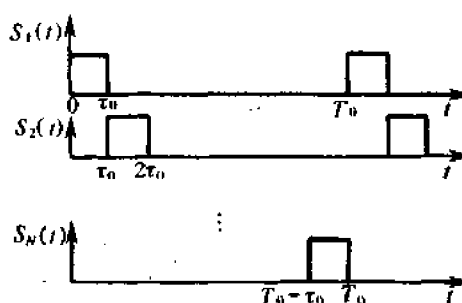


图 8-19 开关函数的工作波形

图 8-18 中电路, 若除去开关 S, 则它便是一个并联开关型  $N$  分路滤波器。当有一个中心角频率为  $\omega_s$  的正弦型电压(也可以是方波)加于输入端时, 只要  $\omega_s = \omega_0$ , 这个滤波器就能起到极高  $Q$  值的窄带通滤波器的作用, 即信号顺利通过, 而混在输入信号中的噪声得到最有效的抑制。不言而喻, 信号加于滤波器时, 自然首先有一个暂态过程, 然后转入稳态输出。数字滤波式动态滤波器就是通过 S 去利用并联型  $N$  分路滤波器暂态特性的一种电路。

现在通过一个例子来叙述图 8-18 的工作原理。首先我们任意假定  $N=4$ , 且假设  $\omega_s = \omega_0$ 。这样, 该电路的工作过程可由图 8-20 来说明。由图看出, 输出波形是由 4 个电容器在时序开关波形控制下被输入信号轮流充电的波形所构成的。当电容量  $C$  足够大时, 充电过程始终处于暂态。同时, 充在每一个电容器上的电压在开关断开时将存储起来。因而, 输出波形将随着轮流充电过程而逐渐上升。如果开关 S 在上述暂态过程的近似线性阶段中接通, 则获得的输出波形与匹配滤波器输出波形相近。

### 4. 声表面波匹配滤波器

所谓声表面波(SAW)是指只在固体表面传播的声波。利用声表面波的器件, 称为声表面波器件。声表面波器件的基本结构如图 8-21 所示, 它是一压电①基片, 其上制作有两个声/电换能器——叉指换能器。所谓叉指换能器, 就是在压电基片表面上形成的形状像手指交叉状的金属图案, 其作用是实现声/电换能。声表面波器件的工作原理是: 基片左端的换能器(输入换能器)通过逆压电效应将输入电信号转变成声信号。该声信号沿基片的表面传播, 最终由基片右边的换能器(输出换能器)将声信号转变成电信号输出。通过声信号在压电基片上的传播, 可以对信号进行各种处理。

① 物体受到外部压力(或拉力)时, 在表面产生电荷的现象称压电现象。这类物体称为压电体。常用的压电单晶体有石英( $\text{SiO}_2$ )、铌酸锂( $\text{LiNbO}_3$ )、锆酸钡( $\text{Ba}_2\text{GeO}_9$ )等; 常用的压电多晶体有 PZT 陶瓷和氧化锌( $\text{ZnO}$ )压电薄膜。不论是压电单晶体还是压电多晶体都是制造声表面波器件的重要基底材料。

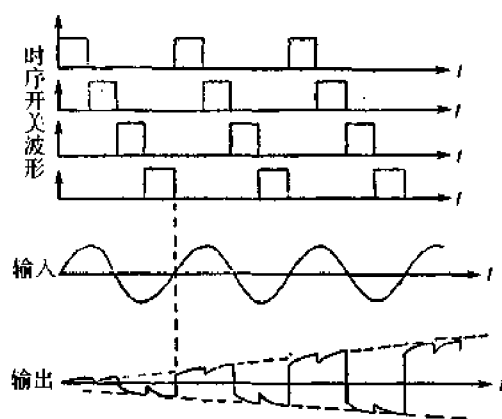
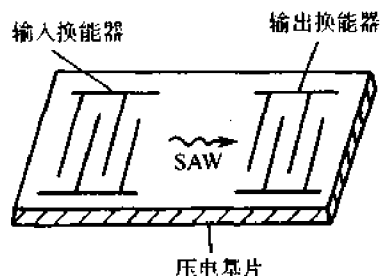
图 8-20 图 8-18 在  $N=4$  时的工作波形

图 8-21 声表面波器件的基本结构

下面我们来进一步说明如何用它实现图 8-15(a) 所示的匹配滤波。为了方便, 首先说明叉指换能器的频率特性。图 8-21 中所示的两个叉指换能器, 都是电极相互交错联接的两端器件。当交变电压加到输入换能器的两个端子上时, 在基片内便建立起交变电场。由于基片是压电体, 故交变电场通过压电效应激发起相应的弹性振动。该弹性振动在基片内的传播便形成弹性波。又因为叉指电极是周期排列的, 且它们的极性正负交替, 所以各对电极激发的弹性表面波可以相互加强。整个换能器激发的波便是每一对叉指电极激发的波的叠加。根据波的干涉原理可知, 当加至叉指换能器的激励电信号的频率与该换能器的叉指周期长度对应的声波频率相等时, 那么, 叉指换能器中每一对叉指电极所激发的波最强; 反之, 所激发的波将随之减弱。这表明了作为声/电换能的叉指换能器本身就具有频率选择性。

可以证明<sup>[26]</sup>, 对于具有  $(n+1)$  条长度相同叉指电极的叉指换能器, 其频率特性可表示为

$$H_1(\omega) = NE_0 \frac{\sin\left(N\pi \frac{\Delta\omega}{\omega_s}\right)}{N\pi \frac{\Delta\omega}{\omega_s}} e^{j\left(\omega t + N\pi \frac{\Delta\omega}{\omega_s}\right)} \quad (8.8-17)$$

式中  $N$ ——叉指换能器的周期段数目, 它等于  $\frac{n}{2}$ ;

$E_0$ ——每一对叉指电极激发波的振幅;

$\omega_s$ ——声同步频率, 它等于  $2\pi v_s/L$  (这里,  $v_s$  是声表面波的传播速度;  $L$  是叉指电极的周期);

$\Delta\omega = \omega - \omega_s$ ,  $\omega$  是外加信号电压的角频率。

根据上式画出的叉指换能器的频率特性曲线如图 8-22 所示。由该图可见, 叉指换能器的频率特性呈现  $\sin x/x$  变化规律。

以上讨论了输入换能器的频率特性。对于输出端的换能器, 如果它的几何结构与输入

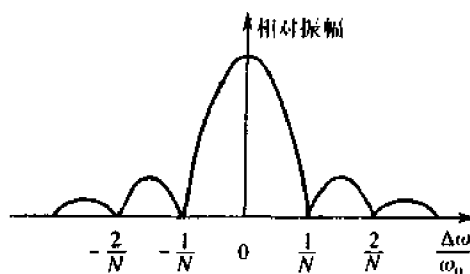


图 8-22 叉指换能器的频率特性

换能器相同,则其频率特性也相同。

现在我们就来讨论用声表面波器件如何实现匹配滤波。假设发射换能器的频率特性为  $H_1(\omega)$ ,接收换能器的频率特性为  $H_2(\omega)$ ,两换能器中心之间的距离为  $l$ ,声表面波的速度为  $v_s$ ,那么,声表面波器件总的传输特性可近似表示为

$$H(\omega) \approx H_1(\omega) \exp(-j\omega l/v_s) \cdot H_2(\omega) \quad (8.8-18)$$

如果  $H_1(\omega) = H_2(\omega)$ ,则有

$$H(\omega) = H_1^2(\omega) \exp(-j\omega l/v_s) \quad (8.8-19)$$

可见,只要根据图 8-15 所示的匹配滤波器的传播特性来确定这里的换能器的频率特性,那么声表面波器件便能实现与图 8-15(a)所示输入信号匹配的功能。这里声信号在基片上的传播仅使信号产生了延迟。

由于声表面波器件体积小、可靠性高、一致性好,故它在通信设备中得到广泛的应用。

上面分析表明,动态滤波器可以作为匹配滤波器的一种实现方案。通常,动态滤波器的特性用输出电压的幅频特性来表述。它与图 8-15(b)所示的特性  $H(\omega)$  相一致。由于这种特性在  $\omega_0 \pm \frac{2k\pi}{T}$  ( $k=1,2,\dots$ ) 频率上输出为零,故动态滤波器对于这样频率的信号有分路性能。这种性能可以用于多路信号的分路。当动态滤波器的特性用图 8-15(b)的  $H(\omega)$  表示时,可求得它的等效矩形带宽  $B$  为

$$B = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 df = \int_0^{\infty} |H(\omega)|^2 df = 2 \int_0^{\infty} \left| \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) / \left(\frac{\omega T}{2}\right) \right|^2 df$$

令  $x = \frac{\omega T}{2}$ , 则有  $dx = \pi T df$ , 故上式变为

$$B = \frac{2}{\pi T} \int_0^{\infty} \frac{(\sin x)^2}{x^2} dx = \frac{2}{\pi T} \left( \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{T}$$

上式表明,动态滤波器的等效带宽为  $1/T$ 。这个带宽恰好使式(8.7-3)满足。因此,由性能良好的动态滤波器组成的接收系统将接近最佳接收系统的性能。

### 8.8.3 匹配滤波器在最佳接收中的应用

#### 1. 确知信号最佳接收时

由图 8-5 及图 8-8 的最佳接收机结构看到,完成相关运算的相关器是它的关键部件。下面我们将说明相关器的功能可以由匹配滤波器来代替。

对信号  $s(t)$  匹配的滤波器,其冲激响应为

$$h(t) = Ks(t_0 - t) \quad (8.8-20)$$

式中  $K$ ——任意常数;

$t_0$ ——出现最大信噪比的时刻。

因为  $s(t)$  只在  $(0, T)$  内有值,故考虑到滤波器物理可实现条件,则当  $y(t)$  加入匹配滤波器时,其输出可表示成

$$u_0(t) = K \int_{t-T}^t y(z) s(T-t+z) dz \quad (8.8-21)$$

这里,已假定  $t_0 = T$ , 于是,当  $t = T$  时刻,输出即为

$$u_0(T) = K \int_0^T y(z) s(z) dz \quad (8.8-22)$$

可见,上式与相关器输出完全相同(除  $K$  外,但  $K$  值是能够预先调整的,比如使  $K = 1$ )。由此我们得到一个重要结论:由于匹配滤波器在  $t = T$  时刻的输出值恰好等于相关器的输出值,也即匹配滤波器可以代替相关器,因而,图 8-5 和图 8-8 所示的最佳接收机可以分别用图 8-23(a)、(b)替代。

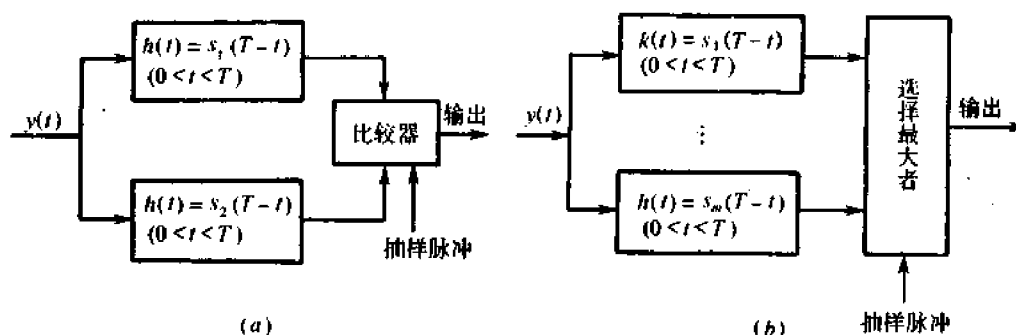


图 8-23 确知信号最佳接收机的另一种结构形式

应该强调指出,无论是相关器形式还是匹配滤波器形式的最佳接收机结构,它们的比较器都是在  $t = T$  时刻才做出最后判决的。换句话说,即在每一个数字信号码元的结束时刻才给出最佳的判决结果。因此,判决时刻的任何偏离,都将直接影响接收机的最佳性能。

## 2. 随相信号最佳接收时

由于相关器能用某一抽样时刻观察的匹配滤波器代替,故图 8-10 所示的二进制随相信号最佳接收机结构中的相关器,同样可以用匹配滤波器来代替。不过,这种结构仍比较复杂。下面我们将进一步说明图 8-10 的最佳接收机结构,还可以等效成更为简单的形式。

设有这样的一个滤波器,它与初始相位为零(也可假设非零)的信号  $\cos \omega_c t$  匹配,即冲激响应函数为

$$h(t) = \cos \omega_c (T-t), 0 \leq t \leq T$$

当  $y(t)$  输入时,该滤波器的输出即为

$$\begin{aligned} e(t) &= \int_0^t y(\tau) \cos \omega_c (T-t+\tau) d\tau = \\ &= \cos \omega_c (T-t) \int_0^t y(\tau) \cos \omega_c \tau d\tau - \sin \omega_c (T-t) \int_0^t y(\tau) \sin \omega_c \tau d\tau = \\ &= \sqrt{\left[ \int_0^t y(\tau) \cos \omega_c \tau d\tau \right]^2 + \left[ \int_0^t y(\tau) \sin \omega_c \tau d\tau \right]^2} \cdot \cos[\omega_c (T-t) + \theta] \end{aligned}$$

其中

$$\theta = \arctan \frac{\int_0^t y(\tau) \sin \omega_c \tau d\tau}{\int_0^t y(\tau) \cos \omega_c \tau d\tau}$$

不难看出,在  $t = T$  时刻,  $e(t)$  的包络恰好与前面分析中的参量  $M_1$  和  $M_2$  有完全相同的形式。这就证明,对信号任何一个相位匹配的滤波器,其后接一个包络检波器,它在时刻  $T$  的输出即为  $M_1$  或  $M_2$ 。于是图 8-10 及图 8-11 的结构分别被简化为图 8-24(a)、(b) 所示的形式。

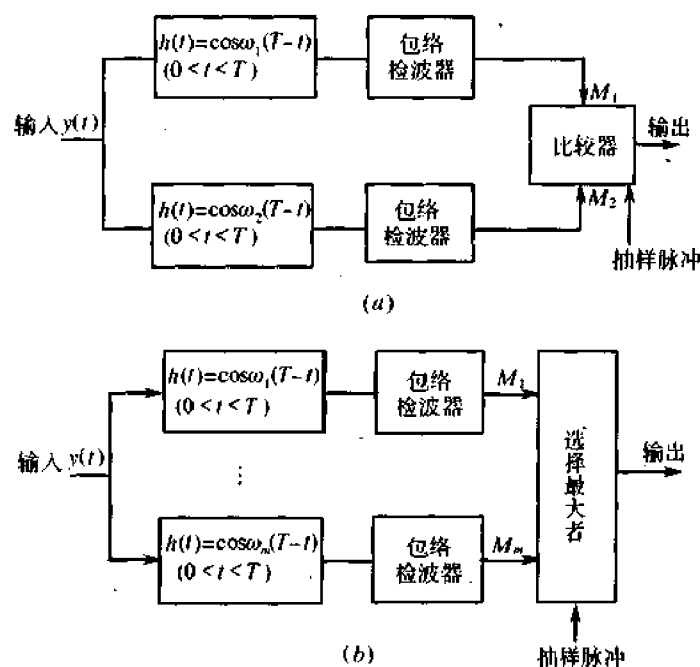


图 8-24 随相信号最佳接收机的另一种结构形式

对于随相信号的最佳接收(如图 8-24),在接收机中出现包络检波器是容易理解的。因为与持续时间为  $(0, T)$  的余弦波相匹配的滤波器,其输出如图 8-14(c) 所示,它在抽样时刻  $T$  (即图中的  $\tau$ ) 达到正的峰值。但是,若滤波器的相位与信号相位不匹配,则峰值将不在时刻  $T$  出现。事实上,如果相位相差  $180^\circ$ ,则在时刻  $T$  将出现一个负的峰值。因此,在缺少相位先验知识的情况下,为了避免在  $T$  时刻得到偏离最大正峰值的抽样,最好的办法是提取输出包络。因为包络与相位的失配无关,故能够在  $t = T$  时刻获得最大的包络值(示意图如图 8-25 所示)。然而,即便如此,缺少相位先验知识还是会使它的性能稍

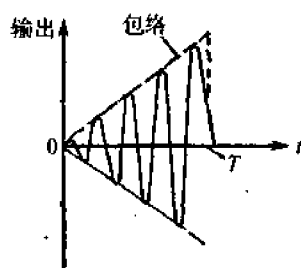


图 8-25 对信号除相位外匹配的滤波器输出

有下降。

顺便指出,由于多进制起伏信号最佳接收机结构和图 8-11 给出的结构相同,故图 8-24(b)所示的随相信号最佳接收的另一种结构形式,同样也适用于起伏信号的最佳接收。

## 8.9 最佳基带传输系统

基带系统在数字通信系统中有重要的代表性,因而讨论的结果就带有一定的普遍性。那么,怎样的基带系统才称为“最佳”呢?在这里,我们仍然采用最小错误概率的准则来衡量。第 5 章已经指出,基带系统的错误率受随机噪声和码间干扰的影响,但这两种“干扰”的影响有不同的特点。例如,如果基带传输特性  $H(\omega)$  由式(5.5-1)表述并按式(5.5-11)来进行设计,则在规定的抽样时刻上可以消除码间干扰的影响,但对于噪声的影响,却只能减小而不能消除。因此,最佳基带系统可定义为消除码间干扰而抗噪声性能最理想(错误概率最小)的系统。这就是以下讨论的基本出发点。

应该指出的是,5.7 节所述的无码间串扰基带系统的抗干扰性能,并非就是最佳的性能,因为那里错误概率并不就是最小的。

### 8.9.1 理想信道下的最佳基带传输系统

所谓理想信道特性,是指  $C(\omega) = 1$  或常数的情况(参见图 5-7)。通常当信道的通频带比信号频谱宽得多,以及信道经过精细均衡时,它就接近具有“理想信道特性”。

现在我们来讨论如何设计一个既能消除码间干扰,又有最好抗噪声性能的基带系统。根据式(5.5-1)可知,当  $C(\omega) = 1$  时,基带系统的传输特性  $H(\omega)$  变为

$$H(\omega) = G_T(\omega)G_R(\omega) \quad (8.9-1)$$

考虑到最佳基带系统必须满足消除码间干扰这一要求,故  $H(\omega)$  应按式(5.5-11)进行设计。这就意味着,最佳基带系统的总特性  $H(\omega)$  是确定的,因而最佳基带系统的设计问题就归结为选择怎样的发送滤波器特性  $G_T(\omega)$  和接收滤波器特性  $G_R(\omega)$ 。

前已指出,在加性高斯白噪声下,为使错误概率最小,就要使接收滤波器特性与输入信号的频谱共轭匹配。这样,假设  $G_T(\omega)$  已给定,那么就要求有下式成立

$$G_R(\omega) = G_T^*(\omega)e^{-j\omega t_0} \quad (8.9-2)$$

这里的  $G_T(\omega)$  原是发送滤波器的特性,但因  $G_T(\omega)$  也是发送基带信号波形的形成滤波器特性,故  $G_T(\omega)$  即为这里的输入信号之频谱。

由式(8.9-1)和式(8.9-2)可得到联合方程

$$\begin{cases} H(\omega) = G_T(\omega)G_R(\omega) & (1) \\ G_R(\omega) = G_T^*(\omega)e^{-j\omega t_0} & (2) \end{cases} \quad (8.9-3)$$

式中  $H(\omega)$ ——消除码间干扰的总传输特性,它是设计前已经选定的。

应当注意,联立方程式(8.9-3)还有一个条件没有统一:方程(2)一般在  $t = t_0$  时刻抽样判决,而方程(1)我们已经知道(见 5.6 节)应在  $t = 0$  时刻抽样判决(这里只讨论数学意义而不考虑物理可实现问题)。为统一起见(统在  $t = 0$  的时刻上观察),我们把方程(2)

做必要的变换。由方程(2)可知,这时  $G_R(\omega)$  可看作网络  $G_T^*(\omega)$  与网络  $e^{-j\omega t_0}$  的级联。但对于后一网络而言,如果该网络在  $t = t_0$  时刻输出端有最大瞬时信噪比,则网络输入端在  $t = 0$  时刻也必有同样大的瞬时信噪比值。这是因为该网络的输入/输出噪声功率是一样的;对于信号,如果网络输出信号在  $t = t_0$  时刻有瞬时最大值,则该理想延迟网络(无失真,且传输系数为 1)的输入信号在  $t = 0$  时刻应有完全一样的瞬时最大值。这样,联合方程式(8.9-3)应该变为( $t = 0$  时刻抽样判决时)

$$\begin{cases} H(\omega) = G_T(\omega) G_R(\omega) \\ G_R(\omega) = G_T^*(\omega) \end{cases} \quad (8.9-4)$$

由此解得

$$|G_R(\omega)| = |H(\omega)|^{1/2}$$

满足上式的接收滤波器的相移特性是可以任意选择的。因而,选择一个适当的相移特性,总能使下式成立

$$G_R(\omega) = H^{1/2}(\omega) \quad (8.9-5)$$

这就是所要求的接收滤波器的特性。由上式和式(8.7-1)可得到发送滤波器的特性

$$G_T(\omega) = H^{1/2}(\omega) \quad (8.9-6)$$

下面我们来分析该最佳基带系统的噪声性能。系统的结构如图 8-26 所示。

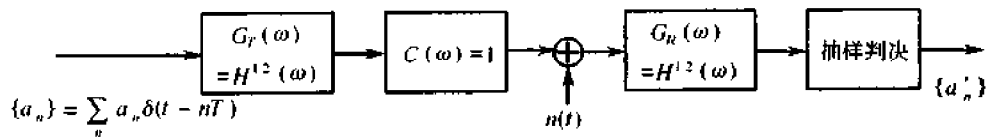


图 8-26 理想信道时佳基带系统的结构

设输入数据序列  $\{a_n\}$  有  $L$  种电平,且各电平出现概率相等,出现在不同码元时间的电平是相互独立的。如果令  $L$  种电平为  $\pm d, \pm 3d, \dots, \pm(L-1)d$ ,则该信号通过最佳基带系统后,在接收滤波器输出端的抽样脉冲高度也就是这  $L$  种电平。因此,判决电路的门限电平将设置在  $0, \pm 2d, \pm(L-2)d$ 。这样,在抽样时刻上,如果噪声的取值超过判决门限电平的距离  $d$ ,就将发生差错。不过,对于  $L$  个电平信号来说,最外边的两个电平只能各在一个方向出现错误。所以,这时的错误概率为

$$P_e = \left(1 - \frac{1}{L}\right) P[|\eta| > d] \quad (8.9-7)$$

式中  $P[|\eta| > d]$ ——接收滤波器输出噪声值超过  $d$  的概率。

为计算概率  $P[|\eta| > d]$ ,让我们来确定  $\eta$  值的统计特性。因为信道中存在的是功率谱密度为  $n_0/2$  的高斯白噪声,故通过接收滤波器的噪声也是高斯的,并且其功率即方差  $\sigma^2$  为

$$\sigma^2 = \frac{n_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G_R(\omega)|^2 d\omega = \frac{n_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H^{1/2}(\omega)|^2 d\omega = n_0/2 \quad (8.9-8)$$

这里已假设  $H(\omega)$  满足<sup>①</sup>

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega = 1$$

因此,可得噪声的一维概率密度为

$$f(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}\right)$$

于是

$$\begin{aligned} P(|\eta| > d) &= 2 \int_d^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}\right) d\eta = \\ &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{d/\sigma}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \end{aligned} \quad (8.9-9)$$

所以

$$P_e = 2\left(1 - \frac{1}{L}\right) \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{d/\sigma}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \right] \quad (8.9-10)$$

经变量代换后可得

$$P_e = \left(1 - \frac{1}{L}\right) \operatorname{erfc}\left[\frac{d}{\sqrt{2}\sigma}\right] \quad (8.9-11)$$

为了求得错误概率与信道中的基带信号码元的平均能量及噪声功率谱密度之间的关系,需要求出  $d$  与基带信号码元平均能量的关系。

假设输入的第  $k$  个数据为  $a_k$ , 则输送到信道的信号功率  $S_{ak}$  为

$$\begin{aligned} S_{ak} &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} [a_k g_T(t - kT)]^2 dt = \\ &= \frac{a_k^2}{T} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G_T(\omega)|^2 d\omega \right] = \\ &= \frac{a_k^2}{T} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \right] = \frac{a_k^2}{T} \end{aligned} \quad (8.9-12)$$

由于  $a_k$  有  $L$  种可能取值,故基带信号码元的平均功率  $S$  为

$$S = \frac{\overline{a_k^2}}{T}$$

式中  $\overline{a_k^2}$ ——输入第  $k$  个数据信号电平的均方值。故有

$$\overline{a_k^2} = \frac{2}{L} \sum_{i=1}^{L/2} [d(2i-1)]^2 = \frac{d^2}{3} (L^2 - 1) \quad (8.9-13)$$

因此,信号功率  $S$  即为

<sup>①</sup> 这是为了简化计算,对性能分析没有任何影响。



$$S = \frac{d^2}{3T}(L^2 - 1) \quad (8.9-14)$$

于是

$$d^2 = \frac{3ST}{L^2 - 1} = \frac{3E}{L^2 - 1} \quad (8.9-15)$$

式中  $E$ ——码元的平均能量。

将式(8.9-15)及式(8.9-8)代入式(8.9-11),可得

$$P_e = \left(1 - \frac{1}{L}\right) \operatorname{erfc} \left[ \left( \frac{3}{L^2 - 1} \cdot \frac{E}{n_0} \right)^{1/2} \right] \quad (8.9-16)$$

当  $L=2$  时,则有

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{E/n_0}) \quad (8.9-17)$$

式(8.9-16)就是理想信道下最佳基带系统的性能表示式。图 8-27 示出在  $L=2, 3, 4, 8, 16$  时的多电平基带传输的错误概率  $P_e$  与信噪比  $E/n_0$  的关系曲线。

### 8.9.2 非理想信道下的最佳基带系统

本节将讨论非理想信道 [ $C(\omega) \neq \text{常数}$ ] 的最佳基带系统的设计问题。由第 5 章的讨论知道,当信号通过特性不完善的信道时,一方面要遭受噪声的干扰,另一方面还将引起码间干扰。不言而喻,此时势必会造成系统错误概率的增加。然而,即便如此,如果我们确知或已测量得到信道特性  $C(\omega)$ ,并假设  $G_T(\omega)$  已给定,那么,我们仍然能够设计一个既能消除接收滤波器输出端在抽样时刻上的码间干扰,又使噪声引起的差错达到最小的基带系统。这种系统就称为非理想信道下的最佳基带系统。自然,它可作为所有  $C(\omega) \neq \text{常数}$  信道下的基带系统的一个性能上界。

设基带系统的总特性  $H(\omega)$  满足消除码间干扰的条件,即有

$$\sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right) = T_s \quad | \omega | \leq \frac{\pi}{T_s} \quad (8.9-18)$$

其中

$$H(\omega) = G_T(\omega)C(\omega)G_R(\omega) \quad (8.9-19)$$

我们假定  $G_T(\omega)C(\omega)$  已经确定,则为了使系统有最小错误概率,应要求由  $G_R(\omega)$  决定的接收系统是最佳的接收系统。根据前面讨论可知,  $G_R(\omega)$  输入端的基带波形取决于  $G_T(\omega)C(\omega)$ 。确切一点说,这时单个基带波形脉冲  $g_c(t)$  为

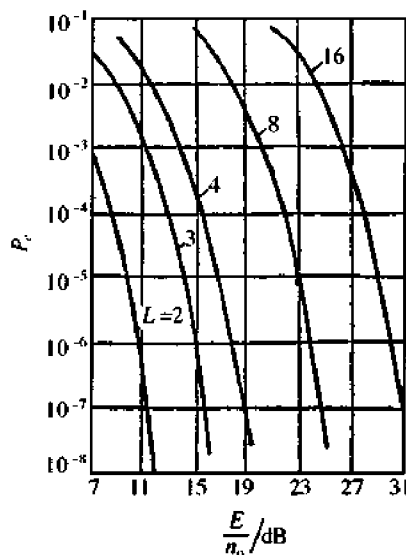


图 8-27 不同  $L$  时  $P_e$  与  $E/n_0$  的关系曲线

$$g_c(t) = f^{-1}[G_T(\omega)C(\omega)] \quad (8.9-20)$$

其频谱为

$$G_c(\omega) = G_T(\omega)C(\omega) \quad (8.9-21)$$

因此,当高斯白噪声出现在  $G_R(\omega)$  输入端时,为获得最佳接收,  $G_R(\omega)$  应包含有一个对信号匹配的滤波器  $G_R'(\omega)$ , 且

$$G_R'(\omega) = G_T^*(\omega)C^*(\omega) \quad (8.9-22)$$

但是,由于

$$G_T(\omega)C(\omega)G_R'(\omega) = |G_T(\omega)|^2|C(\omega)|^2 \quad (8.9-23)$$

不能恰好满足式(8.9-18)的要求,因而  $G_R'(\omega)$  网络的输出端不能保证在  $t = 0, T_s, \dots, KT_s, \dots$  上消除码间干扰。为此,根据 5.9 节关于横向滤波器的讨论可知,在  $G_R'(\omega)$  之后需要插入一个横向滤波器  $T(\omega)$ , 显然,由式(5.9-5)可知,此时的  $T(\omega)$  应有

$$T(\omega) = \frac{T_s}{\sum_i |G_T^{(i)}(\omega)|^2 |C^{(i)}(\omega)|^2} \quad (8.9-24)$$

其中

$$G_T^{(i)}(\omega) = G_T\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right)$$

$$C^{(i)}(\omega) = C\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right)$$

这里已利用式(8.9-23)的关系。

由此我们得到:非理想信道下的最佳基带系统结构可由图 8-28 组成。图中,最佳接收滤波器就是  $G_R(\omega)$ ,  $G_T^*(\omega)C^*(\omega)$  就是  $G_R'(\omega)$ 。这个最佳结构是很有指导意义的,因为实际的系统往往被它所概括。

最后指出,前面讨论的理想和非理想信道的两种最佳基带系统,均是定义在给定发送滤波器和信道特性的条件下,使系统达到既消除码间干扰又使噪声影响最小的意义上的。或者说,系统的最佳化是借助接收滤波器最佳化来实现的。但在理论上,系统的最佳化还可定义在发送滤波器最佳化,或者发送滤波器和接收滤波器联合最佳化的意义上。不过,分析表明<sup>[12]</sup>,讨论发送滤波器最佳化所得的结果与接收滤波器最佳化的结果几乎完全相同,而讨论发送滤波器和接收滤波器联合最佳化所得的结果,也不比接收机最佳化的结果有多大的改善。因此从工程观点看,研究接收滤波器最佳化是特别适宜的。

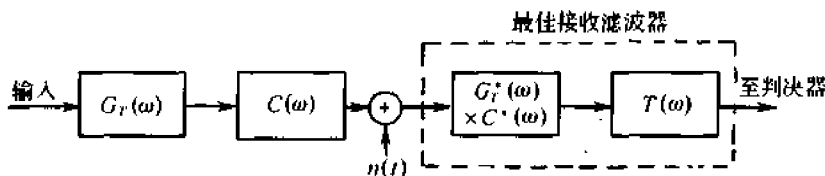


图 8-28 非理想信道下的最佳基带传输系统

## 思 考 题

- 8-1 在数字通信中,为什么说“最小差错概率准则”是最直观和最合理的准则?
- 8-2 什么是似然比准则?什么是最大似然准则?
- 8-3 什么是确知信号?什么是随相信号?什么是起伏信号?
- 8-4 二进制确知信号的最佳接收机结构如何?它是怎样得到的?
- 8-5 什么是二进制确知信号的最佳形式?
- 8-6 试述确知的二进制 PSF、FSK 及 ASK 信号的最佳接收机的误码性能有何不同?并加以解释。
- 8-7 验证图 8-6 中的  $P_e$  与  $A$  关系曲线的正确性(任取合适的三组数据来证明),并讨论  $P_e$  与先验概率  $P(s_1)$ 、 $P(s_2)$  之间的关系。
- 8-8 试述对于二进制随相信号最佳接收机结构的确定与二进制确知信号有何相同与不同?
- 8-9 如何才能使实际接收机的误码性能达到最佳接收机的水平?
- 8-10 什么是匹配滤波器?对于与矩形包络调制信号相匹配的滤波器的实现方法有哪些?它们各有什么特点?
- 8-11 声表面波匹配滤波器的原理如何?
- 8-12 相关器和匹配滤波器如何才能等效?
- 8-13 什么是最佳基带传输系统?
- 8-14 什么是理想信道?在理想信道下的最佳基带传输系统的结构具有什么特点?
- 8-15 什么是非理想信道?在该信道下的最佳基带传输系统的结构具有什么特点?

## 习 题

8-1 试构成先验等概的二进制确知 ASK(OOK)信号的最佳接收机结构。若非零信号的码元能量为  $E_b$  时,试求该系统的抗高斯白噪声的性能。

8-2 设二进制 FSK 信号为

$$\begin{cases} s_1(t) = A\sin\omega_1 t, 0 \leq t \leq T_s \\ s_2(t) = A\sin\omega_2 t, 0 \leq t \leq T_s \end{cases}$$

且  $\omega_1 = \frac{4\pi}{T_s}$ 、 $\omega_2 = 2\omega_1$ 、 $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  等可能出现:

- (1) 构成相关检测器形式的最佳接收机结构;
- (2) 画出各点可能的工作波形;
- (3) 若接收机输入高斯噪声功率谱密度为  $n_0/2$  (W/Hz), 试求系统的误码率。

8-3 在功率谱密度为  $n_0/2$  的高斯白噪声下,设计一个对图 P8-1 所示  $f(t)$  的匹配滤波器:

- (1) 如何确定最大输出信噪比的时刻;
- (2) 求匹配滤波器的冲激响应和输出波形,并绘出图形;
- (3) 求最大输出信噪比的值。

8-4 在图 P8-2(a)中,设系统输入  $s(t)$  及  $h_1(t)$ 、 $h_2(t)$  分别如图 P8-2(b)所示,试绘图解出  $h_1(t)$  及  $h_2(t)$  的输出波形,并说明  $h_1(t)$  及  $h_2(t)$  是否是  $s(t)$  的匹配滤波器。

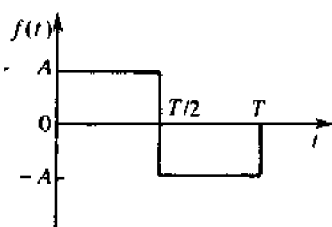


图 P8-1

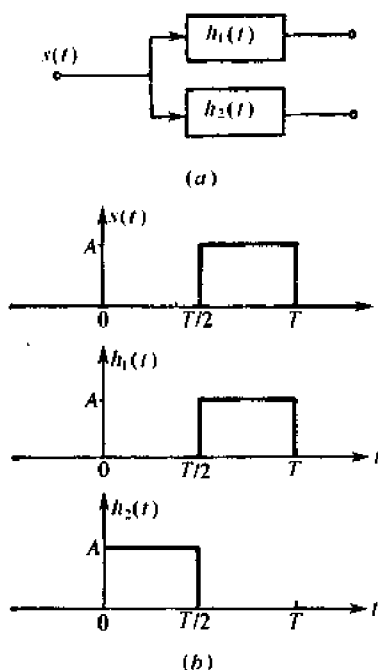


图 P8-2

8-5 设 2PSK 方式的最佳接收机与实际接收机有相同的输入信噪比  $E_b/n_0$ , 如果  $E_b/n_0 = 10\text{dB}$ , 普通接收机的带通滤波器带宽为  $6/T(\text{Hz})$ ,  $T$  是码元宽度, 则两种接收机的误码性能相差多少?

8-6 设到达接收机输入端的二进制信号码元  $s_1(t)$  及  $s_2(t)$  的波形如图 P8-3 所示, 输入高斯噪声功率谱密度为  $n_0/2(\text{W/Hz})$ :

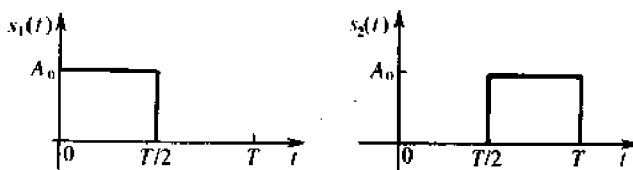


图 P8-3

- (1) 画出匹配滤波器形式的最佳接收机结构;
- (2) 确定匹配滤波器的单位冲激响应及可能的输出波形;
- (3) 求系统的误码率。

8-7 将 8-6 题中  $s_1(t)$  及  $s_2(t)$  改为如图 P8-4 所示的波形, 试重做上题。

8-8 在高斯白噪声下最佳接收二进制信号  $s_1(t)$  及  $s_2(t)$ , 这里

$$\begin{cases} s_1(t) = A \sin(\omega_1 t + \varphi_1), 0 < t < T \\ s_2(t) = A \sin(\omega_2 t + \varphi_2), 0 < t < T \end{cases}$$

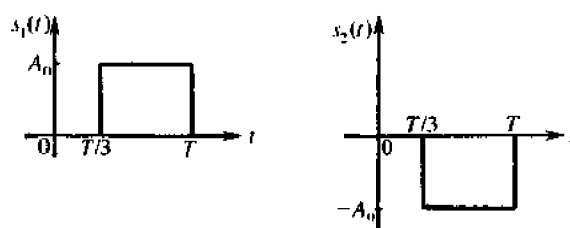


图 P8-4

式中,在  $(0, T)$  内  $\omega_1$  与  $\omega_2$  满足正交要求;  $\varphi_1$  及  $\varphi_2$  分别是服从均匀分布的随机变量:

- (1) 试构成匹配滤波器形式的最佳接收机结构;
- (2) 试用两种不同方法分析上述结构中抽样判决器输入信号样值的统计特性;
- (3) 求系统的误码率。

8-9 试画出 8-2 题和 8-8 题的性能曲线,并作讨论。

8-10 在图 8-20 中,如果  $N$  改为 3,其他条件维持不变,试画出图 8-18 的工作波形。

8-11 若理想信道基带系统的总特性满足下式

$$\sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right) = T_s, \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s}$$

信道高斯噪声的功率谱密度为  $n_0/2$  (W/Hz),信号的可能电平为  $L$ , 即  $0, 2d, \dots, 2(L-1)d$  等概出现:

- (1) 求接收滤波器输出噪声功率;
- (2) 求系统最小误码率。

## 第9章 差错控制编码

### 9.1 引言

由于数字信号在传输过程中受到干扰的影响,使信号码元波形变坏,故传输到接收端后可能发生错误判决。由信道中乘性干扰引起的码间干扰,通常可以采用均衡的办法纠正,而加性干扰的影响则要从其他途径解决。通常,在设计数字通信系统时,首先应从合理地选择调制制度、解调方法以及发送功率等方面考虑。若采取上述措施仍难以满足要求,则就要考虑采用本章所述的差错控制措施了。

从差错控制角度看,按加性干扰引起的错码分布规律的不同,信道可以分为三类,即随机信道、突发信道和混合信道。在随机信道中,错码的出现是随机的,且错码之间是统计独立的。例如,由正态分布白噪声引起的错码就具有这种性质。因此,当信道中加性干扰主要是这种噪声时,就称这种信道为随机信道。在突发信道中,错码是成串集中出现的,也就是说,在一些短促的时间区间内会出现大量错码,而在这些短促的时间区间之间却又存在较长的无错码区间。这种成串出现的错码称为突发错码。产生突发错码的主要原因之一是脉冲干扰,而信道中的衰落现象也是产生突发错码的另一主要原因。当信道中加性干扰主要是这种干扰时,便称这种信道为突发信道。我们把既存在随机错码又存在突发错码,且哪一种都不能忽略不计的信道,称为混合信道。对于不同类型的信道,应采用不同的差错控制技术。

差错控制方法,常用的有以下几种:

(1)检错重发法 接收端在收到的信码中检测出(发现)错码时,即设法通知发送端重发,直到正确收到为止。所谓检测出错码,是指在若干接收码元中知道有一个或一些是错的,但不一定知道该错码的准确位置。采用这种差错控制方法需要具备双向信道。

(2)前向纠错法 接收端不仅能在收到的信码中发现有错码,还能够纠正错码。对于二进制系统,如果能够确定错码的位置,就能够纠正它。这种方法不需要反向信道(传递重发指令),也不存在由于反复重发而延误时间,实时性好。但是纠错设备要比检错设备复杂。

(3)反馈校验法 接收端将收到的信码原封不动地转发回发送端,并与原发送信码相比较。如果发现错误,则发送端再进行重发。这种方法原理和设备都较简单,但需要有双向信道。因为每一信码都相当于至少传送了两次,所以传输效率较低。

上述三种差错控制方法可以结合使用,例如,检错和纠错结合使用。当出现少量错码并在接收端能够纠正时,即用前向纠错法纠正;当错码较多而超过纠正能力但尚能检测时,就用检错重发法。此外,在某些特定场合,可采用检错删除法,即接收端将其中存在错误的部分码元删除,不送给输出端。此法适用于信息内容有大量多余度或多次重复发送的场合。

在上述三种方法中,前两种方法的共同点都是在接收端识别有无错码。那么,接收端根据什么来识别呢?由于信息码元序列是一种随机序列,接收端是无法预知的(如果预先知道,就没有必要发送了),也无法识别其中有无错码。为了解决这个问题,可以由发送端的信道编码器在信息码元序列中增加一些监督码元。这些监督码和信码之间有一定的关系,使接收端可以利用这种关系由信道译码器来发现或纠正可能存在的错码。

在信息码元序列中加入监督码元就称为差错控制编码,有时也称为纠错编码。不同的编码方法,有不同的检错或纠错能力,有的编码只能检错,不能纠错。一般说来,付出的代价越大,检(纠)错的能力就越强。这里所说的代价,就是指增加的监督码元多少,它通常用多余度来衡量。例如,若编码序列中,平均每两个信息码元就有一个监督码元,则这种编码的多余度为  $1/3$ 。换一种说法,也可以说这种编码的编码效率为  $2/3$ 。可见,差错控制编码原则上是以降低信息传输速率为代价来换取传输可靠性的提高。本章的主要内容就是讨论各种常见的编码和解码方法。

为了使读者对于具有差错控制能力的传输系统的组成有个概念,在讨论纠错编码原理之前,先简要介绍一种检错重发系统——自动要求重发系统的组成。

自动要求重发系统通常简称为 ARQ 系统,其组成原理方框图如图 9-1 所示。这种系统中应有双向信道。在发送端,输入的信息码元在编码器中被分组编码(加入监督码元)后,除立即发送外,尚暂存于缓冲存储器中。若接收端解码器检出错码,则由解码器控制产生一重发指令,经反向信道送至原发送端。这时,由发送端重发控制器控制缓冲存储器重发一次。接收端仅当解码器认为接收信息码元正确时,才将信码送给收信者,否则在输出缓冲存储器中删除掉。当接收端解码器未发现错码时,经反向信道发出不需重发指令。发送端收到此指令后,即继续发送后一码组,发送端的缓冲存储器中的内容也随之更新。

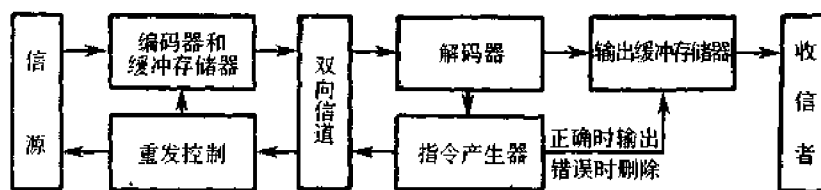


图 9-1 ARQ 系统组成方框图

ARQ 方式的主要优点是:(1)只需要少量的多余码元(一般为总码元的  $5\% \sim 20\%$ )就能获得极低的输出误码率;(2)要求使用的检错码基本上与信道的差错统计特性无关,也就是说,对各种信道的不同差错特性,有一定自适应能力;(3)其检错译码器与前向纠错法中的纠错译码器相比,成本和复杂性均低得多。这种方法的主要缺点是:(1)由于需要反向信道,故不能用于单向传输系统,也难以用于广播(一发多收)系统,并且实现重发控制比较复杂;(2)当信道干扰增大时,整个系统可能处在重发循环中,因而通信效率降低,甚至不能通信;(3)不大适于要求严格实时传输的系统。

## 9.2 纠错编码的基本原理

现在我们来讨论纠错编码的基本原理。为了便于理解,先通过一个例子来说明。一个由 3 位二进制数字构成的码组,共有 8 种不同的可能组合。若将其全部利用来表示天

气,则可以表示 8 种不同的天气,譬如:000(晴),001(云),010(阴),011(雨),100(雪),101(霜),110(雾),111(雹)。其中任一码组在传输中若发生一个或多个错码,则将变成另一信息码组。这时接收端将无法发现错误。

若在上述 8 种码组中只准许使用 4 种来传送信息,譬如:

000 = 晴

011 = 云

101 = 阴

110 = 雨

(9.2 - 1)

这时,虽然只能传送 4 种不同的天气,但是接收端却有可能发现码组中的一个错码。例如,若 000(晴)中错了一位,则接收码组将变成 100 或 010 或 001。这三种码组都是不准许使用的,称为禁用码组,故接收端在收到禁用码组时,就认为发现了错码。当发生三个错码时,000 变成 111,它也是禁用码组,故这种编码也能检测三个错码。但是这种码不能发现两个错码,因为发生两个错码后产生的是许用码组。

上述这种码只能检测错误,不能纠正错误。例如,当收到的码组为禁用码组 100 时,在接收端无法判断是哪一位码发生了错误,因为晴、阴、雨三者错了一位都可以变成 100。要想能纠正错误,还要增加多余度。例如,若规定许用码组只有两个:000(晴),111(雨),其余都是禁用码组。这时,接收端能检测两个以下错码,或能纠正一个错码。例如,当收到禁用码组 100 时,如果认为该码组中仅有 1 个错码,则可判断此错码发生在“1”位,从而纠正为 000(晴)。因为“雨”(111)发生任何一位错码都不会变成这种形式。若上述接收码组中的错码数认为不超过两个,则存在两种可能性:000 错一位和 111 错两位都可能变成 100,因而只能检测出存在错码而无法纠正它。

从上面的例子中可以得到关于“分组码”的一般概念。如果不要求检(纠)错,为了传输 4 种不同的信息,我们用两位码组就够了,它们是:00,01,10,11。

表 9-1

代表所传信息的这些两位码,称为信息位。在式(9.2-1)中使用了 3 位码,多增加的那位称为监督位。表 9-1 示出了这种情况。我们把这种将信息码分组,为每组信码附加若干监督码的编码集合,称为分组码。在分组码中,监督码元仅监督本码组中的信息码元。后面将讨论的卷积码的监督位就不具备这一特点。

	信 息 位	监 督 位
晴	00	0
云	01	1
阴	10	1
雨	11	0

分组码一般用符号 $(n, k)$ 表示,其中  $k$  是每组二进信息码元的数目,  $n$  是编码组的总位数,又称为码组长度(码长),  $n - k = r$  为每码组中的监督码元数目,或称监督位数目。通常,将分组码规定为具有如图 9-2 所示的结构。图中前面  $k$  位 $(a_{n-1} \dots a_r)$ 为信息位,

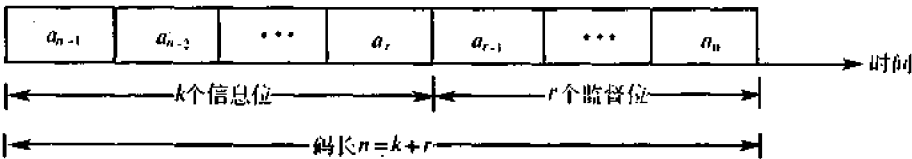


图 9-2 分组码的结构



后面附加  $r$  个监督位  $(a_{r+1} \cdots a_n)$ 。在式(9.2-1)的分组码中  $n=3, k=2, r=1$ 。

在分组码中,我们把“1”的数目称为码组的重量,而把两个码组对应位上数字不同的位数称为码组的距离,简称码距,又称汉明(Hamming)距离。式(9.2-1)中4个码组之间,任两个的距离均为2。我们把某种编码中各个码组间距离的最小值称为最小码距( $d_0$ ),例如,按式(9.2-1)编码的最小码距  $d_0=2$ 。

对于  $n=3$  的编码组,可以在三维空间中说明码距的几何意义。如前所述,3位的码共有8种不同的可能码组。因此,在3维空间中它们分别位于一个单位立方体的各顶点上,如图9-3所示。每一码组的3个码元的值( $a_2, a_1, a_0$ )就是此立方体各顶点的坐标,而上述码距概念在此图中则对应于各顶点之间沿立方体各边行走的几何距离。由此图可以直观看出,式(9.2-1)中4个许用码组之间的距离均为2。

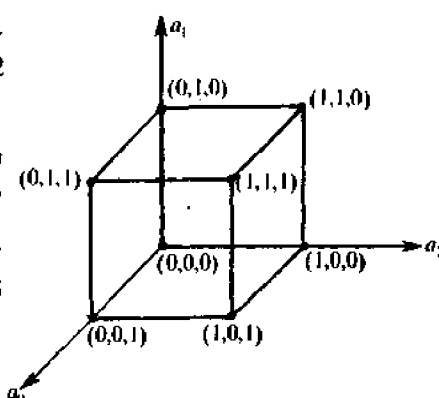


图9-3 码距的几何意义

一种编码的最小码距  $d_0$  的大小直接关系着这种编码的检错和纠错能力。下面我们将具体加以说明。

(1)为检测  $e$  个错码,要求最小码距

$$d_0 \geq e + 1 \quad (9.2-2)$$

这可以用图9-4(a)简单证明如下:设一码组  $A$  位于0点。若码组  $A$  中发生一位错码,则可以认为  $A$  的位置将移动至以0点为圆心、以1为半径的圆上某点,但其位置不会超出此圆;若码组  $A$  中发生两位错码,则其位置不会超出以0点为圆心、以2为半径的圆。因此,只要最小码距不小于3(如图中  $B$  点),在此半径为2的圆上及圆内就不会有其他码组。这就是说,码组  $A$  发生两位以下错码时,不可能变成另一任何许用码组。因而能检测错码的位数等于2。同理,若一种编码的最小码距为  $d_0$ ,则将能检测  $(d_0 - 1)$  个错码;反之,若要求检测  $e$  个错码,则最小码距  $d_0$  至少应不小于  $(e + 1)$ 。例如,式(9.2-1)中的编码,由于  $d_0=2$ ,故按式(9.2-2)它只能检测1位错码。

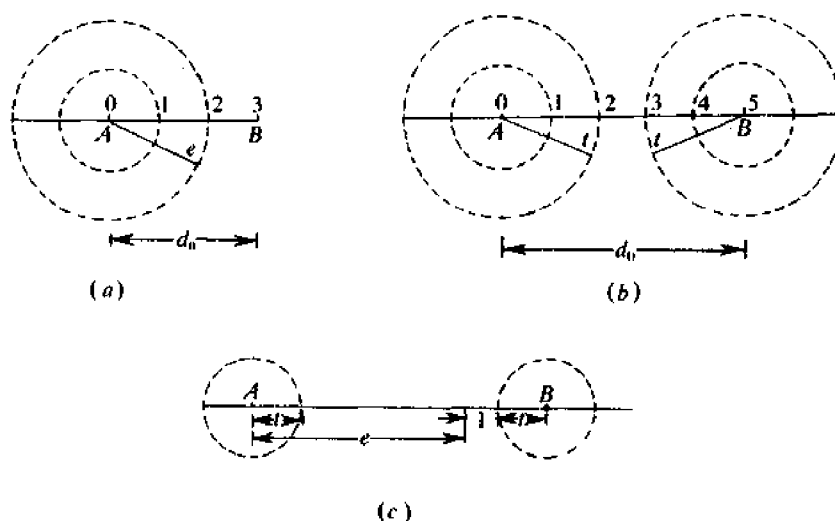


图9-4 码距与检错和纠错能力的关系

(2)为纠正  $t$  个错码,要求最小码距

$$d_0 \geq 2t + 1 \quad (9.2-3)$$

上式可用图 9-4(b)来加以说明。图中画出码组  $A$  和  $B$  的距离为 5。码组  $A$  或  $B$  若发生不多于两位错码,则其位置均不会超出以原位置为圆心,以 2 为半径的圆。由于这两个圆的面积是不重叠的,故可以这样判决:若接收码组落于以  $A$  为圆心的圆上,就判决收到的是码组  $A$ ;若落于以  $B$  为圆心的圆上,就判决为码组  $B$ 。这样,就能够纠正两位错码。若这种编码中除码组  $A$  和  $B$  外,还有许多种不同码组,但任两码组之间的码距均不小于 5,则以各码组的位置为中心、以 2 为半径画出的圆都不会互相重叠。这样,每种码组如果发生不超过两位错码都将能纠正。因此,当最小码距  $d_0 = 5$  时,能够纠正两个错码,且最多能纠正 2 个。若错码达到 3 个,就将落于另一圆上,从而发生错判。故一般说来,为纠正  $t$  个错码,最小码距应不小于  $(2t + 1)$ 。

(3)为纠正  $t$  个错码,同时检测  $e$  个错码,要求最小码距

$$d_0 \geq e + t + 1 \quad (e > t) \quad (9.2-4)$$

在解释此式之前,先来说明什么是“纠正  $t$  个错码,同时检测  $e$  个错码”(简称纠检结合)。在某些情况下,要求对于出现较频繁但错码数很少的码组,按前向纠错方式工作,以节省反馈重发时间;同时又希望对一些错码数较多的码组,在超过该码的纠错能力后,能自动按检错重发方式工作,以降低系统的总误码率。这种工作方式就是“纠检结合”。

在上述“纠检结合”系统中,差错控制设备按照接收码组与许用码组的距离自动改变工作方式。若接收码组与某一许用码组间的距离在纠错能力  $t$  范围内,则将按纠错方式工作;若与任何许用码组间的距离都超过  $t$ ,则按检错方式工作。现用图 9-4(c)来加以说明。若设码的检错能力为  $e$ ,则当码组  $A$  中存在  $e$  个错码时,该码组与任一许用码组(例如图中码组  $B$ )的距离至少应有  $t + 1$ ,否则将进入许用码组  $B$  的纠错能力范围内,而被错纠为  $B$ 。这样就要求最小码距满足式(9.2-4)所示的条件。

下面我们再用图 9-4(b)为例来说明,此例中的最小码距  $d_0 = 5$ 。在按检错方式工作时,由式(9.2-2)可知,它的检错能力为  $e = 4$ ;在按纠错方式工作时,由式(9.2-3)可知,它的纠错能力  $t = 2$ 。但在按纠检结合方式工作时,若设计的纠错能力  $t = 1$ ,则同时只能具有检错能力  $e = 3$ 。因为当许用码组  $A$  中出现 4 个错码时,接收码组将落入另一许用码组的纠错能力范围内,从而转为按纠错方式工作并错纠为  $B$  了。

在简要讨论编码的纠(检)错能力之后,现在转过来分析采用差错控制编码的效用。

假设在随机信道中发送“0”时的错误概率和发送“1”时的相等,都等于  $p$ ,且  $p \ll 1$ ,则容易证明,在码长为  $n$  的码组中恰好发生  $r$  个错码的概率为

$$P_n(r) = C_n^r p^r (1-p)^{n-r} \approx \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r \quad (9.2-5)$$

例如,当码长  $n = 7$ ,  $p = 10^{-3}$  时,则有

$$P_7(1) \approx 7p = 7 \cdot 10^{-3}$$

$$P_7(2) \approx 21p^2 = 2.1 \cdot 10^{-5}$$

$$P_7(3) \approx 35p^3 = 3.5 \cdot 10^{-8}$$

可见,采用差错控制编码,即使仅能纠正(或检测)这种码组中 1~2 个错误,也可以使误码率下降几个数量级。这就表明,即使是较简单的差错控制编码也具有较大实际应用价值。

不过,在突发信道中,由于错码是成串集中出现的,故上述仅能纠正码组中1~2个错码的编码,其效用就不像在随机信道中那样显著了。

### 9.3 常用的简单编码

让我们先介绍几种常用的简单编码,这些编码都属于分组码一类,而且是行之有效的。

#### 1. 奇偶监督码

奇偶监督码可分为奇数监督码和偶数监督码两种,两者的原理相同。在偶数监督码中,无论信息位有多少,监督位只有一位,它使码组中“1”的数目为偶数,即满足下式条件

$$a_{n-1} \oplus a_{n-2} \oplus \cdots \oplus a_0 = 0 \quad (9.3-1)$$

式中  $a_0$  为监督位,其他为信息位。表9-1中的编码,就是按照这种规则加入监督位的。这种码能够检测奇数个错码。在接收端,按照式(9.3-1)将码组中各码元相加(模2),若结果为“1”就说明存在错码,为“0”就认为无错。

奇数监督码与其相似,只不过其码组中“1”的数目为奇数,即满足条件

$$a_{n-1} \oplus a_{n-2} \oplus \cdots \oplus a_0 = 1 \quad (9.3-2)$$

且其检错能力与偶数监督码一样。

#### 2. 二维奇偶监督码

二维奇偶监督码又称方阵码。它是把上述奇偶监督码的若干码组排列成矩阵,每一码组写成一列,然后再按列的方向增加第二维监督位,如图9-5所示。图中  $a_0^1 a_0^2 \cdots a_0^m$  为  $m$  行奇偶监督码中的  $m$  个监督位;  $c_{n-1} c_{n-2} \cdots c_0$  为按列进行第二次编码所增加的监督位,它们构成了一监督位行。

$$\begin{array}{cccc} a_{n-1}^1 & a_{n-2}^1 \cdots a_1^1 & a_0^1 \\ a_{n-1}^2 & a_{n-2}^2 \cdots a_1^2 & a_0^2 \\ \cdots \cdots \cdots & \cdots \cdots \cdots & \cdots \cdots \cdots \\ a_{n-1}^m & a_{n-2}^m \cdots a_1^m & a_0^m \\ c_{n-1} & c_{n-2} \cdots c_1 & c_0 \end{array}$$

图9-5 二维奇偶监督码

这种码有可能检测偶数个错误。因为每行的监督位  $a_0^1 \cdots a_0^m$  虽然不能用于检测本行中的偶数个错码,但按列的方向有可能由  $c_{n-1} \cdots c_0$  等监督位检测出来。有一些偶数错码不可能检测出,例如,构成矩形的4个错码就检测不出,譬如图9-5中的  $a_{n-2}^2, a_1^2, a_{n-2}^m, a_1^m$ 。

这种二维奇偶监督码适于检测突发错码。因为这种突发错码常常成串出现,随后有较长一段无错区间,所以在某一行中出现多个奇数或偶数错码的机会较多,而这种方阵码正适于检测这类错码。前述的一维奇偶监督码一般只适于检测随机错误。

由于方阵码只是对构成矩形四角的错码无法检测,故其检错能力较强。一些试验测量表明,这种码可使误码率降至原误码率的百分之一到万分之一。

二维奇偶监督码不仅可用来检错,还可用来纠正一些错码。例如,当码组中仅在一行中有奇数个错误时,则能够确定错码位置,从而纠正它。

#### 3. 恒比码

在恒比码中,每个码组均含有相同数目的“1”(和“0”)。由于“1”的数目与“0”的数目

之比保持恒定,故得此名。这种码在检测时,只要计算接收码组中“1”的数目是否对,就知道有无错误。

在我国用电传机传输汉字电码时,每个汉字用4位阿拉伯数字表示,而每个阿拉伯数字又用5位二进制符号构成的码组表示。每个码组的长度为5,其中恒有3个“1”,称为“5中取3”恒比码。这时可能编成的不同码组数目等于从5中取3的组合数  $C_3^5 = 5! / (3! 2!) = 10$ 。这10种许用码组恰好可用来表示10个阿拉伯数字,如表9-2所列的“保护电码”。表中还列入了过去通用的5单元国际电码中这10个阿拉伯数字的电码,以作比较。在老的国际电码中,数字“1”和“2”之间,“5”和“9”之间,“7”和“8”之间,“8”和“0”之间等等,码距都为1,容易出错。而在保护电码中,由于长度为5的码组共有  $2^5 = 32$ 种,除10种许用码组外,还有22种禁用码组,其多余度较高,实际使用经验表明,它能使差错减至原来的十分之一左右。具体来说,这种编码能够检测码组中所有奇数个码元的错误及部分偶数个码元错误,但不能检测码组中“1”变为“0”与“0”变为“1”的错码数目相同的那些偶数错码。

表 9-2

阿拉伯数字	保护电码	国际电码	阿拉伯数字	保护电码	国际电码
1	01011	11101	6	10101	10101
2	11001	11001	7	11100	11100
3	10110	10000	8	01110	01100
4	11010	01010	9	10011	00011
5	00111	00001	0	01101	01101

在国际无线电报通信中,广泛采用的是“7中取3”恒比码,这种码组中规定总是有3个“1”。因此,共有  $7! / (3! 4!) = 35$ 种许用码组,它们可用来代表26个英文字母及其他符号。

恒比码的主要优点是简单和适于用来传输电传机或其他键盘设备产生的字母和符号。对于信源来的二进随机数字序列,这种码就不适合使用了。

#### 4. 正反码

正反码是一种简单的能够纠正错码的编码。其中的监督位数与信息位数相同,监督码元与信息码元相同(是信息码的重复)或者相反(是信息码的反码),则由信息码中“1”的个数而定。现以电报通信中常用的5单元电码为例来加以说明。

电报通信用的正反码的码长  $n = 10$ ,其中信息位  $k = 5$ ,监督位  $r = 5$ 。其编码规则为:(1)当信息位中有奇数个“1”时,监督位是信息位的简单重复;(2)当信息位有偶数个“1”时,监督位是信息位的反码。例如,若信息位为11001,则码组为1100111001;若信息位为10001,则码组为1000101110。

接收端解码的方法为:先将接收码组中信息位和监督位按位模2相加,得到一个5位的合成码组,然后,由此合成码组产生一校验码组。若接收码组的信息位中有奇数个“1”,则合成码组就是校验码组;若接收码组的信息位中有偶数个“1”,则取合成码组的反码作为校验码组。最后,观察校验码组中“1”的个数,按表9-3进行判决及纠正可能发现的错码。

表 9-3

	校验码组的组成	错 码 情 况
1	全为“0”	无 错 码
2	有 4 个“1”1 个“0”	信息码中有一位错码,其位置对应校验码组中“0”的位置
3	有 4 个“0”1 个“1”	监督码中有一位错码,其位置对应校验码组中“1”的位置
4	其他组成	错码多于 1 个

例如,发送码组为 1100111001,接收码组中无错码,则合成码组应为  $11001 \oplus 11001 = 00000$ 。由于接收码组信息位中有奇数个“1”,所以校验码组就是 00000。按表 9-3 判决,结论是无错码。若传输中产生了差错,使接收码组变成 1000111001,则合成码组为  $10001 \oplus 11001 = 01000$ 。由于接收码组中信息位有偶数个“1”,所以校验码组应取合成码组的反码,即 10111。由于其中有 4 个“1”,1 个“0”,按表 9-3 判断信息位中左边第二位为错码。若接收码组错成 1100101001,则合成码组变成  $11001 \oplus 01001 = 10000$ 。由于接收码组中信息位有奇数个“1”,故校验码组就是 10000,按表 9-3 判断,监督位中第一位为错码。最后,若接收码组为 1001111001,则合成码组为  $10011 \oplus 11001 = 01010$ ,校验码组与其相同,按表 9-3 判断这时错码多于一个。

上述这种长度为 10 的正反码具有纠正一位错码的能力,并能检测全部两位以下的错码和大部分两位以上的错码。

## 9.4 线性分组码

从上节介绍的一些简单编码可以看出,每种编码所依据的原理各不相同,而且是大不相同,其中奇偶监督码的编码原理利用了代数关系式。我们把这类建立在代数学基础上的编码称为代数码。在代数码中,常见的是线性码。线性码中信息位和监督位是由一些线性代数方程联系着的,或者说,线性码是按一组线性方程构成的。本节将以汉明(Hamming)码为例引入线性分组码的一般原理。

上述正反码中,为了能够纠正一位错码,使用的监督位数和信息位一样多,即编码效率只有 50%。那么,为了纠正一位错码,在分组码中最少要增加多少监督位才行呢?编码效率能否提高呢?从这种思想出发进行研究,便导致汉明码的诞生。汉明码是一种能够纠正一位错码且编码效率较高的线性分组码。下面我们介绍汉明码的构造原理。

我们先来回顾一下按式(9.3-1)条件构成的偶数监督码。由于使用了一位监督位  $a_0$ ,故它就能和信息位  $a_{n-1} \dots a_1$  一起构成一个代数式,如式(9.3-1)所示。在接收端解码时,实际上就是在计算

$$S = a_{n-1} \oplus a_{n-2} \oplus \dots \oplus a_0 \quad (9.4-1)$$

若  $S = 0$ ,就认为无错;若  $S = 1$ ,就认为有错。式(9.4-1)称为监督关系式, $S$ 称为校正子。由于校正子  $S$  的取值只有这样两种,它就只能代表有错和无错这两种信息,而不能指出错码的位置。不难推想,如果监督位增加一位,即变成两位,则能增加一个类似于式(9.4-1)的监督关系式。由于两个校正子的可能值有 4 种组合:00,01,10,11,故能表示 4 种不

同信息。若用其中一种表示无错,则其余 3 种就有可能用来指示一位错码的 3 种不同位置。同理, $r$  个监督关系式能指示一位错码的  $(2^r - 1)$  个可能位置。

一般说来,若码长为  $n$ ,信息位数为  $k$ ,则监督位数  $r = n - k$ 。如果希望用  $r$  个监督位构造出  $r$  个监督关系式来指示一位错码的  $n$  种可能位置,则要求

$$2^r - 1 \geq n \text{ 或 } 2^r \geq k + r + 1 \quad (9.4 - 2)$$

下面我们通过一个例子来说明如何具体构造这些监督关系式。

设分组码  $(n, k)$  中  $k = 4$ 。为了纠正一位错码。由式(9.4-2)可知,要求监督位数  $r \geq 3$ 。若取  $r = 3$ ,则  $n = k + r = 7$ 。我们用  $a_6 a_5 \cdots a_0$  表示这 7 个码元,用  $S_1, S_2, S_3$  表示三个监督关系式中的校正子,则  $S_1 S_2 S_3$  的值与错码位置的对应关系可以规定如表 9-4 (自然,我们也可以规定成另一种对应关系,这不影响讨论的一般性)所列。

表 9-4

$S_1 S_2 S_3$	错码位置	$S_1 S_2 S_3$	错码位置
001	$a_0$	101	$a_4$
010	$a_1$	110	$a_5$
100	$a_2$	111	$a_6$
011	$a_3$	000	无 错

由表中规定可见,仅当一错码位置在  $a_2, a_4, a_5$  或  $a_6$  时,校正子  $S_1$  为 1;否则  $S_1$  为 0。这就意味着  $a_2, a_4, a_5$  和  $a_6$  四个码元构成偶数监督关系

$$S_1 = a_6 \oplus a_5 \oplus a_4 \oplus a_2 \quad (9.4 - 3)$$

同理,  $a_1, a_3, a_5$  和  $a_6$  构成偶数监督关系

$$S_2 = a_6 \oplus a_5 \oplus a_3 \oplus a_1 \quad (9.4 - 4)$$

以及  $a_0, a_3, a_4$  和  $a_6$  构成偶数监督关系

$$S_3 = a_6 \oplus a_4 \oplus a_3 \oplus a_0 \quad (9.4 - 5)$$

在发送端编码时,信息位  $a_6, a_5, a_4$  和  $a_3$  的值决定于输入信号,因此它们是随机的。监督位  $a_2, a_1$  和  $a_0$  应根据信息位的取值按监督关系来确定,即监督位应使上三式中  $S_1, S_2$  和  $S_3$  的值为零(表示编成的码组中应无错码)

$$\begin{cases} a_6 \oplus a_5 \oplus a_4 \oplus a_2 = 0 \\ a_6 \oplus a_5 \oplus a_3 \oplus a_1 = 0 \\ a_6 \oplus a_4 \oplus a_3 \oplus a_0 = 0 \end{cases} \quad (9.4 - 6)$$

由上式经移项运算,解出监督位

$$\begin{cases} a_2 = a_6 \oplus a_5 \oplus a_4 \\ a_1 = a_6 \oplus a_5 \oplus a_3 \\ a_0 = a_6 \oplus a_4 \oplus a_3 \end{cases} \quad (9.4 - 7)$$

给定信息位后,可直接按上式算出监督位,其结果如表 9-5 所列。

表 9-5

信 息 位	监 督 位	信 息 位	监 督 位
$a_6 a_5 a_4 a_3$	$a_2 a_1 a_0$	$a_6 a_5 a_4 a_3$	$a_2 a_1 a_0$
0000	000	1000	111
0001	011	1001	100
0010	101	1010	010
0011	110	1011	001
0100	110	1100	001
0101	101	1101	010
0110	011	1110	100
0111	000	1111	111

接收端收到每个码组后,先按式(9.4-3)~式(9.4-5)计算出  $S_1$ ,  $S_2$  和  $S_3$ ,再按表 9-4 判断错码情况。例如,若接收码组为 000011,按式(9.4-3)~式(9.4-5)计算可得:  $S_1 = 0$ ,  $S_2 = 1$ ,  $S_3 = 1$ 。由于  $S_1 S_2 S_3$  等于 011,故根据表 9-4 可知在  $a_3$  位有一错码。

按上述方法构造的码称为汉明码。表 9-5 中所列的(7,4)汉明码的最小码距  $d_0 = 3$ ,因此,根据式(9.2-2)和式(9.2-3)可知,这种码能纠正一个错码或检测两个错码。由式(9.4-2)可知,汉明码的编码效率等于  $k/n = (2^r - 1 - r)/(2^r - 1) = 1 - r/(2^r - 1) = 1 - r/n$ 。当  $n$  很大时,则编码效率接近 1。可见,汉明码是一种高效码。

现在我们来讨论线性分组码的一般原理。上面已经提到,线性码是指信息位和监督位满足一组线性方程的码。式(9.4-6)就是这样一组线性方程的例子。现在将它改写成

$$\begin{cases} 1 \cdot a_6 + 1 \cdot a_5 + 1 \cdot a_4 + 0 \cdot a_3 + 1 \cdot a_2 + 0 \cdot a_1 + 0 \cdot a_0 = 0 \\ 1 \cdot a_6 + 1 \cdot a_5 + 0 \cdot a_4 + 1 \cdot a_3 + 0 \cdot a_2 + 1 \cdot a_1 + 0 \cdot a_0 = 0 \\ 1 \cdot a_6 + 0 \cdot a_5 + 1 \cdot a_4 + 1 \cdot a_3 + 0 \cdot a_2 + 0 \cdot a_1 + 1 \cdot a_0 = 0 \end{cases} \quad (9.4-8)$$

上式中已将“ $\oplus$ ”简写为“+”。在本章后面,除非另加说明,这类式中的“+”都指模 2 加。式(9.4-8)可以表示成如下矩阵形式

$$\begin{bmatrix} 1110100 \\ 1101010 \\ 1011001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_6 \\ a_5 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \pmod{2} \quad (9.4-9)$$

上式还可以简记为

$$H \cdot A^T = O^T \text{ 或 } A \cdot H^T = 0 \quad (9.4-10)$$

其中



$$H = \begin{bmatrix} 1110100 \\ 1101010 \\ 1011001 \end{bmatrix}$$

$$A = [a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0]$$

$$O = [000]$$

右上标“T”表示将矩阵转置。例如  $H^T$  是  $H$  的转置, 即  $H^T$  的第一行为  $H$  的第一列,  $H^T$  的第二行为  $H$  的第二列等等。

我们将  $H$  称为监督矩阵。只要监督矩阵  $H$  给定, 编码时监督位和信息位的关系就完全确定了。由式(9.4-8)、式(9.4-9)都可看出,  $H$  的行数就是监督关系式的数目, 它等于监督位的数目  $r$ 。 $H$  的每行中“1”的位置表示相应码元之间存在的监督关系。例如  $H$  的第一行 1110100 表示监督位  $a_2$  是由信息位  $a_6 a_5 a_4$  之和决定的。式(9.4-9)中的  $H$  矩阵可以分成两部分

$$H = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1110 & 100 \\ 1101 & 010 \\ 1011 & 001 \end{array} \right] = [PI_r] \quad (9.4-11)$$

式中  $P$  为  $r \times k$  阶矩阵,  $I_r$  为  $r \times r$  阶单位方阵。我们将具有  $[PI_r]$  形式的  $H$  矩阵称为典型阵。

由代数理论可知,  $H$  矩阵的各行应该是线性无关的, 否则将得不到  $r$  个线性无关的监督关系式, 从而也得不到  $r$  个独立的监督位。若一矩阵能写成典型阵形式  $[PI_r]$ , 则其各行一定是线性无关的。因为容易验证  $[I_r]$  的各行是线性无关的, 故  $[PI_r]$  的各行也是线性无关的。

类似于式(9.4-6)改变成式(9.4-9)中矩阵形式那样, 式(9.4-7)也可以改写成

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1110 \\ 1101 \\ 1011 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_6 \\ a_5 \\ a_4 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (9.4-12)$$

或者

$$[a_2 a_1 a_0] = [a_6 a_5 a_4 a_3] \begin{bmatrix} 111 \\ 110 \\ 101 \\ 011 \end{bmatrix} = [a_6 a_5 a_4 a_3] Q \quad (9.4-13)$$

式中  $Q$  为一  $k \times r$  阶矩阵, 它为  $P$  的转置, 即

$$Q = P^T \quad (9.4-14)$$

式(9.4-13)表明, 信息位给定后, 用信息位的行矩阵乘矩阵  $Q$  就产生出监督位。

我们将  $Q$  的左边加上一  $k \times k$  阶单位方阵就构成一矩阵  $G$

$$G = [I_k Q] = \begin{bmatrix} 1000111 \\ 0100110 \\ 0010101 \\ 0001011 \end{bmatrix} \quad (9.4-15)$$



$G$  称为生成矩阵, 因为由它可以产生整个码组, 即有

$$[a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0] = [a_6 a_5 a_4 a_3] \cdot G \quad (9.4-16)$$

或者

$$A = [a_6 a_5 a_4 a_3] \cdot G \quad (9.4-17)$$

因此, 如果找到了码的生成矩阵  $G$ , 则编码的方法就完全确定了。具有  $[I_k Q]$  形式的生成矩阵称为典型生成矩阵。由典型生成矩阵得出的码组  $A$  中, 信息位不变, 监督位附加于其后, 这种码称为系统码。

比较式(9.4-11)和(9.4-15)可见, 典型监督矩阵  $H$  和典型生成矩阵  $G$  之间由式(9.4-14)相联系。

与  $H$  矩阵相似, 我们也要求  $G$  矩阵的各行是线性无关的。因为由式(9.4-17)可以看出, 任一码组  $A$  都是  $G$  的各行的线性组合。 $G$  共有  $k$  行, 若它们线性无关, 则可组合出  $2^k$  种不同的码组  $A$ , 它恰是有  $k$  位信息位的全部码组; 若  $G$  的各行有线性相关的, 则不可能由  $G$  生成  $2^k$  种不同码组了。实际上,  $G$  的各行本身就是一个码组。因此, 如果已有  $k$  个线性无关的码组, 则可以用其作为生成矩阵  $G$ , 并由它生成其余的码组。

一般说来, 式(9.4-17)中  $A$  为一  $n$  列的行矩阵。此矩阵的  $n$  个元素就是码组中的  $n$  个码元, 所以发送的码组就是  $A$ 。此码组在传输中可能由于干扰引入差错, 故接收码组一般说来与  $A$  不一定相同。若设接收码组为一  $n$  列的行矩阵  $B$ , 即

$$B = [b_{n-1} b_{n-2} \cdots b_0] \quad (9.4-18)$$

则发送码组和接收码组之差为

$$B - A = E (\text{模 } 2) \quad (9.4-19)$$

它就是传输中产生的错码行矩阵

$$E = [e_{n-1} e_{n-2} \cdots e_0] \quad (9.4-20)$$

其中

$$e_i = \begin{cases} 0, & \text{当 } b_i = a_i \\ 1, & \text{当 } b_i \neq a_i \end{cases}$$

因此, 若  $e_i = 0$ , 表示该位接收码元无错; 若  $e_i = 1$ , 则表示该位接收码元有错。式(9.4-19)也可以改写成

$$B = A + E \quad (9.4-21)$$

例如, 若发送码组  $A = [1000111]$ , 错码矩阵  $E = [0000100]$ , 则接收码组  $B = [1000011]$ 。错码矩阵有时也称为错误图样。

接收端译码时, 可将接收码组  $B$  代入式(9.4-10)中计算。若接收码组中无错码, 即  $E = 0$ , 则  $B = A + E = A$ , 把它代入式(9.4-10)后, 该式仍成立, 即有

$$B \cdot H^T = 0 \quad (9.4-22)$$

当接收码组有错时,  $E \neq 0$ , 将  $B$  代入式(9.4-10)后, 该式不一定成立。在错码较多, 已超过这种编码的检错能力时,  $B$  变为另一许用码组, 则式(9.4-22)仍能成立。这样的错码是不可检测的。在未超过检错能力时, 上式不成立, 即其右端不等于零。假设这时式(9.4-22)的右端为  $S$ , 即

$$B \cdot H^T = S \quad (9.4-23)$$

将  $B = A + E$  代入式(9.4-23)中,可得

$$S = (A + E)H^T = A \cdot H^T + EH^T$$

由式(9.4-10)知  $A \cdot H^T = 0$ , 所以

$$S = EH^T \quad (9.4-24)$$

式中  $S$  称为校正子。它与式(9.4-1)中的  $S$  相似,有可能利用它来指示错码位置。这一点可以直接从式(9.4-24)中看出,式中  $S$  只与  $E$  有关,而与  $A$  无关,这就意味着  $S$  与错码  $E$  之间有确定的线性变换关系。若  $S$  和  $E$  之间一一对应,则  $S$  将能代表错码的位置。

线性码有一个重要性质,就是它具有封闭性。所谓封闭性,是指一种线性码中的任意两个码组之和仍为这种码中的一个码组。这就是说,若  $A_1$  和  $A_2$  是一种线性码中的两个许用码组,则  $(A_1 + A_2)$  仍为其中的一个码组。这一性质的证明很简单,若  $A_1, A_2$  为码组,则按式(9.4-10)有

$$A_1 \cdot H^T = 0, A_2 \cdot H^T = 0$$

将上两式相加,可得

$$A_1 \cdot H^T + A_2 \cdot H^T = (A_1 + A_2) \cdot H^T = 0 \quad (9.4-25)$$

所以  $(A_1 + A_2)$  也是一码组。读者不难利用表 9-5 验证这一结论。既然线性码具有封闭性,因而两个码组之间的距离必是另一码组的重量。故码的最小距离即是码的最小重量(除全“0”码组外)。

线性码又称群码,这是由于线性码的各许用码组构成代数学中的群<sup>①</sup>。

## 9.5 循环码

### 9.5.1 循环码原理

在线性分组码中,有一种重要的码称为循环码。它是在严密的代数学理论上建立起来的。这种码的编码和解码设备都不太复杂,且检(纠)错的能力较强,目前在理论上和实践上都有了较大的发展。循环码除了具有线性码的一般性质外,还具有循环性,即循环码中任一码组循环一位(将最右端的码元移至左端,或反之)以后,仍为该码中的一个码组。在表 9-6 中给出一种(7,3)循环码的全部码组。由此表可以直观看出这种码的循环性。例如,表中的第 2 码组向右移一位即得到第 5 码组;第 6 码组向右移一位即得到第 7 码组。一般来说,若  $(a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_0)$  是一个循环码组,则

① 在代数学中,将某种集合称为群,若此集合中的元素对于一种运算满足下列四个条件:

- (1) 封闭性——集合中任两元素经此运算后得到的仍为该集合中的元素;
- (2) 有单位元素——单位元素是指集合中的某一元素,它与集合中任一元素运算后仍等于后者;
- (3) 有逆元素——集合中任一元素与某一元素运算后能得到单位元素,则称该二元素互为逆元素;
- (4) 结合律成立。

例如,所有整数的集合对于加法构成群,因为:(1)任两整数相加仍为整数,具有封闭性;(2)单位元素为 0,因 0 与任何整数相加均等于后者;(3)正整数  $n$  和负整数  $-n$  互为逆元素;因为  $n + (-n) = 0 =$  单位元素;(4)结合律成立,即有:  $(m+n)+p = m+(n+p)$ 。

如果一个集合除满足上述 4 个条件外,又满足交换律,则称之为可交换群或阿贝尔(Abel)群。例如,在上例整数群中交换律也成立,即  $m+n = n+m$ ,所以整数群是一种可交换群。

线性码对于模 2 加法构成可交换群,因为上述五个条件它都满足。线性码的封闭性上面已经证明过。线性码中的单位元素为  $A=0$ ,即全零码组。由于  $A=0$  可使式(9.4-10)成立,所以全零码组一定是线性码中的一个元素。线性码中一元素的逆元素就是该元素本身,因为  $A+A=0$ 。至于结合律和交换律,也容易看出是满足的。所以线性码是…种群码。

表 9-6

码组编号	信息位	监督位	码组编号	信息位	监督位
	$a_6 a_5 a_4$	$a_3 a_2 a_1 a_0$		$a_6 a_5 a_4$	$a_3 a_2 a_1 a_0$
1	000	0000	5	100	1011
2	001	0111	6	101	1100
3	010	1110	7	110	0101
4	011	1001	8	111	0010

$$(a_{n-2} a_{n-3} \cdots a_0 a_{n-1})$$

$$(a_{n-3} a_{n-4} \cdots a_{n-1} a_{n-2})$$

$$(a_0 a_{n-1} \cdots a_2 a_1)$$

也是该编码中的码组。在代数编码理论中,为了便于计算,把这样的码组中各码元当作是一个多项式的系数,即把一长为  $n$  的码组表示成

$$T(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1x + a_0 \quad (9.5-1)$$

表 9-6 中的任一码组可以表示为

$$T(x) = a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad (9.5-2)$$

例如,表中的第 7 码组可以表示为

$$T_7(x) = 1 \cdot x^6 + 1 \cdot x^5 + 0 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 1 = x^6 + x^5 + x^2 + 1 \quad (9.5-3)$$

这种多项式中,  $x$  仅是码元位置的标记,例如上式表示第 7 码组中  $a_6$ 、 $a_5$ 、 $a_2$  和  $a_0$  为“1”,其他均为零。因此我们并不关心  $x$  的取值。这种多项式有时称为码多项式。

### 1. 码多项式的按模运算

在整数运算中,有模  $n$  运算。例如,在模 2 运算中,有  $1+1=2 \equiv 0 \pmod{2}$ ,  $1+2=3 \equiv 1 \pmod{2}$ ,  $2 \times 3=6 \equiv 0 \pmod{2}$  等。一般来说,若一整数  $m$  可以表示为

$$\frac{m}{n} = Q + \frac{p}{n} \quad p < n \quad (9.5-4)$$

式中  $Q$ ——整数。

则在模  $n$  运算下,有

$$m \equiv p \pmod{n} \quad (9.5-5)$$

这就是说,在模  $n$  运算下,一整数  $m$  等于其被  $n$  除得之余数。

在码多项式运算中也有类似的按模运算。若一任意多项式  $F(x)$  被一  $n$  次多项式  $N(x)$  除,得到商式  $Q(x)$  和一个次数小于  $n$  的余式  $R(x)$ ,即

$$F(x) = N(x)Q(x) + R(x) \quad (9.5-6)$$

则写为

$$F(x) \equiv R(x) \pmod{N(x)} \quad (9.5-7)$$

这时,码多项式系数仍按模 2 运算,即只取值 0 和 1。例如,  $x^3$  被  $(x^3+1)$  除得余项 1,所以有

$$x^3 \equiv 1 \pmod{x^3+1} \quad (9.5-8)$$

同理

$$x^4 + x^2 + 1 \equiv x^2 + x + 1 \pmod{x^3 + 1} \quad (9.5-9)$$

因为

$$x^3 + 1 \overline{) \begin{array}{r} x^4 + x^2 + 1 \\ x^4 + x \\ \hline x^2 + x + 1 \end{array}}$$

注意,由于在模2运算中,用加法代替了减法,故余项不是  $x^2 - x + 1$ ,而是  $x^2 + x + 1$ 。

在循环码中,若  $T(x)$  是一个长为  $n$  的许用码组,则  $x^i \cdot T(x)$  在按模  $x^n + 1$  运算下,亦是一个许用码组,即若

$$x^i \cdot T(x) \equiv T'(x) \pmod{x^n + 1} \quad (9.5-10)$$

则  $T'(x)$  也是一个许用码组。其证明是很简单的,因为若

$$T(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1x + a_0 \quad (9.5-11)$$

则

$$\begin{aligned} x^i \cdot T(x) &= a_{n-1}x^{n-1+i} + a_{n-2}x^{n-2+i} + \cdots + a_{n-1-i}x^{n-1} + \\ &\cdots + a_1x^{1+i} + a_0x^i \equiv a_{n-1-i}x^{n-1} + a_{n-2-i}x^{n-2} + \\ &\cdots + a_0x^i + a_{n-1}x^{i-1} + \cdots + a_{n-i} \pmod{x^n + 1} \end{aligned} \quad (9.5-12)$$

所以这时有

$$\begin{aligned} T'(x) &= a_{n-1-i}x^{n-1} + a_{n-2-i}x^{n-2} + \\ &\cdots + a_0x^i + a_{n-1}x^{i-1} + \cdots + a_{n-i} \end{aligned} \quad (9.5-13)$$

式(9.5-13)中  $T'(x)$  正是式(9.5-11)中  $T(x)$  代表的码组向左循环移位  $i$  次的结果。因为原已假定  $T(x)$  为一循环码,所以  $T'(x)$  也必为该码中一个码组。例如,式(9.5-3)中循环码

$$T(x) = x^6 + x^5 + x^2 + 1$$

其码长  $n=7$ 。现给定  $i=3$ ,则

$$\begin{aligned} x^3 \cdot T(x) &= x^3(x^6 + x^5 + x^2 + 1) = \\ &x^9 + x^8 + x^5 + x^3 = \\ &x^5 + x^3 + x^2 + x \pmod{x^7 + 1} \end{aligned} \quad (9.5-14)$$

其对应的码组为 0101110,它正是表 9-6 中第 3 码组。

由上述分析可见,一个长为  $n$  的循环码,它必为按模  $(x^n + 1)$  运算的一个余式。

## 2. 循环码的生成矩阵 $G$

由式(9.4-17)可知,有了生成矩阵  $G$ ,就可以由  $k$  个信息位得出整个码组,而且生成矩阵  $G$  的每一行都是一个码组。例如,在式(9.4-17)中,若  $a_6a_5a_4a_3 = 1000$ ,则码组  $A$  就等于  $G$  的第一行;若  $a_6a_5a_4a_3 = 0100$ ,则码组  $A$  就等于  $G$  的第二行;等等。由于  $G$  是  $k$  行  $n$  列矩阵,因此,若能找到  $k$  个已知码组,就能构成矩阵  $G$ 。如前所述,这  $k$  个已知码组必须是线性不相关的,否则,给定的信息位与编出的码组就不是一一对应的。

在循环码中,一个  $(n, k)$  码有  $2^k$  个不同码组。若用  $g(x)$  表示其中前  $(k-1)$  位皆为“0”的码组,则  $g(x), xg(x), x^2g(x), \cdots, x^{k-1}g(x)$  都是码组,而且这  $k$  个码组是线性无关的。因此它们可以用来构成此循环码的生成矩阵  $G$ 。

在循环码中除全“0”码组外,再没有连续  $k$  位均为“0”的码组,即连“0”的长度最多只

{

能有 $(k-1)$ 位。否则,在经过若干次循环移位后将得到一个 $k$ 位信息位全为“0”,但监督位不全为“0”的码组,这在线性码中显然是不可能的。因此 $g(x)$ 必须是一个常数项不为“0”的 $(n-k)$ 次多项式,而且,这个 $g(x)$ 还是这种 $(n,k)$ 码中次数为 $(n-k)$ 的唯一的一个多项式。因为如果有两个,则由码的封闭性,把这两个相加也应该是一个码组,且此码组多项式的次数将小于 $(n-k)$ ,即连续“0”的个数多于 $(k-1)$ 。显然,这是与前面的结论矛盾的,故是不可能的。我们称这唯一的 $(n-k)$ 次多项式 $g(x)$ 为码的生成多项式。一旦确定了 $g(x)$ ,则整个 $(n,k)$ 循环码就被确定了。

因此,循环码的生成矩阵 $G$ 可以写成

$$G(x) = \begin{bmatrix} x^{k-1}g(x) \\ x^{k-2}g(x) \\ \vdots \\ xg(x) \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (9.5-15)$$

例如,在表9-6所给出的循环码中, $n=7, k=3, n-k=4$ 。可见,唯一的一个 $(n-k)=4$ 次码多项式代表的码组是第二码组0010111,相对应的码多项式(即生成多项式) $g(x) = x^4 + x^2 + x + 1$ 。将此 $g(x)$ 代入上式,得到

$$G(x) = \begin{bmatrix} x^2g(x) \\ xg(x) \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (9.5-16)$$

或

$$G = \begin{bmatrix} 1011100 \\ 0101110 \\ 0010111 \end{bmatrix} \quad (9.5-17)$$

由于上式不符合式(9.4-15)所示的 $G = [I_k Q]$ 形式,所以此生成矩阵不是典型的。不过,将此矩阵作线性变换,不难化成典型阵。

类似式(9.4-17),我们可以写出此循环码组,即

$$\begin{aligned} T(x) &= [a_6 a_5 a_4] G(x) = [a_6 a_5 a_4] \begin{bmatrix} x^2g(x) \\ xg(x) \\ g(x) \end{bmatrix} = \\ &= a_6 x^2 g(x) + a_5 x g(x) + a_4 g(x) = \\ &= (a_6 x^2 + a_5 x + a_4) \cdot g(x) \end{aligned} \quad (9.5-18)$$

式(9.5-18)表明,所有码多项式 $T(x)$ 都可被 $g(x)$ 整除,而且任一次数不大于 $(k-1)$ 的多项式乘 $g(x)$ 都是码多项式。

### 3. 如何寻找任一 $(n,k)$ 循环码的生成多项式

由式(9.5-18)可知,任一循环码多项式 $T(x)$ 都是 $g(x)$ 的倍式,故可以写成

$$T(x) = h(x) \cdot g(x) \quad (9.5-19)$$

而生成多项式 $g(x)$ 本身也是一个码组,即有

$$T'(x) = g(x) \quad (9.5-20)$$

由于码组 $T'(x)$ 为一 $(n-k)$ 次多项式,故 $x^k T'(x)$ 为一 $n$ 次多项式。由式(9.5-10)可

知,  $x^k T(x)$  在模  $(x^n + 1)$  运算下亦为一码组, 故可以写成

$$\frac{x^k T(x)}{x^n + 1} = Q(x) + \frac{T(x)}{x^n + 1} \quad (9.5-21)$$

上式左端分子和分母都是  $n$  次多项式, 故商式  $Q(x) = 1$ , 因此, 上式可化成

$$x^k T(x) = (x^n + 1) + T(x) \quad (9.5-22)$$

将式(9.5-19)和式(9.5-20)代入上式, 并化简后可得

$$x^n + 1 = g(x)[x^k + h(x)] \quad (9.5-23)$$

式(9.5-23)表明, 生成多项式  $g(x)$  应该是  $(x^n + 1)$  的一个因式。这一结论为我们寻找循环码的生成多项式指出了一条道路, 即循环码的生成多项式应该是  $(x^n + 1)$  的一个  $(n - k)$  次因式。例如,  $(x^7 + 1)$  可以分解为

$$x^7 + 1 = (x + 1)(x^3 + x^2 + 1)(x^3 + x + 1) \quad (9.5-24)$$

为了求(7,3)循环码的生成多项式  $g(x)$ , 要从上式中找到一个  $(n - k) = 4$  次的因子。不难看出, 这样的因子有两个, 即

$$(x + 1)(x^3 + x^2 + 1) = x^4 + x^2 + x + 1 \quad (9.5-25)$$

$$(x + 1)(x^3 + x + 1) = x^4 + x^3 + x^2 + 1 \quad (9.5-26)$$

以上两式都可作为生成多项式用。不过, 选用的生成多项式不同, 产生出的循环码码组也不同。用式(9.5-25)作为生成多项式产生的循环码即为表 9-6 所列。

## 9.5.2 循环码的编、解码方法

### 1. 循环码的编码方法

在编码时, 首先要根据给定的  $(n, k)$  值选定生成多项式  $g(x)$ , 即从  $(x^n + 1)$  的因子中选一  $(n - k)$  次多项式作为  $g(x)$ 。

由式(9.5-18)可知, 所有码多项式  $T(x)$  都可被  $g(x)$  整除。根据这条原则, 就可以对给定的信息位进行编码: 设  $m(x)$  为信息码多项式, 其次数小于  $k$ 。用  $x^{n-k}$  乘  $m(x)$ , 得到的  $x^{n-k}m(x)$  的次数必小于  $n$ 。用  $g(x)$  除  $x^{n-k}m(x)$ , 得到余式  $r(x)$ ,  $r(x)$  的次数必小于  $g(x)$  的次数, 即小于  $(n - k)$ 。将此余式  $r(x)$  加于信息位之后作为监督位, 即将  $r(x)$  与  $x^{n-k}m(x)$  相加, 得到的多项式必为一码多项式。因为它必能被  $g(x)$  整除, 且商的次数不大于  $(k - 1)$ 。

根据上述原理, 编码步骤可归纳如下:

(1) 用  $x^{n-k}$  乘  $m(x)$ 。这一运算实际上是把信息码后附加上  $(n - k)$  个“0”。例如, 信息码为 110, 它相当  $m(x) = x^2 + x$ 。当  $n - k = 7 - 3 = 4$  时,  $x^{n-k}m(x) = x^4(x^2 + x) = x^6 + x^5$ , 它相当于 1100000。

(2) 用  $g(x)$  除  $x^{n-k}m(x)$ , 得到商  $Q(x)$  和余式  $r(x)$ , 即

$$\frac{x^{n-k}m(x)}{g(x)} = Q(x) + \frac{r(x)}{g(x)} \quad (9.5-27)$$

例如, 若选定  $g(x) = x^4 + x^2 + x + 1$ , 则

$$\frac{x^{n-k}m(x)}{g(x)} = \frac{x^6 + x^5}{x^4 + x^2 + x + 1} = (x^2 + x + 1) + \frac{x^2 + 1}{x^4 + x^2 + x + 1} \quad (9.5-28)$$

式(9.5-28)相当于

$$\frac{1100000}{10111} = 111 + \frac{101}{10111} \quad (9.5-29)$$

(3) 编出的码组  $T(x)$  为

$$T(x) = x^{n-k}m(x) + r(x) \quad (9.5-30)$$

在上例中,  $T(x) = 1100000 + 101 = 1100101$ , 它就是表 9-6 中第 7 码组。

上述三步运算, 在用硬件实现时, 可以由除法电路来实现。除法电路的主体由一些移存器和模 2 加法器组成。例如, 上述 (7,3) 码的编码器组成示于图 9-6 中。图中有 4 级移存器, 分别用  $a, b, c, d$  表示。另外有一双刀双掷开关  $S$ 。当信息位输入时, 开关  $S$  倒向下, 输入信码一方面送入除法器进行运算, 另一方面直接输出。在信息位全部进入除法器后, 开关转向上, 这时输出端接到移存器, 将移存器中存储的除法余项依次取出, 同时切断反馈线。此编码器的工作过程示于表 9-7(a)。用这种方法编出的码组, 前面是原来的  $k$  个信息位, 后面是  $(n-k)$  个监督位。因此它是系统分组码。

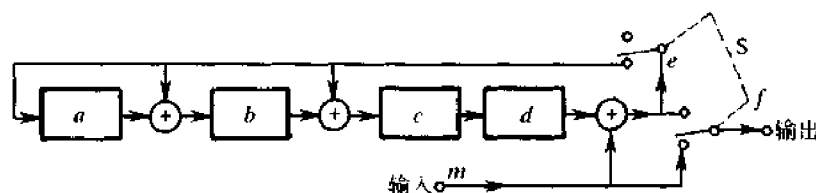


图 9-6 (7,3) 码编码器

表 9-7(a)

输入	移存器	反 馈	输 出
$m$	$abcd$	$e$	$f$
0	0000	0	0
1 1 0	1110 1001 1010	1 1 1	1 1 0 } $f = m$
0 0 0 0	0101 0010 0001 0000	0 1 0 1	0 1 0 1 } $f = e$

顺便指出, 由于微处理器和数字信号处理器的应用日益广泛, 目前已多采用这些先进器件和相应的软件来实现上述编码。

## 2. 循环码的解码方法

接收端解码的要求有两个: 检错和纠错。达到检错目的的解码原理十分简单。由于任一码组多项式  $T(x)$  都应能被生成多项式  $g(x)$  整除, 所以在接收端可以将接收码组  $R(x)$  用原生成多项式  $g(x)$  去除。当传输中未发生错误时, 接收码组与发送码组相同, 即  $R(x) = T(x)$ , 故接收码组  $R(x)$  必定能被  $g(x)$  整除; 若码组在传输中发生错误, 则  $R(x) \neq T(x)$ ,  $R(x)$  被  $g(x)$  除时可能除不尽而有余项, 即有

$$R(x)/g(x) = Q'(x) + r'(x)/g(x) \quad (9.5-31)$$

因此,我们就以余项是否为零来判别码组中是否有错码。根据这一原理构成的解码器如图9-7(a)所示。由图可见,解码器的核心就是一个除法电路和缓冲移存器,而且这里的除法电路与发送端编码器中的除法电路相同。若在此除法器中进行  $R(x)/g(x)$  运算的结果,余项为零,则认为码组  $R(x)$  无错,这时就将暂存于缓冲移存器中的接收码组送出到解码器输出端;若运算结果余项不等于零,则认为  $R(x)$  中有错,但错在何位不知,这时,就可以将缓冲移存器中的接收码组删除,并向发送端发出一重发指令,要求重发一次该码组。

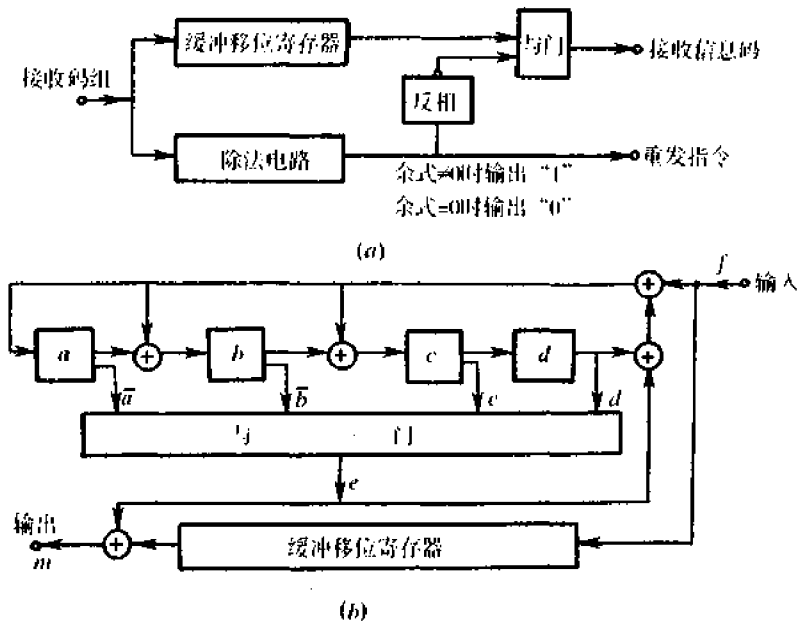


图9-7 解码器

需要指出,有错码的接收码组也有可能被  $g(x)$  整除,这时的错码就不能检出了。这种错误称为不可检错误。不可检错误中的错码数必定超过了这种编码的检错能力。

在接收端为纠错而采用的解码方法自然比检错时复杂。容易理解,为了能够纠错,要求每个可纠正的错误图样必须与一个特定余式有一一对应关系。这里,错误图样是指式(9.4-19)中错码矩阵  $E$  的各种具体取值的图样,余式是指接收码组  $R(x)$  被生成多项式  $g(x)$  除所得的余式。因为只有存在上述一一对应的关系时,才可能从上述余式唯一地决定错误图样,从而纠正错码。因此,原则上纠错可按下述步骤进行:

(1) 用生成多项式  $g(x)$  除接收码组  $R(x) = T(x) + E(x)$ , 得出余式  $r(x)$ ;

(2) 按余式  $r(x)$  用查表的方法或通过某种运算得到错误图样  $E(x)$ , 例如,通过计算校正子  $S$  和利用类似表9-4的关系,就可确定错码位置;

(3) 从  $R(x)$  中减去  $E(x)$ , 便得到已纠正错误的原发送码组  $T(x)$ 。

上述第(1)步运算和检错解码时的相同,第(3)步也很简单;只是第(2)步可能需要较复杂的设备,并且在计算余式和决定  $E(x)$  的时候需要把整个接收码组  $R(x)$  暂时存储起来。第(2)步要求的计算,对于纠正突发错误或单个错误的编码还算简单,但对于纠正多个随机错误的编码却是十分复杂的。



上例中的(7,3)码,由表 9-6 可以看出,其码距为 4,因此它有纠正一个错误的能力。这里,我们仍以此码为例给出一种用硬件实现的纠错解码器的原理方框图,如图 9-7(b)所示。图中上部为一 4 级反馈移位寄存器组成的除法电路,它和图 9-6 中编码器的组成基本一样。接收到的码组,除了送入此除法电路外,同时还送入一缓冲寄存器暂存。假定现在接收码组为  $10^*00101$ ,其中右上角打“ $\times$ ”号者为错码。此码组进入除法电路后,移位寄存器各级的状态变化过程列于表 9-7(b)中。当此码组的 7 个码元全部进入除法电路后,移位寄存器的各级状态自右向左依次为 0100。其中移位寄存器  $c$  的状态为 1,它表示接收码组中第 2 位有错(接收码组无错时,移位寄存器中状态应为全“0”,即表示码组可被生成多项式整除)。在此时刻以后,输入端使其不再进入信码,即保持输入为“0”;而将缓冲寄存器中暂存的信码开始逐位移出。在信码第 2 位(错码)输出时刻,反馈移位寄存器的状态(自右向左)为 1000。“与门”输入为  $abcd$ ,故仅当反馈移位寄存器状态为 1000 时,“与门”输出为“1”。这个输出“1”有两个功用,一是与缓冲寄存器输出的有错信码模 2 相加,从而纠正错码;二是与反馈移位寄存器  $d$  级输出模 2 相加,达到清除各级反馈移位寄存器的目的。

表 9-7(b)

输入	移位寄存器	“与门”输出
$f$	$abcd$	$e$
0	0000	0
1	1110	0
0*	0111	0
0	1101	0
0	1000	0
1	1010	0
0	0101	0
1	001*0	0
0	0001	1
0	0000	0

在实际使用中,一般情况下码组不是孤立传输的,而是一组组连接传输的。但是,由以上解码过程可知,除法电路在一个码组的时间内运算求出余式后,尚需在下一码组时间中进行纠错。因此,实际的解码器需要两套除法电路(和“与门”电路等)配合一个缓冲寄存器,这两套除法电路由开关控制交替接收码组。此外,在解码器输出端也需有开关控制只输出信息位,删除监督位。这些开关图中均未示出。目前,解码器也多采用微处理器或数字信号处理器实现。

这种解码方法称为捕错解码法。通常,一种编码可以有不同的几种纠错解码法。对于循环码来说,除了用捕错解码,多数逻辑解码等外,其判决方法也有所谓硬判决解码与软判决解码。在这里,只举例说明了捕错解码方法的解码过程,使我们看到错码是可以自动纠正以及如何自动纠正的。至于循环码解码原理的详细分析,已超出本书范围,故不再讨论了。

### 9.5.3 缩短循环码

在循环码的研究中发现,并不是在所有长度  $n$  和信息位数  $k$  上都能找到相应的满足某纠错能力的循环码,但在系统设计中,码长  $n$ 、信息位数  $k$  和纠错能力常常是预先给定的,这时若将循环码缩短,即可满足  $n$ 、 $k$  和纠错码能力的要求,且拥有循环码编译码简单的特点。

给定一  $(n, k)$  循环码组集合,使前  $i$  ( $0 < i < k$ ) 个高阶信息数字全为零,于是得到有  $2^{k-i}$  个码组的集合,然后从这些码组中删去这  $i$  个零信息位数字,最终得到一位新的

$(n-i, k-i)$  的线性码, 我们称这种码为缩短循环码。缩短循环码与产生该码的原循环码至少具有相同的纠错能力, 缩短循环码的编码和译码可用原循环码使用的电路完成。例如, 若要求构造一个能够纠正一位错误的  $(13, 9)$  码, 则可以由  $(15, 11)$  汉明码挑出前面两个信息位均为零的码组, 构成一个码组集合。然后在发送时, 这两个零信息位皆不发送, 即发送的是  $(13, 9)$  缩短循环码。因校验位数相同,  $(13, 9)$  码与  $(15, 11)$  循环码具有相同的纠错能力。原循环码可纠正一位错, 所以  $13, 9$  码也可纠正一位错, 满足要求。

#### 9.5.4 BCH 码

在已提出的许多纠正随机错误的码中, BCH 码是至今用得最广泛和很有效的一种码。BCH 码是以发明这种码的三个人名字“Bose—Chaudhuri—Hocguenghem”来命名的。

由前可知, 只要找到循环码的生成多项式  $g(x)$ , 则该码的编码问题就解决了。但是, 在系统设计中常是在给定纠正随机错误个数的条件下来寻找码生成多项式  $g(x)$ , 从而得到满足抗干扰性能要求的码。BCH 码就是为了解决这个问题而发展起来的一类纠正多个随机错误的循环码, 而且该码的译码也比较容易实现。

BCH 码分两类, 即本原 BCH 码和非本原 BCH 码。本原 BCH 码的码长为  $n = 2^m - 1$  ( $m$  是  $\geq 3$  的任意正整数), 它的生成多项式  $g(x)$  中含有最高次数为  $m$  次的本原多项式; 非本原 BCH 码的码长  $n$  是  $2^m - 1$  的一个因子, 它的生成多项式  $g(x)$  中不含有最高次数为  $m$  的本原多项式。关于本原多项式的概念将在下一章中介绍。

对于正整数  $m$  ( $m \geq 3$ ) 和  $t$  ( $t < m/2$ ) 必存在有下列参数的二进制 BCH 码: 码长  $n = 2^m - 1$ , 监督位数  $r \leq mt$ , 能纠正所有的小于或等于  $t$  个随机错误的 BCH 码。

由下面所列的循环码生成多项式  $g(x)$  产生的码, 是一个能纠正  $t$  个错误的 BCH 码。

$$g(x) = \text{LCM}[m_1(x), m_3(x), \dots, m_{2t-1}(x)] \quad (9.5-32)$$

式中  $t$ ——可纠正的错误个数;

$m_i(x)$ ——最小多项式;

$\text{LCM}()$ ——指取括号内所有多项式的最小公倍式。

关于具体由此式出发, 如何一步步地寻找 BCH 码生成多项式的方法不再做介绍。这里只直接列表给出已研究得到的 BCH 码生成多项式和主要参数, 以便使用。表 9-8 和表 9-9, 分别列出二进制本原 BCH 码参数和部分非本原 BCH 码参数。表 9-8 列出码长  $n \leq 127$  的 BCH 码参数, 目前文献已给出  $n \leq 255$  的 BCH 码参数, 这里不再列出。

需指出, 表 9-8 和表 9-9 中的生成多项式是用八进制方法列出的。比如  $g = (13)_8$  意指  $g(x) = x^3 + x + 1$ , 这就是  $(7, 4)$  循环码, 也属 BCH 码。相反, 该表中的  $g(x) = x^4 + x + 1$  生成的 BCH 码是  $(15, 11)$  汉明码。

在 9.4 节中已做分析, 汉明码是一种纠正单个随机错误的码, 它的码长  $n = 2^m - 1$ , 信息位长  $k = 2^m - 1 - m$ 。可以证明, 具有循环性质的汉明码是本原 BCH 码。例如,  $(7, 4)$  汉明码, 就是以  $g_1(x) = x^3 + x + 1$  或  $g_2(x) = x^3 + x^2 + 1$  生成的 BCH 码。

表 9-9 中的  $(23, 12)$  码称为戈莱 (Golay) 码, 它是一个纠正三个随机错误的码, 且容易解码, 实际中使用的比较多。BCH 码的码长为奇数。在实际中, 为了得到偶数长度的码, 并增加检错性能, 可在 BCH 码生成多项式中乘上一个  $(x + 1)$  因式, 从而得到  $(n + 1,$

$k+1$ ) 扩展 BCH 码。扩展 BCH 码相当于在原 BCH 码上增加了一个校验位, 这时的码距比原 BCH 码增加 1。扩展 BCH 码已不再具有循环性。比如实际中多采用扩展戈莱码, (24, 13) 码, 它的最小码距为 8, 它可纠正 3 个错误和检测 4 个错误。注意此时它不再是循环码。

表 9-8 二进制本原 BCH 码参数

$n=3$			$n=63$		
$k$	$t$	$g(x)$	$k$	$t$	$g(x)$
1	1	7	57	1	103
$n=7$			51	2	12471
$k$	$t$	$g(x)$	45	3	1701317
4	1	13	39	4	166623567
1	3	77	36	5	1033500423
$n=15$			30	6	157464165347
$k$	$t$	$g(x)$	24	7	17323260404441
11	1	23	18	10	1363026512351725
7	2	721	16	11	6331141367235453
5	3	2467	10	13	472622305527250155
1	7	77777	7	15	5231045543503271737
$n=31$			1	31	全部为 1
$k$	$t$	$g(x)$	$k$	$t$	$g(x)$
26	1	45	11	5	5423325
21	2	3551	6	7	313365047
16	3	107657	1	15	1777777777
$n=127$					
$k$	$t$	$g(x)$			
120	1	211			
113	2	41567			
106	3	11554743			
99	4	3447023271			
92	5	624730022327			
85	6	130704476322273			
78	7	26230002166130115			
71	9	6255010713253127753			
64	10	1206534025570773100045			
57	11	235265252505705053517721			
50	13	54446512523314012421501421			
43	15	17721772213651227521220574343			
36	$\geq 15$	3146074666522075044764574721735			
29	$\geq 22$	403114461367670603667530141176155			
22	$\geq 23$	123376070404722522435445626637647043			
15	$\geq 27$	27057042445604554770523013762217604353			
8	$\geq 31$	7047264052751030651476224271567733130217			
1	63	全部为 1			

表 9-9 部分非本原 BCH 码参数

$n$	$k$	$t$	$g(x)$	$n$	$k$	$t$	$g(x)$
17	9	2	727	47	24	5	43073357
21	12	2	1663	65	53	2	10761
23	12	3	5343	65	40	4	354300067
33	22	2	5145	73	46	4	171773537
41	21	4	6647133				

### 9.5.5 里德-索洛蒙码(Reed-Solomon)

里德-索洛蒙码是一类具有很强纠错能力的多进制 BCH 码,它首先由里德和索洛蒙提出,故又简称 RS 码。对于该码的编码要用到伽罗华域运算,因此需要先介绍一下该运算的原理。

对于有限个符号,若符号的数目是一素数的幂,可以定义有加法 and 乘法,则称这有限符号域为有限域;若它是  $2^m$  个符号域,则称之为伽罗华域  $GF(2^m)$ 。例如,有“0”和“1”两个符号,定义有加法( $0+0=0, 0+1=1, 1+0=1, 1+1=0$ ,此运算又称模 2 加法)和乘法( $0\cdot 0=0, 0\cdot 1=0, 1\cdot 0=0, 1\cdot 1=1$ ,此运算又称模 2 乘法),则称之为二元域,它是伽罗华域  $GF(2)$ 。首先,从两个符号“0”和“1”及一个  $m$  次多项式  $p(x)$  开始,并引入一个新符号  $\alpha$ ,且设  $p(\alpha)=0$ 。若适当地选择  $p(x)$ ,就可得到  $\alpha$  的各次幂,一直到  $2^m-2$  次幂,都不相同,并且  $\alpha^{2^m-1}=1$ 。这样一来, $0, 1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{2^m-1}$  就构成  $GF(2^m)$  的所有元素。域中每个元素还可以用元素  $1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{m-1}$  的和来表示。例如  $m=4$  和  $p(x)=x^4+x+1$ ,则可得  $GF(2^4)$  的所有元素,如表 9-10 所列。此时  $p(\alpha)=\alpha^4+\alpha+1=0$ ,或  $\alpha^4=\alpha+1$ 。表中  $2^4=16$  个元素皆不相同,而且有  $\alpha^{15}=\alpha(\alpha^3+1)=\alpha^4+\alpha=1$ 。 $GF(2^m)$  中的元素  $\alpha$  称之为本原元。一般说来,若  $GF(2^m)$  的任一元素,它的幂能够生成  $GF(2^m)$  的全部非零元素,则称之为本原元。比如  $\alpha^4$  是  $GF(2^4)$  的本原元,读者可以自行证明。

表 9-10  $GF(2^4)$  的全部元素

0	$\alpha^3 = \alpha(\alpha^3 + \alpha^2) = \alpha^4 + \alpha^3 = \alpha^3 + \alpha + 1$
1	$\alpha^8 = \alpha(\alpha^3 + \alpha + 1) = \alpha^4 + \alpha^2 + \alpha = \alpha^2 + 1$
$\alpha$	$\alpha^9 = \alpha(\alpha^2 + 1) = \alpha^3 + \alpha$
$\alpha^2$	$\alpha^{10} = \alpha(\alpha^3 + \alpha) = \alpha^4 + \alpha^2 = \alpha^2 + \alpha + 1$
$\alpha^3$	$\alpha^{11} = \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$
$\alpha^4 = \alpha + 1$	$\alpha^{12} = \alpha(\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha) = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$
$\alpha^5 = \alpha(\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha$	$\alpha^{13} = \alpha(\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1) = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha = \alpha^3 + \alpha^2 + 1$
$\alpha^6 = \alpha(\alpha^2 + \alpha) = \alpha^3 + \alpha^2$	$\alpha^{14} = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha = \alpha^3 + 1$

$q$  进制 BCH 码的特殊子类是 RS 码,它有如下参数:码长为  $n = q - 1$ ,监督元数目  $r = 2t$ ,能纠正  $t$  个错误。

RS 码的生成多项式为

$$g(x) = (x + \alpha)(x + \alpha^2) \cdots (x + \alpha^{2t}) \quad (9.5-33)$$

式中  $\alpha$ ——伽罗华域  $GF(2^m)$  中的本原元。

若每个  $q$  进制码元其对应的  $m$  位二进制码元表示,那么可得到一个二进制码的参数:码长为  $n = m(2^m - 1)$  个二进制元,监督元数目为  $r = 2tm$  个二进制元。

RS 码有重要的应用。第一,由于它采用了  $q$  进制,所以它是多进制调制时的自然和方便的编码手段。因为 RS 码能够纠正  $t$  个  $q$  位二进制码,即可以纠正  $\leq q$  个连续的二进制错误(当然,对于  $q$  位二进制码中分散的单个错误也能被纠正),所以适合于在衰落信道使用,以克服突发性差错。其次 RS 码也被应用在计算机存储系统中,以克服这系统中存在的差错串。

## 9.6 卷积码

卷积码,或称连环码,是由伊莱亚斯(P. Elias)于1955年提出的一种非分组码。它与前面几节讨论的分组码不同。

分组码编码时,先将输入的信息序列分为长度为 $k$ 个码元的段,然后按照一定的编码规则(由生成矩阵或监督矩阵所决定),给含 $k$ 个信息元的段附上 $r$ 长的监督元,于是生成 $n$ 长( $n=k+r$ )的码组。在编码时,各 $n$ 长码组是分别编码,各码组之间没有约束关系,因此在译码时各码组是分别独立地进行。卷积编码则不同于此。卷积码编码器把 $k$ 比特信息段编成 $n$ 比特的码组,但所编的 $n$ 长码组不仅同当前的 $k$ 比特信息段有关联,而且还同前面的 $(N-1)$ 个( $N>1$ ,整数)信息段有关联。人们常称这 $N$ 个信息段中的码元数目 $nN$ 为该卷积码的约束长度。常常人们还称 $N$ 为码的约束长度,不同的是 $nN$ 是以比特为单位的约束长度,而后者是以码组个数为单位的长度。为方便起见本教材下面的约束长度是指 $N$ 。一般来说,对于卷积码, $k$ 和 $n$ 是较小的整数。常把卷积码记作 $(n, k, N)$ 卷积码,它的编码效率为 $R_c = k/n$ 。

### 9.6.1 卷积码的图形描述

#### 1. 树状图

以图9-8的(3,1,3)卷积码编码器为例说明卷积码编码器的工作过程。它由3触点

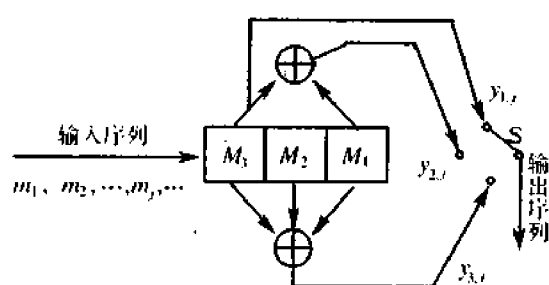


图 9-8 (3,1,3)卷积码编码器

转换开关和一组3位移存器及模2加法器组成。每输入一个信息比特,经该编码器后产生3个输出比特。为方便起见,先假设该移位寄存器的起始状态全为零,当第一个输入比特为“0”时,输出比特为000;若第一个输入比特为1时,则输出比特为111。当输入第二比特时,第一比特右移一位,此时的输出比特显然与“当前输入比特和前一输入比特”有关。当输入第三比特时,第一和第二比特皆右移一位,可看到此时的输出比特与“当前输入比特和前二位输入比特”有关。

当第四比特输入时,原第一输入比特已移出移位寄存器而消失,即第一输入比特已不再影响当前的输入比特,如图9-9所示。以上编码器在移位过程中可能产生的各种序列,可用树状图来描述。

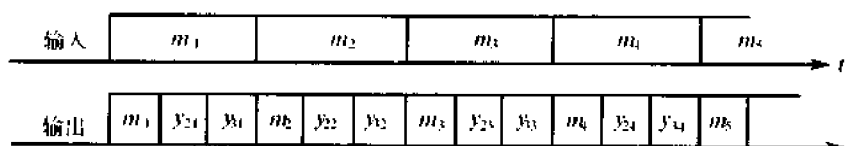


图 9-9 编码器输入-输出关系

图 9-10 给出了(3,1,3)卷积码的树状图。按照习惯的做法,码树的起始节点位于左边;移位寄存器的初始状态取 00,取  $M_1M_2 = 00$ ,用  $a$  来表示,并把该  $a$  标注于起始节点处。当输入码元是 0 时,则由节点出发走上支路;当输入码元是 1 时,则由节点出发走下支路。例如,当该编码器第一输入比特为 0 时,则走上支路,此时移存器的输出码“000”就写在上支路的上方;当该编码器第一输入比特为 1 时,则走下支路,此时移存器的输出码“111”就写在图中下支路的上方。在输入第二比特时,移位寄存器右移一位,此时上支路情况下的移位寄存器的状态为 00,即  $a$ ,并标注于上支路节点处;此时下支路情况下的移位寄存器状态为 01,即  $b$ ,并标注于下支路节点处;同时上下支路都将分两权。以后每一个新输入比特都会使上下支路各分两权。经过 4 个输入比特后,得到的该编码器的树状图如图 9-10 所示。树状图中,节点上标注的  $a$  表示  $M_1M_2 = 00$ ,  $b$  表示  $M_1M_2 = 01$ ,  $c$  表示  $M_1M_2 = 10$ ,  $d$  表示  $M_1M_2 = 11$ 。

图 9-10 (3,1,3)卷积码的树状图

## 2. 网格图

由树状图看到,对于第  $j$  个输入信息比特,相应出现有  $2^j$  条支路,且在  $j \geq N = 3$  时树状图出现节点,自上而下重复取 4 种状态。又看到,当  $j$  变大时,图的纵向尺寸越来越大。于是提出一种网格图,注意到码树状态的重复性,使图形变得紧凑。上例(3,1,3)码的网格图示于图 9-11。网格图中,把码树中具有相同状态的节点合并在一起;码树中的上支路用实线表示,下支路用虚线表示;支路上标注的码元为输出比特;自上而下的 4 行节点分别表示  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的四种状态。网格图中的状态,通常有  $2^{N-1}$  种状态。从第  $N$  个节点开始,图形开始重复,且完全相同。

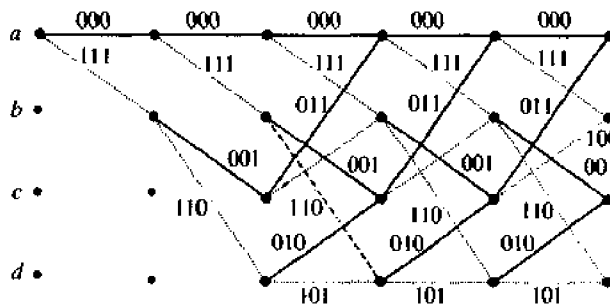


图 9-11 (3,1,3)卷积码网格图

## 3. 状态图

当网格图达到稳定状态后,取出两个节点间的一段网格图,即得到图 9-12(a)的状态转移图。此后,再把目前状态与下一节拍状态合并起来,即可得到图 9-12(b)的最简的状态转移图,称之为卷积码状态图。

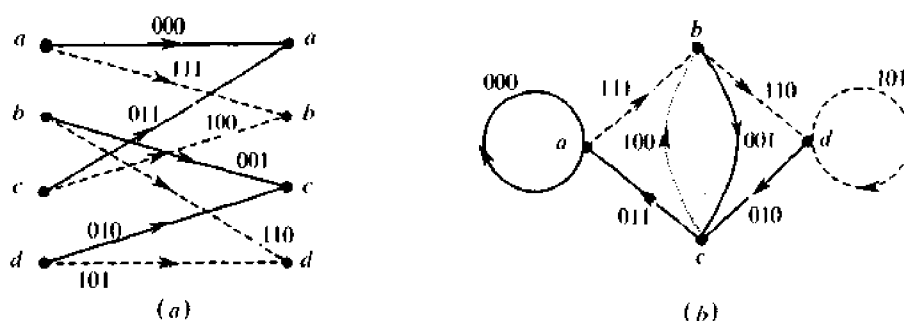


图 9-12 (3,1,3)卷积码状态图

[例 9-1] 图 9-8 所示编码器,若起始状态为  $a$ ,输入序列为 11010111,求输出序列和状态变化路径。

解:由卷积码的网格图,可找出编码时网格图中的编码路径如图 9-13 所示,由此即可得到输出序列。

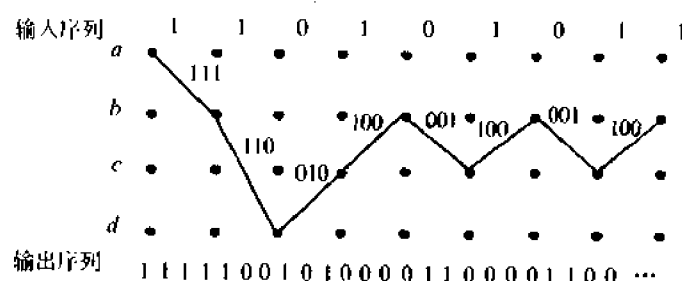


图 9-13 (3,1,3)卷积码路径举例

## 9.6.2 卷积码的解析表示

### 1. 生成矩阵

卷积码是一种线性码。由 9.4 节可知,一个线性码完全由一个监督矩阵  $H$  或生成矩阵  $G$  所确定。下面将寻求卷积码的生成矩阵。

我们仍由上例来讨论生成矩阵。当第一信息比特  $m_1$  输入时,若移位寄存器起始状态全为零,那么三个输出比特为

$$y_{1,1} = m_1, y_{2,1} = m_1, y_{3,1} = m_1$$

第二个信息比特  $m_2$  输入时,  $m_1$  右移一位,那么输出比特为

$$y_{1,2} = m_2, y_{2,2} = m_2, y_{3,2} = m_1 + m_2$$

当第  $j$  个 ( $j \geq 3$ ) 信息比特  $m_j$  输入时,输出为

$$\begin{cases} y_{1,j} = m_j \\ y_{2,j} = m_j + m_{j-2} \\ y_{3,j} = m_j + m_{j-1} + m_{j-2} \end{cases} \quad (9.6-1)$$

上式可写成矩阵形式

$$[m_{j-2} m_{j-1} m_j] A = [y_{1,j} y_{2,j} y_{3,j}] \quad (9.6-2)$$

其中系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

由上看到,在第一和第二信息比特输入时,存在过渡过程,此时有

$$[m_1 \quad 0 \quad 0]T_1 = [y_{1,1} \quad y_{2,1} \quad y_{3,1}]$$

$$[m_1 \quad m_2 \quad 0]T_2 = [y_{1,2} \quad y_{2,2} \quad y_{3,2}]$$

其中

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

类同线性码的输出序列矩阵与输入序列矩阵的关系式有

$$Y = MG \quad (9.6-3)$$

式中  $M = [m_1 \quad m_2 \quad m_3 \cdots]$ ——输入序列矩阵;

$Y = [y_{1,1} \quad y_{2,1} \quad y_{3,1} \quad y_{1,2} \quad y_{2,2} \quad y_{3,2} \cdots]$ ——输出序列矩阵;

$G$ ——生成矩阵

这里  $M$  和  $Y$  显然是半无限矩阵。

总括上面的编码过程,并由式(9.6-3)出发,生成矩阵应该是

$$G = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & A & & 0 \\ & & A & & \\ & & & A & \\ 0 & & & & A \\ & & & & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & & \\ & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & & & & & & & 1 & 1 & 1 & & \dots \end{bmatrix} \quad (9.6-4)$$

式中矩阵空白区元素都为0。显然,该生成矩阵是半无限矩阵,然而分组码的生成矩阵则是有限矩阵。式(9.6-4)生成矩阵常记作  $G_{\infty}$ 。

## 2. 多项式表示

我们可以用多项式来表示输入序列、输出序列、编码器中移位寄存器与模2和的连接关系。

例如:输入序列 1101110...可表示为

$$M(x) = 1 + x + x^3 + x^4 + x^5 + \cdots \quad (9.6-5)$$

在一般情况下,输入序列可表示为



$$M(x) = m_1 + m_2x + m_3x^2 + m_4x^3 + \cdots \quad (9.6-6)$$

这里  $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$  为二进制表示(1或0)的输入序列  $x$  常称为移位算子或延迟算子, 它标志着位置状况

我们可以用多项式表示移位寄存器各级与模2加的连接关系。若某级寄存器与模2加相连接, 则相应多项式项的系数为1; 反之, 无连接线时的相应多项式项系数为0。以图9-8编码器为例, 相应的生成多项式为

$$\begin{cases} g_1(x) = 1 \\ g_2(x) = 1 + x^2 \\ g_3(x) = 1 + x + x^2 \end{cases} \quad (9.6-7)$$

利用生成多项式与输入序列多项式相乘, 可以产生输出序列多项式, 即得到输出序列。设输入序列为110101011..., 借助上述生成多项式来求输出序列如下。

输入序列多项式为

$$1 + x + x^3 + x^5 + x^7 + x^8 + x^9 \cdots = M(x)$$

所以

$$Y_1(x) = M(x) g_1(x) = 1 + x + x^3 + x^5 + x^7 + x^8 + x^9 \cdots$$

$$Y_2(x) = M(x) g_2(x) = (1 + x + x^3 + x^5 + x^7 + x^8 + x^9 \cdots)(1 + x^2) = \\ 1 + x + x^2 + x^3 + x^{10} + x^{11} + \cdots$$

$$Y_3(x) = (1 + x + x^3 + x^5 + x^7 + x^8 + x^9 \cdots)(1 + x + x^2) = \\ 1 + x^4 + x^6 + x^9 + x^{11} + \cdots$$

即有输出序列

$$Y_1 = (y_{1,1} \ y_{1,2} \ y_{1,3} \ y_{1,4} \ \cdots) = 110101011 \cdots$$

$$Y_2 = (y_{2,1} \ y_{2,2} \ y_{2,3} \ y_{2,4} \ \cdots) = 1110000010 \cdots$$

$$Y_3 = (y_{3,1} \ y_{3,2} \ y_{3,3} \ y_{3,4} \ \cdots) = 1000101001 \cdots$$

于是有输出序列

$$y = 111110010100001100001100 \cdots$$

该输出序列与图9-13用网格图得到的结果完全相同

为方便起见, 人们还常用八进制序列和二进制序列来表示生成多项式, 比如

$$g_1(x) = 1 \rightarrow g_1 = (100) = (4)_8$$

$$g_2(x) = 1 + x^2 \rightarrow g_2 = (101) = (5)_8$$

$$g_3(x) = 1 + x + x^2 \rightarrow g_3 = (111) = (7)_8$$

### 3. 生成矩阵与生成多项式的关系

下面将利用生成序列(注意, 生成序列与生成多项式是完全的对应关系)来表示生成矩阵。已知(3,1,3)卷积码的生成序列为

$$\begin{cases} g_1 = (100) = (g_1^1 g_1^2 g_1^3) \\ g_2 = (101) = (g_2^1 g_2^2 g_2^3) \\ g_3 = (111) = (g_3^1 g_3^2 g_3^3) \end{cases} \quad (9.6-8)$$

把生成序列按以下顺序排列, 即

$$G_{\infty} = \begin{bmatrix} g_1^1 & g_1^2 & g_1^3 & g_1^1 & g_1^2 & g_1^3 & g_1^1 & g_1^2 & g_1^3 & & 0 \\ & & & g_1^1 & g_1^2 & g_1^3 & g_1^1 & g_1^2 & g_1^3 & g_1^1 & g_1^2 & g_1^3 \\ & & & & & & g_1^1 & g_1^2 & g_1^3 & g_1^1 & g_1^2 & g_1^3 \\ 0 & & & & & & & \dots & \dots & & & \end{bmatrix} \quad (9.6-9)$$

代入  $g_j^i$  值,得到的  $G_{\infty}$  形式同式(9.6-4)完全相同。上式还可表示成

$$G_{\infty} = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & G_3 & & 0 \\ & G_1 & G_2 & G_3 & \\ & & G_1 & G_2 & G_3 \\ 0 & & & & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (9.6-10)$$

式中每个生成子矩阵  $G_i$  为

$$G_1 = (g_1^1 \quad g_1^2 \quad g_1^3)$$

$$G_2 = (g_1^2 \quad g_1^3 \quad g_1^4)$$

$$G_3 = (g_1^3 \quad g_1^4 \quad g_1^5)$$

下面简单讨论一般情况下的卷积码编码器结构,生成序列和生成多项式。

图9-14给出  $(n, k, N)$  卷积码编码器的一般形式。它包括有  $Nk$  级的输入移位寄存器, 一组  $n$  个模2和加法器和  $n$  级的输出移位寄存器。

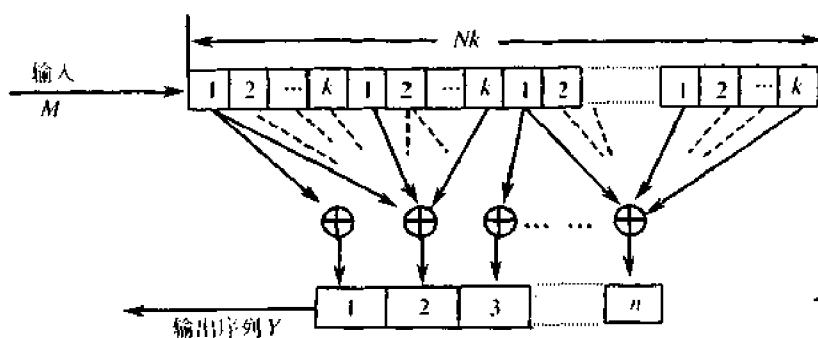


图9-14 卷积码编码器的一般形式

图中

$$M = [m_{1,1} \quad m_{2,1} \quad m_{3,1} \quad \dots \quad m_{k,1} \quad m_{1,2} \quad m_{2,2} \quad m_{3,2} \quad \dots \quad m_{k,2} \quad \dots]$$

$$Y = [y_{1,1} \quad y_{2,1} \quad y_{3,1} \quad \dots \quad y_{n,1} \quad y_{1,2} \quad y_{2,2} \quad y_{3,2} \quad \dots \quad y_{n,2} \quad \dots]$$

码的生成序列为

$$g_{i,j} = (g_{i,j}^1 \quad g_{i,j}^2 \quad \dots \quad g_{i,j}^L \quad \dots \quad g_{i,j}^N)$$

$$i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, 3, \dots, n; L = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (9.6-11)$$

$g_{i,j}^L$  表示了输入寄存器的输入端(第  $L$  组的第  $i$  个寄存单元)到第  $j$  个模2加法器输入端的连接线的情况。如果有连接线则  $g_{i,j}^L = 1$ , 如果无连接线则  $g_{i,j}^L = 0$ 。当给定该码生成序列后, 我们可写出  $(n, k, N)$  码的生成矩阵为

$$G_{\infty} = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & G_3 & \cdots & G_N \\ & G_1 & G_2 & G_3 & \cdots & G_N \\ & & G_1 & G_2 & G_3 & \cdots & G_N \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (9.6-12a)$$

$$G_L = \begin{bmatrix} g_{1,1}^L & g_{1,2}^L & g_{1,3}^L & \cdots & g_{1,n}^L \\ g_{2,1}^L & g_{2,2}^L & g_{2,3}^L & \cdots & g_{2,n}^L \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{k,1}^L & g_{k,2}^L & g_{k,3}^L & \cdots & g_{k,n}^L \end{bmatrix} \quad (9.6-12b)$$

式中  $G_L (L=1,2,\cdots,N)$  是  $k$  行  $n$  列生成子矩阵。

由图 9-14 可以看到,  $n$  个输出比特同当前的  $k$  个输入比特有关联, 而且还同以前的  $(N-1)k$  个输入比特有关联, 即它的编码过程可以看成是输入序列同编码器序列 (该序列由移位寄存器、模 2 加法和连线所决定) 的卷积, 所以常称为卷积码。

#### 4. 监督矩阵

前面已经讨论过卷积码的生成矩阵  $G$ , 对于它是一种线性码来说, 还需研究它的监督矩阵  $H$ , 我们仍以图 9-8 卷积码为例来讨论监督矩阵。

设输入码序列为  $M = (m_1 \ m_2 \ m_3 \cdots m_j \cdots)$ , 那么该编码器的输出码序列为

$$y = (m_1 \ y_{2,1} \ y_{3,1} \ m_2 \ y_{2,2} \ y_{3,2} \ m_3 \ y_{2,3} \ y_{3,3} \ m_4 \ y_{2,4} \ y_{3,4} \cdots m_j \ y_{2,j} \ y_{3,j} \cdots)$$

并假定移存器初始状态为全 0, 于是得到信息元与监督元的关系为

$$\begin{cases} y_{2,1} = m_1, & y_{3,1} = m_1, \\ y_{2,2} = m_2, & y_{3,2} = m_1 + m_2, \\ y_{2,3} = m_3 + m_1, \\ y_{3,3} = m_3 + m_2 + m_1, \\ \cdots \end{cases} \quad (9.6-13)$$

把上面方程组写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & & & & & & & & \\ 1 & 0 & 1 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & & & & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & & & & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & & & & & & & & \cdots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ y_{2,1} \\ y_{3,1} \\ m_2 \\ y_{2,2} \\ y_{3,2} \\ m_3 \\ y_{2,3} \\ y_{3,3} \\ \vdots \end{bmatrix} = 0^T \quad (9.6-14)$$

把此式同分组码公式  $H \cdot A^T = O^T$  相比较,可见上式左边的矩阵是卷积码的监督矩阵,即

$$H_{\infty} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & & & & & & & & \\ 1 & 0 & 1 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & & & & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & & & & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & & & & & & & & & \dots \end{bmatrix} \quad (9.6-15)$$

由此看到卷积码的监督矩阵是一个半无限矩阵,因此它的矩阵常记作为  $H_{\infty}$ 。观察此矩阵发现,该矩阵前三列的结构与后三列的结构相同,而后三列只是比前三列向下移两行。因此从结构上看,只要知道前 6 行结构状况,即可得到  $H_{\infty}$  的全部信息。当研究问题的简便,于是引入截短监督矩阵

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & & & & & & \\ 1 & 0 & 1 & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 & I_2 & & & \\ P_2 & O & P_1 & I_2 & & \\ P_3 & O & P_2 & O & P_1 & I_2 \end{bmatrix} \quad (9.6-16)$$

式中  $P_i$ —— $2 \times 1$  阶矩阵;

$I_2$ ——二阶单位方阵;

$O$ ——二阶全零矩阵。

推广到一般情况,  $(n, k, N)$  卷积码的截短监督矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} P_1 I_{n-k} & & & \\ P_2 O & P_1 I_{n-k} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ P_N O & P_{N-1} O & \dots & P_1 I_{n-k} \end{bmatrix} \quad (9.6-17)$$

式中  $I_{n-k}$ —— $(n-k)$  阶单位方阵;

$P_i$ —— $(n-k) \times k$  阶  $P$  矩阵;

$O$ —— $n-k$  阶全零矩阵。

人们还称上式最后一行矩阵

$$h = [P_N O \quad P_{N-1} O \dots P_1 I_{n-k}] \quad (9.6-18)$$

为  $(n, k, N)$  卷积码的基本监督矩阵。显然由上式看到,一旦  $h$  给定,则可完全确定截短监督矩阵  $H$ 。

下面我们来讨论卷积码的生成矩阵  $G$  和监督矩阵  $H$  之间的关系。比较同样卷积码得到的(9.6-16)  $H$  矩阵和(9.6-4)  $G_{\infty}$  矩阵。可以得到

$$G_{\infty} = \begin{bmatrix} I_1 P_1^T & OP_2^T & OP_3^T & & \\ & I_1 P_1^T & OP_2^T & OP_3^T & \\ & & I_1 P_1^T & OP_2^T & OP_3^T \\ & & & \ddots & \ddots \\ & & & & I_1 P_1^T \end{bmatrix} \quad (9.6-19)$$

式中  $I_1$ ——1 阶单位方阵;

$P_i^T$ —— $P_i$  矩阵的转置。

类同截短监督矩阵的想法,可引入截短生成矩阵  $G$  为

$$G = \begin{bmatrix} I_1 P_1^T & OP_2^T & OP_3^T \\ & I_1 P_1^T & OP_2^T \\ & & I_1 P_1^T \end{bmatrix} \quad (9.6-20)$$

推广到一般情况,截短生成矩阵为

$$G = \begin{bmatrix} I_k P_1^T & OP_2^T & \cdots & OP_N^T \\ & I_k P_1^T & \cdots & OP_{N-1}^T \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & I_k P_1^T \end{bmatrix} \quad (9.6-21)$$

式中  $I_k$ —— $k$  阶单位方阵;

$O$ —— $k$  阶全零方阵;

$P_i^T$ ——该码截短监督矩阵  $H$  中的  $P_i$  矩阵之转置。

由上式看到,其第一行矩阵

$$g = [I_k P_1^T \quad OP_2^T \quad \cdots \quad OP_N^T] \quad (9.6-22)$$

完全决定着  $G$  矩阵,人们称此  $g$  矩阵为基本生成矩阵。一旦得到基本生成矩阵,则立即可写出该卷积码的截短生成矩阵  $G$ 。

如同线性分组码的  $G$  和  $H$  满足  $G \cdot H^T = O$ ,在卷积码中的  $G$  和  $H$  也同样满足此等式。

### 9.6.3 卷积码译码

卷积码的译码方法有两类:一类是大数逻辑译码,又称门限译码;另一类是概率译码,概率译码又分为维特比译码和序列译码两种。门限译码方法是以分组码理论为基础的,其译码设备简单,速度快,但其误码性能要比概率译码法差。下面先讨论大数逻辑译码。

#### 1. 大数逻辑译码

该译码方法是从线性码的伴随式出发,找到一组特殊的能够检查信息位置是否发生错误的方程组,从而实现纠错译码。下面通过一个例子来说明该译码的工作原理。

设有  $(2,1,6)$  卷积码的编码器如图 9-15 所示。

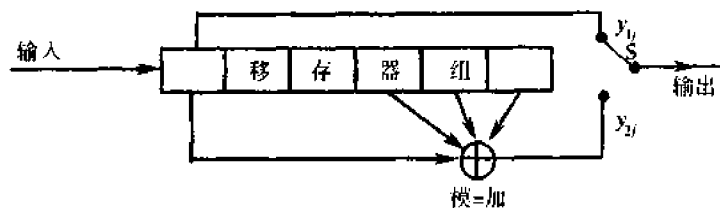


图 9-15  $(2,1,6)$  卷积码

它的监督矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 1 & 1 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & & & & & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & & & & \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & & \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.6-23)$$

像分组码那样,由  $H$  可得伴随式  $E \cdot H^T$ 。这里  $E = (e_{11} e_{21} e_{12} e_{22} \cdots e_{16} e_{26})$  是信道传输后所产生的错误图样。这样就有  $E \cdot H^T = S = (s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4 \ s_5 \ s_6)$  式中

$$\begin{aligned} s_1 &= e_{11} + e_{21} \\ s_2 &= e_{12} + e_{22} \\ s_3 &= e_{13} + e_{23} \\ s_4 &= e_{11} + e_{14} + e_{24} \\ s_5 &= e_{11} + e_{12} + e_{15} + e_{25} \\ s_6 &= e_{11} + e_{12} + e_{13} + e_{16} + e_{26} \end{aligned}$$

由上面一组方程,可以得到一组方程

$$\begin{cases} s_1 = e_{11} + e_{21} \\ s_4 = e_{11} + e_{14} + e_{24} \\ s_5 = e_{11} + e_{12} + e_{15} + e_{25} \\ s_2 + s_6 = e_{11} + e_{22} + e_{13} + e_{16} + e_{26} \end{cases} \quad (9.6-24)$$

该方程的特点是,错误元  $e_{11}$  在各方程中都出现,其他的错误元在方程中出现总数不超过一次。人们称具有该特点的方程组为正交于  $e_{11}$  错误元的一致校验和式。这样一来,在相邻的 12 码元中,若错误图样  $E$  中的错误个数不多于 2 个,且其中一个发生在  $e_{11}$  位上,另一个发生在其他位上,那么方程组(9.6-24)中至少有三个方程为 1,即  $\sum s_i \geq 3 (i=1,2,4,5,6)$ ;如果  $E$  中错误个数不多于 2 个,且  $e_{11}$  位上未发生错误,则  $\sum s_i \leq 2$ 。由此可根据  $\sum s_i$  的多少来进行大数判决,以决定对收到的  $e_{11}$  值进行纠正或不纠正。

根据上面的想法,画出(2,1,6)卷积码的译码器如图 9-16 所示。该译码器由输入分路开关 S、两组移位寄存器、四个模 2 加法器和大数判决门等所组成。开关 S 把收到的序列进行信息位和监督位的分路。信息移位寄存器在存入 6 位信息后于“1”模 2 加法器输出端产生 1 位监督位,该监督位同收到的监督位在“2”模 2 加法器处相加,从而得到校正子送给“校正子移位寄存器”组。校正子移位寄存器,在得到连续的六个校正子后,按照式(9.6-24)输出校正子值,在“大数判决门”处实现门限判决;若  $\sum s_i \geq 3$ ,则输出 1;反之,则输出 0。判决门输出 1,就可通过“4”模 2 加法器改变  $e_{11}$  位置上的信息位,纠正了错误;反之,判决器输出 0,则不会改变经检验是正确的第一位信息位。判决门输出 1,则还用来改变有关的已发生差错的校正子,为后续码元的纠错做好准备。这里看到该译码器采用了门限判决的方法,所以又称之为门限判决译码器。可以看到,该译码器能纠正在约束长度内的两位随机错误。如果要纠正多于 2 位的随机差错或克服突发错误,则需找约束长度

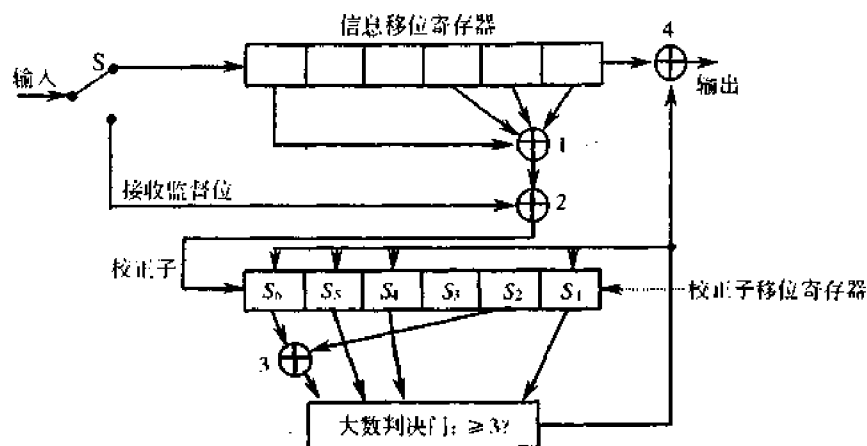


图 9-16 (2,1,6)卷积码门限译码器

更长和性能更好的卷积码。

## 2. 维特比译码

维特比(Viterbi)译码和序列译码都属于概率译码。当卷积码的约束长度不太大时,与序列译码相比,维特比译码器比较简单,计算速度更快。维特比译码算法,以后简称 VB 算法。VB 算法是 1967 年由 Viterbi 提出,近年来有大的发展。目前在数字通信的前向纠错系统中用得较多,而且在卫星深空通信中应用更多,该算法在卫星通信中已被采用作为标准技术。

采用概率译码的一种基本想法是:把已接收序列与所有可能的发送序列做比较,选择其中码距最小的一个序列作为发送序列。如果发送  $L$  组信息比特,对于  $(n, k)$  卷积码来说,可能发送的序列有  $2^{kL}$  个,计算机或译码器需存储这些序列并进行比较,以找到码距最小的那个序列。当传信率和信息组数  $L$  较大时,使得译码器难以实现。VB 算法则对上述概率译码(又称最大似然解码)做了简化,以至成为了一种实用化的概率算法。它并不是在网格图上一次比较所有可能的  $2^{kL}$  条路径(序列),而是接收一段,计算和比较一段,选择一段有最大似然可能的码段,从而达到整个码序列是一个有最大似然值的序列。

下面将用图 9-17 的  $(2,1,3)$  卷积码编码器所编出的码为例,来说明维特比解码的方法和运作过程。为了能说明解码过程,这里给出该码的状态图,如图 9-18 所示。维特比译码需要利用图来说明译码过程。根据前面的画网格的例子,读者可验证和画出该码网格图如图 9-19 所示。该图设输入信息数目  $L=5$ ,所以画有  $L+N=8$  个时间单位(节点),图中分别标以 0 至 7。这里设编码器从  $a$  状态开始运作。该网格图的每一条路径都对应着不同的输入信息序列。由于所有的可能输入信息序列共有  $2^{kL}$  个,因而网格图

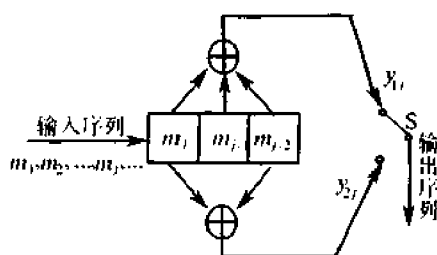


图 9-17 (2,1,3)卷积码编码器

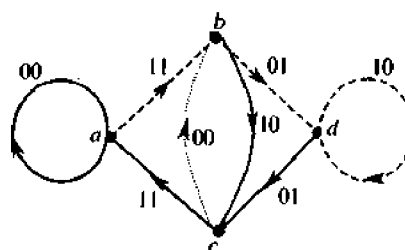


图 9-18 (2,1,3)卷积码状态图

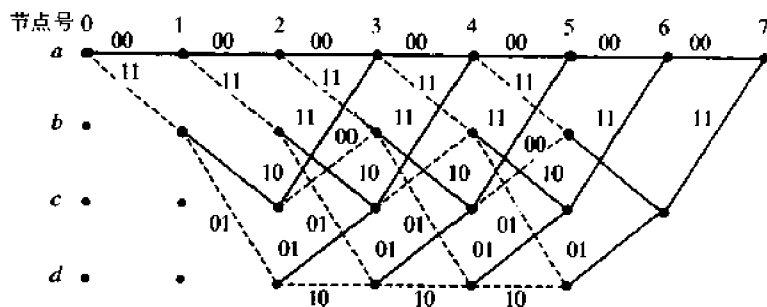


图 9-19 (2,1,3)卷积码网格图

有可能路径也有  $2^{kl}$  条。

设输入编码器的信息序列为(11011000),则由编码器输出的序列  $Y=(1101010001011100)$ ,编码器的状态转移路线为  $abdcdbca$ 。若收到的序列  $R=(0101011001011100)$ ,对照网格图来说明维特比译码的方法。

由于该卷积码的约束长度为 6 位,因此先选择接收序列的前 6 位序列  $R_1=(010101)$ 同到达第 3 时刻的可能的 8 个码序列(即 8 条路径)进行比较,并计算出码距。该例中到达第 3 时刻  $a$  点的路径序列是(000000)和(111011),它们与  $R_1$  的距离分别是 3 和 4;到达第 3 时刻  $b$  点的路径序列是(000011)和(111000),它们与  $R_1$  的距离分别是 3 和 4;到达第 3 时刻  $c$  点的路径序列是(001110)和(110101),与  $R_1$  的距离分别是 4 和 1;到达第 3 时刻  $d$  点的路径序列是(001101)和(110110),与  $R_1$  的距离分别是 2 和 3。上述每个节点都保留码距较小的路径作为幸存路径,所以幸存路径码序列是(000000)、(000011)、(110101)和(001101),如图 9-20(a)所示。用与上面类

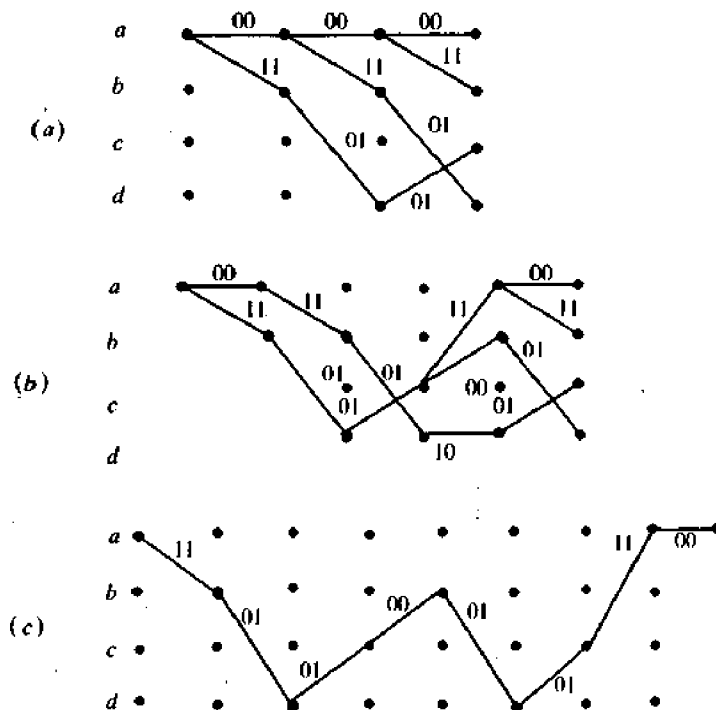


图 9-20 维特比译码图解

(a)第 3 时刻幸存路径;(b)第 5 时刻幸存路径;(c)第 8 时刻幸存路径。



同的方法可以得到第4、5、6、7时刻的幸存路径。需指出对于某一个节点而言比较两条路径与接收序列的累计码距时,若发生两个码距值相等,则可以任选一路径作为幸存路径,此时不会影响最终的译码结果。图9-20(b)给出了第5时刻幸存路径,读者可自行验证。在码的终了时刻 $a$ 状态,得到一根幸存路径,如图9-20(c)所示。由此看到译码器输出是 $R' = (1101010001011100)$ ,即可变换成序列 $(11011000)$ ,恢复了发端原始信息。比较 $R'$ 和 $R$ 序列,可以看到在译码过程中已纠正了在码序列第1和第7位上的差错。当然,差错出现太频繁,以致超出卷积码的纠错能力,则会发生误纠,这是不希望。有关此问题这里不再讨论。

从译码过程看到,维特比算法所需要的存储量是 $2^N$ ,在上例中仅为8。这对于约束长度 $N < 10$ 的译码是很有吸引力的。目前某些卷积码的Viterbi译码芯片,在市场已可以购买到,其硬件结构不再介绍。

## 9.7 网格编码调制

在第1章的数字通信系统框图介绍时已看到“差错控制编码与解码”同“发端调制和收端解调”是分开的框图,且在前面各章讨论时对编解码及调制解调也是分开讨论和设计的。传统的做法就是采用上述这种分开设计的方法。在20世纪70年代中期,梅西(Massey)根据信息论,证明了将编码与调制作为一整体考虑的最佳设计,可以明显地改善系统的性能。1982年,昂格尔博克(Ungerboeck)提出了卷积码与调制相结合的网格编码调制(即TCM)。这里将讨论TCM基本原理以及在实际中使用较多的卷积码与8PSK调制相结合的TCM技术原理。

在TCM中,编码信号映射成多进制已调信号时,系统传输误码率取决于信号之间的欧几里德距离(简称欧氏距离),这时的编码应使这个距离增加,以提高系统误码性能。传统的编码是以汉明距离为量度来设计的,此情况下映射成多进制已调信号时已不能保证获得大的欧氏距离,即不能得到好的误码性能。TCM方式则是针对不同的调制方式寻找使最小欧氏距离最大的编码。下面以 $(3, 2, N)$ 卷积码和8DPSK调制相结合为例子,来说明TCM的原理方法。

前面提到昂格尔博克,他对8PSK、16QAM等一类系统,提出了用“集分割”的方法,进行了信息元与已调信号之间的变换,并用计算机搜索了一批用这种“集分割”方法得到的有最大欧氏距离里的码,该码被称为UB码。集分割是利用星座图来进行的。对于 $(3, 2, N)$ 卷积码,后接一个8PSK调制器,那么该编码器输出的由三个码元组成的码段有8种可能的组合(000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111)。这8种组合,根据某种映射规则,同8PSK信号空间中的8个信号点对应,如图9-21所示。星座中8个信号点对应于8PSK信号的8个不同相位,信号点与星座中心的距离 $r$ 都为1(归一化),所以信号点之间的最小距离为 $\Delta_0 = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ 。信号点之间可能有的距离有 $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2$ 和 $\Delta_3$ ,该距离称之为信号点的欧氏距离。该值大小见图9-21中所示。8PSK星座中的8个信号点组成一个集。集分割的方法是把此8个点的集合分割成两个4个点的子集 $B_0$ 和 $B_1$ ;再把该4个点的子集都分割成两个2个点的子集“ $c_0$ 和 $c_2$ ”及“ $c_1$ 和 $c_3$ ”,且 $B_0 = c_0 \cup c_2, B_1 = c_1 \cup c_3$ ;最后把这四个2个点的子集都分割成单个点的子集,单点子集总共有8个;由图看到,每次分割后

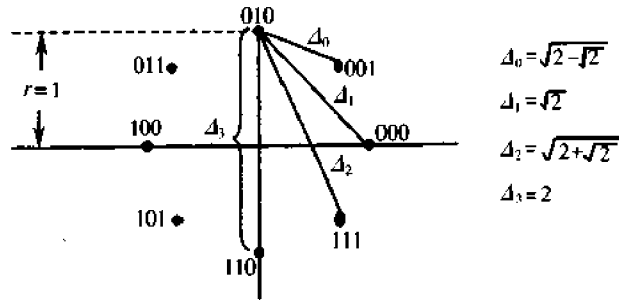


图 9-21 8PSK 星座和欧氏距离

子集的最小欧氏距离都大于分割前集合的最小欧氏距离, 即有  $\Delta_3 > \Delta_1 > \Delta_0$ 。8PSK 具体的分割情况如图 9-22 所示。

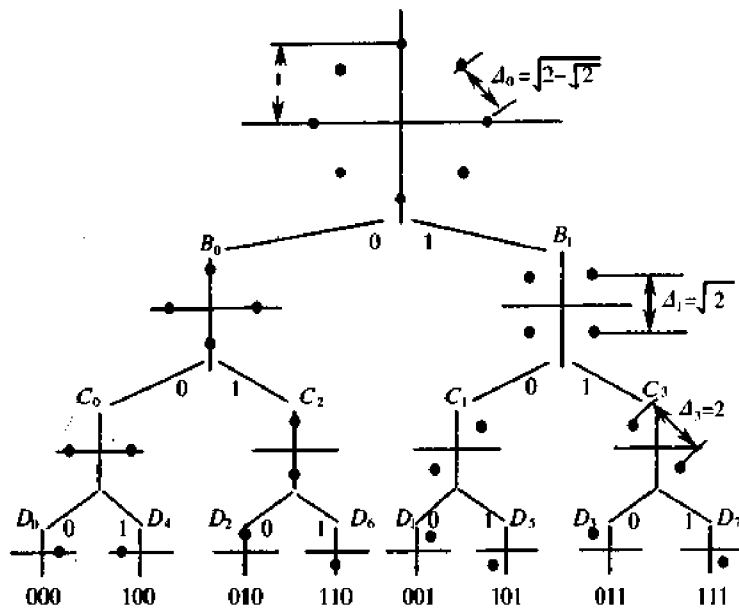


图 9-22 8PSK 星座的集分割

对于编码 8PSK 调制, 我们可以采用 4 状态网格如图 9-23(b) 所示, 能够产生该网格的 (3,2,2) 编码器也示该图的 (a)。需注意, 网格中的每个分支都对应着四个子集  $c_0, c_1, c_2$  或  $c_3$  之中的一个。因此, 状态转移时  $c_0$  包含两个信号点, 对应于比特序列 (000, 100) 或  $(0,4)_8, (0,4)_8$  是用八进制表示的序列; 状态转移时  $c_2, c_1, c_3$  也都分别包含两个信号点, 分别对应于比特序列 (010, 110), (001, 101), (011, 111)。由图 9-23(b) 看到, 在 4 态网格中的每种转移都包含两个并联分支。该图给出三步转移在第 3 时刻汇合的两个码序列信号, 这两个序列信号的平方欧氏距离为

$$d_{\min}^2 = d_{\min}^2(c_0, c_2) + d_{\min}(c_0, c_1) + d_{\min}^2(c_0, c_2) = 6 - \sqrt{2} = 4.585$$

上式中  $d_{\min}(c_i, c_j)$  表示取子集  $c_i$  中信号点和  $c_j$  中信号点之间的最小距离。对于二步转移, 两个码序列在第 2 时刻汇合是不可能的。但对于一步转移, 存在有欧氏距离  $d = 2c$ 。

因此,对于4状态网格8PSK码的最小欧氏距离为2,这种距离又被称为自由欧氏距离,常记为 $D_{\text{fed}}$ 。我们可以看到,此4状态网格8PSK编码调制的 $D_{\text{fed}}$ 同未编码的4PSK调制的欧氏距离 $d_0 = \sqrt{2}$ 相比较,前者比后者给出一个编码增益3dB。

需说明,对于4状态网格而言,图9-23给出的网格编码8PSK调制是最佳的。这个“最佳”是指在提供最大自由欧氏距离的意义下的最佳。

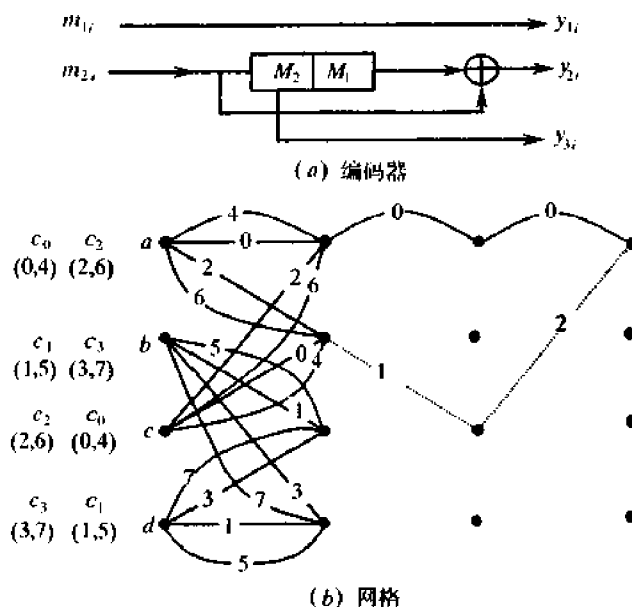


图9-23 8PSK时编码器 and 网格

上述对于8点星座的最佳4状态网格码的构成,是根据以下法则来完成的:

- (1) 并联转移分支,指定分配有间隔为最大欧氏距离的信号点。对于8PSK,此时的信号点取自同一子集 $c_i$ 。
- (2) 开始于同一状态的转移分支,指定分配有同一子集 $B_i$ 中的信号点,即该转移分支具有欧氏距离大于等于 $\Delta_1$ 。
- (3) 到达同一状态的转移分支,指定分配有同一子集 $B_i$ 中的信号点,即这些转移分支具有欧氏距离大于等于 $\Delta_1$ 。
- (4) 全部信号点应该以相同的频率出现。

需注意,这些规则是为了使该网格编码具有尽可能大的自由欧氏距离。还有一种格码,它的状态图不存在有并行分支,且从每一次状态可以转移到所有四个状态,它将不能满足以上规则,它不能获得明显的编码增益,也即不是最佳的,即不应取用。

根据以上分析,我们可以画出最佳4状态网格编码8PSK框图,如图9-24所示,它由(3,2,2)卷积码编码器和信号映射框所组成。当两个信息比特同时输入卷积码编码器后,卷积码编码器输出三比特并行码。信号映射框根据收到的三比特并行码,映射出一个信号点;映射的规则需要按照图9-22集分割后的约定来进行。如果映射框输出的信号点是已调信号形式,那么图9-24可称为TCM发端系统;如果信号点用来送到8PSK调制器实现TCM调制,这时信号点通常是基带信号,那么卷积码编码器、信号映射框和8PSK调制器,总称为TCM发端系统。

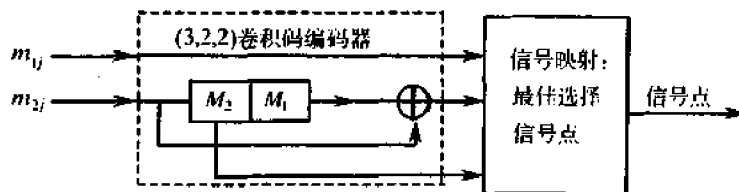


图 9-24 最佳四状态网格编码 8PSK 变换

上面已讨论了对于四状态卷积码的 TCM 8PSK 系统的网格编码调制和它的编码增益。对于更多状态卷积码情况下,TCM 8PSK 相对于未编码 4PSK 的编码增益如表 9-11 所列。TCM 所带来的编码增益还与信号星座的形状有关,最佳形信号星座相对于矩形星座,可得到多达 1.53dB 的形状增益。

表 9-11 TCM 8PSK 相对于未编码 4PSK 的编码增益

卷积码	(3,2,2)	(3,2,3)	(3,2,4)	(3,2,5)	(3,2,6)	(3,2,7)	(3,2,8)
状态数	4	8	16	32	64	128	256
编码增益/dB	3.0	3.6	4.1	4.6	5.0	5.4	5.7

因篇幅所限,更多的有关 TCM 方面的问题,不再作介绍。

## 思 考 题

- 9-1 在通信系统中,采用差错控制的目的是什么?
- 9-2 什么是随机信道?什么是突发信道?什么是混合信道?
- 9-3 常用的差错控制方法有哪些?
- 9-4 ARQ 系统的组成框图如何?该系统的主要优缺点是什么?
- 9-5 什么是分组码?其结构特点如何?
- 9-6 码的最小码距与其检、纠错能力有何关系?
- 9-7 什么叫做奇偶监督码?其检错能力如何?
- 9-8 什么是方阵码?其检、纠错能力如何?
- 9-9 什么是正反码?其检、纠错能力如何?
- 9-10 什么是线性码?它具有哪些重要性质?
- 9-11 什么是循环码?循环码的生成多项式如何确定?
- 9-12 什么是系统分组码?试举例说明。
- 9-13 什么是缩短循环码?它有何优点?
- 9-14 什么是 BCH 码?什么是本原 BCH 码?什么是非本原 BCH 码?
- 9-15 什么是里德—索洛蒙码?它与 BCH 码的关系如何?
- 9-16 什么是卷积码?什么是卷积码的码树图、网格图和状态图?
- 9-17 什么是编码调制?它有哪些特点?
- 9-18 什么是 PSK 星座图?以 8PSK 为例计算欧氏距离。
- 9-19 解释 4 状态网格 8PSK 编码调制的星座图集分割法和计算最小欧氏距离。

## 习 题

9-1 已知码集合中有 8 个码组为 (000000)、(001110)、(010101)、(011011)、(100011)、(101101)、(110110)、(111000), 求该码集合的最小码距。

9-2 上题给出的码集合若用于检错, 能检出几位错码? 若用于纠错, 能纠正几位错码? 若同时用于检错与纠错, 问纠错、检错的性能如何?

9-3 已知两码组为 (0000)、(1111)。若该码集合用于检错, 能检出几位错码? 若用于纠错, 能纠正几位错码? 若同时用于检错与纠错, 问各能纠、检几位错码?

9-4 若方阵码中的码元错误情况如图 P9-1 所示, 试问能否检测出来?

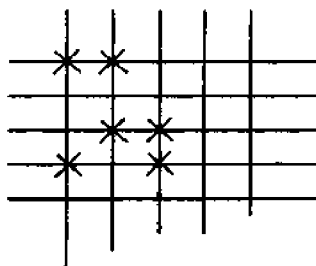


图 P9-1

9-5 一码长  $n=15$  的汉明码, 监督位  $r$  应为多少? 编码效率为多少? 试写出监督码元与信息码元之间的关系。

9-6 已知某线性码监督矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

列出所有许用码组。

9-7 已知 (7,3) 码的生成矩阵为

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

列出所有许用码组, 并求监督矩阵。

9-8 已知 (7,4) 循环码的全部码组为

0000000	1000101
0001011	1001110
0010110	1010011
0011101	1011000
0100111	1100010
0101100	1101001
0110001	1110100
0111010	1111111

试写出该循环码的生成多项式  $g(x)$  和生成矩阵  $G(x)$ , 并将  $G(x)$  化成典型阵。

9-9 由上题写出  $H$  矩阵和其典型阵。

9-10 已知  $(15, 11)$  汉明码的生成多项式为

$$g(x) = x^4 + x^3 + 1$$

试求其生成矩阵和监督矩阵。

9-11 已知  $x^{15} + 1 = (x + 1)(x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1)$ , 试问由它共可构成多少种码长为 15 的循环码? 列出它们的生成多项式。

9-12 已知  $(7, 3)$  循环码的监督关系式为

$$x_6 + x_3 + x_2 + x_1 = 0$$

$$x_5 + x_2 + x_1 + x_0 = 0$$

$$x_6 + x_5 + x_1 = 0$$

$$x_5 + x_4 + x_0 = 0$$

试求该循环码的监督矩阵和生成矩阵。

9-13 证明  $x^{10} + x^8 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$  为  $(15, 5)$  循环码的生成多项式。求出该码的生成矩阵, 并写出消息码为  $m(x) = x^4 + x + 1$  时的码多项式。

9-14 若要产生上题所给出的  $(15, 5)$  循环码。试画出编码器电路。

9-15  $(15, 7)$  循环码由  $g(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$  生成。试问接收码组  $T(x) = x^{14} + x^5 + x + 1$  经图 9-7(a) 所示的电路后是否需重发。

9-16 已知  $g_1(x) = x^3 + x^2 + 1$ ;  $g_2(x) = x^3 + x + 1$ ;  $g_3(x) = x + 1$  试分别讨论:

$$(1) g(x) = g_1(x) \cdot g_2(x)$$

$$(2) g(x) = g_3(x) \cdot g_2(x)$$

两种情况下, 由  $g(x)$  生成的七位循环码能检测出哪些类型的单个错误和突发错误?

9-17 一卷积码编码器如图 P9-2 所示, 已知  $k=1, n=2, N=3$ 。试写出生成矩阵  $G$  的表达式。

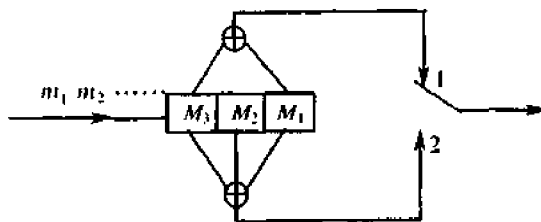


图 P9-2

9-18 已知  $k=1, n=2, N=4$  的卷积码, 其基本生成矩阵为  $g = [11010001]$ 。试求该卷积码的生成矩阵  $G$  和监督矩阵  $H$ 。

9-19 已知一卷积码的参数为:  $N=4, n=3, k=1$ , 其基本生成矩阵为  $g = [111001010011]$ 。试求该卷积码的生成矩阵  $G$  和截短监督矩阵, 并写出输入码为  $(1001 \dots)$  时的输出码。

9-20 已知  $(2, 1, 2)$  卷积码编码器的输出与  $m_1, m_2$  和  $m_3$  的关系为

$$y_1 = m_1 + m_2$$

$$y_2 = m_2 + m_3$$

试确定:

(1)编码器电路;

(2)卷积码的码树图、状态图及网格图。

9-21 已知(3,1,4)卷积码编码器的输出与  $m_1, m_2, m_3$  和  $m_4$  的关系为

$$y_1 = m_1$$

$$y_2 = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$$

$$y_3 = m_1 + m_3 + m_4$$

试画出编码器电路和码树图。当输入编码器的信息序列为 10110 时,求它的输出码序列。

9-22 已知(2,1,2)卷积码编码器的输出与  $m_1, m_2$  和  $m_3$  的关系为

$$y_1 = m_1 + m_2$$

$$y_2 = m_1 + m_2 + m_3$$

当接收码序列为 1000100000 时,试用维特比解码法求解发送信息序列。

## 第 10 章 正交编码与伪随机序列

### 10.1 引言

在数字通信技术中,正交编码与伪随机序列都是十分重要的技术。正交编码不仅可用作纠错码,而且还用来实现码分多址通信。例如里德—缪勒(Reed-Muller)码就是这样。伪随机序列在误码率测量、时延测量、扩谱通信、通信加密及分离多径等方面都有着十分广泛的应用。因此,本章将在简要讨论正交编码概念之后,着重讨论伪随机序列及其应用。

### 10.2 正交编码

首先我们说明正交的概念。若两个周期为  $T$  的模拟信号  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  互相正交,则有

$$\int_0^T s_1(t) s_2(t) dt = 0 \quad (10.2-1)$$

同理,若  $M$  个周期为  $T$  的模拟信号  $s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)$  构成一正交信号集合,则有

$$\int_0^T s_i(t) s_j(t) dt = 0 \quad (10.2-2)$$
$$i \neq j; \quad i, j = 1, 2, \dots, M$$

对于二进制数字信号,也有上述模拟信号这种正交性。由于数字信号是离散的,故可以把它看作是一个码组,并且用一数字序列表示这一码组。这里,我们只讨论二进制且码长相同的编码。这时,两个码组的正交性可用如下形式的互相关系数来表述。

设长为  $n$  的编码中码元只取值  $+1$  和  $-1$ ,以及  $x$  和  $y$  是其中两个码组:

$$x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (10.2-3)$$

$$y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n) \quad (10.2-4)$$

其中  $x_i, y_i \in (+1, -1), i = 1, 2, \dots, n$ , 则  $x$  和  $y$  间的互相关系数定义为

$$\rho(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (10.2-5)$$

若码组  $x$  和  $y$  正交,则必有  $\rho(x, y) = 0$ 。例如,图 10-1 所示 4 个数字信号可以看作是如下 4 个码组:

$$\begin{cases} s_1(t): (+1, +1, +1, +1) \\ s_2(t): (+1, +1, -1, -1) \\ s_3(t): (+1, -1, -1, +1) \\ s_4(t): (+1, -1, +1, -1) \end{cases} \quad (10.2-6)$$



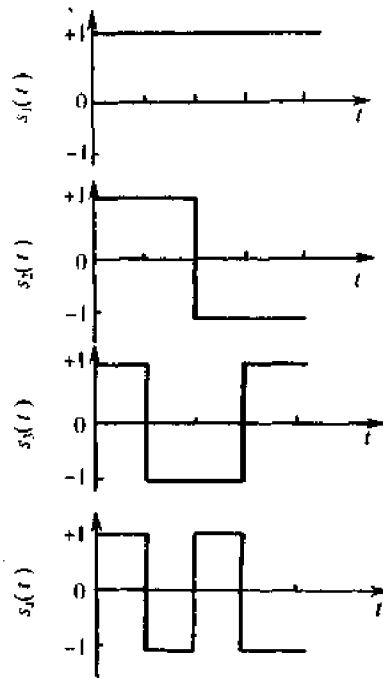


图 10-1 正交编码信号

按式(10.2-5)计算容易得知,这4个码组中任意两者之间的相关系数都为零,即这4个码组两两正交。我们把这种两两正交的编码称为正交编码。

类似上述互相关系数的定义,我们还可以对于一个长  $n$  的码组  $x$  定义其自相关系数为

$$\rho_x(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i x_{i+j}$$

$$j = 0, 1, \dots, (n-1) \quad (10.2-7)$$

式中,  $x$  的下标按模  $n$  运算,即有  $x_{n+k} = x_k$ ,例如,设  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (+1, -1, -1, +1)$ ,则有

$$\begin{aligned} \rho_x(0) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1 \\ \rho_x(1) &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i x_{i+1} = \frac{1}{4} (x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_4 + x_4 x_1) = \\ &\quad \frac{1}{4} (-1 + 1 - 1 + 1) = 0 \\ \rho_x(2) &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i x_{i+2} = \frac{1}{4} (x_1 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_1 + x_4 x_2) = -1 \\ \rho_x(3) &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i x_{i+3} = \frac{1}{4} (x_1 x_4 + x_2 x_1 + x_3 x_2 + x_4 x_3) = 0 \end{aligned}$$

在二进制编码理论中,我们也常常采用二进制数字“0”和“1”表示码元的可能取值。这时,若规定用二进制数字“0”代替上述码组中的“+1”,用二进制数字“1”代替“-1”,则上述互相关系数定义式(10.2-5)将变为

$$\rho(x, y) = \frac{A - D}{A + D} \quad (10.2 - 8)$$

式中  $A$ —— $x$  和  $y$  中对应码元相同的个数;

$D$ —— $x$  和  $y$  中对应码元不同的个数。

例如,按上述规定,式(10.2-6)中的例子可改写成

$$\begin{cases} s_1(t): (0, 0, 0, 0) \\ s_2(t): (0, 0, 1, 1) \\ s_3(t): (0, 1, 1, 0) \\ s_4(t): (0, 1, 0, 1) \end{cases} \quad (10.2 - 9)$$

将其代入式(10.2-8),计算出的互相关系数仍为零。

式(10.2-8)中,若用  $x$  的  $j$  次循环移位代替  $y$ ,就得到  $x$  的自相关系数  $\rho_x(j)$ 。具体地讲,令

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$y = (x_{1+j}, x_{2+j}, \dots, x_n, x_1, x_2, \dots, x_j)$$

代入式(10.2-8),就得到自相关系数  $\rho_x(j)$ 。

在建立了正交编码的概念之后,我们进一步引入超正交码和双正交码的概念。我们知道,相关系数  $\rho$  的取值范围在  $\pm 1$  之间,即有  $-1 \leq \rho \leq +1$ 。若两个码组间的相关系数  $\rho < 0$ ,则称这两个码组互相超正交。如果一种编码中任两码组间均超正交,则称这种编码为超正交编码。例如,在式(10.2-9)中,若仅取后 3 个码组,并且删去其第一位,构成如下新的编码:

$$\begin{cases} s'_1(t): (0, 1, 1) \\ s'_2(t): (1, 1, 0) \\ s'_3(t): (1, 0, 1) \end{cases} \quad (10.2 - 10)$$

则不难验证,由这三个码组所构成的编码是超正交码。

由正交编码和其反码便可以构成所谓双正交编码。例如,式(10.2-9)中正交码的反码为

$$\begin{cases} (1, 1, 1, 1) \\ (1, 1, 0, 0) \\ (1, 0, 0, 1) \\ (1, 0, 1, 0) \end{cases} \quad (10.2 - 11)$$

式(10.2-9)和式(10.2-11)的总体即构成如下双正交码:

$$\begin{array}{ll} (0, 0, 0, 0) & (1, 1, 1, 1) \\ (0, 0, 1, 1) & (1, 1, 0, 0) \\ (0, 1, 1, 0) & (1, 0, 0, 1) \\ (0, 1, 0, 1) & (1, 0, 1, 0) \end{array}$$

这种码中共有 8 种码组,码长为 4,任两码组间的相关系数为 0 或 -1。

在正交编码理论中,哈达玛(Hadamard)矩阵具有非常重要的作用,因为它的每一行(或列)都是一正交码组,而且通过它还很容易构成超正交码和双正交码,所以下面有必要对哈达玛矩阵加以讨论。

哈达玛矩阵是法国数学家 M. J. Hadamard 于 1893 年首先构造出来的, 简记为  $H$  矩阵。它是一种方阵, 仅由元素  $+1$  和  $-1$  构成, 而且其各行(和列)是互相正交的。最低阶的  $H$  矩阵是 2 阶的, 即

$$H_2 = \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ +1 & -1 \end{bmatrix} \quad (10.2-12)$$

下面为了简单, 把上式中的  $+1$  和  $-1$  简写为  $+$  和  $-$ , 这样上式变成

$$H_2 = \begin{bmatrix} + & + \\ + & - \end{bmatrix} \quad (10.2-13)$$

阶数为 2 的幂的高阶  $H$  矩阵可以从下列递推关系得出

$$H_N = H_{N/2} \otimes H_2 \quad (10.2-14)$$

式中  $N = 2^m$ ;

$\otimes$ ——直积。

上式中直积是指将矩阵  $H_{N/2}$  中的每一元素用矩阵  $H_2$  代替。例如:

$$H_4 = H_2 \otimes H_2 = \begin{bmatrix} H_2 & H_2 \\ H_2 & -H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{bmatrix} \quad (10.2-15)$$

$$H_8 = H_4 \otimes H_2 = \begin{bmatrix} H_4 & H_4 \\ H_4 & -H_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & - & + & - & + & - & + & - \\ + & + & - & - & + & + & - & - \\ + & - & - & + & + & - & - & + \\ + & + & + & + & - & - & - & - \\ + & - & + & - & - & + & - & + \\ + & + & - & - & - & - & + & + \\ + & - & - & + & - & + & + & - \end{bmatrix} \quad (10.2-16)$$

上面给出几个  $H$  矩阵的例子, 都是对称矩阵, 而且第一行和第一列的元素全为“ $+$ ”。我们把这样的  $H$  矩阵称为哈达玛矩阵的正规形式, 或称为正规哈达玛矩阵。

容易看出, 在  $H$  矩阵中, 交换任意两行, 或交换任意两列, 或改变任一行中每个元素的符号, 或改变任一列中每个元素的符号, 都不会影响矩阵的正交性质。因此, 正规  $H$  矩阵经过上述各种交换或改变后仍为  $H$  矩阵, 但不一定是正规的了。

按式(10.2-14)递推关系可以构造出所有  $2^k$  阶的  $H$  矩阵。可以证明<sup>[6]</sup>, 高于 2 阶的  $H$  矩阵的阶数一定是 4 的倍数。不过, 以 4 的倍数作为阶数是否一定存在  $H$  矩阵, 这一问题并未解决。有人推测, 对于所有  $n = 4t$  都存在相应的  $H$  矩阵, 但这种推测尚未得到证明或者否定。目前, 除  $n = 4 \times 47 = 188$  外, 所有  $n \leq 200$  的  $H$  矩阵都已找到。

$H$  矩阵中各行(或列)是相互正交的, 所以  $H$  矩阵是正交方阵。若把其中每一行看作是一个码组, 则这些码组也是互相正交的, 而整个  $H$  矩阵就是一种长为  $n$  的正交编码,

它包含  $n$  个码组。

顺便指出,若将  $H$  矩阵中行的次序按“+1”和“-1”交变次数的多少重新排列,可以得到沃尔什(Walsh)矩阵。例如,对应式(10.2-16)的沃尔什矩阵为

$$W = \begin{bmatrix} + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & + & + & - & - & - & - \\ + & + & - & - & - & - & + & + \\ + & + & - & - & + & + & - & - \\ + & - & - & + & + & - & - & + \\ + & - & - & + & - & + & + & - \\ + & - & + & - & - & + & - & + \\ + & - & + & - & + & - & + & - \end{bmatrix} \quad (10.2-17)$$

沃尔什矩阵有时应用在信号处理技术中。

### 10.3 伪随机序列

随机噪声在通信技术中首先是作为有损通信质量的因素受到人们重视的。在前面许多章节中都已指出,信道中存在的随机噪声会使模拟信号产生失真,或使数字信号解调后出现误码;同时,它还是限制信道容量的一个重要因素。因此,人们最早是企图设法消除或减小通信系统中的随机噪声。但是,有时人们也希望获得随机噪声。例如,在实验室中对通信设备或系统进行测试时,有时要故意加入一定的随机噪声,这时则需要产生它。

随着通信理论的发展,早在 20 世纪 40 年代末,香农(Shannon)就曾指出,在某些情况下,为了实现最有效的通信,应采用具有白噪声的统计特性的信号。另外,为了实现高可靠的保密通信,也希望利用随机噪声。然而,利用随机噪声的最大困难是它难以重复产生和处理。直到 60 年代,伪随机噪声的出现才使这一困难得到解决。

伪随机噪声具有类似于随机噪声的一些统计特性,同时又便于重复产生和处理。由于它具有随机噪声的优点,又避免了它的缺点,因此获得了日益广泛的实际应用。目前广泛应用的伪随机噪声都是由数字电路产生的周期序列(经滤波等处理后)得到的。今后我们将这种周期序列称为伪随机序列<sup>①</sup>。

通常产生伪随机序列的电路为一反馈移存器。它又可分为线性反馈移存器和非线性反馈移存器两类。由线性反馈移存器产生出的周期最长的二进制数字序列称为最大长度线性反馈移存器序列,通常简称为  $m$  序列。由于它的理论比较成熟,实现比较简便,实际应用也较广泛,故这里将重点讨论它。但是,由于  $m$  序列的种类有限,不能完全满足客观需要,因此带有非线性反馈的移存器产生的一些伪随机序列也有应用价值。

#### 10.3.1 $m$ 序列

##### 1. $m$ 序列的产生

$m$  序列是最长线性反馈移存器序列的简称,它是由带线性反馈的移存器产生的周期

<sup>①</sup> 有的书刊中又称其为伪随机码或伪随机信号。

最长的一种序列。现在,我们先给出一个  $m$  序列的例子。在图 10-2 中示出一个 4 级反馈移存器。若其初始状态为  $(a_3, a_2, a_1, a_0) = (1, 0, 0, 0)$ , 则在移位一次时, 由  $a_3$  和  $a_0$  模 2 相加产生新的输入  $a_4 = 1 \oplus 0 = 1$ , 新的状态变为  $(a_4, a_3, a_2, a_1) = (1, 1, 0, 0)$ , 这样移位 15 次后又回到初始状态  $(1, 0, 0, 0)$ 。不难看出, 若初始状态为全“0”, 即“0, 0, 0, 0”, 则移位后得到的仍为全“0”状态。这就意味着在这种反馈移存器中应避免出现全“0”状态, 不然移存器的状态将不会改变。因为 4 级移存器共有  $2^4 = 16$  种可能的不同状态。除全“0”状态外, 只剩 15 种状态可用, 即由任何 4 级反馈移存器产生的序列的周期最长为 15。

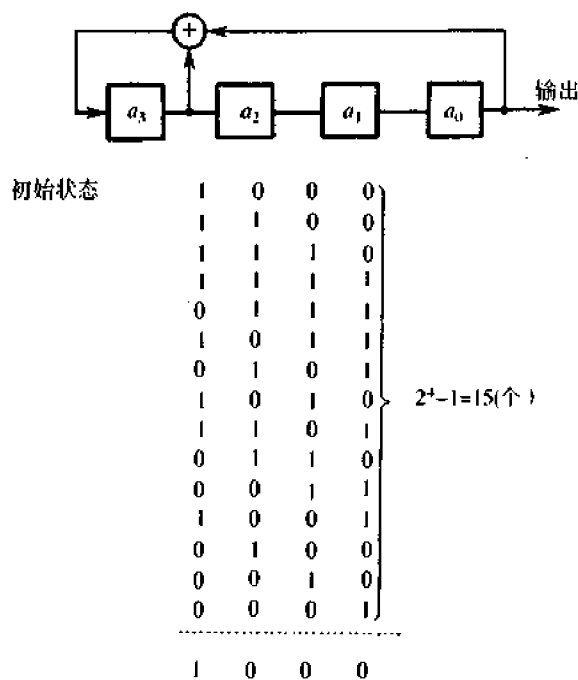


图 10-2  $m$  序列的产生

我们常常希望用尽可能少的级数产生尽可能长的序列。由上例可见, 一般说来, 一个  $n$  级反馈移存器可能产生的最长周期等于  $(2^n - 1)$ 。反馈电路如何连接才能使移存器产生的序列最长, 这就是本节后面将要讨论的主题。

在图 10-3 中示出一个一般的线性反馈移存器的组成。图中一级移存器的状态用  $a_i$  表示,  $a_i = 0$  或  $1, i = \text{整数}$ 。反馈线的连接状态用  $c_i$  表示,  $c_i = 1$  表示此线接通(参加反馈),  $c_i = 0$  表示此线断开。我们不难推想, 反馈线的连接状态不同, 就可能改变此移存器输出序列的周期  $p$ 。为了进一步研究它们的关系, 我们需要建立几个基本关系式。

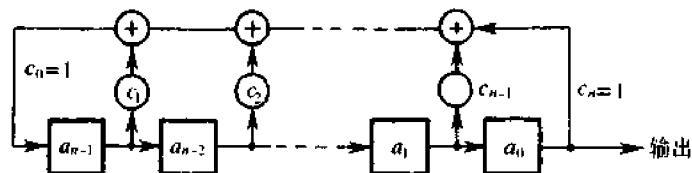


图 10-3 线性反馈移位寄存器

设  $n$  级移位寄存器的初始状态为:  $a_{-1} a_{-2} \cdots a_{-n}$ , 经过一次移位后, 状态变为  $a_0 a_{-1} a_{-2} \cdots a_{-n+1}$ 。经过  $n$  次移位后, 状态为  $a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_1 a_0$ , 图 10-3 所示就是这一状态。再移位一次时, 移位寄存器左端新得到的输入  $a_n$ , 按图中线路连接关系, 可以写为

$$a_n = c_1 a_{n-1} \oplus c_2 a_{n-2} \oplus \cdots \oplus c_{n-1} a_1 \oplus c_n a_0 = \sum_{i=1}^n c_i a_{n-i} \pmod{2} \quad (10.3-1)$$

因此, 一般说来, 对于任意一状态  $a_k$ , 有

$$a_k = \sum_{i=1}^n c_i a_{k-i} \quad (10.3-2)$$

上式中求和仍为按模 2 运算。由于本章中类似方程都是按模 2 运算, 故公式中不再每次注明(模 2)了。

式(10.3-2)称为递推方程, 它给出移位输入  $a_k$  与移位前各级状态的关系。

上面曾经指出,  $c_i$  的取值决定了移位寄存器的反馈连接和序列的结构, 故  $c_i$  是一个很重要的参量。现在将它用下列方程表示:

$$f(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \cdots + c_n x^n = \sum_{i=0}^n c_i x^i \quad (10.3-3)$$

这一方程称为特征方程(或特征多项式)。式中  $x^i$  仅指明其系数(1 或 0)代表  $c_i$  的值,  $x$  本身的取值并无实际意义, 也不需要去计算  $x$  的值。例如, 若特征方程为

$$f(x) = 1 + x + x^4 \quad (10.3-4)$$

则它仅表示  $x^0, x^1$  和  $x^4$  的系数  $c_0 = c_1 = c_4 = 1$ , 其余的  $c_i$  为零( $c_2 = c_3 = 0$ )。按这一特征方程构成的反馈移位寄存器就是图 10-2 中所示的。

同样, 我们也可以将反馈移位寄存器的输出序列  $\{a_k\}$  用代数方程表示为

$$G(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k \quad (10.3-5)$$

式(10.3-5)称为母函数。

递推方程、特征方程和母函数就是我们要建立的三个基本关系式。下面将要利用它们来分析移位寄存器。

**[定理 10.1]**

$$f(x) \cdot G(x) = h(x) \quad (10.3-6)$$

式中  $h(x)$ ——次数低于  $f(x)$  的次数的多项式。

**[证]**

将式(10.3-2)代入(10.3-5), 得到

$$\begin{aligned} G(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^n c_i a_{k-i} \right) x^k = \sum_{i=1}^n c_i x^i \left( \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{k-i} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^n c_i x^i \left( a_{-i} x^{-i} + a_{-(i-1)} x^{-(i-1)} + \cdots + a_{-1} x^{-1} + \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right) = \\ &= \sum_{i=1}^n c_i x^i \left( a_{-i} x^{-i} + a_{-(i-1)} x^{-(i-1)} + \cdots + a_{-1} x^{-1} \right) + \sum_{i=1}^n c_i x^i \cdot G(x) \end{aligned}$$

移项整理后, 得到

$$\left( 1 + \sum_{i=1}^n c_i x^i \right) G(x) = \sum_{i=1}^n c_i x^i \left( a_{-i} x^{-i} + a_{-(i-1)} x^{-(i-1)} + \cdots + a_{-1} x^{-1} \right)$$

将上式右端用符号  $h(x)$  表示, 并因  $c_0 \equiv 1$ , 故上式变成

$$\left( \sum_{i=0}^n c_i x^i \right) \cdot G(x) = h(x)$$

其中

$$h(x) = \sum_{i=1}^n c_i x^i (a_{-i} x^{-i} + a_{-(i-1)} x^{-(i-1)} + \cdots + a_{-1} x^{-1}) \quad (10.3-7)$$

由此式可以看出, 当电路给定后,  $h(x)$  仅决定于初始状态  $(a_{-1}, \cdots, a_{-n})$ 。

再将式(10.3-3)代入上式, 最后得出

$$f(x) \cdot G(x) = h(x)$$

在式(10.3-7)中, 若  $a_{-1} = 1$ , 则  $h(x)$  的最高项为  $x^{n-1}$ ; 若  $a_{-1} = 0$ , 则最高项次数  $< (n-1)$ , 所以我们得知  $h(x)$  的最高项次数  $\leq (n-1)$ , 而  $f(x)$  的最高项次数  $= n$ ; 因为图 10-3 中已规定  $c_n = 1$ , 式(10.3-3)中最高项为  $x^n$ 。故  $h(x)$  的次数必定低于  $f(x)$  的次数。(证毕)

**【定理 10.2】**  $n$  级线性反馈移位寄存器之相继状态具有周期性, 周期为  $p \leq 2^n - 1$ 。

**【证】** 反馈移位寄存器之每一状态完全决定于前一状态。因此, 一旦产生一状态  $R$ , 若它与以前的某一状态  $Q$  相同, 则状态  $R$  后之相继状态必定和  $Q$  之相继状态相同, 这样就可以具有周期性。

在  $n$  级移位寄存器中, 每级只能有两种状态: “1”或“0”。故  $n$  级移位寄存器最多仅可能有  $2^n$  种不同状态。所以, 在连续  $(2^n + 1)$  个状态中必有重复。如上所述, 一旦状态重复, 就有周期性。这时周期  $p \leq 2^n$ 。

若一旦发生全“0”状态, 则后继状态也为全“0”, 这时的周期  $p = 1$ 。因此, 在一个长的周期中不能包括全“0”状态。所以周期  $p \leq (2^n - 1)$ 。(证毕)

**【定理 10.3】** 若序列  $A = \{a_k\}$  具有最长周期 ( $p = 2^n - 1$ ), 则其特征多项式  $f(x)$  应为既约多项式。

**【证】** 所谓既约多项式是指不能分解因子的多项式。若一  $n$  次多项式  $f(x)$  能分解成两个不同因子, 则可令

$$f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x) \quad (10.3-8)$$

可以将式(10.3-6)写成如下部分分式之和:

$$G(x) = \frac{h(x)}{f(x)} = \frac{h_1(x)}{f_1(x)} + \frac{h_2(x)}{f_2(x)} \quad (10.3-9)$$

式中  $f_1(x)$  的次数为  $n_1, n_1 > 0$ ,

$f_2(x)$  的次数为  $n_2, n_2 > 0$ ,

且有

$$n_1 + n_2 = n \quad (10.3-10)$$

令  $G_1(x) = h_1(x)/f_1(x)$ ;  $G_2(x) = h_2(x)/f_2(x)$ , 则式(10.3-9)可以改写成

$$G(x) = G_1(x) + G_2(x) \quad (10.3-11)$$

式(10.3-11)表明, 输出序列  $G(x)$  可以看成是两个序列  $G_1(x)$  与  $G_2(x)$  之和, 其中  $G_1(x)$  是由特征多项式  $f_1(x)$  产生的输出序列,  $G_2(x)$  是由特征多项式  $f_2(x)$  产生的输出

序列。而且,由[定理 10.2]可知,  $G_1(x)$  的周期  $p_1 \leq 2^{n_1} - 1$ ,  $G_2(x)$  的周期  $p_2 \leq 2^{n_2} - 1$ 。所以,  $G(x)$  的周期  $p$  应是  $p_1$  和  $p_2$  的最小公倍数  $\text{LCM}[p_1, p_2]$ , 即

$$p = \text{LCM}[p_1, p_2] \leq p_1 \cdot p_2 \leq (2^{n_1} - 1) \cdot (2^{n_2} - 1) = 2^n - 2^{n_1} - 2^{n_2} + 1 \leq 2^n - 3 < 2^n - 1 \quad (10.3-12)$$

式(10.3-12)表明,  $p$  一定小于最长可能周期  $(2^n - 1)$ 。

若  $f(x)$  可以分解成两个相同的因子, 即上面的  $f_1(x) = f_2(x)$ , 同样可以证明  $p < 2^n - 1$ 。所以, 若  $f(x)$  能分解因子, 必定有  $p < 2^n - 1$ 。(证毕)

**【定理 10.4】** 一个  $n$  级移位寄存器的特征多项式  $f(x)$  若为既约的, 则由其产生的序列  $A = \{a_k\}$  的周期等于使  $f(x)$  能整除的  $(x^p + 1)$  中最小正整数  $p$ 。

**【证】** 若序列  $A$  具有周期  $p$ , 则由式(10.3-5)和(10.3-6)得到

$$\begin{aligned} \frac{h(x)}{f(x)} &= G(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k = \\ &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{p-1} x^{p-1} + a_0 x^p + a_1 x^{p+1} + \dots + a_{p-1} x^{2p-1} + \dots = \\ &= (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{p-1} x^{p-1}) + x^p (a_0 + a_1 x + \dots + a_{p-1} x^{p-1}) + \\ &= x^{2p} (a_0 + a_1 x + \dots + a_{p-1} x^{p-1}) + \dots = \\ &= (1 + x^p + x^{2p} + \dots) (a_0 + a_1 x + \dots + a_{p-1} x^{p-1}) = \\ &= \left( \frac{1}{1 + x^p} \right) (a_0 + a_1 x + \dots + a_{p-1} x^{p-1}) \end{aligned} \quad (10.3-13)$$

上式移项整理后, 变成

$$\frac{h(x) \cdot (x^p + 1)}{f(x)} = (a_0 + a_1 x + \dots + a_{p-1} x^{p-1}) \quad (10.3-14)$$

由[定理 10.1]可知  $h(x)$  的次数比  $f(x)$  的低, 而且现已假定  $f(x)$  为既约的, 所以上式表明  $(x^p + 1)$  必定能被  $f(x)$  整除。

我们注意, 此时序列  $A$  之周期  $p$  与初始状态或者说与  $h(x)$  无关。当然, 这里不考虑全“0”作为初始状态。

上面证明了若序列  $A$  具有周期  $p$ , 则  $(x^p + 1)$  必能被  $f(x)$  整除。

另一方面, 若  $f(x)$  能整除  $(x^p + 1)$ , 令其商为

$$b_0 + b_1 x + \dots + b_{p-1} x^{p-1} \quad (10.3-15)$$

又因为在  $f(x)$  为既约的条件下, 周期  $p$  与初始状态无关。现在考虑初始状态  $a_{-1} = a_{-2} = \dots = a_{-n+1} = 0, a_{-n} = 1$ , 由式(10.3-7)可知, 此时有  $h(x) = 1$ 。故有

$$\begin{aligned} G(x) &= \frac{h(x)}{f(x)} = \frac{1}{f(x)} = \frac{b_0 + b_1 x + \dots + b_{p-1} x^{p-1}}{x^p + 1} = \\ &= (1 + x^p + x^{2p} + \dots) (b_0 + b_1 x + \dots + b_{p-1} x^{p-1}) = \\ &= (b_0 + b_1 x + \dots + b_{p-1} x^{p-1}) + x^p (b_0 + b_1 x + \dots + b_{p-1} x^{p-1}) + \dots \end{aligned} \quad (10.3-16)$$

式(10.3-16)表明, 序列  $A$  以  $p$  或  $p$  的某个因子为周期。若  $A$  以  $p$  的某一因子  $p_1$  为周期,  $p_1 < p$ , 则由式(10.3-14)已经证明  $(x^{p_1} + 1)$  必能被  $f(x)$  整除。

所以, 序列  $A$  之周期等于使  $f(x)$  能整除的  $(x^p + 1)$  中最小正整数  $p$ 。(证毕)

现在我们引入本原多项式的概念。若一个  $n$  次多项式  $f(x)$  满足下列条件:



- (1)  $f(x)$  为既约的,  
 (2)  $f(x)$  可整除  $(x^m + 1)$ ,  $m = 2^n - 1$ ,  
 (3)  $f(x)$  除不尽  $(x^q + 1)$ ,  $q < m$ ,

则称  $f(x)$  为本原多项式。

这样,由[定理 10.4]就可以简单写出一反馈移位寄存器能产生  $m$  序列的充要条件为:反馈移位寄存器的特征多项式为本原多项式。

〔例 10.3-1〕 要求用一个 4 级反馈移位寄存器产生  $m$  序列,试求其特征多项式。

由于给定  $n=4$ ,故此移位寄存器产生的  $m$  序列的长度为  $m=2^n-1=15$ ,由于其特征多项式  $f(x)$  应可整除  $(x^m+1)=(x^{15}+1)$ ,或者说,应是  $(x^{15}+1)$  的一个因子,故将  $(x^{15}+1)$  分解因子,从其因子中找  $f(x)$ :

$$(x^{15}+1) = (x^4+x+1)(x^4+x^3+1)(x^4+x^3+x^2+x+1) \times (x^2+x+1)(x+1) \quad (10.3-17)$$

$f(x)$  不仅应为  $(x^{15}+1)$  的一因子,而且还应该是一个 4 次本原多项式。式(10.3-17)表明,  $(x^{15}+1)$  可以分解为 5 个既约因子,其中 3 个是 4 次多项式。可以证明,这 3 个 4 次多项式中,前两个是本原多项式,第 3 个不是。因为

$$(x^4+x^3+x^2+x+1)(x+1) = (x^5+1) \quad (10.3-18)$$

这就是说,  $(x^4+x^3+x^2+x+1)$  不仅可整除  $(x^{15}+1)$ ,而且还可整除  $(x^5+1)$ ,故它不是本原的。因此,我们找到了两个 4 次本原多项式:  $(x^4+x+1)$  和  $(x^4+x^3+1)$ 。由其中任何一个都可产生  $m$  序列,用  $(x^4+x+1)$  作为特征多项式构成的 4 级反馈移位寄存器就是图 10-2 中给出的。

由上述可见,只要找到了本原多项式,就能由它构成  $m$  序列产生器。但是寻找本原多项式并不是很简单的。经过前人大量的计算,已将常用本原多项式列成表备查,如在表 10-1 中列出了一部分。在制作  $m$  序列产生器时,移位寄存器反馈线(及模 2 加法电路)的数目直接决定于本原多项式的项数。为了使  $m$  序列产生器的组成尽量简单,我们希望使用项数最少的那些本原多项式。由表 10-1 可见,本原多项式最少有三项(这时只需用一个模 2 加法器)。对于某些  $n$  值,由于不存在三项的本原多项式,我们只好列入较长的本原多项式。

表 10-1 常用本原多项式

$n$	本原多项式		$n$	本原多项式	
	代 数 式	8 进数表示法		代 数 式	8 进数表示法
2	$x^2+x+1$	7	14	$x^{14}+x^{10}+x^6+x+1$	42103
3	$x^3+x+1$	13	15	$x^{15}+x+1$	100003
4	$x^4+x+1$	23	16	$x^{16}+x^{12}+x^3+x+1$	210013
5	$x^5+x^2+1$	45	17	$x^{17}+x^3+1$	400011
6	$x^6+x+1$	103	18	$x^{18}+x^7+1$	1000201
7	$x^7+x^3+1$	211	19	$x^{19}+x^5+x^2+x+1$	2000047
8	$x^8+x^4+x^3+x^2+1$	435	20	$x^{20}+x^3+1$	4000011
9	$x^9+x^4+1$	1021	21	$x^{21}+x^3+1$	10000005
10	$x^{10}+x^3+1$	2011	22	$x^{22}+x+1$	20000003
11	$x^{11}+x^2+1$	4005	23	$x^{23}+x^5+1$	40000041
12	$x^{12}+x^6+x^4+x+1$	10123	24	$x^{24}+x^7+x^2+x+1$	100000207
13	$x^{13}+x^4+x^3+x+1$	20033	25	$x^{25}+x^3+1$	200000011

由于本原多项式的逆多项式也是本原多项式,例如,式(10.3-17)中的 $(x^4 + x + 1)$ 与 $(x^4 + x^3 + 1)$ 互为逆多项式,即10011与11001互为逆码,所以在表10-1中每一本原多项式可以组成两种 $m$ 序列产生器。

在一些书刊中,有时将本原多项式用8进制数字表示。我们也将这种表示方法示于此表中右侧。例如,对于 $n=4$ ,表中给出“23”,它表示:

$$\begin{array}{cc} 2 & 3 \\ 010 & 011 \\ c_5 c_4 c_3 & c_2 c_1 c_0 \end{array}$$

即  $c_0 = c_1 = c_4 = 1, c_2 = c_3 = c_5 = 0$ 。

## 2. $m$ 序列的性质

### 1) 均衡性

在 $m$ 序列的一周期中,“1”和“0”的数目基本相等。准确地说,“1”的个数比“0”的个数多一个。现证明如下:

设一 $m$ 序列之周期为 $m = 2^n - 1$ ,则此序列可以表示为

$$a_0 a_1 a_2 \cdots a_{n-1} a_n a_{n+1} \cdots a_{m-1} a_0 a_1 \cdots \quad (10.3-19)$$

由于此序列中任何相继的 $n$ 位都是产生此序列的 $n$ 级移位寄存器的一个状态,而且此移位寄存器共有 $m$ 个不同状态,所以可以把此移位寄存器的这些相继状态列表,如表10-2所列。表中每一行为移位寄存器的一个状态。 $m$ 个相继的状态构成此 $m$ 序列的一个周期。由此表直接看出,最后一列的元素按自上而下排列次序就构成式(10.3-19)中 $m$ 序列。自然,其他各列也构成同样的 $m$ 序列,只是初始相位不同。

因为此表中每一元素为一位二进制数字,即 $a_i = 0$ 或 $1, i = 0, 1, \cdots, (m-1)$ 。所以表中每一个移位寄存器状态可以看成是一个 $n$ 位二进制数字。这 $m$ 个不同状态对应1至 $(2^n - 1)$ 间的 $m$ 个不同的二进制数字。由于1和 $m = (2^n - 1)$ 都是奇数,故1至 $(2^n - 1)$ 间这 $m$ 个整数中奇数比偶数多一个。在二进制中,奇数的末位必为“1”,偶数的末位必为“0”,而此末位数字就是表10-2中最后一列。故表中最右列的相继 $m$ 个二进制数字中“1”比“0”多一个。由于每列都构成一 $m$ 序列,所以 $m$ 序列中“1”比“0”多一个(证毕)。

表 10-2  $n$  级移位寄存器的 $m$ 个状态

$a_{n-1}$	$a_{n-2}$	$\cdots$	$a_2$	$a_1$	$a_0$
$a_n$	$a_{n-1}$	$\cdots$	$a_3$	$a_2$	$a_1$
$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$a_{n+i-1}$	$a_{n+i-2}$	$\cdots$	$a_{i+2}$	$a_{i+1}$	$a_i$
$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$a_{n-2}$	$a_{n-3}$	$\cdots$	$a_1$	$a_0$	$a_{n-1}$
$a_{n-1}$	$a_{n-2}$	$\cdots$	$a_2$	$a_1$	$a_0$
$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

### 2) 游程分布

我们把一个序列中取值相同的那些相继的(连在一起的)元素合称为一个“游程”。在一个游程中元素的个数称为游程长度。例如,在图10-2中给出的 $m$ 序列可以重写如下:

$$\overbrace{\cdots 10001111010110010 \cdots}^{m=15 \text{ 个}} \quad (10.3-20)$$

在其一个周期( $m$ 个元素)中,共有8个游程,其中长度为4的游程有一个,即“1111”;长度为3的游程有一个,即“000”;长度为2的游程有两个,即“11”与“00”;长度为1的游程有4个,即两个“1”与两个“0”。

一般说来,在 $m$ 序列中,长度为1的游程占游程总数的 $1/2$ ;长度为2的游程占游程总数的 $1/4$ ;长度为3的占 $1/8$ ;…。严格讲,长度为 $k$ 的游程数目占游程总数的 $2^{-k}$ ,其中 $1 \leq k \leq (n-1)$ ;而且在长度为 $k$ 的游程中[其中 $1 \leq k \leq (n-2)$ ],连“1”的游程和连“0”的游程各占一半<sup>①</sup>。

### 3) 移位相加特性

一个 $m$ 序列 $M_p$ 与其经任意次迟延移位产生的另一不同序列 $M_r$ 模2相加,得到的仍是 $M_p$ 的某次迟延移位序列 $M_s$ ,即

$$M_p \oplus M_r = M_s \quad (10.3-21)$$

我们现在分析一个 $m=7$ 的 $m$ 序列 $M_p$ 作为例子。设 $M_p$ 的一个周期为1110010,另一个序列 $M_r$ 是 $M_p$ 向右移位一次的结果,即 $M_r$ 的一个相应周期为0111001。这两个序列的模2和为

$$1110010 \oplus 0111001 = 1001011 \quad (10.3-22)$$

上式得出的为 $M_s$ 的一个相应的周期,它与 $M_p$ 向右移位5次的结果相同。下面我们对 $m$ 序列的这种移位相加特性作一般证明。

设产生序列 $M_p$ 的 $n$ 级反馈移位寄存器的初始状态如图10-3所示。这一初始状态也就是表10-2中第一行的 $a_0 a_1 a_2 \cdots a_{n-1}$ 。由这一初始状态代入递推方程(10.3-2),得到移位寄存器下一个输入为

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_n a_0 \quad (10.3-23)$$

若将序列 $M_p$ 的初始状态的 $r$ 次迟延移位作为序列 $M_r$ 的初始状态,则将 $M_r$ 的初始状态 $a_r a_{r+1} a_{r+2} \cdots a_{n+r-1}$ 代入递推方程(10.3-2),得到下一个输入

$$a_{n+r} = c_1 a_{n+r-1} + c_2 a_{n+r-2} + \cdots + c_n a_r \quad (10.3-24)$$

将上两式相加(模2),得到

$$a_n + a_{n+r} = c_1 (a_{n-1} + a_{n+r-1}) + c_2 (a_{n-2} + a_{n+r-2}) + \cdots + c_n (a_0 + a_r) \quad (10.3-25)$$

上式右端 $n$ 个括弧中两元素模2相加的结果一定是表10-2中另一行的元素。这是因为表10-2中的各行包含了除全“0”外的全部 $n$ 位二进制数字。设相加结果为

$$a_{i+n-1} a_{i+n-2} \cdots a_{i+1} a_i \quad (10.3-26)$$

则式(10.3-25)可以改写为

$$a_n + a_{n+r} = c_1 a_{i+n-1} + c_2 a_{i+n-2} + \cdots + c_n a_i \quad (10.3-27)$$

式(10.3-27)表明 $(a_n + a_{n+r})$ 仍为原 $n$ 级反馈移位寄存器按另一初始状态 $(a_{i+n-1} a_{i+n-2} \cdots a_i)$ 产生的输入,这是因为 $c_1 c_2 \cdots c_n$ 未改变,寄存器的反馈线接法也未改变。这

<sup>①</sup> 证明见本书1980年及1984年版。

个初始状态比  $M_p$  的初始状态迟延了  $i$  位,故序列  $M_p$  和  $M_r$  之和是  $M_p$  经过迟延  $i$  位的移位序列。(证毕)

#### 4) 自相关函数

大家知道,周期函数  $s(t)$  的自相关函数的定义为

$$R(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) s(t + \tau) dt \quad (10.3 - 28)$$

式中  $T_0$ —— $s(t)$  的周期。

对于取值是  $+1$  和  $-1$ , 周期为  $n$  的二进制码元序列  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_i = +1$  或  $-1$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , 其自相关函数定义可由上式简化如下:

令当  $\tau = j\tau_0$  时的  $R(\tau)$  记为  $R(j)$ , 其中  $\tau_0$  为码元宽度,  $j = 0, 1, \dots, (n-1)$ 。于是

$$\begin{aligned} R(j) &= \frac{1}{n\tau_0} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1)\tau_0}^{i\tau_0} s(t) s(t + j\tau_0) dt = \\ &= \frac{1}{n\tau_0} \sum_{i=1}^n x_i x_{i+j} \int_{(i-1)\tau_0}^{i\tau_0} dt = \\ &= \frac{1}{n\tau_0} \sum_{i=1}^n x_i x_{i+j} \cdot \tau_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i x_{i+j} \end{aligned} \quad (10.3 - 29)$$

式中,  $x$  的下标按模  $n$  运算, 即有  $x_{n+k} \equiv x_k$ 。

在二进制编码理论中, 我们也常常采用二进制数字“0”和“1”表示码元的可能取值, 取代上述的“ $+1$ ”和“ $-1$ ”。这时, 上述自相关函数定义将变为

$$R(j) = \frac{A - D}{A + D} = \frac{A - D}{n} \quad (10.3 - 30)$$

式中  $A$ ——该序列与其  $j$  次移位序列一个周期中对应元素相同的数目;

$D$ ——该序列与其  $j$  次移位序列一个周期中对应元素不同的数目;

$n$ ——该序列的周期。

上式还可以改写成如下形式:

$$R(j) = \frac{[x_i \oplus x_{i+j} = 0] \text{ 的数目} - [x_i \oplus x_{i+j} = 1] \text{ 的数目}}{n} \quad (10.3 - 31)$$

式中,  $x_i = 0$  或  $1$

现在利用上式来计算  $m$  序列的自相关函数。由  $m$  序列的迟延相加特性可知, 上式分子中的  $x_i \oplus x_{i+j}$  仍为  $m$  序列的一个元素, 所以上式分子就等于  $m$  序列一个周期中“0”的数目与“1”的数目之差; 另外, 由  $m$  序列的均衡性可知,  $m$  序列一周期中“0”的数目比“1”的数目少一个, 所以上式分子等于  $(-1)$ 。这样, 就有

$$R(j) = \frac{-1}{m}, j = 1, 2, \dots, m-1.$$

式中  $m$ —— $m$  序列的周期。

当  $j=0$  时, 显然  $R(0) = 1$ 。所以, 我们最后写成

$$R(j) = \begin{cases} 1, & j = 0 \\ \frac{-1}{m}, & j = 1, 2, \dots, m-1 \end{cases} \quad (10.3 - 32)$$

不难看出, 由于  $m$  序列有周期性, 故其自相关函数也有周期性, 周期也是  $m$ , 即

$$R(j) = R(j - km), \text{当 } j \geq km, \quad k = 1, 2, \dots \quad (10.3-33)$$

而且  $R(j)$  是偶函数, 即有

$$R(j) = R(-j), j = \text{整数} \quad (10.3-34)$$

由上述可知,  $m$  序列的自相关函数只有两种取值(0 和  $-1/m$ )。有时把这类自相关函数只有两种取值的序列称为双值自相关序列

虽然上面数字序列的相关函数  $R(j)$  是只定义在离散的点上( $j$  只取整数), 但也可以按式(10.3-28)求出  $m$  序列波形的连续相关函数  $R(\tau)$ 。计算结果表明<sup>①</sup>,  $R(\tau)$  曲线是由  $R(j)$  各点连成的折线, 如图 10-4 所示, 其表达式为

$$R(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{m+1}{T_0} |\tau - iT_0|, & 0 \leq |\tau - iT_0| \leq \frac{T_0}{m}, i = 0, 1, 2, \dots \\ -1/m & \end{cases} \quad (10.3-35)$$

由图容易看出, 当周期( $T_0$ )很长及码元宽度( $T_0/m$ )很小时,  $R(\tau)$  近于冲激函数  $\delta(\tau)$  的形状。

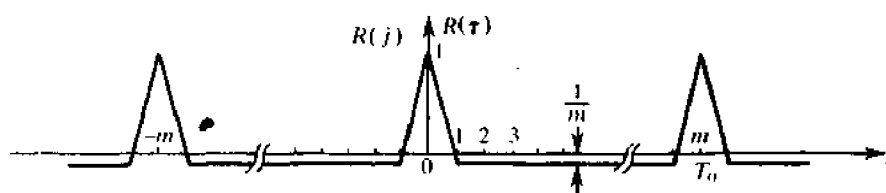


图 10-4  $m$  序列的相关函数

### 5) 功率谱密度

我们知道, 信号的自相关函数与功率谱密度构成一对傅里叶变换。因此, 我们很容易由  $m$  序列的自相关函数[式(10.3-35)]经过傅里叶变换, 求出其功率谱密度<sup>②</sup> 为

$$P_s(\omega) = \frac{m+1}{m^2} \left[ \frac{\sin(\omega T_0/2m)}{(\omega T_0/2m)} \right]^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T_0}\right) + \frac{1}{m^2} \delta(\omega) \quad (10.3-36)$$

按式(10.3-36)画出的曲线如图 10-5 所示。由图可见, 在  $T_0 \rightarrow \infty$  和  $m/T_0 \rightarrow \infty$  时,  $P_s(\omega)$  的特性趋于白噪声的功率谱特性。

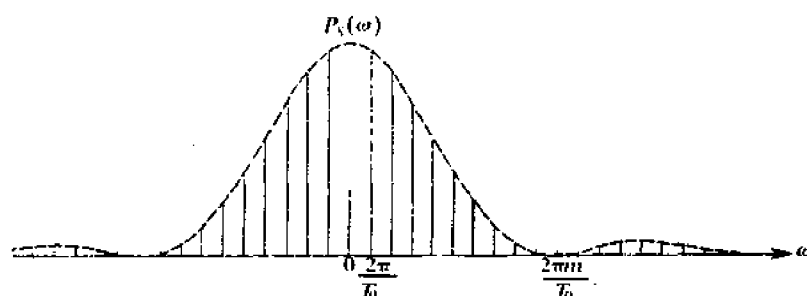


图 10-5  $m$  序列的功率谱

① 详见林可祥等编著《伪随机码的原理与应用》, 4.4 节, 人民邮电出版社, 1978 年。

② 计算步骤详见前注书中 4.5 节。

### 6) 伪噪声特性

如果我们对一正态分布白噪声取样,若取样值为正,记为“+”,若取样值为负,记为“-”,则将每次取样所得极性排成序列,可以写成

$$\cdots + - + + - - - + - + + - - \cdots \quad (10.3-37)$$

这是一个随机序列,它具有如下基本性质:

(1) 序列中“+”和“-”的出现概率相等。

(2) 序列中长度为1的游程约占1/2;长度为2的游程约占1/4;长度为3的游程约占1/8;…。一般说来,长度为 $k$ 的游程约占 $1/2^k$ ,而且在长度为 $k$ 的游程中,“+”游程和“-”游程约各占一半。

(3) 由于白噪声的功率谱为常数,功率谱的逆傅里叶变换,即自相关函数为一冲激函数 $\delta(\tau)$ 。当 $\tau \neq 0$ 时, $\delta(\tau) = 0$ ;仅当 $\tau = 0$ 时, $\delta(\tau)$ 是个面积为1的脉冲。

由于 $m$ 序列的均衡性、游程分布、自相关特性和功率谱与上述随机序列的基本性质很相似,所以通常认为 $m$ 序列属于伪噪声序列或伪随机序列。

但是,具有或基本具有上述性质的序列不仅只有 $m$ 序列一种, $m$ 序列只是其中最常见的一种。

### 10.3.2 其他伪随机序列简介

上面讨论的 $m$ 序列由于具有很好的伪噪声性质,并且产生方法比较简单,所以受到广泛的应用。不过,它也有一个很大缺欠,就是其周期限制于 $(2^n - 1)$ , $n = 1, 2, 3, \dots$ 。当 $n$ 较大时,相邻周期相距较远,有时不能从 $m$ 序列得到所需周期的伪随机序列。另外一些伪随机序列的周期所必须满足的条件与 $m$ 序列的不同,因此可以得到一些其他周期的序列;即使周期与 $m$ 序列相同,其结构也不一定相同。这些不同周期和结构的序列可以互相补充,提供我们选用。下面将简要介绍两种其他伪随机序列,它们都属于非线性反馈移存器序列。

#### 1. 二次剩余序列

所谓二次剩余又称平方剩余数,例如, $3^2 = 9$ ;9被7除得到的余数是2,即有

$$3^2 = 9 \equiv 2 \pmod{7} \quad (10.3-38)$$

则称2为模7的平方剩余数。

一般说来,如果能找到一个整数 $x$ ,它使

$$x^2 \equiv i \pmod{p} \quad (10.3-39)$$

若方程成立,我们就认为这个方程有解。满足此方程的 $i$ 就是模 $p$ 的二次剩余;否则, $i$ 就是模 $p$ 的二次非剩余。当规定 $a_0 = -1$ ,且

$$a_i = \begin{cases} 1, & \text{若 } i \text{ 是模 } p \text{ 的二次剩余} \\ -1, & \text{若 } i \text{ 是模 } p \text{ 的非二次剩余} \end{cases} \quad (10.3-40)$$

此时,其中 $p$ 为奇素数,则称 $\{a_i\}$ 为二次剩余序列, $i = 0, 1, 2, \dots$ ,其周期为 $p$ 。

例如,设 $p = 19$ ,容易算出

$$\begin{aligned}
1^2 &\equiv 1 \pmod{19}, & 2^2 &\equiv 4 \pmod{19}, \\
3^2 &\equiv 9 \pmod{19}, & 4^2 &\equiv 16 \pmod{19}, \\
5^2 &\equiv 6 \pmod{19}, & 6^2 &\equiv 17 \pmod{19}, \\
7^2 &\equiv 11 \pmod{19}, & 8^2 &\equiv 7 \pmod{19}, \\
9^2 &\equiv 5 \pmod{19}, & 10^2 &\equiv 5 \pmod{19}, \\
11^2 &\equiv 7 \pmod{19}, & 12^2 &\equiv 11 \pmod{19}, \\
13^2 &\equiv 17 \pmod{19}, & 14^2 &\equiv 6 \pmod{19}, \\
15^2 &\equiv 16 \pmod{19}, & 16^2 &\equiv 9 \pmod{19}, \\
17^2 &\equiv 4 \pmod{19}, & 18^2 &\equiv 1 \pmod{19}.
\end{aligned}$$

因此,1,4,5,6,7,9,11,16,17是模19的二次剩余;而2,3,8,10,12,13,14,15,18是模19的非二次剩余。这样,得到周期 $p=19$ 的二次剩余序列为

$$- + - - + + + - + - + - - - + + - \quad (10.3-41)$$

式中  $+ \equiv +1$ ;

$- \equiv -1$ 。

这种序列具有上节中随机序列基本性质的第(1)条,但一般不具备第(2)条。当 $p=4t-1$ 时( $t$ 为正整数),它是双值自相关序列,即具有近于随机序列第(3)条的性质;当 $p=4t+1$ 时,它不是双值自相关序列,但若 $p$ 很大,仍具有近于第(3)条的性质。一般认为它也属于伪随机序列。

## 2. $M$ 序列

由非线性反馈移存器产生的周期最长的序列简称为 $M$ 序列。它和上述 $m$ 序列不同,后者是由线性反馈移存器产生的周期最长序列。目前,对 $M$ 序列的研究还不很成熟,关于它的产生方法及性能尚无完整的一般理论分析。这里只介绍一些关于 $M$ 序列的基本概念。

由10.3.1节对 $m$ 序列产生器的分析可知,一个 $n$ 级 $m$ 序列产生器只可能有 $(2^n-1)$ 种不同状态。但是 $n$ 级移存器最多可有 $2^n$ 种状态,在 $m$ 序列中不能出现的是全“0”状态。在线性反馈条件下,全“0”状态出现后,产生器状态将不会再改变;但是在非线性反馈条件下,却不一定如此。因此,非线性反馈移存器的最长周期可达 $2^n$ ,我们称这种周期长达 $2^n$ 的序列为 $M$ 序列。

目前,如何产生 $M$ 序列的问题,尚未从理论上完全解决,人们只找到很少几种构造它的方法。下面仅简单介绍利用 $m$ 序列产生器构成 $M$ 序列产生器的方法。

我们首先观察图10-2中的例子,它是一个 $n=4$ 级的 $m$ 序列产生器,图中给出了它的15种状态。若使它增加一个“0000”状态,就可变成 $M$ 序列产生器了。因为移存器中后级状态必须是由其前级状态移入而得,故此“0000”状态必须处于初始状态“1000”之前和“0001”状态之后。这就是说,我们需要将其递推方程修改为非线性方程,使“0001”状态代入新的递推方程后,产生状态“0000”(而不是“1000”),并且在“0000”状态代入后产生状态“1000”(而不是保持“0000”不变)。

修改前的递推方程,由式(10.3-2)给出





## 10.4 伪随机序列的应用

伪随机序列有许多重要的实际应用,这里仅将一些有代表性的用途作扼要介绍

### 10.4.1 误码率测量

在数字通信中误码率是一项主要的质量指标。在实际测量数字通信系统的误码率时,一般说来,测量结果与信源送出信号的统计特性有关。通常认为二进制信号中0和1是以等概率随机出现的。所以测量误码率时最理想的信源应是随机序列产生器。这样测量的结果,我们认为是符合实际运用时的情况

但是,用真正的随机序列产生器进行测试时,只适宜于闭环线路的测试,如图10-7所示。图中数字通信发送设备和接收设备放在同一地点,利用双向信道将发出的随机序列转回到本地,在比较器中将原发送随机序列和接收到的序列逐位比较,如果两者不同,就认为出现了一个错码,送到记录设备中记录下来。

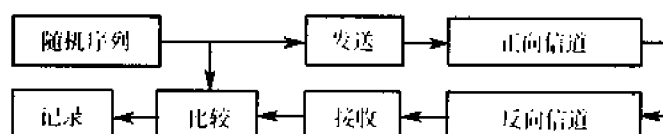


图 10-7 闭环测试法

不过,这种闭环测试法所用信道不符合实际情况,因为实际通信中一般都是单程传输信息的。在测量单程数字通信的误码率时,就不能利用随机序列,而只好用性能相近的伪随机序列代替它。图10-8示出这种情况。这时,数字通信的发送设备和接收设备分处两地。由于发送端用的是伪随机序列,而且通常是 $m$ 序列,故接收端可以用同样的 $m$ 序列产生器,由同步信号控制,产生出相同的本地序列。本地序列和接收序列相比较,就可以检测误码。

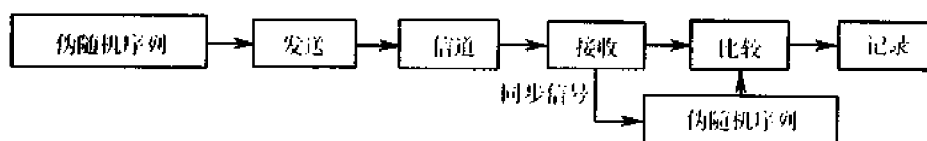


图 10-8 单程测试法

国际电报电话咨询委员会(CCITT)建议用于数据传输设备测量误码的 $m$ 序列周期是511,其特征多项式建议采用 $x^9 + x^5 + 1$ ;以及建议用于数字传输系统(1544/2048和6312/8448kb/s)测量的 $m$ 序列周期是 $2^{15} - 1 = 32767$ ,其特征多项式建议采用 $x^{15} + x^{13} + 1$ 。

### 10.4.2 时延测量

有时我们需要测量信号经过某一传输路径所受到的时间迟延,例如,需要测量某一延迟线的时间延迟。另外,我们还常常通过测量一无线电信号在某个媒质中的传播时间,从而折算传播距离,即利用无线电信号测距。这就是说,这种测距的原理实质上也是测量迟延

测量迟延的基本办法如图 10-9(a)所示。由脉冲源产生一周期性窄脉冲序列,其输出除了送入被测的传输路径外,还加到一个标准的可调迟延线。用比较电路比较这两路输出脉冲的时间差。调节标准迟延线的迟延时间,使比较电路中两路脉冲同时到达,这时标准迟延线的迟延时间就等于被测传输路径的迟延时间。这种方法测量的最大迟延(距离)要受脉冲重复频率限制,测量的精确度也要受脉冲宽度(或上升时间)及标准迟延线的精确度限制。为提高可测量的最大迟延(距离)和测量精确度,要求减小脉冲重复频率和脉冲宽度,这样会降低平均发送功率,影响远程测距时的作用距离。

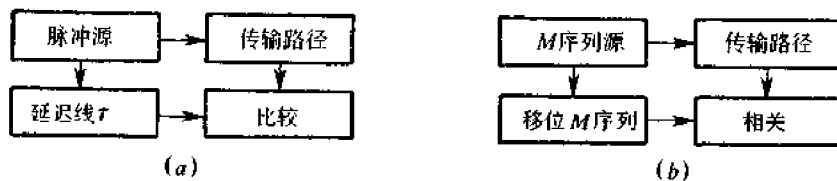


图 10-9 测量迟延

采用  $m$  序列代替周期性窄脉冲,用相关器代替比较器,如图 10-9(b)所示,这样可以改善测量迟延的性能,克服上述方法中的缺点。这时,用一移位的  $m$  序列与被测量的经过传输路径迟延的  $m$  序列相关。当两个序列的相位相同时,可得到相关峰,由移位  $m$  序列与原  $m$  序列的相位差可以求得迟延。这种方法的测量精确度决定于所用  $m$  序列的一个码元的宽度,避免了原来方法中标准迟延线本身的误差。此外,用  $m$  序列代替窄脉冲,还可使发送平均功率大大增加,提高了可测量的最大距离。自然,除  $m$  序列外,其他具有良好自相关特性的伪随机序列都可用于测量时延。

### 10.4.3 噪声产生器

测量通信系统的性能时,常常要使用噪声产生器,由它给出具有所要求的统计特性和频率特性的噪声,并且可以随意控制其强度,以便得到不同信噪比条件下的系统性能。例如,在许多情况下,要求它能产生限带白色高斯噪声。

使用噪声二极管这类噪声源做成的噪声产生器,在测量数字通信系统的性能时不很适用。因为它在一段观察时间内产生的噪声的统计特性,不一定和同样长的另一段观察时间内的统计特性相同。在一段较长的观察时间中,它的统计特性可能是服从高斯分布的,但在较短的一段观察时间中,其统计特性一般是不知道的。结果,测量得到的误码率常常很难重复得到。

$m$  序列的功率谱密度的包络是  $(\sin x/x)^2$  形的。设  $m$  序列的码元宽度为  $T_1$  秒,则大约在零至  $(1/T_1) \times 45\%$  Hz 的频率范围内,可以认为它具有均匀的功率谱密度。所以,可以用  $m$  序列的这一部分频谱作为噪声产生器的噪声输出,虽然这种输出是伪噪声,但是对于多次进行某一测量,都有较好的可重复性。

将  $m$  序列进行滤波,就可取得上述功率谱均匀的部分作为输出。

### 10.4.4 通信加密

数字通信的一个重要优点是容易做到高度保密性的加密。在这方面伪随机序列十分有用。数字信号加密的基本原理可用图 10-10 表示。将信源产生的二进制数字消息和

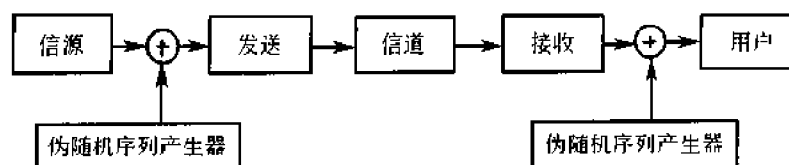


图 10-10 利用伪随机序列加密

一个周期很长的伪随机序列模 2 相加,这样就将原消息变成不可理解的另一序列。将这种加密序列在信道中传输,被他人窃听后也不可理解其内容。在接收端必须再加上一同样的伪随机序列,才能恢复为原发送消息。因为将此序列模 2 加入两次,就等于未加入。

要破密是很困难的,因为不同长度的伪随机序列有无穷多个,同一长度的伪随机序列也有许多个。此外,同一伪随机序列的起始相位不同,也不能解密,故序列周期越长,为了破密而要搜索起始相位所花费的时间也就越长。所以加密的伪随机序列应具有长的周期。

在保密通信应用中, $M$  序列比  $m$  序列优越得多,因为前者的数目比后者的大很多。数目越多,为破密所需要的搜索时间就越长。例如,由表 10-3 可见,在  $n=10$  时, $m$  序列只有 60 个,而  $M$  序列的数目约达  $1.3 \times 10^{151}$  个。假定破密者用计算机搜索时,试探一种  $M$  序列平均需要 1ns,则平均约需  $\frac{1}{2} (1.3 \times 10^{151} / 365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 10^9) = 2 \times 10^{134}$  年才能破获这个密码!

#### 10.4.5 数据序列的扰乱与解扰

一般说来,数字通信系统的设计及其性能都与所传输的数字信号的统计特性有关。例如,我们在分析计算系统的误码率时,常假定信源送出的“0”和“1”码元是等概率的。在有些数字通信设备中,从“0”和“1”码元的交变点提取位定时信息,若经常出现长的“0”或“1”游程,则将影响位同步的建立和保持。如果数字信号具有周期性,则信号频谱中将存在离散谱线。电路中存在不同程度的非线性,有可能使其在多路通信系统其他路中造成串扰。为了限制这种串扰,常要求数字信号的最小周期足够长。

如果我们能够先将信源产生的数字信号变换成具有近似于白噪声统计特性的数字序列,再进行传输,在接收端收到这个序列后先变换成原始数字信号,再送给用户。这样就可以给数字通信系统的设计和性能估计带来很大方便。

所谓加乱技术,就是不用增加多余度而搅乱信号,改变数字信号统计特性,使其近似于白噪声统计特性的一种技术。这种技术的基础是建立在反馈移存器序列(或伪随机序列)理论之上的。

采用加乱技术的通信系统组成原理如图 10-11 所示。在发送端用加乱器来改变原始数字信号的统计特性,而接收端用解乱器恢复出原始数字信号。在图 10-12 中给出一种由 5 级移存器组成的自同步加乱器和解乱器的原理方框图。由此图可以看出,加乱器是一个反馈电路,解乱器是一个前馈电路,它们分别都是由 5 级移存器和两个模 2 加法电路组成。



图 10-11 采用加乱技术的系统

设加乱器的输入数字序列为  $\{a_k\}$ , 输出为  $\{b_k\}$ ; 解乱器的输入为  $\{b_k\}$ , 输出为  $\{c_k\}$ 。在这里, 符号  $\{a_k\}$  表示二进制数字序列  $a_0 a_1 a_2 \dots a_k a_{k+1} \dots$ 。符号  $\{b_k\}$ 、 $\{c_k\}$  均与此相仿。这样, 由图 10-12 不难看出, 加乱器的输出

$$b_k = a_k \oplus b_{k-3} \oplus b_{k-5} \quad (10.4-1)$$

而解乱器的输出

$$c_k = b_k \oplus b_{k-3} \oplus b_{k-5} = a_k \quad (10.4-2)$$

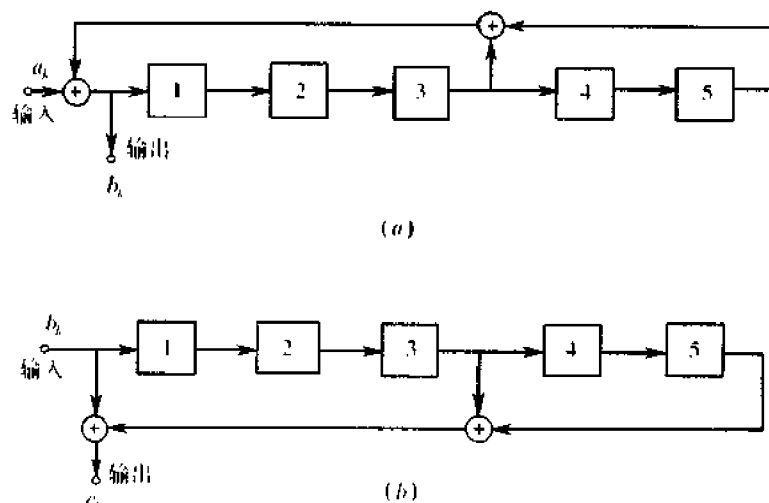


图 10-12 自同步加乱器和解乱器

(a) 加乱器; (b) 解乱器

以上两式表明, 解乱后的序列与加乱前的序列相同。

这种解乱器是自同步的, 因为如果信道干扰造成错码, 它的影响至多持续错码位于寄存器内的一段时间, 即至多影响连续 5 个输出码元。

如果我们断开输入端, 加乱器就变成一个反馈移存器序列产生器, 其输出为一周期性序列。一般都适当设计反馈抽头的位置, 使其构成  $m$  序列产生器。因为它能最有效地将输入序列搅乱, 使输出数字码元之间相关性最小。

加乱器的作用可以看作是使输出码元成为输入序列许多码元的模 2 和。因此可以把它当作是一种线性序列滤波器; 同理, 解乱器也可看作是一个线性序列滤波器。

最后我们指出, 上一小节 (见图 10-10) 所述加密方法, 实际上也是一种加乱技术, 也可以用来改变信号的统计特性。而这一小节讨论的加乱技术, 在某种程度上也可以达到通信加密的目的。

### 10.4.6 扩展频谱通信

近几年来, 扩展频谱技术在通信、导航和测量系统中受到日益广泛的重视和应用, 它使这些系统能够获得用一般信号形式不能达到的优越性能。

所谓扩展频谱 (简称扩谱) 系统, 是指其中传输的信号被扩展至占据一很宽的频带的

系统,其占用带宽远大于传输该原始信号所需的最小带宽。例如,一个带宽为几千赫的语音信号,用振幅调制传输时,占用带宽仅为语音信号本身带宽的两倍;而在扩谱系统中,传输同样的语音信号可能占用几兆赫的带宽。

扩谱技术一般可分为以下三类。

(1)用一数字编码序列调制载波,此序列的比特率甚高,其带宽远大于原始信号带宽。这类系统称为直接序列调制系统。

(2)发射机的载波频率按照指令离散地跳变,即在一组预先指定的频率上跳变。这类系统称为频率跳变系统。

(3)线性调频或“鸟声”调制。在这种系统中,载频在一给定的脉冲时间中线性地扫过一个宽的频段。

在上述各类扩谱系统中,直接序列调制扩谱系统是使用最普遍的一种,下面我们主要介绍这种扩谱系统。

扩谱技术的理论基础是第3章讨论的香农信道容量公式。它告诉我们,为达到给定的信道容量要求,可以用带宽换取信噪比,即在低信噪比条件下可以用增大带宽的办法无误地传输给定的信息。

现在我们就来简要介绍直接序列调制扩谱系统。在这种系统中,是用一编码序列去调制载波。一般说来,调制可以用调幅(振幅键控)、调频或任何其他的振幅或角调制形式。然而,最常用的还是 $180^\circ$ 二相移相键控。这种信号的典型功率谱如图10-13所示。此功率谱的主瓣带宽(零点至零点)是作为调制信号的编码序列的时钟速率 $R_c$ 的两倍,每个旁瓣的带宽等于 $R_c$ 。例如,若所用编码序列的速率为 $5\text{Mb/s}$ ,则主瓣带宽将为 $10\text{MHz}$ ,每个旁瓣宽为 $5\text{MHz}$ 。

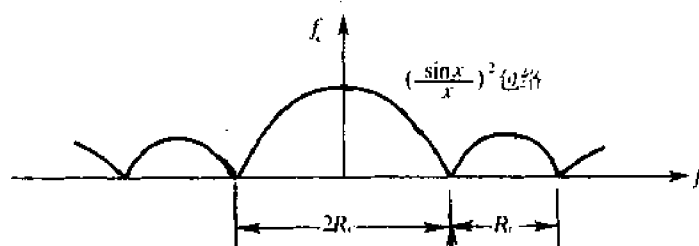


图 10-13 直接序列调制信号的功率谱

直接扩谱系统的原理方框图如图10-14所示。原始信号(或称信码)可以认为是二进制的随机序列,用以对载波进行反相键控,即二进制“0”码对载波无影响,而“1”码将使

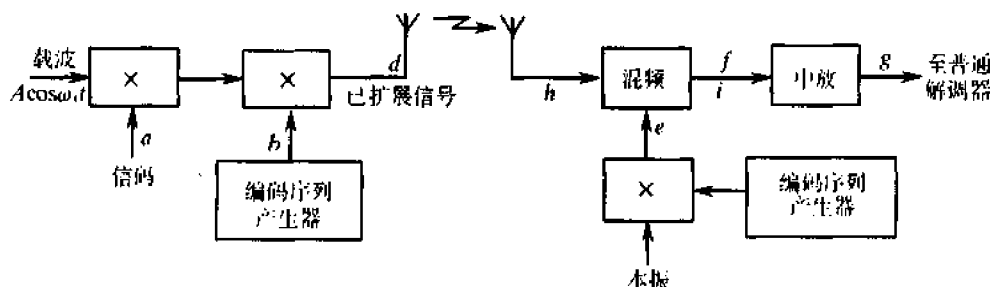


图 10-14 直接扩谱系统的原理方框图

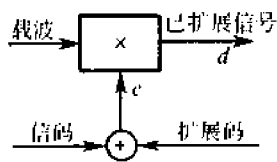


图 10-15 简化调制器方框图

所示,即先将两路编码序列模 2 相加,然后再去进行反相键控。已调信号可以直接传输或经过向上变频再送入信道传输。

在接收端,先用与发端同步的相同编码序列去反相键控本振,然后再用此已调本振去混频,就得到窄带的仅受信码调制的中频信号。它经过中放后就可进入普通的移相信号解调器解调出信码。上述过程用图解方法示于图 10-16 中。图中每行图形在图 10-14 和 10-15 中所处的位置已用各图形的编号标明。由图 10-16 可以看出,在收发两端的编码序列产生器正确同步的时候,接收到的所需信号经混频后( $f$ )就恢复出仅受信码调相的窄带中频信号。而非所需的干扰信号( $h$ ),经混频后仍为宽带信号,因为它与接收机中的编码序列不相关(或者说相关性很小)。这个宽带中频干扰信号经过中频放大器的带通滤波器滤波之后,输出的干扰相对于信号电平是很小的。在图 10-17 中给出了所需信号和干扰信号在频域中的这种变化。

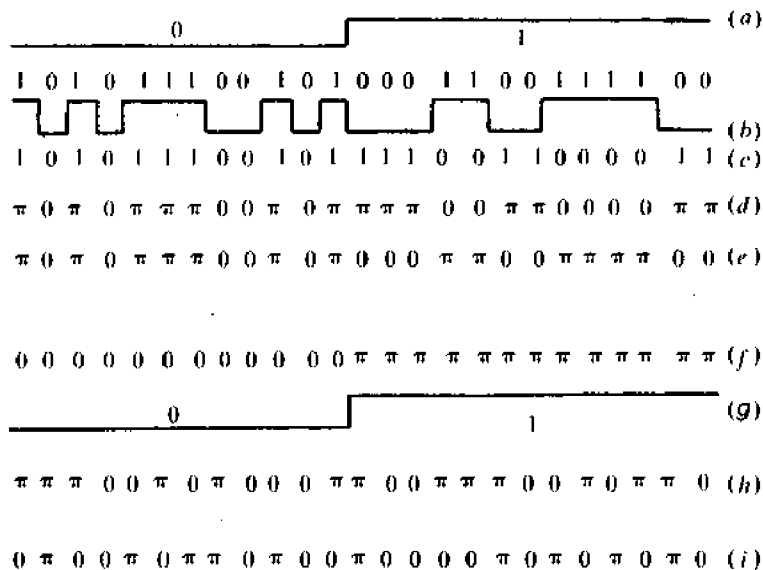


图 10-16 扩谱信号的传输图解

(a)原信码;(b)编码序列;(c)发送序列;(d)发送载波相位;(e)混频用本振相位;  
(f)中频相位;(g)解调信号;(h)干扰信号相位;(i)混频后干扰信号相位

扩谱系统除能工作在低信噪比条件下之外,还具有下列一些特点:

- (1)有选择地址的能力;
- (2)对于多元接入系统能实现码分复用;
- (3)信号的功率谱密度低,有利于信号的隐蔽;
- (4)有利于防止消息被窃听;

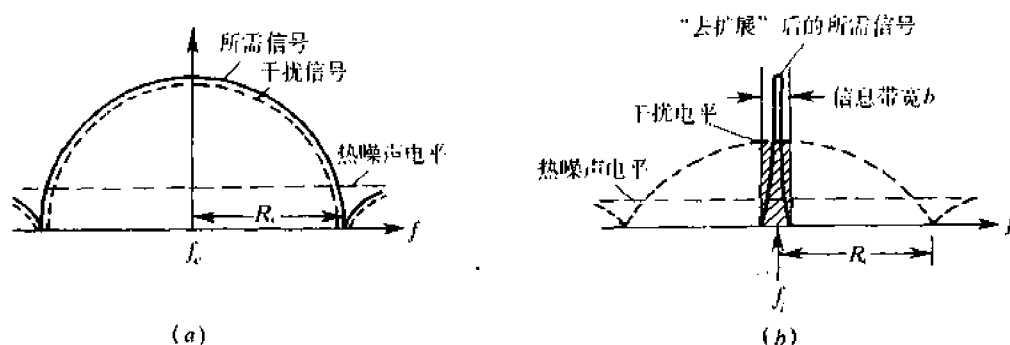


图 10-17 信号频谱在接收机中的变化  
(a)在接收机输入端;(b)在接收机中放输出端。

(5)抗干扰性强;

(6)抗衰落能力强。

这些特点是由编码的信号形式和宽的信号带宽决定的。给一个或一组接收机分配一规定的码组作为地址,而对其他的接收机分配不同的码组。这样,用不同的编码序列去调制发射机,就能实现选择地址。

然而,并不是同一系统必须同时利用上述所有这些特点的。例如,同一个系统在使用低功率传输时就能隐蔽信号,而在使用高功率传输时就可达到抗干扰的目的。

若适当地选择各编码序列,使它们之间的互相关系数很小,则由于各接收机使用不同的编码,就能使各用户之间不互相干扰。这样,在同一频段上就能同时发送许多个信号,实现码分复用和选择地址。

由于这种信号频谱占据很宽频带,小部分频谱衰落不会使信号产生严重畸变,故具有抗频率选择性衰落的能力。而且它在任一窄的频率范围中发送的功率都很低,所以扩谱信号的功率谱密度远比普通信号的小。此外,由于用的是编码信号,窃听者不能方便地听懂发送的消息。虽然这种系统不能“保密”,但是要想解码得到消息必须专门下功夫才行。

除上述一些特点外,大多数扩谱系统还对非线性失真不敏感。因此,在希望采用硬限幅器的系统中,例如某些卫星通信转发器中就很适用。

#### 10.4.7 分离多径技术

在短波电离层反射、对流层散射等信道中存在多径传输现象。在用这类信道传输信号时,发送端发出的一个信号可以经过多条传输路径到达接收点,并造成接收信号的衰落现象。衰落的原因在于每条路径的接收信号的相位不同。如果在接收端能够设法将多径信号的多条路径分离开,就有可能分别校正每条路径接收信号的相位,使之按同相相加,从而克服衰落现象。这种技术称为分离多径技术。而在分离多径技术中  $m$  序列有重要作用,下面就来具体讨论这个问题。

为简单起见,我们先考察发送的一个数字信号码元。设这个码元是用  $m$  序列的一个周期去调制的余弦载波

$$M(t)\cos(\omega t + \theta) \quad (10.4-3)$$

其中  $M(t)$  为一  $m$  序列,其子码的取值为  $\pm 1$ 。经过多径传输后,在接收机中频部分得到



的输出信号设为

$$\sum_{j=0}^{n-1} A_j M(t - j\Delta) \cos[\omega_i(t - j\Delta) + \varphi_i] \quad (10.4-4)$$

其中共有  $n$  条路径的信号。第  $j$  条路径信号的振幅为  $A_j$ , 延迟时间为  $j\Delta$ , 载波附加的随机相位为  $\varphi_j$ , 中频角频率为  $\omega_i$ 。在此式(10.4-4)中, 忽略了各条路径共同的延迟, 并且认为相邻路径的延迟差相等, 均等于  $\Delta$  秒。在设计中我们选用此  $\Delta$  值作为  $m$  序列的一个码元宽度。

为了消除各条射线随机相位  $\varphi_i$  的影响, 可以采用图 10-18 示出的自适应校相滤波器

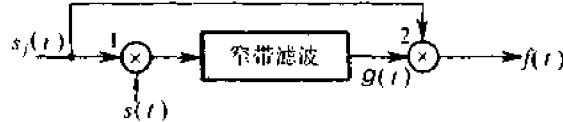


图 10-18 自适应校相滤波器

器。设  $s_j(t)$  是式(10.4-4)中第  $j$  条射线

$$s_j(t) = A_j M(t - j\Delta) \cdot \cos[\omega_i(t - j\Delta) + \varphi_i] \quad (10.4-5)$$

它加于图 10-18 中电路的输入端。此电路由两个相乘器和一个窄带滤波器组成。在第 1 相乘器中,  $s_j(t)$  与本地振荡电压  $s(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi)$  相乘。相乘结果通过窄带滤波器, 它的中心角频率为  $(\omega_i - \omega_0)$ , 通带极窄只能通过  $(\omega_i - \omega_0)$  分量而不能通过各边带分量。故滤波输出  $g(t)$  在忽略一常数因子后可表示为

$$g(t) = A_j \cos[(\omega_i - \omega_0)t - j\Delta\omega_i + \varphi_i - \varphi] \quad (10.4-6)$$

在第 2 相乘器中  $s_j(t)$  与  $g(t)$  相乘, 取出乘积中差频项  $f(t)$ , 仍忽略常数因子, 可将  $f(t)$  表示为

$$f(t) = A_j^2 M(t - j\Delta) \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (10.4-7)$$

在图 10-18 中省略了上述分离出差频项  $f(t)$  的带通滤波器。

由式(10.4-7)可见, 经过自适应校相滤波器后, 接收信号中的随机相位可以消除。上面只分析了一条路径接收信号的情况。当式(10.4-4)中多径信号输入此滤波器时, 每条路径信号都同样受到相位校正, 故使各路径信号具有相同的相位。这时的输出  $f(t)$  变为

$$f(t) = \sum_{j=0}^{n-1} A_j^2 M(t - j\Delta) \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (10.4-8)$$

此式中各路径信号的载波得到了校正, 但包络  $M(t - j\Delta)$  仍然有差别。为了校正各路径包络的相对延迟, 可采用图 10-19 所示的办法。此图中 AF 为自适应校相滤波器, 抽头延迟线的抽头间隔时间为  $\Delta$ 。为了说明简单起见, 设现在共有 4 条路径的信号,  $n = 4$ , 抽头延迟线共有三段, 每段延迟时间为  $\Delta$ , 则相加器的回路输入信号的包络为

$$\begin{cases} \text{未经延迟的: } A_0 M(t) + A_1 M(t - \Delta) + A_2 M(t - 2\Delta) + A_3 M(t - 3\Delta) \\ \text{经延迟 } \Delta \text{ 的: } A_0 M(t - \Delta) + A_1 M(t - 2\Delta) + A_2 M(t - 3\Delta) + A_3 M(t - 4\Delta) \\ \text{经延迟 } 2\Delta \text{ 的: } A_0 M(t - 2\Delta) + A_1 M(t - 3\Delta) + A_2 M(t - 4\Delta) + A_3 M(t - 5\Delta) \\ \text{经延迟 } 3\Delta \text{ 的: } A_0 M(t - 3\Delta) + A_1 M(t - 4\Delta) + A_2 M(t - 5\Delta) + A_3 M(t - 6\Delta) \end{cases} \quad (10.4-9)$$



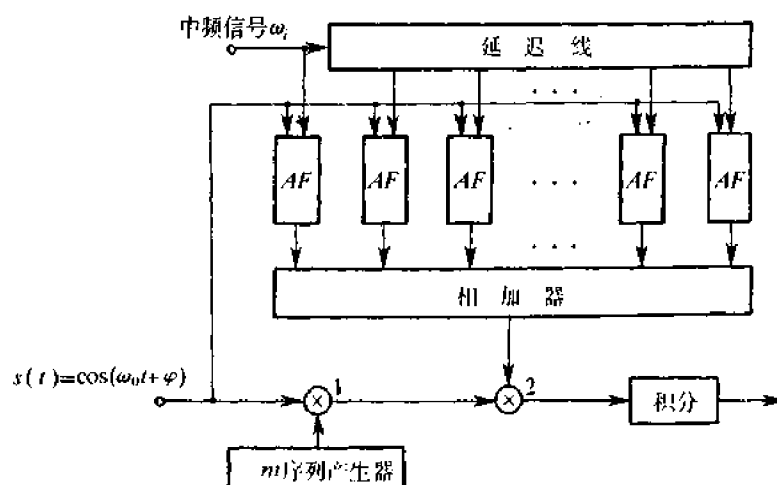


图 10-19 分离多径技术的原理

相加器输出信号的载波仍为  $\cos(\omega_0 t + \varphi)$ ，包络则为式 (10.4-9) 中各项之和。如果图 10-19 中本地  $m$  序列产生器的输出为  $M(t - 3\Delta)$ ，则在相乘器 2 中与接收的多径信号相乘并经积分后，就能分离出包络为  $(A_0 + A_1 + A_2 + A_3)M(t - 3\Delta)$  的分量，即式 (10.4-9) 中右上至左下对角线上各项。或者说，相当将四条路径的信号包络的相对迟延校正后相加了起来，而抑制掉了其余各项。

在数字通信系统中，为了传输不同的符号，可以采用不同的  $m$  序列。在接收端自然也需要有几个相应的  $m$  序列分别与之做相关检测。

## 思 考 题

- 10-1 什么是正交编码？什么是超正交码？什么是双正交码？
- 10-2 什么是哈达玛矩阵？它的主要特性如何？
- 10-3 什么是  $m$  序列？
- 10-4 何谓本原多项式？
- 10-5 反馈移位寄存器产生  $m$  序列的充要条件是什么？
- 10-6 本原多项式的逆多项式是否也是本原多项式？为什么？
- 10-7 什么是  $m$  序列的均衡性？
- 10-8 什么叫做“游程”？ $m$  序列“游程”分布的一般规律如何？
- 10-9  $m$  序列的移位相加特性如何？
- 10-10 为什么说  $m$  序列属于伪噪声（伪随机）序列？
- 10-11 什么是二次剩余序列？试举例说明。
- 10-12 什么是  $M$  序列？它与  $m$  序列有何异同？
- 10-13 如何利用  $m$  序列来测量通信系统的误码率？
- 10-14 如何利用  $m$  序列来测量信号经过某一传输路径的时间迟延？
- 10-15 什么是通信加密？什么是数据加乱？它们有何异同？
- 10-16 何谓扩展频谱通信？这种通信方式有哪些优点？

10-17 什么是码分多址通信? 这种多址方式与频分多址、时分多址相比有哪些突出的优点?

10-18 何谓分离多径? 分离多径技术的原理如何?

## 习 题

10-1 一个三级反馈移存器, 已知其特征方程为  $f(x) = 1 + x^2 + x^3$ , 试验证它为本原多项式。

10-2 已知三级移存器的原始状态为 111, 试写出两种  $m$  序列的输出序列。

10-3 一个四级反馈移存器的特征方程为  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ , 证明由它所产生的序列不是  $m$  序列。

10-4 一个由 9 级移存器所产生的  $m$  序列, 写出在每一周期内所有可能的游程长度的个数。

10-5 一个由 9 级移存器所组成的  $m$  序列产生器, 其第 3、第 6、第 9 级移存器的输出分别为  $Q_3$ 、 $Q_6$ 、 $Q_9$ , 试说明:

(1) 将它们通过“或”门后得到一新的序列,  $2^9 - 1$  仍为所得序列的周期, 并且“1”的符号率约为  $7/8$ ;

(2) 将它们通过“与”门后得到一新的序列,  $2^9 - 1$  仍为所得序列的周期, 并且“1”的符号率约为  $1/8$ 。

10-6 写出  $p = 7$  和  $p = 11$  的二次剩余序列。

10-7 试验证  $p = 3$  和  $p = 7$  的二次剩余序列为  $m$  序列。

10-8 若用一个由九级移存器产生的  $m$  序列进行测距, 已知最远目标为 1500km, 求加于移存器的定时脉冲的最短周期为多少?

## 第 11 章 同步原理

### 11.1 引言

同步是通信系统中一个重要的实际问题。当采用同步解调或相干检测时,接收端需要提供一个与发射端调制载波同频同相的相干载波。这个相干载波的获取就称为载波提取,或称为载波同步。

数字通信中,除了有载波同步的问题外,还有位同步的问题。因为消息是一串相继的信号码元的序列,解调时常需知道每个码元的起止时刻。例如图 8-5 和图 8-23(a)介绍的两种最佳接收机结构中,需要对积分器或匹配滤波器的输出进行抽样判决。抽样判决的时刻应位于每个码元的终止时刻,因此,接收端必须产生一个用作抽样判决的定时脉冲序列,它和接收码元的终止时刻应对齐。我们把在接收端产生与接收码元的重复频率和相位一致的定时脉冲序列的过程称为码元同步或位同步,而称这个定时脉冲序列为码元同步脉冲或位同步脉冲。

数字通信中的消息数字流总是用若干码元组成一个“字”,又用若干“字”组成一“句”。因此,在接收这些数字流时,同样也必须知道这些“字”、“句”的起止时刻。在接收端产生与“字”、“句”起止时刻相一致的定时脉冲序列,称为“字”同步和“句”同步,统称为群同步或帧同步。

当通信是在两点之间进行时,完成了载波同步、位同步和群同步之后,接收端不仅获得了相干载波,而且通信双方的时标关系也解决了。这时,接收端就能以较低的错误概率恢复出数字信息。然而,随着数字通信的发展,特别是计算机通信的发展,多个用户需相互通信而组成了数字通信网。显然,为了保证通信网内各用户之间可靠地进行数据交换,还必须实现网同步,使得在整个通信网内有一个统一的时间节拍标准。

同步系统性能的降低,会直接导致通信系统性能的降低,甚至使通信系统不能工作。可以说,在同步通信系统中,“同步”是进行信息传输的前提,正因为如此,为了保证信息的可靠传输,要求同步系统应有更高的可靠性。

本章将分别讨论载波同步、位同步和群同步,对扩展频谱系统同步和网同步也将作简要的介绍。

### 11.2 载波同步的方法

提取载波的方法一般分为两类:一类是在发送有用信号的同时,在适当的频率位置上,插入一个(或多个)称为导频的正弦波,接收端就由导频提取出载波,这类方法称为插入导频法;另一类是不专门发送导频,而在接收端直接从发送信号中提取载波,这类方法

称为直接法。

### 11.2.1 插入导频法

抑制载波的双边带信号本身不含有载波;残留边带信号虽然一般都含有载波分量,但很难从已调信号的频谱中将它分离出来;二相数字相位调制信号由公式(6.2-31)的功率谱密度表示式可看出,当  $P = 1/2$  时,该信号中的载波分量为零;单边带信号更是不存在载波分量。对这些信号的载波提取,可以用插入导频法,特别是单边带调制信号,只能用插入导频法提取载波。在这一节,我们将分别讨论抑制载波的双边带信号和残留边带信号的插入导频法。

#### 1. 在抑制载波的双边带信号中插入导频

假设我们采用第5章介绍过的某种相关编码信号去进行抑制载波的双边带调制,从图11-1所示的频谱图可以看出,在载频处,已调信号的频谱分量为零,载频附近的频谱分量也很小,这样就便于插入导频以及解调时易于滤出它。插入的导频并不是加于调制器的那个载波,而是将该载波移相 $90^\circ$ 后的所谓“正交载波”,如图11-1所示。这样,就可组成插入导频的发端方框图11-2。设调制信号为  $m(t)$ ,  $m(t)$  中无直流分量,被调载波

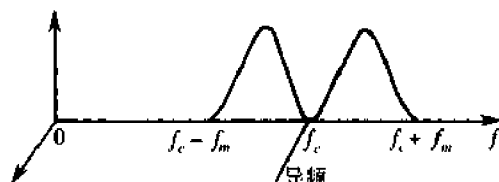


图 11-1 抑制载波双边带信号的导频插入

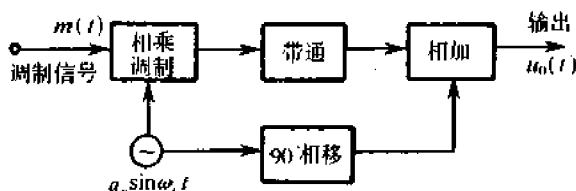


图 11-2 插入导频法发端方框图

为  $a_c \sin \omega_c t$ , 调制器假设为一相乘器, 插入导频是被调载波移相 $90^\circ$ 形成的, 为  $-a_c \cos \omega_c t$ , 其中,  $a_c$  是插入导频的振幅。于是输出信号为

$$u_0(t) = a_c m(t) \sin \omega_c t - a_c \cos \omega_c t \quad (11.2-1)$$

设收端收到的信号与发端输出信号相同, 则收端用一个中心频率为  $f_c$  的窄带滤波器就可取得导频  $-a_c \cos \omega_c t$ , 再将它移相  $\pi/2$ , 就可得到与调制载波同频同相的信号  $\sin \omega_c t$ 。收端的方框图如图11-3所示。

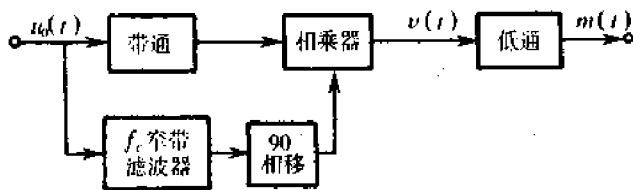


图 11-3 插入导频法收端方框图

前面提到,插入的导频应为正交载波,这是什么原因呢?只要看收端相乘器的输出  $v(t)$  就清楚了,即

$$v(t) = u_0(t) \sin \omega_c t = a_c m(t) \sin^2 \omega_c t - a_c \sin \omega_c t \cos \omega_c t =$$

$$\frac{a_c}{2} m(t) - \frac{a_c}{2} m(t) \cos 2\omega_c t - \frac{a_c}{2} \sin 2\omega_c t \quad (11.2-2)$$

若方框图中低通滤波器的截止频率为  $f_m$ ,  $v(t)$  经低通滤波器后,就可以恢复出调制信号  $m(t)$ 。然而,如果发端加入的导频不是正交载波,而是调制载波,则从收端相乘器的输出可以发现,除了有调制信号外,还有直流分量,这个直流分量将通过低通滤波器对数字信号产生影响。这就是发端导频正交插入的原因。

二进制数字调相信号就是一抑制载波的双边带信号,所以,上述插入导频法完全适用。对于单边带调制信号,导频插入的原理与上面讨论的一样。

## 2. 在残留边带信号中插入导频

残留边带信号的频谱特点已在第4章介绍过,图11-4画出了残留边带信号形成滤波器的传输函数。它使下边带信号绝大部分通过,而使上边带信号小部分残留。由于  $f_c$  附近有信号分量,所以,如果直接在  $f_c$  处插入导频,那么,该导频必然会受到  $f_c$  附近信号的干扰。然而,可以在信号频谱之外插入两个导频  $f_1$  和  $f_2$ ,使它们在接收端经过某些变换后产生所需要的  $f_c$ 。设两导频与信号频谱两端的间隔分别为  $\Delta f_1$  和  $\Delta f_2$  (见图11-4),则

$$f_1 = f_c - f_m - \Delta f_1$$

$$f_2 = f_c + f_r + \Delta f_2$$

式中  $f_r$ ——残留边带形成滤波器传输函数中滚降部分所占带宽的一半(见图11-4);

$f_m$ ——调制信号的带宽。

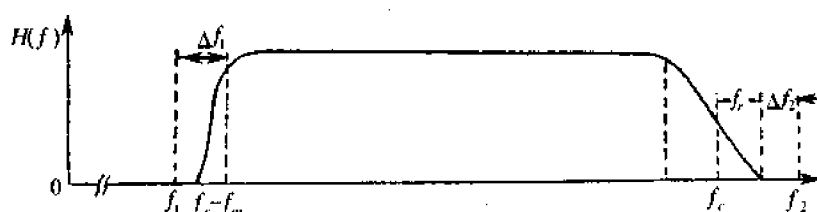


图 11-4 残留边带信号形成滤波器的传输函数

下面讨论接收端如何从  $f_1$  和  $f_2$  提取所需要的  $f_c$ ,其方框图如图11-5所示。设两导频分别为  $\cos(\omega_1 t + \theta_1)$  和  $\cos(\omega_2 t + \theta_2)$ ,其中的  $\theta_1$  和  $\theta_2$  是两导频信号的初始相位。如果经信道传输后,使两个导频和已调信号中的载波都产生了频偏  $\Delta\omega(t)$  和相偏  $\theta(t)$ ,那么提取出的载波也应该有相同的频偏和相偏,才能达到真正的相干解调。由图9-5可见,两导频信号经相乘器相乘后的输出应为

$$\cos[\omega_1 t + \Delta\omega(t)t + \theta_1 + \theta(t)] \cos[\omega_2 t + \Delta\omega(t)t + \theta_2 + \theta(t)]$$

滤波器输出差频信号为

$$\frac{1}{2} \cos[(\omega_2 - \omega_1)t + \theta_2 - \theta_1] = \frac{1}{2} \cos[2\pi(f_r + \Delta f_2 + f_m + \Delta f_1)t + \theta_2 - \theta_1] =$$

$$\frac{1}{2} \cos\left[2\pi(f_r + \Delta f_2)\left(1 + \frac{f_m + \Delta f_1}{f_r + \Delta f_2}\right)t + \theta_2 - \theta_1\right] \quad (11.2-3)$$

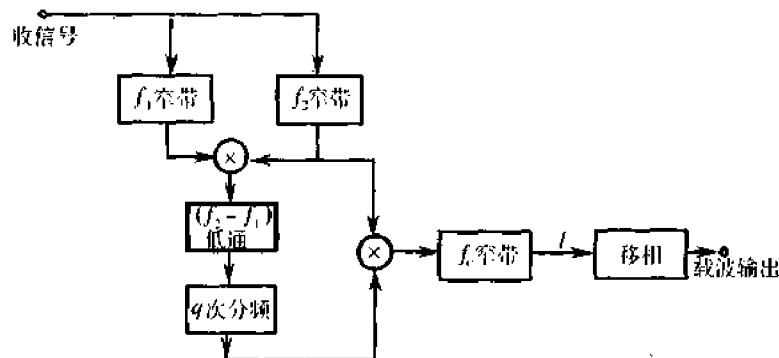


图 11-5 残留边带信号插入导频法收端方框图

令  $1 + \frac{f_m + \Delta f_1}{f_r + \Delta f_2} = q$ , 则式(11.2-3)可写为

$$\frac{1}{2} \cos[2\pi(f_r + \Delta f_2)q \cdot t + \theta_2 - \theta_1] \quad (11.2-4)$$

经  $q$  次分频后, 得

$$a \cos[2\pi(f_r + \Delta f_2)t + \theta_q] \quad (11.2-5)$$

式(11.2-5)中的  $\theta_q$  为分频输出的初始相位, 它是一个常数。将式(11.2-5)与  $\cos[\omega_2 t + \Delta\omega(t)t + \theta_2 + \theta(t)]$  相乘, 取差频, 再通过中心频率为  $f_r$  的窄带滤波器, 就可得

$$\frac{1}{2} a \cos[\omega_r t + \Delta\omega(t)t + \theta(t) + \theta_2 - \theta_q] \quad (11.2-6)$$

已知接收端在考虑了信道所引起的频偏和相偏后, 应该提取出的载波信号为  $(a/2) \times \cos[\omega_r t + \Delta\omega(t)t + \theta_r + \theta(t)]$ , 其中的  $\theta_r$  是相干载波所要求的初始相位。与式(11.2-6)比较, 因  $\theta_2, \theta_1, \theta_r$  和  $\theta_q$  都是固定值, 故将  $t$  点信号再经过移相电路, 消除固定相移  $[\theta_r - (\theta_2 - \theta_q)]$ , 就可获得所需的相干载波

$$\frac{a}{2} \cos[\omega_r t + \Delta\omega(t)t + \theta_r + \theta(t)] \quad (11.2-7)$$

由分频次数  $q$  的表示式看出, 可以通过调整  $\Delta f_1$  和  $\Delta f_2$  得到整数的  $q$ 。增大  $\Delta f_1$  或  $\Delta f_2$ , 有利于减小信号频谱对导频的干扰, 然而, 所需信道的频带却要加宽。因此, 应根据实际情况正确选择  $\Delta f_1$  和  $\Delta f_2$ 。

插入导频法提取载波要使用窄带滤波器。这个窄带滤波器也可以用锁相环来代替, 这是因为锁相环本身就是一个性能良好的窄带滤波器, 因而使用锁相环后, 载波提取的性能将有改善。

### 11.2.2 直接法

抑制载波的双边带信号虽然不包含载波分量, 但对该信号进行某种非线性变换后, 可以直接从其中提取出载波分量来。

#### 1. 平方变换法和平方环法

设调制信号为  $m(t)$ ,  $m(t)$  中无直流分量, 则抑制载波的双边带信号为

$$s(t) = m(t)\cos\omega_c t$$

接收端将该信号进行平方变换,即经过一个平方律部件后就得到

$$e(t) = m^2(t)\cos^2\omega_c t = \frac{m^2(t)}{2} + \frac{1}{2}m^2(t)\cos 2\omega_c t \quad (11.2-8)$$

由式(11.2-8)看出,虽然前面假设了  $m(t)$  中无直流分量,但  $m^2(t)$  中却有直流分量,而  $e(t)$  表示式的第二项中包含有  $2\omega_c$  频率的分量。若用一窄带滤波器将  $2\omega_c$  频率分量滤出,再进行二分频,就获得所需的载波。根据这种分析所得出的平方变换法提取载波的方框图如图 11-6 所示。若调制信号  $m(t) = \pm 1$ ,该抑制载波的双边带信号就成为二相移相信号,这时

$$e(t) = [m(t)\cos\omega_c t]^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\omega_c t \quad (11.2-9)$$

因而,用图 11-6 所示的方框图同样可以提取出载波。

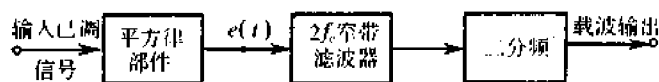


图 11-6 平方变换法提取载波

由于提取载波的方框图中用了二分频电路,故提取出的载波存在  $180^\circ$  的相位含糊问题。对移相信号而言,解决这个问题的常用方法是采用前面已介绍过的相对移相。

平方变换法提取载波方框图中的  $2f_c$  窄带滤波器若用锁相环代替,构成如图 11-7 所示的方框图,就称为平方环法提取载波。由于锁相环具有良好的跟踪、窄带滤波和记忆性能,平方环法比一般的平方变换法具有更好的性能。因此,平方环法提取载波应用较为广泛。

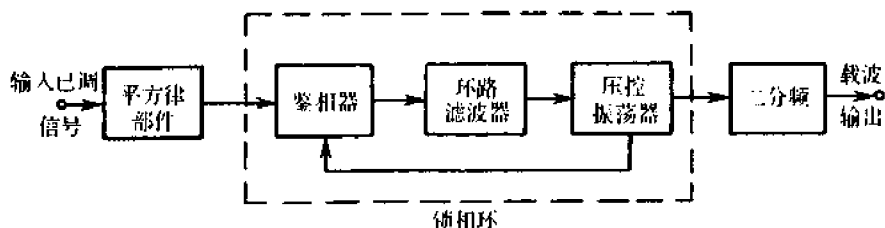


图 11-7 平方环法提取载波

## 2. 同相正交环法

利用锁相环提取载波的另一种常用方法如图 11-8 所示。加于两个相乘器的本地信号分别为压控振荡器的输出信号  $\cos(\omega_c t + \theta)$  和它的正交信号  $\sin(\omega_c t + \theta)$ 。因此通常称这种环路为同相正交环,有时也称这种环路为科斯塔斯(Costas)环。

设输入的抑制载波双边带信号为  $m(t)\cos\omega_c t$ , 则

$$v_3 = m(t)\cos\omega_c t\cos(\omega_c t + \theta) = \frac{1}{2}m(t)[\cos\theta + \cos(2\omega_c t + \theta)]$$

$$v_4 = m(t)\cos\omega_c t\sin(\omega_c t + \theta) = \frac{1}{2}m(t)[\sin\theta + \sin(2\omega_c t + \theta)]$$

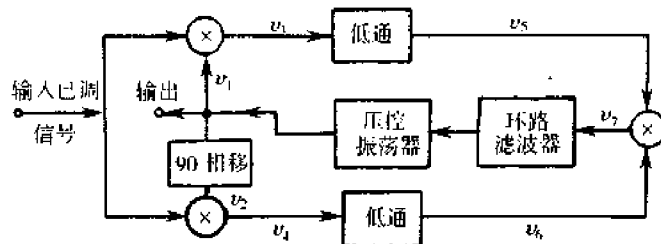


图 11-8 同相正交环法提取载波

经低通后的输出分别为

$$v_5 = \frac{1}{2} m(t) \cos \theta \quad (11.2-10)$$

$$v_6 = \frac{1}{2} m(t) \sin \theta \quad (11.2-11)$$

低通滤波器应该允许  $m(t)$  通过。将  $v_5$  和  $v_6$  加于相乘器, 得

$$v_7 = v_5 v_6 = \frac{1}{8} m^2(t) \sin 2\theta \quad (11.2-12)$$

式中  $\theta$  是压控振荡器输出信号与输入已调信号载波之间的相位误差。当  $\theta$  较小时,

$$v_7 \approx \frac{1}{4} m^2(t) \theta \quad (11.2-13)$$

式(11.2-13)中  $v_7$  的大小与相位误差  $\theta$  成正比, 它就相当于一个鉴相器的输出。用  $v_7$  去调整压控振荡器输出信号的相位, 最后使稳态相位误差减小到很小的数值。这样压控振荡器的输出  $v_1$  就是所需提取的载波。

同相正交环的工作频率是载波频率本身, 而平方环的工作频率是载波频率的两倍。显然当载波频率很高时, 工作频率较低的同相正交环路易于实现。

### 3. 从多相移相信号中提取载波

数字通信中经常使用多相移相信号。下面介绍两种从多相移相信号中提取载波的方法。

前面已经介绍过, 可以用平方变换法或平方环法从二相移相信号中提取载波。对多相移相信号, 也可以类似地用多次方变换法或多次方环法提取载波。现以四相移相信号为例, 在图 11-9 画出这种载波提取方法的方框图。

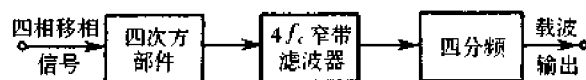


图 11-9 四相移相信号提取载波的方法

另一种方法类似于同相正交法, 称为多相科斯塔斯环法, 也以四相移相信号为例, 这种方法的方框图如图 11-10 所示。压控振荡器的输出就为所需的载波信号。

这两种方法所提取出的载波也同样存在相位含糊问题, 常见的解决办法是采用四相相对移相。



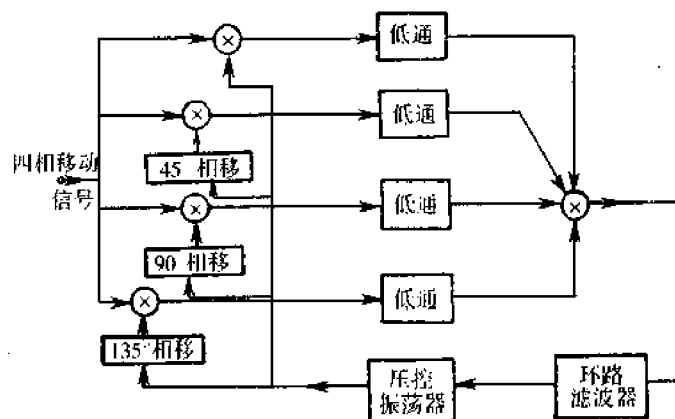


图 11-10 四相科斯塔斯环法的载波提取

### 11.3 载波同步系统的性能

载波同步系统的主要性能指标是高效率和高精度。所谓高效率就是为了获得载波信号而尽量少消耗发送功率。用直接法提取载波时,发端不专门发送导频,因而效率高;而用插入导频法时,由于插入导频要消耗一部分功率,因而系统的效率降低。所谓高精度,就是提取出的载波应是相位尽量精确的相干载波,也就是相位误差应该尽量小。

相位误差通常由稳态相差和随机相差组成。稳态相差主要是指载波信号通过同步信号提取电路以后,在稳态下所引起的相差;随机相差是由于随机噪声的影响而引起同步信号的相位误差。实际的同步系统中,由于同步信号提取电路的不同,信号和噪声形式的不同,相位误差的计算方法也就不同。这一节,将对一些典型情况进行讨论,而相位误差对相干解调的影响,则留在下一节专门分析。

载波同步系统的性能除了高效率、高精度外,还要求同步建立时间快、保持时间长等,本节最后将对它们进行简单的讨论。

#### 11.3.1 稳态相差

用窄带滤波器提取载波,假设所用的窄带滤波器为一个简单的单调谐回路,其  $Q$  值一定。那么,当回路的中心频率  $\omega_0$  与载波频率  $\omega_c$  不相等时,就会使输出的载波同步信号引起一稳态相差  $\Delta\varphi$ 。若  $\omega_0$  与  $\omega_c$  之差为  $\Delta\omega$ ,且  $\Delta\omega$  较小时,可得

$$\Delta\varphi \approx 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad (11.3-1)$$

由式(11.3-1)可见, $Q$  值越高,所引起的稳态相差越大。

同步系统使用锁相环时,当锁相环压控振荡器与输入载波信号之间有频率差  $\Delta\omega$  时,也会引起一稳态相差。该稳态相差为

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\omega}{K_r} \quad (11.3-2)$$

式中  $K_r$ ——环路直流增益。只要使  $K_r$  足够大, $\Delta\varphi$  就可以足够小。

### 11.3.2 随机相差

由于随机的高斯噪声叠加在载波信号上,会使载波同步信号产生随机的相位误差。一给定初始相位为  $\varphi$  的正弦波叠加窄带高斯噪声后的相位分布可以知道为<sup>[19]</sup>

$$f(\theta/\varphi) = \frac{\exp(-A^2/2\sigma^2)}{2\pi} + \frac{A\cos(\varphi - \theta)}{2(2\pi)^{1/2}\sigma} \exp\left[-\frac{A^2}{2\sigma^2}\sin^2(\varphi - \theta)\right] \times \left\{1 + \operatorname{erf}\left[\frac{A\cos(\varphi - \theta)}{\sqrt{2}\sigma}\right]\right\} \quad (11.3-3)$$

式中  $\operatorname{erf}(x)$  为误差函数。若设初始相位  $\varphi = 0$ , 可得此时的相位分布为

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi} e^{-r} \left[1 + \sqrt{4\pi r} \cos\theta e^{r\cos^2\theta} \Phi(\sqrt{2r}\cos\theta)\right] \quad (11.3-4)$$

式中  $r$ ——信号噪声比,  $r = A^2/2\sigma^2$ ;

$\Phi(x)$ ——概率积分函数。

概率积分函数  $\Phi(x)$  为

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$$

当信噪比较大, 即式中的  $x$  较大时,  $\Phi(x)$  可近似为

$$\Phi(x) \approx 1 - \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}x} \quad (11.3-5)$$

把它代入式(11.3-4)后, 得

$$f(\theta) = \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos\theta e^{-r\sin^2\theta} \quad (11.3-6)$$

式(11.3-6)是载波信号加噪声后的相位分布。因为已假设载波信号的初始相位为零, 故所得  $f(\theta)$  实际上就是相位误差  $\theta_n$  的分布  $f(\theta_n)$ 。如果再设  $\theta_n$  较小, 即得

$$f(\theta_n) = \sqrt{\frac{r}{\pi}} e^{-r\theta_n^2} \quad (11.3-7)$$

将式(11.3-7)与正态分布的表示式相比就可看出, 随机相差  $\theta_n$  的方差  $\overline{\theta_n^2}$  与信噪比  $r$  有如下关系

$$\overline{\theta_n^2} = \frac{1}{2r} \quad (11.3-8)$$

这样, 对一个载波同步系统来说, 不仅可以用信噪比  $r$ , 也可用  $\overline{\theta_n^2}$  来衡量随机相差的大小。

下面以窄带滤波器提取载波为例来分析所产生的随机相差。若已知该滤波器的电压传输函数, 噪声为高斯白噪声, 其单边功率谱密度为  $n_0$ , 则可求出该滤波器的等效噪声带宽。例如, 对于由 LC 元件所组成的单回路, 其等效噪声带宽为

$$B_n = \frac{\pi f_0}{2Q} \quad (11.3-9)$$

式中  $Q$ ——回路的品质因数;

$f_0$ ——窄带滤波器的中心频率。

经过窄带滤波器后的噪声功率就为  $n_0 B_n$ , 于是仅考虑高斯白噪声情况下, 窄带滤波器的输出信噪比为

$$r_n = \frac{P_s}{n_0 B_n} \quad (11.3-10)$$

然后由式(11.3-8)就可计算出随机相差。

由式(11.3-9)、(11.3-10)和式(11.3-8)可见,滤波器的  $Q$  值越高,随机相差越小。但由式(11.3-1)又可看出,  $Q$  值越高,稳态相差越大。可见,在用这种窄带滤波器提取载波时,稳态相差和随机相差对其  $Q$  值的要求是相互矛盾的。

### 11.3.3 建立时间和保持时间

载波同步系统的建立时间  $t_s$  和保持时间  $t_c$ ,也将以窄带滤波器提取载波来作讨论。

我们仍假设所用的窄带滤波器为一简单的单调谐回路,并设回路的谐振频率  $\omega_0$  与  $Q$  值已经给定。如果在  $t=0$  时刻将信号接入回路,则表示输出电压建立过程的表示式为

$$u = U(1 - e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}) \cos \omega_0 t \quad (11.3-11)$$

式(11.3-11)的曲线示于图 11-11。曲线的起始部分,包络逐渐增大。若  $t = t_s$ ,即输出电压  $u(t_s)$  的包络达到  $kU$  时,认为同步信号已建立,则将  $u(t_s)$  的表示式代入式(11.3-11)中,可求得

$$t_s = \frac{2Q}{\omega_0} \ln \frac{1}{1-k} \quad (11.3-12)$$

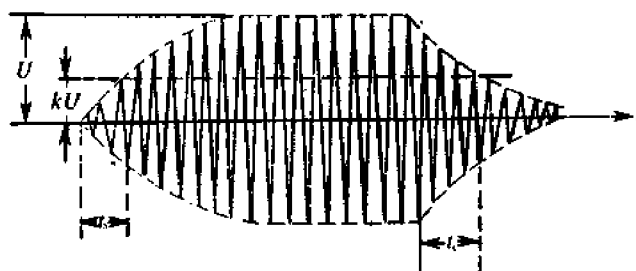


图 11-11 载波同步的建立与保持

同理,如果在  $t=0$  时将接入回路的信号断开,则表示回路输出信号保持过程的电压表示式为

$$u(t) = Ue^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \cos \omega_0 t \quad (11.3-13)$$

式(11.3-13)示于图 11-11 曲线的末尾部分,其包络逐渐衰减。也设  $t = t_c$  时输出电压  $u(t_c)$  的包络达到  $kU$ ,认为此时同步信号已经消失。将这一条件代入式(11.3-13)后,求得保持时间为

$$t_c = \frac{2Q}{\omega_0} \ln \frac{1}{k} \quad (11.3-14)$$

如果用建立时间和保持时间内的载波周期数  $N_s$  和  $N_c$  来表示建立时间和保持时间,则由式(11.3-12)和式(11.3-14)可得

$$N_s = t_s f_0 = \frac{Q}{\pi} \ln \frac{1}{1-k} \quad (11.3-15)$$

$$N_c = t f_0 = \frac{Q}{\pi} \ln \frac{1}{k} \quad (11.3-16)$$

通常令  $k = 1/e$ , 则可求得

$$N_s = 0.14Q \quad (11.3-17)$$

$$N_c = 0.318Q \quad (11.3-18)$$

由式(11.3-17)和式(11.3-18)可以看出, 建立时间短和保持时间长也是有矛盾的,  $Q$  值高, 保持时间虽然可以长, 但建立时间也长了; 反之, 若  $Q$  值低, 建立时间虽然短, 但保持时间也短了。

## 11.4 载波相位误差对解调性能的影响

当实现相干解调时, 由于载波同步系统所提取的载波存在稳态相差和随机相差, 使得相干载波的相位和已调信号的载波相位不完全相同。下面就讨论这种同步相位误差对解调性能的影响。

同步系统的稳态相差和随机相差表示式已在 11.3 节中给出, 总的相位误差  $\varphi$  应是这两部分相位误差的代数和, 即

$$\varphi = \Delta\varphi + \sigma_\varphi \quad (11.4-1)$$

式中  $\sigma_\varphi = \sqrt{\theta_n^2}$ , 称为相位抖动。

先讨论相位误差对双边带调制信号的影响。设已收到的双边带信号为

$$s(t) = m(t) \cos \omega_c t$$

提取出的相干载波为

$$s_c(t) = \cos(\omega_c t + \varphi)$$

则解调时, 相乘器的输出经低通滤波器后为

$$x(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos \varphi \quad (11.4-2)$$

若提取的相干载波没有相位误差, 即  $\varphi = 0$ , 此时解调器输出的低频信号为  $m(t)/2$ 。因而可以得出, 有相位误差  $\varphi$  后, 信号噪声的能量比(或功率比)将下降  $\cos^2 \varphi$  倍, 代入计算信噪比和误码率的公式, 就可以计算出相位误差  $\varphi$  对解调性能的影响。现以二相移相信号为例, 由于信噪比下降  $\cos^2 \varphi$  倍, 故得误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{E/n_0} \cos \varphi) \quad (11.4-3)$$

相位误差  $\varphi$  对双边带信号解调性能的影响只是引起信噪比下降。然而, 对残留边带信号和单边带信号来说, 相位误差  $\varphi$  不仅引起信噪比下降, 而且还引起信号畸变。

下面以单边带信号为例, 说明这种畸变是如何产生的。设基带信号  $m(t) = \cos \Omega t$ , 单边带信号取上边带为  $\frac{1}{2} \cos(\omega_c + \Omega)t$ , 当解调相干载波有相位误差  $\varphi$  时, 相干载波与已调信号相乘, 得

$$\frac{1}{2} \cos(\omega_c + \Omega)t \cos(\omega_c t + \varphi) = \frac{1}{4} [\cos(2\omega_c t + \Omega t + \varphi) + \cos(\Omega t - \varphi)]$$

取出其中的低频分量为

$$x(t) = \frac{1}{4} \cos(\Omega t - \varphi) = \frac{1}{4} \cos \Omega t \cos \varphi + \frac{1}{4} \sin \Omega t \sin \varphi \quad (11.4-4)$$

式(11.4-4)中的第一项与原基带信号相比,由于  $\cos \varphi$  的存在,使信噪比下降了;而第二项是与原基带信号正交的项,它使基带信号产生畸变。从式(11.4-4)还可看出,  $\varphi$  越大,畸变也越大。

## 11.5 位同步的方法

实现位同步的方法也和载波同步类似,可分插入导频法和直接法两类。这两类方法有时也分别称为外同步法和自同步法。

基带信号若为随机的二进制不归零脉冲序列,那么这种信号本身不包含位同步信号。为了获得位同步信号,就应在基带信号中插入位同步导频信号,或者对该基带信号进行某种变换。

### 11.5.1 插入导频法

这种方法与载波同步时的插入导频法类似,它是在基带信号频谱的零点插入所需的导频信号,如图 11-12(a)所示。若经某种相关编码的基带信号,其频谱的第一个零点在  $f = 1/2T$  处时,插入导频信号就应在  $1/2T$  处,如图 11-12(b)所示。

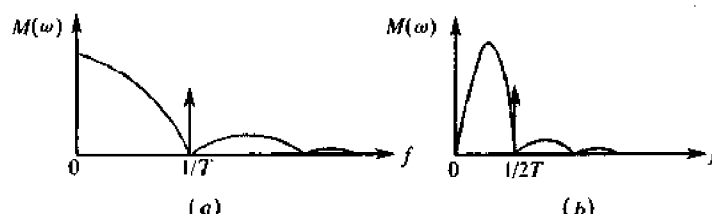


图 11-12 插入导频法频谱图

在接收端,对图(a)所示的情况,经中心频率为  $f = 1/T$  的窄带滤波器,就可从解调后的基带信号中提取出位同步所需的信号,这时,位同步脉冲的周期与插入导频的周期是一致的;对图(b)所示的情况,窄带滤波器的中心频率应为  $1/2T$ ,因为这时位同步脉冲的周期为插入导频周期的  $1/2$ ,故需将插入导频倍频,才得所需的位同步脉冲。

插入导频法的另一种形式是使数字信号的包络按位同步信号的某种波形变化。

在相移键控或频移键控的通信系统中,对已调信号进行附加的幅度调制后,接收端只要进行包络检波,就可以形成位同步信号。

设相移信号的表示式为

$$s_1(t) = \cos[\omega_c t + \varphi(t)] \quad (11.5-1)$$

现在用某种波形的位同步信号对  $s_1(t)$  进行幅度调制,若这种波形为升余弦波形,则其表

示式为

$$m(t) = \frac{1}{2}(1 + \cos\Omega t) \quad (11.5-2)$$

式中的  $\Omega = 2\pi/T$ ,  $T$  为码元宽度。幅度调制后的信号为

$$s_2(t) = \frac{1}{2}(1 + \cos\Omega t)\cos[\omega_c t + \varphi(t)] \quad (11.5-3)$$

接收端对  $s_2(t)$  进行包络检波, 包络检波器的输出为  $\frac{1}{2}(1 + \cos\Omega t)$ , 除去直流分量后, 就可获得位同步信号  $\frac{1}{2}\cos\Omega t$ 。

以上载波同步和位同步中所采用的导频插入法都是在频域内的插入。事实上, 同步信号也可以在时域内插入, 这时载波同步信号、位同步信号和数据信号分别被配置在不同的时间内传送。接收端用锁相环路提取出同步信号并保持它, 就可以对继之而来的数据进行解调。

### 11.5.2 直接法

这一类方法是发端不专门发送导频信号, 而直接从数字信号中提取位同步信号的方法。这是数字通信中经常采用的一种方法。

#### 1. 滤波法

已经知道, 对于不归零的随机二进制序列, 不能直接从其中滤出位同步信号。但是, 若对该信号进行某种变换, 例如, 变成归零脉冲后, 则该序列中就有  $f = 1/T$  的位同步信号分量, 其大小可由式(5.2-24)算出。经一个窄带滤波器, 可滤出此信号分量, 再将它通过一移相器调整相位后, 就可以形成位同步脉冲。这种方法的方框图如图 11-13 所示。它的特点是先形成含有位同步信息的信号, 再用滤波器将其滤出。下面, 介绍几种具体的实现方法。

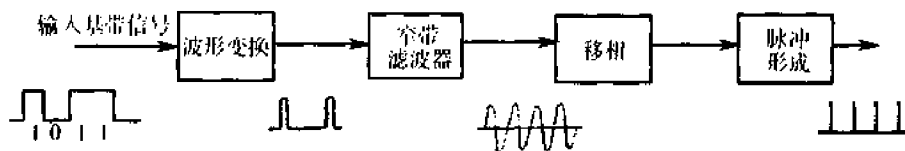


图 11-13 滤波法原理图

图 11-13 原理图中的波形变换, 在实际应用中可以是一微分、整流电路, 经微分、整流后的基带信号波形如图 11-14 所示。这里, 整流输出的波形与图 11-13 中波形变换电路的输出波形有些区别, 但由式(5.2-24)可以看出, 这个波形同样包含有位同步信号分量。

另一种常用的波形变换方法是对带限信号进行包络检波。在某些数字微波中继通信系统中, 经常在中频上用对频带受限的二相移相信号进行包络检波的方法来提取位同步信号。频带受限的二相 PSK 信号波形如图 11-15(a) 所示。因频带受限, 在相邻码元的相位变换点附近会产生幅度的平滑“陷落”。经包络检波后, 可得图 11-15(b) 所示的波

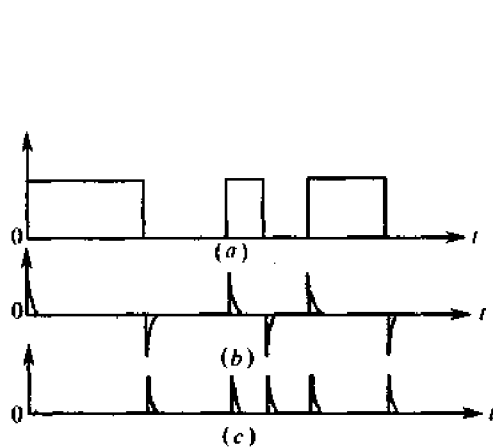


图 11-14 基带信号微分、整流波形

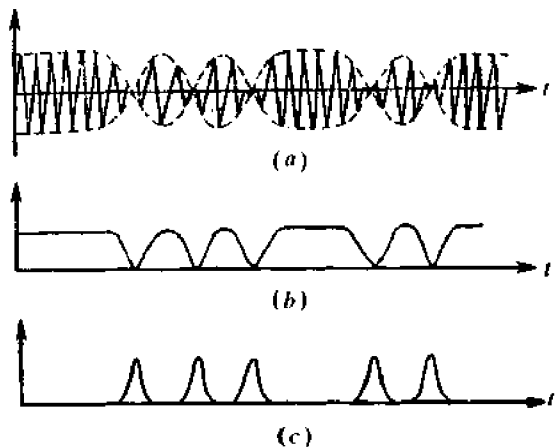


图 11-15 频带受限二相 PSK 信号的位同步信号提取

形。可以看出,它是一直流和图 11-15(c)所示的波形相减而组成的,因此包络检波后的波形中包含有如图(c)所示的波形,而这个波形中已含有位同步信号分量。因此,将它经滤波器后就可提取出位同步信号。

2. 锁相法

位同步锁相法的基本原理和载波同步的类似。在接收端利用鉴相器比较接收码元和本地产生的位同步信号的相位,若两者相位不一致(超前或滞后),鉴相器就产生误差信号去调整位同步信号的相位,直至获得准确的位同步信号为止。前面讨论的滤波法原理图中,窄带滤波器可以是简单的单调谐回路或晶体滤波器,也可以是锁相环路。

我们把采用锁相环来提取位同步信号的方法称为锁相法。下面介绍在数字通信中常采用的数字锁相法提取位同步信号的原理。

(1) 数字锁相

数字锁相的原理方框图如图 11-16 所示,它由高稳定度振荡器(晶振)、分频器、相位比较器和控制器所组成。其中,控制器包括图中的扣除门、附加门和“或门”。高稳定度振荡器产生的信号经整形电路变成周期性脉冲,然后经控制器再送入分频器,输出位同步脉冲序列。若接收码元的速率为  $F$ (波特),则要求位同步脉冲的重复速率也为  $F$ (赫)。这里,晶振的振荡频率设计在  $nF$ (赫),由晶振输出经整形得到重复频率为  $nF$ (赫)的窄脉冲

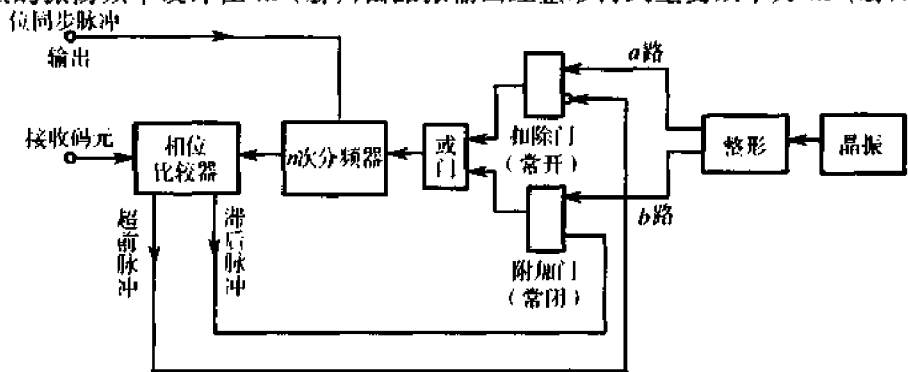


图 11-16 数字锁相原理方框图

[图 11-17(a)],经扣除门、或门并  $n$  次分频后,就可得重复频率为  $F$ (赫)的位同步信号[图 11-17(c)]。如果接收端晶振输出经  $n$  次分频后,不能准确地和收到的码元同频同相,这时就要根据相位比较器输出的误差信号,通过控制器对分频器进行调整。调整的原理是当分频器输出的位同步脉冲超前于接收码元的相位时,相位比较器送出一超前脉冲,加到扣除门(常开)的禁止端,扣除一个  $a$  路脉冲[图 11-17(d)],这样,分频器输出脉冲的相位就推后  $1/n$  周期( $360^\circ/n$ ),如图 11-17(e)所示;若分频器输出的位同步脉冲相位滞后于接收码元的相位,如何对分频器进行调整呢?晶振的输出整形后除  $a$  路脉冲加于扣除门外,同时还有与  $a$  路相位相差  $180^\circ$  的  $b$  路脉冲序列[图 11-17(b)]加于附加门。附加门在不调整时是封闭的,对分频器的工作不起作用。当位同步脉冲相位滞后时,相位比较器送出一滞后脉冲,加于附加门,使  $b$  路输出的一个脉冲通过“或门”,插入在原  $a$  路脉冲之间[图 11-17(f)],使分频器的输入端添加了一个脉冲。于是,分频器的输出相位就提前  $1/n$  周期[图 11-17(g)]。经这样的反复调整相位,即实现了位同步。

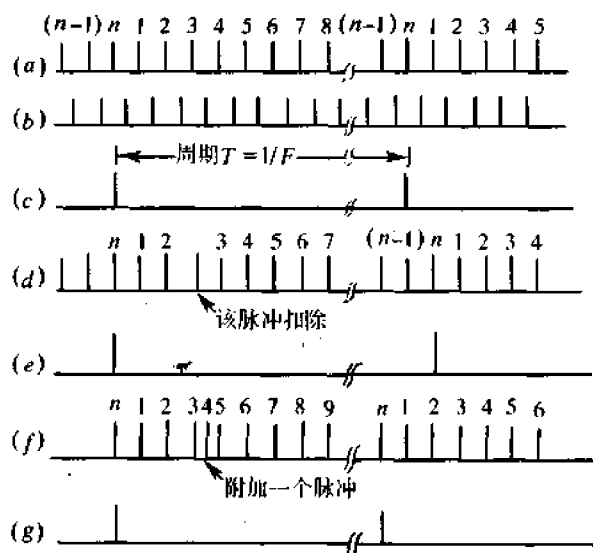


图 11-17 位同步脉冲的相位调整

接收码元的相位可以从基带信号的过零点提取(它代表码元的起始相位),而对数字信号进行微分就可获得过零点的信息。由于数字信号的过零方向有正有负(即有“0”变到“1”和“1”变到“0”),因此微分再整流,就可以获得接收码元所有过零点的信息,其工作波形类似于图 11-14。得到接收码元的相位以后,再将它加于相位比较器去进行比较。因为接收码元的相位是通过微分、整流而获得的,故称这种方法为微分整流型数字锁相法,其工作原理图和波形图如图 11-18 所示。开始,先不管图中虚线框框内的单稳 3。设接收信号为不归零脉冲(波形  $a$ ),我们将每个码元的宽度分为两个区,前半码元称为“滞后区”,即若位同步脉冲波形  $b$  落入此区,表示位同步脉冲的相位滞后于接收码元的相位;同样,后半码元称为“超前区”。接收码元经微分整流,并经单稳 4 电路后,输出如波形  $e$  所示的脉冲。当位同步脉冲波形  $b$ (它是由  $n$  次分频器  $d$  端的输出,取其上升沿而形成的脉冲)位于超前区时,波形  $e$  和分频器  $d$  端的输出波形  $d$  使与门  $A$  有输出,该输出再经过单稳 1 就产生一超前脉冲(波形  $f$ )。若位同步脉冲波形  $b$ (图中的虚线所示)落于滞后



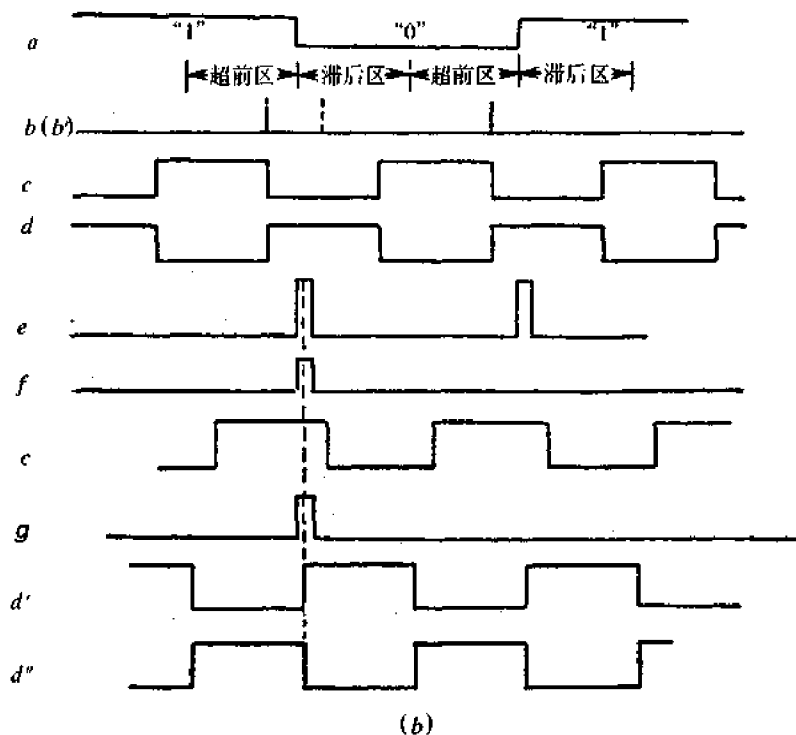
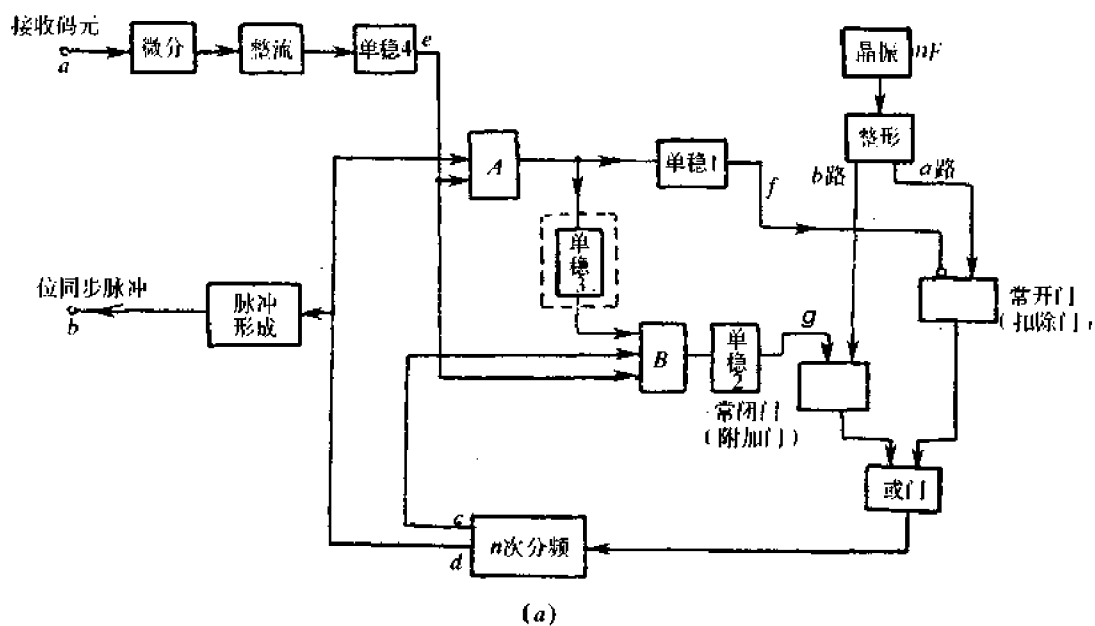


图 11-18 微分整流型数字锁相

区,分频器  $c$  端的输出波形( $c$  端波形和  $d$  端波形为反相关系)如波形  $c'$  所示,则与门  $B$  有输出,再经过单稳 2 产生一滞后脉冲(波形  $g$ )。这样,无论位同步脉冲超前或滞后,都会分别送出超前或滞后脉冲对加于分频器的脉冲进行扣除或附加,因而达到相位调整的目的。

现在讨论图中虚线框内单稳 3 的作用。由波形图看到,位同步脉冲是由分频器  $d$  端输出波形(波形  $d$ )的正沿而形成的,所以相位调整的最后结果应该使波形  $d$  的正沿对

齐窄脉冲 $e$ (即 $d$ 的正沿位于窄脉冲之内)。若 $d$ 端的输出波形最后调整到如波形图 $d'$ 所示的位置,则 $A$ 、 $B$ 两个与门都有输出;先是通过与门 $B$ 输出一个滞后脉冲,后是通过与门 $A$ 输出一超前脉冲。这样调整的结果使位同步信号的相位稳定在这一位置,这是我们所需要的。然而,如果 $d$ 端的输出波形调整到波形图 $d'$ 的位置,这时, $A$ 、 $B$ 两个与门也都有输出,只是这时是先通过 $A$ 门输出一超前脉冲,而后通过 $B$ 门输出一滞后脉冲。如果不采取措施,位同步信号的相位也可以稳定在这一位置,则输出的位同步脉冲(波形 $b$ )就会与接收码元的相位相差 $180^\circ$ 。克服这种不正确锁定的办法,是利用在这种情况下 $A$ 门先有输出的这一特点。当 $A$ 门先有输出时,这个输出一方面产生超前脉冲对锁相环进行调整;另一方面,这个输出经单稳 $3$ 产生一脉冲将与门 $B$ 封闭,不会再产生滞后脉冲。这样通过 $A$ 门不断输出超前脉冲,就可以调整分频器输出信号的相位,直至波形 $d$ 的正沿对齐窄脉冲(波形 $e$ )为止。

## (2)同相正交积分型数字锁相

微分整流型数字锁相,是从基带信号的过零点中提取位同步信息的。当信噪比较低时,过零点受干扰的影响较大。如果应用匹配滤波的原理,先对输入的基带信号进行最佳检测,则干扰的影响就大为减弱,这样提取出的位同步信号必然会有更好的抗干扰性能。同相正交积分型数字锁相正是这样的一种方法。

图 11~19 示出同相正交积分型数字锁相环的原理方框图及其工作波形。其中晶振、分频器、控制器的组成与微分整流型锁相法相同,所不同的是提取位同步信息的方法和鉴相器(相位比较器)的结构。下面就介绍这两部分的原理。

设接收的双极性不归零码元为图中波形 $a$ 所示的波形,送入两个并联的积分器。积分器的积分时间都为码元周期 $T$ ,但加入这两个积分器作猝息用的定时脉冲的相位相差 $T/2$ 。这样,同相积分器的积分区间与位同步脉冲的区间重合,而正交积分器的积分区间正好跨在两相邻位同步脉冲的中点之间(这里的正交就是指两积分器的积分起止时刻相差半个码元宽度)。在考虑了波形 $d$ 的猝息作用后,两个积分器的输出如波形 $b$ 和 $c$ 所示。观察图( $b$ )和( $c$ )可以发现,当下一码元有数据变化时(由“0”变“1”或由“1”变“0”),两个积分器在临猝息前时刻的输出电压极性有一定的规律:若位同步脉冲的相位超前,两积分器的输出电压极性相同;而若位同步脉冲的相位滞后,两积分器的输出电压极性相反。利用这一规律,就可以判定位同步脉冲是超前还是滞后。

顺便指出,如果下一码元没有数据变化,则由图( $b$ )和( $c$ )可以观察到,无论位同步脉冲的相位是超前还是滞后,两积分器的输出电压极性都是相同的。不过,下面可以看到,我们可以不让这种情况对相位调整电路起作用。

两个积分器的输出电压加于取样保持电路,它是对临猝息前的积分结果的极性进行取样,并保持一码元宽度时间 $T$ ,分别得到波形 $e$ 和 $f$ 。波形 $e$ 实际上就是由匹配滤波法检测所输出的信号波形。虽然输入的信号波形 $a$ 可能由于受干扰影响变得不太规整,但原理图中 $e$ 点的波形 $e$ 却是将干扰的影响大大减弱的规整信号。这正是同相正交积分型数字锁相优于微分整流型数字锁相的原因所在。一方面, $e$ 点的波形经微分整流和单稳电路后,检测出数据过零点,并形成窄脉冲如波形 $g$ 所示,此脉冲使门 $A$ 和 $B$ 仅当有数据变化时才有可能打开,这样就消除了前面指出的可能引起的错误调整。另一方面,将原理图中 $e$ 点和 $f$ 点的输出波形 $e$ 和 $f$ 模 2 相加,得波形 $h$ 。波形 $h$ 和 $g$ 有这样的关系:当位

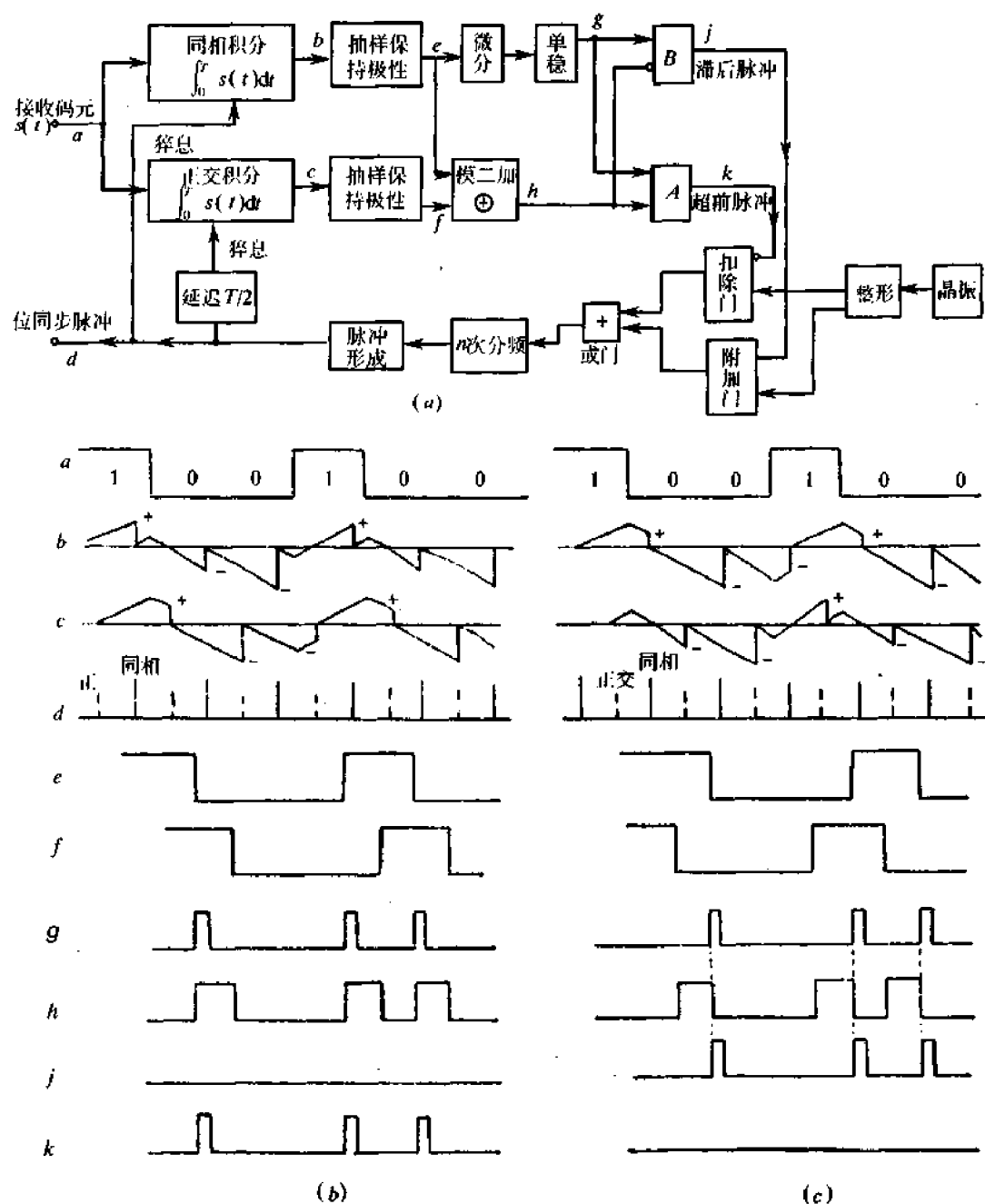


图 11-19 同相正交积分型数字锁相

(a)原理方框图;(b)和(c)分别是同步脉冲超前和滞后时的波形。

同步脉冲超前时,波形  $g$  的窄脉冲落于波形  $h$  的高电平范围内,这对应于两积分器输出的极性相同,波形  $h$  和  $g$  相与,就由  $A$  门送出一超前脉冲(波形  $k$ ),使位同步脉冲的相位往后移;类似地,当位同步脉冲滞后时,波形  $g$  的窄脉冲落于波形  $h$  的低电平范围内,这对应于两积分器输出的极性相反,将波形  $h$  取“非”后再与波形  $g$  相与,就由  $B$  门送出一滞后脉冲(波形  $j$ ),使位同步脉冲的相位往前移。这样反复地调整相位,就实现了位同步。

### (3) 数字锁相抗干扰性能的改善

用数字锁相环提取位同步信号,由于采用了数字电路,故实际应用时方便、可靠,也易

于实现集成化。但前面介绍的方法在抗干扰性能方面是不够好的。由图 11-18 可见,若干扰很小,它使波形  $e$  中窄脉冲左右摆动的幅度不大,那么,波形  $d$  的正沿位置可能仍在波形  $e$  的窄脉冲宽度之内。这时,由于送出的超前、滞后脉冲相互抵消,因而位同步脉冲的相位仍稳定不变。若干扰较大,使波形图  $b$  的位同步脉冲忽而落入超前区,忽而又落入滞后区,锁相环就要进行调整了,这就会引起不希望的相位抖动。仿照模拟锁相环鉴相器后加有环路滤波器的方法,在数字锁相环的鉴相器后也可加一个数字式滤波器。图 11-20 示出这种方案的两种原理线路。图(a)称为  $N$  先于  $M$  滤波器,它包括一个计超前脉冲数和一个计滞后脉冲数的  $N$  计数器,超前脉冲或滞后脉冲还通过或门加于一  $M$  计数器(所谓  $N$  或  $M$  计数器,就是当计数器置“0”后,输入  $N$  或  $M$  个脉冲,该计数器输出一个脉冲)。选择  $N < M < 2N$ ,无论哪个计数器计满,都会使所有计数器重新置“0”。

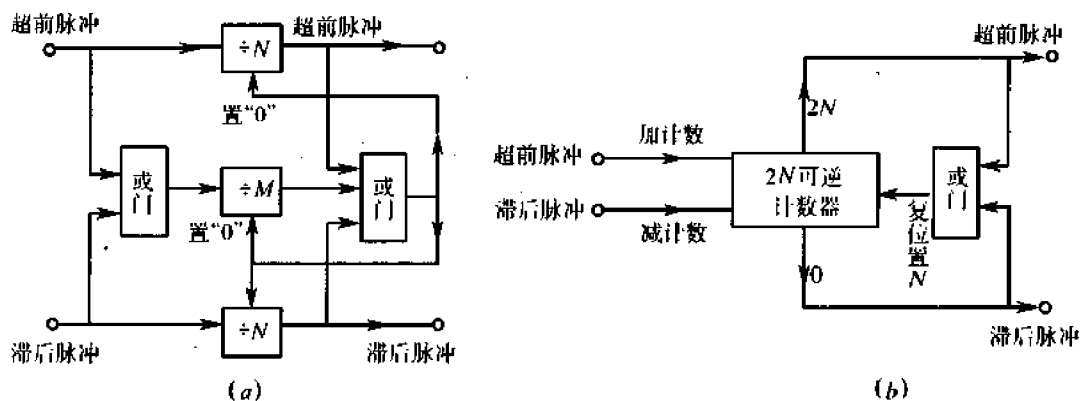


图 11-20 两种数字式滤波器方案  
(a)  $N$  先于  $M$  滤波器; (b) 随机徘徊滤波器。

当鉴相器送出超前脉冲或滞后脉冲时,滤波器并不马上就将其送去进行相位调整,而要分别对输入的超前或滞后脉冲进行计数。如果位同步信号的相位确实是超前了,则连续输入的超前脉冲就会使计超前脉冲的  $N$  计数器先计满(已规定  $N < M$ ,故  $M$  计数器未计满)。这时,滤波器就输出一超前脉冲去进行相位调整,同时将三个计数器都置“0”,准备再对后面的输入脉冲进行处理。位同步信号相位滞后情况下的工作过程也类似。如果是由于干扰的作用,使鉴相器输出零星的超前或滞后脉冲,而且这两种脉冲随机出现,那么,当两个  $N$  计数器中的任何一个都未计满时, $M$  计数器就很可能已经计满了,并将三个计数器又置“0”,因此滤波器没有输出,这样就消除了随机干扰对同步信号相位的调整。图(b)的随机徘徊滤波器具有类似的作用, $2N$  可逆计数器置位于  $N$ ,当鉴相器输出的超前脉冲与滞后脉冲相差不超过  $N$  时,则滤波器无输出。因而,这种滤波器也具有较好的抗干扰性能。

但应看到,加入上述的数字式滤波器后,虽然抗干扰性能有改善,但却使相位调整速度减慢了。若位同步脉冲的相位超前较多,鉴相器需输出  $N$  个超前脉冲才能使位同步脉冲的相位调整一次,显然调整时间增加了  $N$  倍。为了克服这个缺点,图 11-21 给出了一种缩短调整时间的原理图。当输入连续的超前(或滞后)脉冲多于  $N$  个后,数字式滤波器输出一超前(或滞后)脉冲,使触发器  $C_1$ (或  $C_2$ )输出高电平打开与门 1(或与门 2),输入的

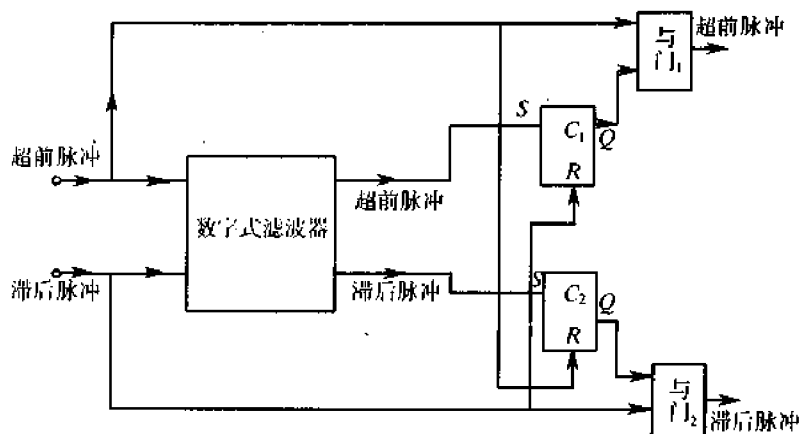


图 11-21 缩短相位调整时间的原理图

超前(或滞后)脉冲就通过这两个与门加至相位调整电路;如鉴相器这时还连续输出超前(或滞后)脉冲,那么,由于这时触发器的输出已使与门打开,这些脉冲就可以连续地送至相位调整电路,而不需再待数字式滤波器计满  $N$  个脉冲后才能再输出一个脉冲,这样就缩短了相位调整时间。对随机干扰来说,鉴相器输出的是零星的超前(或滞后)脉冲,这些零星脉冲会使触发器置“0”,这时整个电路的作用就和一般数字式滤波器的作用类同,仍具有较好的抗干扰性能。

## 11.6 位同步系统的性能及其相位误差对性能的影响

位同步系统的性能与载波同步系统类似,通常也是用相位误差、建立时间、保持时间等指标来衡量。本节将只分析数字锁相法位同步系统的性能,并讨论其相位误差对误码率的影响。

### 11.6.1 数字锁相法位同步系统的性能

#### 1. 相位误差 $\theta_e$

数字锁相法提取位同步信号时,相位误差主要是由于位同步脉冲的相位在跳变地调整所引起的。因为每调整一步,相位改变  $2\pi/n$  ( $n$  是分频器的分频次数),故最大的相位误差为  $2\pi/n$ 。用这个最大的相位误差来表示  $\theta_e$ ,可得

$$\theta_e = 360^\circ/n \quad (11.6-1)$$

#### 2. 同步建立时间 $t_s$

同步建立时间即为失去同步后重建同步所需的最长时间。为了求这个最长时间,令位同步脉冲的相位与输入信号码元的相位相差  $T/2$  秒,而锁相环每调整一步仅为  $T/n$  秒,故所需最大的调整次数为

$$N = \frac{T/2}{T/n} = \frac{n}{2} \quad (11.6-2)$$

接收随机数字信号时,可近似认为两相邻码元中出现 01、10、11、00 的概率相等,其中,有过零点的情况占一半。我们在前面所讨论的两种数字锁相法中都是从数据过零点中提

取作比相用的标准脉冲的,因此平均来说,每  $2T$  秒可调整一次相位,故同步建立时间为

$$T_s = 2T \cdot N = nT(s) \quad (11.6-3)$$

### 3. 同步保持时间 $t_c$

当同步建立后,一旦输入信号中断,由于收发双方的固有位定时重复频率之间总存在频差  $\Delta F$ ,收端同步信号的相位就会逐渐发生漂移,时间越长,相位漂移量越大,直至漂移量达到某一准许的最大值,就算失步了。

设收发两端固有的码元周期分别为  $T_1 = 1/F_1$  和  $T_2 = 1/F_2$ ,则

$$|T_1 - T_2| = \left| \frac{1}{F_1} - \frac{1}{F_2} \right| = \frac{|F_2 - F_1|}{F_1 F_2} = \frac{\Delta F}{F_0^2} \quad (11.6-4)$$

式中的  $F_0$  为收发两端固有码元重复频率的几何平均值,且有

$$T_0 = 1/F_0 \quad (11.6-5)$$

由式(11.6-4)可得

$$F_0 |T_1 - T_2| = \frac{\Delta F}{F_0} \quad (11.6-6)$$

再由式(11.6-5),上式可写为

$$\frac{T_1 - T_2}{T_0} = \frac{\Delta F}{F_0} \quad (11.6-7)$$

式(11.6-7)说明了当有频差  $\Delta F$  存在时,每经过  $T_0$  时间,收发两端就会产生  $|T_1 - T_2|$  的时间漂移。反过来,若规定两端容许的最大时间漂移为  $T_0/K$  秒( $K$  为一常数),需要经过多少时间才会达到此值呢? 这样求出的时间就是同步保持时间  $t_c$ 。代入式(11.6-7)后,得

$$\frac{T_0/K}{t_c} = \frac{\Delta F}{F_0}$$

解得

$$t_c = \frac{1}{\Delta F K} \quad (11.6-8)$$

若同步保持时间  $t_c$  的指标给定,也可由上式求出对收发两端振荡器频率稳定度的要求为

$$\Delta F = \frac{1}{t_c K}$$

此频率误差是由收发两端振荡器造成的。若两振荡器的频率稳定度相同,则要求每个振荡器的频率稳定度不能低于

$$\frac{\Delta F}{2F_0} = \pm \frac{1}{2t_c K F_0} \quad (11.6-9)$$

### 4. 同步带宽 $\Delta f_s$

由式(11.6-7)看到,若输入信号码元的重复频率和收端固有位定时脉冲的重复频率不相等时,每经过  $T_0$  时间(近似地说,也就是每隔一个码元周期),该频差会引起  $\Delta T = \Delta F/F_0^2$  的时间漂移。而根据数字锁相环的工作原理,锁相环每次所能调整的时间为  $T/n$  ( $T/n \approx T_0/n$ ),如果对随机数字来说,平均每两个码元周期才能调整一次,那么平均一个码元周期内,锁相环能调整的时间只有  $T_0/2n$ 。很显然,如果输入信号码元的周期与收端

固有定时脉冲的周期之差为

$$|\Delta T| > T_0/2n$$

则锁相环将无法使收端位同步脉冲的相位与输入信号的相位同步,这时由频差所造成的相位差就会逐渐积累。因此,我们根据

$$|\Delta T| = \frac{T_0}{2n} = \frac{1}{2nF_0}$$

求得

$$\frac{|\Delta f_s|}{F_0^2} = \frac{1}{2nF_0}$$

最后解出

$$|\Delta f_s| = F_0/2n \quad (11.6-10)$$

式(11.6-10)就是求得的同步带宽表示式。

### 11.6.2 位同步相位误差对性能的影响

前面已经求得数字锁相法位同步的相位误差  $\theta_e$ ,有时不用相位差而用时间差  $T_e$  来表示相位误差。因每码元的周期为  $T$ ,故得

$$T_e = T/n \quad (11.6-11)$$

下面就来分析  $T_e$  对系统误码率的影响。设解调器输出的基带数字信号如图 11-22(a)所示,并假设采用匹配滤波器法检测,即对基带信号进行积分、取样和判决。若位同步脉冲有相位误差  $T_e$  [图 11-22(b)],则脉冲的取样时刻就会偏离信号能量的最大点。

从图 11-22(c)可以看到,当相邻码元的极性无交变时,位同步信号的相位误差不影响取样点的积分能量值,在该点的取样值仍为整个码元能量  $E$ ,图(c)中的  $t_4$  和  $t_6$  时刻就是这种情况。但是,相邻码元有数据变化时,位同步信号的相位误差就使取样点的积分能量减小。看图(c)的波形,从  $t_1$  到  $t_3$  为一个码元时间  $T$ ,第二个码元信号为 0,若没有相位误差,从  $t_1$  起对“0”信号积分一直到  $t_3$ ,取样值就应为  $-E$ ;但现在由于有同步误差  $T_e$ ,从  $t_1$  到  $t_2$  这段时间的积分值为零,因而取样点  $t_3$  的值只是  $(T - 2T_e)$  时间内的积分值。由于积分能量与时间成正比,故积分能量减小为  $(1 - 2T_e/T)E$ 。

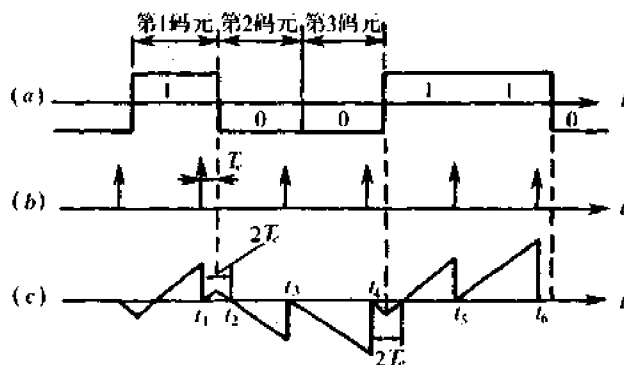


图 11-22 相位误差对性能的影响

通常,一随机二进制数字信号相邻码元有数据变化和无变化的概率大约各占 1/2。相邻码元无数据变化的那部分信号,由于取样点的积分值没受影响,误码率仍可用第 6 章所给出的公式进行计算;而对相邻码元有数据变化的那部分信号,则原公式中的码元能量  $E$  应该用  $(1 - 2T_c/T)E$  代替。这样,以二相 PSK 信号为例,有相位误差时的误码率公式变为

$$P_e = \frac{1}{4} \operatorname{erfc}(\sqrt{E/n_0}) + \frac{1}{4} \operatorname{erfc}\left[\sqrt{E\left(1 - \frac{2T_c}{T}\right)/n_0}\right] \quad (11.6-12)$$

## 11.7 群同步

数字通信时,一般总是以一定数目的码元组成一个个的“字”或“句”,即组成一个个的“群”进行传输,因此群同步信号的频率很容易由位同步信号经分频而得出,但是,每群的开头和末尾时刻却无法由分频器的输出决定。群同步的任务就是要给出这个“开头”和“末尾”的时刻。群同步有时也称为帧同步。为了实现群同步,通常有两类方法:一类是在数字信息流中插入一些特殊码组作为每群的头尾标记,接收端根据这些特殊码组的位置就可以实现群同步;另一类方法不需要外加的特殊码组,它类似于载波同步和位同步中的直接法,利用数据码组本身之间彼此不同的特性来实现自同步。我们将主要讨论用插入特殊码组实现群同步的方法,最后简单介绍一下用自同步法实现群同步的概念。

插入特殊码组实现群同步的方法有两种,即连贯式插入法和间隔式插入法。在介绍这两种方法以前,先简单介绍一种首先在电传机中广泛使用的起止式群同步法。

### 11.7.1 起止式同步法

电传报的一个字由 7.5 个码元组成,如图 11-23 所示。每个字开头,先发一个码元的起脉冲(负值),中间 5 个码元是消息,字的末尾是 1.5 码元宽度的止脉冲(正值),收端根据正电平第一次转到负电平这一特殊规律,确定一个字的起始位置,因而就实现了群同步。由于这种同步方式中的止脉冲宽度与码元宽度不一致,就会给同步数字传输带来不便。另外,在这种同步方式中,7.5 个码元中只有 5 个码元用于传递消息,因此效率较低。

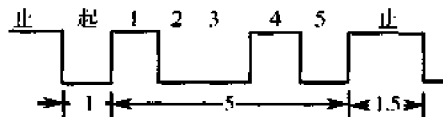


图 11-23 起止式同步的信号波形

### 11.7.2 连贯式插入法

连贯式插入法就是在每群的开头集中插入群同步码组的方法。作群同步码组用的特殊码组首先应该具有尖锐单峰特性的局部自相关函数。由于这个特殊码组  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  是一个非周期序列或有限序列,在求它的自相关函数时,除了在时延  $j=0$  的情况下,序列中的全部元素都参加相关运算外;在  $j \neq 0$  的情况下,序列中只有部分元素参加相关运算,其表示式为

$$R(j) = \sum_{i=1}^{n-j} x_i x_{i+j} \quad (11.7-1)$$



通常把这种非周期序列的自相关函数称为局部自相关函数。对同步码组的另一个要求是识别器应该尽量简单。目前,一种常用的群同步码组是巴克码。

巴克码是一种非周期序列。一个  $n$  位的巴克码组为  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , 其中  $x_i$  取值为  $+1$  或  $-1$ , 它的局部自相关函数为

$$R(j) = \sum_{i=1}^{n-j} x_i x_{i+j} = \begin{cases} n, & j = 0 \\ 0 \text{ 或 } \pm 1, & 0 < j < n \\ 0, & j \geq n \end{cases} \quad (11.7-2)$$

目前已找到的所有巴克码组如表 11-1 所列。

表 11-1 巴克码组

$n$	巴克码组
2	++
3	++-
4	++++-; ++-+
5	++++-
7	++++--+-
11	++++--+-+--
13	+++++--+-+--+

以七位巴克码组  $\{++++--\}$  为例, 求出它的自相关函数如下:

$$\text{当 } j=0 \text{ 时 } R(j) = \sum_{i=1}^7 x_i^2 = 1+1+1+1+1+1+1 = 7$$

$$\text{当 } j=1 \text{ 时 } R(j) = \sum_{i=1}^6 x_i x_{i+1} = 1+1-1+1-1-1 = 0$$

按式(11.7-1)可求出  $j=2, 3, 4, 5, 6, 7$  时的  $R(j)$  值分别为  $-1, 0, -1, 0, -1, 0$ ; 另外, 再求出  $j$  为负值时的自相关函数值, 两者一起画在图 11-24 中。由图可见, 其自相关函数在  $j=0$  时出现尖锐的单峰。

巴克码识别器是比较容易实现的, 这里也以七位巴克码为例, 用 7 级移位寄存器、相加器和判决器就可以组成一识别器, 如图 11-25 所示。当输入数据的“1”存入移位寄存器时, “1”端的输出电平为  $+1$ , 而“0”端的输出电平为  $-1$ ; 反之, 存入数据“0”时, “0”端的

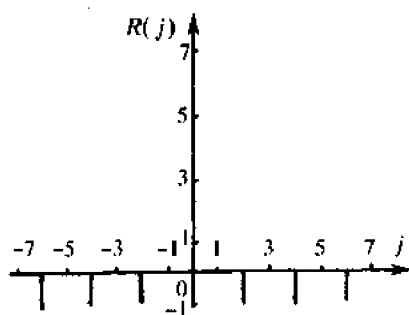


图 11-24 七位巴克码的自相关函数

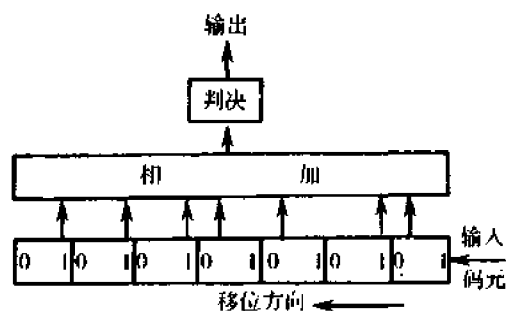


图 11-25 七位巴克码识别器

输出电平为+1,“1”端的电平为-1。各移位寄存器输出端的接法和巴克码的规律一致,这样识别器实际上就是对输入的巴克码进行相关运算。当七位巴克码在图 11-26(a)中的  $t_1$  时刻正好已全部进入了7级移位寄存器时,7个移位寄存器输出端都输出+1,相加后得最大输出+7;若判别器的判决门限电平定为+6,那么就在七位巴克码的最后一位“0”进入识别器时,识别器输出一群同步脉冲表示一群的开头,如图 11-26(b)所示。

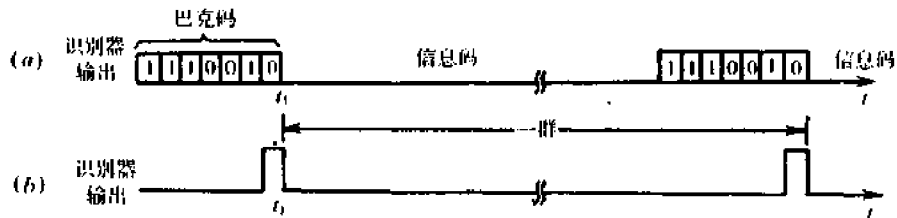


图 11-26 识别器的输出波形

### 11.7.3 间隔式插入法

在某些情况下,群同步码组不是集中插入在信息码流中,而是将它分散地插入,即每隔一定数量的信息码元,插入一个群同步码元。群同步码型选择的主要原则是:一方面要便于收端识别,即要求群同步码具有特定的规律性,这种码型可以是全“1”码、“1”“0”交替码等;另一方面,要使群同步码的码型尽量和信息码相区别。例如在某些 PCM 多路数字电话系统中,用全“0”码代表“振铃”,用全“1”码代表“不振铃”,这时,为了使群同步码组与振铃相区别,群同步码就不能使用全“1”或全“0”。收端要确定群同步码的位置,就必须对收码进行搜索检测。一种常用检测方法为逐码移位法,它是一种串行的检测方法;另一种方法是 RAM 帧码检测法<sup>[21]</sup>,它是利用 RAM 构成帧码提取电路的一种并行检测方法。

#### 1. 逐码移位法

图 11-27(a)示出逐码移位法实现群同步的原理图。下面,我们结合图 11-27(b)的波形图来说明实现群同步的过程。

设接收信码(波形  $c$ )中的群同步码位于画斜线码元的位置,后面依次安排各路信息码 1、2、3(为简明起见,只画有三路信息码)。如果已实现群同步,则位同步码(波形  $a$ )经四次分频后所得本地群码的相位应与收信码中的群同步码相位一致。现在假设开始时如波形  $d$  所示,本地群码的位置与波形  $c$  收信码中的群码位置相差两位。为了易于看出逐码移位法的工作过程,我们设群码为全“1”码,其余的信息码均与群码不同,为“0”。在第一个码元时间,波形  $c$  与  $d$  不一致,原理图中的异或门有输出(波形  $e$ ),经延迟一码元后,得波形  $f$  加于禁门,扣掉位同步码的第 2 个码元(波形  $b$  的第 2 个码元位置用加一叉号表示),这样分频器的状态在第 2 码元没有变化,因而分频器本地群码的输出仍保持和第 1 码元时相同。这时,它的位置只与收信码中的群码位置相差一位了(见波形  $d'$ )。类似地在第 2 码元时间,  $c$  又和  $d'$  进行比较,产生码形  $e'$  和  $f'$ ,又在第 3 码元位置扣掉一个位同步码,使本地群码的位置又往后移一位(波形  $d''$ )。至此以后,收信码中的群码与本地群码的位置就完全一致了,因而就实现了群同步。同时,也就提供了各路的定时信号。

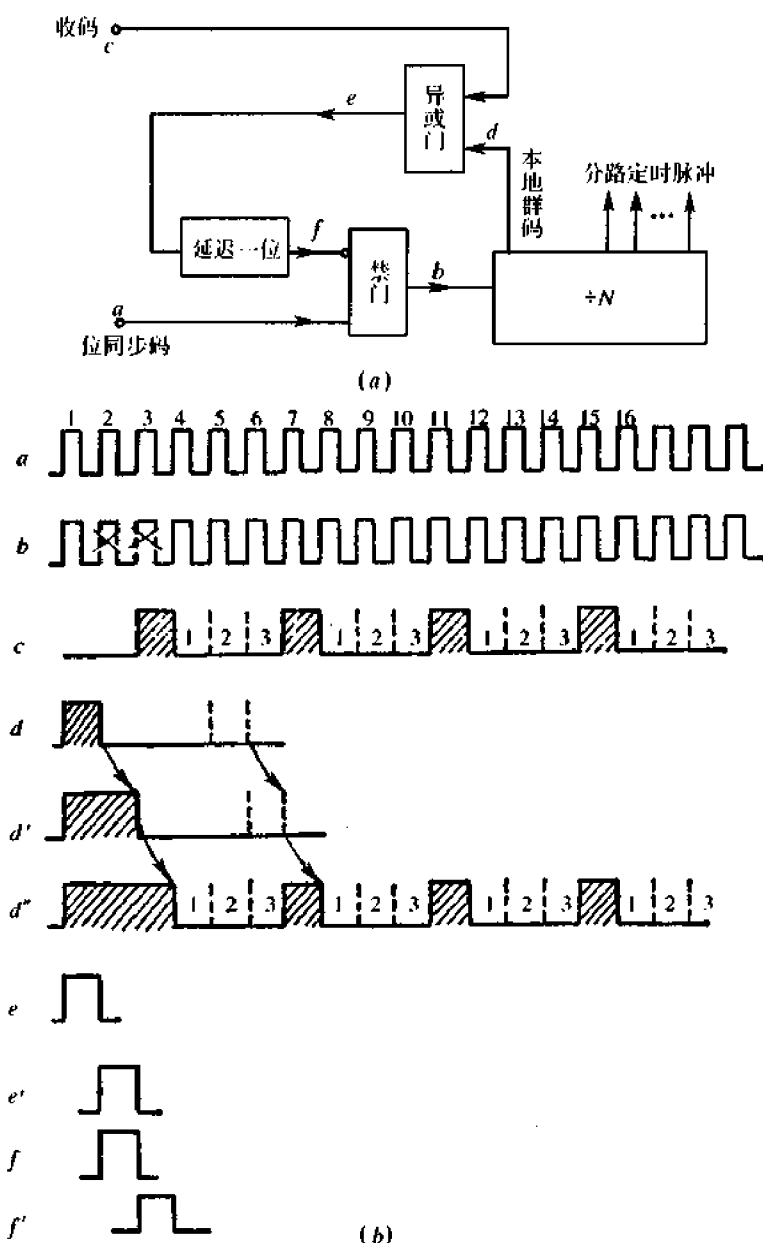


图 11-27 逐码移位法群同步

## 2. RAM 帧码检测法

图 11-28(a) 是 RAM 帧码检测法的原理图, 它由 RAM、地址产生器、帧码码型识别器和时序产生器四部分组成。假设同步码组的码元数为  $n$ , 每码元时间为  $T$ , 且将  $T$  分成  $n$  个时间间隔。在收到一个信码的  $t_1$  ( $t_1 = T/n$ ) 期间 [见图 11-28(b)], 首先地址产生器的地址减 1, 三态门被打开, 收信码通过三态门加到 RAM 的 I/O 端, 这时  $\overline{W/R}$  为低电平 (RAM 处于“写入”状态), 故这个信码被存到 RAM 中, 同时也被送到帧码识别器中。随后, 由时序产生器控制, 转到  $t_2$  ( $t_2 = T - T/n$ ) 期间,  $T_0$  变为低电平, 三态门处于高阻态,  $\overline{W/R}$  为高电平 (RAM 处于“读出”状态), 这时从当前码元所在的地址开始, 依次把已在 RAM 中存放的彼此相隔一帧的  $(n-1)$  个码元快速读出, 送到帧码识别器。如果连当前这

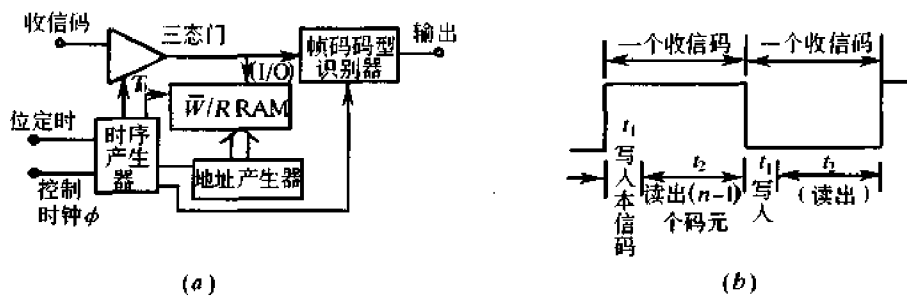


图 11-28 RAM 帧码检测法

个码元在内的  $n$  个码元,符合帧同步码的码型,则识别器输出一个符合脉冲;如果不符合,则识别器没有输出。由于在时间  $T$  内,识别器完成了对同步码组的码型比较,因此可以看作是一种并行检测方法。下一个信码到来时,时序产生器的控制信号又使三态门转为开启,重复上述的过程。

由于在一个码元周期内要对 RAM 完成一次写操作,  $(n-1)$  次读操作,因此对 RAM 的读/写时间  $T_{RW}$  有一定的要求。另外,由于电路在工作过程中,必须将  $n$  帧信码存入 RAM,故对 RAM 的容量  $C$  也有一定的要求。假设信码的数码率为  $f_s$ ,每帧内的码元数为  $N$ ,则要求 RAM 满足以下的条件

$$T_{RW} \leq 1/(n \cdot f_s)$$

$$C \geq n \cdot N$$

例如,对  $f_s$  为 1.54Mbit/s 的 24 路 PCM 系统,如果取  $n=9$ ,  $N=386$ ,则应保证

$$T_{RW} \leq 72\text{ns}, C \geq 3474\text{bit}$$

这种帧码检测法利用了 RAM 存储容量大、访问速度快的优点,可以并行地测试在  $n$  帧中的同步码元,具有同步建立时间短、电路简单的优点。

#### 11.7.4 群同步系统的性能

群同步系统应该建立时间短,并且在群同步建立后应有较强的抗干扰能力。通常用漏同步概率  $P_1$ 、假同步概率  $P_2$  和群同步平均建立时间  $t_s$  来衡量这些性能。这里,主要是分析连贯式插入法的性能。

##### 1. 漏同步概率 $P_1$

由于干扰的影响会引起同步码组中的一些码元发生错误,从而使识别器漏识别已发出的同步码组。出现这种情况的概率就称为漏同步概率  $P_1$ 。例如图 9-24 识别器的判决门限电平为 +6,若由于干扰,七位巴克码有一位错误,这时相加输出为 +5,小于判决门限,识别器漏识别了群同步码组;若在这种情况下,将判决门限电平降为 +4,识别器就不会漏识别,这时判决器容许七位同步码组中有一个错误码元。现在就来计算漏同步概率。

设  $p$  为码元错误概率, $n$  为同步码组的码元数, $m$  为判决器容许码组中的错误码元最大数,则同步码组码元  $n$  中所有不超过  $m$  个错误码元的码组都能被识别器识别,因而,未漏概率为

$$\sum_{r=0}^m C_n^r p^r (1-p)^{n-r}$$

故得漏同步概率为

$$P_1 = 1 - \sum_{r=0}^m C_n^r p^r (1-p)^{n-r} \quad (11.7-3)$$

## 2. 假同步概率 $P_2$

在消息码元中,也可能出现与所要识别的同步码组相同的码组,这时会被识别器误认为是同步码组而实现假同步。出现这种情况的可能性就称为假同步概率  $P_2$ 。

因此,计算假同步概率  $P_2$  就是计算消息码元中能被判为同步码组的组合数与所有可能的码组数之比。设二进制消息码元出现“0”和“1”的概率相等,都为  $1/2$ ,则由该二进制码元组成  $n$  位码组的所有可能码组数为  $2^n$  个,而其中能被判为同步码组的组合数显然也与  $m$  有关。若  $m=0$ ,只有一个 ( $C_n^0$ ) 码组能被识别;若  $m=1$ ,即与原同步码组差一位的码组都能被识别,共有  $C_n^1$  个码组。依此类推,就可求出消息码元中可被判为同步码组的组合数  $\sum_{r=0}^m C_n^r$ ,因而可得假同步概率为

$$P_2 = 2^{-n} \sum_{r=0}^m C_n^r \quad (11.7-4)$$

比较式(11.7-3)和式(11.7-4)可见, $m$  增大,即判决门限电平降低时, $P_1$  减小,但  $P_2$  增大,所以这两项指标是有矛盾的,判决门限的选取要兼顾两者。

## 3. 平均建立时间 $t_s$

设漏同步和假同步都不发生,在最不利的情况下,实现群同步最多需要一群的时间。设每群的码元数为  $N$ (其中  $n$  位为群同步码),每码元时间为  $T$ ,则一群的时间为  $NT$ 。考虑到出现一次漏同步或一次假同步大致要多花费  $NT$  的时间才能建立起群同步,故群同步的平均建立时间大致为

$$t_s \approx NT(1 + P_1 + P_2) \quad (11.7-5)$$

现在简单分析一下如图 11-26 所介绍群同步方法的群同步平均建立时间  $t_s$ 。在那里,假定消息码都与群码不同,因而建立时间很快。实际上,消息码中有与群码相同的码,并设出现这种情况的概率为  $p$ ,这时,本地群码就不再移位,要经过一群时间( $NT$ )后再在原位置上与消息码比较,所以群同步的平均建立时间要比逐码移位法所需的时间长得多。

只要算出本地群码后移一位所花的平均时间  $\Delta t_s$ ,就可以算出在最不利情况下群同步的平均建立时间  $t_s = (N-1)\Delta t_s$ 。

已知本地群码和消息码不相同的概率为  $(1-p)$ ,这时本地群码后移一位的概率为  $p(1-p)$ ,这一过程所花的时间为  $(NT+T)$ ;同理,由于本地群码和消息码有  $K$  次相同,而经过  $K$  群的时间后才使本地群码后移一位的概率为  $p^K(1-p)$ ,所花时间为  $(KNT+T)\cdots$ ,这样就求出使本地群码后移一位的统计平均时间  $\Delta t_s$  为

$$\begin{aligned} \Delta t_s &= (1-p)T + p(1-p)(NT+T) + \cdots + p^K(1-p)(KNT+T) + \cdots = \\ &= (1-p)T \sum_{K=0}^{\infty} p^K + (1-p)NT \sum_{K=0}^{\infty} Kp^K = T + \frac{p}{1-p}NT \end{aligned} \quad (11.7-6)$$

于是群同步平均建立时间为

$$t_s = (N-1)\Delta t_s = (N-1)\left(T + \frac{p}{1-p}NT\right)$$

若消息码为随机二进制码元( $p = 1/2$ ),并考虑到通常  $N \gg 1$ ,则上式变为

$$t_s \approx N^2 T \quad (11.7-7)$$

比较式(11.7-7)和式(11.7-5)可以看出,连贯式插入法群同步的平均建立时间比较短,因而在数据传输中被广泛采用。

### 11.7.5 群同步的保护

在分析判决门限电平对  $P_1$  和  $P_2$  的影响时,曾经讲到两者是有矛盾的。我们希望在同步建立时要可靠,也就是假同步概率  $P_2$  要小;而在同步建立以后,就要具有一定的抗干扰性能,也就是漏同步概率  $P_1$  要小。为了满足以上要求以及改善同步系统性能,群同步电路应加有保护措施。最常用的保护措施是将群同步的工作划分为两种状态:捕捉态和维持态。

逐码移位法实现群同步时,消息码元中与群码相同的码元约占一半,因而在同步建立过程中,假同步的概率是很大的。解决这个问题的保护措施如图 11-29 所示。必须连续  $N_1$  次接收码元和本地群码一致,才认为同步建立,这样假同步的概率就大大减小。图 11-29 的保护电路是在图 11-27 的基础上构成的,状态触发器 C 在同步未建立时处于“捕捉态”(此时 Q 端为低电平)。本地群码  $d$  和收码只有连续  $N_1$  次一致时,  $\div N_1$  电路才输出一个脉冲使状态触发器的 Q 端由低电平变为高电平,同步系统就由捕捉态转为维持态,表示同步已经建立。这样,收码就可通过与门 1 加至解调器。偶然的一致是不会使状态触发器改变状态的,因为  $N_1$  次中只要有一次不一致,就会使  $\div N_1$  电路置“0”。

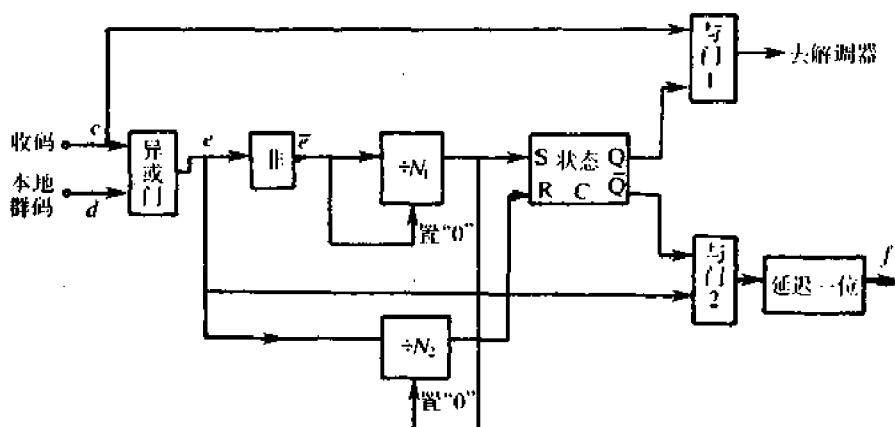


图 11-29 逐码移位法群同步保护原理图

同步建立以后要防止漏同步,提高同步系统的抗干扰能力,这个作用是由状态触发器 C 和  $\div N_2$  电路完成的。一旦转为维持态后,触发器 C 的  $\bar{Q}$  端为低电平,将与门 2 封闭。这时,即使由于某些干扰使  $e$  有输出,也不会调整本地群码的相位。如果是真正的失步,  $e$  就会不断频繁地有输出加于  $\div N_2$  电路,同时  $\bar{e}$  也不断频繁地将  $\div N_1$  电路置“0”。这时  $\div N_1$  电路不会再有输出到  $\div N_2$  电路的置“0”脉冲,而当  $\div N_2$  电路输入脉冲的累计计数达到  $N_2$  时,就输出一个脉冲使状态触发器由维持态转为捕捉态, C 触发器的  $\bar{Q}$  端转为高电平。这样,一方面与门 2 打开,群同步系统又重进行逐码移位;另一方面封闭与门 1,使解

调器暂停工作。从以上分析可以看出,同步系统的工作划分为捕捉态和维持态后,既提高了同步系统的可靠性,又增加了系统的抗干扰能力。

连贯式插入法群同步中(见图 11-30),也同样可以用捕捉态和维持态的转换来提高系统的性能。

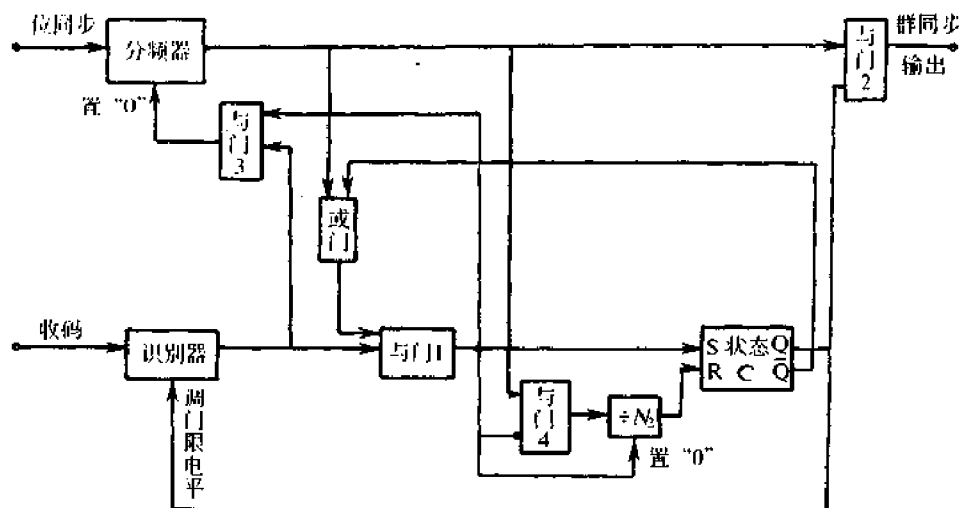


图 11-30 连贯式插入法群同步保护原理图

在同步未建立时系统处于捕捉态,状态触发器 C 的 Q 端为低电平,这时同步码组识别器的判决门限电平较高,因而就减小了假同步概率。和图 11-29 所介绍的逐码移位法群同步保护电路相比,由于把判决门限电平调高以后,假同步的概率已很小,故保护电路中一般不再接入  $\div N_1$  电路。一旦识别器有输出脉冲,由于触发器的  $\bar{Q}$  端此时为高电平,于是经或门,使与门 1 有输出。与门 1 的一路输出至分频器,使之置“0”,这时分频器就输出一脉冲加至与门 2,该脉冲还分出一路经过或门又加至与门 1。与门 1 的另一路输出加至状态触发器 C,使系统由捕捉态转为维持态,这时 Q 端变为高电平,打开与门 2,分频器输出的脉冲就通过与门 2 形成群同步脉冲输出,因而同步建立。

同步建立后,系统处于维持态。为了提高系统的抗干扰性能,减小漏同步概率,原理图中让触发器在维持态时 Q 端输出低电平去降低识别器的判决门限电平,这样就可以减小漏同步概率。另外,和图 11-29 类似,用  $\div N_2$  电路增加系统的抗干扰性能。同步建立以后,若在分频器输出群同步脉冲的时刻,识别器无输出,这可能是系统真正失步,也可能是由于干扰偶而出现的情况。只有连续出现  $N_2$  次这种情况才能认为是真正失步,这时与门 1 连续无输出,经“非”后加至与门 4 的便是高电平。分频器每输出一脉冲,与门 4 就输出一脉冲,这样连续  $N_2$  个脉冲使“ $\div N_2$ ”电路计满,随即输出一个脉冲至触发器 C,使状态由维持态转为捕捉态。当与门 1 不是连续无输出时,“ $\div N_2$ ”电路未计满就被置“0”,状态就不会转换,因而系统增加了抗干扰能力。

同步建立后,消息码元中的假同步码组也可能会使识别器有输出而造成干扰。然而在维持态下,这种假识别的输出与分频器的输出是不同时出现的。因而这时与门 1 没有输出,故不会影响分频器的工作。因此,这种干扰对系统没有影响。



### 11.7.6 自群同步

与在数字流中外加特殊的同步码组不同,自同步法是对信息进行适当编码,使这些码既代表所要传送的信息,本身又具有分群能力。例如,待发送天气预报的天气共分四种:晴、云、阴、雨,它们依次分别用二进制码组  $w_1 = 0$ 、 $w_2 = 101$ 、 $w_3 = 110$ 、 $w_4 = 111$  表示。当接收端收到序列“1110110110”时,各码字将会被正确地分开,唯一地译为“雨晴阴阴”。这种编码称为瞬时(唯一)可译码。构造瞬时可译码的方法用图 11-31 所示的码树表示。画此码树的原则是:用作码组的节点不能再有分枝,例如图中的 0、101、110、111 各点;有分枝的节点,不能用作码组,例如 1、11、10 各点(但没有分枝的节点不可以用作码组,例如 100)。

上述编码的可译性是有条件的。可译条件就是必须正确接收到开头的(第一个或前几个)符号。例如在上例中,若接收端未收到前两个符号,则序列“10110110...”将被译为“云云”;若接收端未收到第一个符号,则序列“110110110...”将被译为“阴阴阴”。这说明,当有可能不是正确地从开头接收时,就要求该编码不仅是可译的,而且是可同步的。一种编码是可同步的,是指由该编码中的码字构成的序列,在接收时若丢失了开头的一个或几个符号(不是一个完整的码字),

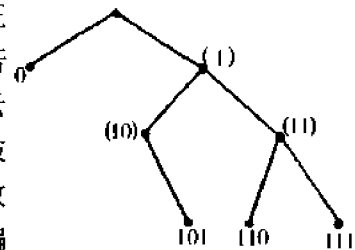


图 11-31 码树

将是不可译的或是经过对开头少数几个码字译码后能自动获得正确的同步。例如,依次用以下编码  $w_1 = 01$ 、 $w_2 = 100$ 、 $w_3 = 101$ 、 $w_4 = 1101$  表示四种天气、云、雨、阴、晴。若发送的天气序列仍为雨晴阴……,其相应的码字为  $w_2 w_4 w_3 \dots = 1001101101\dots$ 。这时,若假定第一个符号未收到,译码器将首先遇到序列(001101101...)中前两个符号 00,因为没有这样的码字,不可译,故译码器得知同步错误,并选择第二个符号作为开头的符号,译为  $w_1 w_3 w_3 \dots$ ;若接收端未收到前两个符号,则译码为  $w_1 w_3 w_3$ 。这样,经过开头两个码字的错误译码后,到第三个码字(无论第三个码字为  $w_3$  或其他  $w_i$ )已自动获得正确同步。

## 11.8 扩展频谱系统同步

在扩展频谱系统中,为了使接收端能正确恢复信码,必须使接收端产生的解扩用的伪随机码和发送端的伪随机码同步。伪随机码的同步一般分两步进行。第一步是搜索和捕获伪随机码的初始相位,使与发端的码相位误差小于 1bit,这就可保证解扩后的信号通过相关器后面的窄带中频滤波器,通常称这一步为初始同步或捕获;第二步是在初始同步的基础上,使码相位误差进一步减小,使所建立的同步保持下去,通常称这一步为跟踪。下面我们分别讨论初始同步和跟踪。

### 11.8.1 初始同步

接收机刚开机时收发之间码组的相位误差是完全不知道的。常用的初始同步法有滑动相关法、前置同步码法、发射参考信号法、突发同步法和匹配滤波器同步法。这里主要



介绍滑动相关法。

### 1. 滑动相关法

若使接收端伪码发生器以不同于发送端的码速率工作,这就相当于两个码组间相对滑动,一旦发现两个码组相位符合(即同步)时,立即使滑动停止。这种滑动方法的工作原理类似于群同步中的逐码移位法。在实际系统中,两码组间的相对滑动并不是使两码组的码速率不同而获得,而是通过使接收机时钟周期性地移动一个相位增量而实现的。对于伪随机码组,由于它具有良好的相关性能,当相对滑动的结果使两码组的相位符合时,相关器的输出有尖峰值出现。此时,就可判断初始同步完成。滑动相关同步的原理框图如图 11-32 所示,这是一个 DS 系统的例子。接收信号在相关器中与本地伪码(实际为受本地伪码调制的高频振荡信号,这里做了简化)相乘,在未同步时,相乘器输出为宽带伪噪声,解调输出的电压低于门限,这时,由时钟驱动本地码的相位滑动一个增量。当两个码组相对滑动达到同步时,相乘器输出一窄带中频信号,经带通和解调后输出的电压高于门限,使同步判决器控制时钟停止产生相位滑动,于是搜索过程停止,初始同步完成并转入跟踪。

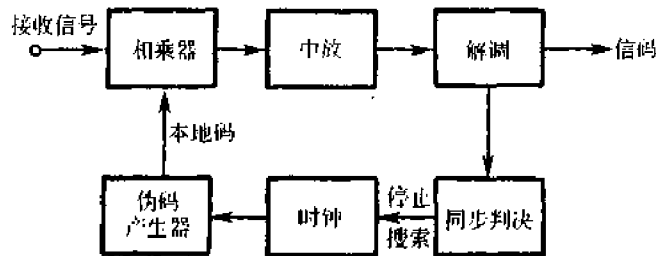


图 11-32 滑动相关法原理框图

我们知道,若相对滑动是连续的,则相关函数有如图 11-33(a)所示的形式;常用的搜索方法是使本地码组以跳动方式相对滑动,这样所得的相关函数如图 11-33(b)所示。图中的  $T_1$  为伪码的码元宽度。

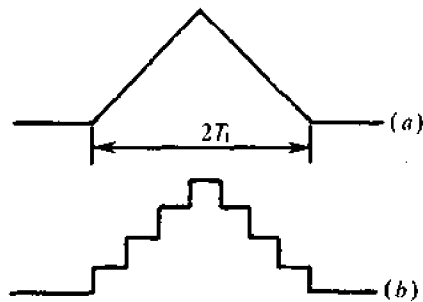


图 11-33 相关函数的比较

(a)连续滑动;(b)跳动滑动。

这种利用伪随机序列相关特性的搜索方法在 FH 系统的初始同步中也可采用。在这种系统中,收到的跳频信号与接收端本地频率合成器产生的信号进行相关。由于 FH 系统中一般都采用非相干解调,解调器一般用检波器组成,它的输出与同步判决器所设置的门限进行比较,当小于门限值时,使本地伪码产生器相位延迟一个码元,直至两个码组同

步。这时不仅在某一个频率上解调器的输出大于门限值,而且应有后续的若干个输出都大于门限值,才表明两码组已实现初步同步。

## 2. 前置同步码法

滑动相关法搜索所花的时间是伪随机序列周期的数量级,搜索时间长是它的不足之处。为了缩短搜索时间,最有效的方法之一是使用一种特殊的短编码序列,使搜索全部可能同步的码位所需的时间不致过长。这个特殊的短编码序列用于同步时称为前置同步码。当使用前置同步码时,捕捉时间决定于它的长度。典型的前置同步码长度一般在几百至几千比特,这决定于特定系统的要求。

当发送信息位于一特定频段之内时,选择前置码长度最好不使其重复速率落于此频带内,否则可能会对所需信号造成干扰。这种方法的一个主要缺点是:较短的前置同步码虽使同步捕捉迅速,但较易受到干扰引起错误同步。

这种方法类似于群同步的连贯式插入法。

## 3. 发射参考信号法

当接收机必须做得尽量简单时,可以使用发射参考(信号)的方法解决初始同步捕获和跟踪问题。这时,接收机内不需使用编码序列产生器或其他本地参考产生器。接收机中需用的参考码是在发射机中产生并与载有信码的信号同时发到接收端的。这种方法类似 11.2 节中的插入导频法。跳频系统和直接扩展系统都可采用这种同步法。图 11-34 示出直接扩展系统应用此法的原理方框图。这种系统的特点在于发射两个不同频率的信号  $f_{c1}$  和  $f_{c2}$ ,其中之一载有信码, $f_{c1}$  和  $f_{c2}$  相差一个中频  $f_i$ 。因此,和 11.5 节中的原理框图比较可见,此时在接收机中不需任何产生伪码的装置以及搜索和跟踪电路,这样可以使接收机的体积、重量和成本降低。当然,若发射参考仅仅是为了达到迅速捕获同步的目的,则接收机中仍需有跟踪同步的有关电路。

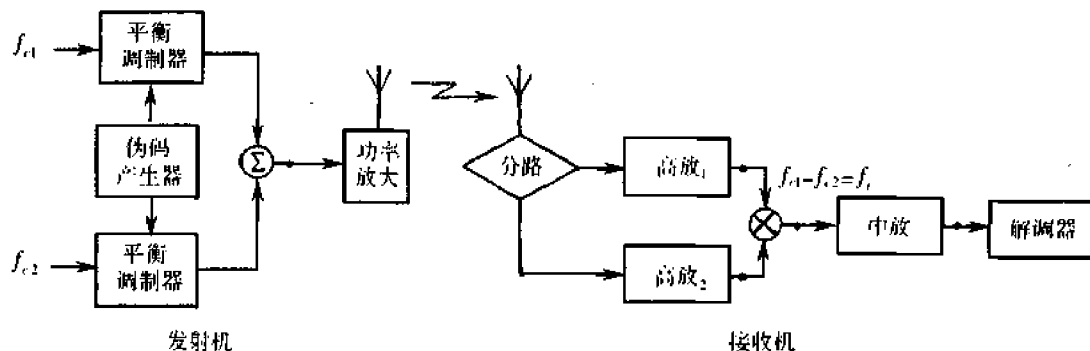


图 11-34 发送参考法同步原理方框图

这种方法的缺点在于抗干扰性较差。当任何两个相同的相差一中频的信号进入接收机后,都可能发生错误同步。克服这个缺点的办法之一是使发射信号之一的频率跳变。自然,这样将使接收机也需随之跳频,增加了接收机的复杂性和捕捉时间。另一缺点是噪声随参考信号进入接收机将使接收机性能下降;若两路信号中都有干扰,且其交调产物落于中频频带内时,也会使信噪比下降。

## 4. 突发同步法

突发同步的原理是发送一短促的高峰值功率的脉冲信号,使扩展频谱接收机足以迅

速建立同步。当然,这种方法较易受到干扰,不过若要连续地有意去干扰,则干扰机的功率要很大,这也不是很容易的。

### 5. 匹配滤波器同步法

用一个与所用伪码序列匹配的匹配滤波器同样可以捕捉到同步。这样的匹配滤波器可以在中频也可以在基带实现。基带匹配滤波器是用数字集成电路或用延迟线做成的,其原理在第8章中已经介绍过。中频匹配滤波器目前倾向采用声表面波器件制作。由于电波的传播速度极高,延迟时间长的电延迟线体积往往过大,故若将电信号变成声波,并使此声波在器件表面上传播,以达到时延的目的,最后再变回电信号,就可大大缩小延迟线的尺寸。

## 11.8.2 跟踪

实现跟踪也是利用伪码间的相关特性实现的。这里分别介绍常用的延迟锁定环和双 $\Delta$ 值延迟锁定环跟踪方法。

### 1. 延迟锁定环跟踪

延迟锁定环也称早—迟码跟踪环,它的原理方框图如图11-35所示。环中使用了两个相关器和两个本地参考码组,这两个本地码组的构造是相同的,只不过它们间有相位差 $\Delta$ ,这里的 $\Delta$ 为一个码元宽度。

由此图可见,环中使用了一个伪码产生器,但是它在相邻的两级移存器上有两个参考码组输出,互相间相位差一比特。这两路参考码组用来对同一输入信号进行相关接收(实际上是在高频上相乘,为了简化方框图,未显示出)。输出的相关函数为三角形,宽2bit,但两路相差1bit,如图11-36(a)和(b)所示。两路输出反相相加后,复合相关函数示于图11-36(c),它有两个三角形的峰,两峰间有一直线区间。两路输出相加后,经过环路滤波器,用以控制VCO,决定时钟速率。在正常情况下,应该调整接收机使跟踪点位于复合相关特性直线段的中间,如图(c)所示。这个复合相关特性曲线的形状很像自动频率微调(AFC)系统中鉴频特性的形状,工作和稳定过程也很相似,这里不详述了。

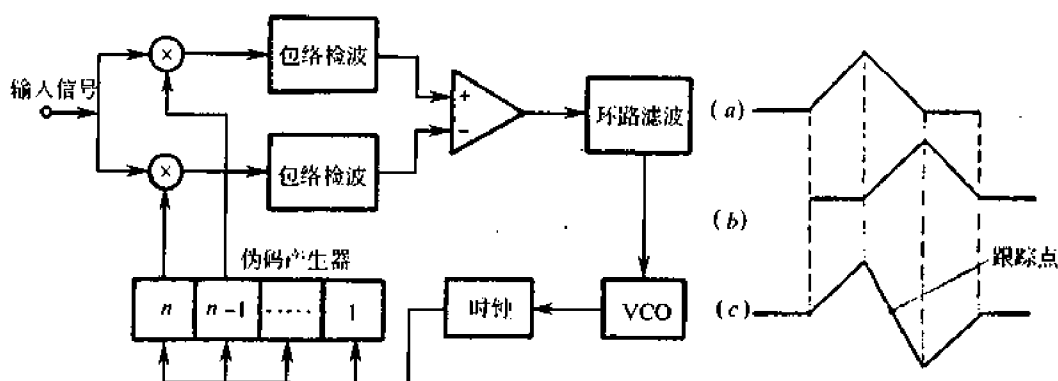


图 11-35 延迟锁定环跟踪的原理框图

图 11-36 复合相关特性

如上所述,由于跟踪点位于直线段中间,此点相距两个相关峰都是半比特时间。因此,若由这两个相关器之一引出输出信号作为解调信号之用,势必使解调输出的信噪比变坏。解决这个问题的办法之一是加用第三个相关器作为信码接收之用。这个相关器的输

入本地码的相位比第一个相关器滞后半比特时间( $T/2$ ),所以能工作在相关特性的峰点,得到最好的输出。图 11-37 示出这种接收机的原理方框图。

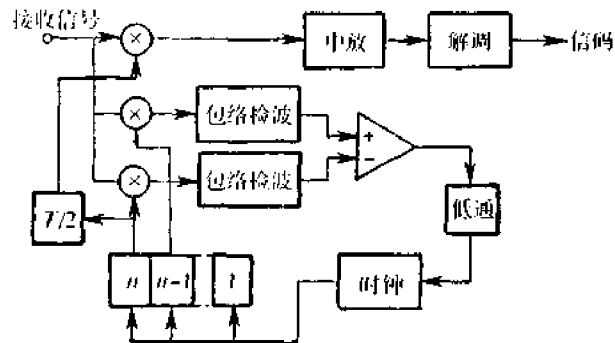


图 11-37 延迟锁定环跟踪的接收机

上述的跟踪方法是以 DS 系统为例。对 FH 系统,当系统实现初始同步后,两码组间的相位误差已小于  $T/2$ 。为了保持同步并进一步减小该相位差,除了为建立初始同步每一码元需取样一次,还在  $T/2$  处也取样一次。这样,相继的  $T/2$  间隔上取样值的幅度差,不但给出了码组相位差(在 FH 系统中,一般认为频率差很小,只考虑其中的时间差)的数值,而且也给出了该相位差的符号,其复合相关特性也有与图 11-36 类似的形状。因而,可根据时间误差的方向调整收端本地时钟的相位,达到精确同步。

## 2. 双 $\Delta$ 值延迟锁定环跟踪

由图 11-36 看出,延迟锁定环的跟踪范围为  $-\Delta/2 \sim \Delta/2$ 。双  $\Delta$  值延迟锁定环的跟踪原理与单  $\Delta$  值延迟锁定环相同,唯一的区别在于送到两个相关器上的本地码分别从码产生器的第  $n$  级和  $n-2$  级输出。不难画出这种情况下的复合相关特性,可以看出,跟踪范围将扩展为  $-\Delta \sim \Delta$ 。在这种跟踪方法中,可从本地码产生器的第  $n-1$  级输出,直接用于对接收信号的解扩,而不必像单  $\Delta$  值延迟锁定环那样,需将伪码延时  $T/2$  后才能用于解扩。

## 11.9 网同步的基本概念

当在通信网内实现数字信息的交换与复接时,建立一个网同步系统是非常必要的。下面以图 11-38 所示的复接系统为例,说明复接过程及网同步的必要性。通常,将多个速率较低的数字流合并为一个速率较高的数字流的设备称为合群器,而将一个速率较高的数字流分离为多个速率较低的数字流的设备称为分路器。在图 11-38 中,合群器合并由 A、B、C 三个支路的低速数字流,这些数字流的速率互相独立而且各不相同。如果只是点与点之间进行通信,三个支路的信号来自同一个站,则图中的合群器和分路器只起单纯的转接作用,三个数字流有同一时钟,这种同步前面已经讨论过。而在网通信时,A、B、C

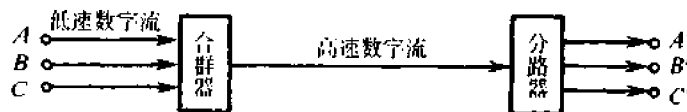


图 11-38 复接系统简图

三个支路不同速率的数字流要在合群器中合并,然后才传输到分路器去,这里就存在一个问题,合群器对各支路的抽样时钟频率是按  $A$  支路数字流的速率,还是按  $B$  支路或  $C$  支路的数字流速率来决定呢? 设  $A$ 、 $B$ 、 $C$  支路的数字流如图 11-39(a)、(b)、(c)所示。若合群器的抽样时钟速率与  $A$  支路一致,其抽样脉冲见图 11-39 的波形(d),抽样时刻如图中  $t_1, t_2, \dots$  所示。那么,  $A$  支路的数字流经取样后能逐个码元准确地参与合群;而对  $B$  支路的数字流来说,由于其速率高于抽样脉冲的速率,所以,该数字流经抽样后去参与合群时,必有信息丢失,图 11-39(b)波形中的第 6 个码元没有被取样,于是第 6 个码元的信息也就丢失掉。类似地,如果  $C$  支路数字流的速率低于抽样脉冲的速率,图 11-39(c)波形中的第 5 个码元被两次抽样,因而造成信息重叠。由此可见,为了使通信网内的信息能灵活可靠地交换与复接,必须实现网同步。

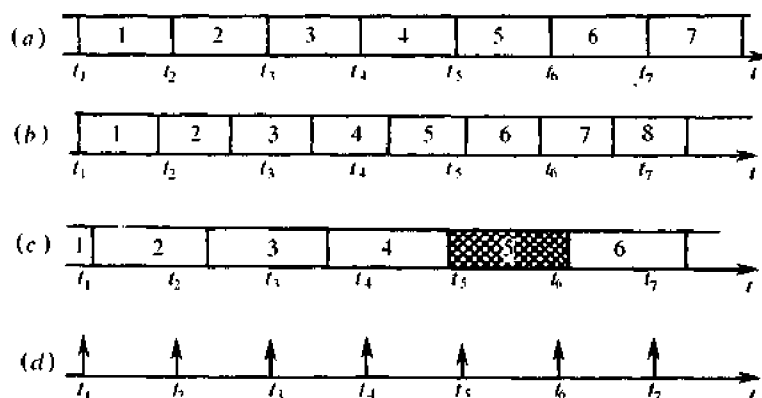


图 11-39 通信网不同步时的码元丢失与重叠

实现网同步的方法主要有两大类:一类是建立同步网,也就是使网内各站的时钟彼此同步,各站时钟的频率和相位都相同,而建立这种同步网的主要方法有主从同步和相互同步两种;另一类是异步复接,也称独立时钟法,这时各支路参与复接的数字流是非同步的,它们有各自独立的时钟,但各支路数字流的速率偏差在一定容许的范围之内,在复接设备里对支路数字流进行调整和处理之后,使它们变成相互同步的数字流,因而就完成了变异步为同步的作用。实现异步复接的方法也有两种:码速调整和水库法。

### 11.9.1 主从同步法

这种方法是在整个通信网中的某一站设置一个高稳定的主时钟源,它产生的时钟按图 11-40 沿箭头所示的方向逐站传送至网内的各站,因而保证网内各站的频率和相位都相同。由于主时钟到各站的传输线路长度不等将会在各站引入不同的时延,所以,需在本站设置时延调整电路。这样,虽然到达各站的时钟相位不同,经过不同的时延电路之后,就可调整得一致。这种方法的主要缺点是,当中间某一站发生故障时,不仅影响本站,还要影响它以下的各站,例如图 11-40 中的  $S_1$  站若发生故障,就要影响  $S_5$  和  $S_6$  站。特别是当主时钟源有故障或主时钟输出线

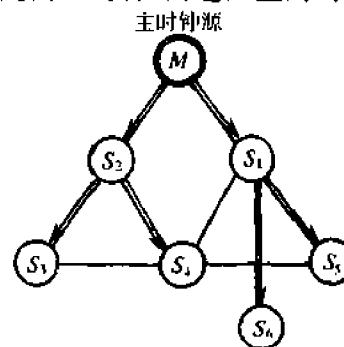


图 11-40 主从同步法的时钟传送

路有故障时,整个通信网的工作就被破坏。然而,由于这种方法比较简单、易行,因而在小型数字通信网中应用较广泛。

### 11.9.2 相互同步法

为了克服主从同步法过分依赖主时钟源的缺点,让网内各站都有自己的时钟,并把它们相互联接起来,使各站的时钟频率锁定在网内各站固有振荡频率的平均值上,我们称这个平均值为网频率。因而,就实现了网同步。由于是一种相互控制的过程,当某一站出故障时,网频率将平滑地过渡到一个新的值,其他站仍然能正常工作,因而提高了通信网工作的可靠性。这种方法的缺点是每一站的设备都较复杂。

### 11.9.3 码速调整法

已经指出,参与复接的各支路数字流若是异步的,合群时,首先必须将这些异步的数字流进行码速调整,使之变成为相互同步的数字流;收端分路时,从这些相互同步的数字流中分别进行码速恢复,复原出各支路异步的数字流。

码速的调整有正码速调整、负码速调整和正/负码速调整三种。下面以正码速调整法(也称正脉冲塞入法)为例说明其原理,如图 11-41 所示。我们将图中合群前、分路后完成码速调整作用的设备,称为复接设备,示于虚线框框内。在正码速调整中,合群器供给的取样时钟频率  $f$  高于各支路数字流的速率。

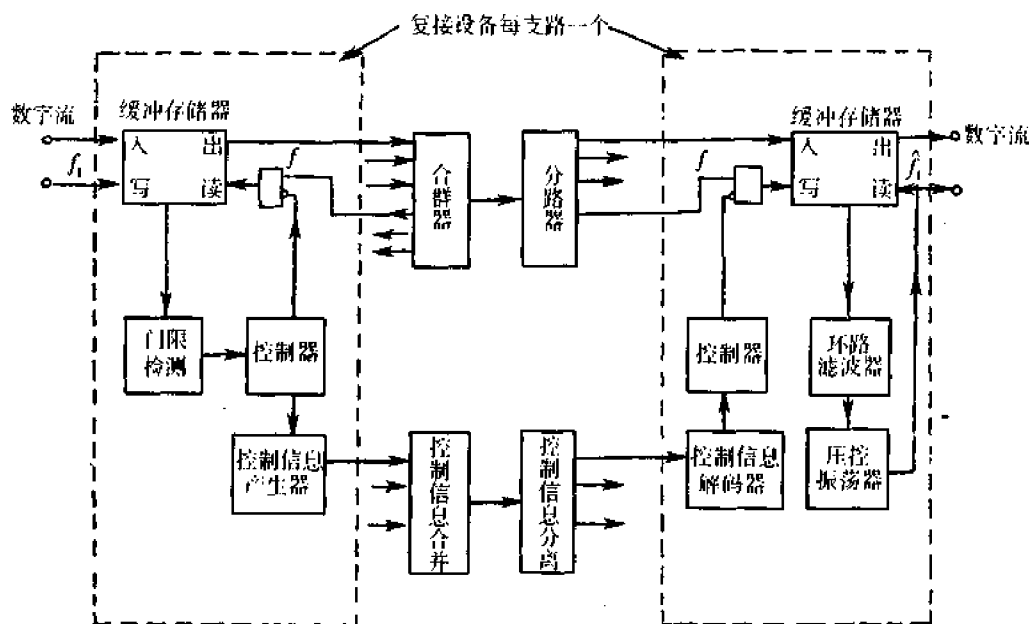


图 11-41 正码速调整异步复接原理方框图

为简明起见,我们以其中的某一支路来进行讨论。设该支路数字流的速率为  $f_1$  [图 11-42(a)],即在复接设备中,支路的数字流以  $f_1$  的速率写入缓冲存储器,而假设以  $f$  的速率从其读出[图 11-42(b)];再假定缓冲存储器起始处于半满状态(即假定存储器的容量为  $2n$ ,起始状态存储量为  $n$ ),那么,随着时间的推移,由于写得慢,读得快,存储量势必

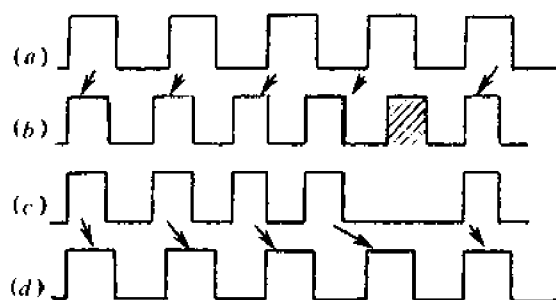


图 11-42 正码速调整波形图

越来越少,最后导致“取空”而造成错误的信息传输。如果在存储量减小到某一门限值时,就由复接设备的控制信息产生器把该位置编成数字信息,通过控制信息合并器送至收端,同时由控制器输出一个指令使存储器在该确定位置禁读一位,这样,存储器就得到了一次“喘息”的机会。如此反复,存储器就不会出现“取空”现象了。在对存储器禁读一位期间,人为地塞入一填充脉冲到输出数字流中[见图 11-42(b)中有斜线的脉冲]。当各支路送至复接设备的数字流都经过这样的码速调整之后,它们的速率和相位就一致了,因而就实现了同步。

接收端的分路器把各支路分开,然后根据控制信息解码器的输出,通过控制器发出一禁止脉冲,使各支路输出中的填充脉冲不写入缓冲存储器,就得到含有若干“空时隙”的数字流[见图 11-42(c)]。存储器读出脉冲的时钟速率是输入不均匀脉冲速率的平均值,记为  $\hat{f}_1$ ,它通常是利用锁相环提取出来的。用速率为  $\hat{f}_1$  的脉冲对存储器读出[图 11-42(d)],就可恢复出支流数字流了。

负码速调整的原理也类似,这时合群器供给的取样时钟频率  $f$  应低于所有各支流数字流的速率,由于此时写得快,读得慢,最后会导致存储器“溢出”。类似的,也可以通过复接设备的调整,使得“溢出”现象不再发生。正/负码速调整时,选择  $f$  等于各支部时钟的标称值,这样由于各支路实际速率的不同,就既可能出现正码速调整,又可能出现负码速调整的情况。

码速调整的主要优点是各支路可工作于异步状态,故使用灵活、方便。但由前面分析看到,时钟  $\hat{f}_1$  是从不均匀的脉冲序列中提取出来的,因而使  $\hat{f}_1$  有相位抖动,影响同步质量,这是码速调整法的主要缺点。

#### 11.9.4 水库法

它不是依靠填充脉冲或扣除脉冲的方法来调整速率,而是依靠在通信网的各站都设置极高稳定度的振荡器和容量足够大的缓冲存储器,使得在很长的时间间隔内不发生“取空”或“溢出”的现象。容量足够大的存储器就像水库一样,既很难将水抽干,也很难将水库灌满,因而就无需进行码速调整了。

现在来计算存储器发生一次“取空”或“溢出”现象的时间间隔  $T$ 。设存储器的位数为  $2n$ ,起始为半满状态,存储器写入和读出的速率之差为  $\pm \Delta f$ ,则显然有

$$T = \frac{n}{\Delta f} \quad (11.9-1)$$



设数字流的速率为  $f$ , 并令

$$S = \left| \pm \frac{\Delta f}{f} \right|$$

则由式(11.9-1)得

$$fT = \frac{n}{S} \quad (11.9-2)$$

式(11.9-2)是对水库法进行计算的基本公式。现举一个例子,若  $f = 512\text{kb/s}$ ,  $\left| \pm \frac{\Delta f}{f} \right| = 10^{-9}$ , 需要使  $T$  不小于  $24\text{h}$ , 利用式(11.9-2)就可算得  $n = 45$ 。显然,这样的设备是不难实现的。若采用更高稳定度的振荡器,例如铷原子振荡器,其频率稳定度可达  $5 \times 10^{-11}$ , 那么,就可在更高速率的数字通信网中采用水库法作为网同步。由于水库法每隔一个相当长的时间总会发生“取空”或“溢出”现象,所以每隔一定时间,即式(11.9-2)中的  $T$  要对同步系统校准一次。

## 思 考 题

11-1 对抑制载波的双边带信号、残留边带信号和单边带信号用插入导频法实现载波同步时,所插入的导频信号形式有何异同点?

11-2 用四次方部件法和四相科斯塔斯环法提取四相移相信号中的载波,是否都存在相位含糊问题?

11-3 对抑制载波的双边带信号,试叙述用插入导频法和直接法实现载波同步各有什么优缺点。

11-4 在采用数字锁相法提取位同步中,微分整流型和同相正交积分型方法在抗干扰能力、同步时间和同步精度上有何异同。

11-5 一个采用非相干解调方式的数字通信系统是否必须有载波同步和位同步?其同步性能的好坏对通信系统的性能有何影响?

11-6 图 11-27 中用逐码移位法实现群同步,所用群码为全“1”码,若改用重复的巴克码组(例如 13 位的巴克码),问其群同步性能与连贯式插入法和图 11-27 所示的逐码移位法群同步性能有何不同?

11-7 已知由三个符号所组成的三位码,最多能组成 8 个无逗号码字,若组成四位码最多能组成的无逗号码字数为多少?若分别在这两种情况下将其中的第一位用作同步码元而实现逐码移位法群同步,问最多能组成的可能码字分别为多少?

11-8 当用滑动相关法和前置同步码法实现初始同步时,它们所花的搜索时间分别与什么因素有关?

11-9 试画出双  $\Delta$  值延迟锁定环跟踪的原理框图;画出它的复合相关特性并标出跟踪点。

11-10 我国采用的数字复接等级中,二次群的码元速率为  $8448\text{kb/s}$ ,它是由四个基群复合而成的,而基群的码元速率为  $2048\text{kb/s}$ ,试解释为什么不使二次群的码元速率定为  $8192\text{kb/s}$ (基群码元速率的四倍)?这里的码速调整是正码速调整还是负码速调整?



## 习 题

11-1 若图 11-2 所示的插入导频法发端方框图中,  $a_1 \sin \omega_c t$  不经  $90^\circ$  相移, 直接与已调信号相加输出, 试证明接收端的解调输出中含有直流分量。

11-2 已知单边带信号的表示式为

$$s(t) = m(t) \cos \omega_c t + \hat{m}(t) \sin \omega_c t$$

若采用与抑制载波双边带信号导频插入完全相同的方法, 试证明接收端可正确解调; 若发端插入的导频是调制载波, 试证明解调输出中也含有直流分量, 并求出该值。

11-3 已知单边带信号的表示式为

$$s(t) = m(t) \cos \omega_c t + \hat{m}(t) \sin \omega_c t$$

试证明不能用图 11-6 所示的平方变换法提取载波。

11-4 已知锁相环路的输入噪声相位方差  $\overline{\theta_{n0}^2} = 1/2r_L$ , 试证明环路的输出相位方差  $\overline{\theta_{n0}^2}$  与环路信噪比  $r_L$  之间有下列的关系

$$\overline{\theta_{n0}^2} = 1/2r_L$$

11-5 正交双边带调制的原理方框图如图 P11-1 所示, 试讨论载波相位误差  $\varphi$  对该系统有什么影响。

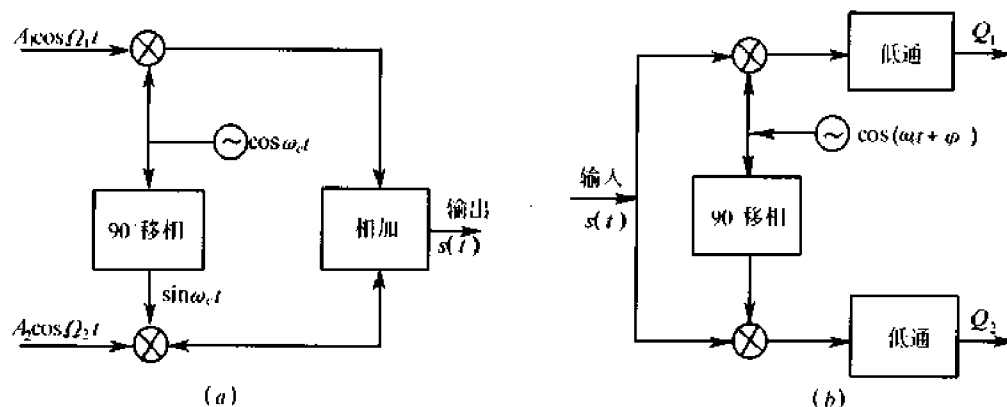


图 P11-1

(a) 发端; (b) 收端。

11-6 若采用图 11-18 所示的数字式锁相环提取位同步脉冲, 试求:

(1) 若图中的单稳 4 调整得不合适, 使得波形  $e$  的脉冲宽度变为  $2T/n$ , 这时的同步误差为多少?

(2) 若只当接收码元由“0”变为“1”时, 波形  $e$  才会输出标准脉冲, 在这种情况下同步建立时间为多少?

11-7 设有图 P11-2 所示的基带信号, 它经过一带限滤波器后会变为带限信号, 试画出从带限基带信号中提取位同步信号的原理方框图和波形。

11-8 若七位巴克码组的前后全为“1”序列加于图 9-25 的码元输入端, 且各移存

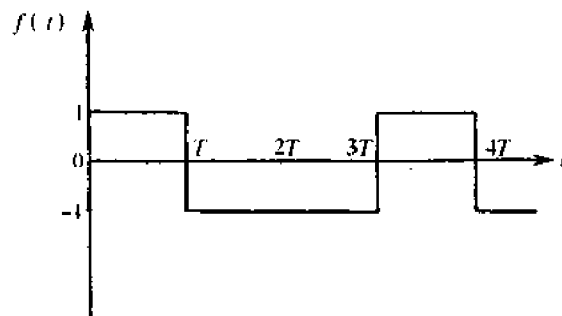


图 P11-2

器的初始状态均为零,试画出识别器的输出波形。

11-9 若七位巴克码组的前后全为“0”序列加于图 9-25 的码元输入端,且各移存器的初始状态均为零,试画出识别器的输出波形。

11-10 传输速率为 1kb/s 的一个通信系统,设误码率为  $10^{-4}$ ,群同步采用连贯式插入的方法,同步码组的位数  $n=7$ ,试分别计算  $m=0$  和  $m=1$  时漏同步概率  $P_1$  和假同步概率  $P_2$  各为多少?若每群中的信息位为 153,估算群同步的平均建立时间。

11-11 在滑动相关法中,滑动速率的提高受相关器后面低通滤波器带宽的限制,为减少噪声,此带宽要窄,但带宽太窄将使滤波器阶跃响应的上升时间加长,该上升时间与带宽 BW 的关系可用  $0.35/BW$  表示。设相对滑动的速率为  $\Delta R$ ,那么为使相关器输出的峰值能通过低通滤波器,要求滑过两码元的时间大于滤波器的上升时间,即

$$\frac{2}{\Delta R} \geq \frac{0.35}{BW}$$

现有一带宽为 1kHz 的低通滤波器,试问:

(1)最大的相对滑动速率为多少?

(2)若所用伪码的周期长为  $10^8$ ,最坏情况下所需的搜索时间为多少?

11-12 设一个数字通信网采用水库法进行码速调整,已知数据速率为 32Mb/s,存储器的容量  $2n=200$  位,时钟的频率稳定度为

$$\left| \pm \frac{\Delta f}{f} \right| = 10^{-10}$$

试计算每隔多少时间需对同步系统校正一次?

## 第 12 章 通信网

### 12.1 引言

通信网是让许多互相连接的用户能交换信息的由硬件和软件组成的系统。硬件通常包括有端机、信道和交换机等,软件常包括信令、协议和标准等。

电话网是最熟悉的和到处可见的通信网络,它被设计用来作为话音传输。一个办公用的计算机网络也是常见的通信网络。在办公用的网络中,分布于许多不同地方的个人计算机或工作站,用某种方式连接起来,以便共享程序和数据或共用打印机等。又如因特网是计算机网络的一种类型,该网络覆盖了几几乎全世界,它允许大量用户交换信件、计算机文件、声音和图像。

随着经济的发展,加上计算机和通信技术的迅速进步,导致通信网络在快速增长,并使通信网络不断地演变。这些情况,要求网络管理者或设计者要理解通信网络的基本理论。本章将简要介绍通信网络的分类、交换技术、网的拓扑结构、电话网信令、OSI 参考模型、多路复用接口标准、局域网、窄带综合业务数字网(N-ISDN)和 ATM 网原理。

### 12.2 通信网的分类和交换原理<sup>[29]</sup>

#### 12.2.1 通信网的分类

在第 1 章中曾介绍点对点通信。在那里,由 A 到另一用户 B 的信息传输是越过点对点的通信链路,即越过一条永久连接 A 与 B 的链路来完成的。支持该通信链路的物理媒介可以是一根电缆,一对金属线或一条无线链路等。

一个通信网含有一群用户,通常拥有共享链路,该网的用户被互相连接以允许交换信息。一个网络的建立,几乎决不采用在各对用户之间铺设点对点链路(即永久性连接),如图 12-1(a)所示。这是因为费用太昂贵,资源太浪费。一个通信网络通常使得不同用户的信息流共享某一条通信链路,比如图 12-1(b)方式所示,图(b)中的虚线即为共享链

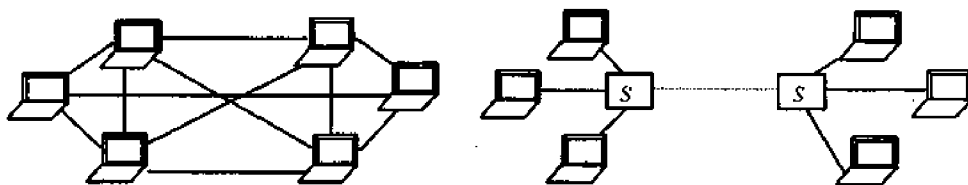


图 12-1 通信网简例  
(a) 采用点对点链路;(b) 采用共享链路。

路。通信网的类型可以从不同的角度进行划分。按信源的内容来分,有电话网、数据网、电视节目网和综合业务数字网(ISDN)等,其中数据网包括电报网、电传网、计算机网等;按地域范围来分,可分为局域网、都市网、农村网和广域网等;按网的传输信道来分,可分为有线(包括光纤)网、短波网、微波网、卫星网等;按用途分,有公用网和专用网。

各种网的特点不同,可以互相补充和备用,以提高网络的性能。若想把不同的通信网组成一个网,通常需要考虑网间问题,比如要考虑通信协议、数据格式和传输指标等不一致的问题。

### 12.2.2 通信网中的交换

在前节中已指出,通信网中通常含有共享链路,如图 12-1(b)那样。图(b)中共享链路的两端则是交换机,用注有 S 的小框表示。交换机的基本功能是在通信网中建立用户终端或链路间的通路,以确保用户间交换信息,且该机附有计费及其他一些服务功能。采用交换机实现用户之间信息流的交换,有两种方式:第一种是电路转接方式;第二种是存储—转发方式。这两种交换方式,将在下面给予原理性的描述,本节最后部分还将讨论交换的数据量和呼损率。

#### 1. 电路转接方式

现有公用电话交换网是以电路转接方式为主建立的。电路转接方式的交换,有时又简称电路交换。电路交换机的原理框图如图 12-2 所示,主要由交换矩阵和控制单元组成。主叫用户 A 发出拨号信号,要同远方用户 D 通话。此时的工作过程如下:用户 A 发出拨号信号;交换机的控制单元收到拨号信号后,使交换矩阵中 A 到 D 的交叉点接通(用“黑点”表示接通),即在收 D 和发 A 之间建立一个临时实体电路;当用户通信结束时, A 或 D 挂机,交换机的控制单元收到挂机信号,于是撤销交换矩阵中的相应交叉点的连接,“黑点”消失,即撤销该实体电路。

电路交换的交换矩阵可分为空分矩阵和时分矩阵;控制方式可分为布线逻辑控制和存储程序控制两类。人们把专用逻辑电路实现功能控制的方法称为布线逻辑控制;而用软件实现控制的方法称为存储程序控制。目前广泛采用的是时分存储程序控制的电路交换方式。

公用电话交换网的交换机,在我国由电信局管理,所以也称之为局交换机。每个局交换机覆盖若干用户。在局交换机之间的物理链路称之为中继线;用户终端与交换机之间的物理链路称之为用户线。一般而言,局交换机的框图如图 12-3 所示。用户端口可由

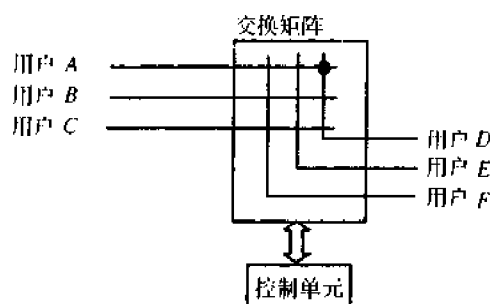


图 12-2 电路交换机的原理图

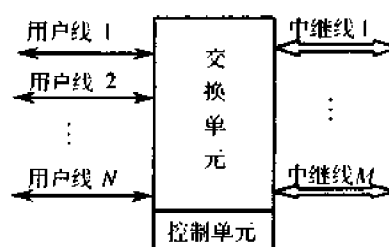


图 12-3 局交换机

数百个端口到数万个端口;中继线可由近百条到数万条;线数目则根据实际需要来配置。图中局交换机可实现三种类型的转接:第一种类型是第  $i$  根用户线同第  $j$  根用户线 ( $i \neq j$ ) 的接通,以实现局内用户间的通信;第二种类型是第  $i$  根用户线同第  $k$  根中继线接通,以便使本局用户通过该第  $k$  根中继线到另一个局交换机,从而与另一个局的用户实现通信;第三种类型是第  $k$  根中继线同第  $L$  根中继线接通 ( $k \neq L$ ),以实现远方的无中继线连接的两个局的用户间的通信。此外局交换机还需完成一些其他辅助功能,比如查号、天气预报和报时等电话的接通,也需完成信令应答、监视和计费管理等任务。

## 2. 存储—转发方式

存储—转发方式有两种方法:一是报文交换,二是分组交换。

这里以图 12-4 网络结构来说明报文交换的原理和过程。图中小圆圈为交换机节点,共有六个节点,标有序号;图中小方框为数据终端设备 (DTE),为端节点,共有 A、B、C、D 等四个端节点。若端 A 想发一份报文给 B 端,则在报文上附上 B 端的地址,发送给交换网的节点 1;节点 1 先将报文完整地接收并存储下来,然后选择适合的链路转发到下一个节点,比如节点 3;在节点 3 进行类同节点 1 的“存储—转发”运作,于是报文又到了下一个节点……,直至到达端节点 B,完成报文的传输。在本例中,报文的传输链路是“A→节点 1→节点 3→节点 5→B”,但报文在传输前并不知道将要经过哪一条通路,因为 A 到 B 的通路可以有多条可供选择。

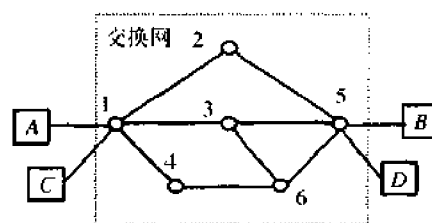


图 12-4 报文交换网络图举例

报文交换网的节点交换机通常是一台小型计算机,它有足够的内存容量以保证它能够完整地存储报文,然后分析报文信息,决定处理的方法和转发的方向;若一时不能找到空闲链路发送,则必须排队等待发送。由此看到,一个节点对一份报文所造成的延时应包括存储处理时间、排队时间和转发报文时间这三个分量。

报文交换同电路交换相比较,前者对中继线的使用率比较高,因为报文交换不需要通过呼叫方式预先在两个端节点之间建立一条通路,也不需要同时在传输的同时占用整个通路的信道资源。

报文交换的缺点是交换的时延长,于是人们提出了分组交换的思想。分组交换也称包交换。它与报文交换都属于存储—转发式交换。它们的差别在于报文交换时参加交换的数据单元是各不等长的报文。报文有几千或几万比特,甚至更长。分组交换时,参加交换的数据是各个相等长度的“包”或称信包。下面以公用分组交换数据通信网为例来说明工作过程。

在分组交换方式中,信包是处理的对象。有一种终端,它按照信包的格式来收发信息,称之为分组式终端。按照传统电文格式收发数据终端,称之为普通终端,即该终端不能直接收发标准信包格式的信息。普通终端必须接续到交换机的信包组装和拆卸 (PAD, Packet assembly and disassembly) 设备端口上。PAD 设备的组装和拆卸功能举例如图 12-5 所示。F 为标志段,表示帧 (信包) 的开始或结束;A 为地址段,含地址信息;C 为控制命令、响应及帧序号等信息;FCS 是帧校验段,采用循环码校验。PAD 设备把普通终端送出的报文划分为规定的等长度的正文段,在每个正文段的前面加上分组头,然后按照高级数据链

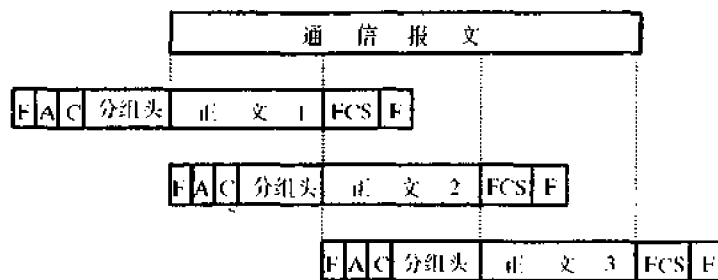


图 12-5 信包组装和拆卸

路(HDLC)规程的格式和内容给各段正文添加 F、A、C 和 FCS,如图 12-5 那样,得到等长度的信包。这些信包即可进入交换机内部进行存储—转发式交换。这些信包经过相同组或不同组交换节点到达目的地交换机。在目的地交换机处,如果收信终端是普通终端,则需用 PAD 设备拆掉 F、A、C、FCS 和分组头。PAD 设备根据分组头提供的正文次序编号把各包中的正文装配成报文,此已恢复的报文就可传输给目的地普通终端。PAD 在装配好报文时,还向原终端发去一个“确认”监控分组。至此,完成了分组交换的用户间通信过程。

分组交换要比报文交换有更多的优点,分组交换的每一个信包是等长的,所以在网络节点上便于存储、处理和控制。分组交换在每个交换节点上都要进行信包校验。它用“否认”信令包,要求前一节点重发,提高了传输的可靠性。分组交换的信包长度限制在 1000 ~ 2000bit 数值上,使得时延性能比报文交换有了显著改善。分组交换能很容易地实现不同速度和不同协议的终端间的通信。

分组交换与报文交换都属于存储—转发交换,因此中继线使用频率比电路交换时的要高。分组交换时,需要在每包的正文之前和之后加帧标志、地址、控制和帧校验段等,即需要额外的开销,因此对于信息报文长和数据流密的用户,采用电路交换比较合适。

分组交换技术适合与分散的和所发报文不长的用户群,因此在世界各国的公用数据网中获得广泛的应用。

下面,我们来讨论通信网交换时的呼叫量和呼损率的一般概念。

把电话和数据等的连接请求称为呼叫。用户从一次呼叫开始到通信结束,占用了线路或交换机的一段时间,人们称此占用的时间为一次呼叫占用时长。显然,在某段时间内的呼叫量,同呼叫次数和每次呼叫占用的时长直接有关。呼叫量,有时又称为话务量或业务量。用户的一小时呼叫量是指用户在这一小时内各次呼叫占用时长之和。呼叫量用“小时呼”或“分呼”为计量单位。

人们把流入系统或交换机的呼叫量称为流入呼叫量,记为  $A_i$ ;把流出系统或交换机的呼叫量,称为流出呼叫量,记为  $A_0$ 。若流入系统的单位时间平均呼叫次数为  $C_i$ ,每次呼叫平均占用时长为  $h$ ,则单位时间流入呼叫量为

$$A_i = C_i \cdot h \quad (12.2-1)$$

式中  $C_i$  的单位是次/小时;

$h$  的单位是小时/次;

$A_i$  的计量单位是爱尔兰<sup>①</sup> (Erlang)。若单位时间内呼叫成功的平均次数为  $C_0$ , 每次呼叫平均占用时长为  $h_0$ , 则单位时间成功呼叫量为

$$A_0 = C_0 \cdot h_0 \quad (12.2-2)$$

呼损是指用户呼叫时, 系统或交换机的  $M$  条链路已被占用, 所以该系统找不到一条空闲出线, 致使用户间接续不能建立, 呼叫失败。呼损率是指单位时间内损失的呼叫量与流入呼叫量之比, 即

$$B = \frac{A_i - A_0}{A_i} \quad (12.2-3)$$

呼损是随机事件, 呼损率是呼损概率。显然, 希望呼损率小为好。通常根据呼损率指标要求及相应的呼叫量来确定网络节点的出线数量。

## 12.3 通信网的拓扑结构协议和网举例

### 12.3.1 网拓扑

通信网的拓扑结构是多种多样的。下面将介绍局域网、广域网和公用电话网的拓扑结构, 从而认识网络的一般构型和这些网络的主要特点。

局域网通常是在一座楼内或在几平方千米园区里的一个通信网, 这个网连接有许多计算机和数据终端, 以使用户共享资源或交换信息; 它常采用线性拓扑结构, 如图 12-6 (a) 所示。图中粗黑线为电缆、光纤或无线信道, 小方框为计算机或其他终端设备, 全部终端节点都“挂”在公共粗黑线上。此时由任何端节点发出的消息都能被其他所有端节点接收, 人们称这种工作方式的网为广播网。局域网是一种广播网, 图中公共信道即粗黑链路, 称之为总线。总线为电缆线的以太网为 10~100Mb/s。

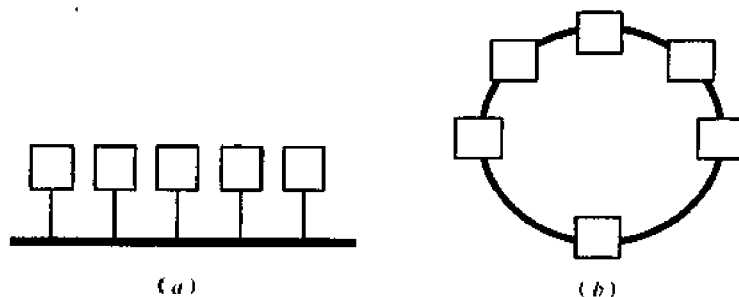


图 12-6 两种拓扑构形

(a) 线形网; (b) 环形网。

第二种是环形局域网, 这种网仍然是一种广播式网络, 如图 12-6 (b) 所示。图中各计算机通过环路接口模块挂在环形线路上; 通常规定环路信息流方向是单向流动。IBM 令牌环或遵循 IEEE802.5 标准的令牌环, 就是常见的基于环形的局域网, 其速度为 4Mb/s 或 16Mb/s。

<sup>①</sup> A K Erlang 是丹麦人, 于 1906 年创立了话务理论, 为了纪念他, 将他的名字作为话务量的单位。

公用电话网面向全社会开放;专用网则是由各个行业内部设置的通信网。公用电话通信网由传输设备、交换机节点、电话机和其他用户终端组成。该网由本地网和长途网组成,并通过国际交换机中心进入国际电话网,其构形如图 12-7 所示。

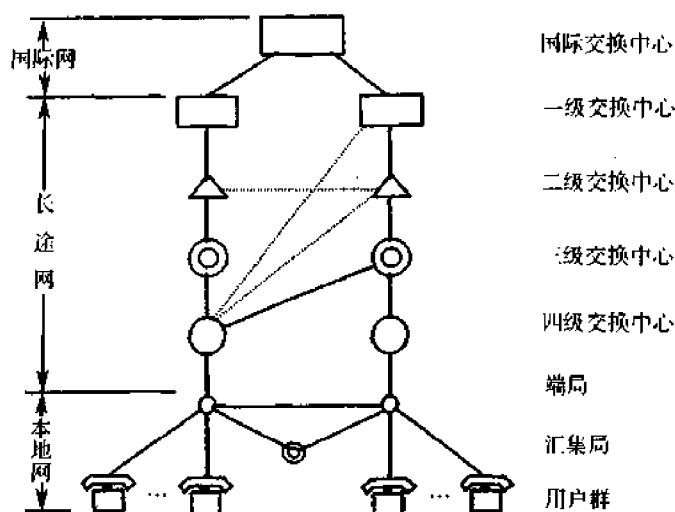


图 12-7 公用电话网拓扑举例

本地网由若干个端局和汇接局组成,图中用小空心圆和小双同心圆表示;长途网采用多级制,一般由一、二、三、四级长途交换中心构成,图中各交换中心由上一级到下一级分别用小方框、三角框、双同心圆、大空心圆表示。

本地网的端局,同局内的用户终端经过用户线直接连接,也同汇接局和长途局有直接连接,以便实现本局用户信息的交换及本局用户与外局用户信息的转接;长途交换中心则担负着长途电话交换和处理的任任务。

公用长途电话网可以采用的拓扑,有辐射形、网格形和汇接辐射形。如图 12-8(a) 为辐射形,又称星形拓扑。当某两个城市之间长途线出现故障造成通信中断时,若长话网采用星形,则不能通过其他城市交换机迂回转接。如图 12-8(b) 为网格形,各交换节点都有线路连接。长途网采用网格形时,若某两个交换节点(即某两个城市)间一根直达线路出现故障,这两个节点仍存在有通过另一中间节点的迂回线路,即网络安全性好;但网格形的传输线路总长度大,即线路成本昂贵。因此,目前公用长途网采用的最常见的方式是汇接辐射形拓扑,即采用网格形和星形相结合的拓扑,如前面图 12-7 那样,在较大的

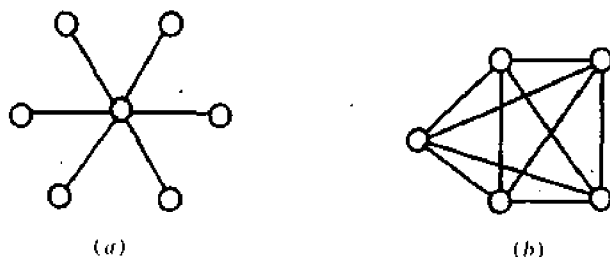


图 12-8 两种拓扑举例  
(a)星形(辐射形);(b)网格形。



区域中以较小的线路和设备的投资,获得高的电路利用率,可靠的通信和迅速地接续。

总之,通信网可采用线形、环形、星形、网格形和汇接辐射形等构型。实际中究竟采用何种拓扑形状,则要根据网络用途类型和客观要求而具体决定。

### 12.3.2 信令和协议

随着电话网的发展,人们开发了各种信令。所谓信令,即是在用户电话机与交换机之间或交换节点与交换节点之间传送连接、控制信息,以保证传输话音的正常进行。在交换网发展的不同时期,使用的信令方式不尽相同。

数据通信和计算机通信都不同于话音通信。数据通信的信息同控制信令具有同样的形式,常采用存储—转发方式实现交换,因此特别制定了数据传输控制协议。无论是电话信令还是数据控制协议都属于“软件”。通信网中的信令或协议必须一致,才能正常通信。要建立世界通信网必须考虑这种统一,因此国际电联(ITU)的两个咨询委员会(CCITT 和 CCIR),以及国际标准化组织(ISO),都在这方面做了许多工作。下面对电话信令和数据传输控制协议的工作原理作扼要介绍。

#### 1. 电话信令

电话信令的构造是基于电话用户间接续和拆线过程来确定的,下面以两个端局用户之间的接续和拆线过程来说明信令的构造。

图 12-9 画出了两个端局用户的接续和通信过程及相应所需的信令。主叫用户  $S_1$  的话机摘机,使用户线形成直流通路,表示发出了呼叫信号。端局 A 检测该用户线已构成直流链路时,向  $S_1$  发出拨号音,以 400Hz 的连续音表示应答,告诉  $S_1$  “A 局已准备好”。 $S_1$  听到拨号音后即在话机上拨号,向端局 A 发出含被叫用户地址信息的信令。如果  $S_1$

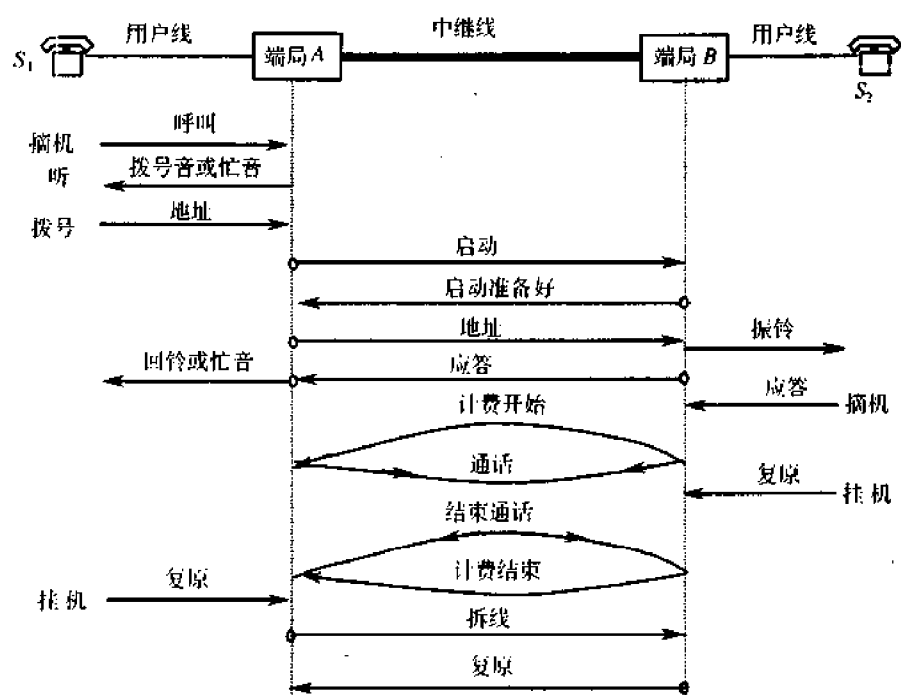


图 12-9 用户间接续和拆线过程

在没有听到拨号音的条件下拨号,则是无效的。 $A$ 局收到地址信令后,分析地址信息,寻找空闲出局线;若无空闲出局线,则 $A$ 局发回忙音, $S_1$ 听到忙音后应挂机重新呼叫;若有合适的空闲出局线,则用启动信号通知端局 $B$ ;端局 $A$ 等待并收到端局 $B$ 的“启动准备好”信号后,立即把在暂存器中的被叫用户 $S_2$ 的地址调出来并送往端局 $B$ 。端局 $B$ 收到被叫用户 $S_2$ 地址后,则向 $S_2$ 送出振铃信号;同时反向给端局 $A$ 送出应答信号;它又使端局 $A$ 给 $S_1$ 输出回铃信号。如果端局 $B$ 在收到 $S_2$ 地址且 $S_2$ 正在与其他用户通话时,则端局 $B$ 向端局 $A$ 送出应答信号且使 $A$ 局向 $S_1$ 送出忙音。当 $S_2$ 空闲且听到铃声后,用摘机行为引起表示 $S_2$ 摘机的应答信号。这样一来, $S_1$ 到 $S_2$ 的接续过程已经完成,该通路全部被这两个用户占用,于是可以进行通话。在接续刚完成后,通常被叫局 $B$ 还要向主叫局 $A$ 送出计费信令,从而开始给 $S_1$ 计费。通话完毕,双方都会挂机,比如 $S_2$ 先挂机,端局 $B$ 收到这个信息后,送给端局 $A$ 一种“结束通话”信令;若 $S_1$ 已挂机,则可使 $A$ 局的接线拆除。此后, $A$ 局送“拆线”信令给 $B$ ,使端局 $B$ 拆线;最后, $B$ 局发“复原”信号给 $A$ 局。至此,完成拆线过程,一切都恢复到初始状态。

由上看到,可以把电话通信网的信令分类。人们把用户与端局之间传输的信令称为用户线信令,而把两个局交换机之间传输的信令称为局间信令。根据用途还可以分为四类:地址信号、控制信号、状态信号和管理信号。“地址”是用来选择接线路由的;控制信号,比如主叫用户“摘机”是申请通话性质的控制信号, $A$ 局的“拆线”信号是要求 $B$ 局拆线;状态信号,比如 $A$ 局发“拨号音”反映的是该局的状态, $B$ 局的“准备好”反映的是该被叫局的状态;还有一些为管理网络用的信令,比如计费信令等属管理信令。在长途通信中,还有一些其他的监控信令,就不再一一介绍了。

电话网中的用户线信令基本是规范的,各地差别不大。例如,拨号音采用连续的400Hz信号;忙音是脉宽为0.5s且占空比为1:1的400Hz振荡,即是快速断续音;回铃音则是慢速断续音。局间信令,不但要具备接续、拆线等基本功能,而且要有网络的运行管理功能,因此它比用户线信令要复杂。

目前局间信令有两种,即随路信令和公共信道信令。在呼叫接续的中继话路上传输该话路的信令,称此信令为随路信令,即使用传送语音的链路来实现信令传输的信令;若利用局间一条中继链路来集中传输一群(几百路或更多)话路的信令,则称此信令为公共信道信令。CCITT推出的7号公共信道信令最适合数字通信网中使用,它是一种多功能模块化信令系统。值得注意的是,各国在实施7号信令系统时仍存在着一些差别。

## 2. 数据通信协议

通信网是一个极其复杂的实体。实践证明,它要求人们用结构化的方法来进行设计。或者说,为了减少协议设计的复杂性,大多数网络都用层次化结构方式来组织和设计。

根据国际标准化组织(ISO)的建议,人们广泛采用开放系统互连参考模型(open system interconnection reference model),如图12-10所示,它常简称为OSI模型。分层的基本原则是:每层的功能明确;有助于制定每层网络协议的国际标准;尽量减少跨过层间接口的通信量;层数应足够多,以避免一层中的功能混杂不清;层数不要太多,否则导致体系复杂。OSI模型的中,一个开放系统分为7层,由下至上是:物理层、数据链路层、网络层、传送层、会话层、表示层和应用层。图中省略了第0层,即物理介质层。这里的开放系统是指,在一个网络中能够互连的各个独立系统和计算机,通常它是指符合国际标准化组织(ISO)

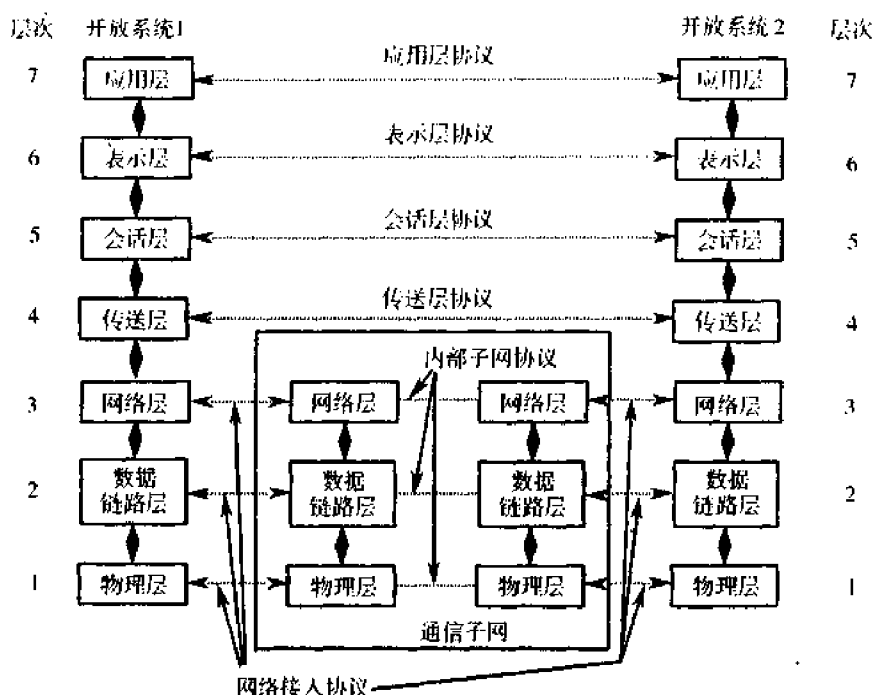


图 12-10 OSI 参考模型

所制定的协议的系统或计算机。各开放系统的同层体之间存在一种虚拟的“对话”关系，同层体之间的对话要遵守相应层的协议。例如，开放系统 1 的应用层与开放系统 2 的应用层之间“对话”，要遵守应用层协议，否则这两个系统不能实现互通。开放系统 1 发送数据给开放系统 2，是按如下方法进行的：开放系统 1 要发送的数据单元，由该系统的应用层开始，一层一层地送到最底层——物理层，经过物理介质到达开放系统 2 的物理层，然后一层一层地向上送，直到该系统的最高层——应用层，最后被用户所接收。在这进程中，每一层都要完成特定的功能。上下层之间有信息流通的路径，在图中用实线表示；而同层之间并无信息的直接流动，只有逻辑关系，用虚线表示。上下层之间都存在一个接口关系，每一层的功能都是为它的上一层提供服务的。另外，图中通信子网是中继系统。不直接有终端用户，只是提供网络服务，因此只含有最低的三个层。该通信子网中的开放系统之间分层体“对话”，是通过子网内部来实现的。

下面我们将从最下层开始简要讨论 OSI 各层的功能。

(1) 物理层。该层涉及到在信道上传输的比特流，它要处理的典型问题是：对于“1”和“0”的电压值大小；传信率是多大；传输信号的方向如何；信号的种类、名称和意义；连接器物理形状（包括插孔的数目、尺寸）；通信如何建立连接和怎样拆除等。这里主要是对机械、电气和过程特性做一些规定。

(2) 数据链路层。在物理层提供的比特流服务基础上，用来在两个开放系统的第二层之间建立帧传输。该层把输入数据装帧，按顺序发送给物理层和处理接收方面回送的“确认帧”。它还用来识别帧边界，解决由于帧破坏、丢失和重复所出现的问题。它能使帧中含有流量控制和差错检测方面的信息，以便实现流量调节和差错的正确处理。在双向传输时，还要解决数据帧竞争时线路的使用权问题。对于广播式网络，该层需增加“介质访

间子层”，用来控制对共享信道的访问。

(3)网络层。它又称之为通信子网层，因为该层位于通信子网边界上，涉及到控制通信子网的运行问题。该层对进网的报文进行组装，对出网的信包实行拆卸。它为已组装好的信包确定通信路由，为避免分组时链路的拥塞而实行控制。因为子网的拥有者总是希望子网的用户付给报酬，所以在该层要解决记账问题；当分组越过异种网络时，异种网络的分组长度、寻址方法等协议可能不同，那么该层要解决这些异种网络互联会带来的麻烦。另外，在广播网络中选择路由问题变得很简单，这时网络层的功能很弱，甚至不存在。

(4)传送层。该层为两个会话实体提供透明的数据传送，以最低的成本达到最好的性能要求。该层接收来自会话层的报文，并赋予唯一的传送地址；给传送报文加编号、格式化和加报头信息；建立和拆除跨越网络的连接通路（逻辑信道）；管理多路复用；进行流量控制等。

(5)会话层。该层允许在不同机器上的用户建立会话关系。对会话的建立、身份鉴别、维持、运作方式（指单工、双工或半对工）、终结等实行管理；提供令牌管理服务；提供操作同步服务，即在数据流中插入检查点，以便在网络故障后仅需要重传最后一个检查点之后的数据。

(6)表示层。该层对应用层提供的报文进行在意义上和形式上的解释、加工、变换等。例如，实行文本压缩、数据加密、码制转换和文件格式转换等，以便不同的机器能互相通信，或提高通信的效率和增强保密性等。

(7)应用层。该层要确保网络两端的应用实体能相互理解。这时可定义一个抽象的网络虚拟终端。编辑程序和其他所有程序都面向该虚拟终端，而对每一种终端类型都写一段软件，使虚拟终端与实际终端相对应，这段软件称之为虚拟终端软件。这虚拟终端软件属于应用层。该层的另一些功能是传输文件的存取、数据库访问等。此外还可能有电子邮件存取、远程作业输入、名录查询、物理介质故障管理和网络结构管理等功能。

OSI 参考模型是一种非常通用的模型，该模型不偏向于任何特定的协议。该参考模型已得到全世界的公认和接受，为国际间信息互通和设备互换等带来极大的好处。OSI 参考模型也在发展。比如数据链路层最初只是处理点到点的网络；当广播式网络出现以后，就不得不在该参考模型中加上一个子层。还需指出，在实现该参考模型时，可根据具体情况和条件实行层次的合并和取舍。

在 OSI 参考模型中，最低三层主要是提供网络服务；高四层是为终端用户提供服务的，只与终端用户相关，可以统称为高功能层部分。

应用 OSI 参考模型如何传输数据的例子，示于图 12-11。发送进程有数据要传输给接收进程。首先，发送进程把数据报文给应用层，应用层则在数据前面加上应用报头，即 AH（它也可以是空的），然后把结果交给表示层。

表示层可以对上层送来的报文加以变换，也可以在该报文前面加一个报头 PH。需要指出，表示层并不知道也不应知道上一层给它的报文中哪一部分是应用报头，哪一部分是用户数据。

这一过程由上到下直至物理层。各层都加上其本层的报头，而数据链路层还可以加帧尾 DT。各层附加的报头，包括数据链路层的附加帧尾，都含有该层应附加的控制信息。在物理层形成的比特流，通过物理介质到达接收系统的物理层。由此物理层，信息流一层

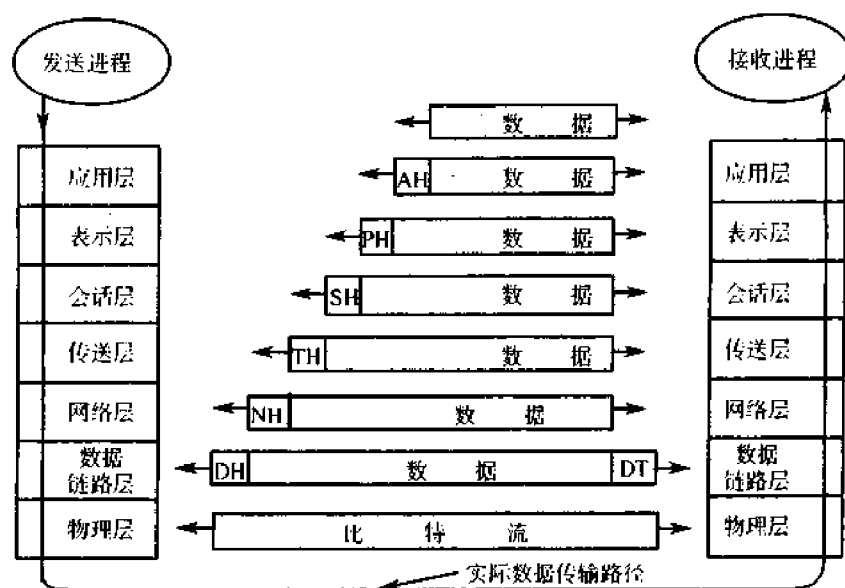


图 12-11 OSI 参考模型时传输数据的举例

一层向上传递,并层层剥去相应的报头。最终,发端发送的数据到达接收进程。

### 12.3.3 多路复用及接口标准

本节主要举例说明多路复用的物理层的一些标准。多路复用时涉及的接口标准的内容甚广,这里只对话音道划分和通信容量方面的规定作扼要说明,而对于接口的信号电平、电阻、杂音噪声、净衰耗不作介绍。

#### 1. 频分复用

人们常说的载波电话系统就是频分复用系统。关于频分复用的原理已在 4.5 节中作了叙述,故不再重述。根据载波电话所采用的物理介质的不同,还可划分为有线载波电话、微波载波电话和电力线载波电话等。

载波电话,以 4kHz 为一个话路,其中由 300 ~ 3400Hz 为用户话音频带,其余为保护频带。为了节省频带,模拟载波系统都采用抑制载波单边带制。在我国的国家标准中,根据载波话路容量来划分各种群。3 路话称之为前群,带宽为 12kHz,在 12 ~ 24kHz 的频域上;12 路话称之为基群,在 60 ~ 180kHz 频域上;60 路话称之为超群,位于 312 ~ 552kHz 频域上;300 路话称之为主群,位于 812 ~ 2044kHz 频域上;900 路话称之为超主群,位于 8516 ~ 12388kHz 频域上;3600 路话称之为巨群,位于 42612 ~ 59684kHz 频域上,等等。由以上规定看出,60 路话以下包括 60 路话情况下,规定占用的频带宽度等于 4kHz 乘以路数;300 路及 300 路话以上的群频带宽度,大于 4kHz 乘路数,这是因为要发送一个导频以保证收发频率的一致性。另外,对于不同传输媒质还可以规定其他的标准通信容量。比如同轴电缆载波还可以有 1800 路、4370 路和 10800 路话等标准群;微波载波可以有 600 路、960 路和 2700 路话等标准群。当然对于不符合标准容量的载波机是不允许的。

#### 2. 波分复用

在光纤信道上采用波分复用(Wavelength Division Multiplexing, 即 WDM)技术。它实际

上是频分复用的一个变种。波分复用的一个简单方法如图 12-12 所示。该波分复用系统在发端有光纤 1、光纤 2 和棱柱(更可能是衍射光栅),在收端有光纤 3、光纤 4 和棱柱,在两个棱柱之间有一根远程传输用的共享光纤,光纤 1 中的信号谱如图 12-12(a)所示,集中于  $\lambda_1$  附近;光纤 2 中信号谱如图 12-12(b)所示,集中于  $\lambda_2$  附近;上述两束光纤经过棱柱或光栅之后合成到棱柱的共享光纤上,在该光纤上就有复用信号的信号谱,如图 12-12(c)所示。这共享光纤上的光束,在接收棱柱上被分解成两束光,并分别送到光纤 3 和光纤 4 上,从而实现分路,送给各自的用户。

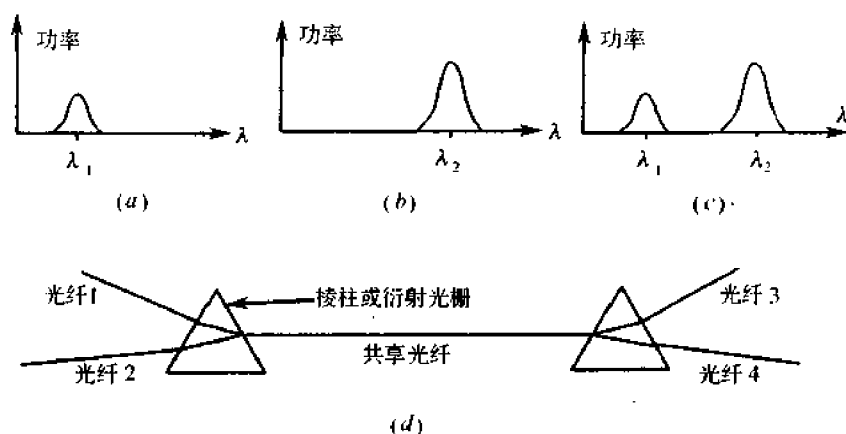


图 12-12 波分复用原理图

(a) 光纤 1 中的信号谱; (b) 光纤 2 中的信号谱; (c) 共享光纤中的信号谱; (d) 波分复用系统。

波分复用与频分复用的基本原理是相近的,但在技术上有一个较大的区别是:波分复用系统中使用的光栅是无源的,因此工作极其可靠。

需注意到,在电/光转换后的光纤上信号谱的宽度常常只有几吉赫的带宽,因为现在还不可能做更快的电/光间转换。另一方面,一根光纤的带宽大约是 25000GHz,采用波分复用就是可以把多个信道的光信号在这种宽频带的长距离的光纤上复用。当然,这里要求各信道的信号应分别采用不同的波长。光/电转换速度的有限和光纤带宽的极其宽大,这是广泛采用波分复用的原因。

### 3. 时分复用

时分复用基本原理已在 7.8 节做了描述。PCM 数字电话系统中每个话路的码率标准是 64kb/s。但复接时的码率,全世界主要有两种,即北美和日本采用一种,欧洲和中国采用另一种,相应的基群、二次群、三次群和四次群码率标准如 7.8 节的表 7-10 所列。四次群以上的时分复用,采用同步数字系列(SDH)标准,相应的码率标准也在表 7-10 中给出。对 SDH 的研究,始于美国。美国的 SONET(同步光纤网络)标准与 SDH 标准仅有细微的差别。SONET 物理层还被分为 4 个子层,即光子、段、线路和路径等子层。有关这些子层问题不再讨论。

#### 12.3.4 局域网

有一种网络被称为广播式网络。它有一条共享信道;有时又称之为多路访问信道或



随机接入信道;且在该网络中的所有用户都可以直接使用该信道。显然,在该网中如何分配信道的使用权是关键性问题。

这些用来决定广播信道中信道分配的协议,属于数据链路层,称为介质访问控制(MAC)子层。因为几乎所有的局域网都以广播信道为基础,所以 MAC 子层对于局域网尤为重要。正因为 MAC 子层协议和局域网如此密切,所以本节讨论局域网的三个例子,即讨论 ALOHA 网、以太网和令牌环形网及其运作原理。

### 1. ALOHA 网

ALOHA 网是由美国夏威夷大学在 20 世纪 70 年代提出来的一种局域网。这个网络的主要用途是分散在许多海岛上的数百个用户终端通过无线电链路同位于大学本部的中心计算机一起组成一个中心式局域网,主要便于用户共享中心计算机的资源。ALOHA 是美国夏威夷地区方言“你好”、“再见”的意思,这里作为一种网的名称。

ALOHA 网络的原理结构如图 12-13 所示。该网有一个网络中心。该中心含有丰富的网络资源。此网由中心计算机、接口处理机、调制解调器和无线收发机组成;所有用户站发送频率和中心站接收频率都工作在一个无线频率  $f_1$  信道上。显然它呈现为星状网络。ALOHA 协议有两种版本,一种是纯 ALOHA,另一种是分隙 ALOHA。下面先介绍纯 ALOHA 协议。

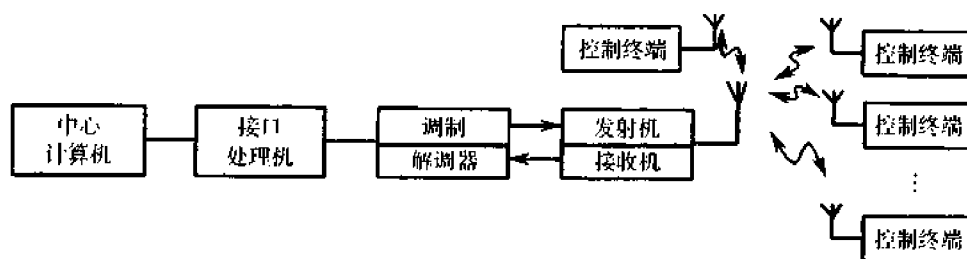


图 12-13 ALOHA 网络的原理结构

纯 ALOHA 系统中,在任何时刻有一用户发送数据时,就建立一个规定长度的帧,并立即向多路访问信道发出,又因为所有用户站都利用该无线信道频率  $f_1$  发送帧信号,所以不同用户的帧会在信道中发生重叠现象,中心站难以辨认所接收的信号,即“冲突”现象发生,通信失效;如果某用户的帧没有同其他用户的帧发生冲突,那么该用户的帧将被中心站所正确接收。中心站验证已正确接收后,立即通过一个广播反馈信道(频率  $f_2$ )发出一个“确认”信号,于是这次通信结束;若用户发出的帧与任何其他用户的帧发生冲突,中心站收到的帧出错,那么中心站不发“确认”信号,以表示用户前次所发的帧遇到冲突。于是用户再随机地重发刚才的帧,直至传送成功。

ALOHA 网中,信道分配给用户的状况,总是随着用户需求等情况而变化,即是一种动态分配的方法。过去采用的传统方法是信道静态分配法。例如频分多路复用中,若有  $N$  个用户,每个用户分配有一个固定频隙,各用户相互间不产生干扰。不过,这只有在用户较少且数目固定,同时每个用户通信量较大时,这种信道静态分配法才是一种简单有效的分配方案。如果用户比较多且数目经常变化,或者通信量具有突发性特点,那么信道静态分配法有着显著的缺点。静态 FDM 的最基本的缺点是:某用户处于无通信量的时段内,分配给他的频隙就白白浪费掉。加上大多数计算机用户终端的数据流量具有突发性,常

见的是峰值流量和与平均流量之比为 1000:1,这时的网络多数频隙在大部分时间内被闲置。正因为这样,人们提出了局域网的信道动态分配法,比如 ALOHA 网的方法。

由纯 ALOHA 方法看到,若用户帧在公共信道中发生冲突,则发送失败,那么相应帧的占用时间被无用开销。显然,冲突次数越多,这种无用开销就会越大,或者说冲突率越大,则信道利用率越低。于是有人提出了一种分隙 ALOHA 系统,该系统比纯 ALOHA 系统的信道利用率提高了一倍,因为这种方法使冲突率降低了许多。

分隙 ALOHA 系统中,除把信道的时间划分成等间隔的许多时隙以外,其多路访问信道的其他规则同纯 ALOHA 系统相同。所谓“划分时隙”是指:中心计算机站要向所有的用户发送信道的时隙同步信息,由此确保所有用户必须以信道时隙开始时刻随机地发送帧,并且所有帧长度取不大于信道时隙宽度的一个固定值。

下面以三个用户发信来说明分隙 ALOHA 系统的工作过程。如图 12-14 所示,图中画出了三个用户在不同或相同时刻发送自己的帧。 $T_f$  为信道的时隙宽度,所有的用户在  $nT_f$  时刻发送帧, $n$  为整数或 0。用户  $U_1$  和  $U_3$  在  $t=0$  时刻发送帧,这两个帧在时间上重叠,即发生冲突,所以通信失败。这时  $U_1$  和  $U_3$  都必须重发帧,如图所示,  $U_3$  随机地刚好在  $t=4T_f$  时刻发帧,该帧未同其他用户帧发生冲突,因此能被中心站成功接收。 $U_1$  重发的帧在  $5T_f$  时刻开始,碰巧  $U_2$  也在此时刻发帧,在信道中出现冲突,所以通信失败。此时  $U_1$  和  $U_2$  需分别重发先前的帧。如图所示,  $U_1$  在  $8T_f$  时刻再重发帧,  $U_2$  在  $9T_f$  时刻重发帧,这两个帧在信道中没有同任何用户的帧发生冲突,所以都被中心站所成功接收。

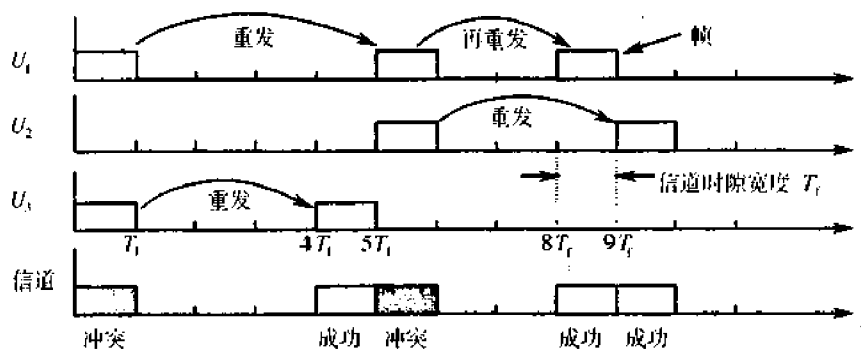


图 12-14 分隙 ALOHA 接入过程举例

## 2. 以太网

这里先讨论以太网的构造,然后再简述该网的多路访问协议。以太网是一种典型的基带总线局域网,它采用的是具有基带传输特性的双导线或电缆等类的物理媒质。它的拓扑结构为线形,又称总线形。

以太网是 20 世纪 70 年代中期由美国 Xerox 公司研制成功的,采用了“以太网”这个名称。这个名称中的“以太”是意指传输电缆。

以太网的结构原理如图 12-15 所示。一根电缆作为该网的公用链路,许多用户终端都通过各自的收发器挂在这根电缆上。用户终端可以是微机、打印机或中大型计算机等,且都含有一个控制器,以便实现对数据流的变换和控制。以太网常用的几种电缆有 10Base5、10Base2 和 10Base-T 等,它们分别是粗同轴电缆、细同轴电缆和双绞线。举例



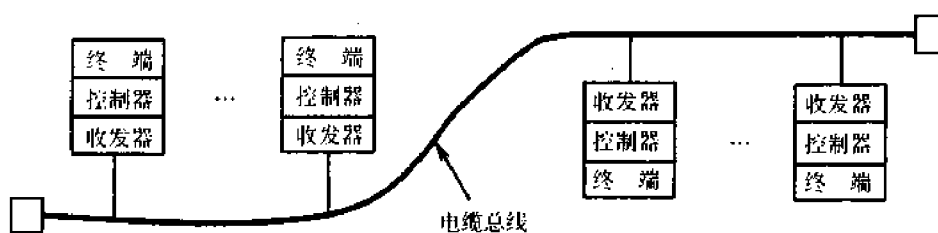


图 12-15 以太网结构举例

说,10Base5 表示工作速率为 10Mb/s,采用基带信号,最大支持段长是 500m。收发器的主要功能是沿总线电缆收发信号,同时进行载波监听和碰撞检测以便实现网络中的通信。

分隙 ALOHA 系统的最大信道利用率为  $1/e$ ,利用率不高,这是因为用户终端都根据各自需要而发送信号于共用信道,丝毫不考虑其他用户终端是否已在发信号,所以冲突率也就相当高。于是想到在以太网中,某用户终端要向共用链路发信号之前,预先侦听信道中是否已存在有载波,即侦听有无其他用户在传送信号,然后决定如何访问该信道。人们将这种多路终端采用侦听载波方法来决定如何访问该信道的协议,称之为载波侦听多路访问协议。这种方法,显然降低了冲突率,但此时仍然会存在冲突现象。比如,当信道“寂静”(即无用户占用信道)后,A 用户终端随机地先发信号;经  $\tau$  时间段后( $\tau$  很小),另一远离 A 用户终端的 B 终端还没有侦听到信道中有载波,于是也发出信号;B 侦听不到载波,是因为 A 用户信号经信道介质传输到 B 用户终端所需时间大于  $\tau$ ;在这种情况下,A 用户和 B 用户会同时在发信号,即出现冲突。即使两个用户终端之间不存在传播延迟,也存在两用户同时发信号的可能性,即存在冲突现象。因此该协议规定要能够检测冲突,而且当发送终端一旦检测到冲突就取消发送帧信号。迅速地取消此时的帧信号,有利于提高信道的利用率。这种采用冲突检测技术和侦听载波方法的协议,称为带冲突检测的载波侦听多路访问(CSMA/CD)协议。

在以太网成功的基础上,后来形成了 IEEE802.3 标准。该标准采用了 CSMA/CD 协议。下面简述以太网中多路用户访问时的运作过程。以太网中某终端需要发送数据时,形成一个含数据、帧头和帧尾的帧,同时侦听总线电缆中载波电平。若侦听有载波,该用户终端就持续不断地侦听载波直到发现信道空闲。一旦侦听到信道无载波时,该终端就发该帧信号于共用信道上,同时检测信道信号有无冲突。若无冲突现象,该终端就继续发送完一帧,于是成功完成与其他终端的通信;若检测到信道中有冲突现象,则终端尽快停止正在发送的帧信号,认为传送失败;此后重新尝试传送,直至成功传输。

以太网设备和信道成本低,因为只需要一根较低廉的电缆作为共用信道,且用户的控制器也较简单;用户数目也易于扩充;总线的无源运作和系统的分布控制,保证了网络的高可靠性。以上优点,使以太网成为了局域网的主要型式之一。

### 3. 令牌环网

令牌环网最早出现于 20 世纪 70 年代,并被长期用于局域网和广域网中。令牌环网的基本构成如图 12-16(a)所示,它由一根环形电缆和许多数据终端设备加上环接口组成。其中的环接口运作框原理框如图 12-16(b)和图 12-16(c)所示。图(b)为侦听模式,这时环数据流可由 I 端直接通过环接口的延迟单元到环的 O 端;同时,该环接口检测

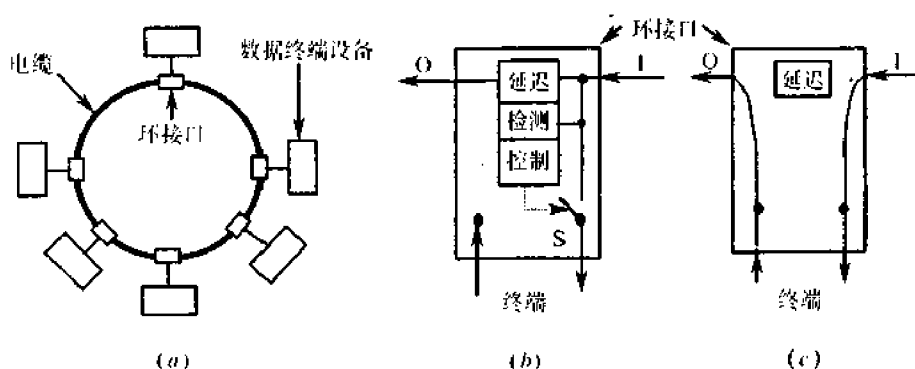


图 12-16 令牌环网构造

(a) 令牌环; (b) 环接口侦听模式; (c) 环接口发送模式。

器在监视输入比特流,若检测到信息流中目的地址为本站地址,则通过其控制器闭合开关 S,使比特流进入数据终端设备,于是终端收到数据;若检测器检测到信息流中目的地址不是本地地址,则开关 S 保持断开,即终端不接收数据;若环接口检测到环路令牌出现,且又设此时终端已准备好帧数据要发送,那么此时环接口立即转成发送模式,如图(c)所示。这时环接口切断了环输入 I 经延迟单元到环输出 O 之间的连接;在这发送模式情况下,它把令牌内容修改、装帧,并使终端设备的输出端直接经由环接口连接到环接口输出端 O,于是该终端的数据帧可直接发送到环电缆上。

下面介绍令牌环网 IEEE802.5 标准的多路访问工作过程。注意,这里的环中信息流方向是单向的。信息帧从源终端,经过源接口加到环路上,再流经若干终端接口,到达目的终端接口,最后流入目的终端而被接收。信息流沿环方向通过的各环接口只起到中继站的作用。这里的信息帧长度可以是固定的,也可以是变化的。

当所有的终端设备都不发送数据帧时,整个环中有一个令牌在逐站传递和流动。这时环中所有终端接口都处于侦听模式,如图 12-16(b)所示。已准备好要向环路发送数据的终端设备,则用自己的处于侦听模式的接口,抓住该令牌(此令牌又称之为闲令牌,表示环电缆处于空闲状态),并使自己转入发送模式,如图 12-16(c)所示;这时把该令牌中的某比特 T 取反,然后装帧;站点装好帧后,把数据帧直接送到环电缆上。这时的令牌已被修改,所以其他用户终端接口不会抓到令牌,只能保持原有的侦听模式,即其他站点仍保持中继转发作用。

发送到环路上的帧,一方面被目的终端所接收,另一方面还要由源站点负责回收撤销并向环路发回令牌。下面先讨论后者。因源终端发出的帧,经传播环路一圈后回到源终端。回到源终端的帧可以存储起来以检测传输的可靠性,也可以丢弃,当然不再次发向环路,即该帧从环中撤销。站点在发送完最后一帧后,便重新产生令牌并发向环路。

下面讨论目的站点的接收过程。显然,目的站点的接口处于侦听模式。当源终端发的帧信号到达某目的终端接口时,该接口若发现帧信号的目的地址与本地地址相同,则说明本站是该帧的目的站,应将帧接收下来。此时,本站的接口控制起作用,使接口开关闭合,于是帧信号被本终端设备所接收。在此同时,帧信号流也通过本站接口的延迟电路进入环的下段电缆中,以便帧信号能沿着环返回到源终端的输入端。

源站点在把新令牌发向环路,并撤销返回的帧的最后一个比特时,立即使源终端接口切换到侦听模式。这样一来,环路又回到初始状态;整个环中有一令牌在逐站传递和流动。此后将会产生新一轮多路访问过程。

802.5 协议具有良好的处理帧优先级的方案,以保证重要的帧信号能及时而不会被不重要的帧消息所阻塞。该协议中,令牌环有自己的环维护方案,每个令牌环有一个监控站来总管全环。如果监控站失效,竞争协议将保证很快地选出另一站点作为监控站。当然,每个站点都具有监控站的能力。监控站的责任是:确保令牌不被丢失;当有混淆的帧出现时清除环中坏帧;查看是否有“无主帧”出现等,有关问题不再作详细介绍。

同以太网相比较,令牌网有其长处。由于以太网协议的概率特性,运气不好的站点可能要等很长一段时间才能发送一帧,而且也没有优先级别,而令牌环网最长等待时间是已知的。一个简单的环网有  $n$  个站点,每站点发一帧需要  $T$  秒,若各站点依次发帧,那么任一帧要发送的话,最长等待时间为  $nT$  秒;令牌环网有优先级别,使得重要的信息帧能够及时地传递。在重载荷时,以太网中冲突将成为主要问题,将会严重影响网络的吞吐量,而令牌环网在此时吞吐量和效率却很好。

以太网具有巨大的安装量,人们对其有丰富的运行经验。以太网的许多优点,在前节中已作介绍;令牌环网也有应用,尤其近年来,由于光纤通信的成熟和日益广泛的应用,令牌环网又出现迅速发展的趋势。

FDDI(光纤分布式数据接口)是采用光纤介质的高速令牌环网。它的信道速率达 100Mb/s,环长度达 200km,环上最多可连接 1000 个站点,两站的最大距离为 2km。FDDI 使用多膜光纤,光源信号波长为  $1.3\mu\text{m}$ 。FDDI 的基本协议几乎完全以 802.5 协议为模板,只是 FDDI 允许环上有多个用户控制环运作以便发送。它不像采用的单令牌协议 802.5 的标准,而使用着一种多令牌协议,大大提高了环网利用率,并可提供优先服务。FDDI 在主干网市场上有大的份额,表现出色。

另外需要指出,环网类型中,除令牌环网外,还有开槽环网(Slotted Ring)和寄存器插入环网(Register Insertion Ring)等,都各有其特点。

## 12.4 综合业务数字网(ISDN)

人们需要各种各样通信业务的服务,相应于各种业务而出现了电话网、有线电视网、用户电报网和计算机网等。为避免重复建设网络,于是提出设计一种网络,它当然应是数字网络,且应该能提供各种各样的通信业务服务,它被称为综合业务数字网(ISDN)<sup>[30,32]</sup>。

可以说,ISDN 是一种利用数字交换和数字传输技术,以实现端到端的数字连接和提供多种多样通信业务服务的公用电信网。根据 ISDN 的通信容量大小的不同,可分为窄带综合业务数字网(N-ISDN)和宽带综合业务数字网(B-ISDN)。下面将对它们作简要的讨论。

### 12.4.1 窄带综合业务数字网

ISDN 由电信公司的网和 ISDN 客户设备组成。电信公司的网,在结构上有很大的自由度,但 CCITT 的 I.310 建议对其功能有规定,以确保多种用户功能的实现。ISDN 实现的

关键问题之一是解决用户与网络的接口。ISDN 接口配置,举例如图 12-17 所示。

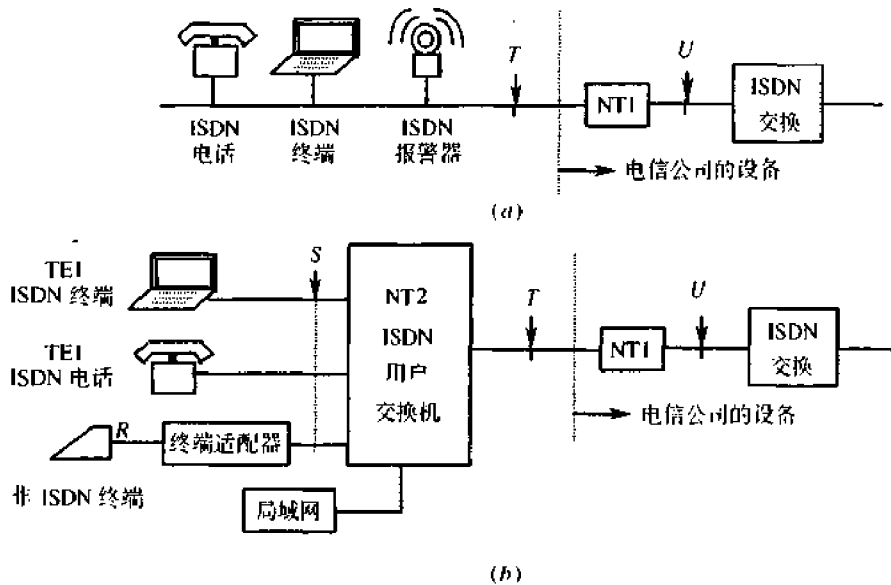


图 12-17 接口配置举例

(a)家庭川时接口配置举例;(b)大型商务使用时接口配置举例。

图 12-17(a)为家庭或小型商务用的一般配置。ISDN 电话、终端、报警器等多至 8 个终端设备接到电信公司提供的网络终端 NT1 的连接器的上。从 ISDN 用户终端来看,接口端在 T 点。NT1 和 ISDN 交换机之间可能有几公里远的双绞线。

对于大型的商务应用,图 12-17(a)的接口配置不能满足业务需要,因此采用图 12-17(b)的接口配置。图(b)中有一个网络终端 NT2,在这里是用户交换机。该 NT2 与 NT1 存在有一个接口点为 T,NT2 与 ISDN 电话、终端等有一个接口界面为 S。ISDN 用户交换机与 ISDN 交换机在机制上相差不大,只是处理的容量比较小。

根据实际使用的接口配置,CCITT 在各种设备之间定义了 4 个参考点,给出了 ISDN 用户—网络接口参考配置,如图 12-18 所示。U 参考点是电信公司 ISDN 交换机和 NT1 间的连接口,目前该接口由两根铜制双绞线组成,但是将来可能被光纤取代;T 参考点是 NT1 上的连接器;S 参考点是 ISDN 终端与 ISDN 用户交换机之间的接口点;R 参考点是非 ISDN 终端与终端适配器(TA)的接口点,且 R 参考点可以使用多种不同类型的接口。

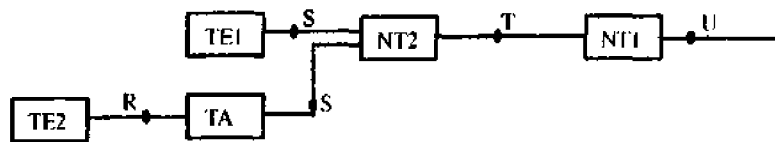


图 12-18 ISDN“用户—网络”接口

根据实际应用的需要,已定义有以下通道标准:

A——4kHz 模拟电话通道

B——64kb/s,用于语音或数字的 PCM 通道

C——8kb/s 或 16kb/s 数字通道

D——16kb/s 或 64kb/s, 用于信令的数字通道

E——64kb/s, 用于 ISDN 内部信令的数字通道

H——384kb/s、1536kb/s 或 1920kb/s 数字通道

目前, 关于 ISDN 接口, CCITT 规定了三种标准化的速率:

(1) 基本速率  $2B + 1D$ ;

(2) 主速率  $23B + 1D$  (美国和日本) 或  $30B + 1D$  (欧洲);

(3) 混合速率  $1A + 1C$ 。

基本速率接口是把现有电话网的普通用户线作为 ISDN 用户线而规定的接口, 也即是家庭或小型商务使用时的接口; 主速率接口, 则是大业务量时的用户—网络接口, 比如设有用户交换机时的接口。采用基本速率时的 D 通道为 16kb/s, 而采用主速率时的 D 通道为 64kb/s。 $23B + 1D$  使该 ISDN 帧与 1.544Mb/s 系统相吻合,  $30B + 1D$  使 ISDN 帧与 2.048 Mb/s 系统相吻合。目前的新型程控交换机都已配有基本速率和主速率的用户—网络接口。

#### 12.4.2 宽带综合业务网

通常将只能提供一次群速率以内电信业务的 ISDN 称为窄带 ISDN (N-ISDN)。随着社会和经济的发展, 越来越迫切地要求传输宽带业务, 比如, 电视会议需要 2Mb/s, 高清晰度电视需要 140Mb/s, 高保真立体声广播需要 768kb/s, 文件检索需要 (1~34) Mb/s 等。由此产生了宽带 ISDN (即 B-ISDN)。

B-ISDN 能够提供高于一次群速率的传输信道, 而且可以灵活地适应现在的及将来相当时期内可能出现的各种业务, 也就是说, 它是一种高效灵活的全新通信网。

光纤技术的发展, 为 B-ISDN 提供了良好的传输媒质。用户回路、中继线采用光纤传输, 速率可达 150Mb/s 到数吉比特每秒。在交换节点上, 采用超大规模集成器件来传递和处理信息, 并采用与 N-ISDN 不同的新的交换技术。

使 B-ISDN 能够实现的支撑技术是异步转移模式 ATM (Asynchronous Transfer Mode), 因为它不同步的, 不受主控时钟制约, 而大多数长途电话线就是这样的情况。

20 世纪 80 年代中期以来, 人们在 ATM 交换和用 ATM 的 B-ISDN 方法已做了大量的工作。1988 年 CCITT 正式将这种技术定名为异步转移模式 (ATM), 并确定 ATM 为 B-ISDN 的信息传送方式。下面将讨论 ATM 复用原理和 ATM 交换原理。

#### 12.4.3 ATM 复用原理

在电路传输时主要采用 STM (同步转移模式) 传输, 即采用同步时分复用, 这在本书第 7 章中已讨论过这个问题。

图 12-19 是 ATM 复用原理图。这时用小的、固定长度的分组——“信元”来传输信息。信元长 53 字节, 其中有信元头 5 个字节和信息域 48 个字节。信头包含各种控制信息, 包括有逻辑地址、信元序号和优先级比特等。信元格式与业务类型无关, 但信元头结构在用户—网络接口上和在网络接口上有所不同。任何用户业务信息都要被切割封装成统一格式的信元。如图, A 用户信息被分割成信息段, 装上信元头构成信元。A 用户信元

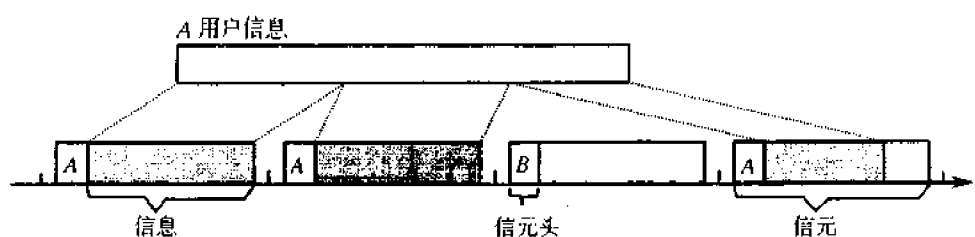


图 12-19 ATM 复用原理图

和 B 用户信元按先来后到及优先级次序排队,然后被送上链路。它们在链路上形成首尾相连的信元流。在接收端,根据信元头中的标志(地址、序号等),就可以送给目的用户并装配出原始发送的信息。

由于在传输过程中,是靠信元头中的标志来确定路由和用户,故称为标志只多路复用。在同步时分复用时,是根据信息在帧中的时隙的位置来区分用户,且该时隙周期重复出现,故称之为时隙复用。

在 ATM 复用时,用户信息插入传输信道是随机的,并设有在相对规则的时间上接入,这就是为什么称之为“异步转移模式复用”这一名词的由来。

#### 12.4.4 ATM 交换原理

ATM 网提供的服务是面向连接的,但其内部实现是分组交换而不是电路交换。它提供两种连接:永久虚电路和交换式虚电路。永久虚电路是由客户书面申请的,比如向电信公司申请,申请的使用时间可以有数月或数年;交换式虚电路则是类同电话呼叫一样的连接,即拨号后连接,通话结束后挂机撤销。当发送端想和接收端通信时,发用户端送出一个要求建立连接的控制信号;收用户端通过网络收到该控制信号并同意连接后,一条虚通道就会被建立。如图 12-20 列举了一条从主机  $H_1$  到  $H_5$  的中间经过 A, B, C 和 D 的虚通道。此时由源用户到目的路由已选定,并在该路径上的所有交换节点的路由表中做了登记,以便在该虚通道上传输信息。当用户信元到来时,交换机检查信元的信元头,以决定该信元应从哪一个输出端输出,以保证该信元能正确地传送到目的地。

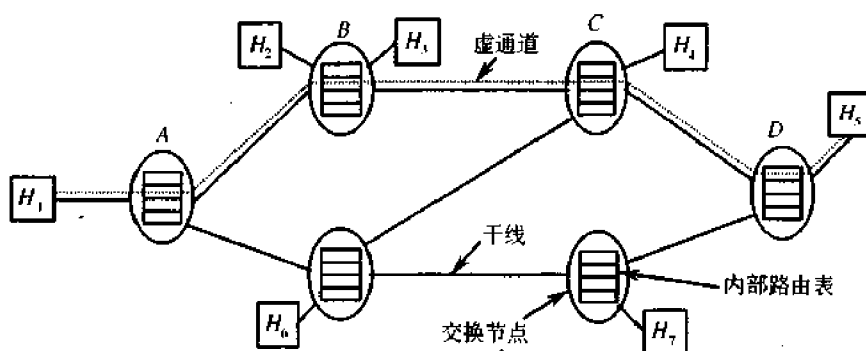


图 12-20 虚通道举例



一个 ATM 交换节点(交换机)原理模型示于图 12-21。一台商用交换机可能有 16~1024 条输入线和同样数据量的输出线。该图中有 4 条输入线和 4 条输出线,但这不妨碍叙述原理。图中设有一用户信元到达交换节点输入端  $E_2$  处,于是根据节点已有的路由表检查信元头 A 中的虚通路标记/虚通道标记(VPI/VCI),从而决定节点中交换织网的连接路由。该例中设连接方向是由  $E_2$  端到  $S_1$  端,如图中虚线箭头所示。在这接续过程中,根据路由表改变信元头为 B。接续后信元经输出缓冲器到输出端  $S_1$ ,如图中带 B 标记信元的信元。至此完成一个信元的接续。图中输出缓冲寄存器的作用是防止线路的阻塞。

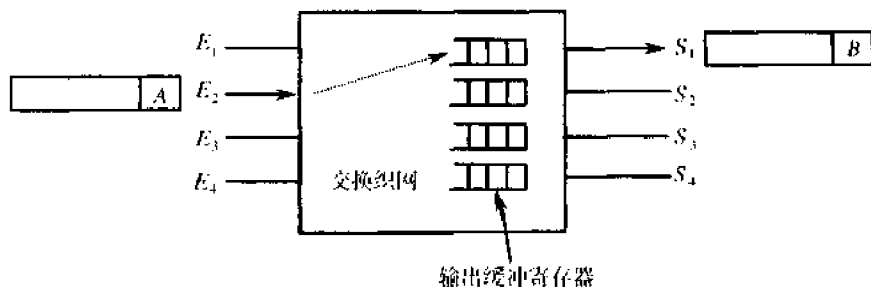


图 12-21 ATM 交换机原理模型

线路阻塞现象是指:节点的两个或两个以上输入端都出现向节点的同一个输出端要求接续;如果都在同输出端上输出就会造成混乱,即出现阻塞而不能通过。因此需要把接续到该输出端的信元进行排队,缓冲输出,从而实现正常交换。

ATM 节点的主要工作是读信元头,并根据信元头的内容快速地将信元送往要去的链路上;节点上的这件工作,主要用硬件来完成,因此 ATM 交换的速度非常快,可以和光纤的光传输速度相匹配。

ATM 的许多优点不再讨论。人们认为,ATM 在未来会有更大的发展。

## 思 考 题

- 12-1 通信网如何分类?
- 12-2 什么叫点对点链路?什么叫共享链路?
- 12-3 举例说明通信网的五种拓扑结构?它们各有何特点?
- 12-4 通信网的交换方式有几种?什么叫电路交换?什么叫存储—转接交换?何谓报文交换和分组交换?
- 12-5 何谓呼叫量(话务量)?什么叫呼损率?
- 12-6 何谓电话信令?电话信令如何分类?
- 12-7 OSI 参考模型分哪 7 层?各层的主要功能是什么?
- 12-8 多路复用有哪些形式?
- 12-9 扼要叙述纯 ALOHA 网和分隙 ALOHA 网的接入协议。
- 12-10 简述以太网结构。扼要陈述 CSMA/CD 协议。

- 12-11 简述令牌环网结构 扼要陈述 IEEE802.5 标准的多路访问时环网的工作过程
- 12-12 什么叫综合业务数字网?
- 12-13 什么是窄带综合业务数字网? 什么是宽带综合业务数字网?
- 12-14 简述 ATM 的复用原理 “异步转移模式”的名称由来是什么?
- 12-15 简述 ATM 的交换原理



## 附 录

### 附录 A PCM 量化误差功率谱公式的证明

若平稳随机过程

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k P(t - kT_s - T)$$

式中  $\{A_k\}$ ——均值为零的随机振幅序列；

$P(t)$ ——振幅为 1、宽度为  $T_s$  及随机迟延时间为  $T$  的脉冲,且  $T$  在  $(0, T_s)$  内均匀分布。

试证  $y(t)$  的功率谱密度为

$$G_y(f) = \frac{1}{T_s} \frac{P(f)^2}{T_s} [R(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} R(k) \cos 2\pi k f T_s]$$

式中  $R(k)$ ——随机变量  $A_k$  的相关函数,  $R(k) = E\{A_j, A_{j+k}\}$

$P(f)$ ——宽度为  $T_s$ 、振幅为 1 的脉冲的傅里叶变换。

[证] 分三步进行

1. 先求具有下列特征的随机二进制波形的功率谱密度:

- (1) 每个脉冲的持续时间均为  $T_s$ ;
- (2) 脉冲振幅等可能取  $\pm 1$ ;
- (3) 所有脉冲振幅统计独立;
- (4) 第 1 个脉冲的出现时间  $T$  在 0 到  $T_s$  之间是等可能的。

设随机过程  $x(t)$  的一个实现如图附 A-1 所示。容易看出

$$E\{x(t)\} = 0$$

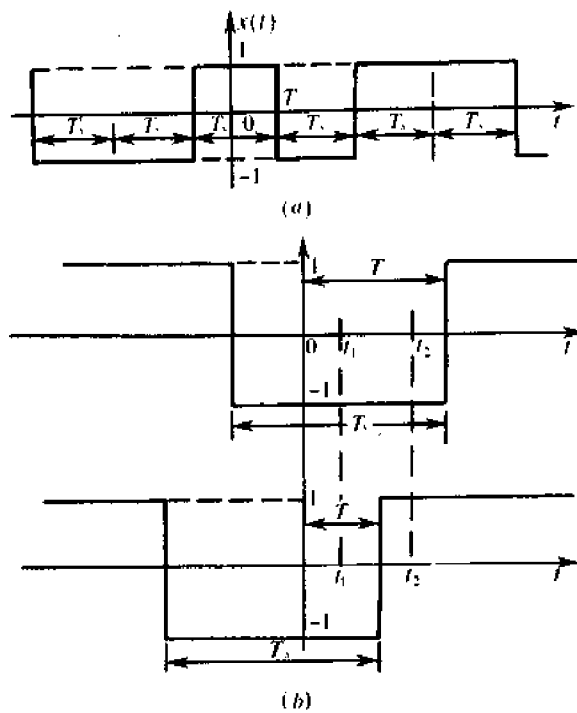
为了求其功率谱密度,可以先求出相关函数。假设时间  $t$  的任意两个取值  $t_1$  和  $t_2$  满足  $0 < t_1 < t_2 < T_s$  和  $|t_1 - t_2| < T_s$ , 那么,  $x(t_1)$  和  $x(t_2)$  能否在同一脉冲区间取决于  $T$  的值 (见附图 A-1)。设  $T$  使  $t_1, t_2$  出现在同一脉冲内这一随机事件为  $A(t_1, t_2)$ 。那么,我们有

$$P[A(t_1, t_2)] = P[T < t_1 \text{ 或 } T > t_2] =$$

$$\frac{t_1}{T_s} + \frac{T_s - t_2}{T_s} =$$

$$1 - \frac{(t_2 - t_1)}{T_s}$$

$$P[\bar{A}(t_1, t_2)] = P[t_1 < T < t_2] = \frac{t_2 - t_1}{T_s}$$



附图 A-1

(a)  $x(t)$  的实现; (b) 用来计算  $R_{xx}(t_1, t_2)$  的详细时间关系 (图中设  $t_1 < t_2 < T_s$ )

若设  $t_2 < t_1$ , 则

$$P[A(t_1, t_2)] = 1 - \frac{(t_1 - t_2)}{T_s}$$

以上两种情况写成一般形式, 可得

$$P[A(t_1, t_2)] = 1 - \frac{|t_1 - t_2|}{T_s}$$

现在来求相关函数

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E\{x(t_1)x(t_2)\} = E\{x(t_1)x(t_2)/A\}P(A) + E\{x(t_1)x(t_2)/\bar{A}\}P(\bar{A})$$

式中,  $P(\bar{A})$ 、 $P(A)$  就是前面的  $P[A(t_1, t_2)]$  及  $P[\bar{A}(t_1, t_2)]$ 。

因为 
$$E\{x(t_1)x(t_2)/A\} = \frac{1}{2}(1)^2 + \frac{1}{2}(-1)^2 = 1$$

$$\begin{aligned} E\{x(t_1)x(t_2)/\bar{A}\} &= \frac{1}{4}(1)(1) + \frac{1}{4}(-1)(-1) + \\ &\quad \frac{1}{4}(-1)(1) + \frac{1}{4}(1)(-1) = 0 \end{aligned}$$

所以 
$$R_{xx}(t_1, t_2) = P(A) = 1 - \frac{|t_1 - t_2|}{T_s}$$

令  $\tau = |t_1 - t_2|$ , 我们有

$$R_{xx}(\tau) = 1 - \frac{|\tau|}{T_s} \quad |\tau| < T_s$$

当  $|t_1 - t_2| > T_s$  时, 有  $P[A(t_1, t_2)] = 0$  以及  $R_{xx}(\tau) = 0$ , 因此

$$R_{xx}(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T_s}, & |\tau| < T_s \\ 0, & |\tau| > T_s \end{cases} \quad (\text{附 A-1})$$

可见,  $R_{xx}(\tau)$  仅取决于时间间隔  $\tau$ 。利用自相关函数  $R_{xx}(\tau)$  的傅里叶变换, 我们可以得到  $x(t)$  的功率谱密度为

$$G_x(f) = T_s \left[ \frac{\sin(\pi f T_s)}{\pi f T_s} \right]^2 = \frac{|P(f)|^2}{T_s} \quad (\text{附 A-2})$$

2. 再求用有限个随机二进制波形表示的随机过程  $y(t)$  的功率谱密度  
大家知道, 随机二进制波形可以写成

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k P(t - kT_s - T)$$

式中  $\{a_k\}$  ——独立随机变量序列, 且

$$P(a_k = 1) = P(a_k = -1) = \frac{1}{2}$$

$$E\{a_k\} = 0$$

$$E\{a_i a_j\} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$$

假设随机过程  $y(t)$  由下列关系式构成

$$y(t) = g_0 x(t) + g_1 x(t - T_s) + g_2 x(t - 2T_s)$$

式中,  $g_0, g_1$  及  $g_2$  均为常数。

由  $y(t)$  的自相关函数定义得

$$R_{yy}(t_1, t_2) = E[y(t) y(t + \tau)] =$$

$$E\{[g_0 x(t) + g_1 x(t - T_s) + g_2 x(t - 2T_s)] \times$$

$$[g_0 x(t + \tau) + g_1 x(t + \tau - T_s) + g_2 x(t + \tau - 2T_s)]\}$$

$$\text{或写成 } R_{yy}(\tau) = [g_0^2 + g_1^2 + g_2^2] R_{xx}(\tau) + [g_0 g_1 + g_1 g_2] [R_{xx}(\tau - T_s) + R_{xx}(\tau + T_s)] + \\ [g_0 g_2] [R_{xx}(\tau - 2T_s) + R_{xx}(\tau + 2T_s)] \quad (\text{附 A-3})$$

为了进一步化简上式, 我们将  $y(t)$  写成

$$y(t) = \sum_k A_k P(t - kT_s - T)$$

其中

$$A_k = g_0 a_k + g_1 a_{k-1} + g_2 a_{k-2}$$

可见

$$E\{A_k^2\} = E\{g_0 a_k + g_1 a_{k-1} + g_2 a_{k-2}\}^2 = \\ E\{g_0^2 a_k^2 + g_1^2 a_{k-1}^2 + g_2^2 a_{k-2}^2 + \\ 2g_0 g_1 a_k a_{k-1} + 2g_0 g_2 a_k a_{k-2} + 2g_1 g_2 a_{k-1} a_{k-2}\}$$

因为

$$E\{a_i a_j\} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$$

所以  $E\{A_k^2\} = g_0^2 + g_1^2 + g_2^2$ , 并把它记为  $R(0)$ 。

同理可得

$$E\{A_k A_{k+1}\} = g_0 g_1 + g_1 g_2, \text{记为 } R(1)$$

$$E\{A_k A_{k+2}\} = g_0 g_2, \text{记为 } R(2)$$

将以上结果代入式(附 A-3), 得

$$R_{yy}(\tau) = R(0)R_{xx}(\tau) + R(1)[R_{xx}(\tau - T_s) + R_{xx}(\tau + T_s)] + R(2)[R_{xx}(\tau - 2T_s) + R_{xx}(\tau + 2T_s)] \quad (\text{附 A-4})$$

取  $R_{yy}(\tau)$  的傅里叶变换, 可得

$$G_y(f) = G_x(f)R(0) + 2R(1)[G_x(f)\cos 2\pi f T_s] + 2R(2)[G_x(f)\cos 4\pi f T_s] \quad (\text{附 A-5})$$

这里, 利用了

$$F\{R_{xx}(\tau - kT_s) + R_{xx}(\tau + kT_s)\} = G_x(f)2\cos 2\pi k f T_s$$

将  $G_x(f) = \frac{1}{T_s} \frac{|P(f)|^2}{T_s}$  代入式(附 A-5), 我们得到

$$G_y(f) = \frac{1}{T_s} \frac{|P(f)|^2}{T_s} [R(0) + 2\sum_{k=1}^{\infty} R(k)\cos 2\pi k f T_s] \quad (\text{附 A-6})$$

其中

$$R(0) = E\{A_k^2\}$$

$$R(k) = E\{A_j A_{j+k}\}$$

3. 将上述结果推广到一般情况

若平稳随机过程  $y(t)$  表示成

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k P(t - kT_s - T) \quad (\text{附 A-7})$$

将式(附 A-6)的结果推广, 可得  $y(t)$  的功率谱密度为

$$G_y(f) = \frac{1}{T_s} \frac{|P(f)|^2}{T_s} [R(0) + 2\sum_{k=1}^{\infty} R(k)\cos 2\pi k f T_s] \quad (\text{附 A-8})$$

其中

$$R(k) = E\{A_j A_{j+k}\}$$

现在我们利用  $y(t)$  的功率谱密度表达式, 就很容易得到 PCM 系统性能分析中式(7.5-2)的结果。由于量化噪声可以表示为

$$e_q(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e_q(kT_s) \delta(t - kT_s) \quad (\text{附 A-9})$$

将此式与式(附 A-7)比较可以看出, 这里的  $e_q(kT_s)$  相当  $y(t)$  中的  $A_k$ ,  $\delta(t - kT_s)$  相当  $P(t - kT_s - T)$ ①, 故其形式是完全相同的。

假设量化误差  $e_q(t)$  为平稳随机过程, 且

$$E[e_q(kT_s)] = 0, E[e_q(kT_s)e_q[(k+j)T_s]] = \begin{cases} 0, & j \neq 0 \\ E[e_q^2(kT_s)], & j = 0 \end{cases}$$

这样, 量化误差的功率谱密度正好能用式(附 A-8)表示。又因为式中的  $P(f)$  现在是单位冲激函数  $\delta(t)$  的频谱(应为 1)和  $R(j)$ [相当式中的  $R(k)$ ]应为

① 由功率谱密度分析可见, 它与延迟时间  $T$  无关。

$$R(j) = \begin{cases} 0, & j \neq 0 \\ E[e_q^2(kT_s)], & j = 0 \end{cases}$$

所以量化误差  $e_q(t)$  的功率谱密度为

$$G_{e_q}(f) = \frac{R(0)}{T_s} = \frac{1}{T_s} E[e_q^2(kT_s)] \quad (\text{附 A-10})$$

另外,式(附 A-10)的结果也可以利用第 5 章随机二进制脉冲序列的功率谱密度表达式直接得出。

我们已经得到随机二进制脉冲序列的功率谱密度为

$$G_s(f) = f_s P(1-P) |G_1(f) - G_2(f)|^2 + \frac{1}{2} f_s^2 |PG_1(0) + (1-P)G_2(0)|^2 \delta(f) + f_s^2 \sum_{k=1}^{\infty} |PG_1(kf_s) + (1-P)G_2(kf_s)|^2 \delta(f - kf_s) \quad (\text{附 A-11})$$

考虑到式(附 A-9)是一个平稳随机过程,每一个量化误差  $e_q(kT_s)$  可看成一个二进制双极性脉冲,且波形等概出现。那么式(附 A-11)便简化为

$$G_s(f) = \frac{1}{4} f_s |G_1(f) - G_2(f)|^2 \quad (\text{附 A-12})$$

现在式(附 A-12)中的  $G_1(f)$ 、 $G_2(f)$  分别为

$$\begin{aligned} G_1(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} e_q(kT_s) \delta(t - kT_s) e^{-j\omega t} dt = \\ &e_q(kT_s) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) e^{-j\omega t} dt = e_q(kT_s) e^{-j\omega kT_s} \\ G_2(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} -e_q(kT_s) \delta(t - kT_s) e^{-j\omega t} dt = -e_q(kT_s) e^{-j\omega kT_s} \end{aligned}$$

这样

$$|G_1(f) - G_2(f)|^2 = 4e_q^2(kT_s)$$

故

$$G_s(f) = \frac{1}{T_s} e_q^2(kT_s)$$

由于  $e_q(kT_s)$  是随机变量,因此  $G_s(f)$  并不就是量化误差的功率谱密度,还必须求其统计平均。于是,量化误差的功率谱密度应为

$$G_{e_q}(f) = \frac{1}{T_s} E[e_q^2(kT_s)]$$

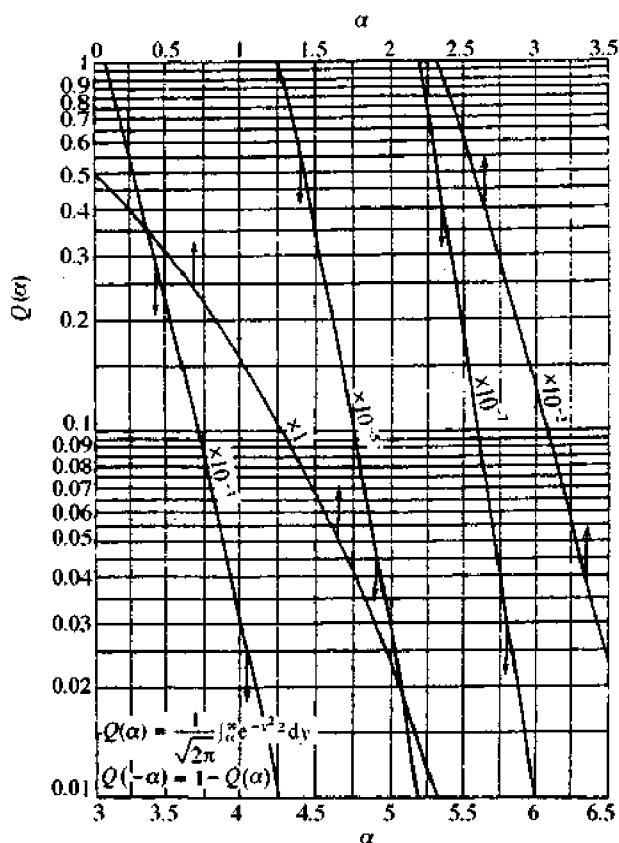
## 附录 B Q 函数和误差函数<sup>[34]</sup>

### 一、Q 函数

Q 函数定义为

$$Q(\alpha) = \int_{\alpha}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (\text{附 B-1})$$

它具有以下性质:



附图 B-1 Q 函数曲线

- (1)  $Q(0) = \frac{1}{2}$ ;
- (2)  $Q(-\alpha) = 1 - Q(\alpha), \alpha > 0$ ;
- (3)  $Q(\alpha) \approx \frac{1}{\alpha \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\alpha^2}{2}}, \alpha \gg 1$  (通常  $\alpha > 4$  即可)。

Q 函数曲线示于附图 B-1 中, 图中各条曲线上的箭头指向, 是用来表示横轴坐标的刻度在图的上面还是下面。曲线上标注的乘因子用来与由该条曲线查得的纵轴坐标值相乘。例如,  $\alpha = 4.75$ , 由下面的横轴查得对应的纵轴值为 0.103, 曲线上的乘因子为  $10^{-5}$ , 因此,  $Q(4.75) = 0.103 \times 10^{-5} = 1.03 \times 10^{-6}$ 。

## 二、误差函数

### 1. 误差函数定义为

$$\operatorname{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\beta} e^{-y^2} dy \quad (\text{附 B-2})$$

它的性质如下:

- (1)  $\operatorname{erf}(-\beta) = -\operatorname{erf}(\beta)$ ;
- (2)  $\operatorname{erf}(\infty) = 1$ ;
- (3) 对于均值为  $a$ , 方差为  $\sigma^2$  的高斯分布, 其取值落在  $(a - \beta\sigma, a + \beta\sigma)$  内的概率为

$$P(a - \beta\sigma \leq y \leq a + \beta\sigma) = \operatorname{erf}\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}}\right)$$

附表 B-1 中给出了误差函数的部分数值。

附表 B-1 误差函数表

$\beta$	$\text{erf}(\beta)$	$\beta$	$\text{erf}(\beta)$	$\beta$	$\text{erf}(\beta)$	$\beta$	$\text{erf}(\beta)$
0.00	0.00000	0.55	0.56332	1.10	0.88021	1.65	0.98038
0.05	0.05637	0.60	0.60386	1.15	0.89612	1.70	0.98379
0.10	0.11246	0.65	0.64203	1.20	0.91031	1.75	0.98667
0.15	0.16800	0.70	0.67780	1.25	0.92290	1.80	0.98909
0.20	0.22270	0.75	0.71116	1.30	0.93401	1.85	0.99111
0.25	0.27633	0.80	0.74210	1.35	0.94376	1.90	0.99279
0.30	0.32863	0.85	0.77067	1.40	0.95229	1.95	0.99418
0.35	0.37938	0.90	0.79691	1.45	0.95970	2.00	0.99532
0.40	0.42839	0.95	0.82089	1.50	0.96611	2.50	0.99959
0.45	0.47548	1.00	0.84270	1.55	0.97162	3.00	0.99998
0.50	0.52050	1.05	0.86244	1.60	0.97635	3.30	0.99998

2. 补误差函数定义为

$$\text{erfc}(\beta) = 1 - \text{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\beta}^{\infty} e^{-y^2} dy \quad (\text{附 B-3})$$

它具有以下性质：

- (1)  $\text{erfc}(-\beta) = 1 - \text{erfc}(\beta)$ ;
- (2)  $\text{erfc}(\infty) = 0$ ;
- (3)  $\text{erfc}(\beta) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\beta^2}, \beta \gg 1$ .

三、Q 函数与误差函数的关系

$$(1) Q(\alpha) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right) \quad (\text{附 B-4})$$

$$(2) \text{erfc}(\alpha) = 2Q(\sqrt{2}\alpha) \quad (\text{附 B-5})$$

$$(3) \text{erfc}(\alpha) = 1 - 2Q(\sqrt{2}\alpha) \quad (\text{附 B-6})$$

## 附录 C 英文缩写名词对照表

缩写字母	英文全称	中文译名
AM	Amplitude Modulation	振幅调制
AMI	Alternate Mark Inversion	传号交替反转码
APK	Amplitude Phase Keying	幅相键控
ARQ	Automatic Repeat reQuest	自动要求重发
ASK	Amplitude-Shift Keying	振幅键控
ASIC	Application Specific Integrated Circuit	专用集成电路
ATM	Asynchronous Transfer Mode	异步转移模式
BCD	Binary Coded Decimal	二十进制
BPF	Bandpass Filter	带通滤波器
CCIR	International Consultive Committee for	

	Radiotelecommunication	国际无线电咨询委员会
CCITT	Consultive Committee for International Telegraph and Telephone	国际电报电话咨询委员会
COR - PSK	Correlative Phase-Shift Keying	相关移相键控
CELP	Code Excited Linear Prediction	码激励线性预测
DCT	Discrete Cosine Transform	离散余弦变换
DFT	Discrete Fourier Transform	离散傅氏变换
FFT	Fast Fourier Transform	快速傅氏变换
DM( $\Delta$ M)	Delta Modulation	增量调制
DPCM	Differential Pulse Code Modulation	差分脉冲编码调制
(ADPCM	Adaptive DPCM	自适应差分脉冲编码调制)
DPSK	Differential Phase-Shift Keying	差分移相键控
DS	Direct Sequence (spread spectrum)	直接序列(扩谱)
DSB	Double Sideband	双边带
DSBSC	Double Sideband Suppressed Carrier	双边带抑制载波
DTE	Data Terminal Equipment	数据终端设备
DTMF	Dual Tone Multi-Frequency	双音多频
FCS	Fast Circuit Switching	快速电路交换
FDM	Frequency Division Multiplexing	频分复用
FH	Frequency Hopping	跳频
FSK	Frequency-Shift Keying	移频键控
HDB <sub>3</sub>	High Density Bipolar 3	三阶高密度双极性(码)
HDLC	High-level Data Link Control	高级数据链路控制
HPS	High Packet Switching	高速分组交换
HT	Hadamard Transform	哈达玛变换
ISDN	Integrated Services Digital Network	综合业务数字网
(B-ISDN	Broadband ISDN	宽带综合业务数字网)
(N-ISDN	Narrowband ISDN	窄带综合业务数字网)
ISI	Intersymbol Interference	码间干扰
ISO	International Standards Organization	国际标准化组织
ITU	International Telecommunication Union	国际电信联盟
LAN	Local Area Network	局域网
LD-CELP	Low Delay Code Excited Linear Prediction	低延迟码激励线性预测
LPC	Linear Prediction coding	线性预测编码
LPF	Lowpass Filter	低通滤波器
MASK	M-ary Amplitude-Shift Keying	M 进制振幅键控
MFSK	M-ary Frequency-Shift Keying	M 进制移频键控
MPSK	M-ary Phase-Shift Keying	M 进制移相键控
MSK	Minimum Shift Keying	最小移频键控



(GMSK	Gaussian MSK	高斯最小移频键控)
OSI/RM	the Reference Model of Open Systems Interconnection	开放系统互联参考模型
OOK	On-Off Keying	通断键控
OQPSK	Offset Quadrature Phase Shift Keying	偏值正交移相键控
PAD	Packet Assembly and Disassembly	信包组装和拆卸
PAM	Pulse-Amplitude Modulation	脉幅调制
PCM	Pulse-Code Modulation	脉冲编码调制
PDM	Pulse Duration Modulation	脉宽调制
PDH	Plesiochronous Digital Hierachy	准同步数字系列
PM	Pulse Modulation	脉冲调制
PN	Pseudo Noise	伪噪声
PPM	Pulse-Position Modulation	脉位调制
PSK	Phase-Shift Keying	移相键控
PST(code)	Paired Selected Ternary (code)	成对选择三进制(码)
QAM	Quadrature Amplitude Modulation	正交振幅调制
QPR	Quadrature Partial Response	正交部分响应
QPSK	Quadrature Phase-Shift Keying	正交移相键控
R-S(code)	Reed-Solomon (code)	里德 - 索洛蒙(码)
SDH	Synchronous Digital Hierachy	同步数字系列
SSB	Single Sideband	单边带
STM	Synchronous Transfer Mode	同步转移模式
TCM	Trellis Coded Modulation	网格编码调制
TDM	Time Division Multiplexing	时分复用
TFM	Tamed Frequency Modulation	软调频
VC	Virtual Channel	虚通道
VB(decoding)	Viterbi (decoding)	维特比(译码)
VCI	Virtual Channel Identifier	虚通道标记
VSB	Vestigial Sideband	残留边带
WDM	Wavelength Division Multiplexing	波分复用
WT	Walsh Transform	沃尔什变换
4B/3T(code)	4 Binary 3 ternary(code)	4 二进制/3 三电平(码)

## 附录 D 部分习题答案

### 第 1 章

- 1-1 3.25 bit, 8.97bit
- 1-2 2.23bit/符号
- 1-3 1.75bit/符号
- 1-4 (1)200bit/s

(2) 198.5 bit/s

1-5 (1) 0.415 bit, 2 bit

(2) 0.81 bit/符号

1-6  $6.405 \times 10^3$  bit/s

1-7 300 B, 300 bit/s

1-8 8.028 Mbit, 8.352 Mbit

1-9 2000 B, 2000 bit/s, 2000 B, 4000 bit/s

**第2章**2-1  $E_{\xi}(1) = 1, R_{\xi}(0, 1) = 2$ 2-2 (1)  $E[z(t)] = 0, E[z^2(t)] = \sigma^2$ 

$$(2) f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right]$$

$$(3) B(t_1, t_2) = R(t_1, t_2) = \sigma^2 \cos \omega_0 \tau, \tau = t_1 - t_2$$

2-3  $R_z(\tau) = R_x(\tau) R_y(\tau)$ 

$$2-4 (3) P_z(\omega) = \frac{1}{4} \{ [s_a(\omega + \omega_0)/2]^2 + [s_a(\omega - \omega_0)/2]^2 \},$$

$$s = \frac{1}{2}$$

$$2-5 (1) P_n(\omega) = \frac{a^2}{a^2 + \omega^2}, s = \frac{a}{2}$$

$$2-6 P_{\xi}(\omega) = \pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{Sa}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) \delta(\omega - n\pi)$$

2-7 (1)  $R(\tau) = n_0 B \text{Sa}(\pi B \tau) \cos \omega_c \tau$ 

$$(2) f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi n_0 B}} \exp\left(-\frac{x^2}{2n_0 B}\right)$$

$$2-8 P_0(\omega) = \frac{n_0}{2[1 + (\omega RC)^2]}$$

$$R(\tau) = \frac{n_0}{4RC} e^{-\frac{|\tau|}{RC}}$$

$$2-9 (1) R(\tau) = \frac{Rn_0}{4L} \exp\left(-\frac{R}{L}|\tau|\right)$$

$$(2) \sigma_n^2 = \frac{Rn_0}{4L}$$

$$2-11 P_{12}(\omega) = H_1^*(\omega) H_2(\omega) P_{\eta}(\omega)$$

$$2-12 R_0(\tau) = 2R_{\xi}(\tau) + R_{\xi}(\tau + T) + R_{\xi}(\tau - T)$$

$$P_0(\omega) = 2P_{\xi}(\omega)[1 + \cos \omega T], P_{\xi}(\omega) \Leftrightarrow R_{\xi}(\tau)$$

$$2-13 f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right], \sigma^2 = \frac{n_0}{4RC}$$

$$2-15 (1) f(V) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left[-\frac{V+A^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{AV^{1/2}}{\sigma^2}\right), V \geq 0$$

$$(2) f(V) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left[-\frac{V}{2\sigma^2}\right], V \geq 0$$

## 第3章

3-1  $K_0 s(t - t_d)$

3-2  $s(t - t_d) + \frac{1}{2}s(t - T_0 - t_d) + \frac{1}{2}s(t + T_0 - t_d)$

3-6  $V = \sigma$

3-7  $\sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma^2$

3-8  $f = (n + \frac{1}{2})(\text{kHz})$ 时, 传输衰耗最大;

$f = n(\text{kHz})$ 时, 对传输最有利(注:  $n$  为正整数)。

3-10  $10 \sim 15\text{ms}$

3-12  $19.32 \times 10^{-18}\text{V}^2/\text{Hz}$

3-13  $19.5\text{Mb/s}$

3-14  $24\text{kb/s}, 0$

3-15  $\approx 4.48 \times 10^3\text{Hz}$

## 第4章

4-3 上单边带:  $\cos(12000\pi t) + \cos(14000\pi t)$

下单边带:  $\cos(8000\pi t) + \cos(6000\pi t)$

4-4  $\frac{1}{2}m_0\cos 20000\pi t + \frac{1}{2}A[0.55\sin 20100\pi t - 0.45\sin 19900\pi t + \sin 26000\pi t]$ (设原调幅波为  $[m_0 + m(t)]\cos 20000\pi t, m_0 \geq |m(t)|_{\max}$ )

4-6  $C_1(t) = \cos\omega_0 t, C_2(t) = \sin\omega_0 t$

4-7 (1)  $100\text{kHz}$

(2)  $1000$

(3)  $2000$

(4)  $P_{n0}(f) = P_n(f)/2, |f| < 5\text{kHz} (K_0 = 1, \text{理想低通, 传输系数为 } 1)$

4-8 (1)  $\frac{1}{4}n_m f_m$

(2)  $\frac{1}{8}n_m f_m$

(3)  $\frac{n_m}{4n_0}$

4-9 (1)  $100\text{kHz}$

(2)  $2000$

(3)  $2000$

4-10 (1)  $2000\text{W}$

(2)  $4000\text{W}$

4-11 (1)  $\frac{1}{2}n_m f_m$

(2)  $\frac{1}{8}n_m f_m$

(3)  $\frac{n_m}{4n_0}$

4-13 (1) 5000, 即 37dB

(2) 2000, 即 33dB

(3) 2/5

4-14  $\frac{n_m}{4n_0}$

4-16 (1)  $H(f) = \begin{cases} K_0, & 99.92\text{MHz} < |f| < 100.08\text{ MHz} \\ 0, & \text{其他 } f \end{cases}$

(2) 31.2

(3) 37500

(4)  $(S_0/N_0)_{\text{FM}}/(S_0/N_0)_{\text{AM}} = 75$

$B_{\text{FM}}/B_{\text{AM}} = 16$

4-17 (1) 2.56

### 第5章

5-3 (1)  $P_s(\omega) = 4f_s P(1-P) |G(f)|^2 + f_s^2 (2P-1)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} |G(mf_s)|^2 \delta(f - mf_s)$

功率  $= 4f_s P(1-P) \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df + f_s^2 (2P-1)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} |G(mf_s)|^2$

5-4 (1)  $P_s(\omega) = \frac{A^2 T_s}{16} \text{Sa}^4\left(\frac{\omega T_s}{4}\right) + \frac{\pi A^2}{8} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{Sa}^4\left(\frac{m\pi}{2}\right) \delta(f - mf_s)$

(2) 可以, 功率为  $\frac{2A^2}{\pi^4}$

5-5 (1)  $P_s(\omega) = \begin{cases} \frac{T_s}{2} \left(1 + \cos \frac{\omega T_s}{2}\right)^2, & |\omega| \leq \frac{2\pi}{T_s} \\ 0, & |\omega| > \frac{2\pi}{T_s} \end{cases}$

(2) 不能

(3)  $R_B = 10^3 \text{B}$ ,  $B = 10^3 \text{Hz}$

5-6 (1)  $P_s(\omega) = \frac{\pi}{18} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{Sa}^2\left(\frac{m\pi}{3}\right) \delta(f - mf_s) + \frac{T_s}{12} \text{Sa}^2\left(\frac{\omega T_s}{6}\right)$

(2) 可以, 功率为  $\frac{3}{8\pi^2}$

5-9 (1)  $H(\omega) = \frac{T_s}{2} \text{Sa}^2\left(\frac{\omega T_s}{4}\right) e^{-j\frac{\omega T_s}{2}}$

(2)  $G_T(\omega) = G_R(\omega) = \sqrt{\frac{T_s}{2}} \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{4}\right) e^{-j\frac{\omega T_s}{4}}$

5-12 (2)  $B_s = (1 + \alpha)f_0$ ,  $\eta_B = \frac{2f_0}{(1 + \alpha)f_0} = \frac{2}{1 + \alpha}$

5-14  $R_B = \frac{1}{2\tau_0}$ ,  $T_s = 2\tau_0$

5-16  $g(t) = \text{Sa}\left(\frac{\pi}{T_s} t\right) - \text{Sa}\left[\frac{\pi}{T_s} (t - 2T_s)\right]$

$G(\omega) = \begin{cases} 2T_s \sin \omega T_s, & |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s} \\ 0, & \text{其他 } \omega \end{cases}$

5-17 3,7

5-21 (1)  $n_0/2$ 

$$(2) P_e = \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{A}{2\lambda}\right]$$

5-22 (1)  $P_e = 6.21 \times 10^{-3}$ 

$$(2) A \geq 8.6\sigma_n$$

5-23 (1)  $P_e = 2.87 \times 10^{-7}$ 

$$(2) A \geq 4.3\sigma_n$$

5-25  $\frac{37}{48}, \frac{71}{480}$ 

## 第6章

6-2 (2)  $2 \times 10^3 \text{ Hz}$ 6-6 (1)  $P_e = 1.24 \times 10^{-4}$ 

$$(2) P_e = 2.36 \times 10^{-5}$$

6-7 (1) 110.8dB

$$(2) 111.8\text{dB}$$

6-8 (1) 111.47dB, 最佳门限为  $6.41\mu\text{V}$ 

(2) 小

$$(3) P_e = 12.7 \times 10^{-3}$$

6-10 (1) 4.4MHz

$$(2) P_e = 3 \times 10^{-8}$$

$$(3) P_e = 4 \times 10^{-9}$$

6-11 (1) 113.9dB

$$(2) 114.8\text{dB}$$

6-12  $4 \times 10^{-6}, 8 \times 10^{-6}, 2.25 \times 10^{-5}$ 

$$6-13 \quad k = \frac{\ln r_{\text{PSK}}}{2r_{\text{PSK}}} + 1$$

$$\frac{P_{e\text{PSK}}}{P_{e\text{DPSK}}} = \frac{1}{\sqrt{\pi r}}$$

6-14  $14.45 \times 10^{-6} \text{ W}, 8.65 \times 10^{-6} \text{ W}, 4.32 \times 10^{-6} \text{ W}, 3.61 \times 10^{-6} \text{ W}$ 6-15  $P_e = 4.1 \times 10^{-2}, P_e = 3.93 \times 10^{-6}$ 

## 第7章

7-2 (1) 抽样间隔  $T_s < 0.25\text{s}$ 

$$(2) M_s(\omega) = 5 \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - 10n\pi)$$

7-3 (1)  $f_s > 2f_1$ ;

$$(3) H_2(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{H_1(\omega)}, & |\omega| \leq \omega_1 \\ 0, & |\omega| > \omega_1 \end{cases}$$

7-7 1000 次/s

7-8  $N=6, \Delta v=0.5$

7-9 8.97

7-10 (1) 量化误差: 11 量化单位。

7-11 (1) -328 量化单位。

7-12 (1) 量化误差: 1 量化单位。

7-14 240kHz

7-15 (1) 24kHz

(2) 56kHz

7-16 (1) 288kHz

(2) 672kHz

7-17 约 17kHz

## 第 8 章

8-1  $P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{4n_0}} \right)$

8-2 (3)  $P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( A \sqrt{\frac{T_s}{4n_0}} \right)$

8-3 (1)  $t_0 \geq T$

$$(2) h(t) = \begin{cases} -A, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ A, & \frac{T}{2} < t \leq T, t_0 = T \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$f_0(t) = \begin{cases} -A^2 t, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ A^2(3t - 2T), & \frac{T}{2} < t \leq T \\ A^2(4T - 3t), & T < t \leq \frac{3T}{2} \\ A^2(t - 2T), & \frac{3T}{2} < t \leq 2T \\ 0, & \text{其他 } t \end{cases}$$

(3)  $r_0 = \frac{2A^2 T}{n_0}$

8-5 最佳:  $3.9 \times 10^{-6}$

实际:  $3.4 \times 10^{-2}$

8-6 (3)  $P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( A_0 \sqrt{\frac{T}{4n_0}} \right)$

8-7 (3)  $P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( A_0 \sqrt{\frac{T}{2n_0}} \right)$

8-8 (3)  $P_e = \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{A^2 T}{4n_0} \right)$

$$8-11 \quad (1) \sigma^2 = \frac{n_0}{2}$$

$$(2) P_e = \left(1 - \frac{1}{L}\right) \operatorname{erfc}\left[\frac{d}{\sqrt{2}\sigma}\right]$$

### 第 9 章

$$9-1 \quad d_0 = 3$$

9-2 检错:  $e = 2$ ; 纠错:  $t = 1$ ; 不能同时用于检错和纠错。

9-3 检错:  $e = 3$ ; 纠错:  $t = 1$ ; 能同时用于检错与纠错, 且  $e = 2, t = 1$ 。

9-4 不能, 因行与列的错码均为偶数。

$$9-5 \quad r = 4; \text{编码效率: } 11/15$$

$$9-8 \quad g(x) = x^3 + x + 1$$

$$9-13 \quad \text{码多项式为 } A = x^{14} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^6 + x$$

9-15 需要重发。

### 第 10 章

$$10-8 \quad \text{最短周期 } T_{\min} = 20\mu\text{s}$$

### 第 11 章

$$11-2 \quad a_r/2 (a_r \text{ 是插入导频振幅})。$$

$$11-6 \quad (1) 2T/n$$

$$(2) 2nT$$

$$11-10 \quad P_1 \approx 7 \times 10^{-4}, P_2 \approx 7.8 \times 10^{-3} (m = 0)$$

$$P_1 \approx 42 \times 10^{-8}; P_2 \approx 6.24 \times 10^{-2} (m = 1)$$

$$t_s \approx 154.3\text{ms} (m = 0)$$

$$t_s \approx 162.5\text{ms} (m = 1)$$

$$11-11 \quad 5.71\text{kb/s}, 4.8\text{h}$$

$$11-12 \quad 8\text{h}40\text{min}$$

## 参 考 资 料

- 1 Peterson W.W., Weldon E.J., Jr., Error Correcting Codes, 2nd ed., 1972
- 2 周炯槃编著, 信息理论基础, 北京: 人民邮电出版社, 1983 年
- 3 Gallager R.G., Information Theory and Reliable Communication, John Wiley, New York, 1968
- 4 Davenport W.B., Jr., Root W.L., An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise, McGraw-Hill, New York, 1958
- 5 Peebles P.Z., Communication System Principles, Addison-Wesley Publishing Company, 1976
- 6 樊昌信, 詹道庸, 徐炳祥, 吴成柯等编, 通信原理, 北京: 国防工业出版社, 1995
- 7 陆大经, 随机过程及其应用, 北京: 清华大学出版社, 1986 年
- 8 [美] 贝福德著, 通信系统理论讲座, 胡征等译, 北京: 人民邮电出版社, 1964
- 9 [日] 广田宪一郎等, 数据传输系统, 数据传输系统翻译组译, 北京: 国防工业出版社, 1978
- 10 [美] W.R. 贝尔特, J.R. 戴维著, 数据传输, 北京: 国防工业出版社, 1978
- 11 Buchner J.B., Ternary Line Codes, PTR, Vol. 34, No. 2, June, 1976
- 12 [美] R.W. 勒基等著, 数据通信原理, 成都电信工程学院 205 教研室译, 北京: 人民邮电出版社, 1975
- 13 北京邮电学院数字通信教研室, 数据传输原理, 北京: 人民邮电出版社, 1978
- 14 Shanmugan K.S., Digital and Analog Communication Systems, John Wiley & Sons, 1979
- 15 倪维桢等编, 数字电话通信原理, 北京: 人民邮电出版社, 1982
- 16 冯内古特等编, 脉码调制通信(修订本), 北京: 人民邮电出版社, 1982
- 17 清华大学通信教材编写小组, 增量调制数字电话终端机, 北京: 人民邮电出版社, 1977
- 18 [英] C. 赫尔斯屈朗著, 信号检测的统计理论, 陈宗璞等译, 上海: 上海科学技术出版社, 1965
- 19 [美] A.D. 惠论著, 噪声中信号的检测, 刘其培等译, 北京: 科学出版社, 1977
- 20 徐炳祥, 数字动态滤波器, 电子科学技术, 1981, 4
- 21 白建雄, 杨有为, 一种新的帧同步方法, 通信学报, Vol. 6, No. 3, 1985
- 22 Stuffle J.J., Theory of Synchronous Communications, Prentice-Hall, Inc., 1971
- 23 浙江大学数学系高等数学教研组编, 概率论与数理统计, 北京: 高等教育出版社, 1984
- 24 郭梯云, 刘增基, 王新梅, 詹道庸, 杨洽等编著, 数据传输, 北京: 人民邮电出版社, 1998
- 25 胡征, 樊昌信编著, 沃尔什函数及其在通信中的应用, 北京: 人民邮电出版社, 1980
- 26 武以立等编著, 声表面波原理及其在电子技术中的应用, 北京: 国防工业出版社, 1983
- 27 王新梅, 肖国镇编著, 纠错码——原理与方法, 西安: 西安电子科技大学出版社, 1991
- 28 Zeimer R.E. and Peterson R.L., Digital Communication and Spread Spectrum Systems, John Wiley & sons, 1985
- 29 周炯槃等著, 通信网理论基础, 北京: 人民邮电出版社, 1991
- 30 Andrew S. Tanenbaum, Computer Networks, Prentice Hall, Inc., 1996
- 31 乐光新等编, 数据通信原理, 北京: 人民邮电出版社, 1988
- 32 乐正友, 杨为理编著, 程控数字交换机硬件软件及应用, 北京: 清华大学出版社, 1991
- 33 林生, 计算机通信网原理, 陕西: 西安电子科技大学出版社, 1991
- 34 曹志刚, 钱亚生, 现代通信原理, 北京: 清华大学出版社, 1992
- 35 中华人民共和国国家标准, GB7394-87, 600~9600 bps 基带调制解调器技术要求, 北京: 中国标准出版社, 1987